HIERONYMI CARDANI MEDIOLANENSIS ... OPERA OMNIA: TAM...

Girolamo Cardano, Josè Maria Fonseca de Evora

Digitized by Google

37
5 G
7

Digitized by Google

Digitized by Google

HIERONYMI CARDANI MEDIOLANENSIS PHILOSOPHI AC MEDICI CELEBERRIMI

OPERVM

TOMVS QVARTVS;

QVO CONTINENTVR

ARITHMETICA, GEOMETRICA, MVSICA.

CONTENTORVM HVIVS TOMI SERIEM
Index Titulorum exhibet.

EDITIO VT CÆTERIS ELEGANTIOR ITA ET ACCVRATIOR.



LVGDVNI,
Sumptibus IOANNIS ANTONII HVGVETAN,
& MARCI ANTONII RAVAVD.

M. DC. LXIII.
CVM PRIVILEGIO REGIS.

Digitized by Google

INDEX
Librorum, Tractatuum, & Capitum Tomi Quarti.

I.

De numerorum propreitatibus Caput vnicum.

De proprietatibus vnius numeri & ſecundi. Primo de his quæ ab Ecclide deſcribuntur in ſeptimo & octauo & nono libro ſuorum Elementorum. à fol. 1. ad fol. 13

II.

Practica Arithmeticæ generalis omnium copioſiſſima & vtiliſſima.

CAP. I. *De ſubiectis Arithmeticæ.* fol. 14
2. *De operationibus.* ibid.
3. *De numeratione integrorum.* 15
4. *De fractorum numeratione.* ibid.
5. *De numeratione ſurdorum.* 16
6. *De numeratione denominationum.* 17
7. *De additione integrorum & dicitur ſumma.* ibid.
8. *De aggregatione fractorum.* ibid.
9. *De aggregatione ſurdorum.* 8
10. *De aggregatione demonſtrationum.* ibid.
11. *De ſubſtractione integrorum.* ibid.
12. *De ſubtractione fractorum.* 20
13. *De ſubtractione ſurdorum.* ibid.
14. *De ſubtractione denominationum.* ibid.
15. *De multiplicatione numerorum.* ibid.
16. *De multiplicatione & inſitione fractorum.* ibid.
17. *De multiplicatione ſurdorum.* 22
18. *De multiplicatione denominationum.* 25
19. *De diuiſione numerorum ſimplicium.* ibid.
20. *De diuiſione fractorum.* 26
21. *De diuiſione ſurdorum.* ibid.
22. *De diuiſione denominationum.* 27
23. *De extractione radicum quadratarum & cuborum in ſimplicibus.* 30
24. *De extractione radicum in fractis tàm cubicis quàm quadratis.* 32
25. *De extractione radicum in ſurdis.* 33
26. *De extractione radicum in denominationibus.* ibid.
27. *De integrorum progreſſionibus.* ibid.
28. *De progreſſione fractorum.* 36
29. *De progreſſione ſurdorum.* 37
30. *De progreſſione denominationum.* ibid.
31. *De ſeptem operationibus quæ fiunt ex integris & fractis.* ibid.
32. *De integris & ſurdis mixtis.* 38
33. *De integris & denominatis.* ibid.
34. *De fractis denominationibus miſcendis.* ibid.
35. *De fractis mixtis cum ſurdis.* 39
36. *De ſurdis & denominationibus.* ibid.
37. *De operatione proportionum.* 40
38. *De multiplicationibus & diuiſionibus aſtronomicis.* 42
39. *De ſcientia multiplicationis per memoriam.* 45
40. *De cognitione Iduum, Kalendarum, Nonarum, Feſtorum, Mobilium, Cycli, Aurei numeri, Epactæ, Inditionis, Biſſexti, Locorum Solis & Lunæ, ſine Tabulis, & dicitur Computus maior.* ibid.
41. *De ligationibus Auri, & metallorum.* 48
42. *De proprietatibus numerorum mirificis.* 51
43. *De myſticis numerorū proprietatibus.* 63
44. *De irrationabilibus qualitatibus.* 65
45. *De Regula trium quantitatum.* 66
46. *De Regula 6. quantitatum.* 67
47. *De prima & ſecunda Regula Kataim.* 70
48. *De primis ſimplicibus poſitionibus Algebræ.* 71
49. *De Capitulis compoſitis minoribus.* 72
50. *De tribus modis compoſitis maioribus.* ibi.
51. *De modis omnibus imperfectis.* 73
52. *De Societatibus.* 88
53. *De Societatitibus Beſtiarum.* 90
54. *De penſionibus domorum cum mutuo cenſu.* ibid.
55. *De tranſmutationibus.* 91
56. *De Cambiis.* 94
57. *De redditibus, & recompenſationibus* 101

58. *De ſolutionibus & reductionibus.* 104
59. *De lucris & damnis.* 106
60. *De ratione librorum tractandorum.* 108
61. *De extraordinariis & ludis.* 110
62. *De datis.* 113
63. *De menſuris ſuperficierum.* 114
64. *De menſura corporum.* 127
65. *De ponderibus.* 134
66. *De quæſtionibus Arithmeticis ſuper Capitula præcedentia.* 136
67. *De Geometricis quæſtionibus.* 195
68. *De erroribus fratris Lucæ.* 214

III.

Libellus qui dicitur Computus Minor; à folio 216. ad fol. 220

I V.

Artis magnæ ſiue de Regulis Algebraicis.

LIBER VNVS.

CAP. I. DE *duabus æquationibus in ſingulis Capitulis.* 222
2. *De numero omnium Capitulorum.* 226
3. *De æquationibus Capitulorum ſimplicium.* 227
4. *De ſubiectis æquationibus generalibus & ſingularibus.* 228
5. *Oſtendit æſtimationem Capitulorum compoſitorum minorum, quæ ſunt quadratorum, numeri, & rerum.* 229
6. *De modis inueniendi Capitula noua.* 234
7. *De Capitulorum tranſmutatione.* 236
8. *Docetur æquatio generaliter mediæ denominationis, æqualis extremæ, & numero.* 240
9. *De ſecunda incognita quantitate omnes multiplicata.* 241
10. *De ſecunda quantitate incognita multiplicata.* 243
11. *De Cubo & rebus æqualibus numero.* 249
12. *De Cubo æquali rebus & numero.* 251
13. *De Cubo & numero æqualibus rebus.* ibid.
14. *De Cubo æquali quadratis & numero.* 253
15. *De Cubo & quadratis æqualibus numero.* 254
16. *De Cubo ac numero æqualibus quadratis.* 255
17. *De Cubo quadratis & poſitionibus æqualibus numero.* 256
18. *De Cubo & rebus æqualibus quadratis & numero.* 258
19. *De Cubo & quadratis æqualibus rebus & numero.* 261
20. *De Cubo æquali quadratis rebus & numero.* 262
21. *De Cubo & numero æqualibus quadratis & rebus.* ibid.
22. *De Cubo rebus & numero æqualibus quadratis.* 263
23. *De Cubo quadratis & numero æqualibus rebus.* 264
24. *De 44. Capitulis deriuatiuis.* ibid.
25. *De Capitulis imperfectis & ſpecialibus.* 266
26. *Oſtendit regulas maiores quæ ſunt omnino ſingulares.* 270
27. *De tranſitu Capituli ſpecialis in Capitulum ſpeciale.* 271
28. *De operationibus radicum Pronicarum, ſeu mixtarum, & Allellarum.* 272
29. *De regula modi.* ibid.
30. *De Regulâ aureâ.* 273
31. *De Regula magna.* 275
32. *De Regula æqualis poſitionis.* 276
33. *De Regula inæqualiter ponendi ſeu proportionis.* 278
34. *De Regula medij.* 280
35. *De Regula aggregati.* 282
36. *De Regula liberæ poſitionis.* 286
37. *De Regula falſum ponendi.* ibid.
38. *Quomodo excidant partes & denominationes multiplicando.* 288
39. *De Regula qua pluribus poſitionibus inuenimus ignotam quantitatem.* 293
40. *De modis ſuppoſitionum generalium ad artem maiorem pertinentibus, & regulis quæ extra ordinem ſunt ac æſtimationibus diuerſi generis ab his quæ dicta ſunt.* 300

V.

Ars magna Arithmeticæ.

CAP. I. DE *ſubiectis huius libri in comparatione ad decimum Euclidis.* 303
2. *De inuentione dictarum quantitatum.* 304
3. *De cognoſcendis ſex ſpeciebus Binomiorum & reciſorum.* 307
4. *De modo inueniendi omnia ſex genera Binomiorum & reciſorum.* 308

5. De

Digitized by Google

Index Capitum.

5. De comparatione Binomiorum & Reciſorum ad alias 12. quantitates. 309
6. De multiplicatione omnium Radicum multinomiarum, & etiam diuerſorum generum. 310
7. De diuiſione per multinomia. 311
8 De cubandis Binomiis & Reciſis. 312
9. De cubandis trinomiis & reciſis. ibid.
10. De reducendis Binomiis ad cenſum cenſus & Radicem primam. 314
11. De inſitione Radicum cum facilitate. 315
12. De regulis ſupplementi. ibid.
13. De commenſuratione partium Binomiorum & reciſorum producibilium cum ſuis productis. 316
14. De proprietatibus quadrandi & cubandi binomia & reciſa. 317
15. De quibuſdam quantitatibus proprietatum in generali. 318
16. De proprietatibus quibuſdam quantitatum continuè proportionalium. 319
17. De proprietatibus inſequentibus maioritatem proportionis partium binomiorum, quadratorum cubatorum & reductorum ad cenſum cenſus. 320
18. De aliquibus præmittendis neceſſariis. 322.
19. De proprietatibus tertiĳ & ſexti binomĳ & reciſi, & inhabilitate ad capitula. 323
20. De numero capitulorum quærendorum. 324
21. De permutatione capitulorum inuicem. 326
22. De examine primi, ſecundi, quarti & quinti binomĳ cum ſuis reciſis. 330
23. De examine binomĳ, cubici, & ſui reciſi. 334
24. De examine reciſorum cubicorum mixtorum, & ſuorum binomiorum. 335
25. De examinatione trinomiorum vtilium cum ſuis reciſis. 336
26. De reliquis ſpeciebus binomiorum, & quadrinomiorum, mutilium ad capitula Algebra, & de reciſis eorum. 338
27. De modis inueniendi capitula noua. ibid.
28. De capitulo generali cubi, & rerum æqualium numero, Magiſtri Nicolai, Tartaliæ, Brixienſis. 341
29. De cubo æquali cenſibus, & numero generali. 343
30. De capitulo generali habente tantùm vnam exceptionem, quando cubus æquatur rebus & numero. ibid.
31. De capitulo & regulis particularibus cubi æqualis rebus & numero. ibid.
32. De capitulo cubi & cenſus æqualium numero, & eſt generale, habens vnam exceptionem, tantum. 344
33. De regulis particularibus cubi & cenſuum æqualium numero. 346
34. De regula generali cubi & numeri æqualis rebus. 347
35. De regulis particularibus cubi & numeri æqualium rebus. 348
36. De capitulo vniuerſali cubi & numeri æqualium cenſibus. 350
37. De regulis particularibus cubi & numeri æqualium cenſibus. ibid.
38. De æquationibus cen. cen. rerum & numeri. 352
39. De æquationibus capitulorum quadrinomiorum & quinomiorum. ibid.
40. De capitulis deriuatiuis vel aſſimilatis. 356

V I.

De Regula Aliza Libellus.

CAP. I. DE ſuppoſitis ac modis. 377
2. De regulis ſpecialibus cap. 25. artis magnæ cubi, æqualis rebus & numero. 378
3. De modo inueniendi quantitates, quæ ſeruiunt capitulis per producta vnius partis in aliam, & quadratum differentiæ partium. 379
4. De modo redigendi quantitates omnes quæ dicuntur latera prima ex decimo Euclidis in compendium. 380
5. De conſideratione binomiorum & reciſorum continentium figuram rheten, vbi de æſtimatione capitulorum. 383
6. De operationibus p. & m. ſecundum communem vſum. 384
7. De examine æſtimationum ſumptarum ex regula ſecunda & tertia ſecundi capituli. 385
8. De natura laterum parallelipedorum. ibid.
9. Quomodo ex quacunque linea conſtituantur duo parallelipeda non maiora quarta parte cubi lineæ propoſitæ. ibid.
10. Quomodo conueniant partes cum linea propoſita in parallelipedo. 386
11. Partes cubi quot & quæ, & de neceſſitate illarum, & quæ incommenſa. 387
12. De modo demonſtrandi geometricè æſtimationem cubi & numeri æqualium quadratis. 389
13. De inuentione partium trinomĳ cubici quod cubum producit, cum duabus partibus tantùm cubicis. 390

14. De inuentione generis æſtimationis. 391
15. De inuentione partium rei per partes cubi. 392
16. Quod quadrinomij ex radicibus cub. cubus ad tres partes, quarum duæ ſint tantum ℞. cubæ reducitur ad longè plures. 393.
17. Quot modis numerus poſſit produci ex non numero. ibid.
18. Quod vltima diuiſio cubi non ſatisfacit capitulo propoſito. 394
19. Quod vbi æſtimatio ſatisfacit, quouis modo diuidatur cubus, ſatisfacit, ſi non non. 396
20. Data linea quomodo quadrifariam diuidatur in duas partes, vt ſit proportio vnius ad productum totius in alteram data. ibid.
21. Demonſtratio oſtendens æquationis neceſſitatem. 398
22. De contemplatione p. & m. & quod m. in m. facit m. & de cauſis horum iuxta veritatem. ibid.
23. De examine capituli cubi, & numeri æqualium rebus. 400
24. Demonſtratio oſtendens quod caput nullum præter inuenta, generale ſciri poteſt. 402
25. De examine tertiæ regulæ capituli 25. Artis magnæ. 403
26. De propoſitione cubi æqualis quadratis, & numero ad cubum, cum numero æqualem quadratis. 404
27. De æſtimatione data, vt inueniatur numerus æquationis. 405
28. Quod in propoſito capituli 26. perueniatur ad cubum, & res æqualia numero. 406.
29. De comparatione capitulorum cubi & rerum æqualium numero, & cubi & numeri æqualium totidem rebus. 407
30. Qualis æqualitas cuborum partium lineæ diuiſæ. ibid.
31. De æſtimatione generali cubi æqualis rebus, & numero ſolida vocata, & operationibus eius. 408
32. De comparatione duarum quantitatum proportionem partium. 409
33. De duplici ordine quatuor quantitatum homologarum eiuſdem proportionis ad duas alias. ibid.
34. De triplici diuiſione duarum quantitatum in mutuam reduplicatam. ibid.
35. De ſex proportionibus mutuis reduplicatis, quæ oriuntur ex additione vnius quantitatis ad vnam aliam & duabus inutilibus. 410
36. De diuidendis duabus lineis æqualibus ſecundum proportionem mutuam reduplicatam datam. 411
37. De ſex comparationibus quatuor quantitatem reduplicatæ proportionis. ibid.
38. De confuſa quantitatum mutuarum in proportione reduplicata comparatione. 412
39. De diuidendis duabus lineis notis ſecundum proportionem mutuam reduplicatam iuxta partes datas. ibid.
40. De tribus neceſſariis quæ prætermittere oportet ad inuentionem. 415
41. De difficillimo problemate, quòd facillimum videtur. 418
42. De duplici æquatione comparanda in capitulo cubi & numeri æqualium rebus. 419
43. De comparatione numeri æquationis ad partes numeri rerum. 420
44. Quomodo diuidatur data linea ſecundum proportionem habentem medium, & duo extrema in corporibus. ibid.
45. Quomodo partes diuiſæ lineæ corporibus & quadrati inuicem comparentur. ibid.
46. Quomodo propoſito rectangula & cubis laterũ eius habeamus totum cubum. 421
47. Quòd diuiſa ſuperficies ſeu latera habet maiora latere totius. 422
48. De quadratorum quantitate & mutuis corporibus cognitis. ibid.
49. De quibuſdam æquationibus, & modis extra ordinem. 423
50. De ſolidis radicibus & earum tractatione. ibid.
51. Regula quædam ſpecialis atque item modus tractationis ſubtilis. 424
52. De modo omnium operationum in quantitatibus medio modo notis. 425
53. De diligenti conſideratione quorundam ſuperius dictorum. ibid.
54. De perpetua additione quantitatum. 426
55. Quæſtio generaliſſima, per quam ex tribus conditionibus vniuerſalibus ad vnam deuenimus quantitatem ſpecialem, & eſt admirabilis. 427
56. De duabus quæſtionibus pulchris ſed impertinentibus. 428
57. De tractatione æſtimationis generalis capituli cubi æqualis rebus & numero. 430
58. De communi quantitate duabus incommenſis, quot modis dicatur. 431
59. De ordine & exemplis in Binomij ſecundo & quinto. ibid.
60. Demonſtratio generalis capituli cubi æqualis rebus & numero. 432

Index Capitum.

VII.

Sermo de plus & minus. à fol.435.ad fol.439

VIII.

Ençomium Geometriæ. à fol.440.ad fol.445

IX.

Exæreton Mathematicorum. à fol.446.ad fol.603

X.

Operatione della linea. à fol.602.ad fol.620

XI.

Della natura de Principij & regole muſicali. à fol. 621. ad finem huius Tomi.

HIERONYMI
CARDANI,
DE NVMERORVM PROPRIETATIBVS LIBER VNICVS.

CAPVT PRIMVM.

DE PROPRIETATIBVS VNIVS NVMERI & Secundi. Primò, De his quæ ab Euclide deſcribuntur in Septimo & Octauo & Nono Libro ſuorum Elementorum.

1 NVMERORVM alij dicuntur primi qui à nullis aliis numerantur vt 7 & 43. alij compoſiti vt 10 quia ab aliis numerantur vt à 2 & 5 nam ducto 2 in 5 fit 10. Hoc autem in tractatu de integris declaratum eſt. Compoſitorum quidam ſuperficiales vocantur qui à duobus producuntur vt 10 à 2 & 5 & 36 à 18 & 2 vel à 3 & 12 vel à 4 & 9. alij ſolidi cum componuntur ex tribus vt idem 36 cum componitur ex 6. & 3. & 2. nam ducto 3 in 6 fit 18. & ducto 8. in 2 fit 36. Igitur omnis ſolidus poteſt eſſe ſuperficialis non autem omnis ſuperficialis ſolidus. Nam 10 nullo modo poteſt dici ſolidus. Quidam vero numeri ex pluribus quam quatuor componuntur vt 120. ex 5.4.3.2. Sed hoc non conſiderat Euclides quia in continuis nihil eſt vltra corpus & hoc non intelligitur habere pluſquam tres demonſtrationes. Ideo finis Euclidis eſt in numeris ad ſolidos velut in continuis ad corpora. Superficialiũ & ſolidorum quidam ex æqualibus numeris conſtant & vocantur Quadrati. Si ſint ſuperficiales aut cubi ſi ſint ſolidi 4 igitur eſt Quadratus: conſtat enim ex 2 in 2 & 9 eſt quadratus: conſtat enim ex 3 & 3 & 36 vt conſtat ex 6 in 6 eſt etiam quadratus, vt verò conſtat ex 3 in 12 eſt contentus ſub genere communi, id eſt vocabitur ſuperficialis. Et ita 5 eſt cubus conſtans ex 2 & 2 & 2. & 27, cubus ex 5 & 3 & 3, conſtans & 64 cubus, ex 4 & 4 & 4, vt vero conſtat ex 24.8. non eſt cubus ſed ſolidi nomine tantum nuncupatur, vt vero conſtat ex 32 & 2 dicitur ſuperficialis, vt vero conſtat ex multiplicatione 8 in 8 dicitur quadratus. Item igitur numerus quandoque poteſt dici cubus & quadratus & ſolidus purus & ſuperficialis purus: numeri vero æquales producentes ſolidos cubos vocantur latera cubica ſeu radices cubicæ. Et producentes quadratos ſuperficiales latera vel radices quadratæ.

Oſiander vero conatus eſt omnes numerorum ſpecies ad Euclidis ordinem reducere & pro illo intelligere decet primum ſtatui latus ſecundum quadratum, tertium cubum, quartum quadratum ſuperficialem, 2

5	1	Vnitas.
p	2	Latus.
2	4	Quadratus.
3	8	Cubus.
4	16	Quadratus ſuperficialis.
5	32	Superficialis oblongus.
6	64	Cubus Quadrati.
7	128	Solidus oblongus.

8	256.	Quadratus.	2ª
9	512.	Cubus	2ª
10	1024.	Quadratus Superficialis	2ª
11	2048.	Superficialis Oblongus	2ª
12	4096.	Cubus Quadrati	2ª
13	8192.	Solidus Oblongus	2ª
14	16384.	Quadratus	3ª
15	32768.	Cubus	3ª
16	65536.	Quadratus Superfic.	3ª
17	131072.	Superfic. Oblongus	3ª
18	262144.	Cubus Quadrati	3ª
19	524288.	Solidus Oblongus	3ª

id eſt qui etiam inæqualibus componitur: nam primus quadratus eſt purus ſi ſit latus eius numerus, quintum ſuperficialem oblongum, ſextum cubum Quadrati, ſeptimum ſolidum oblongum, & poſt hos ſeptem recurrunt alij ſex eodem ordine vſque ad trigeſimum, & poſt rurſus alij ſex eodem ordine vſque ad decimum nonum, & ſic in infinitum vt in figura. Qui ergo locantur in ſecundo ordine vocantur ſecundi qui in tertio autem vocantur tertij vt cubus tertius & cubus quadratus tertius, id eſt antè quem verſus vnitatem ſunt duo alij eiuſdem generis Cubus autem quadratus eſt cubus alicuius numeri ſemper quadrati aut quadratus alicuius cubi. Sed ſuperficialis oblongus eſt qui eſt ante cubū quadrati proximus: & ſolidus oblongus qui ſubſequitur, & non ſeruant ordinem vt poſſint eſſe Relati primi vel ſecundi: quia 2048 non eſt relatum alicuius numeri, ſed 1024 qui eſt ante eum. Oportet igitur in hoc ſeruare regulas poſitas in tertio & quarto libro ſeu in libris de numeris irrationalibus & denominationibus. Hæc tamē regula deſeruit vltra id quod vidiſti ad quatuor & quinque, ad multiplicationem. Nam in ea adde numeros inuicem ordinis & coniunctus eſt numerus producti Exemplum volo ducere ſolidum oblongum in quadratum ſuperficialem, addo 7 & 4 numeros ordinis illorum fit 11 numerus ſuperficialis oblongus ſecundus, oſtendit autem hoc quod ſi ducas 128 in 16 fit 2048. In Diuiſione vero ſufficit detrahere numerum diuiſoris à diuidendo & relictus eſt numerus prodeuntis. Exemplum volo diuidere cubum quadrati tertium per ſolidum oblongum ſecundum detraho 13 & 18 relinquitur 5 numerus ſuperficialis oblongi. Et ſic etiam diuiſo 262144 per 8192 exit 32. In inuentione autem lateris & eſt tertia vtilitas cuius ordinis pro quadrato deinde per 2 pro cubo per 3 pro cubo quadrati per 6 numerum ordinis & exibit numerus ordinis lateris. Exemplum volo latera quadrata cubica, & cubica quadrata cubi quadrati ſecundi eius numerus eſt 12 diuido per 2, per 3, & per 6 exeunt 6 pro latere quadrato, & 4 pro cubico, & 2 pro cubico quadrato igitur latus quadratum eius eſt cubus quadrati primus & latus cubicum eſt quadratus ſuperficialis primus & latus quadratum cubicum eſt quadratus primus qui eſt indirecto 2 prodeuntis. Et ſic latus quadratum 4096 eſt 64 etiam & cubicum eſt 16 & quadratum cubicum 4. Quarta vtilitas eſt quod per hoc hoc poſſum ſcire qualis naturæ ſit quilibet numerus habito ordine, nam ſi maior ſit ſenario talis. Diuide per 6 & ſi nihil remanet eſt cubus quadrati. Si remanet 1. ſolidus eſt oblongus, ſi 2. quadratus, ſi 3. cubus, ſi 4. quadratus ſuperficialis, ſi 5. ſuperficialis oblongus, ſi 6. vero & nos addimus 11 cuius ille non meminit in ſua exempla & eſt quod poſſum ſcire quot quadrata præceſſerint, vel cubi quadrati. In quadratis prouenienѕ per 2 oſtendit facta diuiſione quadrata & per 3 cubos, per 6 cubos quadratos, exemplum volo ſcire 4. 5. numerum in ordine qualis ſit & quot illum præcedant numeri quadrati cubi & quadrati cubi. Diuido eum per 6. & relinquitur 3. igitur ipſe eſt cubus & quia ex tali diuiſione prouenit 7. ante eum ſeptem quadrati cubici erunt. Diuido etiam per 3. exit 15. & decimus quintus numerus eſt eius latus cubicū & ipſe etiam eſt quintus decimus cubus eius ordinis numerorum diuido etiam 45. per 2 & exeunt 22 & tot præceſſerunt numeri quadrati poſito latere numero primo.

Compoſiti igitur numeri aut æquales 3
ſunt ſuis numeratoribus vnitate computata & vocantur, perfecti vt 6. qui eſt æqualis 3.2.1. pariter acceptis à quibus numerantur & 28 qui eſt æqualis 14.7.4.2.1. numeratoribus ſuis. Quorum vero numeratores iuncti maiorem conficiunt numerum ipſo numerato: eorum nomen eſt ſuperabundans ſeu abundans, vt 12 quia 6.4 & 3 & 2 & 1 numeratur qui conficiunt 16 maiorem 12. Si vero minor ſit qui conficitur ex numeratoribus ipſo numerato dicitur numerus ille diminutus, vt 10 qui numerantur à 5 & 2 & 1 qui iuncti faciunt 8 minorem ipſo 10.

Omnis numerus numeratus ab abundan- 4
ti vel perfecto eſt abundans, vt 12 & 56. nam ſi 6. eſt perfectus igitur æquatur partibus ſuis, quare cum ille numeret numerum numeratum a. b. ſecundum eum numerum ſecundum quem numerabant 6. ductum in illum ſecundum quem 6 numerat ſuum multiplicem: & ideo quilibet illorum eſt eadem pars producti qualis eſt prior numerus numeri perfecti: ſequitur vt ex illis ſolis deficiat quartum multiplex ab vnitate. Sed ei ſuperadduntur multiplex & numerus perfectus loco eius, & etiam ipſæ partes

6——7——42
3. 2. 1. 21.14.
3.2.1.
7
6
54.

Igitur abundat exemplum capio 42 qui producitur ex 7 in 6 numerum perfectum igitur ſicut 3 & 2 faciunt $\frac{5}{6}$ de 6 ita ducto 3 & 2 in 1, fiunt 21 & 14, qui ſunt $\frac{5}{6}$ de 42 deinde ſupereſt ad complendum $\frac{1}{6}$ de 42 minus vnitate, ſed $\frac{1}{6}$ de 42 eſt 7. ex ſuppoſito, igitur cum 7. iam & ipſe numeret: ipſæ partes iam æquantur 42, ſed cum hoc ſupereſt ipſe numerus perfectus cum ſuis numeratoribus igitur 42 eſt abundans.

Corollarium

Corollarium ex hoc patet quod quilibet numerus numeratus à numero perfecto ſecundum aliquem numerum primum abundat in duplo numeri perfecti ipſius ſecundum numeratores ab ipſo numerato, vbi talis numerus primus non ſit ex numeratoribus numeri perfecti. Exemplum 30 numeratur à 6 perfecto per 5 numerum primum qui non numerat 6 dico quod partes numerantes ipſum conficiunt 42. Id eſt duplum numeri perfecti plus ipſo numero numerato & ita 140 qui producitur ex 28 perfecto in 5 primum non numerantem 28 perfectum numerabitur à partibus conficientibus 196 quod eſt 56 plus numerato. Corollarium ſecundum ſequitur etiam vt nullus numerus perfectus ab alio perfecto numero poſſit numerari. Nā qui numeraretur ex regula abundans eſſet non igitur perfectus, de compoſito autem demonſtratio clara eſt.

5 Perfecti vero numeri creatio clara eſt vltima noni Elementorum Euclidis ſume quotlibet numeros ab vnitate in continua proportione duplo ſic vt aggregatum illorum

1
2 1
4—7—28. 2
4
8
16—31—496.

faciat numerum primum. Tunc vltimus illorum in aggregatum ductus producit perfectū velut in exemplis vides, nam 7. aggregatum primi exēpli eſt numerus primus, ideo ductus in 4 producit 25 perfectū & in ſecundo exemplo 31 eſt numerus primus & eſt aggregatū 1.2.4.8.16. ideo ducto 31 in 16 maximum ex his producitur 496 perfectus numerus. Corollarium ex hoc ſequitur quod maximi numeri in proportione dupla cum terminetur in 2 vel 4 vel 6 vel 8 vel nunquam inuacuam notam, id eſt in 0 cæterum cum maximus in 2 aggregatum terminatur in 3 cum autem in 4 terminatur maximus numerus, aggregatum terminatur in 7. cum autem in 6 terminatur maximus numerus, aggregatum terminatur in 1. & cum maximus numerus terminatur in 8 ag-

2. 4. 6. 8.
3. 7. 1. 5.
6. 8. 6.

gregatum terminatur in 5, ſed terminatorum in 5 nullus poteſt eſſe primus niſi 5 vt 15 & 25, nam numerantur a. 5. igitur omnes perfecti producuntur ex numeris terminatis in 3 & 2 vel in 6 & 1 vel in 4 & 7, ſed ex 2 in 3 & ex 6 in 1 fit 6 & ex 4 in 7 fit 8 igitur omnes numeri perfecti neceſſario terminantur in 6 vel 8 & procedunt alternando ſemper, item ferme vnus inuenitur in ſingulis productis à 10. ſeu inter numeros continuè proportionales in proportione decupla, vt inter 1. & 10 inuenitur 6 inter 10 & 100. habemus 28. inter 100 & 1000 eſt 496 inter 1000 & 10000 habemus 8128. Sed quia regula hæc non eſt omnino generalis, ideo eſt parui momenti.

6 Omnis numerus ex ſerie aliqua continuæ proportionalium ab vnitate, cuius proximus ab vnitatete primus fuerit eſt numerus diminutus. Et partes illū numerantes ſic habentur detrahe vnitatem à proximo, & etiam à numero propoſito & diuide reſiduum maius per minus quod exit eſt aggregatum partium numerantium. Exemplum ſit 2187 ex ſerie

1
3 2
9
27 2186
81 2
243
729 1093
2187

conſtitutorum in tripla proportione ab vnitate, & quia proximus ab vnitate eſt 3 numerus primus dico 2187. eſſe diminutum. Vt autem ſcias numeros à quibus numerantur detrahe. 1. ex 3 fit 2 detrahe. 1. ex 2187 fit 2186. diuide 2186 per 2 exit 1093 & omnes numeri numerantes 2187 iuncti faciunt 1093.

Omnis numerus productus ex duobus numeris primis eſt diminutus vel perfectus & numerātes ipſi ſunt aggregatū ex duobus primis addita vnitate velut. 35. producitur ex 7 & 5 numeris primis ideo 35 ſunt iūcti 13, id eſt vnitate plus aggregato illorum duorum productiuo, declaratum enim eſt in tractatu de integris quod numeri primi ſunt inuicem primi. 7

Cum aliquis numerus producitur ex duobus numeris ad inuicem primis altero primo altero compoſito. Tunc aggregatum numerorum numerantium numerum productum conſtat ex producto numerantium compoſitum, in 1 p. numero primo, addito ipſo numero compoſito, exemplum 60 producitur ex 5 & 12 inuicem primis & 5 eſt primus & 12 compoſitus, volo ſcire aggregatum numeratum 60. 8

60
5—12
6—16—96—100

12
3—4
4—3—12—16

quæro aggregatum numerantium 12 vt docebo, nunc & eſt 16 duco igitur 16 in 1 p. quam ſit 5 fit 96. nam p. de 5 eſt 6 ad 96 ipſum 12 fit 108 aggregatum numerorum numerantium 60. & ſimiliter volo numeros numerantes. 12. ipſe producitur ex 3 & 4 inuicem primis quorum 3 eſt primus & 4 eſt compoſitus. Igitur ex ſexta regula aggregatum numerantium 4 eſt 3 nam 4 numeratur à 2 & 1 addi igitur 1. ad primum 3 fit 4 duco in 3 aggregatum numerantium 4 fit 12 addo compoſitum numeratorem fit 16 aggregatum numerantium 12 quod eſt propoſitum.

Cum vero aliquis numerus producitur ex duobus numeris quorum vnus aliū numerat & eſt primus tunc ſciemus aggregatum numerantiū productum ducto numero primo producente in aggregatum numerantiū compoſitum & addendo omnes numeros numerantes cōpoſiti qui non numero à primo. 9

Exemplum volo numeros numerantes 200 hic non poteſt diuidi ſub Ratione præcedentis regulæ. Nam ſi diuiditur per 25 & 8 quamuis ſi ſint inuicem primi, vterque tamen eorum eſt compoſitus. Ideo aſſumo 5

200
40 — 5
50 — 250
8
4
2
1
265

& 40. & quia 5 numerat 40 quæro primo per præcedentem regulam aggregatum numerorum numerantium 40 quod inuenio eſſe 50 duco in 5 fit 250, huic addo omnes numeros numerantes 40 qui non numerãtur a 5 & ſunt 8. 4. 2. & 1. qui iuncti faciunt 15 addito igitur 15 ad 250 fit 265 aggregatum numerorum numerantium 200. vt patet. Corollarium ex hoc patet modus propoſito quouis numero ſciendi à quot numeris numeratur. Id eſt ſciendi aggregatum numerantium illum. Nam ex libro de integris ſcies primo an ſit primus vel non. Deinde ſi compoſitus quis ſit maximus numerans illum ex primis quo inuento ſi numerat illum ſecundum alium numerum primum, vt 341 qui producitur ex 11 in 31 ſcis aggregatum per ſeptimã regulam. Si vero numerat ſecundum compoſitum numerum, at non numeratũ ab eo, vt 280 cum producatur ex 7 in 40 vel ex 5. in 56 ſcies aggregatũ per octauã regulam. Nam aggregatum de 40 eſt 50 igitur aggregatum de 250 eſt 440. Si vero numerat ſecundum numerum ab eo numeratum habes aggregatum per hanc regulam. Horum autem trium vnum euenire neceſſe eſt dicente Euclide omnis numerus vel eſt primus vel ab aliquo primo numeratur.

10 Compoſiti numeri ſimiles dicuntur cum producentes illos in eadem Ratione fuerint: ſuperficiales ſi à duobus, ſolidi ſi à tribus. Velut 6 producitur ex 2 & 3, qui ſunt dimidium 4 & 6 producentium 24 igitur 6 & 24 dicuntur ſuperficiales ſimiles eadem ratione 24 & 3000. ſunt ſolidi ſimiles, quia latera 24 ſunt quinta pars referendo ſingula ſingulis laterum 3000

6 — 2 — 3
24 — 4 — 6

24. 2. 3. 4.
3000. 10. 15. 20.

& ſunt tria vtrinque vt vides. Et nota quod 2 & 8 ſunt ſuperficiales ſimiles quia latera 2 ſunt 2 & 1 & latera 8 ſunt 4 & 2, & ratio laterum eſt vtrinque dupla & ſimiliter 2 & 16 ſunt ſolidi ſimiles, nam latera 2 ſunt 2. 1. 1. & latera 16. ſunt 4. 2. 2. & proportio vtrinque dupla.

11 Quilibet numeri ſimiles ſuperficiales ſunt in proportione duorum quadratorum: & etiam conuerſo modo qui ſunt in proportione duorum quadratorum ſimiles ſunt. Et ſimiliter quilibet ſimiles numeri ſolidi ſunt in proportione cuborum: & etiam conuerſo modo qui ſunt in proportione cuborum ſunt ſimiles. Exemplum habes in ſuperficialibus proportio 24 ad 6. eſt vt 4 ad 1 quadrati ad quadratum. Et proportio 3000 ad 24 eſt vt 125 cubi ad 1. Cubum Corollarium ex hoc patet quod diuiſo ſuperficiali per ſuperficialem ſimilem exit numerus quadratus: & diuiſo ſolido per ſolidum ſimilem exit cubus: & etiam conuerſo modo. Vt ſi ex diuiſione duorum numerorum proueniat quadratus ſuperficiales ſunt ſimiles: ſi autem cubus ſolidi ſimiles erunt exemplum habes in regula. Corollarium 2. ex hoc cognoſcuntur numeri quilibet an ſint ſuperficiales, an ſolidi ſimiles diuidendo maiorem per minorem vel minorem per maiorem. Quamquam enim proueniat fractus tamen videatur quod dictum eſt, ſed non ad intentionem Euclidis: Verum Euclides poſuit hanc regulam: ſed ſub aliis verbis.

Cum diuiſi ſint duo numeri ſuperficiales aut ſolidi ſimiles per eundem numerum & ex diuiſione ſuperficialis vnius prouenerit quadratus vel ex diuiſione ſolidi cubus: erit quod prouenit ex diuiſione alterius ſuperficialis quadratus vel ſolidi etiam cubus. Exemplum diuidantur 24 & 6 per 6 & proueniant 4 & 1 dico quod ſi 4 eſt quadratus 1 etiam eſt quadratus. Et ſi diuiſis 24 & 3000 per 3 exeunt 8 & 1000 quod ſi 8 eſt cubus etiam 1000 eſt cubus & ſic Euclides omnes numeros fractos deuitat. Ideo 54 & 16 ſunt ſolidi ſimiles quod patet facta diuiſione per 2. & ſi dicas 16 diuiſus per 16 producit cubum: & 54 diuiſus per 16 non producit cubum? Reſpondeo quod prouenit cubus, ſed non integer. Euclides autem ſupponit quod ex vtriuſque diuiſione integer numerus proueniat. 12

Omnes duo ſuperficiales ſimiles numeri inuicem ducti quadratum producunt. Et omnes duo numeri producentes quadratum ſunt ſuperficiales ſimiles. Exemplum 6 in 24 producit quadratum 144 & ſi ex 2 in 72 producitur 144 quadratus 2 & 72 neceſſariò ſunt ſuperficiales ſimiles. Hæc autem regula in ſolidis comparatis ad cubos vera non eſt. Corollarium diuiſo igitur quadrato numero per alium quempiam producetur illi ſimilis vt diuiſo 81 per 3. exit 27. & ſicut 3 producitur ex 3 in 1 ſic 27 ex 9 in 3 eſt autem laterum ratio tripla. 13

Proportio ſuperficialium ſimilium eſt vt laterum duplicata: ſolidorum autem triplicata velut proportio 24 ad 6 eſt quadrupla & laterum dupla & proportio 150 ad 6 eſt vt laterum duplicata, nam laterum proportio eſt quintupla ſuperficialium autem ipſorum viginti quincupla. Nam quin- 14

25 (150 — 15 — 15 / 6 — 3 — 2) 5

tupla in ſe ducta viginti quincuplam producit, vt in tractatu de proportionibus oſtendimus. Et ſimiliter in cubis & ſolidis proportio 27 ad 8 eſt, vt 3 ad 2 triplicata & 3000 ad 24 vt 10 ad 2 vel 15 ad 3 vel 20 ad 4 triplicata. Et hoc eſt quoniam proportio laterum eſt quincupla & ſolidorum centum viginti quincupla.

Inter

15 Inter quoſlibet duos ſuperficiales ſimiles vnus cadit medius proportionalis. Et ſi cadit ſunt ſuperficiales ſimiles. Et inter quoſlibet duos ſolidos ſimiles cadunt duo numeri in continua proportione: & ſi cadunt ſunt ſolidi ſimiles. Exemplum ſuperficialium, inter 72 & 2 cadit 12 inter 6. & 24 etiam cadit. 12. inter 24 & 3000. cadunt 120 & 600, vt vides à latere. Et ita ſi 12 cadit medius inter 24 & 6. erunt

24. 12. 6.

24. 120. 600. 3000.

24 & 6 ſimiles ſuperficiales. Et ſi inter 24 & 3000 cadunt 120 & 600 in continua proportione erunt 24 & 3000, ſolidi numeri & ſimiles. Corolarium & medius inter ſuperficiales eſt latus producti vnius in alterum, vt medius inter 6 & 24 eſt 12 latus 144 producti 6 in 24. in ſolidis autem nunc dicam.

16 Cum fuerint duo ſolidi ſimiles ex ductu cuiuſlibet illorum in quadratum alterius producitur cubus. Et ſi cubus producatur ex ductu vnius in quadratum alterius erunt ſolidi, hi ſimiles & radices horum cuborum ſunt illi duo numeri medij proportionales de quibus in præcedente regula diximus. Et hæc regula non eſt Euclidis, ſed eam addidimus propter ſimilitudinem. Exemplum igitur ſint vt dictum eſt 16 & 54 ſolidi ſi-

16. 54.
256. 2916.
13824 46656
24 36

miles & fiant quadrata illorum 256. & 2916 & ducantur hæc in ſolidos mutuo, id eſt 256 in 54 & 2916 in 16 & producatur 13824 & 46656. dico quod hi ſunt cubi. Et eorum radices cubicæ quæ ſunt 24 & 36 ſunt mediæ in continua proportione inter 16 & 54, & hæc regula 13. regulæ reſpondet.

17 Si duo numeri ſimiles ſolidi ſuperficialéſve per eundem numerum producantur aut diuidantur qui prodibunt erunt ſimiles eodẽ modo, id eſt ex ſuperficialibus ſuperficiales, ex ſolidis ſolidi. Hæc ab Euclide non ponitur, ſed tamen pendet vt diuiſo 3000 & 24 per 4 exeunt 750, & 6 ſolidi ſimiles ducto etiam 4 in 3000 & 24 producuntur 12000 & 96 ſolidi ſimiles. Sic diuiſis 24 & 150 ſu-

Solidi.
3000 24
4
750 6
12000 96

Superficiales.
24 150
2
12 75
48 300

perficialibus ſimilibus per 2. prodeunt 12 & 75 ſuperficiales ſimiles & ducto. 2. in 24 & 150 producuntur eadem ratione 48 & 300 ſimiles ſuperficiales.

Omnes duo numeri ſimiles vni alij eadem ratione inter ſe ſimiles erunt, ſeu ſuperficiales, ſeu ſolidi velut 6 & 96 ſunt ambo ſimiles 24 vt ſuperficiales, igitur etiam inter ſe ſimiles erunt ſuperficiales, & 192 & 3000 ſunt ſimiles ambo ad 24, vt ſolidus eſt igitur & ipſi inter ſimiles erunt ſolidi. Hanc etiam Euclides non demonſtrauit. 18

Numeri omnes ſimiles ſuperficiales ſolidiue niſi fuerint quadrati vel cubi ſunt inuicẽ compoſiti. Nam ſi vnus alium numerat compoſiti ſunt per Euclidem. Si non ſuperficiales ſunt in proportione duorum quadratorum per 11. regulam à quibus ſecundum vnum numerum numerantur. Numerus igitur ille ambos numerat igitur ſunt inuicẽ compoſiti patet hoc ex dictis ibi & in 12 regula, nam 75 & 12 ſunt tripli 4 & 25 quadratorum, & 750 & 6 ſunt ſexcupli ad cubos igitur ambo numerantur a 6. ideo ſunt inuicem compoſiti vel aliter quia Euclides demonſtrat, quod quatuor numeri primi non poſſunt eſſe proportionales: igitur duo ſunt compoſiti ſaltẽ & ideo numerãtur à primis eiuſdẽ proportionis. 19

Duobus numeris contra ſe primis tertius non poteſt in continua illorum proportione conſtitui, vt cum 5 & 7. nec cum 5 & 12. nec cum 4 & 9. In medio tamen poteſt. 20

Omnis numerus numerans totum & detractum numerat reſiduum, vt 3 numerat 105 & 21 igitur numerabit etiam 84. 21

Par numerus cum in duos diuiditur ambo ſunt ſimiles in hoc, id eſt vterque par eſt vel vterque impar. Impar vero cum diuiditur in duos diuiditur diſſimiles in imparem & parem. Vt 10 quia eſt par cum diuiditur in 7 & 3 diuiditur in duos impares: cumque in 6 & 4 in duos pares, ſed 9 cum diuiditur in 7 & 2. vnus eſt par alter impar: Par tres habet ſpecies pariter parem & eſt qui à ſolo binario, vt numero primo diuidi poteſt, & eſt ex ſerie continue proportionalium in proportione dupla, vt 2.4.8. pariter impar cuius dimidium eſt impar, vt 10 & 50. impariter par cuius dimidium eſt par: ſed non licet diuidendo vſque ad vnitatem deſcendere, vt 12 & 28. 22

Adiacent huic ſumptæ etiam ex Euclide conſimiles quædam regulæ. Et eſt quod producti ex primis numeris ſunt primi ad omnes exceptis producentibus, & his quos numerãt vt 35 productus ex 7 & 5 eſt primus ad omnes numeros quos nec 5 nec 7 numerant. 23

Omnis numerus minimus numeratus ab aliquot numeris primis numerat omnes numeros ab eiſdem numeratos. Exemplum 105 numeratus à 7. 5. 3. numerat 210. & 315. quos illi numerant. Et hoc quia 105 eſt minimus ab illis numeratus. 24

Omnes numeri inuicem primi, ſunt in ſua proportione minimi, vt 35. & 52. & 5. & 7. 25

Numeri compoſiti inuicem non ſunt in ſua proportione minimi: ſed à minimis ſuæ proportionis numerant. Vt 140. 100. 36. 24. compoſiti inuicem, quia 4. omnes eos numerat numerantur æqualiter à 35. 25. 9. 6. minimis ſuæ proportionis. 26

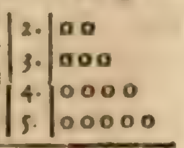
27 Omnes numeri quorum differentia eſt numerus primus ſunt adinuicem primi: niſi numerus ille numeret ambos, exemplum 52 & 35, differunt in 17. numero primo & 17 non numerat 35 igitur 35 & 52 ſunt inuicem primi, omnes igitur numeri vnitate differentes ſunt inuicem primi.

28 Si duo numeri differant per numerum compoſitum & alter eorum differentiæ communicet illi erunt inuicem compoſiti, vt 48 & 30 differunt in 18, qui eſt compoſitus ad 30 ideo 30 & 48 ſunt inuicem compoſiti. Vbi autem 18 non eſſet iſtorum, differentia tunc non ſequitur. Vt 15 eſt compoſitus ad 8 & 15 qui tamen inter ſe ſunt primi.

De eiſdem numeris ſecundum Boëtium.

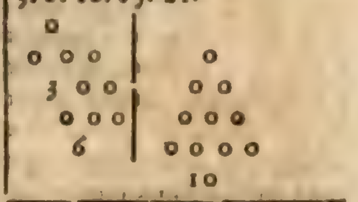
29 Numeri ſolidi ſuperficialeſque apud Boëtium alia intelliguntur ratione quam apud Euclidem. Nam quadrati & cubi apud Boëtium à forma dicuntur: apud Euclidem autem propter multiplicationis genus, ideo apud Boëtium etiam numeri primi poſſunt eſſe ſuperficiales & ſolidi & pentagoni ac pyramidales. Linearis itaque quilibet numerus qui Figura non conſtituit & ſic omnes numeri lineares dici poſſunt. Solus autem binarius ſic linearis eſt quod non poteſt eſſe ſuperficies Exemplum habes in Figura.

30 Superficialium quidam ſunt trigoni quidam quadrati, alij pentagoni, alij exagoni. Trigoni igitur creant ſic conſtituta naturali



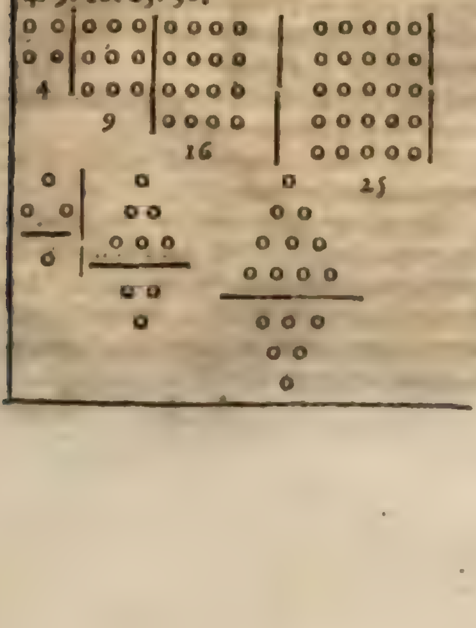
numerorum ſerie iunge ab vnitate omnes & conflabũtur trigoni, exẽplum iunge 1 & 2 fit 3 primus trigonus iungo etiam 1. 2. 3. fit 6 ſecundus trigonus. Iungo 1. 2. 3. 4. fit 10 tertius trigonus, & ſic de 15 & 21. Quomodo vero figuram trigonam efforment vides.

1. 2. 3. 4. 5. 6.
3. 6. 10. 15. 21.



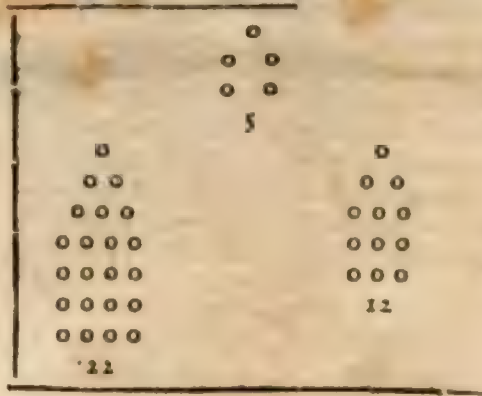
31 Quadratorum vero creatio fit ex imparium ſerie omnibus ab vnitate iunctis. Et ideó conſtant quadrati numeri apud Boëtium, alia cauſa quam apud Euclidem. Veruntamen ſunt ipſi quadrati iidem apud ambos & in hoc conueniunt. Exemplum igitur conſtituta imparium ſerie iungo 1 & 3 fit 4 primus quadratorum, iungo etiam 1. 3. 5. fit 9. ſecundus quadratorum. Iungo etiam alios eodem modo vt fiant quadrati ſemper aſſumendo omnes ab vnitate impares & eos ſimul colligendo. Sed figura quadratorum eſt vt vides à latere aſſumptis totidem ex vtraque parte ſecundum longitudinem & latitudinem. Sed quadrata ſingula fiunt ex ſuis trigonis correſpondentibus & præcedente vt prima figura quadratorum conſtat ex prima trigonorum & vnitate, ſecunda quadratorum ex prima ſecunda trigonorum, & tertia quadratorum ex tertia & ſecunda trigonorum iunctis capitibus aduerſis vt vides.

1. 3. 5. 7. 9. 11
4. 9. 16. 25. 36.



Pentagoni autem creantur ex ſerie numerorum ab vnitate ſumpta, duobus ſemper intermiſſis inde addendo omnes ab vnitate vſque ad eũ quem conſtituiſti vltimum, forma vero illorum eſt quam vides. Vt autem modum illius cognoſcas, ſcire debes quod ſicut quadrati ex trigonis 32

1. 4. 7. 10. 13.
5. 12. 22. 35.



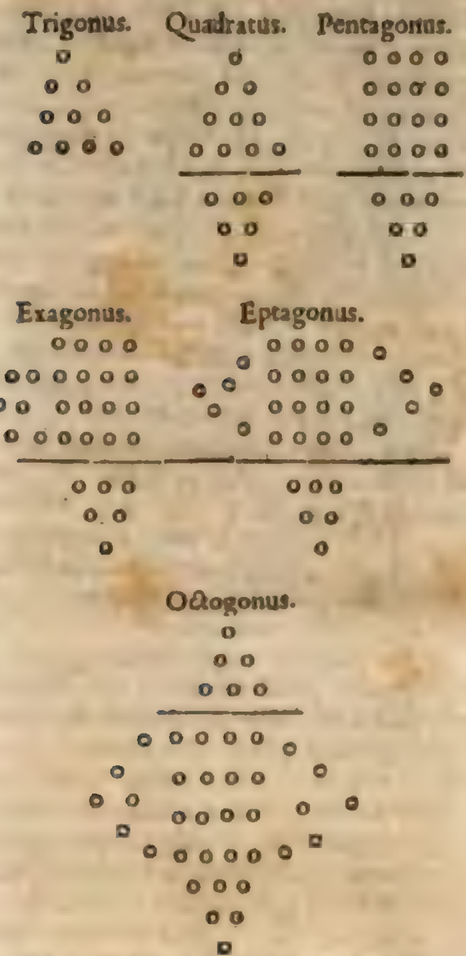
fiunt ſic pentagoni ex quadratis ac trigonis: ac rurſus exagona à pentagona & trigona ei correſpondente. Et generaliter omnis figura fit à præcedente ſui ordinis & trigona vel vnitate ſi nulla ſit præcedens, exemplum prima eptagonarum ex ſecunda exagonarum & prima triangulari & tertia eptagonarum, ex tertia exagonarum, & ſecunda triangula. Et ſic ſeptima eptagonarum ex ſeptima exagona & ſexta triangula & ſic de aliis.

Verum creatio ex numeris generalis ſic habetur conſtitue ſeriem numerorum tribus ſemper intermiſſis minus ab vnitate quam ſic habet numerus laterũ & illos iunge ſic in trigona nullum intermittens in quadrata, vnum, in pentagona, duos, in exagona, tres, in eptagona quatuor, & ſic de aliis inde colligendo habebis numeros ſuperficiales, vt in Exemplo. 33

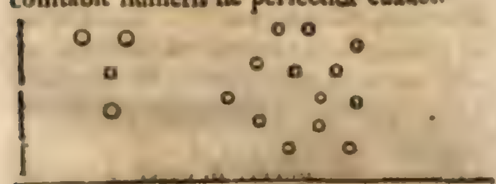
Trigoni ſeries 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7.
Trigoni numeri 3. 6. 10. 15. 21. 28.
Pentagonorum ſeries 4. 7. 10. 13. 16.
Pentagoni numeri 5. 12. 22. 35. 51.
Eptagonorum ſeries 1. 6. 11. 16. 21. 26.
Eptagoni numeri 7. 18. 44. 65. 91.
Quadratorum ſeries 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13.
Quadrati numeri 4. 9. 16. 25. 36. 49.
Exagonorum ſeries 1. 5. 9. 13. 17. 21. 25.
Exagoni numeri 6. 15. 28. 45. 66. 91.
Octagonorum ſeries 1. 7. 13. 19. 25. 31. 37.
Octagoni numeri 8. 21. 40. 65. 96. 133.

Ratio

Ratio igitur ſatis manifeſta eſt in omnibus quomodo creari debeant. Et quomodo vnuſquiſque ex præcedentibus oriatur ſic conſtat, ex hoc exemplo.



Numeri circulares etiam dici poſſunt om-
34 nes, qui a. 6. vel 1. vel 5. vel 6. producuntur. Nam in idẽ redeunt vt 5 in 5 facit 25. 11 in 12 facit 121 & 6 in 6 facit 36 & 10 in 10 facit 100 igitur 25. 36. 100. & 121. circulares poſſunt dici eo quod terminantur ſuis producentibus. Et eodem modo cubi ex his producti vt 125 & 216 & 1000 & 1331. Sphærici horum tamen Boëtius non meminit, quoniam ad Figuram non pertinent: ergo vere circulares à ſerie numerorum cominus ab vnitate proportionalium prodeunt, vt 1. 3. 9. 27. vel 1. 4. 16. 64. erunt igitur circulares qui ex his fiunt, in prima ſerie igitur 4. 13. 40. in ſecunda autem 5. 21. 85. forma vero hæc primorum, facile autem erit diuiſis circulis ſecundum proportionem Figuram oſtendere quæ quanto pluribus conſtabit numeris ſic perfectior euadet.



Habet etiam Boëtius ſolidos ſuos quos
35 nos corporeos, vt ab his differant qui ab Euclide deſcribuntur vocabimus ex his primi Pyramidales conſtant ex numeris trigonis ab vnitate computatis, vt ſic à latere vides, Figura autem cum corporea ſit in plano minime referri poteſt.

Trigonorum ſeries 1. 3. 6. 10. 15.
Pyramidales 4. 10. 20. 35.

Fiunt & Pyramides quadratarum & pen- 36
tagonarum baſium ex numeris quadratis pentagonis & exagonis ab vnitate diſpoſitis inde collectis omnibus ab vnitate vt in ſuperficialibus. Habet autem quodlibet cor-

Quadr. 1. 4. 9. 16.
Pyram. 5. 14. 30.
Pentag. 1. 5. 12. 22.
Pyram. 6. 18. 40.
Exag. 1. 6. 15. 28.
Pyram. 3. 22. 50.

pus ex his efformatum totidem ſuperficies quotus eſt numerus primus pyramidalis. Vt Quadrata pyramis quinque pentagona ſex, è quibus vna quæ eſt baſis conſtat tot lateribus quotus eſt numerus ſuperficialis primus, vt quadrata pyramis quatuor pentagona quinque cæteræ omnes ſuperficies quæ in contrarium tendunt trigonæ ſunt.

Curtæ autem pyramides dicuntur cum à 37
perfecta pyramide abiicit prima vnitas, aut ſi vnitas & primus ſuperficialis detrahantur ſic 9 & 19, ſunt curtæ pyramides trigonæ. Sic 13 & 29 curtæ pyramides quadratæ. Sic etiam 55 eſt pyramis exagona curta & in vniuerſum cum pyramis eiuſdem generis à pyramide aufertur, Curta pyramis, velut etiam in corporibus relinquitur.

Corporei autem numeri conſtantes ſex 38
ſuperficiebus quadrilateris quatuor ſunt generum cubi qui ex numero in ſuum quadratum producuntur, vt 8 ex 2 in 4 & 27 ex 3 in 9. & 125 ex 5 in 25. Bomiſci qui ex tribus inæqualibus, vt cum 30 ex 5 3 & 2. produci intelligitur. Oportet autem illos eſſe vt hi ſunt inuicem primos. Aſſeres quod ex aliquo quadrato in numerum latere ſuo maiorem fiunt, vt 80 ex 5 in 16. eſt autem 5 maior radice 16. Laterculi cum producuntur ex quadrato in numerum eius radice minorem, vt 48 ex 3. in 16.

Cum vero ſuperficialis numerus produ- 39
citur à duobus numeris ſola vnitate differentibus dicitur altera parte longior vt 10 ex 5 & 4, cum vero à duobus pluſquam vnitate differentibus dicitur ante longior, vt 20 cum produci intelligitur ex 10 & 2.

De Proprietatibus vnius numeri, vel ſingularium alicuius ſpeciei.

Vnitatis hoc eſt primum priuilegium, 40
nam in vnoquoque perfectorum numerorum genere collocatur. Eſt enim quadrata cubus, quadrata quadrati ac ſi deinceps. Item pentagona, exagona, atque ſic deinceps. Rurſus Pyramis circularis, & ſphærica. Verum laterculus aut Bomiſcus aut curta pyramis non eſt: hæc enim imperfecta gerit & contra rationem lateris quadrati cubici relati omniumque perfectarum denominationum. Secundum eſt quod nec multiplicando auget, nec diuidendo minuit. Tertium quod ſi detrahatur vel addatur cuiuſque numero, diuiſo maiore per minorem, qui exit tantum facit ductus per maiorem quantum illi additus, vt ſi ad 4 addam vnitatem fit 5 diuiſo 5

per 4 exit $1\frac{1}{4}$ ſic additus ad 5 vel multiplicatus per 5 facit $6\frac{1}{4}$. Quartum eſt quod ſi numero addatur vnitas aut detrahatur diuidaturque minor per maioré proueniens tantum facit detractus à minore quantum per illum multiplicatus. Vt in exemplo diuidendo 4 per 5 exit $\frac{4}{5}$ hic ductus in 4 vel detractus à 4 producit ſemper $3\frac{1}{5}$. Quintum eſt quod ſi numero addatur vnitas, vel detrahatur, tantum fit diuiſo quadrato maioris per minorem, quantum diuiſo maiore per eundem minorem & prouentu ipſi maiori addito, vt in 4 & 5 diuido 25 quadratum 5 per 4 exit $6\frac{1}{4}$ & tantum fit diuidendo 5 per 4 & exit $1\frac{1}{4}$, & addito ei ipſo maiore, ſcilicet 5 nam fit $6\frac{1}{4}$ Sextum eſt quod in eiſdem tantum fit diuiſo quadrato minoris per maiorem quantum ſi à minore detrahat quod prouenit diuiſo minore per maiorem. Vt diuiſo 16 quadrato 4 per 5 exit $3\frac{1}{5}$ & tantum fit detrahendo $\frac{4}{5}$, qui prouenit ex diuiſione 4 per 5 ab ipſo 4. Septimum eſt quod ipſa vnitas omnibus ſuis radicibus ſeu lateribus æqualis eſt. Octauum quod ſi latus eſt vnitas, ipſum æquatur ſingulis ſuis productis vt quadrato ſuo vel cubo. Nonum ex hoc ſequitur, & eſt quod producta omnia lateribus æqualia ſunt, tamen etiam inter ſe vt cubus quadrato & cubus lateri quadrato & latus cubicum lateri quadrato & ſic de aliis. Decimum quod quiſque duo numeri vnitatem producunt, latera etiam illorum & quadrata & cubica & relata, & ſic de aliis. Item quadrata illorum cubi & relata producent ſemper vnitatem. Vt ſi 4 & $\frac{1}{4}$ producunt vnitatem 2 & $\frac{1}{2}$ eorum radices idem producent & 16 & $\frac{1}{16}$ eodem modo. Et ſi 5 p. ℞ 2 & 5 m̃ ℞ 2 producunt vnitatem. Igitur radices quadratæ horum, vel cubicæ, vel relatæ, vel quadrata, vel cubi horum vnitate inuicem ducta producent. Vndecimum omnis etiam numerus ea maior diuidendo minuit multiplicando auget. Et omnis ea minor, diuidendo auget & multiplicando minuit, vt ſi diuidas 5 per 1 exit 15, & ſi multiplices 5 per $\frac{1}{3}$ exit $1\frac{2}{3}$. Duodecimum ipſa ſupplet naturam cuiuſcunque numeri in denominationibus, ſic vt non indigeamus inuenta æquatione, altera operatione vt videbitur in arte magna: nam ſi poſueris 2 105 ab initio oportebit poſtmodum duplicare æſtimationem inuentam. Tertiumdecimum eſt cum duo numeri vnitate differunt ipſi neceſſario ſunt inuicem primi, vt 4 & 5. Quartumdecimum cum fuerint quotlibet numeri ab vnitate proportionales in integris, tertius erit quadratus ſecundi, & quartus cubus & ſic deinceps. Reliquæ proprietates numerorum continuæ ab vnitate proportionalium explicabunt in capitulo quarto. Quintumdecimum cum duo numeri æqualiter ab vnitate diſteterint productum vnius in aliorum æquale eſt ei quod fit ducta differentia minoris in ſe & ea ab vnitate detracta. Vt $\frac{1}{3}$ in $1\frac{2}{3}$ producit $\frac{5}{9}$ quod eſt tantum quantum ſi duceres $\frac{2}{3}$ differentiam $\frac{1}{3}$ ab vnitate & produceret $\frac{4}{9}$, & hoc productum ab vnitate detraheres. Multæ aliæ poſſent proprietates his addi quas breuitatis cauſa omitto.

Nouenarij proprietas triplex eſt, ipſe enim 41
æquale ſuperfluum relinquit, ſiue diuidat litterarum aggregatum ſeu ſignificatum per illas. Velut capio 534 ſi diuidatur per 9 relinquitur 3. & tantundem relinquitur diuiſo 12 aggregato 5 & 4 & 3, nam relinquitur 3. etiam eodem modo ſequitur altera proprietas. Et eſt quod immutando litteras res redit ad idem, vt ſi capias 534 & 435 & 543 & 453 & 354 ſemper ex diuiſione per 9 relinquitur 3. & ideo literæ omnes diſpoſitæ ſeu notæ omnino nihil immutant. Tertia eſt quod addendo notas vacuas non quotquot volueris in diuiſione ſemper idem relinquitur. Vt ſi diuiſo 10 per 9 relinquitur 1 diuiſo 100. & 1000 & 10000 per 9 relinquitur 1. & diuiſo 23 per 9 extra relinquitur 5 ideo diuiſo 230 & 2300 & 23000 & ſic deinceps per 9 ſemper ſupererit 5

Denarij autem proprietas eſt quod ſem- 42
per ad idem redit: nam vt dicebas in numerando 1. 2. 3. 4. ſic 11. 12. 13. 14. & rurſus 21. 22. 23. 24. & ſic de aliis. Cauſam quærit Ariſtoteles in problematibus, ſed eſt difficile aſſignare eam. Nos tamen relinquimus eam ob prolixitatem orationis.

Nullus numerus integer addita radice ali- 43
cuius generis poteſt remanere ſub illo genere. Vnde nullus numerus quadratus addita radice quadrata poteſt eſſe numerus quadratus, nec vllus cubus addita radice ſeu latere cubico poteſt fieri cubus, nec vllus numerus relatus poterit addita radice relata eſſe numerus relatus. Vnde 6 non poteſt eſſe quadratus, quia componitur ex 4 quadrato, & 2 latere ſuo. Nec 10 poteſt eſſe cubus, cõponitur enim ex 8 cubo & latere ſuo & ſimiliter 54 non poteſt eſſe relatus, componitur enim ex 32 relato & 2 latere eius. Hoc autem poteſt oſtendi nam tale aggregatum, vtpote 30 producitur ex 5. in 1. plus ſeipſo, id eſt in 6. nam in ſe ductum producit quadratum ſuum, & in vnitatem ſeipſum igitur latus 30 eſt proportionale inter 6 & 5, quare non poteſt eſſe integer numerus. Quare nec fractus differentia in initio tractatus tertij. Nam ibi oſtendimus quod numerus fractus integri radix eſſe non poteſt eodem modo in omnibus denominationibus vſque in infinitum, ſequitur latus compoſiti eſſe minus numero radicis prioris addita vnitate, & minus priore radice. In partibus autem numerorum poteſt eſſe, vt in 3. quæſt. 10. cap. 1.

Omnis numerus cubus abiectis 6 relin- 44
quit ſuam radicem, quæ ſi ſit maior 6. oportet relinquere tantundem vel totiens 6, vt remaneat radix vel dic melius ab omni cubo ſi ſuam abieceris radicem numerus, qui relinquitur eſt multiplex. 6. vt capio. 8. abiice 2 relinquitur. 6. qui per 6. poteſt diuidi. Et ex 27 abiecto 3 latere ſuo cubico, relinquitur 24. qui eſt plus ad 6. & detracto ex 1331 latere ſuo cubico 11 relinquitur 1320 qui eſt multiplex ad 6. nam ex 6. in 220 fit 1320. & ſic de aliis.

Omnis numerus relatus abiecta ſua ra- 45
dice ſi ſit relatus primus relinquit numerum multiplicem ad 10. vt ex 32 abiecto 2 relinquitur 30 ex 243 abiecto 3 relinqui-

tur 240 ex 16807 relato primo 7 abiecto 7 relinquitur 16800, & patet quod 30 & 240 & 16800 poſſunt diuidi per 10 & ſunt illi multiplices.

46 Omnis numerus relatus ſecundus abiecta ſua radiçe poteſt diuidi per 14 exemplum capio 128 relatum ſecundum 2 abiicio 2 relinquitur 126, qui eſt multiplex ad 14 nam 9 in 14 producit 126. item capio 2187 relatum ſecundum 3 & abiicio ipſum 3 relinquitur 2184 quod eſt multiplex ad 14, nam 14 in 156 ductum producit 2184. & eodem modo 78125 eſt relatum ſecundum de 5 abiecto 5 relinquitur 78120, qui poteſt diuidi per 14 nam ductu 14 in 5580 fit 78120.

47 Cum igitur in quadratis abiecta radice reſiduum per 2 poſſit diuidi in cubis per 6 in primis relatis per 10 in ſecundis relatis per 14. exiſtimati oportet vna intrinſeca denominatione abiecta radice, reſiduum diuidi per numerum qui ex priore diuidente & 4 iungatur. Sed tamen non ſic eſt quia 512 eſt cubus cubi 2. abiecto 2 relinquitur 510. qui diuiditur a. 17. a. 10. & a. 3. & compoſitis, id eſt productis ex his ſemper igitur per 30 diuidi poterit. Nam per 17 non eſt niſi caſu, vt 19683 eſt cubus cubi 3 abiecto 3 reſiduum quod eſt 19680 diuiditur per 30 & 40353607. cubus cubi 7 abiecto 7 diuidi poteſt per 30 & exit 1345120. Sed cubus quadrati & quadratus quadrati non gaudent niſi priuilegio quadrati, id eſt vt poſſint abiecta ſua radice diuidi per 2 & ſic de aliis paribus denominationibus à latere ipſo initium numerandi ſumendo.

De numeris ex 2. Elementorum Euclidis & 13. eiuſdem.

48 Cum fuerit numerus in plures partes diuiſus quod fit ex omnibus ſuis partibus in alium quempiam vel etiam in ſe ipſum æquale eſt eſſe quod fit ex numero diuiſo in eundem alium vel in ſeipſum velut diuido 10 & 5. 3 in 2 quos duco in 7. exempli gratia fiunt 35. 21. 14. qui iuncti faciunt 70 & tantum fit ex 7 in 10 numerum qui diuiditur eodem modo fit ſi 10 ducatur in ſeipſum fit 100 & ex 10 in 5. 3. 2. fit 50. 30. 20. qui iuncti faciunt 100.

49 Cum fuerit numerus diuiſus in duas partes: productum totius in vnam partem æquale eſt ductui eiuſdem partis in ſe & in alteram iunctis ſimul. Vt ſi diuidam 10 in 7 & 3 productum 10 in 7 eſt 70, & hoc eſt æquale ductui 7 in ſe, & eſt 49. & 7 in 3 & eſt 21 iunctis.

50 Si numerus in duas partes diuidatur quadratum totius æquale eſt quadratis partium & duplo producti vnius in alteram iunctis. Vt capio 10 diuiſum in 7 & 3 quadratum totius id eſt 10 eſt 100 & hoc æquatur 49 quadrato 7. 9. quadrato 3. & 42 duplo producti 7 in 3 ſimul iunctis. Nam 49. 9 & 42 iuncti faciunt 100.

51 Si numerus in duas partes inæquales diuidatur quadratũ medietatis æquale eſt ductui vnius partis in altera cũ quadrato differentiæ dimidij & vnius partis. Exemplum diuido 10 in 7 & 3 quadratum 5 dimidij 10 æquale eſt ductui 7 in 3 quod eſt 21 cum quadrato 2 quod eſt 4 eſt autem 2 differentia 7 partis vnius à 5 dimidio 10.

Et in eodem caſu quadrata partium inæqualium iuncta ſunt æqualia duplo quadrati dimidij & duplo quadrati eiuſdem differentiæ. Exemplum quadrata 7 & 3 ſunt 49 & 9 quæ iuncta faciunt 58 & hoc eſt æquale duplo 25 quadrati 5 & duplo 4 quadrati. 2. & 5 eſt dimidium 10 & 2 differentia & duplum 25 eſt 50 & duplum 4 eſt 8 qui iuncti faciunt 58. 52

Cumque aliquis numerus in partes æquales diuiditur eique adiungitur alius numerus quod fit ex toto aggregato in additum cum quadrato dimidij æquale eſt quadrato aggregati ex dimidio & addito: Exemplum diuido 10 in 5 & 5 addo 3. fit 13 ductum in 3 facit 39 eſt autem 13 aggregatum & 3 additum addo ad 39. 25 quadratum dimidij fit 64 quadratum aggregati 5 dimidij & 3 additi. 53

Et in eodem caſu quadratum aggregati cum quadrato additi iuncta, faciunt duplum aggregati quadratorum dimidij & aggregati ex dimidio & addito. Exemplũ, quadratũ 13 eſt 169 quadratum 3 eſt 9 quæ puncta faciunt 178 duplum aggregati ex 64 quadrato & 25 quadrato. 5. eſt autem 13 aggregatum numeri diuiſi & additi & 3 additus numerus & 5. dimidium diuiſi numeri, & 8 aggregatum ex dimidio quod eſt 5 & addito quod eſt 3. 54

Cumque fuerit numerus in duas partes diuiſus quadratum totius cum quadrato alterius partis æquale eſt duplo eius quod fit ex toto in eandem partem cum quadrato alterius partis. Exemplum diuiſo 10 in 7 & 3 quadratum 10 quod eſt 100 cum quadrato 3 quod eſt 9 æquatur duplo eius quod fit ex 10 toto in 3 eandem partem & eſt 60 cum quadrato 7 alterius partis quod eſt 49. nã ex 49 fit 60 fit 109 & ex 100 & 9 fit etiã 109. 55

Cumque dimiſeris numerum in duas partes addideriſque toti vnum illarum partium quadratum aggregatum eſt æquale ductui prioris numeri in partem additam quater cum quadrato alterius partis. Exemplum diuiſo 10 in 7 & 3 & addito 3 ad 10 fit 13 cuius quadratum eſt 169 & hoc æquale eſt quadruplo producti 10 in 3 quod eſt 120 cum quadrato 7 quod eſt 49. 56

Cum fuerit quantitas diuiſa ſic quod illud quod fit ex tota in minorem partem ſit æquale quadrato maioris partis vt docebimus in 11 capitulo dicetur ea quantitas diuiſa, ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema. Id eſt quod talis proportio, eſt cauſa quod media ſit proportionalis inter duo extrema eſt autem media maior pars: extremæ tota quantitas & minor, hanc igitur proportionem breuitatis cauſa ſic nominabimus 5 p 5 m. exemplum ſi 6 diuidatur in ℞. 45 m̃. 3 & 9 m̃ ℞ 45. 57

Si igitur toti ſic diuiſæ maior portio addatur erit aggregatum ſub eadem proportione diuiſum: eiuſque portio maior prior quantitas. Exemplum ad 6 addo ℞ 45 m̃ 3. fit totum 3 p. ℞ 45. & eius partes ſunt 6 & ℞ 45. 58

℞. 45. m̃. 3 ideo ductis ℞. 45 p. 3 in ℞ 45 m̃. 3 fit 36 quadratum maioris partis. Et hęc additio in infinitum procedit.

59 Et ſi diuiſa eodem modo quantitate dimidium totius addatur maiori parti erit quadratum aggregati quintuplum quadrato dimidij totius. Exemplum addo ad ℞ 45 m̃ 3 dimidium 6 quod 3 eſt fit ℞. 45 cuius quadratum eſt 45 quincuplum 9 quadrato dimidij totius.

Corollariũ. Ex quo patet quod idem fiet addito dimidio maioris partis ad minorem quadratum enim aggregati quintuplum erit quadrato dimidij ipſius maioris partis.

60 Cumque fuerit numerus 5 p 5 m diuiſus quadratum totius & maioris partis iuncta ſunt tripla quadrato maioris, vt quadratum 6. eſt 36 & quadratum 9 m̃℞ 45 eſt 126 m̃℞ 14580 & hoc cum 36 facit 162 m̃℞ 14580 & hoc eſt triplum 54 m̃℞ 1620 quadrati maioris.

61 Cumque fuerit numerus eodem modo diuiſus quadratum aggregati ex tota & minore parte quantuplum eſt quadrato maioris partis. Exemplum numerus fuit. 6. minor pars 9 m̃℞ 45 totum aggregatum 15 m̃℞ 45 quadratum 270 m̃℞ 40500, & hoc eſt quintuplum 54 m̃℞ 1620 quadrati maioris partis quæ fuit ℞ 45 m̃ 5.

De numeris vt pendent ex his quæ nuper dicta ſunt ex Euclide.

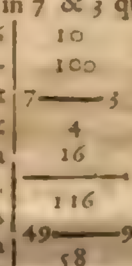
62 Si numerus 5 p 5 m. fuerit diuiſus detracta minore parte ex maiore, maior erit ſub eadem proportione diuiſa maiorque portio eius detracta pars. Patet cum ſit conuerſum 58. regulæ. Exemplum ex ℞ 45 m̃ 3 abiicio 9 m̃℞ 45 fit ℞ 180 m̃ 12. igitur ℞ 45 m̃℞ 3 & 9 m̃℞ 45 & 180 m̃ 12 ſunt proportionales.

63 Si fuerit numerus eodem modo diuiſus, erit quod fit ex toto & maiore parte in quadratum minoris æquale cubo maioris. Sit ab diuiſa. 5 p. 5 m. in c maior portio eius ſit, ac dico quod illud quod fit ex ba & ac in quadratum bc æquale eſt cubo ac, quia enim quod fit ex ab in quadratum bc æquale eſt ei quod fit ex bc in quadratum ac exemplum cap. quinto huius abſcindatur ad æqualis bc eritque ex præcedenti ac diuiſa 5 p 5 m. in detur eius maior portio ad quod igitur fit ex d b in quadratum bc æquale eſt ei quod fit ex ad. in quadratum ca quia ad fuit æqualis bc. Quod autem fit ex cd in quadratum ac, eſt per dicta in capite quinto regula eadem æquale ei quod fit ex ac in quadratum ad. quare in quadratum bc igitur quod fit ex ad & dc in quadratum ac eſt æquale ei quod fit ex ab & ac in quadratum bc, at quod fit ex ad & dc in quadratum, ac eſt æquale cubo, ac igitur cubus; ac æqualis eſt ei quod fit ex ab & ac in quadratum bc. Exemplum igitur diuiſi. 6. in ℞ 45 m̃ 3 & 9 m̃℞ 45 & quadratum 9 m̃℞ 45 eſt ab m̃℞ 14580 ductum in aggregatum totius & maioris partis, quod eſt ℞ 45 p. 3 idem producit quod cubus ℞ 45 m̃ 3 id eſt ℞ 233280 m̃ 432, nam ex ℞ 45 in ℞ 14580 m̃ fit 810 m̃ à quo detracto 378 p. relinquitur 432 m̃. pari ratione ℞ 14580 eſt. 18m. ℞ 45 quæ ducenda eſt per 3 igitur productum erit. 54m. ℞ 45 igitur ducendo 126 ℞ 45 ductam per 72 p. quam 54 & ſic fiet rurſus 233280. Aliter & facilius ac generalius demõſtratur ſit ab ſic diuiſa in c maior portio bc & addatur db æqualis ab. Igitur per quinquageſimã octauã regulã dc eſt diuiſa 5 p 5 m in 6 & eius portio maior eſt bd quare proportio cd ad db, vt db, ad, bc, ſed eadẽ quæ fuit db, ad, bc, ad, ca, eo quod db eſt æqualis ba igitur dc. db. bc. ca. ſunt quatuor quantitates continuæ proportionales per vndecimam quinti Elementorum quare ex regulis capio 6. huius quod fit ex dc in quadratum ca eſt æquale cubo bc. & rurſus quod fit ex ac in quadratum cd æquale erit cubo db vel ba totius.

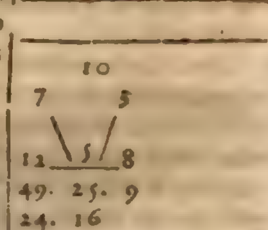
Cum fuerit numerus in duas partes diuiſus, differentia quadratorum partium, æqualis eſt ductui differentiæ partium in numerum diuiſum. Exemplum capio 8. diuiſum in 5 & 3, differentia quadratorum harum partium eſt 16. & tantum fit ex 8 numero diuiſo in 2. differentiam 5. & 3. 64

Si fuerit numerus in aliquot partes diuiſus quadrata partium nunquam poſſunt aggregare plus quadrato aggregati, nec minus eadem parte quadrati aggregati, ſecundum quam aggregatum ipſum diuiſum eſt exemplũ 10. diuidatur in quatuor partes puta 4. 3. 2. & 1. quadrata iuncta, non poſſunt excedere 100 quadratum aggregati, nec eſſe minora 25 quarta parte 100 quadrati aggregati, & ita ſi diuideretur in quinque partes non poſſunt eſſe minora 20 parte quinta quadrati aggregati quod eſt 100. 65

Si numerus in duas partes diuidatur quadratum totius & differentiæ partium quadratis ambarum partium dupla eſſe neceſſe eſt vt ſi 10 diuidatur in 7 & 3 quadratum 10 quod eſt 10 cum 16 quadrato 4 differentiæ dupla ſunt ad quadratum 7 & quadratum 3 iuncta ſimul & faciunt 18. 66



Si fuerit numerus per duo æqualia & duo inæqualia diuiſus proportio aggregati maioris partis & medietatis ad aggregatum medietatis & minoris partis, eſt velut differentiæ quadratorum maioris partis & medietatis ad differentiam quadratorum medietatis & minoris velut capio 10. & diuido per æqualia in 5, & per inæqualia in 7 & 3, dico quod proportio 12 aggregai 7 & 5 ad 8 aggregatum 5 & 3 eſt vt 24 differentiæ quadratorum 7 & 5 ad 16 differentiam quadratorum 5 & 3. 67



Cum fuerit numerus cuius quadratum dimidij ſit æquale ipſi numero vel duplum, vel triplum, vel ſexquialterum, tunc nullius numeri minoris illo quadratum dimidij erit æquale illi numero vel duplum aut triplum 68

plum aut ſexqualiterum aut maius exemplum quadratum dimidij 4 eſt 4, dico quod nullius numeri minoris 4 quadratum dimidij poterit eſſe æquale illi numero velut quadratum primum $\frac{1}{2}$ eſt $2\frac{1}{4}$ quod eſt minus neceſſario quam 3 duplum $1\frac{1}{2}$ & ita quadratum dimidij 6 quod eſt 9 eſt ſexquialterum ad 6, dico quod nullius numeri minoris 6 quadratum dimidij poteſt eſſe maius vel æquale ſexquialtero eius numeri velut quadratum dimidij 5 eſt $6\frac{1}{4}$, & hoc eſt minus ſexquialtero ad 5 & ſic de aliis.

69 *Corollariũ.* Ex hac & quinta regula huius habetur quod ſi quis dicat inuenias duos numeros qui tantum faciant iuncti quantum multiplicati, & eorum aggregatum ſit minus 4 dices quod ergo eſt impoſſibilis, quia dimidiũ 4 in ſe ductum producit 4 ad vnguem, igitur ex hac regula dimidium cuiuſlibet numeri minoris 4 producit minus illo numero, ſed quadratum dimidij cuiuſlibet numeri. Eſt maius producto partium inuicem per quintam regulam igitur ex partibus talis numeri inuicem productis, ſi numerus eſt minor 4 producitur minus aggregato, igitur non poteſt produci aggregatum quare ergo eſt impoſſibilis.

70 Si numerus in duas partes diuidatur, quadrata ambarum partium, pariter excepta excedunt duplum producti vnius. In alterum in quadrato differentiæ partium. Exemplum diuido 10 in 7 & 3, horum quadrata iuncta faciunt 58. hoc excedit 42 duplum producti 7 in 3 in 16 quadrato differentiæ, nam differentia 7 & 3 4. Vnde ſiquis dicat diuide ℞ ℞ 8 in duas partes quarum quadrata iuncta ſuperent duplum producti vnius in alterum in 1. dices igitur ℞ 1 & eſt 1 eſt differentia. Igitur partes ſunt ℞ ℞ $\frac{1}{2}$ m̄ $\frac{1}{2}$ & ita in quadratorum formatione multas facies quæſtiones.

De aliis proprietatibus numeri vt comparatur ad maiorem vel minorem ſe in diuidendo.

71 Cum diuiſeris numerum quem vis per alium numerum deinde per plus aut minus priore diuiſore erit proportio differentiæ ſecundi & primi prouentus ad primum prouentum velut differentiæ diuiſorum ad ſecundum diuiſorem. Exemplum diuido 60 per 3 exit 20 diuido 60 per 3 p. 7 quod eſt dicere 10 exit 6 qualis eſt proportio 14 differentiæ prouentuum primi & ſecundi ad 20 prouentum primum talis eſt proportio 7 differentiæ diuiſorum ad 10 ſecundum diuiſorem & ſimiliter qualis eſt proportio 14 differentiæ prouentuum ad 6, prouentuum ſecundum talis eſt proportio 7 differentiæ diuiſorum ad 3 diuiſorem primum, & ita ſi diuidas 60 per 10 exit 6 deinde ſi diuidas per 10 m̄. 8, quod eſt dicere 2 exit 30 proportio 24 differentiæ prouentuum ad 30 prouentuum, ſecundum eſt veluti 8 differentiæ diuiſorum

60	
3	20
3 p. 7	6

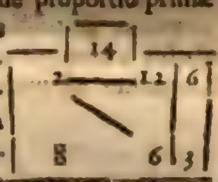
60	
10	6
10 m̄ 8	30

ad 10 diuiſorem primum & proportio 24 differentiæ prouentuum ad 6 prouentuum, primum eſt vt 8 differentiæ diuiſorum ad 10 m̄ 8 quod eſt 2 diuiſorem, ſecundum ideo regula vna eſt vt ſit commutatim differentiarum prouentuum ad primum & diuiſorum ad ſecundum vel differentiarum prouentuum ad ſecundum prouentum & differentiarum diuiſorum ad primum diuiſorem.

Cum dixeris $\frac{1}{5}$ numeri ductum in medietatem producit eundem numerum dices igitur talis numerus eſt 10 multiplicando denominatores inuicem & numeratores inuicem & diuidendo productum denominatorum per productum numeratorum exemplum $\frac{3}{4}$ numeri ductum in $\frac{5}{6}$ eiuſdem producit $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{15}{24}$, ipſum numerum dices igitur numerus eſt $1\frac{3}{5}$ qui prouenit diuiſo 24 per 15. 72

Ex hac & præcedente ſequitur regula, 73 quod cum diuiſeris numerum per aliquam partem ſuam p. aliquo numero, vt proueniat illa pars, aut diuiſeris eundem numerum per alium numerum, p. parte aliqua diuiſoris, vt proueniat eadem pars diuiſoris, tunc pars illa eſt reſiduum cuiuſdam ℞ vniuerſalis, quod ſit ſumpta ℞ aggregati eiuſdem diuidendi, cum quadrato dimidij numeri diuiſoris detracta ab hac ℞ medietate diuiſoris. Et ſit exemplum dixit quis diuiſi numerum per $\frac{1}{5}$ p. 2 & prouenit $\frac{1}{5}$ pones illum numerum 1 pos & dices quod $\frac{1}{5}$ pos eſt ℞ v 1 pos p. 1 m̄ 1, nam diuiſo 2 fit 1 cuius quadratum 1 additum ad 1 pos facit 1 pos p. 1, cuius ℞ eſt ℞ v 1 pos p. 1, ab hoc detracto 1 dimidio 2 relinquitur: æſtimatio de $\frac{1}{5}$ pos ℞ v 1 pos p. 1 m̄ 1, & prouentus æquatur 3. Et ideo ſequitur quod 5 denominator æquiualet 1 pos diuiſæ per ℞ v 1 pos p. 1 m̄ 1, & generaliter pars illa ſemper eſt ℞ numeri diuidendi addito prius quadrato dimidij numeri diuiſoris, detracto eodem dimidio ab eadem ℞. Quare pars illa cum dimidio numeri additi eſt ℞ diuidendi addito ei prius quadrato dimidij numeri propoſiti.

Si numerus aliquis in duas ac duas partes 74 diuidatur fueritque proportio primæ partis ſecundæ diuiſionis ad primam partem primæ diuiſionis duplicata proportioni ſecundæ partis, primæ diuiſionis ad ſecundam partem ſecundæ diuiſionis, tunc diuiſa ſecunda parte ſecundæ diuiſionis, per primam partem primæ diuiſionis, quod exit eſt Regula prouentus aggregati ex vtraque ſecunda parte vtriuſque diuiſionis diuiſo tali aggregato per primam partem primæ diuiſionis exemplum Capio 14. & diuiſo in 2 & 12 diuiſione prima, & in 8 & 6 diuiſione ſecunda, & proportio 8 ad 2 duplicata proportioni 12 ad 6, dico quod diuiſio 6, ſecunda parte ſecundæ diuiſionis per 2 primum, primæ diuiſionis prouentus exiens, quod eſt 3 eſt Regula eius, quod prouenit diuiſo 18 aggregato 12 & 6 vtriuſque partis per 2 eandem primam partem primæ diuiſionis: prouenit enim



enim 9 quadratum 3, idem verò erit ſi diuiſerimus 12 ſecundam partem primæ diuiſionis per 8 primam partem ſecundæ diuiſionis exibit $1\frac{1}{3}$ ℞ $2\frac{1}{4}$ prouentus 18 aggregati ſecundarum partium diuiſi per eundem 8 primam partem ſecundæ diuiſionis.

75 Cum fuerit numerus in duas partes diuiſus productum vnius earum in Regula alterius æquale eſt ei quod fit detrahendo eandem ℞ & ℞ totius & reſidui quadratum ducendo in eandem Regulam & ſimiliter ducendo eandem partem, cuius accepiſti Regulam in idem reſiduum bis, & producta iungendo ſimul. Exemplum capio 9 diuiſo in 5 & 4 duco 5 in 2 ℞ 4 fit 10, dico quod detracto 2 ℞ 4 ex 3 ℞ 9 totius & fit 1, quod duco 2 ℞ 4 in 1 quadratum 1 & fit 2, deinde duco 4 parte cuius ℞ accepiſti in 1 reſiduum bis & fit 8 quod additum ad 2 facit 10, & poteſt demonſtrari geometrice.

76 Cum diuiſeris numerum in duas & duas partes inæquales productum partium minoris differentiæ excedit productum partium maioris differentiæ, in eo quod quadratum mediæ differentiæ maioris excedit quadratum mediæ differentiæ minoris, ſeu in producto partium minoris differentiæ detracta ab vtriſque minore parte maioris differentiæ. Exemplum capio 10. & diuido in 7 & 3, & item in 9 & 1, dico quod 21 productum 7 in 3 excedit 9 productum ex 9 in 1 in 12, quod eſt differentia 16 quadrati 4 dimidij 8 differentiæ 9 & 1 à 4 quadrato 2 dimidiæ differentiæ 7 & 3 vel in eodem 12, quia producitur ex 6 in 2, quæ ſunt partes minoris differentiæ detracta vnitate, quæ eſt minor pars alterius diuiſionis.

77 Si fuerit aliquis numerus diuiſus in duas partes ex quarum mutua diuiſione producatur pars maior ſemper habebis, cum p. 1 pos p. 1 æqualia tot quadratis quotus eſt numerus m̄ 1, & ſi proueniat ex mutua diuiſione minor pars habebis 1 cum p. 1, quod p. 1 æqualia tot rebus quotus eſt numerus diuiſus m̄ 1, & ſemper extimatio rei eſt ipſa proportio partiſi exemplum ſi diuidas 10 in duas partes ex quarum mutua diuiſione proueniat ex mutua diuiſione maior pars habebis 1 cum p. 1 quoad p. 1 æqualia tot rebus quotus eſt numerus diuiſus m̄ 1, & ſemper extimatio rei eſt ipſa proportio partium. Exemplum ſi diuidas 10 in duas partes ex quarum mutua diuiſione proueniat maior pars tunc habebis 1 cum p. 1 pos p. 1 æqualia 9 quoad & ſi velis vt proueniat minor pars habebis 1 cum p. 1 quoad p. 1, æqualia 9 pos & extimatio rei eſt proportio impar partium & poteſt demonſtrari.

Si fuerit numerus in duos æquales & duos inæquales diuiſus proportio differentiæ radicis minoris partis à radice medietatis ad differentiam radicis medietatis à radice minoris eſt velut aggregati radicis maioris partis & radicis medietatis ad aggregatum radicis medietatis & radicis minoris partis. Exemplum capio 338 qui diuidatur in 169 & 169 per æqualia & per inæqualia in 289 & 49, dico quod proportio 6 differentiæ 13 radicis 169 & 7 ℞ 49 ad 4 differentiam 17 ℞ 289 & 13 radicis 109 eſt velut 30 aggregati 13 & 17 duarum maiorum radicum ad 20 aggregatum duarum minorum idem in irrationalibus numeris. Demonſtrauimus enim hoc generaliter in ſecundo nouæ geometriæ ſuper nouam propoſitionem. 78

338		
169		
289		49
17.	13.	7
4		6
30		20

De proprietatibus numerorum vt pendent ex 7. 8. & 9. Elementorum.

Impares numeri ſemper numerantur diſtantes à ſe in ſerie imparium per tot intermedia quotus eſt numerus, quo ipſi ab vnitate diſtant. Exemplum 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. 29. 31. 33. dico igitur quod 3 ſuperat vnitatem in 2 ideo numerabit 9 duobus intermiſſis, & deinde 15 duobus aliis intermiſſis, deinde 21 & 5 ſuperat vnitatem in 4, ideo numerabit 15 quatuor intermiſſis & 25 aliis quatuor numeris intermiſſis, qui ſunt 17. 19. 21. 23. & ita 7 numerabit ſex intermiſſis 21 & ita de aliis. 79

Eſt autem proprium numerorum quadratorum vt in qualibet proportione continua ab vnitate inchoata ipſi omnes locos obſideant impares, vt in dupla tertius ab vnitate 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 80

HIERONY

HIERONYMVS CARDANVS,

REVERENDO IN CHRISTO PATRI

DON IOANNI FRANCISCO GADIO MEDIOLANENSI,

ORDINIS CANONICORVM REGVLARIVM
Rectori Generali Digniſſimo. S. P. D.

COGITAVI ſæpè munus aliquod & pro tua Dignitate, & mea erga te obſeruantia pro xenus in Saturnalibus mittere, oblata eſt autem mihi occaſio vt & omnibus hominibus ſimul prodeſſem & nomen tibi æternum compararem, nam menſurandi & numerandi peritia quiſque indiget, nec vlla Ars ſine contentione, maiorem vtilitatem amplexa eſt, bonis perquàm neceſſaria, malis minimo accedens periculo, vnde miror cur tanto tempore imperfecta iacuerit. Hanc igitur operatiuam Scientiam ex ipſis Orci tenebris reſurgentem Nomini tuo dicaui, vt tibi vltra egregias illas virtutes quibus ad Religionis apicem aſcendiſti, memoria inter mortales perennis, mihi gratiæ ſempiternæ, laboris, & induſtriæ habeantur. Cum in alienis nihil erroris diſſimulauerim. In propriis inuentionibus nihil voluntati legentium, aut operantium neceſſitati, commodoue deſiderandum reliquerim. Quapropter cum hæc & certitudine nobiliſſima, & vſu vtiliſſima, & ſtudio ſint iocundiſſima, nec à religione aliena, crediderim nullum aliud opus tam celeriter à me confici potuiſſe quod æqualem laudem meruiſſet. Inter plurima igitur negotia tantum otij probati ſuperfuit, opus edere valuerim, quod à nemine iure reprendi poſſet, cum aliena damnare meliora non proferenti minimè liceat, is verò qui meliora proferre poteſt, aut nullus eſt, aut talis qui potiùs ex re ipſa ab aliis laudari quam reliquos vituperare ſtudeat. Non enim certiſſima & probata ſcribenti liuidus obtrectator aderit, niſi qui vel non intelligat, vel ita nobis ſuccenſeat, vt potius proprio dolori quam verecundiæ, indulgendum putet Vale. In Kallendis Ianuarij 1537.

PRACTICA ARITMETICÆ Generalis omnium copioſiſſima & vtiliſſima.

QVANTAM ferat vtilitatem numerorum & menſurarum cognitio, humanus vſus docet, nam Reipublicæ adminiſtrationes, comertia, artes, domus diſpenſatio, ædificia, agrorum diuiſiones, ſine ea perfici minime poſſunt vnde Pythagoricis iure merito diuinum quid ineſſe numeris arbitrabantur: quod & nos exiſtimare conuenit cum Chriſtum omnia præfiguratione numerorum compleuiſſe teſtamenti veteris Sacramenta videamus: atque eodem numero quod decimus tertius eſt à Natali ſuo munera à Magis, baptiſmum à Ioanne ſuſcepit: aquam in vinum tranſmutauit: hicque idem numerus Chriſtum diſcumbentem cum diſcipulis refert. Quamobrem ſi diuina humanaque numeris gubernari intelligimus, non ab re fuerit vniuerſam hanc doctrinam & dilucidè & ſub compendio cellegiſſe: rogamus autem eos qui aliàs quandoque impreſſuri librum fuerint aut in linguam aliam tranſlaturi vt omni ſtudio curent, nihil aut adimere, aut abiicere, aut permutare, cum nihil non niſi ſtudioſè addiderimus: plurima verò & penè infinita conſulto prætermiſimus: omnia enim quæ vel numeris vel menſura perfici poſſunt hoc libello continentur: verũ maxima & iocundiſſima pene infinita huius libri ſenſu occultiore latent: quorũ interpretatione perpetua diſciplinæ auctio ſuccedet.

CAPVT PRIMVM.

De Subiectis Arithmeticæ.

SVbiectum Arithmeticæ numerus eſt integer, per analogiam quatuor ſubiecta ſunt: videlicet numerus integer, vt 3. fractus, vt $\frac{1}{7}$. ſurdus, vt Radix 7. denominatus, vt cenſus tres; quæ omnia explicabo.

1 Numeri integri ſunt qui ex vnitatibus conſtant, & ab vnitate etiam initium ſumunt, aſcendunt quidem in infinitum, ſed cum perueniunt ad vnitatem, amplius non poſſunt deſcendere, nullus enim eſt numerus vnitate minor, eius autem figuræ ſunt nouem, & vna priuationis, & ſunt.

nihil.	vnitas.	duo.	tria.
0	1	2	3
quatuor.	quinque.	ſex.	
4	5	6	
ſeptem.	octo.	nouem.	
7	8	9	

2 Fracti numeri ſunt qui per binas literas deſignantur, & habent rationem ad integram conuerſam: Ita quod medietas dicitur dimidium vnius, & tertia pars, vnius, & ſeptem quintæ intelliguntur vnius: & ita deſignantur.

Medietas.	Tertia pars.
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
Quarta pars.	Quinta pars.
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$.

3 Surdi numeri vocantur qui non poſſunt per ſe intelligi diſtinctè quid ſint, vocantur autem ſurdi quia audiri non poſſunt, non poſſunt autem audiri quia proferri nequeunt: tales ſunt Radix quadrata 7. & talium, cuius ſignificatum eſt numerus qui in ſe ductus producat 7. talis autem non poteſt inueniri: huius quatuor ſunt ſpecies. Quidam enim eſt numerus ſurdus abſolutè, vt Radix 7. & ita deſcribitur ℞.7. Alius eſt Radix ligata, veluti dicam Radix 9. plus Radice 16. vult dicere 7. nam 7. componitur ex 3. & 4. quorum alter eſt Radix 9. & alter 16. & ita debent iungi. Deſignatur autem ligata Radix hoc modo. L℞.7. p̃℞.10. & ſimiliter L℞.9. p̃℞.16. Tertius modus eſt Radix vniuerſalis, & eius intentio eſt, vt capias Radicem vltimam, & adiicias præcedenti, & aggregati capias Radicem veluti ℞. vniuerſalis 7. p̃℞. 4. vult dicere capias Radicem 4. & eſt 2. adde ad 7. fit 9. cuius ℞. eſt 3. deſignatur autem ℞. vniuerſalis hoc modo ℞. V. 7. p̃℞. 4. vel ſic (℞) 13. p̃℞.9. & eſt 4. Quartus modus eſt ℞. diſtincta, veluti ℞. d.9. p̃℞. 4. eſt 3. & 2. & non eſt tamen 5. infrà patebit.

4 Numerus denominatus eſt ille qui ſolum eſt numerus per ſimilitudinem, veluti Radix, cenſus, cubus, & tales. Comprehendit autem figuras & ſpecies vndecim. Prima eſt numerus & ita ſignatur nu. Secunda ſpecies eſt res ſiue Radix, ſiue la coſa, & deſignatur ſic co. intentio igitur dicentis co. 4. vult dicere 4. radices alicuius numeri, vtpote 4. Radices 36. ſunt 24. nam ℞. 36. eſt 6. Tertia ſpecies vocatur cenſus eſt, autem cenſus quilibet numerus in ſe multiplicatus, vt cenſus 3. eſt 9, & cenſus 4 eſt 16. Quarta ſpecies vocatur cubus & eſt cum cenſus multiplicatur in ℞. veluti, cubus 3. eſt 27. nam 3 in 3 facit 9. & 3 in 9. facit 27. & ita cubus 4 eſt 64. & 5 eſt 125. cum igitur deſignatur cenſus ſcribitur hoc modo ce. ſed cubus hoc modo pingitur cu. Quinta ſpecies, eſt cenſus, cenſus, id eſt quadratum quadrati, nam cenſus & quadrat ũſunt idẽ, veluti cenſus cenſus 3 eſt 81, nam 3 in ſe facit 9 & 9 in ſe facit 81. deſignatur autem hoc modo ce. ce. Sexta ſpecies vocatur relatum primum, vult dicere illud quod producitur ex quadrato alicuius numeri, in aliquem cubum, veluti cubus 2 eſt 8. quadratus eſt 4. duc. 4. in 8 fit 32. quod eſt cenſus in cubum, ſic autem deſignatur Rel. P. Septima ſpecies vocatur ab Antiquis cubus cenſus, vel cenſus cubi, quod eſt idem, & eſt exemplum cenſus 2 eſt 4 eius cubus eſt 64. vel cubus 2 eſt 8. cuius quadratum eſt 64. deſignatur autem ſic cu. ce. Octaua ſpecies eſt Relatum ſecundum, veluti cubus 2 eſt 8. cenſus, cenſus eſt 16. duc 8. in 16. fit 128. & 128. dicetur antiquo nomine relatum ſecundum, de 2. eius figura eſt Rel. 2. Nona ſpecies eſt ce.ce.ce. veluti 2 in 2 facit 4 & 4 in 4. facit 16. & 16. in 6. facit 256. qui eſt cenſus cenſus cenſus de 2. eius figura eſt ce.ce.ce. Decima ſpecies eſt cubus cubi vt cubus 2 eſt 8. & cubus 8. eſt 512. cuius figura eſt cu.cu. vndecima eſt cenſus relati primi, veluti relatum primum de 2 eſt 32. cuius cenſus eſt 1024. & eius figura eſt ce. Relatum.

Non ignoro alios aliter nominaſſe, & recepiſſe terminos, ſed hic modus eſt remotior à confuſione exemplum omnium.

nu.	co.	ce.	cu.
2	2	4	8
ce. ce.	Rel. p.		cu. ce.
16	32		64
Rel. 2.	ce. ce. ce.		cucu.
128	256		512
ce. Rel.			
1024.			

Hic autem proceſſus denominationum eſt in infinitum, ſicut & numerorum, ſemper tamen proportionalis, ſeed rariſſimè ſeptima attingitur denominatio quæ eſt cu. ce. nedum quod tranſgrediamur vndecimam.

CAPVT II.

De Operationibus.

OPerationes autem ſunt ſeptem, Numeratio, Aggregatio, Detractio, Multiplicatio, Progreſſio, Diuiſio, & radicum Extractio.

Cum autem Numerorum ſubiecta ſimplicia ſint quatuor, permiſcentur inuicem & fiunt plura, veluti numerus integer copulatur cum fracto, vel cum ſurdo,

vel

vel cum denominato, & fiunt mixtiones 11. vt hiç.

1 Nu. Fractus
2 Nu. Surdus
3 Nu. Denominatus
4 Fractus & ſurdus
5 Fractus & denom.
6 Surdus & denom.
7 Nu. Frac. ſur.
8 Nu. Frac. denom.
9 Nu. Surdus denom.
01 Fractus ſur. & denom.
11 Nu. Fractus ſurdus & denom.

7 De Compoſitis autem intelliges per vnum capitulum tantum, de Simplicibus autem cum ſint quatuor & in ſingulis fiant 7 Operationes, merito igitur negotium hoc abſoluetur 28. capitulis ſimplicibus, & 38 poſtmodum aliis.

Capvt III.

De numeratione Integrorum.

Nvmeratio eſt proceſſus ſecundum additionem vnitatis & ei non eſt terminus, & exemplum eſt vt. 1.2.3.4.5.6. ſit & numeratio conuerſa, vnitatem verſus veluti 50. 49. 48. 47. & ita terminatur ad vnitatem, nam infra vnitatem deſcendere non licet, veluti igitur numeratio fit augendo & decreſcendo proportionaliter, ita & oportet conſiderare in numeratione terminum ad denarium: nam cum numerus excedit denarium, reuertitur ad idem veluti 1.2.3.4 poſt denarium fiunt. 11.12.13.14. Et ita poſt 20. fit 21.22.23. & 24. eſt ergo numerus ſimplex, deinde denarius, & centenarius, & millenarius, & ſicut ſunt 10. vnitates In denario: Ita ſunt 10. denarij in centenario: & decem centenarij In millenario: & 10. millenarij in miriade: nam miriadem Græci decem millia appellabant: vnde 7. miriades erant millia ſeptuaginta.

Et ideò Antiqui denarium vocabant continentem & valentem 10. aſſes qui nunc ſolidi appellantur. Centum igitur denarij valebant 10. aureos noſtri temporis: ex quo tamen apparet non denarios ſed argenteos fuiſſe quidem illos quibus Dominus Ieſus venditus eſt, nam triginta denarij fuiſſent ſolum tres coronati, quibus non potuiſſet emi ager figuli in ſepulturam Peregrinorum: ſed de hoc aliàs.

Cum autẽ tranſit millenarium reuertitur ad mixtionem cum aliis, vtpotè ad denarios millium, & centenaria millium, & milliaria millium, quæ vulgò milliones appelantur, & poſt iterum ad denarios millionum, ac centenaria reuertitur, & ſic in infinitum. Prima litera à parte dextra ſignificat numerum ſecundum ſuam figuram: Secunda verò procedendo verſus ſiniſtram decanos Tertia verò centenos: Quarta millia: Quinta miriades, ſiue totidem decena millia: Sexta centena millia: Septima millia millium: ſiue milliones: Octaua decanos millionum, ſiue millia miriadum, Nona centena millionum: Decima millia millionum. Vndecima littera verſus ſiniſtram ſignificat miriades millionum. Duodecima cẽtena millia millionum. Decima tertia millones millionum. Decimaquarta decanos millionum, millionum, & ita res ſemper reuertitur ad idem, ſine terminatione.

Et cauſa quare proceditur à dextra ad ſiniſtram fuit quoniam litteræ illæ fuerunt inuentæ à Phœnicibus, quorum mos ſcribendi eſt conuerſus noſtro, videlicet à dextra ad ſiniſtram ſicut eſt motus cœli naturalis: mos autem noſter eſt à ſiniſtra in dextram: ſed in numeris obſeruamus morem Phœnicum.

Exemplum autem eſt hoc.

$M^{m}_{M.}$	$D^{m}_{M.}$	$C^{m}_{M.}$	$\overset{o}{M.}$	CM.
6	9	4	3	9
Mirias.	M.	C.	D.	n°.
5	4	8	5	7.

Sexmillia nongenta quadraginta tria millionum, nongenta quinquaginta quatuor millia, octingenta quinquaginta ſeptem. Solet autem ſuper numeros quando plures ſunt apponi punctus ſuper Quartam figuram, & ſuper Septimam, & Decimam, & ita dimittendo figuras duas Exemplum.

7. 9. ;. 6. 5. ;. 8. 4. ;. 3. 9. ;.
6. 4. ;. 8. 4. ;.

Vbi punctus eſt ſignatus ibi numerus, deinde ſunt in 2°. milla, in 3°. milliones, & ſic deinceps. ſecunda autem littera à puncto continet ſemper decanos, & tertia centenos numerorum, aut milliariorum, aut denominationis, ſub puncto ſignatæ. Eſt & alius numerandi modus ab antiquis in vſum habitus, & eſt quod. M. ſignifiat millia. c. centenaria. d. quingenta. L. quinquaginta. x. decem. v. quinque. I. vnitates, deſcribebant igitur mille ſeptingenta quadraginta nouem, ſic. MDccil. Mille trecenta octuaginta ſeptem ſic. Mccclxxxvii.

Capvt IV.

De fractorum numeratione

Nota quod in fractis numerus ſuperior vocatur numerator, & inferior denominator, fit autem numeratio augendo numeratorem per vnitates; derelinquendo denominatorem in ſuo eſſe, veluti. $\frac{1}{7}\frac{2}{7}\frac{3}{7}\frac{4}{7}\frac{5}{7}$. & ita in hac fit auctio ſemper, alia fit decreſcendo, veluti. $\frac{1}{2}\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{1}{7}\frac{1}{8}\frac{1}{9}$. & hæc decreſcit ſemper. Et nota quod quando fit diuiſio ſemper diuiſor ponitur inferiùs, & diuidendus ſuprà. Vnde nihil aliud eſt dicere $\frac{3}{5}$ quàm. 3. diuiſum per. 5. Et $\frac{4}{7}$ quàm 4 diuiſum per 7. Et $\frac{7}{4}$ quàm 7. diuiſum per 4. & exit. 1 & $\frac{3}{4}$ poteſt etiam talis numeratio ad vnitatem cõparari, & eſt tunc ſenſus $\frac{1}{7}$. Videlicet diuiſa

vnitatem per 7. & aſſumptis tribus ex il-
lis partibus.

Et ſimiliter $\frac{7}{5}$. vult dicere, diuidendo
vnum, per quinque, & de talibus parti-
bus ſeptem aſſumere. Et ita nota quod cum
denominator æquatur numeratori ſemper
illæ fractiones æquantur vnitati Exemplum
$\frac{2}{2}$. $\frac{1}{1}$. $\frac{4}{4}$.

De fractionibus autem ſurdorum & de-
nominatorum dicetur in capitulis diuiſio-
num.

Capvt V.

De Numeratione Surdorum.

1 NVmerantur ſurdi quia omnis nume-
rus ſurdus. Saltem componitur ex dua-
bus litteris, vt. ℞. 7. nihil aliud ſignificat
quam numerum qui in ſe ductus faciat
7. ſicut ℞. 9 eſt 3, quia 3. ductus in ſe fa-
cit 9, & ℞. 4 eſt 2, quia duo in duo fa-
ciunt quatuor. Cum igitur volueris nume-
rare ſurdum augebis literam quæ eſt à dex-
tra per vnitatem, dimittendo reliquas &
hoc in ſurdis ſimplicibus, & radicibus liga-
tis, & vniuerſalibus, & diſtinctis vt ℞. 2.
℞. 3. ℞. 4. ℞. 5. & ita deinceps. Item L℞. 3.
p℞. 7. & L℞. 3. p. ℞. 8. & L℞. 3. p℞. 9. &
ita deinceps. Item ℞ V. 7. p℞. 2. ℞V. 7.
p℞. 3. & ℞V. 7. p℞. 4. & eſt ℞. 9. vide-
licet 3. Item ℞. d. 3. p℞. 5. ℞. d. 4. p℞.
d. 5. p℞. 5. Et ita deinceps, ſunt etiam qui-
dam ſurdi mixti vt 7. p℞. 5. & in his ſi-
militer procedes videlicet 7. p℞. 5. 7. p℞.
6. 7. p℞. 7. 7. p℞. 8. 7. p℞. 9. & totum
eſt 10.

2 Omnis autem numerus compoſitus ex
duobus numeris quorum alter ſaltem ſit
ſurdus vocatur binomium communiter &
largè, quaſi compoſitum ex duobus no-
minibus. Cum autem dicimus in compo-
ſitis ſiue binomiis, ſiue trinomiis. 7p. 4.
velut dicere 7 additum ad 4. & eſt 11. &
5 p. 4. eſt 9. 12 p. ℞. 9 m̃. ℞. 16. vult
dicere addere radice 39. quæ eſt 3. ad 12
& ſunt. 15. & ab eiſdem minuere radi-
cem 16. quæ eſt 4. fit 11. & ita ℞. 36. p. 7.
m̃. ℞. 15. vult dicere 13. m̃. ℞. 15. & eſt qua-
ſi 9. & ℞. L. 7 p. ℞. 10. vult dicere quod ra-
dices 10. & 7. ſimul aggregantur & ita
℞. L. 9. p. ℞. 16. eſt 7. & ℞. L. 25. p. ℞. 64.
eſt. 13.

3 Ex hoc ſequuntur duo. Primum quod ra-
dicibus ligatis non refert mutare locum in
terminis, vnde tantum eſt dicere, 7. p. ℞. 5.
quantum ℞. 5. p. 7. & ℞. L. 7 p. 10. quantum
L ℞. 10. p. 7. Secundum quod in radice liga-
gata ſi vnus numerus non eſt quadratus ne-
ceſſariò talis Radix eſt ſurda, etiam quod
omnes alij eſſent quadrati, veluti dico L ℞.
7. p. ℞. p. 9. p. ℞. 16. totum neceſſariò eſt nu-
merus ſurdus.

4 Ex hoc patet quod in radicibus vniuer-
ſalibus non eſt ita, vnde multum refert in
his permutare terminos, ſecundò poteſt ali-
qua Radix vniuerſalis eſſe numerus ſim-
plex dato quod componeretur ex numeris
non quadratis, veluti dicendo ℞V. 7. p. ℞.
81. vult dicere, ſume Radicem 81. & adde
ad 7. & fit totum 16. cuius ℞. eſt 4. & tamen
7. nullam habet radicem, quod autem per-
mutatione differant ex hoc exemplo collige,
nam ℞V. 4. p. ℞. 25. eſt ℞. 9. videlicet 3. ſcili-
cet ℞V. p℞. 4. eſt ℞. 27. quæ eſt ſurda & mul-
to maior quam 3.

In ℞. autem diſtincta eſt alia ſignificatio 5
vtpote ℞. D. 9p. ℞. 4. vult dicere 3. & 2. ſe-
parata. Differunt autem à radice ligata quo-
niam ℞L. 9p. 4. eſt 3 & 2. iuncta ſimul id eſt
5. differt autem 5 à 3 & 2 eo quod cum mul-
tiplicantur 3 & 2 diſtincta in ſe producunt
9 & 4. quæ ſunt 13. & 5 in ſe facit 15.
& ideo ℞. D. 4. p. ℞. 9. in ſe ducta facit 4
p. 9. quod eſt 13. & ℞. L. 5. ℞. 9. in ſe facit
13. p. ℞. 144. hoc eſt 25. patet igitur diffe-
rentia.

Et nota quod quidam intelligunt per hoc 6
℞. V. 7. p. 4. radicem 9. credunt enim quod ℞.
primo poſita ſeruiat etiam ſecundo numero
qui eſt 4. & non eſt ſic; & qui ponunt male
ponunt, non enim intelligitur ℞. niſi ponatur

Cum autem ponuntur plures numeri &
℞. cum vna ligatura, tunc ligatura ſatisfacit 7
omnibus, veluti ℞L. 9. p. ℞. 4. p. 5. p. ℞. 22.
eſt accipienda ℞. 9. quæ eſt 3. & addatur ei ℞.
4. quæ eſt 2. fit 5. cui addantur 5. qui ſunt
numeri fiunt 10. cui addatur ℞. 22. fiet to-
tum quod ſignificatur per Radicem illam
10. p. ℞. 22.

Cum autem ponitur vna ℞. V. tantum, 8
illa ſatisfacit omnibus. Exemplum ℞. V. 10.
p. ℞. 16. p. 3. p℞. 64. vult dicere vt capias
Radicem 64. & eſt 8. & ℞. 16. & eſt 4. & 3.
numerum, & totum fit 15. & adde ad 10. fit
25. cuius ℞. eſt 5. igitur ℞. V. 10. p℞. 16. p. 3.
eſt tantum 5. quia V. non facit niſi vnam ℞.
vniuerſalem.

Quod ſi velles inſinuare R. V. compli- 9
catam veluti dicere R. V. 13. p. R. V. 5. p. *R Simplex,*
R. V. 14. p. R. 4. vult dicere quod ibi ſunt *valet ℞.*
3. vniuerſalitates: incipe igitur ab vlti-
ma & eſt R. V. 14. p. R. 4. cuius ſen-
ſus eſt R. 4. quæ eſt 2. addita ad 14. fa-
cit 16. cuius R. eſt 4. deinde adde 4. ad
5. fit 9. cuius R. eſt 3. deinde pro pri-
ma radice adde 3. ad 13. fit 16. cuius R.
eſt 4. igitur tota illa R. V. triplicata eſt 4. &
ita diſtinguas quotquot fuerint.

Cum autem dicitur R V. 5. p R. V. 3. p R. 10
L. 49. p R. 16. p R. 4. Tunc capias omnes
R. ligatas & ſunt 7. 4. 2. adiunge ad 3.
fiunt 16. cuius R. eſt 4. ad primæ R. V.
fit 9. cuius R. eſt 3. & illa fuit R. aggre-
gati illius R. mixtæ, videlicet 3. cum igi-
tur dico R. V. ligat tantum primam notam
cum omnibus aliis ſequentibus, & aliæ re-
manent tanquam ligatæ. Vnde cum dico
R. V. 7. p. R. 16. p. R. 9. p. R. 4. ſunt accipien-
dæ omnes R. poſt. V. præter primam, & iun-
gendæ cum 7. & totius aggregati quod eſt
16. accipe R. quæ eſt 4. & tantum valet R.
illa vniuerſalis.

Rad. autem diſtincta non debet permi- 11
ſceri, & raro admiſcetur aliis, ſi ta-
men contingat ſingulis locis addenda
eſt, nota variationis, aliter. D. di-
ſtinguit omnes terminos, ſicut L. ligat.

veluti

veluti ℞.D.9.p℞.4.p.5.non eſt aliud niſi 3.
p.2.p.5.ſeorſim : vt dictum eſt.

12 Cum vero iungitur L.cum. V.vt hic ℞. L.V.10.p℞.36.p℞. V.70.p℞.121.ſenſus eſt accipe ℞.121. & eſt 11. adde ad 70.fit 81. accipe ℞.81.& eſt 9. deinde ſimiliter accipe ℞. V. primam quæ eſt 4. & eam iunge cum 9.fit 13.

13 Et ex hoc ne terrearis ob difficultatem, nã per poſteriora magis intelliges præcedentia,& maxima difficultas quæ accidit in ſurdis eſt ob numerationem, & ideo eã optimè intellectã reliquæ operationes, nullam habent difficultatem, exerceas igitur te in ea.

Capvt VI.

De Numeratione denominationum.

Omnis denominatio numeratur numeris ſimplicibus non variatã denominatione exemplum vt 1 co. 2 co. 3 co. 4 co. & 1 ce. 2 ce. 3 ce. 4 ce. & ita de aliis.

Capvt VII.

De Additione integrorum & dicitur ſumma.

1 Cvm volueris addere numeros integros inuicem,diſpone eos incipiendo à dextra verſus ſiniſtram, vnum ſub alio, ita vt ſi deſficiant deffectus ſit à parte ſiniſtra: deinde aggrega incipiẽdo à dextra omnes litteras exiſtentes in directo, & quod ſuperat ex numeris ſcribe:& retine ſi ſuperſint denarij, & aggrega numerũ illorũ,cum litteris diſpoſitis Secundo loco, & quod ſupereſt ex numeris ſcribe:decanos autẽ transfer ad Tertiam litteram tanquam numeros ſimplices, & ita facias vt in exemplo res facilis eſt & vulgata & niſi eſſet quod volumus totam artem amplecti talem operationem dimiſiſſemus.

7394	2
406	8
27	3
5275	9
13104	2

2 In aggregando autem libras, ſolidos, & denarios, oportet ſcire quod libra continet ſolidos 20. ſolidus autem noſter denarios 12. alibi autem plures, alibi pauciores. In ſumma igitur denariorum quotquot duodenarij ſuperfuerint, numero ſolidorum ſunt adiiciendi: vbi ſolidus valet 18. nummos obſeruabis quotiens 18. ſupereſt, totidem ſolidos adiicies in numero ſolidorum: ſimi-

lib. 7974 ſ. 13.d. 7
lib. 879 ſ. 12.d. 6
lib. 9400 ſ. 5.d. 7
lib. 794 ſ. 8.d 9

Summa lib. 19049 ſ. 0.d. 5

liter fiet in computandis ſolidis, quotiens Vigenarij exceſſerint ſolidorum, totidem libras adiicies libris quas habes. Exemplum cape pro aliis.

Probatio aggregationis eſt triplex primus modus eſt per 7. & per 9. vt in exemplo.

per 9.	7965428	5
	675392	5
	4735630	1
	7439	5
	13383889	7

per 7.	7965428	2
	675392	4
	4735630	4
	7439	5
	13383889	1

Secundus modus eſt aggregare è conuerſo vtpotè ſi aggregaſti aſcendendo aggrega poſtmodum deſcendendo, & hoc vtuntur ſæpè artifices & mercatores: exemplo non indignes quia res palàm eſt ex exemplis ſuperioribus,nam fit cum eiſdem litteris non permutatis.

Tertius modus eſt quod ſubtractio eſt aggregationis probatio,nam ſi 17. & 29. faciunt 46. igitur detractis. 29. à 46. fient 17. exemplum eſt vt hic.

Aggregatio.	Subtractio.
7954328	8750001
795673	7954328
8750001	795673

Ex hoc liquet quod cum aggregatio poſſit fieri inter quoſlibet numeros:& detractio ſolum inter duos: quod raro ſubtractio erit probatio aggregationis: ſed benè aggregatio ſubtractionis erit ſemper probatio.

Exemplum aliud Tertij modi.

lib. 7964 ſ. 13. d. 5
lib. 895 ſ. 11. d. 6

lib. 8860 ſ. 4. d. 11

Aggregatio.

lib. 8860 ſ. 4. d. 11
lib. 895 ſ. 11. d. 6

lib. 7964 ſ. 13. d. 5

Subtractio.

Capvt VIII.

De Aggregatione fractorum.

Tv ſcis quod numerus ſuperior vocatur numerator, & inferior denominator, multiplica igitur denominatores inuicem,& quod fit pone pro denominatore, deinde multiplica denominatorem vnius, per numeratorem alterius, & hoc viciſſim, & totum aggrega pro numeratore. Exemplum volo aggregare $\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{7}$ duco 4. in 7. & facio 28. pro denominatore

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} \quad \frac{41}{28}.$$

deinde duco 3. in 7. & ſit 21. & ſimiliter 5. in 4. & ſit 20. & totum eſt 41. pro numeratore. Videlicet $\frac{41}{28}$. & eſt $1\frac{13}{28}$ quod ſi ſint plures aggregabis binatim eodem modo donec compleas. Exemplum volo aggregare $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{6}$ aggrego per modum dictum Prima duo & faciunt $\frac{17}{12}$. & reliqua duo & faciunt $\frac{49}{30}$. deinde aggrego $\frac{17}{12}$ & $\frac{49}{30}$ & ſiunt $\frac{1098}{360}$ & ſunt integri tres & $\frac{1}{20}$ & hoc eſt facile.

Capvt IX.

De Aggregatione ſurdorum.

1 Talis aggregatio ſit per hoc verbum plus vt volo aggregare ℞. 7. cum ℞. 10. facio ℞. 7. p. ℞. 10. & ita ligantur & aggregantur radices vniuerſales, & ligatæ, & omnes numeri ſurdi.

2 Alius modus eſt talis, aggrega numeros vt etiam duc vnũ in alterum, & quadrupla, & radicem illius adde dicto aggregato, & ℞. totius eſt quod quæris. Exemplum volo adiungere radicem 16. cum radice 25. adiungo ſimul ſiunt 41. duco 25. in 16. ſit 400. quadruplo ſit 1600. ℞. eſt 40. addo ad 41. ſit 81. cuius ℞. eſt 9. aggregatum ex radice 25. & radice 16. ſic dico quod ℞. 7. cum ℞. 3. facit per primum modum radicem 7. p. ℞. 3. vel per ſecundum modum ℞. V. 10. p. ℞. 84. & eſt ferè ℞. 19.

3 Cum volueris addere ℞. cubicã, alteri cubicæ, diuide maiorem cubum, per minorẽ, & exeuntis accipe ℞. cubicã, cui adde 1. & totũ multiplica in ℞. cubam minoris, & prouentus erit aggregatũ ℞. cubarũ vtriuſque. Exemplum volo iungere ℞. cubam 8. cum ℞. cuba 27. diuido 27. per 8. exit $3.\frac{3}{8}$ cuius ℞. cubica eſt $1.\frac{1}{2}$ addo 1. ſit $2.\frac{1}{2}$, duco $2.\frac{1}{2}$ in 2. ℞. cubam de, 8 ſit 5. aggregatum. Similiter volo iungere ℞. cubam 3. cum ℞. cuba 24. diuido 24. per 3. exit 8. capio ℞. cubam quæ eſt 2. addo 1. ſit 3. duco in ℞. cubam de 3. ſit ℞. cuba 81. aggregatum, & hæc regula tenet in ℞. quadrata etiam & ℞. ℞. Exemplum volo adiungere ℞. ℞. 96. & ℞. ℞. 6. diuido 96. per 6. exit 16. capio ℞. ℞. 16. ſit 2. addo 1. ſit 3. duco in ℞. ℞. 6. ſit ℞. ℞. 486. & tantum faciunt ℞. ℞. 96. ℞. ℞. 6. ſimul iunctæ.

4 Quòd ſi velis adiungere ℞. cubam cum quadrata, cuba quadratum, & quadra cubum, deinde diuide maiorem per minorem, & exeuntis accipe ℞. quadratam ℞. cubicæ, minoris, & productum erit aggregatum ex ℞. quadrata vnius & cuba alterius, Exemplum volo iungere ℞. quadratam 16. cum ℞. cuba 8. igitur cuba 16. quod eſt quadratum ſit 4096. deinde quadra 8. qui fuit cubus ſit 64. deinde diuido 4096. per 64. cuius ℞. quadrata ℞. cubicæ, eſt 2. cui adde 1. ſit 3. quem multiplicabis in 2. ℞. quadratã ℞. cubicæ 64. hoc modo: cuba 3. ſit 27. quadra 27. ſit 729. ſimiliter cuba 2. ſit 8. quadra 8. ſit 64. multiplica 729. per 64. ſit 46656. cuius ℞. quadrata ℞. cub. erit aggregatũ, nam ℞. cubica 46656. eſt 36. cuius ℞. quadrata eſt 6. vel è cõuerſo ℞. quadrata 46656. eſt 216. cuius ℞. cuba eſt 6. & reddit ad idem & hoc modo iungunt radices,

Capvt X.

De Aggregatione Demonſtrationum.

Fit hæc ſimiliter tribus modis ſicut in ſurdis, vel per plus, vel per aggregationem cum multiplicatione, vel per diuiſionem, nam cum aggrego 1. co. cum 7. ſit Primo modo 1. co. p. 7. alio autem modo vt in ſurdis aggrego 1. co. cum 7. ſit 1. co. p. 7. deinde multiplico. 1. co. in 7. ſit 7. co. quadruplo 7. co. ſit 28. co. igitur ℞. V. 1. co. p. 7. p. ℞. 28. co. eſt aggregatum, & ſimiliter aggregare 4. co. cum 3. ce. facit Primo modo 4. co. p. 3. ce. Et ſecundo modo ℞. V. 4. co. p. 3. ce. p. ℞. 48. cu. & ita de aliis. Pro tertio modo fac tibi exemplum. 1

Cum verò adduntur plus & minus ſit hoc quatuor vt vides modis infrà deſcriptis. 2

p. cum p. additur & ſit p.
p. cum m̃. minuitur & ſit illud quod ſuperat.
m̃. cum m̃. additur & ſit m̃.
m̃. cum p. minuitur & ſit illud quod ſuperat.

5. ce. p. 7. co. m̃. 4. cu. p. 8.
6. ce. p. 10. co. p. 8. cu. m̃. 10.

11. ce. p. 17. co. p. 4. cu. m̃. 2.

Exemplum volo addere 5. ce. p. 7. co. m̃. 4. cu. p. 8. cum 6. ce. p. 10. co. p. 8. cu. m̃. 10. Fit vt vides, nam addo Primo 5. ce. & 6. ce. ſiunt 11. ce. & poſt addo 7. co. & 10. co. ſiunt 17. co. p. quia ambæ erant p. deinde detraho cu. 4. qui ſunt m̃ ex cu. 8. qui ſunt p. remanent cu. 4. p. deinde detraho 8. ex 10. remanent 2. m̃. quia 10 fuerat m̃. & ita hoc exemplum ſatisfacit omnibus modis.

Capvt XI.

De Subtractione Integrorum.

Differt ſubtractio ab aggregatione in tribus: Primò quia ſubtractio eſt contraria aggregationi, minuit enim & illa addit quantitates: Secundò quia aggregatio ſit inter quotlibet numeros, ſubtractio ſolum inter duos: Tertiò quia aggregatio ſit minoris cum maiore, & maioris cum minore, detractio autem non ſit niſi minoris à maiore: nam maiorem numerum, à minore, detrahere omnino eſt impoſſibile. 1

Fit aut detractio hoc modo ſupponendo litteras litteris in directo, à dextra verſus ſiniſtram procedendo: veluti hic, dicas igitur 9. de 13. remanent 4. & quia ad faciendum 13. addidiſti 10. nam aliter non potuiſſes detrahere 9. illud 10. pro vnitate adde ad ſecundam literam videlicet

7948723
486579
7462144

delicet 7. & fiet 8. & eſt tantum quantum ſi detraxiſſes vnitatem à 2. quæ eſt littera ſuperior : dicas ergo 8.de 12. remanent 4. & transfert vnitatem ad locum ſequentem, & fit 6.&ipſum deme de 7. & remanent 1. deinde detrahe 6. ab 8. remanent 2.deinde detrahe 8. à 4.non potes : adde 10. fit 14.& detracto 8. fiunt 6.& transfer vnitatem & fiet 5.littera ſequens quæ erat 4.quæ dempta à 9.fit 4. deinde quia nulla eſt alia littera in detractore , repones 7. & fiet numerus inferior areſtum:vt vulgariter nominant.

2 Probatio fit tripliciter ſicut in aggregatione per 7.& per 9.vt in hoc exemplo eſt

	79543	1		79543	2
per 9.	6825	5	per 7.	6825	0
	72718	7		72718	2

autem differentia ab aggregatione, quia in illa ſuperiores iuncti debent æquari inferiori, hic autem inferiores iuncti, debent æquari ſuperiori, quare &c. Secundus modus eſt vt detractio ſit probatio detractionis & eſt quia detraxiſti 6825.ex 79543.& ſuper fuit 72718. igitur ſi detraxeris 72718. ex 79543. remanebit 6825. nam demptis 7. a 10.remanet 3.igitur demptis 3.à 10.remanebunt 7. Exemplum habes in ſuperioribus. Tertius modus probandi eſt aggregatio , nam cum rite detraxeris ſemper ex duobus inferioribus iunctis fiet ſuperior vt hic : congregaui duos inferiores , & facti ſunt numerus : à quo facta erat detractio.

74328
5929
68399
74328

3 Cum verò libras, Solidos, & Denarios, volueris detrahere diſpone vt in exem-

lib. 7964	ſ. 13	d. 7
lib. 7682	ſ. 17	d. 9
lib. 281	ſ. 15	d. 10

plo.Tunc adde ſolidum.7. Denariis ,& fient denarij 19. à quibus demptis 9. fiunt Denarij 10. & quia addidiſti Denarios 12. ſuperius, igitur adde ſolidum inferioribus , & fient ſolidi 18. quos non potes detrahere à 13.adde Libram, quæ valet ſolidos 20. fient ſolidi 33. à quibus demptis 18. remanent ſolidi 15.& quia addiſti ſolidos 20.ſuperioribus qui ſunt libra addes libram vnam inferioribus & fient libræ 7683.quæ detractæ per ſuperiora faciunt reſiduum libras 281. ſolidos 15. denarios 10.probatio fit per duos vltimos modos , nam primus modus ſolum tenet in numeris ſimplicibus , quomodo autem fiat probatio per 7. & per 9. exponam in capitulo de multiplicatione ſimplicium numerorum.

4 Si quis autem dicat valeat ſcutum libras 5.ſolidos 5. denarios 3. & facias hanc detractionem quia natura Scuti, continet

Scuti 97	lib. 2	ſ. 13	d. 6
Scuti 28	lib. 3	ſ. 11	d. 3

libras ,ſolidos, & denarios , quæ ſunt diuerſarum , tunc conſidera ſi libræ inferiores ſint pauciores ſuperioribus, fac detractionem vt ſuprà , non enim habet difficultatem : ſi verò libræ detractoris videlicet inferioris ſint plus , tunc reſolue vnum ſcutum in libras & deme a ſuperioribus , & adde libras libris : ſolidos ſolidis : nummos nummis:poſt modum perfice detractionem , Exemplum

	Sicuti valor		
	lib. 5	ſ. 5	d. 3
Scuti 96	lib. 7	ſ. 18	d. 9
Scuti 28	lib. 3	ſ. 11	d. 3
Scuti 68	lib. 4	ſ. 7	d. 6

erant Scuti 97. libræ 2. ſolidi 13.denarij 6. abſtuli ſcutum qui valet libras 5. ſolidos 5. denarios 3. & addidi omnia ſuis locis : & facti ſunt Scuti 96. libræ 7. ſolidi 18. denarij 9 à quibus detractis ſcutis 28.libris 3. ſolidis 11. denariis 3. remanent ſcuti 68. libræ 4. ſolidi 7. denariis 6.vt vides animaduerte quod in hoc caſu accidit quandoque vt ſuper ſint ſolidi pluſquam 20.aut nummi, pluſquam 12. pones igitur detractis ſolidis 20. libram, & detractis nummis 12.ſolidum.

Animaduerte quod in aggregationibus 5
talium etiam opportet animaduertere nam cum libræ exuperauerint valorem ſcuti tunc reponetur coronatus loco earum hoc modo valeat ſcutus vt ſupra libras 5. ſolidos 5.denarios 3. ſint hæ duæ quantitates

Scuti 754 Libræ 4 Solidi 13 d. 6
Scuti 458 Libræ 2 Solidi 19 d. 11

Primo eas ſimul

Scuti 754	lib. 4	ſ. 13	d. 6
Scuti 458	lib. 2	ſ. 19	d. 11
Scuti 1212	lib. 6	ſ. 32	d. 17
Scuti Valor.	lib. 5	ſ. 5	d. 3
Scuti 1212	lib. 1	ſ. 27	d. 14
Scuti 1213	lib. 1	ſ. 27	d. 14
Scuti 1213	lib. 2	ſ. 8	d. 2

iunges per doctrinam Septimi capituli & fient ſcuti 1212. lib.6. ſolidi 32. denarij 17. poſt modũ quia libræ 6.ſolidi 32.denarij 17. excedunt valorem ſcuti ſuppone ipſum & reſidua : & remanent ſcuti 1212. libra 1. ſolidi 27. denarij 14. poſt modum addes ſcutum vnum numero aureorum : pro libris ſolidis & denariis quos abſtuliſti : & fient ſcuti 1213. libra 1. ſoldi 27. denarij 14. demum quia ſuperſunt ſolidi, pluſquam 20. & denarij pluſquam 12. reduces denarios 12.ad ſolidum : & ſolidos 20.ad libram : & fient Scuti 1213. libræ 2. ſolidis , denarij 2. vt in exemplo vides.

Fuiſſe me in hac tam vulgata re longiuſculum pudet,cum'tamen maior verecundia ſit in minimis falli : ea propter diligentius iſta pertractauimus : nam reliqua quæ ſunt difficiliora etiam ad inſtructis legentur: facilius autem ardua peritus , quam vulgata imperitus intelligit.

Capvt XII.

De Subtractione Fractorum:

DVces denominatorem In denominatorem & quod fit eſt denominator reſidui, deinde duces numeratores vnius In denominatores alterius, & duorum multiplicatorum reſiduabis minorem numerum de maiore: & quod remanet eſt numerator. Exemplum volo $\frac{2}{3}$. de $\frac{3}{4}$ detrahere, duc 3. in 4. fit 12. pro denominatore: deinde duco 2. in 4. fit 8. & 3. in 3. fit 9. demo 8. à 9. remanet 1. pro numeratore remanet igitur $\frac{1}{12}$ ex tali detractione.

$$\frac{2}{3}\ X\ \frac{3}{4}\quad\frac{1}{12}$$

Capvt XIII.

De Subtractione Surdorum.

1 FIt tribus modis Primo per minus hoc modo volo detrahere ℞. 3. ex Radice 7. dico ℞. 7. m̃. ℞. 3. & ita de aliis.

2 Alius modus eſt talis aggrego ſimul: & etiã multiplico: & multiplicatum quadruplo: & huius ſumo radicem quam detraho ab aggregato Primo quæ ſi non poteſt detrahi, detractio eſt impoſſibilis: factâ detractione ℞. reſidui, eſt quæſitũ, veluti volo detrahere Radicẽ 16. ex ℞. 25. iungo 25. cũ 16. fit 41. duco 16. in 25. fit 400. quadruplo 400. fit 1600. m̃. 1600. eſt 40. demo à 41. remanet 1. cuius ℞. eſt 1. & tantùm reſiduatur, demptâ radice 16. quæ eſt 4. à radice 25. quæ eſt 5. remanet 1. per hoc etiam demptâ radice 3. à radice 7. fit ℞. V. 10. m̃. ℞. 84. cuius ſenſus eſt aſſumere radicem 84. & detrahere à 10. & reſidui ℞. eſt quod quæritur. Ex hoc patet & Capitulo Nono quod tantum eſt dicere ℞. 7. m̃. ℞. 3. quantum (℞) 10. m̃. ℞. 84. & ſimiliter tantum eſt dicere ℞. 7. p. ℞. 3. quantum ℞. V. 10. p. ℞. 84. quare & cc.

3 Tertius modus eſt vt diuidas numerum per numerum, & exeuntis accipe radicem, à qua detrahe 1. & reſiduum multiplica per ℞. minoris, & hic modus tenet in Radicibus cubicis: & quadratis: & ℞. ℞. & mixtis: Exemplum de cubica volo detrahere ℞. 8. cu. ex ℞. 27. cubica: diuido 27. per 8. exit $3\frac{3}{8}$. capio radicem cu. & eſt $1\frac{1}{2}$. demo vnitatem remanet $\frac{1}{2}$. duco $\frac{1}{2}$. in 2. radicem 8. fit 1. & tantum reſiduatur detractâ ℞. cub. 8 à ℞. cub. 27. & vt vides exempla capituli noni ſatisfaciunt: nam operatio eſt eadem vt in aggregatione præciſe: excepto quod in aggregatione additur 1, in ſubtractione aufertur.

Capvt XIV.

De Subtractione Denominationum.

1 IN denominationibus ſimilibus fit detractio per numeros veluti 10. ce. p. 7. co. ſi demantur ex 24. ce. p. 13. co. remanent 14. ce. p. 6. co.

Si verò denominationes ſint ſimiles vnus tamẽ numerus maior, alter minor: fit detractio in minore ſecundùm totum: in maiore autẽ ſecundum quantitatem minoris: & reſiduum ponitur ſub termino minus Exemplum volo ſubtrahere 7. ce. p. 13. co. à 10. ce. p. 4. co: dico quod remanet 3. ce. m̃. 9. co. 2

10. ce. p. 4. co.
7. ce. p. 13. co.
3. ce. m̃. 9. co.

Si verò denominationes ſubtrahendi ſint cum termino minus, fit additio: Exemplum volo detrahere 7. ce. m̃. 9. co. ab 11. ce. p. 5. co. fit 4. ce. p. 16. co. in additione autem minus minuitur: exempli gratiâ volo addere 6. ce. p. 7. co. cum 5. ce. m̃. 9. co. fit. totum 11. ce. m̃. 2. co. regula etiam hæc tenet in ſurdis. Si verò naturæ ſint diuerſæ fit ſubtractio per terminum minus aut per multiplicationem prout in ſurdis & ita 7. ce p. 3. co. & 4. cu. facit detrahendo 7. ce. p. 3. co. m̃. 4. cu. vel per modum multiplicationis ℞. differentiæ 49. ce. p. 9. ce. p. 16. cu. ce. p. ℞. 1764. cu. ce. detractâ ℞. L. 3136. ce. Re. p. 576. ce. ce. ce. 3

Exempla iſtorum modorum patent vt hîc.

7. ce. p. 7. co.	7. ce. p. 12. co.
4. ce. p. 3. co.	5. ce. p. 15. co.
3. ce. p. 4. co.	2. ce. m̃. 3. co.
7. ce. p. 4. co. m̃. 9.	7. ce. m̃. 5. co. p. 7.
5. ce. p. 6. co. p. 10.	9. ce. m̃. 11. co. m̃. 3.
2. ce. m̃. 2. co. m̃. 19.	6. co. m̃. 2. ce. p. 10.

Probationes autem fiunt duobus vltimis modis capituli vndecimi.

Capvt XV.

De Multiplicatione Numerorum.

CVm volueris multiplicare numeros habeas imprimis memoriæ multiplicationem numerorum ſimplicium vſque ad 10. veluti 7. in 9. facit 63. deinde diſpone quemlibet ſub ſuo compari veluti. In figura vides Primò ducitur 6. in omnes literas numeri ſuperioris; deinde ducitur 4. in eaſdem: deinde 9. deinde 3. vltimo 7. deducitur. In omnes litteras ſuperioris numeri prout vides.

In hac Figura:

```
     79507864
        73946
    ---------
    477047184
   318031456
  715570776
 238523592
556555048
-------------
5879288511344
```

Secundo conſidera quod decani qui ſuperſunt in multiplicatione transferuntur ad numerum ſequentem: tanquam numeri ſimplices, veluti in prima littera duco 6. in 4 fit 24. depono 4. & ſuperſunt 20. qui ſunt duo decani, hos ſeruo: cum igitur dico 6. in 6. facit 36. addo 2. pro decanis ſeruatis:

&

& fit 38. repono igitur 8. & ſeruabo 3. decanos quos adnumerabo multiplicationi 6. in 8, atque ita in reliquis.

Tertiò conſidera quod primus numerus qui reponitur debet poni ſub littera multiplicante numeri inferioris deinde procedere ſeriatim ſine confuſione ad ſiniſtram: donec diſponatur optime vna ſub alia, ſicut vidiſti in figura.

Probatio autem per 9. eſt vt colligas omnes ſuperioris: & proiice 9. quotiens potes: deinde fac idem in Secundo numero inferiore: & reſidua inuicem duc: & ab eo quod fit etiam proiice 9. quotiens potes: & ſerua reliquum: deinde in numero producto aggregato proiectis 9. quotiens potueris, ſi reſiduatur idem numerus qui ſeruatus eſt rectè proceſſiſti, ſin minus nequaquam. Exemplum in ſuperiore: multiplicatione aggregatio numerorum eſt 46. deductis 9. remanet 1. in inferiore aceruus eſt 29. deductis 9. fit 2. duc. 2. in 1. fit 2. aggregatum producti eſt 65. à quo deductis 9. remanent 2.

Alia probatio fit per 7. non aggregando, ſed præſcindendo: vtpote dicas in ſuperiore numero, in 7. nihil ſupereſt, in 9. ſuperſunt 2. quæ antepoſita ad 5. faciunt 25. in quo ſuperſunt 4. quæ antepoſita ad nullitatem faciunt 40. à quo proiectis 7. fit 5. qui antepoſitus ad 7. facit 57. à quo deducto 7. remanet 1. & ita procedas pariformiter in omnibus: ſi igitur, quod ſupereſt à producto æquatur ei quod ſupereſt ex ſupplicatione producentium: ratio eſt bona: aliter eſt falſa. Exemplum in ſuperiore ſuperſunt 2, in inferiore 5. duco: 5, in 2. fit 10: ſuperſunt 3. cum igitur in producto ſuperſint 3. ratio eſt vera. Iſtamet probatio poteſt fieri per 8. per 6. & per 11. & reliquos numeros eodem modo ſicut fit de 7. & probatio de 9. non verificatur in aliis numeris nota tamen quod poteſt eſſe Prima & Secunda probatio bona, & tamen multiplicatio erit mala: non tamen probatio poteſt eſſe mala, & multiplicatio

36425
792
72883
327828
254975
2884866 3

bona hoc autem fit hoc modo: probationes iſtæ ſunt veræ & tamen multiplicatio falſa: ſi igitur dubitas experiaris Primam & ſecundam & tertiam litteras à dextra, an benè ſe habeant nam falſificantur multiplicationes per 63. additum vel ablatum & omnem numerum ex eo compoſitum vt 126. & 630. &c.

Cum ducit n°. in numerum, quod producitur eſt n°. vt 7. in 3. fit 56.

Cum producitur numerus in decanos, productum ſunt decani veluti 7. in 80. facit 56. decanos qui ſunt 570.

Cum producitur numerus in centenos, productum eſt numerus centenorum. vt 7. in 800. facit 56. centenos qui ſunt 5600.

Cum producitus numerus in millenos, vel è conuerſo, productum eſt numerus millenorum, vt 7. in 8000. facit 56000.

Cum producitur numerus in miriades, productum eſt numerus miriadum vt 7. in 80000. facit 56. miriades quæ ſunt 560000.

Cum producitur decanus in decanos, productum eſt numerus centenorum, veluti 70. & 80. facit 56. centenos videlicet 5600.

Cum producitur decanus in centenos, productum eſt numerus milliariorum. veluti 70. in 800. facit 56. millenos videlicet 56000.

Cum producitur decanus in millenarios, productum fit numerus miriadum: veluti 70. in 8000. facit 56. miriades videlicet 560000.

Cum producitur decanus in miriades, productum eſt numerus centenorum milium, veluti 70. in 80000. facit 56. centena millium videlicet 5600000.

Cum centenus producitur in centenos, quod fit eſt numerus miriadum, veluti 700. in 800. facit 56. miriades, videlicet 560000.

Cum centenus ducitur in milliaria, productum eſt numerus centenorum millium, veluti 700. in 8000. facit 56. centena millia, videlicet 5600 000.

Cum centenus ducit in miriade productum eſt numerus millionum, veluti 700. in 80000. facit 56. milliones, videlicet 56000000.

Cum millenus ducitur in millenos, productum eſt numerus millionum, veluti 7000. in 8000. facit 56. milliones, videlicet 56000000.

Cum millenus ducitur in miriades, productum ſunt decani millionum, veluti 7000. in 80000. facit 56. decanos millionum, videlicet 560000000.

Cum mirias in miriadem ducitur, productum eſt centena millionum, veluti 70000. in 80000. facit 56. centena millionum videlicet 5600000000.

Hæc igitur ſi quis rectè concipiat faciliter memoria maximas ſupputationes perficiet.

CAPVT XVI.

De Multiplicatione & inſitione Fractorum.

PRo multiplicatione duc denominatorem in denominatorem & numeratorem in numeratorem & quod fit pone pro producto veluti $\frac{2}{3}$. in $\frac{3}{4}$ facit $\frac{6}{12}$ & $\frac{2}{5}$ in $\frac{4}{7}$ $\frac{8}{35}$ vt vides in figura. 1

Probatio autem vna eſt vniuerſalis omnibus quæ eſt diuiſio: quæ etiam competit integris, ſicut diuiſionis probatio eſt multiplicatio: Vnde cum diuiſeris $\frac{6}{12}$ per $\frac{2}{3}$ exibunt $\frac{3}{4}$ aut ſi diuiſeris per $\frac{3}{4}$ exibunt $\frac{2}{3}$. & ſimiliter diuiſo $\frac{8}{35}$ per $\frac{4}{7}$ exibunt $\frac{2}{5}$. & diuiſo $\frac{8}{35}$ per $\frac{2}{5}$ exibunt $\frac{4}{7}$.

2 ——	3	6
3 ——	4	12
2 ——	4	8
5 ——	7	35

Inhizatio vulgariter dicitur ſiue inſitio, additioni ferè ſimilis eſt, non tamen poteſt fieri

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

fieri ſine multiplicatione, ob hoc dilata eſt declaratio eius vſque ad præſens capitulum: fit autem vt in figura multiplicando denominatorem in denominatorem & produ-

$\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ | $\frac{11}{12}$ $\frac{5}{7}$ | $\frac{82}{84}$

ctum pone pro denominatore, deinde multiplica denominatorem ſecundum in numeratorem Primum & adde producto numeratorem ſecundum & aggregatum pone pro numeratore. Exemplum volo inſerere $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{7}$, primo inſeram $\frac{2}{3}$ cum $\frac{3}{4}$ ducendo denominatores inuicem, fit 12. & poſtmodum Primum numeratorem qui eſt 2 in denominatorem qui eſt 4. fiet 8. cui adde ſecundum numeratorem fiet 11. igitur inſitione fit $\frac{11}{12}$ ſimiliter duco 12. in 7. fit 84. pro denominatore: deinde duco 11. in 7. fit 77. addo 5. fit 82. pro numeratore igitur inſitus erit $\frac{82}{84}$. Eſt autem inſitio additio fractionis fracti anterioris, ad fractum cuius eſt fractio, veluti addo $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{6}$ ad $\frac{5}{6}$ fiunt $\frac{17}{18}$ nam 2. non ſunt partes vnitatis ſed $\frac{1}{6}$ qui eſt denominator de $\frac{5}{6}$.

5 Ex hoc patet quod ex inſitione nunquam peruenitur ad vnitatem vtpote ſi quis dicat inſere $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{7}{8}$ non attingunt ad vnitatem, quia ad $\frac{3}{4}$ deeſt $\frac{1}{4}$ ſed $\frac{5}{6}$ non eſt $\frac{1}{4}$, ſed tantùm $\frac{5}{6}$ de $\frac{1}{4}$ igitur ad complendum vnitatem deeſt $\frac{1}{6}$ de $\frac{1}{4}$ ſed $\frac{7}{8}$ ſunt minus de $\frac{1}{6}$ de $\frac{1}{4}$ quia ſunt $\frac{7}{8}$ de $\frac{1}{6}$ de $\frac{1}{4}$ igitur ad complendum vnitatem deeſt $\frac{1}{8}$ de $\frac{1}{6}$ de $\frac{1}{4}$ quod eſt $\frac{1}{192}$ & ita in infinitum.

Intere tot $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ quod faciant $\frac{7}{8}$ tunc ſcias poſſibilitatem inſerendi faciliter, nam ſi 8. denominator inſerendi numerat 24. productum denominatorum inſerentium quæſtio eſt poſſibilis aliter non: ſoluitur autem Capitulo Sexageſimo ſexto.

CAPVT XVII.

De multiplicatione Surdorum.

1 CVm fuerit ſurdus ſimplex ducendo in ſeipſum fit numerus veluti ℞. 7. in ℞. 7. facit 7. & ℞. 5. in ℞. 5. facit 5.

2 Cùm ducitur numerus ſurdus, in alium producitur ℞. aggregati; veluti ℞. 7. in 5. facit ℞. 35. & ℞. 9. in R. 4. facit ℞. 36. quæ eſt 6.

3 Cum ducitur ℞. numeri, in ℞. quadrupli, producitur duplum numeri, veluti ℞. 3. in ℞. 12. facit 6. & ℞. 5. in ℞. 20. facit 10.

4 Cum ducitur R.V. in ſe, producitur idem demptâ Primâ R. Exemplum R.V.7. p.R.4. in ſe facit 7.p.R.4. quod eſt 9. & R.V.9.p. ℞.49. facit 9. p.R.49.

5 Cum ℞. numero multiplicabis, quadrabis numerum & duces in quadratum R. id eſt in numerum ipſum, & R. producti eſt quod quæritur. Exemplum ℞. 7. in 5. quadra 5. fit 25. quadra ℞. 7. fit. 7. duco 7. in 25. fit 175. igitur ℞. 175. eſt productum ex 5. in R. 7.

6 Cum volueris ducere radicem & numerum in ſe. Tunc quadrabis vtrunque & iunges ſimul, pòſt multiplicabis vnum productum in aliud, & quadruplabis, & huius ℞. cum aggregato Primo eſt productum. Exemplum R. 9. p. 2. quadra fit 9. p. 4. quod eſt 13. duc etiam 9. in 4. fit 36. quadrupla fit 144. ℞. eſt 12. addita ad 13. facit 25. tantum facit ℞. 9. p. 2. in ſe, nam 5. in ſe facit 25.

Cum volueris ducere ℞. ligatam in ſe fac eodem modo, quadra, iunge, & multiplica, quadrupla radicem aggregato iunge: vt ℞. 9. p. ℞. 16. fiunt 9. & 16. quod totum eſt 25. deinde 9. in 16. facit 144. quadruplum eſt 576. ℞. eſt 24. quæ addita ad 25. facit 49. quòd ſi non haberet radicem, diceremus 25. p. R. 576. 7

Cum volueris ducere radicem ligatam in aliam, quadrabis vtramque deinde multiplicabis in crucem, & R. ligata productorum eſt productum, veluti L℞. 9. p. ℞. 4. in L℞. 25. p. R. 36. quadra fiunt 9. p. 4. & 25. p. 36. diſpone & multiplica: 8

Omnes igitur hæ radices ſunt productum videlicet 55.

9. p̄. 4.
25. p̄. 36.

℞. 225. p̄ ℞. 324.
℞. 100. p̄. ℞ 144.

Aliud 3. p̄. ℞. 4. in 2. p. ℞. 9. quadra & diſpone hoc modo, eſt igitur productum L℞. 81. p̄. ℞. 36. p̄. ℞. 36. p̄. ℞. 16. Videlicet 25.

3 p̄. ℞. 4.
2. p̄. ℞. 9.

9. p̄. 4.
4. p̄. 9.

℞. 36. p̄. ℞. 81.
℞. 16. p̄. ℞. 36.

Cùm volueris multiplicare Radices vniuerſales inuicem, quadra eas ſuo modo per regulam quartam, & poſt modum quadra etiam tanquam diſiunctum per vndecimam regulam, tertiò duc vnam in alteram per præcedentem, & ℞. ℞. ligatæ illius aggregati eſt productum. Exemplum ℞ V. 7. p̄. ℞. 4. in ℞. V. 5. p̄. ℞. 16. ducenda eſt, quadrentur per quartam fiunt 7. p̄. ℞. 4. & 5. p̄. ℞. 16. deinde quadrentur per viam ℞. & numeri diſtinctorum: & fiunt 49. p̄. 4. & 25. p̄. 16. hoc autem per modum ℞. ligatæ multiplicabis in crucem: & fiunt vt vides ℞. totius, aggregati huius. ℞. L. 1225. p̄. ℞. 784. p̄. ℞. 100. p̄. ℞. 64. ℞. igitur 1225. eſt 35. & ℞. 784 eſt 28. & ℞. 100. eſt 10. & ℞. 64. eſt 8. igitur totum eſt 81. cuius ℞. eſt 9. productum. 9

℞ V. 7. p̄. ℞. 4.
℞ V. 5. p̄. ℞. 16.

D. 7. p̄. ℞. 4.
D. 5. p̄. ℞. 16.

L. 49. p̄. 4.
L. 25. p̄. 16.

℞. 1225. p̄. ℞. 784.
℞. 100. p̄. ℞. 64.

Cùm volueris multiplicare Radices ligatas inuicem cum vniuerſalibus, quadrabis vnamquamque per ſuam regulam, Videlicet quartam & ſeptimam & tu ſcis quod prodibunt in vtraque numerus, & radix, deinde quadra omnia tanquam radices diſiunctas, per ſequentem regulam & multiplica inuicem, & ℞. ℞. L. totius eſt productum veluti volo deducere ℞. V. 7. p̄. ℞. 4. in ℞. L. 9. p̄. ℞. 16. quadrabo per quartam regulam radicem vniuerſalem 10

vniuerſalem, & fiet 7 p̃. ℞. 4. & quadrabo radicem ligatam per ſeptimam regulam, & fiet 25. p̃. ℞. 576. multiplico eas in ſe per modum ℞. diſtinctæ & fient 49. p̃. 4. Et 625. p̃. 576. deinde multiplico inuicem per modum crucis & Primo 49. in 625. fit 30625. & 4. in 576. fit 2304. & 49. in 576. fit 28224. & 4. in 625. fit 2500. erit igitur productum ℞℞. L. 30625. p̃. ℞. 2500. p̃ ℞. 2304. p̃. ℞. 28224 eſt autem 30625. ℞. 175. ℞. 2500. nº 50. & 2304. ℞. 48. & ℞. 28224. eſt 168. adde igitur 175. & 50. & 48. & 168. fiet 441. cuius ℞. eſt productum: nam ℞. V. 7. p̃. ℞. 4. eſt 3. & ℞. L. 9. p̃. ℞. 16. eſt 7. & 7. ductum in 3. facit 21. Tamen ſi operateris per breuiorem viam, exit ℞. V. & non ℞℞. ligatæ, idem tamen eſt prouentus, ſed vtor hoc modo ad vitandum errorem ex diuerſitate operandi faciliter euenientem.

℞. V. 7. p̃. ℞. 4
℞. L. [illegible] p̃. ℞. 16

7. p̃. ℞. 4.
25. p̃. ℞. 576.

49. p̃. 4.
625. p̃. 576.

30625. p̃. 2304.
28224. p̃. 2500.

℞℞. L. 1225.
p̃. ℞. 2304.
p̃. ℞. 28224.
p̃. ℞. 2500.

11 Eſt etiam quoddam genus ſurdi, numeri quod vocatur diſiunctum, veluti ℞. 9. p̃. ℞. 4. vult dicetur 2. & 3. per ſe, manifeſtum eſt igitur quod qui vult quadrare talem numerum, ſolum debet auferre Radicem veluti dicendo ℞. 6. 7. p̃. ℞. 3. quadrata facit 7. p̃. 3. differt valde à radice ligata nam quadratum ℞. 6. 9. p̃. ℞. 4. eſt 13. tantum vt apparet per regulam præſentem: quadratum autem ℞. L. 9. p̃ ℞. 4. eſt 25. & quadratum ℞. V. 9. p̃. ℞. 4. eſt 11. vt apparet ex quarta & ſeptima regula.

12 Ex ductu ℞. V. vel in ℞. L. vel in numerum ſimplicem, vel in ℞. diſiunctam, vel ex ductu ℞. L. in ſe, vel aliam ligatam radicem, fit ſemper ℞. vniuerſalis.

13 Ex ductu ℞. ligatæ in numerum ſimplicem. Item in ℞. ſimplicem, Item ex ductu ℞. diſiunctæ in radicem diſiunctam, fit ℞. ligata.

14 Ex ductu ℞. diſiunctæ in numerum ſimplicem, vel ℞. fit ℞. diſiuncta.

15 Ex ductu ℞. diſiunctæ in ℞. V. fiunt plures radices vniuerſales, Et ex ductu ℞. diſiunctæ in ℞. L. fiunt plures ℞. L. Nota igitur quod dixi in 12. & 13 regulis de radice diſiuncta, intelligitur quod producuntur plures radices. V. vel ligatæ, non vna tantum. Ex ductu igitur ℞. 6. fiunt plures ℞. L.

16 Multiplicatio ℞. d. in omnem aliam, non eſt niſi multiplicatio radicis ſimplicis totiens iterata quot termini fuerint in ea, igitur omnis operatio eius habetur ex ſuis regulis.

17 Eſt etiam quoddam genus Radicum quod vocatur reduplicatum, & eſt frequentius in genere radicis ligatæ, veluti ℞ ℞. L. 16. p̃. 25. & eſt intentio aggrega radicem 25. & eſt 5. cum ℞. 16. Et eſt 4. & fiet 9. cuius ſume ℞. eſt 3. igitur 3. eſt idem quod ℞℞. L. 16. p̃. 25. in talibus igitur quadrabis auferendo vnam Radicē: & fiet ℞. L. ſimplex quā ſi volueris quadrare, quadrabis per ſeptimam igitur quadratū ℞℞. L. 16. p̃. 25. eſt ℞. L. 16. p̃ ℞. 25. vid. licet. 9. cum igitur volueris hanc radicem in aliam ducere totiens quadrabis reliquā quotiens opus habes, per hanc & Septimam ad multiplicandum & quod producetur erit (℞) cuius ℞. erit numerus productus, exemplum eſt facile ſi vndecimam intellexiſti volo ducere ℞℞. L. 16. p̃. 25. in radicem V. 2. p̃. ℞. 4. duco ℞℞. L. 16. p̃. 25. in ſe fit ℞. L. 16. p̃. 25. & duco (℞). 2. p̃. ℞. 4. in ſe fit 2. p̃. ℞. 4. multiplico in ſeipſas. 2. p̃ ℞. 4. & ℞ L. 16. p̃. 25. quadrando vtramque ſecundum doctrinam 11. regulæ fit 8. p̃. ℞. 64. & 41. p̃. ℞. 1600. duco ſecundum formam 11. fiet primo 328. deinde quadrando fiet 64. p̃. 64. & 1681. p̃. 1600. quæ ducta in crucem facient vt vides. ℞. igitur horum addendæ ſunt a

64. p̃. 64. | 102400.
1681. p̃. 1600. |
107584. 102400.

328. & eſt idem quod radix multiplicati ex duobus primis videlicet 64. in 1681. capiam igitur totum numerum videlicet ℞. V. 328. p̃. ℞. L. 102400. p̃ ℞. 102400. p̃. ℞. 107584. Radices igitur 102400. ſunt 320. & 320. & 107584. ſunt 328. aggrega igitur 328. & 328. & 320. & 320. fiet totum 1296. cuius radix eſt 36. cuius ℞. eſt 6. igitur dicemus quòd 6. eſt ℞℞. numeri qui componitur ex radice vniuerſali 328. p̃. ℞. L. 102400. p̃. ℞. 102400. p̃ ℞. 107584.

Ex hac regula ſequitur quod radix vniuerſalis in ſua quadratura fit numerus ſimplex cum Radice: quare deuenit ad naturam Radicis ligatæ ſicut & radix ligata in ſeipſam: quod enim producitur eſt quoddam medium & hoc intellige pro regula decimaquarta & decimatertia. 18

Secundò ſequitur quòd cùm fuerint tales deducuntur per formam radicis diſiunctæ inuicem in cruciando ſe, & eſt ſimilis modus ſicut ſi quis ducat 7. p̃. ℞. 4. In 7. p̃. ℞. 4. & ſimiliter ducere 7. p̃ ℞. 4. In 5. p̃. ℞. 16. Nam vtrobique primo deducis numeros anteriores & poſteriores, primus eſt numerus ſecundus radix numeri, deinde quadrabis terminos, & in cruciando multiplicabis: exemplum in primo 7. in 7. fit 49. & 4 in 4. fit 16. erit ergo 49. p̃. ℞. 16 deinde duces 7. in ſe fit 49. & ℞. 4. in ſe facit 4. duc 49. in 4. & 49. in 4 bis fiunt propter incruciationem duæ radices 196. videlicet 28. manifeſtum eſt igitur eſſe tria genera multiplicationum in talibus primarum litterarū, & producitur radix: & vltima ℞ cum primis iam quadratis vtriusque & producitur radix: & ita productio vltimarum inter ſe eſt media inter productionem primarum inter ſe, & primarum cum vltimis: nam communicat cum productione primarum in hoc: quod multiplicantur abſque eo quod quadrantur: communicat cum productione

7. p̃. ℞. 4.
7. p̃. ℞. 4.

nº 49. p̃. ℞. 16.

℞. 49. p̃. ℞. 4.
℞. 49. p̃. ℞. 4.

℞. 196. p̃. ℞ 196.

℞. 49. p̃. ℞. 16. p̃.
℞. 196. p̃ ℞. 196.

℞. 81. & [illegible] 9

productione primarum in vltimas, eos quod productum eſt radix & non numerus.

19 Reciſum dicitur numerus qui ductus cum reliquo nihil facit excepto primo numero: velut reciſum de 7. p̄. ℞. 9. eſt 7. m̄. ℞. 9. & ℞. 9 p̄. ℞. 7. eſt reciſum de ℞. 9. m̄. ℞. 7. quod ergo iunctum facit remanere ſolam primam l teram eſt reciſum vnde in quolibet eſt facile inuenire permutãdo plus loco minus: & ponendo minus loco plus vt reciſum de ℞. L. 7. p̄. 3. eſt ℞. L. 7. m̄. 3. & reciſum de ℞. 7. m̄. ℞. 5. eſt ℞. L. 7. p̄. ℞. 5. & hoc nota benè cum igitur aliquis numerus producitur in ſuum reciſum: producitur primus numerus, dempto vltimo vnde ſi dico 7. p̄. ℞. 5. in reciſum facit 44. præciſe, & ℞. 7. m̄. ℞. 5. in ſuum reciſum facit 2. producitur igit ut ſemper quadratum primi numeri, dempto vltimo.

7. p̄. ℞. 5.
7. m̄. ℞. 5.

40. m̄. 5.
p̄. ℞. 245.
m̄. ℞. 245.

44.

At in vniuerſali quod producitur eſt eodem modo: ſed eſt radix reſidui non numerus, vnde (℞) 7. p̄. ℞. 4. in (℞) 7. m̄. ℞. 4. producit ℞. 45. ſimplicem.

Demonſtratio ſuper his omnibus fundata eſt in quarta ſecundi Euclidis demonſtrata per tertiam eiuſdem, ſecundo ſuper regulam ſequentem.

20 Omne plus in plus multiplicatum, aut minus in minus, quod producitur eſt plus, omne minus in plus, aut plus in minus quod producitur eſt minus, exemplum in hac figura. Manifeſtum eſt igitur quod remanet 40. nam 9. detractum à 49. remanet 40. plus autem 21. & 21. minus nihil faciunt.

| 7 p̄ 3 | p̄ 21
| 7 m̄ 3 | m̄ 21

49 m̄. 9.

Aliud cape Exemplum.

| 7. m̄ ℞. 4. | m̄ ℞. 196.
| 7. p̄. ℞. 4. | p̄. ℞. 196.

49. m̄. 4.

Productũ igitur in hoc eſt 45.

Aliud exemplum eſt tale.

℞. 9. m̄. ℞. 4. m̄. ℞. 64.
℞. 16. m̄. ℞. 9. m̄. ℞. 81.

℞. 144. p̄. ℞. 36.

Totum igitur eſt numerus qui eſt vnitas: vt patet nam ℞. 144. eſt 12 & 36. ℞. eſt 6. quod totum eſt 18. dempta radice 64. quæ eſt 8. & 81. quæ eſt 9. remanet vnitas & tantum producitur hæc regula tenet in integris fractis ſurdis & denominationibus.

21 Cùm volueris duplicare aut triplicare Radicem vniuerſalem nihil eſt quam multiplicare ℞. V. in 2. vel 3. & fit hoc modo volo multiplicare ℞. V. 7. p̄. 4. in 3. quadro ℞. V. per regulam ſuam fit 7. p̄. ℞. 4. d. quadro 3. fit 9. deinde quadro d. 7. p̄. ℞. 4. fit 49. p̄. 4. quadro 9. fit 81. multiplico 81. in 49. fit 3969. multiplico 81. in 4. fit. 324. igitur ℞. ℞. L. 3969. p̄. ℞. 324. eſt productũ 3. in ℞. V. 7 p̄. ℞. 4. ſiue triplicatio illius ℞. Radix autem 3969. eſt 63. ℞. 324. eſt. 18. quæ iuncta ſimul faciunt 81. cuius ℞. 9. eſt productum: poſſes facere etiam hoc modo quadrare ℞. V. 7. p̄. 4. & fit d. 7. p̄. ℞. 4. quadra 3. fit 9. multiplica in 7. fit 63. iterum quadra ℞. 4. fit 4. quadra 9. fit 81. multiplica 81 per 4. fit 324. accipe ℞. erit igitur tale productum ℞. V. 63. p̄. ℞. 324. quod eſt dicere ℞. 81. quæ eſt 9. iſte modus eſt facilior & tenet etiam in ſuperioribus vt dictum eſt: verum non æque bene poteſt mandari memoriæ: & productum eſt ℞. V. tantum: Primus autem modus eſt tædioſior ſed melius poteſt memoriæ comendari: & productum eſt ℞. ℞. L. & tamen productum primum & ſecundum ſunt Idem. vnde tantum valet dicere ℞. ℞. L. 3969. p̄. ℞. 324. quantum dicere ℞. V. 63. p̄. ℞. 324.

Quod ſi quadrare volueris ℞. V. 25. m̄. ℞. 16. m̄. ℞. 9. m̄. ℞. 4. quadrabis ℞. Primam tamen & fiet 25. m̄. ℞. 16. m̄. 9. m̄. ℞. 4. & hæc eſt ℞. L. reducenda ad numerum per regulam infraſcriptam. 22

Cum volueris reducere aliquod trinomium ad quantitatem ſimplicem: facias modo, quam tenet in quadrinomiis, & quinomiis numeris, & ℞. quadratis, cubis, & ℞. ℞. ſimplicibus, & mixtis, quomodocunque propoſueris. Exemplũ ſit trinomium 3. p̄. ℞. 4. p̄. ℞. ℞. 81. quod volo reducere ad numerum detrahe ex hoc trinomio quam volueris quantitatem, vt 3. vel ℞. 4. vel ℞. ℞. 81. dico quod tantum eſt multiplicare reſiduum in ſe, & à producto detrahere quadratũ numeri, aut ℞. detractæ, quantum multiplicare totum trinomium, in ſuum reciſum, auferamus ergo ℞. ℞. 81. pro exemplo, remanebit 3. p̄. ℞. 4. L. multiplica in ſe per modum ℞. L. fit 13. p̄. ℞. 144. multiplica ℞. ℞. 81. in ſe fit ℞. 81. dettahenda à 13. p̄. ℞. 144. & quia talis detractio conuenienter fieri non poteſt faciemus per regulam iungendo 81. cum 144. deinde multiplicando 81 in 144. & quadruplando per capitulum aggregationis ſurdorum iunge igitur ℞. 81. cum ℞. 144. fit ℞. 225. multiplica 81. in 144. & quadrupla fit 46656. dicemus igitur quod ex tali ſubtractione proveniet 13. p̄. ℞. V. 225. m̄. ℞. 46656. vel. ℞. L. 144. m̄. ℞. 81. p̄. 13. & æquiualent. Et ſimiliter poterimus deducere hoc trinomium reciſum in ſuum trinominum eodem modo, auferas ℞. 81. quæ eſt m̄. & multiplica in ſe fit 81. deinde multiplica 13. p̄. ℞. L. 144. in ſe & fit 157. p̄. ℞. 97344. auffer 81. de 157. remanet 76. p̄. ℞. 97344. igitur in duabus operationibus reduxiſti trinomiũ ad binomiũ: multiplicando ſemper quantitatem ablatam in ſe, & aufferendo à multiplicatione reſidui, & ſimiliter reducemus ℞. 97344. p̄. 76. ad numerum ſimplicem detrahe 76. à ℞. 97344. & multiplica ℞. 97344. in ſe & fit 97344. & ſimiliter multiplica 76. in ſe fit 5776. ſubtrahe ex 97344. productum 5776. & remanent 91568. 23

Igitur hoc modo poteris reducere trinomia, & quadrinomia vniuerſalia: ad numerum ſimplicem: nam ex præcedenti regula trinomium vniuerſale aut quadrinomium reducitur ad numerum & ℞. L. per primam operationem: igitur per hanc regulam reducetur ad numerum tamquam ſi foret reductum per reciſa, ex quo tandem fieri poſſunt diuiſiones prout docebo inferius.

Cùm

24 Cum volueris reducere ℞. L. ad ℞. V. maximè autem ſi ſint diuerſarum denominationum. Tunc reduces partes ad vnam eandem naturam deinde iunges producta cum multiplicatione vnius producti in alterum quadruplicata aut multiplicata per denominationem, & hoc per modum ℞. V. & ℞ illa V. erit æquiualens radici ligatæ propoſitæ.

Exemplum ſit ℞. L. 5. p̃. ℞℞. 9. quam volo reducere in ℞. V. multiplica ℞. 5. in ſe facit 5. quia 9. aſſumitur per ℞℞. deinde multiplica ℞℞. 9. in ſe fit ℞. 9. iunge igitur hæc duo quadrata videlicet 5. & ℞. 9. fiunt 5. p̃. ℞. 9. deinde reduces 5. ad quadratum & fiet 25. habes igitur ℞. 25. & ℞. 9. quæ ſunt eiuſdem naturæ quas multiplica inuicem & fit 225. quam ℞. duplicabis, Et quia eſt ℞℞. erit per regulam vigeſimam primam multiplicanda per 16. & fit 3600. igitur ℞. V. 5. p̃. ℞. 9. p̃. ℞℞. 3600. eſt tantum quantum ℞ L. 5. p̃. ℞℞. 9. & eſt dicere ℞℞. 3600. quæ eſt 60. addita ad ℞. 9. quæ eſt 3. & ad 5. quod totum eſt ℞. V. 8. p̃. ℞. 60. eſt ℞. dicta.

CAPVT XVIII.

De Multiplicatione Denominationum.

POnas Denominationes ſuo ordine hoc modo.

numerus	radix	ce.	cu.
1	2	3	4
ce. ce.	Rel. P.	cu ce.	Rel. 2.
5	6	7	8
ce. ce. ce.	cu. cu.	ce. Rel.	
9	10	11	

Tunc regula eſt multiplica numerum in numerum, quod producitur eſt numerus denominationis tantum diſtantis à denominatione multiplicata, quantum diſtat denominatio multiplicans à numero, exemplum 7. ce. ducuntur in 8. cu. fiunt 56. propter numeros, relata prima nam cenſus qui eſt multiplicator diſtat à numero per duo, ita Rel. P. diſtat à cubo per duo igitur fiet 56. Rel. P. item duco 7. cu. in 4. cu. ce. prouenient 28. cu. cu. nam cu. cu. diſtat per tres denominationes à cu. ce. ſicut cubus tertius eſt à numero. Item 6. ce. ce. ce. in 12. cenſus faciunt 72. ce. Rel. nam ce. Rel. eſt tertius à cu. ce. ce. ſicut cenſus eſt tertius à numero quare &c.

CAPVT XIX.

De Diuiſione numerorum ſimplicium.

1 DIVISIO eſt quotientis partis inuentio, nihil enim aliud eſt quærere

Exemplum primum. Exemplum ſecundum.

```
796543      796543
345         867
```

quæ pars ſit 7. de 28. quam diuidere 28. per 7. & econtra: igitur in ſimplicibus hoc modo diſponuntur ponitur prima littera ſub prima à parte ſiniſtra dummodo ſuperior ſit maior veluti in Primo Exemplo vides, aliter ponitur ſub ſecunda littera veluti in Secundo Exemplo vides. 2

His diſpoſitis quæritur quantum litera inferior ſuperiorem numerat ſiue quotiens, vel ſi eſt ſecunda ſuper ſecundam veluti in primo exemplo 3. numerat 7. bis in ſecundo exemplo 8. numerat 79. nouies deinde conſidero an ſecunda litera poſſit totiens ingredi cum ſuperabudante, & exemplum eſt in primo ſupereſt in 7. diuiſo per 3. vnitas, quæ antepoſita ad 9. facit 19. igitur 4. ingreditur bis in 19. & quod ſupereſt eſt 11. qui antepoſitus ad 6. facit 116. igitur 5. ingreditur bis in 116. igitur reponam pro quotiente 2. in ſecundo autem exemplo 8. numerauit 76. nouies & ſuperfuit 7. qui antepoſitus ad 6. facit 76. igitur etiam 6. ingredictur nouies 76. & ſuperabundabunt 22. qui antepoſiti ad 5. faciunt 225. inuento quotiente vt in hoc exemplo pone eum à dextra vt vides, & duc in litteram primam à dextra vt 9. In 7. facit 63. deduc, 3. ex 4. quæ eſt ſuperior littera ſupereſt 1. quem ſuperpone &

```
 0161   | primum
796453  |
 867    | 9
```

ſerua 6. pro decanis deinde duc 9. in 6. & fit 54. cui adde 6. ſeruatos fiunt 60. detrahe. 0. ex 6. fit 6. ſemper factâ detractione aut multiplicatione canzela litteras quas multiplicaſti aut à quibus deduxiſti, pòſt duc 9. in 8. fit 72. cui adde 6. ſeruatos vltimo & fiunt 78. deme 8. ex 9. fit 1. & 7. ex 7. fit 0. poſtmodum transfer diuiſorem per vnam litteram verſus dextram & incipe explorare quotiens Prima littera ingreditur in 16. qui ſuprà ponitur bis, quotiens igitur

```
   74     | ſecundum.
  1618    |
796453    | 91
  8677    |
   86     |
```

eſſet 2. ſed quia poſt modũ 6. non ingreditur in vnitaten bis ideò minuenda eſt vnitas à quotiente & hoc ſerua pro regula, minuendo vnitatem totiens donec omnes literæ poſſint ingredi in ſuperiores, cum ſuis adiunctis, igitur reponam hic vnitatem pro quotiente & multiplicabo vt ſuperius detrahendo & tandem ſupereſt numerus vt vides in ſecundo exemplo, pòſt modum trasfero verſus dextram diuiſorem per vnam litteram vt hic & quia 8. ingreditur in 74. nouies quotiens eſſet 9. ſed quia ſuperſunt tantum 2. quod antepoſiti ad 8. faciunt 28. & 6. non ingreditur 28. niſi quater ideò demo à quotiẽ

```
    5      | tertium.
   744     |
  16187    |
796453    | 918
  86777    |
   866     |
    8      |
```

Probatio per 6. Probatio per 7.

```
 7          1
737       060
 0          1
```

te vnitatem & fit 8. ductum igitur in 8. facit 64. qui detractus à 74. remanent 10. qui antepoſiti ad 8. ſequentem litteram faciunt 108. igitur cum 6. ingrediatur 108. octies, manifeſtum eſt 8. eſſe quotientem, quod ſi 6. non potuiſſet Ingredi oportuiſſet demere vnitatem, & ita quotiens eſſet 7. atque ita dico de reliquis litteris tunc procede multiplicando per omnes litteras diuiſoris, ſicut feciſti prius, & detrahendo & ſuperſunt 546. qui non poſſunt diuidi quia minor non poteſt diuidi per maiorem in integris ſecus in aliis.

3 Et ſcias quod numerus 867. appellatur diuiſor, & 918. exiens & 796453. vocatur diuiſus: & 547. vocatur ſuperatio.

Et conſidera quod diuiſio fit econtra multiplicationi, nam in multiplicatione diuiſor ponitur à dextra in diuiſione à ſiniſtra.

Tertiò nota quòd plures, ſunt alij modi diuidendi vt per quotientem veluti diuidere aliquem numerum per 96. eſt diuidere per 12. & quod exit poſtmodum per 8. nam ex 7. in 12. fit 96.

Quartò nota quod multiplicatio eſt probatio diuiſionis, & econtra, ſicut dixi de aggregatione & ſubtractione ſi igitur rectè diuiſiſti ex diuiſore in exientem multiplicato, additâ ſuperatione proueniet diuiſus veluti ducto 918. in 867. additis, 547. debet produci 796453. quare &c.

Quintò nota quòd probatio per 7. & per 9. procedit inquirendo ſuperationem in diuiſore, & exeunte, & ducendo inuicem, & addendo ſuperationem, & quod fiet erit æquale ſuperationi ex 9. vel 7. factæ in numero diuiſo.

Sextò nota quòd diuiſio fit completè in vno exemplo vt in tertio exemplo, licet diuiſerim primum & ſecundum vt intelligas modum faciendi.

Septimò nota quod aliqui incipiunt multiplicare à ſiniſtra verſus dextram procedendo, eſt tamen modus difficilior quare derelinquitur & eſt prolixior etiam.

Capvt XX.

De Diuiſione fractorum

1 EX hoc procedamus ad fractos, quorum diuiſio eſt vt ducas numeratorem diuiſoris in denominatorem diuidendi, & quod producitur, eſt denominator exeuntis, deinde duc numeratorem diuidendi, in denominatorem diuidentis, & producetur numerator exeuntis, Exemplum volo diuidere $\frac{3}{4}$. per $\frac{2}{3}$, igitur $\frac{2}{3}$. eſt diuiſor, duco igitur 2. in 4. fit 8. pro denominatore, & 3. in 3. fit 9. pro numeratore igitur pro-

	diuiſor	diuidendus	exiens.
numerator	2	3	8
denominator	3	4	9

ducetur $\frac{9}{8}$. ſiue 1. & $\frac{1}{8}$. ex hoc ſequitur quod exiens ſeruat naturam diuiſi & non diuiſoris quantùm ad numeratorem, & denominatorem.

2 Huius demonſtratio eſt quòd multiplicato exeunte, per diuiſorem, producetur diuiſus, nam per capitulum 16. ducto $\frac{9}{8}$ in $\frac{2}{3}$ fit $\frac{18}{24}$. quod eſt $\frac{3}{4}$: per ſequentem regulam.

Fit operatio in fractis quæ dicitur ſchiſatio, ideſt deductio ad minores denominationes, manente eâdem quantitate veluti $\frac{18}{24}$. ſunt idem quod $\frac{3}{4}$. attamen facilius eſt intelligere $\frac{3}{4}$. quam $\frac{18}{24}$. quia comprehenditur minoribus numeris, regula trahitur ex prima ſeptimi Euclidis, detrahas numeratorẽ à denominatore, ſi numerator eſt minor, aut èconuerſo, & quod remanet detrahe à minore, & reſiduum à reſiduo, quod ſi hoc modo faciendo perueneris ad vnitatem, nullus eſt ſchiſator, ſi verò perueneris ad nullitatem, talis numerus eſt maximus numerans ambos, diuide igitur numeratorem & denominatorem per talem numerum, & producetur fractus minor eiuſdem quantitatis, per hanc igitur operationem ſimul duo inueniuntur numerus ſchiſator, & illi qui non poſſunt ſchiſari. Exemplum veluti $\frac{24}{96}$ detraho 24. à 96. quotiens poſſum & nihil ſupereſt, igitur 24. eſt ſchiſator: diuido 24. exit. 1. diuido 96. per 24. exit 4. igitur $\frac{24}{96}$ ſunt $\frac{1}{4}$. item $\frac{48}{6}$ detraho 6. à 48. nihil ſupereſt, igitur 6. eſt ſchiſator, diuido 48. per 6. exeunt 8. & diuido 6. per 6. exit vnitas, igitur erunt 8. vnitates & integra. Item habeo $\frac{72}{15}$ detraho 15. ex 72. remanent 12. item detraho 12. à 15. remanent 3. item 3. detraho à 12. nihil ſupereſt igitur 3. eſt ſchiſator diuido 72. per 3. exitur 24. diuido 15. per 3. exit 5. igitur minor fractio eſt $\frac{24}{5}$. Item habeo $\frac{27}{74}$. detraho 27. à 74. remanent 20. deduco 20. à 27. remanent 7. tollo 7. à 20. remanent 6. tollo 6. à 7. remanet vnitas, igitur non poſſunt ſchiſari. 5

Ex præcedentibus demonſtratur omnem aggregationem augere, & omnem detractionem minuere, non tamen omnis diuiſio minuit, nec omnis multiplicatio auget, ſicut apparet in fractis, ſed quotiens multiplicas aliquid per minus vnitate ſemper multiplicatum eſt minus multiplicante, & quotiens diuiſeris aliquid per fractionem vnitate minorem, quod exit eſt maius numero diuiſo, & quotiens aliquid multiplicatur per vnitatem aut diuiditur fit idem, multiplicato, aut diuiſo: nec augetur, nec minuitur, & ita diuiſo $\frac{1}{2}$ per $\frac{1}{3}$ fit $\frac{3}{2}$ & diuiſo $\frac{2}{3}$ per $\frac{1}{4}$ exit $\frac{8}{3}$. 4

Capvt XXI.

De Diuiſione Surdorum.

CVm volueris diuidere, radicem per radicem, diuide numerum per numerum, & quod exit eſt ℞. quæſitæ quadratum, veluti diuido ℞. 16. per ℞. 9. diuido 16. per 9. exit 1$\frac{7}{9}$: cuius ℞. eſt exiens videlicet 1. $\frac{1}{3}$: ſic diuideretur ℞. 7. per ℞. 3. eſt vt exiens ſit ℞. 2. $\frac{1}{3}$. & ſimiliter ſi vis diuidere ℞ L. 16. p̄. ℞. 36. per ℞. 4. diuide 16. & 36. per 4. & exibit ℞ L. 4 p̄. ℞. 9. Et ſimiliter ſi volueris diuidere ℞. V. 13. p̄. ℞. 9. per ℞. 4. diuide 9. per 4. exit 2. $\frac{1}{4}$. cuius dimidium ℞. videlicet ℞. $\frac{9}{16}$ cum 3. $\frac{1}{4}$ facit ℞. V. 3. $\frac{1}{4}$ p̄. ℞. $\frac{9}{16}$. & eſt 2. exiens. 1

Cùm

2 Cùm volueris diuidere ℞.V.per ℞. ſimplicem,aut per numerum, quadrabis diuiſorem bis & ℞.V.etiam bis,primo per modum ℞. V. ſecundo per modum ℞.d deinde productum diuides per productum diuiſoris, & ℞. ℞. V. erit prouentus, quam reduces ad ℞. V. ſimplicem, accipiendo ℞. primi numeri,& ponendo eam cum reſiduo. Exemplum volo diuidere ℞. V. 13. p̄. ℞. 49.p̄.℞. 25.per ℞. 9. quadro ℞. 9. bis primo fit 9. 2° fit 81.quadro ℞V.13.p̄.℞. 49. p̄. ℞. 25. fit 13. p̄. ℞. 49. p̄. ℞. 25. quadro per modum ℞. diſtinctæ, fit 169. p̄. 49. p̄. 25.diuido per 81. exit 2. $\frac{7}{81}$. p̄. $\frac{49}{81}$. p̄. $\frac{25}{81}$. cuius ℞. ℞. V.eſt prouentus: cape igitur ℞. 2.$\frac{7}{81}$. & eſt $\frac{13}{9}$. quam ſemper inuenies: fiet igitur prouentus ℞. V. $\frac{13}{9}$ p.℞ $\frac{49}{81}$. p̄. ℞. $\frac{25}{81}$. poſſes & dimittere duas ex iſtis operationibus dicendo ſic: diuide ce. primi numiri ℞. V. per ce. diuiſoris, deinde ce. ce. omnium aliorum numerorum ℞. V. per ce. ce. diuiſoris, & prouentum adde Primo, & ℞. V. Totius eſt prouentus: vt in Exemplo ſuperiore ce.℞.13.eſt 13.ce.℞.9.eſt 9.diuide 13. per 9. exit $\frac{13}{9}$. deinde reduces reſiduum ℞. V. 13.p̄.℞. 49.p̄. ℞. 25.ad ce. ce. & fiunt 49.p̄.25 ſimiliter reduces ℞. 9. ad ce.ce. fiet 81.diuide 49.& 25.per 81. exeunt $\frac{49}{81}$ & $\frac{25}{81}$. igitur ℞. V. $\frac{13}{9}$ p̄. ℞. $\frac{49}{81}$. ℞. p̄. $\frac{25}{81}$. eſt prouentus.

3 Cùm autem volueris diuidere ℞. V. per ℞L.aut è contra, tunc multiplicabis diuidendum, per reciſum diuidentis, ex 18.$\frac{1}{7}$. Euclidis: & productum pone ad partem: deinde multiplica diuidentem etiam per ſuum reciſum, & productum eſt diuiſor, diuide igitur Primum productum & exiens eſt prouentus. Exemplum volo diuidere ℞. L.7. p̄.℞.3.per ℞.L. 5.p̄.℞.3.capio reciſum diuiſoris quod eſt L.℞.5.m̄.℞. 3. multiplico ex 8.regula capituli 17.In ℞.L.7. p̄. ℞. 3.fit L.℞. 35. p̄.℞. 15. m̄.℞.21.m̄.℞.9.& hic eſt diuidendus, deinde multiplico ℞. L. 5. m̄. ℞.3.In ℞.L.5.p̄. ℞. 3. fit 2.diuiſor: & quia diuidendum eſt ce.ſiue ℞. ce. reduco 2. in ℞. ce. quadrando, & fit ℞. 4. diuido igitur ℞.L.35.p̄.℞.15.m̄.℞.9. m̄. ℞. 21. per ℞. 4. tanquam ſimplicem numerum, per ſimplicem: quia ſunt eiuſdem naturæ exit ℞. L. 8.$\frac{1}{4}$ p̄.℞.3.$\frac{1}{4}$. m̄.℞.5. $\frac{1}{4}$. & hic eſt prouentus:Item volo diuidere ℞. V. 7. ℞. 4 per ℞. V. 3. p̄. ℞. 1.reciſum diuiſoris eſt ℞. V. 3.m̄.℞.1.ex.19.regula 17. Cap. duc in diuidendum fit ℞℞L. 441.m̄. ℞. 49. p̄. ℞. 36. m̄.℞.4.diuidendum:deinde multiplica(℞).3. p̄.℞.1 in (℞).3.m̄.℞.1.fit ℞. 8. deinde diuide ℞℞.L. 441.m̄. ℞. 49. m̄. ℞. 4. p̄. ℞.36. per ℞. 8. exibit per regulam præcedentem ducendo ℞. 8. ad ℞℞. fit ℞℞. 64. diuiſâ igitur ℞℞.L.per ℞℞.64.exit ℞℞L. 6. $\frac{16}{64}$ p̄. ℞.$\frac{16}{64}$ m̄ ℞.$\frac{49}{64}$ m̄ ℞. $\frac{4}{64}$. ℞. autem 6 $\frac{16}{64}$ eſt $\frac{21}{8}$ ℞. $\frac{16}{64}$. eſt $\frac{6}{8}$. ℞ $\frac{49}{64}$. eſt $\frac{7}{8}$. ℞. $\frac{4}{64}$ eſt $\frac{2}{8}$. Totum igitur eſt $\frac{18}{8}$. cuius ℞. eſt 1.$\frac{1}{2}$. & hic eſt

diuidendus ℞. V. 7. p̄. ℞. 4.
diuiſor ℞. V. 3. p̄. ℞. 1.

prouentus vt vides In figura. Scio quòd in hac figura omnia clara ſunt præter prouētum multiplicationis ℞℞L.qui intermiſſis duabus

Reciſum
℞. V. 7. p̄. ℞. 4. ℞. V. 3. p̄ ℞. 1.
℞. V. 3. m̄. ℞. 1. ℞. V. 3. m̄. ℞. 1.

℞℞L. 441.m̄. ℞. 49. ℞. 8.
p̄. ℞. 36. m̄. ℞. 4.
℞℞. 64.

℞℞L. 6.$\frac{16}{64}$. p̄. ℞. $\frac{16}{64}$.m̄. ℞.
$\frac{49}{64}$. m̄. ℞.$\frac{4}{64}$.

operationibus deſcribitur, pro quibus conſule nonam regulam 17. capituli.

Cùm volueris diuidere aliquam ℞. V. vel ligatam per trinomium aut quadrinomium ligatum, reduces diuiſorem per ſua reciſa ad numerum ſimplicem per regulam 23. decimiſeptimi capituli, deinde multiplicabis ℞. diuidendam per eadem reciſa, & productum diuide per numerum Primo productum, & exiens eſt prouentus: exemplum velo diuidere 10.per 3.p̄. ℞. 4. p̄. ℞℞. 81.multiplico diuiſorem per ſuum reciſum, & fit 13. p̄. ℞L. 144. m̄. ℞. 81. duco Idem reciſum in 10. fiet 30. p̄. ℞. 400. m̄. ℞℞. 810000. & hoc eſt diuidendum: iterum duco 13.p̄.℞.144. m̄ ℞.81. in ſuum reciſum quod eſt 13.p̄. ℞L. 144. p̄. ℞. 81. fit ℞. 97344. p̄.157. m̄. 81. quod eſt dicere ℞. 97344.p̄.76.deinde duco 30. p̄. ℞. 400.p̄. ℞℞. 810000. in idem reciſum per 9. multiplicationes in crucem fiunt 390. p̄ ℞L. 67600.p̄ ℞. 57600. p̄. ℞. 129600. p̄. ℞. 72900.p̄.℞. 32400.m̄. ℞℞. 23134410000. m̄.℞℞.16796160000.m̄.℞℞.5314410000. Et hoc eſt diuidendum per ℞. 97344. p̄. 76. multiplica eam in ſuum reciſum & fit 97344.m̄. 5776. quod eſt dicere 91568. & hic eſt diuiſor: deinde multiplicabis ℞. 97344. m̄. 76. In ℞. L. ſuperiorem cum numero & ℞℞. & fiet productum. L.numerus & ℞. & ℞℞.conſtans ex 18. partibus, quæ quidem erit diuidenda per 91568. & exiens eſt prouentus quaſitus videlicet 1$\frac{1}{\ }$. 4

Cum autem diuiſor fuerit ℞.V. trinomialis, aut quandrinomialis quadrabis RV. per modum ſuum, & ſimiliter diuidendum quadrabis, & habebis ℞. trinomialem aut quadrinomialem. L. diuidendam, quare per præcedentem regulam ſequeris diuiſionem, & quod exibit non erit prouentus ſed benè ℞. eius quod exit erit prouentus, & hoc benè caue. Exemplum volo diuidere 20. per ℞. V. 25. m̄. ℞. 16. m̄. ℞. 9. m̄. ℞. 4. quadrabis vtrumque fiet diuidendus 400. & diuiſor 25. m̄. ℞L. 16. m̄. ℞. 9. m̄. ℞. 4. vnde per præcedens Capitulum & nonam regulam 17. Capituli exibit ℞L. ex tot partibus quæ iunctæ facient 25. cuius ℞. eſt 5. prouentus talis diuiſionis. 5

Capvt XXII.

De Diuiſione Denominationum

QVm diuiſor fuerit tantum vna denominatio, diuides numerum per numerum & exiens erit numerus talis denominationis diminutæ à denominatione diuiſi, p. quantum diſtat diuiſor à numero 1

in tabula Capituli 18. exemplum diuido 56. ce. ce. ce. per 7. ce. ce. exeunt 7. ce. ce. & ſimiliter diuido 70. ce. Rel. per 10. Rel. 2. prodeunt 7. cubi: demonſtratio eſt per multiplicationem, pro his nota naturam figurarum vndecim cum dico numerum dico rem abſolutam vt cum dico 7. vnitates.

2 Cum dico Radicem dico numerum qui in ſe producere debet illum numerum cuius eſt ℞. eius figura eſt co. numeri verò nulla figura ponitur quoniam per ſe intelligitur.

Cenſus verò vult dicere quadratum talis ℞. & producitur ex ℞. in ſe ipſam ducta veluti 6. in 6. facit 36. dico quòd 6. eſt ℞. 36. cenſus.

Cubus verò dicitur productio ℞. in cenſum, veluti 2. in 2. fit 4. & 2. in 4. fit 8. igitur 2. eſt ℞. 4. ce. 8. cubus.

Cenſus verò in cenſum eſt quadratum cenſus veluti 2. in 2. fit 4. & 4. in 4. fit 16. igitur 16. eſt cenſus cenſus de 2.

Poſt hanc ſequitur Relatum Primum nam hæc denominatio non eſt cubica, nec quadrata, eſt igitur 32. Rel. de 2. fit enim ex radice in ce. ce. vel ex cubo in ce.

Pòſt ſequitur cubus cenſus, vel cenſus cubi, cum enim cubus in ſe ipſum ducitur, fit hæc denominatio, vel cum cenſus cubatur, veluti 8. eſt cu. de 2. ductus in ſe ipſum fit 64.

Pòſt ſequitur Relatum ſecundum, & eſt quod fit ex cu. in ce. ce. veluti 128. eſt Relatum ſecundum de 2. ita enim vocatur, nam cum omnes figuræ ad vndecimam inchoando à cenſu, ſint ce. alicuius vel cu. exceptis Rel. Primo & Secundo merito relatæ appellantur.

Pòſt ſequitur cenſuscenſus cenſus veluti 256. eſt cenſus de 26. qui eſt cenſus de 4. qui eſt cenſus de 2.

Pòſt ſequitur cubus cubis vt 512. reſpectu 2.

Pòſt ſequitur vndecima figura & eſt ce. Rel. cum enim Primum Relatum ducitur in ſe producitur ce. Rel. veluti 32. in 32. facit 1024.

Faciliter igitur memoriæ mandantur nec tranſeunt communiter hos, quia ſatis difficultatis eſt in his ipſis, quod autem ſequitur eſt Relatum Tertium.

3 Cum fuerit diuidendum aliqua denominatione minore diuidente, quod exit non nomen habens, ſed remanet in ſuo eſſe veluti diuido 9. ce. p̄. 3. co. p̄. 12. per 3. co. exibit 3. co. p̄. 1. p̄. $\frac{18}{co.}$ manifeſtum eſt quod $\frac{18}{co.}$ non eſt denominatio nomen habens notum, cum igitur ita ſit nunquam diuides per numerum ſolum, niſi iam poſſint reduci ad Capitulũ nec cum maiore denominatione nam in vno non efficies notius, in altero efficies ignotius, ſaluo caſu vbi iterum eſſet multiplicandum, tunc licet diuidere per denominationem maiorem.

4 In compoſitis modus diuidendi eſt talis: primò inuenias diuiſionem primæ denominationis per Primam regulam Capituli, & duc eam In diuiſorem & detrahe à diuidendo: poſtmodum quære idem de reſiduo & toties itera quotiens euacuetur totum veluti volo diuidere 9. cu. p̄. 3. ce. p̄. 6. per 3. co. p̄. 1. quæro Primo per primam 3. co. quomodo ingrediuntur in 9. cu. & inuenio per 3. ce. nam 3. ce. in 3. co. faciunt 9. cu. per decimumoctauum Capitulum, duco igitur 3. ce. in totum diuiſorem fit 9. cu. p̄. 3. ce. detraho à diuidendo remanent, 6. & quia per præcedentem regulam 6. non poteſt diuidi niſi modo communi fiet igitur exiens 3. ce. p̄. 3. co. pui. 1.

Regula eſt quidam modus vniuerſelis diuidendi veluti in ignotis tenet tamen in omnibus, & eſt diuiſorem ſub diuidendo ponere veluti volo diuidere 6. co. p̄. 7. p̄. 3. 5
ce. per 4. co. p̄. 2. ſic facio $\frac{ce. 3. pin. co. 6. pin. 7.}{co. 4. piu. 2.}$ proferuntur autem ſic per modum fractorum tres cenſus p̄. 6. co. p̄. 7. eſimi vel diuiſum de 4. co. p̄. 2.

Regula pauciores denomiationes, nunquam poſſunt, diuidi per plures vt ereat denominatio cognita abſolutæ. 6

Regula aliquando fienda eſt tranſpoſitio, vt inuenias quotientem, vt 3. ce. m̄. 4. æquantur 1. cu. non datur commune diuidens ſed tranſpone & deme 1. à 3. ce. m̄. 4. & fiet 3. ce. m̄. 3. adde ad 1. cu. fiet 1. cu. p̄. 1. 7

Fit aliquando additio pro diuidendo exemplum, ponitur cubus æqualis 3. ce. m̄. 2. iſti non poſſunt habere diuiſorem communem, nam diuiſor vel eſt numerus, & ſic non iuuat per Tertiam regulam, vel eſt denominatio maior, & ſic non exit notum per tertiam, vel plures denominationes & ſic non poteſt fieri diuiſio per ſextam, in hoc ergo caſu ſubtrahe vnitatem ab vtroque, & fiet cubus m̄. 1. æqualia 3. ce. m̄. 3. iſtæ regulæ loquuntur non de diuiſione vnius per alterum, nam ſi non tenerent nam non valet 3. numerat 12. & 15. igitur aliquis numerus numerat 13. & 16. aut 11. & 14. antecedens enim verum eſt & conſequens falſum, nec tenet 3. numerat 12. igitur 4. numerat 13. imò ſequitur potius oppoſitum, ſed hæ regulæ intelliguntur de æquationibus & non aliter, benè enim valet cubus æquatur ce. 3. m̄. 4. igitur cubus p̄. 1. æquatur 3. ce. m̄. 3. 8

Pro communi igitur diuidendo proponuntur in præcedentibus regulis duo exempla Primum 3. ce. m̄. 3. æqualia 1. cu. p̄. 1. Secundum eſt 3. ce. m̄. 3. æqualia 1. cu. m̄. 1. 9

De modo igitur diuidendi Primum conſidera quod non poteſt eſſe numerus ſimplex, nec denominatio aliqua ſimplex per Tertiam regulã, & quia ingreditur numerus in diuidendis per eandem, oportet vt ſit numerus in diuiſore, & quod ſit quotiens, communis autem diuiſor ad 3. & 1. non poteſt eſſe niſi vnitas, igitur diuiſor eſt vna deninominatio, & quia non poteſt eſſe plures vna, & cum numero per Sextam & Tertiam, & non poſſunt tranſcendere cenſum per eandem Tertiam, & numerus diuidendus eſt vnitas, igitur quotiens erit vnitas tam in denominatione quam in numero, ſed ſi ſic igitur diuiſor neceeſſario eſt 1. ce. p̄. 1. vel 1. ce. m̄. 1. vel 1. co. p̄. 1. vel 1. co. m̄. 1. obſeruatis enim ſupra ſcriptis conditionibus aliter diuiſor eſſe

non

non poteſt : experiamur igitur per Quartam omnem modum & exit in diuiſione per 1.ce.p̄. 1. facta de 1. cu. p̄.1. hoc totum 1. co.p̄. $\frac{1.\ men\ 1.\ co.}{1.\ ce.\ piu.\ 1.}$ & ita nulla ſequitur æquatio.

Deinde diuiſi 1.cu. p̄. 1. per Secundum diuiſorem videlicet 1.ce. m̄. 1.& non poteſt exire aliquid rationale, nā ſi exiret numerus non poſſet per ipſum ductum in cenſum produci cubus:ſi vero radix, producerentur tres naturæ cubus, cenſus, radix, & non ſunt niſi duæ in diuidendo : ſi vero exiens eſſet cenſus, igitur produceretur cenſus cenſus:qui eſſet ſupra cubum : igitur ce. non poteſt eſſe diuiſor, quod erat probandum: relinquuntur igitur, tantum duo membra videlicet 1. co. p̄. 1. & 1. co. m̄. 1. experiamur igitur 1.co.m̄. 1.& exit diuiſo 1. cu.p̄. 1. hoc totum 1.ce.p̄.co.p̄.1.p̄. $\frac{1}{1.\ co.\ men\ 1.}$ non relinquitur igitur diuiſor niſi 1.co.p̄. 1. a quo exit 1.ce.p̄.1.m̄.1.co. diuiſo etiam 3. ce m̄. 3.per 1.co.p̄.1.exit 3.co.m̄.3.

Pro Secundo exemplo diuiſo 1. cu. m̄. 1. per 1. co. m̄. 1. exit per quintam 1.ce. p̄. 1. co.p̄. 1. & diuiſis 3.ce. m̄. 3.per idem exit 3. co.p̄. 3.

Igitur in Primo caſu æquantur 1. ce.p̄. 1. m̄. 1.co.cum 3.co.m̄. 3.

Et in Secundo caſu 3. co. p̄. 3. æquantur 1.ce.p̄. 1.co.p̄. 1

Ex his patet æquatio per capitulum 10. & 14. & regulas algebræ inferius ponendas: vide quam ſubtiliter hoc indagati ſumus nam per 10. & 14. capitulum ſequitur tandem prima æquatio 1.ce.p̄. 4. æqualia 4.co. & in Secunda 1.ce. æquatur 2. co.p̄. 2.

10 Cùm fuerint denominationes ſub quotientibus diuerſis,& fuerint denominationes pares,non erit diuiſor integer nam cum diuidis & tollis ſuperabundans non poſſunt æquari partes,& ideo fit fractum vt in exemplo 3.cu. p̄.7. ſi diuiditur per 1.co. p̄. 7. exit 3.ce.p̄. 149. m̄. 21.co. m̄. $\frac{1036}{1.\ co.\ p.\ 7.}$ oportet igitur ad hoc vt exeat integer vt Secundum ſit quotiens Primo in numero, vel in denominatione, exemplum primi 1, cu. p̄. 1. concordant in vnitate item exemplum ſecundi vt 1.cu.m̄. 8.nam 8.eſt cubus & ideo correſpondet primo in denominatione, talia poſſunt diuidi quare &c.

11 Si igitur diuideres 1. cu. m̄. 1, per 1.co.m̄. 1.exibit 1.ce.p̄. 1. co.p. 1. ſi verò 1. ce.ce.m̄. 1.per 1.co.m̄. 1.exibit 1.cu.p̄. 1. ce.p̄. 1.co.p̄. 1.& ſi diuides 1.Rel.P. m̄. 1.per 1. co. m̄. 1. exibit 1.ce.ce.p̄. 1. cu. p̄. 1.co.p̄. 1.& ſi diuides per 2.co. m̄. 2.exibunt dimidia horum, & ſi per 3.co.m̄. 3. exibit Tertia pars,& ita in reliquis proportionaliter, & ſi diuiſeris per $\frac{1}{2}$ co.m̄. $\frac{1}{2}$ exibit duplum & ſi per $\frac{1}{3}$ co. m̄. $\frac{1}{3}$ triplum.

12 Si verò diuidas 1.cu.p̄. 1.per 1.co.p̄. 1.exibit 1.ce.p̄. 1.m̄. 1.co.& nō procedit ad ce.ce.ſed in conuerſis tantū & multiplicibus ac ſub multiplicibus veluti poſſumus diuidere 1.cu. p̄. 1. per 2. co. p̄. 2.& p̄. 3. & poſſumus diuidere 3. cu. p̄. 3 per 2. co. p̄. 2. & ſic de aliis multiplicibus & ſub multiplicibus.

13 Cum diuidendum eſt denominationum parium & per m̄. aut imparium & per plus: habet diuiſores multos, ſi autem ècontra videlicet denominationum parium, & per plus, aut imparium & per minus habet paucos diuiſores. Exemplum igitur faciliter diuiſibilis eſt 3. cu.m̄.7. vel 1. cu. p̄. 3. ce. p̄. 2. exemplum male diuiſibilis eſt vt 3. cu.p̄. 7. vel 1. cu. p̄.3. ce. m̄. 2.

Numerus autem quotiens, non abſolutè impedit, ſed in communi diuidendo vide decimam.

Si diuiſeris 1. ce. ce. p̄. 1. per 1. co. p̄. 1. exit 1.cu.p̄. 1. co. p̄. $\frac{1}{1.\ co.\ piu.\ 1.}$ m̄. 1. ce. m̄. 1. 14
& ita dico de multiplicibus & ſubmultiplicibus, ſi verò diuidas 1.ce.ce. p̄. 1. per 1.co. m̄. 1.exit 1.cu.p̄. 1.ce.p̄. 1.co.p̄. 1.p̄. $\frac{1}{1.\ co.\ me.\ 1.}$ & ita conuerſum & in multiplicibus : ſi verò diuidas 1.cu. p̄. 1. per 1. co.m̄. 1.exibit 1. ce.p̄. 1.co. p̄. 1. p̄. $\frac{1}{1.\ co.\ me.\ 1.}$ ſi verò dicat diuide 1.cu.m̄. 1. per 1.co. p̄. 1.exit 1. ce. p̄. 1. m̄. 1.co. m̄. $\frac{1}{1.\ co.\ piu.\ 1.}$ & ſic proportionaliter in conuerſis & multiplicibus.

Si igitur dixerit diuiſi 1. ce p̄. 1. co. p̄. 15
1.& exiuit 1. co. p̄. $\frac{1}{1.\ co.\ piu.\ 1.}$ m̄. 1. igitur cum diuiſeris 1. ce. p̄. 1. per 1. co. p̄. $\frac{1}{1.\ co.\ piu.\ 1.}$ m̄. 1. exibit diuiſor qui erat 1. co. p̄. 1.

Dixit quis multiplicaui numerum & poſt dempſi vnitatem & duxi reliquum in 3. & fuit productum æquale cubo. m̄. 1.igitur 3. ce. m̄. 3. æquatur 1. cu. m̄. 1. quæro communem diuiſorem qui fuit 1. co. m̄. diuido 1. cu. m̄. 1. exit 1. ce. p̄. 1. co. p̄. 1. diuiſo autem 3. ce. m̄. 3. per 1. co. m̄. 1. exit 3. co. p̄. 3. igitur 1. ce. p̄. 1. co. p̄. 1. æquantur 3. co. p̄. 3. igitur 1. ce. æquatur 2. co. p̄. 2. & ita ſequere æquationem inuenies 1. co. æquari 1. p̄. R. 3.

Nunc autem ponemus quod cum diui- 16
ditur numerus per alium plus eadem parte, prouenit pars ipſa: veluti cum diuidimus 8. per 7. p̄. $\frac{1}{8}$ ipſius 8. exit ipſa octaua pars videlicet 1. qui etiam additus ad 7. facit 8. & ſimiliter 7. cum additione $\frac{1}{9}$ de 18. diuiſit 18. & prouenit $\frac{1}{9}$ de 18. & eſt ipſa additio : poſita additione 1. co. ad 7. fiet diuiſor 7.p̄. 1. co. vnde cenſus & 7. co. æquantur 18. igitur ex 49. Capitulo additio eſt 2. & ſic dicemus quod 7. p̄. $\frac{18}{7.\ piu.\ 2.}$ eſt æquale 7.p̄. 2.

Et ponamus quod quidam dixerit 2. cu. 17
p̄.4.ce.p̄. 25.æquantur 16.co.p̄. 55. tunc ſcias quod ſi addantur cōmuniter 2.ce.p̄. 10. co.p̄. 5.nu. fient 2. cu.p̄.6.ce.p̄. 10.m̄. 30.æqualia 2.ce p̄. 26.co.p̄.60. nu. diuiſor communis eſt 2.co.p̄.6.exit pro primo 1.ce.p̄. 5.pro ſecundo 1.co.p̄. 10.igitur 1. ce. æquatur 1.co. p̄. 5. igitur res eſt R. 5. $\frac{1}{4}$. p̄ $\frac{1}{2}$. totum igitur negotium horum capitulorum conſtat in ſciendo addere vel minuere donec inuenias communem diuiſorem, nam tunc habebis æquationem, & hoc in cubis æqualibus radicibus, & numeris vel cenſibus, & numeris: & reliquis aliis capitulis, veluti dicamus 3. cu.ſunt æquales 21. radicibus & 18. numeris : adde communiter 12. ce. & 9.co.fient 3.cum.p̄. 12.ce.p̄. 9. co. æquales 12.ce.p̄. 30.co.p̄. 18.nu. igitur diuiſor cōmunis eſt 3. co. p̄. 3. exiens primum 1. ce. p̄. 3. co. æqualis 4. co. p̄. 9. igitur 1. ce.

æquatur 1. co. p̄.6. igitur per 49. capitulum res eſt 3. & ita de omnibus aliis in omni autem diuidendo ingeniare additiones & diminutiones communes reddentes denominationes quaſi ſimiles.

18 Et eſt alius modus vt diuidamus omnia per 1.co.vel p̄. 1. ce. exemplum 1. cu. 1. p̄. 8. æqualia 8. rebus: tunc cenſus p̄. $\frac{8}{1.co.}$ erit æqualis 8.& ſimiliter 1. cu. p̄. 16.æquatur 12.radicibus igitur 1 ce.p̄. $\frac{16}{1.co.}$ æquatur 12.numero,& diuidemus 16. per talem numerum quod quadratus & iunctus prouentui, faciat 12. & ſimiliter 1.ce.p̄. 4. æquetur $\frac{16}{1.co.}$ tunc oportebit diuidere 16. per talem numerum quod exeat 4.p̄.quadrato diuiſoris: & operaberis per decimamſextam & decimamſeptimam regulam huius capituli & eueniet diuiſor 2. & ſeruantur etiam partes proportionales.

19 Et eſt alius modus vt faciamus ſicut fecit algebræ auctor & ponemus cubum cum ſuis additionibus, & diuidemus totam ſummam in cenſum, & ſuppoſito quod cubus fuerit 8. paruus magnus autem 216. & exibit 34. $\frac{2}{7}$ p̄. $\frac{8}{1.co.}$ æqualia 1. ce. quare ex præcedenti erit cenſus 36. & ℞. 6. à qua detractis 2. remanent res 4.cenſus 16.cubi 64.

Capvt XXIII.

De Extractione Radicum quadratarum & cubarum in ſimplicibus

1 EXtrahitur ℞. quadrata ſignando litteras à dextra verſus ſiniſtram vnâ interceptâ, vt in exemplo volo habere radicem de 79345. ſignabo vt vides, deinde quæro numerum qui euacuet primam litteram, & ipſum in ſe multiplico & detraho à Primo vt in exemplo numerus qui in ſe ductus euacuat 7. eſt 2. duc igitur 2. in ſe fit 4. detrahe ex 7. fit 3. poſt modum dupla primum numerum qui eſt 2. fit 4.& diuide numerum ſuperabundantem vſque ad Secundum punctum & cum exiente in ſe ducto conſidera an ſuperet litteram Secundi puncti: veluti in exemplo propoſito duplo 2. fit 4. diuido 39.

0 3
3 0 9 8 4
7 9 3 4 5
2 8 1
456

exit. 9. & ſuper ſunt 3 quæ anteposita ad 3. faciunt 33. igitur 9. in ſe ductus excedit 33. accipio igitur 8. duco in 4. fit 32. demo à 39. fiunt 7. quæ antepoſita ad 3. faciunt 73. igitur hoc exuperat quadratum 8. igitur ponamus 8. duci in ſe fit 64. detraho 4. ex 3. ſupraposita, remanent 9. & ſeruo 7. duco 8. in 4. fiunt 32. addo 7. fit 39. detraho ex 39. remanent 00. poſtmodum duplo 28. fit 56. diuido 94. per 56. exit 1. appono igitur 1. ſub 5. vt in Tertio Exemplo vides ab hac parte, & duco 1. in ſe fit 1. detraho ex 5. fit

3
7 9 3 4 5
2 8
4
primum

0
3 0 9
7 9 3 4 5
2 8
456
ſecundum

4. deinde duco 1. in 56. fit 56. detraho ex 94. remanet 38. igitur Radix talis numeri eſt 281. & ſuperſunt 384.

Per eundem modum habebis radicem huius numeri infrapoſiti quærendo numerum, qui euacuet primas duas litteras, deinde eo multiplicato in ſeipſum, & detracto, dupla & diuide & inuenies duplum ſubintrare ter operare igitur vt ſuprà.

0 3
3 0 9 8 4
7 9 3 4 5
2 8 1
456
tertium.

Probatio per 9.
6
1 2 1
2

Probatio per 7.
6
0 1 0
1

0
2 0 4
6 2 6 4 7
8 7 6 5 4 8
9 3 6
1886
0

Probatio per 9.
6
6 0 6
0

Probatio per 7.
6
3 5 3
5

Modus probationis eſt triplex, primus quia ductâ radice in ſeipſam & additâ ſuperatione fit numerus cuius radix quærebatur: & iſte modus eſt per multiplicationẽ. Secundus eſt per diuiſionem quia diuiſo Primo numero per radicem, exit ℞. iterum, aut vnitas plus, & ſupereſt ſupputatio. Tertius eſt per regulam 7. & 9. veluti in diuiſione, nam probatio per 9. in ſecundo numero in radice eſt 0. & 0. igitur productum eſt 0. ſuputationis autem eſt 6. igitur totius erit ſupputatio 6.& ita eſt per 7. autẽ probatio ℞. eſt 5 duc in ſe fit 25. ſuperatio eſt 4. ſuperationis autem quæ eſt 447. ſupperatio eſt 6. quæ addita ad 4. facit 10. probatio eſt igitur 3. & ita totius probatio eſt 3. in alio autem exemplo Probatio per 9. vtrinque eſt 1. & per 7. vtrinque eſt 0. 2

Poſtquam ſciuiſti radices integras conuenit vt ſcias approximationem cum fractis 3
& hæc operatio adnumeratur integris ob affinitatem: dupla igitur radicem & per hoc diuide ſuperans, deinde multiplica & ſuperans diuide per duplum radicis, & quod exit detrahe, ac ita continuè multiplicabis & ſuperabundans diuides per duplum radicis, & quod exit ſuper detrahes acceptâ Primâ vice in qua fit additio & quanto magis iterauerıs fiet præciſior exemplum radix 20. eſt 4. & ſuperſunt 4. duplo ℞. fit. 8. diuido 4. per 8. exit $\frac{1}{2}$: à addo ad 4. fit 4. $\frac{1}{2}$ duco in ſe fit 20. $\frac{1}{4}$ igitur $\frac{1}{4}$. eſt ſuperatio hoc diuido per 9. quod eſt duplum radicis fit $\frac{1}{36}$: demo à 4. $\frac{1}{2}$ quæ erat radix fit 4. $\frac{17}{36}$ duco in ſeipſum fit 19. $\frac{28}{36}$ p̄. $\frac{289}{1296}$ hoc autem eſt 20 $\frac{1}{1296}$: diuide igitur ſuperationẽ quæ eſt $\frac{1}{1296}$ per duplum radicis & quod exit deme a 4. $\frac{17}{36}$ fiet Radix valdè proxima 20. hic numerus 4. $\frac{5471}{11592}$.

0
1 0 0
2 6 1 0
6 0 6 7 0 0
2 5 4 0 0 8 6 0
5 2 3 1 3 6 2 4

3 7 4

2 7 7 3 7 6
1 4 4 0 7
3 1 7
4 1

37 78
37 37
1369 1776
3
4107

Probatio per 7.

0
6 6
2
3

Probatio per 9.

0
8 8
7
5

Pro cubica autem Primo extrahenda in numeris integris ita facias: ſignabis à Prima verſus dextram derelinquendo duas litteras, veluti in exemplo ſignatis punctis quære numerum qui in ſe ductus faciat cubice 52. & proximior eſt 3. nam 4. cubice ductum facit 64. qui excedit 52. igitur cubo 3. fit 27. demo ex 52. fit 25. igitur reſiduum vſque ad Secundum punctum eſt 2531. poſt quadrabis litteram primam quæ eſt 3. fit 9. deinde triplabis fit 27. ſuppone ita quod 2. cadat in directo 5. diuidendi. & 7. cadat in directo 3. nam ſemper Prima operatio incipit à Secunda antecedente punctatam litteram, deinde diuide 253. per 27. poteſt exire 9. & 8. & 7. ſed capio 7. quia oportebit ipſum quadrare ac multiplicare per 3. ideo 8. excederet duco igitur 7. in 27. fit 189. dextraho à ſuppoſitis in directo remanent 641. deinde quadro 7. & triplico & fit 147. duco in Primum numerum fit 441. demo ex ſuppoſitis fit 2003. cubo 7. fit 343. demo ex directa littera fit 1660624. poſtmodum ſimiliter quadro 37. & triplico fit 4107. ſuppono ita vt cadat ſub 6. & quia intrat in 17. quater: pono 4. pro Tertia littera ſub vltima punctata: deinde ſequor ordinem propoſitum quadrando triplicando & multiplicando in litteras iam inuentas: & vltimo cubando ſemper extremam, & iſte modus eſt generalis facilis valde demonſtrabilis ex quarta Secundi elementorum.

5 In approximatione autem duc radicem in ſe, deinde duc productum per 3. & quod fit eſt diuiſor ſuperationis, exiens igitur adde pro prima vice radici habitæ, deinde duc eam radicem in ſe & ſuperationem deme per numerum triplatum & quod exit deme quotiens volueris iterando, Exemplum volo radicem 11. eſt 2. ſuperatio eſt 3. duco 2. in ſe fit 4. triplicabo per regulam ſit 12. diuido ſuperationem quæ fuit 3. per 12. exit $\frac{1}{4}$ addo ad 2. fit 2 $\frac{1}{4}$ pro prima vice: cubus eius eſt 11. $\frac{25}{64}$ diuido ſupperationem per eundem 12. exit $\frac{25}{768}$ demo ex ℞. prius habita quæ fuit 2. $\frac{1}{4}$ remanent 2. $\frac{167}{768}$ ℞. valde propinqua & eſt ſecretum.

Eſt & alius quærendi quadratã & cubicã modus cum à proximatione in vna operatione tantum, valde bonus ac præciſus quo ego vtor & eſt vt in quadrata addas numero totiés 00, quotiens volueris inuenire præciſioné propinquiorem veluti ſi addideris 00. habebis præciſionem ad $\frac{1}{10}$ ſi addideris 0000. habebis præciſionem in $\frac{1}{100}$ ſi addideris 000000. habebis præciſionem in $\frac{1}{1000}$ & ita ſi addideris 00000000. habebis præciſionem in $\frac{1}{1000}$. & ita ſemper in dimidio nullitatum additarum.

Et ſimiliter in cubis totiens adde 000. quotiens volueris habere præciſionem, nam ſi ſemel addideris habebis in decanis, ſi bis in centenis, ſi ter in millenis, ſi quater in $\frac{1}{1000}$ & ideò factâ operatione auferes in quadrata à prouẽtu toto quotiens addidiſti 00. numero Primo, & in cubica totiens auferes o quotiens addiſti 000. & reſiduum erit ℞. integra & litteræ ablatæ erunt partes de 10. ſi ſemel addidiſti 00. vel 000. aut de 10000. ſi quater addidiſti 00. in quadrata aut 000. in cubica, & ita deinceps vſque ad quamuis præciſionem.

Exemplum volo radicẽ quadratã 17. præciſã in 10000. partibus tu ſcis quod in 10000. ſunt quatuor 0000. idèo adde 00000000. ad 17. fiét 1700000000. ab hoc extrahe ℞. per modũ dictum, vt vides & exit ℞. 41231. & quia addidiſti quater 00. aufer 4. litteras à dextra ℞. remanebit ℞. 4. $\frac{1231}{10000}$, nam litteræ ablatæ sũt numerus de 10000. volo etiam habere ℞. 85 $\frac{249}{1000}$ Præciſam ad $\frac{1}{100}$ multiplica 85. $\frac{249}{1000}$ per 1000000. & eſt addere 000000. fiunt 85249000. huius habeas radicem vt vides eſt igitur ℞. 9233. & quia addidiſti 000000. ideò debes auferre 3. litteras à dextra & erit ℞. eius 9. $\frac{233}{1000}$ de ſuperatione autem non curabis quia omnino eſt

0 0
2 0 5 4 6
1 1 9 9 5 7 1 3 0
1 7 0 0 0 0 0 0 0 0

4 1 2 3 1

8 8 2 2 4 4 6
8 5 2

$4\frac{1231}{10000}$

0
5 0 7
4 6 0 6 1 1 1
8 5 2 4 9 0 0 0 9.

9 2 3 3

1 2 5 4 4 6
1 1 5

inſenſibilis & nota quod loco trium Primarum nullarum poſui 249. quia ſunt partes de 1000. quibus adduntur aliæ 000. & eſt multiplicare pe 1000000. & prouentus ſunt tot. $\frac{1}{1000}$.

Exemplum pro cubica volo ℞. 17. cubicã ad $\frac{1}{10000}$ propinquam addo pro 4. nullitatibus ℞. quærendæ 12. nullitates vt dictum eſt & fiet 17000000000000. cuius accipe ℞. cubicam & ab ea abiicies litteras 4. pro 12. nullitatibus quas addidiſti & fiet ℞. cubica vt in ſequenti Figura vides, & ipſum poſui ad hoc vt videres quomodo ℞. cubica præciſè extrahitur: & appoſui multiplicationes ad hoc neceſſarias.

```
  1 4 7            2 5 7
    2 5              1 2
  3 6 7 5        3 0 8 5 2

  2 5 7              257
  2 5 7              257
  6 6 0 4 9       660041
 1 9 8 1 4 7    19830123

       0 1 6 1
       2 5 5 8 8
   1 0 6 5 4 9 4 2 6 5
   3 5 7 2 7 0 2 5 5 4 8 7
   9 5 0 5 5 5 7 3 9 9 4 8 2
 1 7 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
     2     5     7     1     2
   1 2 5 7 5 5 3 7 1 2 3 2
     7 8 6 7 4 4 7 1 8 5
     1 3 9 3 1 7 0 0
       1 1 8 8 7 3
           9   3
```

Erit igitur ℞.cubica 17. Proximior $2\frac{5712}{10000}$ ſiue ſchiſſando 2. $\frac{357}{625}$.

Capvt XXIV.

De Extractione Radicum in fractis tam cubicis quam quadratis.

1 PRimum oportet cognoſcere an fractio habeat radicem, an non, cognoſcitur autem hoc modo: ſchiſabis numeratorem & denominatorem vſque ad numeros qui amplius ſchiſari non poſſint, quod ſi tam denominator quàm numerator habuerint ℞. quadratam: aut cubicam: talis fractio habebit ℞. eiuſdem generis: ſi non non. Exemplum $\frac{18}{8}$ volo ſcire an habeant ℞. cubicam aut quadratam ſchiſabo & fiunt $\frac{9}{4}$: cum igitur 9. & 4. habeant ℞. quadratam: igitur $\frac{18}{8}$ habebunt ℞. quadratam, quæ erit $\frac{3}{2}$, ſiue $1\frac{1}{2}$ pari ratione $\frac{8}{18}$ habebunt ℞. quæ eſt $\frac{2}{3}$. & ſimiliter $\frac{81}{24}$ volo ſcire an habeat ℞. cubicam, ſchiſabo per 3. & fient $\frac{27}{8}$ quorum tam denominator quam numerator habet ℞. cubicam igitur talis fractio habebit: ℞. cubicam: quod ſi denominator vel numerator ℞. habuerint: reliquus autem non habeat Talis fractio carebit ℞.

2 Factâ vltimâ ſchiſatione, vel denominator, & numerator, habent ℞. & Tunc ℞. denominatoris eſt denominator, & ℞. numeratoris eſt numerator, tàm in cubicis quàm in quadratis vt vides in Figura.

$\frac{81}{225}$ ℞. $\frac{9}{15}$ quadrata $\frac{36}{121}$ ℞. quadrata $\frac{6}{11}$

$\frac{343}{729}$ ℞. $\frac{7}{9}$ Cubica $\frac{27}{64}$ ℞. cubica $\frac{3}{4}$

℞. quadrata $\frac{3}{7}$ ℞. cub. $\frac{9}{16}$ ℞℞. $\frac{7}{9}$

3 Si verò fractio caruerit ℞. tunc triplex eſt intentio vel habendi ℞. veram hoc modo reponendo ℞. quadrata, vel ℞. cubica, provt vis illi fractioni, vt in tribus exemplis.

Vel vis ℞. proximam abſolutæ, & tunc multiplicabis pro quadrata denominatorem in numeratorem, & producti accipe ℞. quam ſuperpone denominatori priori, & talis fractio eſt ℞. valde propinqua prioris. 4

Exemplum volo ℞. de $\frac{5}{7}$ multiplico 5. in 7. fit 37. cuius capio ℞. quæ eſt ferè 6. & eam ſuppono ad 7. fiunt $\frac{6}{7}$ & hæc eſt ℞. valde propinqua de $\frac{5}{7}$. & ſimiliter volo ℞. de $\frac{3}{4}$ duco 3. in 4. fit 12. cuius ℞. eſt 3. $\frac{1}{2}$ ferè, ſuperponenda ad 4. reduco igitur ad integra multiplicando per 2. & fiunt $\frac{7}{8}$: nam vt dictum eſt cum denominator multiplicatur in fractionem producentur integra, ad propoſitum igitur reuertendo $\frac{7}{8}$ ſunt ℞. de $\frac{3}{4}$ propinqua.

In cubicis autem regula hæc non tenet, ſed alio modo exequenda eſt, quadra denominatorem, deinde multiplica In numeratorem, & ℞. producti eſt numerator, & eius denominator eſt denominator prioris fractionis, Exemplum volo ℞. cubicam de $\frac{7}{3}$ quadro 3. fit 9. multiplico in 7. fit 63. cuius ℞. cubica eſt ferè 4, & hic erit numerator, cuius denominator erit 3. igitur $\frac{4}{3}$ eſt ℞. cubica de $\frac{7}{3}$ ſatis præciſa, & hæc regula eſt vniuerſalis.

Si verò velles radicem quadratam vel cubicam valde præciſam multiplicabis numeratorem & denominatorem per 100. vel per 10000. vel per 1000000: vel per 100000000. addendo ſolùm toto quot oportuerit & hoc in quadrata. In cubica autẽ multiplicabis per 1000. vel per 1000000. vel per 1000000000. & ita addendo 3. vel 6. vel 9. nullitates, vtrique tamen denominatori, quam numeratori: & ℞. quadrata vel numeratoris erit numerator: & denominatoris erit denominator & hoc tam in fractis ſimplicibus, quam etiam compoſitis, cum numeris integris. Exemplum volo radicem quadratam & cubicam de 2. $\frac{1}{8}$ reſoluo 2. $\frac{1}{8}$ in fractiones fient $\frac{17}{8}$: quibus pro quadrata addo denominatori 8. nullitates,

```
        0   0
      2 0 8 4 6
  1 1 9 5 6 7 1 3 6
1 7 0 0 0 0 0 0 0 0
    4   1   2   3   1
    8 8 2 2 4 4 6
      8 8 2
```

& ſimiliter numeratori, & fiunt vt vides in Figura quorum accipio ℞. quadratam quæ eſt 41231. numeratoris & 28284. denominatoris & fiet ℞. quadrata 2. $\frac{1}{8}$ fractio tàlis videlicet $\frac{41231}{28284}$ ſiue. 1. $\frac{12947}{28284}$.

Et ſimiliter in cub. accipiem' 12. nullitates & fiet denominator hic 8000000000000. cuius ℞. cubica eſt proculdubio 20000. ponemus igitur 20000. pro denominatore & ſimiliter adiungemus 12. nullitates ad 17 fient 17000000000000. pro numeratore cuius ℞. cubica quæ eſt 25712. ponetur pro

pro numeratore igitur ℞. cubica de $2\frac{1}{8}$. eſt $2\frac{1}{8}$ eſt $\frac{12812}{10000}$ ſchilla &c.

```
          1
      6 2 6 5 3
  6 1 6 7 6 1 6 4 4
  8 0 0 0 0 0 0 0 0
  .   .   .   .   .
  ___________  __  ___
  2   8   2   8   4
  ___________________
      6 5 6 6 4 5 6
          5 5 6
```

Capvt XXV.

De Extractione Radicum in Surdis.

IN his non indiges niſi antepoſitione radicis ſine alio: veluti Volo radicem ℞. 7. 7. fiet ℞℞. 7. volo ℞. V. 7. p̃. 2. fiet ℞℞. V. 7. p̃. 2. volo ℞℞. L. 9. p̃. 16. fiet ℞℞. L. 9. p̃. 16. volo ℞℞. D. 9. p̃. 25. fit ℞℞. d. 9. p̃. 25. nec indiget aliâ operatione ſed manet denominatio tota.

Capvt XXVI.

De Extractione Radicum in denominationibus.

1 SCias quod denominationes pares non habent radicem quadratam: Secundò ſcias ſi ſint impares terminationes quadratas numerorum terminationes quadratæ, cubice 4. 5. 6. 9. 0. autem omnibus modis nominantur. 1.

Nam 1. eſt terminator deſinentium in 1. vel in 9. vt 1. in ſe facit 1. & 9. in ſe facit 81. Item 4. eſt terminator deſinentium. in 2. vel in 8. vt 2. in 2. facit 4. & 8. in 8. facit 4. & 8. in 8. facit 64. ſed 5. eſt terminator deſinentium in 5. veluti 5. in 5. facit 25. ſimiliter 6. eſt terminator deſinentium in 6. vt 6. producit 36. ſed 9. eſt terminator deſinentium in 3. & in 7. & ſic 0. eſt terminator deſinentium in ea: igitur in quadrata ſi Primus terminus & vltimus habent ℞. tunc operare inquærendo aliter non habebit: non tamen in cunctis te fugit auxilium illud commune præcedentis capituli præponendi ℞. veluti volo ℞. 2. p̃. 3. co. p̃. 1. ce. erit ℞. 1. ce. p̃. 3. co. p̃. 1. Et ita volo ℞. cubicam 17. co. m̃. 6. p̃. 3. ce. erit ℞. cubica 3. ce. p̃. 17. co. m̃. 6. in cubicis autem oportet vt denominatio ſit vna vel quatuor vel ſeptem vel decem & ſic deinceps quoad ſpecies denominationum: numeraliter autem vt habeant radicem cubicam 8. vt vel 27. vel 64. tàm in Primo quàm vltimo termino.

2 Circa quod nota quod extractio radicis quadratæ. & ce. ce. & ce. ce. ce. ſunt ſecundum vnum modum, & eſt extractio ℞. quadratæ. veluti ℞. 4. cenſuum eſt 2. co. & ℞. 4. ce. ce. eſt 2. ce. & ℞. 4. ce. ce. ce. eſt 2. ce. ce. vnde ℞. 1024. eſt 32. qui ſunt 2. ce. ce. Similiter cubica & cu. cu. ſunt ſecundum vnum modum qui eſt extractio ℞. cubicæ. Vnde ℞. 8. cu. cu. eſt duo cubi, & ſimiliter ℞. cubica 8. cuborum eſt 2. co. & ſic de alius veluti ℞. cubica 4096. eſt 16. qui ſunt duo cubi de 2. qui eſt ℞.

Sed cubi cenſus eſt vt extrahas ℞. qua- 3
dratam, & exeuntis cubicam, aut è conuerſo cubicam, deinde exeuntis quadratam, aliquando enim ambæ, aliquando vna & non altera, aliquando nulla inuenitur, veluti 64. habet cubicam 4. cuius quadrata eſt 2. & habet quadratam 8. cuius cubica eſt 2, ſimiliter. ſed 81. habet quadratam quæ eſt 9. cuius ℞. cubica eſt ℞. ce. cu. 81. per contrarium 125. radicem habet cubicam 5. cuius quadrata eſt ℞. ce. cu. de 125. ſed 17. & 18. & tales neutram habent.

Sed ℞. Rel. P. &. Rel. 2. eſt compoſita 4
in hoc quod oportet vtrâque diuidere per cubum, & quod exit in Rel. P. eſt ce. in Relatum 2. eſt ce. ce. veluti diuido 32. per 8. exit 4. qui eſt ce. de 2. & in Relatum 2. ex it. 16. qui eſt ce. ce. de 2. & hoc idem in compoſitis, veluti diuido 3. Rel. P. qui ſunt 96. per 8. qui eſt cubus, exibunt 12. qui ſunt 3. ce. & ita de partibus & multiplicibus. ce. Rel. P. vero ℞, eſt Rel. P. cuius ℞. eſt provt dixi in præcedenti regula.

Capvt XXVII.

De Integrorum progreſsionibus.

PRogreſſio eſt auctio ordinem aliquem ſeruans, eius duo genera prima ſunt Geometricum & Arithmeticum ſunt autã Geometrici cõmunia ordinatis proportionibus, arithmetici ordinatis augumentis procedere, cuiuſlibet horum tres ſunt ſpecies, vniformis, conformis & æqualiter augens. Exemplum vniuſcuiuſque eſt hic poſitum.

1 Vniforme	.1.2.4. 8.26.32
Geometricum.	
2 Conforme	.1.2.6.12.36.72.
3 Æqualiter augens.	1.2.6.24.120.720.
4 Vniforme	.3.9.27. 8.243.
Vel ſic	
5 Conforme	.3.6.18.36.108.
6 Æqualiter augens	.3.6.18.72.360.
7 Vniforme	.1.2.3. 5. 6.
Arithmeticum.	
8 Conforme	.1.3.7.9.13.15.
9 Æqualiter augens	.1.2.4.7.11.16.
10 Vniforme	.3.6. 9.12.15.
Vel ſic	
11 Conforme	.3.5.10.12.17.
12 Æqualiter augens	.3.4. 6.9.13,

Manifeſtum eſt igitur quando vnquodque genus vel initium ſumit ab vnitate, ab alio numero, vt in exemplis poſterioribus præmiſſis: quod fient Duodecim membra progreſſionum.

Regula ſi notus ſit maior terminus, & 1
minor, & augumentum, in Septimo & Decimo modo: inuenies numerum terminorum hoc modo. detrahe minimum à maximo, & reſiduum diuide per augumentum, & exeunti adde vnitatem, habebis numerum terminorum, exemplum Septimo modo

demo

demo. 1. ab 6. fit 5. diuido per 1. quod eſt argumentum exit 5. addo. 1. fiũt 6. termini: exemplum in Decimo modo demo. 3. ex. 15. fit 12. diuido per augmentum quod eſt 3. fit 4, addo. 1. fiunt. 5. termini.

.1.2. 3.4.5.6.
.3.6.9.12.15.

2 Ex hoc patet conuerſum videlicet, ſi à numero terminorum dematur vnitas, & reſiduum ducatur in differentiam ſiue augumentum, & ei addideris minorem terminum cognoſces maiorem, veluti in Exemplo termini erant 5. auctio per 3. demo. 1. à 5. fit 4. duco in 3. fit 12. addo minorem terminum fit 15. maior terminus.

.3.6.9.12.15.

3 Pro Octauo & Vndecimo modo cum volueris ſcire an termini ſint pares vel impares, deduc primum ab vltimo, & reſiduum diuide per dimidium augmentorum, ſi nihil ſupereſt ſunt impares, ſi aliquod pares: exẽplũ dempſi 3. ex 17. in Vndecimo modo & fit 14. differentiæ autẽ erant 2. & 5. quæ ſimul aggregatæ faciunt 7. cuius dimidium eſt 3. ½ diuiſo igitur 14. per 3. ½ exit 4. & nihil ſupereſt: igitur termini ſunt quanquam idem eſſet ſi duplares 14. fit 28. diuide per 7. nihil ſupereſt: igitur termini ſunt impares, ſi autem aliquod ſuper eſſet eſſent pares, vt in octauo modo demo 1. à 15. fit 14. aggregatum differentiarum eſt 6. duplo 14. fit 18. diuido per 6. ſuperſunt 4. igitur termini ſunt pares. 2.

.3.5.10.12.17.

4 Ex hac habetur numerus terminorum habito primo, & vltimo & progreſſione, vide ſi termini ſint impares per Tertiam regulam exime Primum ab vltimo, & reſiduum dupla, & diuide per aggregatum differentiæ, exeunti adde. 1. quod fit eſt numerus terminorum, veluti in vndecimo 3. ex 17. fit 14. quia termini ſunt impares ex tertia regula, duplo igitur 14. fit 28. diuido per aggregatum differentiarum quod eſt 7. exit 4. addo vnitatem fiunt 5. termini. Si verò termini per Tertiam inueniuntur pares exime primam differentiã ab vltimo termino habebis penultimam & terminos impares, quare per hanc regulam numerum terminorum, quibus, vnitate addita conſurgunt omnes termini, veluti exemplum in octauo modo eximo Primam differentiam ab vltimo fit 13. terminus penultimus, quare per præcedentem termini ſunt quinque, igitur addito vltimo, fient termini ſex.

.3.5.10.12.17.
1.3.7.9.13.15.

5 Ex hac habetur per numerum terminorum, & differentiam, & Primum terminum, vltimus terminus: quod ſic apparet: ſi fuerint impares, detrahe vnitatem: & reliquum duc in dimidium differentiarum, & exeunti addatur Terminus primus & conflabitur vltimus: in pari verò deductâ primâ differentiâ operaberis vt ſupra: vltimo inuento penultimo termino, addes differentiam ſecundi ad primum terminum, & conflabitur vltimus terminus, exemplum patet regulæ quartæ vel breuius loco primi termini & differẽtiæ addes Secundũ terminum, & loco de 1. & 1. exime 2. & ſic in impari detrahe 1, & adde primum terminum, at in pari detrahe 2. & adde ſecundum terminum exemplum in vndecimo deduco 1. à 5. fit 4. dimidium differentiarum eſt 3. ½ duc in 4. fit 14. addo primum terminum fit vltimus 17. in octauo autem modo termini ſunt 6. eximo 2. fiunt 4. duco in dimidium differentiarum quod eſt 3. fit 12. addo Secundum terminum fit 15. pro vltimo termino.

3.5.10.12.17.
1.3.7.9.13.15.

Pro Nono & decimo modo deme vnitatem à numero terminorum, & diſce differentiam auctionalem maximam cui adde minorem differentiam & dimidia, & duc in reſiduum terminorum demptâ vnitate, & conſurget vltimus terminus addito primo exemplum in nono modo differentia maxima eſt 5. addo minimam quæ eſt 1. fit 6. dimidium eſt 3. numerus termi-eſt 6. deduc 1. fit 5. duc in 3. fit 15. adde primum terminum fit 16. vltimus quare ſimiliter in duodecimo minor differentia eſt 1. maior 4. adde fiunt 5. dimidium 2. ½ duc in 4. qui eſt numerus terminorum vnitate demptâ fit 10. addo 3. primum terminum fit 13. 6

1.2.4.7.11.16.
3. 4. 6. 9. 13.

In hoc modo vltima differentia inuenitur demptâ vnitate à numero terminorum, & cognitâ primâ differentiâ per primum modum ſcietur vltima, nam differentiæ illæ ſunt vel ex ſeptimo, vel decimo modo: quare per primam & ſecundam regulam operaberis. 7

Per hoc patet conuerſum ſextæ regulæ, nam habitis proprio & vltimo termino, & modo progreſſionis: facile erit inuenire terminorum numerum, nam deduces primum terminum ab vltimo, & reſiduum ſi diuiſeris per dimidium differentiarum primæ ac vltimæ exibit numerus terminorum dempto vno, aut ſi diuiſeris per numerum terminorum dempto vno, exibit dimidium differentiarum, quo duplicato ſi ab eo dempſeris primam differentiam, fiet vltima exemplo non indignes in tam clara re. 8

In hoc etiam inuenies maximam differentiam alio modo, ſubtrahe minorem terminum de maiore, reſiduum eſt aggregatũ differentiarum, & prima differentia eſt primus terminus talis progreſſionis, & prima differentia eſt additio talis progreſſionis: igitur per primam regulam ſcies maximam differentiam. 9

At ſi vltimus terminus non ſit notus, ſed tantum numerus terminorum, ſcies differentiam per primam ſub ductâ vnitate vt dixi, exemplum termini ſint, ſex auctio ſit per vnitatem igitur termini ſunt quinque aucti per vnitatem, quare per primam notus eſt maximus terminus, & hic eſt maxima differentia. 10

Ex his habetur ſumma omnium terminorum in omni modo, adde in ſeptimo & decimo modo minorem terminum maiori, & 11

&

1 & quod fit ducas in dimidium terminorum, exemplum. 3. 4. 5. 6. 7. 8. primus cum vltimo facit. 11. duc in 3. qui eſt dimidium terminonorum fit 33. pro aggregato, ſimiliter 2. 5. 8. 11. 14. 17. iunge fiunt 19. duc in 3. fit 57. nam termini erant 6. dimidium eorum 3. eadem regula tenet in octauo & vndecimo ſi termini ſint pares aliter ſi impares ſint deme primum, & operare cum reliquis eodem modo: poſt adde primum veluti. 3. 5. 10. 12. 17. 19. 24. dempto primo fit. 5. minimus additus ad 24. fit 29. duc in dimidium terminorum quod eſt 3. fit 87. adde primum fit 90. pro aggregato.

3.4.5.6.7.8.
11
3
33
2.5.8.11.14.17.
19
3
57
3.5.10.12.17.19.24.
29
3
87
3
90

12 Pro nono & duodecimo modo, deme à numero terminorum 2. reſiduum diuide per 3. exeunti adde 1. hoc duc in aggregatum vltimæ differentiæ cum ſua progreſſione producto, adde quod fit ex primo termino in numerum terminorum, quod conflatur eſt ſumma. exemplum. 3. 7. 15. 27. 43. 63. 87. termini ſunt 7 demo 2. fiunt 5. diuido per 3. exeunt 1. $\frac{2}{3}$ addo 1. fiunt 2 $\frac{2}{3}$: duco in ſummam differentiarum habitam per vndecimam regulam quæ eſt 84. fit 224. duco etiam primum terminum qui eſt 3. in 7. fit 21. nam 7. erat numerus terminorum, addo igitur 21. ad 224. fit 245.

3.7.15.27.43.63.87.
7
2
5
$1\frac{2}{3}$
$2\frac{2}{3}$
84
224
7
3
21
224
2
245

13 Et his habetur ſumpto numero terminorum & aggregato vltimus terminus in ſeptimo & decimo modo diuide igitur aggregatum per dimidium numeri terminorum, & ab exeunte deme primum terminum, remanebit vltimus. Idem in octauo & vndecimo modo cum pares fuerint, ſi impares detrahe primum terminum ab aggregato, & reſiduum diuide per numerum terminorum minus vnitate, quod exit dupla, & à producto aufer ſecundum terminum, reſiduum eſt vltimus terminus, Exemplum 90. ſit aggregatum termini vero 7. minor terminus 3. deduco ex 90. fit 87. diuido per 3. & eſt dimidium terminorum fit 29. deduco ſecundum terminum qui fuit 5. remanet vltimus 24. eſt autem 3. dimidium terminorum qui fuerunt 7. dempto vno vt regula dicit.

Et ſicut ex vndecima elicitur duodecima, pro nono & duodecimo modo, ita ex decimatertia elicitur quartadecima pro nono & duodecimo modo. 14

Et vniuerſaliter cum fuerint 5. termini videlicet auctio: numerus terminorum: minor terminus: & maximus, & aggregatum, cum ſunt 3. ex his noti, qualeſcunque ſint, cognoſcentur reliqui duo ignoti, in quolibet modorum. 15

Et ex his habemus conuerſus duodecimæ regulæ, cognita enim ſũma & differentia maxima, & termino minore habebimus numerum terminorum, ſi etiam habuerimus maiorẽ, deduc igitur ex vltima differentia vnitatem, reſiduum diuide per 3. exeunti adde vnitatem per hoc totum multiplica maiorem terminum dempto minore, & quod fit detrahe ex ſumma, reſiduum diuide per terminum minorem, quod exit eſt numerus terminorum, & eſt Exemplum ſit minor terminus 4. maior 32. differentia maior 7. aggregatum 116. progreſſio in nono vel duodecimo modo detraho 1. ex 7. fit 6. diuido per 3. exit 2. addo 1. fit 3. demo ex 32. maiore minorem terminum qui eſt 4. fit 28. duco in 3. fit 84. demo ex 116. fit 32. diuido per terminum primum qui eſt 4 exit 8. numerus terminorum erat igitur progreſſio talis. 4. 5. 7. 10. 14. 19. 25. 32. & ita in iſta 4. 8. 13. 19. 26. 34. vel in hac 5. 6. 8. 11. 15. 20. 26. 33. 41. 50. 16

Et cum fuerint. 6. termini, vtpote, maxima differentia, & auctio ipſa, & terminus minor & maior: & numerus terminorum, & aggregatum: & ex his 3. cogniti, & reliqui incogniti: cognoſcentur incogniti factâ poſitione termini vnius ex incognitis per rẽ & operare per algebra, & peruenies ad cognitionem Exemplum terminorum vt 3. 4. 6. 9. 13. 18. 24. 31. 39. primus terminus eſt. 3. auctio. 1. maxima differentia 8. numerus terminorum 9. nam ſemper auctio ducta in numerum terminorum deductâ vnitate: producitur maximam differentiam vnde eſſet deductâ differentia, vel diuiſa per auctionem, quod exit additâ vnitate producit numerum terminorum: igitur deductâ vnitate ex numero terminorum, & diuisâ maximâ differentiâ, exibit auctio ipſa, & quantus terminus, eſt autem maximus 39. ſextus eſt aggregatum vt 147. & hi inueniuntur in nono & duodecimo modo, in aliis autem ſunt tantum. 5. termini quoniam auctio non differt à maxima differentia quare &c. 17

Pro primo & quarto modo, cum diuiſeris terminum maximum per minimum, quod exit quali ordine eſt ſuæ progreſſionis denominatorum talis eſt numerus figurarum, Exemplum in primo modo diuido 32. per 1. exit 32 qui in ordine duplæ eſt ce. cu. & eſt ſexta figura ex poſitis in fine primi capituli de 11. quare termini fuere 6. 18

1.2.4.8.16.32.

Per

Per oppoſitum habes terminum maiorem vt in quarto modo termini ſunt 5. & Figura. 5. ex illis eſt ce. ce. igitur cum ce. ce. in tripla proportione ſit 81. duc 81. in minimum terminum qui fuit 3. conſurgit 243. qui eſt terminus maior. 3.9.27. 81.243.

19 Pro ſecundo & quinto conſidera terminos impares, aliter dimitte primum & reduces ambas proportiones ad Figuram numeri terminorum, & diuide maximum terminum per ambo, & exeuntia multiplicabis inuicem & radix eſt in denominatione termini.

Exemplum in quinto modo dupla & tripla ſunt primæ proportiones terminus maior eſt 108. duco in ſe fiunt 11664. quadra terminum minorem fit 9. diuide 11664. exit 1296. Radix eſt 36. duc 2. per quintam Figuram, & 3. ſimiliter, ex vno aduenit 16. ex altero 81. in quorum medio proportionaliter cadit 36. igitur termini ſunt 5. aſſumenda eſt enim propinquitas per æqualem multiplicationem duplæ & triplæ in denominationibus. 3.6.18.36.108.

20 Pro conuerſo ambas proportiones deduces ad Figuram ſui termini, & producta duc in minorem terminum, & prodeuntia inuicem radix autem totius, eſt terminus maior.

Exemplũ in ſecundo modo duco duplã & triplam in quintam denominationem. fit 16. & 81. duco vtrumque in primum terminum fiunt 32, & 162. duco inuicem fit 5184. Radix eſt 27. 1.2.6.12.36.72.

21 Pro tertio & ſexto modo, per primam regulam habes differentiam denominationum à prima ad vltimam, & omnes inuicem multiplica, deinde totum per minorem terminum, quod prouenit eſt enim maximus terminus. Exemplum in tertio modo. 2. 3. 4. 5. 6. ductæ inuicem faciunt 720. & in primum terminum idem, quare maximus terminus eſt 720.

22 Conuerſum habes diuidendo maximum, per minimum, & quod exit ſucceſſiue per differentias vſque ad vnitatem. Exemplum. 2. 6. 30. 210. 1850. diuide per 2. exit 945. hunc per primam proportionem exit 315. hunc per 5. exit 63. hunc per 7. exit 9. diuide 9. per 9. exit vnitas proportiones igitur 4. & termini 5.

23 In primo modo & quarto volens inuenire aggregatum, minus ex maiore detrahe, & reſiduum diuide per 1. m̃. denominatione, quod exit adde maiori termino, quod conflatur: eſt aggregatum. Exemplum. 3. de 81: eſt 78. diuide per 2. exit 39. adde ad 81. fit 120. & in ſexquaaltera inter 16. & 81. deduc 16. ex 81. fit 65. duc in ſexquialteram quæ ſic ſcribitur $\frac{3}{2}$ fit detractâ vnitate $\frac{1}{2}$ quare fit 130. adde ad 81. fit 211. aggregatum.

3. 9. 27. 81.
16.24.36.54.81.

24 In ſecundo & quinto modo multiplica differentiam vnam per aliam, à producto aufer. 1. & cum hoc reſiduum maximi detracto minore diuide, & quod exit multiplica per primam differentiam additâ vnitate ſiue ſit maior ſiue minor, & totum adde primo termino, & hoc vbi termini ſint impares & proportio multiplex. Exemplum in caſu 3. de 108. fit 105. duc 3. in 2. fit 6. deduc. 1. fit 5. diuide 105. exit 21. prima differentia denominata fuit à 2. fit addita vnitate 3. duc in 21. fit 63. adde ad 108. fit aggregatum 171. 3.6.18.35.108.

In non multiplici, autem imparibus exiſtentibus terminis, tres inuenias eiuſdem proportionis numeros minimos, & minore à maiore detracto. In qua proportione ſe habet aggregatum ex duobus maioribus, ad reſiduum. In eadem proportione ſe habent quotquot alij ad ſuum reſiduum. 25

Exemplum 3. 4. 5. in proportionibus ſexquitertia & ſexquiquarta ſunt minimi. ſubtraho 3. à 5. fit 2. maiores fuere 4. & 5. qui aggregati ſunt 9. in qua igitur proportione eſt 9. ad 2. in eadem erit aggregatum totũ dempto minore termino ad reſiduum maioris dempto minore ſi igitur vt velim ſcire aggregatum progreſſionis quam vides deduco vt dixi in $\frac{9}{2}$ fit 144. terminum minorem fit 162. aggregatum, & hoc in terminis imparibus, cum vero fuerint pares ſciuiſti terminum primum eſſe detrahendum, deinde operaberis per regulas ſupraſcriptas, vltimò addes ipſum & habebis aggregatum. 18.24.30.40.50.

In progreſſione quadratorum, accipe duplum terminorum & adde vnitatem, & diuide per 3. & quod exit multiplica per ſummam progreſſionis. 26

Exemplum volo quadrata ad 10. duplica fit 20. adde 1. fit 21. diuide per 3. exit 7. duc in 55. quod eſt aggregatum progreſſionis ad 10. exit 385. qui eſt numerus ſummæ.

In cubicis autem numero terminorum adde 1. & quadra iterum dimidium terminorum in ſe, & duc vnũ per aliud: quod exit eſt ſumma. Exemplũ volo ſummam cuborum ad 10. addo 1. fit 11. quadro fit 121. diuido 10. fit 5. quadratum eius eſt 25. duco in 121. fit 3025. per ſuam: hæ duæ regulæ fuerũt fratris Lucæ optimi Arithmetici plures alias adiicere potuiſſe, ſed ſufficiunt hæ volentibus operari, cum intellexerint ſemper tria cognita præſupponi debere, reliqua quæ vel duo ſunt vel tria ex his inquiri oportere. 27

1
4
9
16
25
36
49
64
81
100.

Capvt XXVIII.

De Progreſſione fractorum.

IN fractis non eſt progreſſio Arithmetica quia nec æqualis exceſſus, nam $\frac{1}{2}$ excedit $\frac{1}{3}$, In $\frac{20}{120}$: & $\frac{1}{3}$ excedit $\frac{1}{4}$, In $\frac{10}{120}$: & $\frac{1}{4}$ excedit $\frac{1}{5}$. In $\frac{6}{120}$: iſti exceſſus nedum non ſunt æquales ſed nec in æquali exceſſu, aut proportione, nam proportio $\frac{20}{120}$, ad $\frac{10}{120}$, eſt dupla proportio, $\frac{10}{120}$ ad $\frac{6}{120}$ eſt minor dupla.

In

In proportione Geometrica, eſt progreſſio vt $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{32}$: & ita de aliis: regula eſt vt ducas minorem terminum in Maiorem, & ſummas proportionem ſecundùm totum, veluti $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{24}$ duc 3. in 24. fit 72. erunt igitur operationes veluti in Integris ex $\frac{}{72}$: excepto quod minor in denominatione eſt maximus terminus & è conuerſo: veluti volo aggregatum prædictorum fractorum per vigeſimamprimam regulam præcedentis capituli, detraho 3. de 24. fit 21. denominatio erat per 2. nam erat ſub dupla detrahe 1. fit 1. duc in 21. fit 21. adde 24. fit 45. & ita ſunt $\frac{45}{72}$, videlicet $\frac{5}{8}$.

Capvt XXIX.

De Progreſſione Surdorum.

IN ſurdis autem non datur progreſſio generalis Arithmetica, nam maiorem proportionem habet ℞. 12. ad ℞. 11. quam ℞. 13. ad ℞. 12. tam in exceſſu, quàm in proportione; igitur nulla ratio dari poteſt in talibus quantùm ad progreſſionem Arithmeticam.

In Geometricis autem datur, nam ex decimaſeptima ſexti, cum ſit proportio quadrati ad quadratum, veluti lateris ad latus duplicata igitur cum quadratorum ſit proportio continua, erit & radicum igitur radices 4. 6. 9. ſunt continuæ proportionales. In his autem oportet operari per quadrata dummodo caute opereris & ſequetur inuentio ignotorum ex notis per capitulum vigeſimum ſeptimum veluti. 16. 24. 36. 54. 81. cognitâ proportione ſciemus numerum terminorum, & ex his maiorem terminum, & ex his ſuam radicem, vel operabimur per algebram, nam qualis eſt proportio cenſuum in cenſibus, talis erit radicum dimidiata in radicibus, veluti 4. 36. 324. ſunt in proportione nonupla, igitur radicum proportio eſt tripla, proportio etiam aggregati ex his eſt vt 91. ad 1. cum vero reduxeris per algebram inuenies proportionem radicū vt 13. ad 2.

In diſtinctis autem ligatis vel vniuerſalibus non eſt operatio niſi per quadrata illarum, verùm non indigemus aliis regulis, ſed tantùm cautella in operando.

Capvt XXX.

De Progreſſione denominationum.

NOn differt progreſſio vnius denominationis qualiſcunque ſit à progreſſione numeri, veluti 1. co. 2. co. 3. co. 4. co. eſt veluti. 1. 2. 3. 4. & 1. co. 2. co. 4. co. 8. co. veluti. 1. 2. 4. 8. igitur regulæ 27. capituli in hoc tibi plenæ inſeruiunt, quod ſi non vna ſit denominatio augmentum tamen æquale adhuc ſufficit, veluti 1. ce. p̄. 2. co. 2. ce. p̄. 3. co. 3. ce. p̄. 4. co. & ſic deinceps, operare diſtinguendo cenſus à radicibus, vnicuique verò eorum, propriá progreſſionem inuenies.

Quod ſi progreſſio ſit permutatis denominationibus veluti 1. co. 1. ce. 1. cu. 1. ce. ce. atque eo modo: tunc eſt in genere geometricarum & vltrà, tres terminos æquatio non niſi compoſita aduenit ex terminis conſtans continuæ proportionalibus, quod ſi ponatur auctio in numero & denominatione, tunc erit Geometrica & Arithmetica mixta veluti 1. co. 2. ce. 3. cu. 4. ce. ce. tunc difficilis eſt quæſtio. Quod ſi auctio eſt per denominationes, & numeros, Geometrica, tunc facilior eſt inuentio veluti 1. co. 2. ce. 4. cu. 8. ce. ce. in cunctis autem his iuuat vltimum terminum diuidere per primum, aut ſubtrahere vt in Arithmetica, & operari in Geometrica per ſuas regulas vt in vigeſimoſeptimo capitulo à decimaſeptima ad vigeſimamſeptimam regulam, & in Arithmetica vſque ad decimam ſeptimam regulam: & ponamus exemplum leue, quidam ambulauit 1. co. & 2. co. & 3. co. & 4. co. & 5. co. & in totum ambulauit miliaria 100. ſequitur enim vt ambulauerit ex regulis primis 15. co. cum igitur diuiſerimus 100. per 15. exeunt 6. $\frac{2}{3}$: quare ambulauit prima die miliaria 6 $\frac{2}{3}$ & ſecunda tantò plus, & ſic in finem & alius ambulauit primâ die 1. co. ſecundâ die 2. ce. tertiâ die 4. cu. igitur ſi ponatur æquale 100. co. fient 99 æqualia 2. co. p̄. 4. ce. quare ce. & $\frac{1}{2}$ co. æquantur 24 $\frac{1}{4}$: ſequere æquationem ex capitulo ſuo, & habebis valorem rei, quod ſi 100. co. ponunt nobis valorem talem quid ponet 100. In numeris & tunc habebis æquationem in 4. terminis numero, radice, cenſu, cubo.

Capvt XXXI.

De ſeptem operationibus quæ fiunt ex integris & fractis.

CVm numerator numeri fracti eſt maior denominatore, numerus ille integra continet: veluti $\frac{153}{60}$ tunc igitur ſi diuiſeris numeratorem per denominatorem exiens eſt numerus æquiualens fractioni illi quod ſupereſt fractiones, veluti 153. per 60. exit 2. & $\frac{33}{60}$. 1

Numeri integri cum fractis commiſcentur, vel quoniam vnus eſt integer & alius fractio: vel vnus integer & fractio, & alius fractio, vel vnus integer & fractio, reliquus integer vel vnus integer & fractio, ſimiliter & reliquus: & ſic ſunt modi 4. 2

Cum integrum ſimplicem cum fracto ſimplici numerare vis vel denominare, potis illud duobus modis efficere: primo per adiunctionem vt 23. $\frac{7}{19}$ ſecundo reducendo integrum ad fractionem, hoc autem fit ducendo denominatore in integrum & inſuper addendo numeratorem, fractionis, & totū ponetur pro numeratore, denominator autem manebit idem, vt in exemplo ſuperiore duco 19. in 23. fit 437. addo 7. fit 444. ſubſtituo denominatorem fiet $\frac{444}{19}$ quæ fractio æquipollet 23. $\frac{7}{19}$. 3

His viſis omnes operationes quæ fiunt inter fractos, & mixtos, aut integros, poſſunt fieri, vel ſeparatæ: vt ducendo fractum in integrum, & poſt in fractum, vel è con- 4

conuerſo : ita etiam de diuiſione , excepto quod diuiſio redditur difficilis , niſi fiat reductio ad eandem naturam. veluti duco 19. in 23. $\frac{7}{19}$: poſſum ducere 19. in 23. & fit 437. deinde duco 19. in $\frac{7}{19}$, & fiunt 7. totum igitur fiet 444. integra : & poſſemus etiam deducere 23. $\frac{7}{19}$ ad fractionem vnam & fiunt $\frac{444}{19}$ vt dixi deinde ducere per capitulum ſuum in 19. integra , deinde productum diuidere per denominatorem , qui etiam eſt 19. & exibunt etiam 444. integra.

5 Cùm igitur addere vis fractionem integro, reducas eam ſi maior ſit vnitate per capitulum præſens ad integra , & adde integra integris, & ſimiliter fractiones fractionibus, per capitulum ſuum ſi adſint.

6 Cum vero volueris detrahere fractiones ex integris : integra ex integris detrahe , deinde vnitatem plus : & ſubtrahe numeratorem à denominatore : & reſiduum ſuperpone denominatori , exemplum volo detrahere 23. $\frac{7}{19}$ ex 47 , demo 24. ex 47. & remanet 23. & demo 7. ex 19. & fit 12. igitur reſiduum eſt 23. $\frac{12}{19}$, quod ſi vtrinque fractio adſit primo deme vnam ex alia , per ſuum capitulum , quod ſi non potes reſolue vnitatem in fractiones , & eam adde numero ſubtrahendo deinde operare per ſua capitula ſimplicia : exemplum 17. & $\frac{11}{19}$ ex 24 $\frac{5}{7}$, deducas $\frac{11}{19}$ ex $\frac{5}{7}$ remanent $\frac{18}{133}$, & 17. ex 24. fiunt 7. vt igitur ſemper ſcias quæ duarum fractionum ſit maior , duces denominatorem vnius in alterius numeratorem in crucem, & cuius fuerit productum ex numeratore maius , fractio illa eſt maior , veluti 5. in 19. facit 95. & eſt maiuſquam 7. in 13. igitur $\frac{5}{7}$ eſt pluſquam $\frac{13}{19}$: ſit igitur vt velis deducere 13. $\frac{5}{7}$ ex 20. $\frac{17}{24}$ conſtat ex regula prodicta quod $\frac{5}{7}$ eſt maiuſquam $\frac{17}{24}$: quare adde ad 13. & $\frac{5}{7}$ vnitatem fiet 14. $\frac{5}{7}$: deinde iunge numeratorem de $\frac{17}{24}$ denominatori , fiet numerator fractionis $\frac{41}{24}$ igitur deduces 14. $\frac{5}{7}$ ex 20. $\frac{41}{24}$: per capitula ſua & remanebunt 6. $\frac{167}{168}$.

$\frac{5}{7}$ X $\frac{13}{19}$
95 91
20 $\frac{41}{56}$
14 $\frac{5}{7}$
6

$\frac{5}{7}$ X $\frac{41}{24}$
287 120
120
167
168

7 In multiplicatione autem duces integrum per numeratorem , & totum diuides per denominatorem , veluti 23. in $\frac{3}{7}$: duc 3. in 23. fit 69. diuide per 7. exit 9. $\frac{6}{7}$: & ſi adſint fractiones multiplica poſtmodum fractionem per fractionem , ex capitulo ſuo , & iunge , & ſimiliter integra per integra.

8 In diuiſione autem conuenientius eſt vt reducas omnia ad ſuas fractiones per capitulum præſens , deinde diuides per diuiſorem per Caput 20. exiens autem reduces ad integra ſi maius ſit vnitate per capitulum præſens , ſi tamen diuiſor non contineat fractiones , operare per integra tantum. Exemplum primi volo diuidere 27. $\frac{1}{7}$ per 7. $\frac{3}{19}$ deduco ad fractiones fiunt pro diuidendo $\frac{190}{7}$ & pro diuiſore $\frac{136}{19}$ diuido igitur $\frac{190}{7}$ per $\frac{136}{19}$ & fit $\frac{3610}{952}$ reduco ad integra fiunt 3. & $\frac{754}{952}$ vel ſchiſando 3. & $\frac{89}{167}$. Si autem denominatorem diuiſoris in diuidendum & diuiſeris per numeratorem exibit exiens ſit exemplum volo diuidere 17. per $\frac{5}{7}$ duco 17. in 7. fit 119. diuido per 5. exit 23. $\frac{4}{5}$ ita volo diuidere 17. per 3. $\frac{4}{5}$ reduco ad fractionem diuiſorem fit $\frac{19}{5}$ duco igitur 5. in 17. fit 85. diuido per 19. exit 4. $\frac{9}{19}$ & ita in omnibus.

Radicum extractiones fiunt vt in integris progreſſiones reducendo ad vnum denominatorem.

Cùm verò reductio facta fuerit vt ſint omnes fractiones multiplica per capitulum ſuum deinde reduces ad integra vt in præſenti.

Capvt XXXII.

De Integris & ſurdis mixtis.

OPeratio ſua dicta eſt, eſt enim vt in numeris ligatis quoniam ſæpius integros continent propterea non eſt alia operatio à ſurdis quod ſi times aliquando operari reduc integrum ad naturam ſurdi veluti volo reducere 7. in ℞. L. 9. p̃. 5. operatio etiam ſana eſt deducendo 7. in ſe fiet ℞. 49. deducenda in ℞. L. 9. p̃. 5.

Capvt. XXXIII.

De Integris & denominatis.

NVmeri integri non variant naturam denominatorum ideò operatio eorum eſt in omnibus per capitula numerorum ſimplicium aduenientia autem manent in ſuis denominationibus in quibus erant prius vt 3. in 7. cu. p̃. 5. ce. m̃. 7. facit 21. cu. p̃. 15. ce. m̃. 21.

Capvt XXXIV.

De Fractis Denominatoribus miſcendis.

VTerque eorum indicat vt reducatur ad integra, verùm in ſurdis neceſſitas eſt 1
minor , difficultas maior , in fractis autem difficultas eſt minor , & neceſſitas maior, quare ob temperandum eſt neceſſitati maximè cum per hoc non adueniat operatio difficilis , exemplum eſt volo deducere $\frac{1}{3}$ in $\frac{1}{4}$ co. p̃. $\frac{2}{3}$ ce. p̃. 7. deducas omnia per regulam fractorum veluti in capitulis ſuis & fiet $\frac{1}{12}$ co. p̃. $\frac{2}{9}$ ce. p̃. 2. $\frac{1}{3}$ numeri , quod ſi neceſſitas diuiſionis te poſtulat cum integris admixtis fractionibus veluti 3. $\frac{1}{7}$ eſt diuiſor de 4. co. p̃. 3. ce. omnia duces in 7. fit 22. diuiſor , de 28. co. p̃. 21. ce.

Quòd

2 Quòd ſi velis diuidere 1. ce.ce. p̃. 64. per $\frac{64}{1.ce.}$ multiplica 1.ce.ce.p̃.64. in 1.ce fiunt 1. ce.cu.p̃.64.ce diuide per numeratorem qui eſt 64. exibit $\frac{1}{64}$ ce.cu.p̃.1.ce.

3 Quòd ſi fractiones denominatorum ſint multiplicandæ tunc facies vt vides ducendo numeratores $\frac{2}{1.co.}$ $\frac{7}{1.ce.}$ $\frac{14}{1.cu.}$ inuicem fiunt 14. & ducendo denominatores fiunt 1.cu. & ita fiunt $\frac{14}{1.ce.}$ quod ſi volueris diuide $\frac{4}{1.ce.}$ per $\frac{2}{1.ce.}$ multiplica in crucem & fient $\frac{4.ce.}{2.ce.}$ & eſt prouentus & ſimiliter in additione facies per modum fracti exemplum volo addere $\frac{2}{1.ce.}$ ad $\frac{3}{1.co.}$ aptabo vt vides & multiplicabo in crucem & fient 2. in 1. co. fient 2.co. & 3. in 1.ce. fient 3.ce. deinde 1.ce. in 1. co. fiunt 1.cu. igitur additis

$\frac{2}{1.\ ce.}$ X $\frac{3}{1.\ co.}$ $\frac{3.\ ce.pm\ 2.\ co.}{1.\ cu.}$

$\frac{2}{1.\ co.}$ X $\frac{3}{1.\ ce.}$ $\frac{3.\ co.\ men.\ 2.\ ce.}{1.\ cu.}$

3. ce. & 2. fient $\frac{3.\ ce\ p.\ 2.ce.}{1.\ cu.}$ & ſimiliter in detractione operaberis vt in exemplo à latere.

Capvt XXXV.

De Fractis mixtis cum Surdis.

1 Cum volueris ducere ℞. ſimplicem aut ligatam aut. D. aut. V. in fractionem aliqui tunc quadra denominatorem & eum conſtitue pro multiplicatore in diuiſione & pro diuiſore in multiplicatione deinde quadra numeratorem & multiplica in quadratum ℞. pro multiplicatione aut diuide pro diuiſione deinde prouentum multiplica aut diuide per id quod ſeruaſti & ℞. prouentus eſt adueniens. Exemplum volo diuidere ℞. L.9. P.℞.4. per $\frac{3}{4}$ quadrabo 4. fit 16. quadrabo 3. fit 9. quadrabo ℞. L.9. p̃. ℞. fit

$\frac{3}{4}$ ℞. L. 9. p̃. ℞.4.

9.

16

14. p̃. ℞. 144. diuido per 9. exeunt 1 $\frac{4}{9}$ p̃. ℞. 1 $\frac{7}{9}$ multiplico per 16. fiunt 23. $\frac{1}{9}$ P. ℞. 455. $\frac{1}{9}$ igitur ℞. V. 23. $\frac{1}{9}$ p̃. ℞. 455. $\frac{1}{9}$ eſt prouentus talis diuiſionis, nam diuidendo ℞ L.9. p̃. ℞.4. & eſt 5. per $\frac{3}{4}$ exeunt 6 $\frac{2}{3}$ ℞. autem 455 $\frac{1}{9}$ eſt 21 $\frac{1}{3}$ addita ad 23 $\frac{1}{9}$ fit 44 $\frac{4}{9}$ cuius ℞. eſt 6 $\frac{2}{3}$ quare patet veritas.

2 Exemplum multiplicationis: quadrata ℞ L. vt priùs & fractione vt fiant 16. & 9. fac è conuerſo præciſè vt in diuiſione feciſti ducito 9. in 13. p̃. 144. per modum ℞. V. vt priùs fiunt 117. p̃. ℞. 11664. diuide hanc per 16. & exit 7 $\frac{5}{16}$ p̃. ℞. 45 $\frac{9}{16}$ & ℞. V. 7 $\frac{5}{16}$ p̃. ℞. 45. $\frac{9}{16}$ & eſt 3 $\frac{3}{4}$ eſt quæſitum, accipe enim radicem 45 $\frac{9}{16}$ & eſt 6 $\frac{3}{4}$ adde ad 7 $\frac{5}{16}$ fiunt 14 $\frac{1}{16}$ cuius ℞. eſt 3 $\frac{3}{4}$.

3 Et ſi in diuiſore vel multiplicatore ſint integri reducas ad fractiones deinde operaberis vt ſuprà exemplum volo diuidere ℞ 7. per 3. $\frac{2}{3}$ reduco 3 $\frac{2}{3}$ ad $\frac{1}{3}$ fiunt $\frac{11}{3}$ quadra 11. fit 121. quadra 3. fit 9. diuido 7. per 121. exeunt $\frac{7}{121}$ multiplico per 9. fiunt $\frac{63}{121}$ & ℞. $\frac{63}{121}$ eſt prouentus talis diuiſionis.

4 Pro aggregatione & detractione talium habes tres modos aggregandi primus eſt per p̃. vt iungam $\frac{1}{3}$ cum ℞. 7. dicam ℞. 7. p̃. $\frac{1}{3}$ alius modus eſt per viam incruciationis vt ſi $\frac{1}{2}$ ℞. 36. cum $\frac{1}{3}$ ℞. iungere velis, quadra omnia fient $\frac{1}{4}$ de 36. & $\frac{1}{9}$ de 36.

$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{3}$
℞. 36.		℞. 36.
$\frac{1}{4}$	X	$\frac{1}{9}$
36		36
4		9

deinde multiplica in crucem fiunt 4. & 9. igitur ℞. 9. p̃. ℞. 4. eſt talis additio tertius modus eſt modus iungendi denominationes per modum ℞. V. ductum ſuprà quare.

5 In extractione autem radicum in talibus ſcias quod ſi vtrumque extremum habet ℞. tunc potes habere in denominationibus veluti 1.ce.p̃.2.co.p̃. $\frac{1}{4}$ habet ℞. vel poteſt habere primo intuitu quia 1. & $\frac{1}{4}$ habent ℞. Et eſt idem in ſurdis

Capvt XXXVI.

De Surdis & denominationibus.

Adiunctio fit per p̃. diminutio per m̃. numeratio per propria & diſtincta nomina, multiplicatio perreductionem ſurdorum, ad ſua quadrata vtendo denominatis tanquam numeris: & productum eſt denominatio illa vel quadratum eius ſecundum quod oportet. in diuiſione operare per reciſa, ſi verò diuiſor ſit denominatio fiunt eſimi, ſiue per ſuppoſitionem. Radicum extractio per hoc nomen radix. progreſſio vniuerſalis non datur, particulares autem ex ſuis regulis, æquationes, & poſitionibus, deducuntur ex algebra pro capitulo ſequentia, exemplũ mutiplicationis ℞. 3. in 4.ce.p̃.5.co. quadra ℞. 3. fit 3. quadra 4.ce.p̃. 5. co. fiunt 16.ce.ce. p̃.25. ce. & ℞. D. eorum ducta in 3. vel vniuerſalis facit Radicem dictam: ſit igitur ſenſus indiſtincta ſic, 3. In 16. ce. ce. p̃. 25. ce. facit 48. ce. ce. p̃.75. ce. quorum radices ſunt illud quod producitur ex radice 3. in 4. ce. p̃. 5. co. quod ſi velis reducere ad radicem vniuerſalem, deduc in prima multiplicatione, 4. ce. in 5. co. in crucem fient 16. ce. ce. p̃. 40. cu. p̃. 25. ce. multiplica in 3. fiet igitur ℞. V. L. 48. ce. ce. p̃. 120. cu. p. 75. ce. productum illud, & hoc eſt idem radici diſtinctæ 48. ce. ce. p̃. ℞. 75. ce. ideò operaberis caute vt ſecundum eundem modum ſummas radicem per quem eſt operatus.

Capvt XXXVII.

De Operatione proportionum.

1 PRoportio eſt duarum quantitatum eiuſdem generis inuicem certa ratio vt dixit Euclides: eſt autem duplex æqualitatis quæ ſimplex, & inuariabilis ſemper eſt veluti 5. ad 5. & diametri ad diametrum: inæqualitatis duo ſunt genera, rationale, & irrationale, dicitur autem proportio rationalis, quæ numeris deſignari poteſt: vt 7. ad 5. at irrationalis quæ non poteſt: vt diametri ad coſtam: irrationalis autem ſunt duo genera: maioris, & minoris, maioris vt diametri ad coſtam, minoris è conuerſo, ſunt autem lineæ de quibus loquitur. Euclides 6. binomia, & totidem reſidua, duo binnedialia, & duo reſidua, linea maior, & minor, potens in rationale & mediale, & potens in duo medialia, cum ſuis reſiduis, quare erunt 22. & medialis, & irrationalis in potentia, & irrationalis in actu tantum, & rationalis, quare omnes erunt 26. lineæ, de quibus in decimo Elementorum ſcriptum eſt, deinde linea diuiſa ſecundùm proportionem habentem medium & duo extrema, igitur cum ſint 27. lineæ, quæ comparantur ſecundum proportionem irrationalem erunt 26. proportiones ſecundum progreſſionem ab vna incipientes, quare per primam regulam 27. capituli, erunt proportiones irrationales 351. & totidem conuerſæ, quare omnes ſunt 702.

2 Rationalium vero inæqualium duo ſunt genera maius, & minus maius vt 8. ad 4. minus ècontra vt 4. ad 8. maioris autem ſpecies ſunt quinque, tres ſimplices & duæ compoſitæ, minoris totidem eis oppoſitæ, ſunt igitur maioris ſimplices multiplex vt 12. ad 4. ſuperparticularis vt 12. ad 9. ſuperpartiens vt 7. ad 5. his iunguntur multiplex ſuperparticularis vt 14. ad 3. his opponuntur ſpecies minoris inæqualitatis vt ſubmultiplex quæ eſt 4. ad 12. multiplici, & ſubparticularis vt 9. ad 12. & ſubpartiens vt 5. ad 7. & ita in omnibus dicitur multiplex cum terminus terminum multotiens continet & nihil vltrà: ſuperparticularis cum portionem vnam quæ eſt pars quota contenti veluti 12. continet 9. & 3. qui eſt tertia pars de 9. & ſuperpartiens cum continet partem quæ non eſt quota, vt 7. continet. 5. & 2. vltra qui non ſunt pars proportionalis de 5. per idem intellige reliquos duos modos cum quinque conuerſis veluti ſuperpartiens multiplex, eſt cum totum continet partem multotiens, & vltrà partem non quotam: veluti 14. continet 3. quater, & vltra hoc 2. qui non ſunt pars quota de 3.

3 Numeratio autem in talibus fit quemadmodum in fractis ſuperponendo numerum numero veluti tripla eſt vt 3. ad 1. & ideo ſic ſcribitur $\frac{3}{1}$: & ita ſubtripla è conuerſo, veluti 1. ad 3: ſic $\frac{1}{3}$: & ita ſexquialtera, vt 3. ad 2. ſic $\frac{3}{2}$, ſubſexquialtera vt 2. ad 3. ſic $\frac{2}{3}$: ex his pro operationibus nota quinque regulas.

Prima regula in quinque operationibus 4
quæ ſunt numeratio, multiplicatio, diuiſio, progreſſio, & radicum extractio, tam in rationalibus quam irrationalibus: operatio fit quemadmodum in fractis, vnde numeratio fiet ſic $\frac{1}{1}$ $\frac{2}{1}$ $\frac{3}{1}$ $\frac{4}{1}$ ſiue: æqualitatis, dupla, tripla, quadrupla, & ſic deinceps: multiplicatio quadruplæ in quintuplam ſic $\frac{4}{1}$ $\frac{5}{1}$ $\frac{20}{1}$. & ita reliquis, per modum fractorum.

Regula ſecunda in additione, & ſubtra- 5
ctione, diuerſificati ſunt Auctores, nam campanus, & frater Lucas, credunt additionem eſſe multiplicationem, & diminutionem diuiſionem, creduntque Euclidem hoc voluiſſe, maximè cum dixit quod omnium ſuperficierum ſimilium, proportio vnius ad alteram, eſt compoſita ex proportione laterum ſiue duplicata, vnde in textu Græco In vigeſima ſexti diplaſiona poſuit. Alexander autem achilinus & volumnius, & alij, volunt eſſe rem diſtinctam, vterque verum dicit, nam cum comparatæ fuerint proportiones tantum, ita vt cadat terminus in medio, tunc compoſitio non eſt niſi multiplicatio, cum verò termini proportionis ad terminum comparantur fit additio exemplum, ſi proportio a ad b & b ad c inuicem componuntur tunc talis compoſitio non eſt niſi multiplicatio, & fit proportio quadrupla, ſed ſi a & b vterque ad c comparetur tunc fit additio & conſurgit proportio ſeptupla, & hoc eſt quod conſequitur in rebus naturalibus: nam ſi aliquis moueat nauim à proportione tripla per ſe, & ſuperueniat tali mouenti alius motor qui per ſe moueret nauim in quadrupla proportione, tunc ambo iuncti non in quadrupla cum iam per ſe ita moueat, ſed in ſeptupla mouebunt proportione, cum igitur talis modus ſit in re, modum inuenire oportet in computatione correſpondentem, & hic eſt præcisè additio vel diminutio fractorum, de quibus in ſuperioribus, vnde ſi volo addere quadruplam triplæ ſic conſtituo, $\frac{4}{1}$ X $\frac{3}{1}$ | $\frac{7}{1}$: In diminutione $\frac{4}{1}$ $\frac{7}{1}$ | $\frac{3}{1}$.

a.	b.	c.
4.	3.	1.

Cauſa erroris eſt quod Euclides, & Alchindus In propoſito non aſſumunt duas proportiones, ſed tantum vnam continentem duas in virtute duorum terminorum illi verò aſſumunt tres terminos & ita duas proportiones, vnde ſuper illo dicebat Alchindus omnis extremorum proportio dicitur compoſita ex omnibus intermediis, intelligit compoſitionem quæ eſt multiplicatio. Euclides autem duplicatam & triplicatam dixit vnde correctius locutus eſt, ſed de his nimis.

Regula tertia omnis proportio maioris 6
inæqualitatis ducta in ſuam conuerſam producit proportionem æqualitatis igitur diuiſa proportione æqualitatis, exit ſemper conuerſa, vt diuiſa proportione æqualitatis per ſexquitertiam, exit ſubſexquitertia.

Regula quarta cum volueris inuenire ali- 7
quid in numeris ſurdis vel denominatis, vel proportionibus, aut operationem aliquam operare illud in integris cognitis, & faciliter

videbis

videbis veritatem exemplum, volo adiungere proportionem habentem medium & duo extrema proportioni habenti medium & duo extrema, capio $\frac{3}{1}$ & $\frac{4}{1}$ iungo & video quod iunguntur per multiplicationem cruciatam, & totum ponitur pro numeratore, deinde duco inuicem denominatores & quod fit eſt deminator, vt hic $\frac{4}{1}$ X $\frac{3}{1}$ fit $\frac{7}{1}$ con-

℞. 5. m̃. 1.	℞. 5. m̃. 1.
3. m̃. ℞. 5.	3. m̃. ℞. 5.

ſtituto igitur duas tales proportiones vt dixi & ſint vt vides duco igitur per præcepta capituli 17. & fiet productum vt infrà.

8 Regula quinta cum in operationibus requiritur operatio vel plures ſuperfluæ, tunc

℞. 320. m̃. 16. additio

14. m̃. ℞. 180.

Multiplicatio
6. m̃. ℞. 20.

14. m̃. ℞. 180.

tantum regrediaris in æquatione quantum proceſſiſti, veluti volo ducere ℞.℞. 7. in radicem ℞. 5. reduco ad integra, ducendo bis radicem, & fit in operatione 35. igitur bis etiam addenda eſt radix fiet igitur ℞.℞. 35.

9 In Arithmetica autem proportione, nam de Geometrica tantum locuti ſumus, ſolum id confert ſcire quod ipſa capitur penes exceſſum, & eſt triplex æqualitatis vt 5. ad 5. maioris inæqualitatis vt 5. ad 3. minoris è conuerſo vt 3. ad 5. eſt etiam irrationalis, ſed hæc rara eſt, & difficilis operationis, exemplum tamen eſt, vt 5. inter 5. m̃. ℞. 3. & 5. p̃. ℞. 3. & ita attenditur penes exceſſum, vnde 3. 7. 11. ſunt in continua proportione Arithmetica, ſed de his non pertinet hic pertractare ſed alibi loco ſuo, nam hic operationes 7. tantum in ſubiectis Arithmeticæ declarantur, inuenitur autem in his maximè in Geometrica ſimilitudo proportionum, quæ proportionalitas appellatur veluti $\frac{4}{2}$ $\frac{6}{3}$. Eſt & tertium genus proportionalitatis muſicæ ſiue proportionis & ipſa non inuenitur niſi in tribus terminis vt 6. 3. 2 & 6. 4. 3. nam qualis eſt proportio extremi ad extremum veluti 6. ad 3 talis eſt exceſſus primi ſupra ſecundum & eſt 2. ad 1. vtrinque dupla inuentio illius habetur ſex regulis.

10 Regula prima cũ fuerunt termini extremi cogniti, ſubtrahe minorem à maiore & reſiduum diuide per 1. plus proportione quod exit eſt terminus medius, volo inter 20. & 5. conſtituere medium in proportione quadrupla muſica, ſubtraho 5. de 20. fit 15. diuido per 1. plus quadrupla quod eſt 5. exit. 3. addo ad 5. fit 8. terminus medius in proportione quadrupla. Et ideò dicemus quod inter duo extrema non cadit alia proportio muſica quam illa quæ eſt ſine medio etiam veluti inter 20. & 5. non cadit niſi vna proportio muſica & eſt quadrupla: cuius terminus medius eſt 2.

11 Et ex hoc in quacunque proportione habebimus minimos integros, & eſt exemplum vt in ſeptula ſemper adde 1. & fit 8. quod ſi additio fit par vt hic diuide per æqualia & exiens videlicet 4. eſt terminus minor, duc in proportione fit 28. terminus maior, igitur per primam regulam medius eſt 7. ſunt igitur minimi 28. 7. 4. quod ſi numerus proportionis cum additione vnitatis eſt impar, vt in ſeculpa fit 7. ducas proportionem in ipſum, & fiet terminus maior 42. & minor ipſe numerus 7. quare per primam regulam medius 12.

Quòd ſi maiore & medio cognitis velis minorem terminum venari: ſi proportio data eſt, ſufficit maiorem terminum per proportionem diuidere, quod fit eſt terminus minor, vt datis 42. & 12. in inuenienda ſexcupla diuide 42. per 6. exit 7. terminus minor, ſi autem ſit ignota proportio deme medium de maiori, vt hic fit 30. & pone differentiam medij termini à minore, 1. co. igitur medius terminus eſt 12. minue 1. co. de 12. fit 12. m̃. 1. co. pro minore termino: cum igitur ſit proportio totius ad minorem veluti reſidui ad differentiam igitur ducta differentia minore, & eſt 1. co. in terminum maiorem qui eſt 42. fient 42. co. æquales productioni differentiæ maioris in terminum minorem, fuit differentia maior 30. ducta in terminum minorem fit 360. m̃. 30. co. addo ad 42. co. quia minus eſt fient 72. co. æquales 360. igitur ipſa co. eſt 5. detrahe eam à 12. erit minor terminus 7. vel aliter 30. eſt $\frac{5}{7}$ de 42. igitur diuide 12. in duas partes quarum vna ſe habeat ad aliam vt e. ad 5. adde minorem maiori per dicta ſuper tertiam Euclidis fiet vt 12. ad 7. igitur minor terminus eſt 7. & eſt propria ratio, vel aliter & faciliùs adde differentiam ad terminum maiorem fit 72. duc 12. in terminum maiorem fit 504. diuide per 72. exit 7. 12

Et ex hoc habitis inferioribus terminis, habebis terminum maiorem, cum proportione hoc modo ſubtrahe minorem de medio, & cum reſiduo multiplica terminum medium, quod fit diuide per differentiam termini minoris & differentiæ minoris quod exit adde termino medio, & conſlabitur maior. Exemplum proponuntur 6. & 11. termini volo maiorem terminum & proportionem: deduco 6. ex 11. fit 5. duco in 11. & detraho ex 6. fit 55. & 1. diuido 55. per 1. exit 55. iterum: quem addo maiori termino fit 66. proportio vndecupla. 13

Et nota quo proportio Arithmetica procedit augendo & ſeruatur in terminis proportionalibus, Exemplum volo continuare proportionem triplam in quinque terminis, minimi per ſecundam regulam ſunt 2. 3. 6. duc igitur per proportionem vtrumque maiorem fient 9. & 18. igitur 2. 3. 6. 9. 18. erunt proportionales in proportione tripla, & ita continuabis in infinitum augendo ſed decreſcendo non.

Cauſa huius proportionis eſt quod oportet complicare duas proportiones multiplices ſemper, & diuerſorum generum inter terminum maiorem & medium & etiam inter maiorem & minorem quia terminus maior eſt grauioris vocis, & ideò cum illo oportet acutiores omnes concordare, &

& oportet talem concordantiã eſſe diuerſam, aliter nimis cogerentur elongari extrema vnde non ſufficerent humanæ voces & inſtrumenta maxima efficere oporteret, tertiò etiam tanta differentia vacuitatem harmoniæ afferret quare &c.

14 Des mihi 6. numeros in continua proportionalitate harmonica tunc tu ſcis quod quilibet numerus, per quot diuiditur numeros continuâ proportionalite Arithmetica differentes, tot alios exeuntes in muſica continuâ proportionalitate producit: accipio igitur quos volo in Arithmetica proportione continuæ proportionales vtpote 2. 5. 8. 11. 14. 17. & quæro numeratum ab illis, & ſit 52360. minimus: quamquam hoc non reffert: eſt enim in omnibus verum: diuido igitur ipſum per prædictos numeros, exeunt 26130. & 10472. & 6545. & 4760. & 3740. & 3080: hi igitur ſunt omnes in continua harmonica proportionalitate: probatio eſt ex capitulo ſuo nam tantum facit 26180. In 3927. quantum 15708. in 6545. & ita de reliquis.

15 Reducas omnes conſonantias ad ſuperparticularem, aut ad multiplicem: tu ſcis quod octaua dicitur diapaſon, & eſt dupla: & conſtat 8. vocibus 7. inter vallis, eſt quibus 2. ſunt ſemitonia, &. 5. toni: cum autem tranſcendis 8. voces redeunt ad idem excepta differentia duplæ: ita quod nona eſt quaſi, ſecunda & decima eſt quaſi tertia & vndecima eſt diateſſaron, & duodecima eſt diapente, & quintadecima quæ eſt biſdiapaſon, eſt quaſi diapaſon, vnde reductis primis 8. vocibus habetur regula de omnibus vſque in infinitum, ex his eſt primo tonus qui eſt vt 9. ad 8, veluti & diapaſon, eſt veluti 4. ad 2. & eſt inter vallum 8. vocum, & quia proportio 4. ad 2. componitur ex proportione 4. ad 3. & 3. ad 2. erit ſexquitertia diateſſaron conſtans eſt duobus tonis & ſemitonio minore: non tamen perfectæ nam 64 72. 81. ſunt duo toni, ad complendum ſexquitertiam deeſt 4. $\frac{1}{3}$, nam 35. $\frac{1}{3}$ eſt in ſexquitertia ad 64. igitur ſemitonium minus eſt in veritate vt 256. ad 243. quia eſt eadem v. 85 $\frac{1}{3}$, ad 81. & ſimiliter diapente erit vt 768. ad 512. adde tres tonos ad 512. fient 512. 576. 648. 729. igitur remanebit ſemitonium minus, vt 256. ad 243. namſi eadem eſt 768. ad 729. ſcilicet ſi ſexquioctuageſimam primam ad proportionem 256. ad 243. addideris, detractis 3. à 243. fiunt 240. quare conſurget ſemitoniũ minus vt $\frac{16}{15}$ & erit ſexquiquintadecima quare maius fiet vt 135. ad 128. nam 128. ad 120. 16. ad 15. & 135. ad 20. vt 9. ad 8. quare 135. ad 128. eſt ſemitonium maius: & quia maior eſt 128. ad 120. quam 135. ad 128. conſtat per participationem ſemitonium minus euadere maius, cum autem ditonus ſit vt 81. ad 64. ſublatâ ſequioctuageſima prima fiet vt 80. quare vt 5. ad 4. & hæc eſt tertia maior quare ſexta minor erit vt 8. ad 5. quia complent diapaſon: & quia addito tono ad $\frac{16}{15}$ fit $\frac{18}{15}$: & ita erit tertia minor cum participatione, proportio 6. ad 5. quare ſexta maior erit vt 5. ad 3. nam ambæ complent diapaſon conſtant igitur per additionem vel deductionem ſexquioctogeſimæ omnes conſonantiæ in minimis proportionibus.

Tonus: $\frac{9}{8}$ Semitonium minus: $\frac{16}{15}$

Semitoniũ maius: $\frac{135}{128}$ Ditonus vel tertia maior. $\frac{5}{4}$

Ditonus vel tertia minor. $\frac{6}{5}$ Diateſſaron: $\frac{4}{3}$

Diapente: $\frac{3}{2}$ Sexta maior: $\frac{5}{3}$ Sexta minor. $\frac{8}{5}$

Septima. $\frac{16}{9}$

Horum inuentor fuit Ptolomæus in ſuá muſica, hæc in organis vocatur participatio, dulcem reddés concentum nam ſine ea duriores & aſperiores voces euadunt: canendo autem fit per depreſſionem vocis mi: vnde præterquam in diateſſaron, & diapente, & diapaſon, ſemper debet per ſexquioctogeſimam deprimi dieſim vocant in voce hanc muſici. At in tritono nulla poteſt dieſis emendare duritiem: cum conſtet inter 64. & 91. $\frac{1}{8}$ at 19. $\frac{1}{8}$ diſtat 96. qui facit ſexquialteram, & ab 85. $\frac{1}{3}$ qui facit ſex qui tertiam cum 64 tantùm vt non poſſit euadere in conſonantiam, Vnde manifeſtum eſt non eſſe impoſſibile aëre leuiter nubiloſo, melodiam & concentum tanquam canentium audiri, vbi leuia tonitrua ſimul per proportionem 6. 4. 3. 2. eadem vi & numero permixta fuerint, articulatam autem vocem, naturaliter eſt impoſſibile: cum autem talia audientur permutationis ſeculi erunt indicia: at conſonatiæ ſine participatione in organis antiquis adhuc manent, nec numeris niſi magnis poſſunt deſignari, conſtat autem ſeptimam valde fore diſſonam, quoniam ſuper particulari valde remota eſt hanc requirit ſexta quæ maiorem admittit conſonantiam, quam tertia reſidua ſuper particularis eſt.

Capvt XXXVIII.

De Multiplicationibus & diuiſionibus aſtronomicis.

Cvm volueris operari in computationibus aſtronomicis, ſunt tres modi, vnus abſolutus, ſecundus ex tabula tabularum ad omnes calculationes inſeruiens tertius por tabulas ſinuum.

Et circa hoc nota quòd totus circulus 1
cœli diuiditur in partes 360. aliqui vocant gradus, cum igitur dederis vni ſigno (Phyſicum vocant ad differentiam animalium) gradus 60. erunt ſex ſigna in toto circulo. Et quodlibet illorum continet gradus ſiue partes 60. vel qualibet pars minuta 60. vel prima, & quodlibet minutum ſiue primum, continet ſecunda 60. & ſecundum continet tertia 60. & ita vſque ad decima vt quidam operantur & ordo talis eſt.

Signa gradus minuta ſecunda tertia &c. 2

Si igitur operatio eſt tabularis nota quod ſigna multiplicata augent denominationem veluti

veluti ſi ducuntur in quarta [illegible] & ſi in tertia producunt ſecunda & ſi in minuta producunt gradus ſiue partes.

Gradus verò ducti manu tenent denominationem eius in quod multiplicantur, veluti gradus in ſecunda faciunt tot ſecunda & in prima faciunt prima vel minuta:& ita de reliquis. Minuta autem minuunt denominationem poſt ponentes ad ſequentem vt in minuta ducta producant tot ſecunda & in ſecunda tot tertia & ita de reliquis.

3 Cum igitur volueris multiplicare incipe à ſiniſtra ducendo vnum in ſingulum ſuperiorum vſque in finem, deinde aggrega & proiice 60. & eſt exemplum infra & nota quod ſigna in ſigna producunt numerum cuius decuplum ſunt circulationes. veluti hic 4. ſigna in 3. producunt 12. igitur circulationes integras 120. ſed raro cadunt in vſum.

Sig.	Gra.	Min.	Secunda.	Tertia.
3.	17.	19.	14.	50.
4.	15.	47.	27.	12.
68	76	56	200	750
35	255	285	210	658
	141	799	893	513
		82	459	204
			36	120
1	11	51	36	26

Quarta.	Quinta.	Sexta.	Septima.
40.			
2350	1350	600	2000
378	168	560	
228	760		
680			
14	17	53	20

Et ita etiam in hac multiplicatione ſuperſunt ſigna 120. quæ ſunt circulationes 20. ſuperſunt igitur vltra ſummam poſitam circulationes 140 quibus non vtimur niſi raro.

4 Eſt & alius modus competens etiam diuiſioni, & eſt vt reducantur omnia ad minimam denominationem, deinde multiplicentur inuicem, & numerus productus eſt numerus denominationis vltimæ producendæ: veluti volo multiplicare Sig. 3. Gra. 17. Min. 15. in Sig. 4. Gr. 28. Min. 15. Secund. 23. igitur vltimæ denominationes ſunt Min. & Secun. quæ inuicem producunt tertia reſoluo igitur Sig. 3. Gra. 17. Min. 15. in minuta & Sig. 4. Gra. 28. Min. 15. Secun. 23. in ſecunda deinde duco inuicem & producuntur tot tertia diuido autem ea per 60. & reſiduum ſunt tertia quod verò exit Secund. diuido hæc per 60. quod exit ſunt minuta reſiduum ſunt Secun. diuido minuta exeuntia per 60 quod exit ſunt Gra. & reſiduum minuta: diuido gradus per 60. & quod exit ſunt ſigna, reſiduum ſunt gradus: diuido Signa per 6. tantum quod exit ſunt circulationes, & reſiduum ſunt Signa: & pro hac diuiſione per 60. bonum eſt diuidendo abiicere litteram primam & reliquum diuidere per 6. & hoc eſt generale in omnibus diuiſoribus qui ſunt cum nullis: memento autem quòd illud quod abieciſti eſt addendum ſuperfluis decennis & in exemplo ſint.

	Reſiduum	
	Tertia.	17.
Diuiſor 60.	Secunda.	4.
	Min.	24.
	Gra.	11.
	Sig.	4.
	Circulationes.	

Tertia.

479456083742651	7
79909347290 4	4
1331822454 8	4
22197040 9	1
36995068	
6165844	
6165844	

Superſunt igitur vltra circulationes 6165844. etiam vltra Sig. 4. Gra. 11. Min. 24. Secun. 4. Ter. 17.

Primo autem modo diuiſio non conuenit 5 huic autem conuenit reducas igitur diuiſorem & diuidendum in ſuas minimas denominationes, & quod exit eſt numerus ſimilis denominationi diuiſæ, ſi diuiſor ſit gradus: ſi verò minuta vno plus ſi Secun. duo plus ſi ter. tria plus & ſic de ſingulis.

Exemplum diuiſi quarta. 47954. per tertia. 2527. Exeunt 18. & ſuperſunt, 4268. dico igitur quia diuiſor fuit in ordine tertiorũ & eſt tertia denominatio à gradu, quod recedet à ſua denominatione per actionem triũ igitur cũ diuiſus fuerit in ordine quartorum fiet in ordine minutorum: erunt igitur minuta 18. & $\frac{[illegible]}{2527}$ vnius minuti, probatio eſt quod ducta, 2527. tertia in minuta 18. cum $\frac{[illegible]}{2527}$ vnius minuti, producunt quarta 47945.

Et pro hoc ponitur ordo denominatio- 6
num diuiſoris. Cradus. Minuta. Secunda Tertia. Quarta. Quinta. Aequat. Augent. 1. Augent. 2. Augent. 3. Augent. 4. Augent. 5. Signa autem minuunt. 1. & circulationes minuunt etiam, ſi igitur perficit aliquid Mir. 37. Secun. 24. in ſex circulationibus tu ſcis quod ſex circula tiones ſunt 36. Signa diuide Min. 37. Secun. 24. per 36. ſigna exeunt per regulam Min. 0. Secun. 1. Ter. 2. Quar. 20.

Operatio autem radicum, procedit vt in 7
reliquis & hic modus eſt generalis ſuper almageſtum, & oens tabulas, & operatur ſine tabulis: & caret errore: ſemper autem ſtatuas gradus ſiue partes pro medio quia non augent nec minuunt, fractiones autem tantum minuunt in multiplicatione, quantum diſtant à gradu, & tantum auget in diuiſione denominationem diuiſi, ſigna autem ècontra minuunt in diuiſione vnam denominationem, & augent in multiplicatione tantundem.

His viſis ad modum tabularum deuenio 8
quæ ſunt cum tabulis Alphonſi, & cum tabulis primi mobilis, Ioannes de blanchinis nominat eas, & credo quod inuenerit in fine Canonum ſuorum, & vſus earum ad mul-

 tipli

tiplicandum eſt valde bonus, in diuiſione autem tædioſus volo igitur vt in multiplicatione quæras numerum primum à ſiniſtra & hoc in fronte tabulæ, & primum multiplicatoris in latere ſiniſtro, quod occurrit in area cõnuni eſt quod prouenit ſub denominatione dicta ſuperius quoniã gradus faciunt gradus, & in minuta minuta, & ego ponã tabulã breuem ſuper hoc: deinde illo remanente in in ſuperiore parte tabulæ, quære à latere alteram denominationem & quod occurit in communi area pone, deinde quære aliam ſubeodem, & ita deinceps: poſt quære etiam ſecundum numerum multiplicandi in fronte tabulæ, & omnes ſigilatim multiplicatoris in latere dein aggrego proiiciendo vt in primo modo & eſt exemplum: volo multiplicare Gra. 13. Min. 44. ſecun. 10. Ter. 33. per Secun. 45. Ter. 30. facio vt in Figura duco ſecundas 46. In omnes Figuras ſuperiores

Gra.	Min.	Secun.	Ter.	Quar.	Quin.	Sex.
13	44	10	33			
		45	30			
	9	45				
		33	0			
			7	30		
		6	30	24	45	
			22	0		
				0	0	
					16	30
	10	25	0	0	1	30

quærendo productum in area communi ſub 45. ſecund. & inuenio in directo 13. Min. 9. ſecun. 45. & in directo Min. 44. ſecu. 33. Ter. 0. & ita dereliquis, & tandem fit ſumma Min. 10. ſecund. 25. Ter. 0. Quar. 0. Quin. 1. Sex. 30.

9 Exemplum diuiſionis volo diuidere Min. 10. Secun. 25. per Secun. 45. Ter. 30. quæro igitur ſub diuiſore 45. propinquius diuidendo qui fuit 10. Min. 25. ſecun. in area & inuenio 9. 45. duco 13. quod eſt è latere in 45. 30. & exit Gra. 0. Min. 9. ſec. 51. Ter. 30. per regulam præcedẽtem, deduco, ex minutis 10. ſec. 25 ſuperſunt ſec. 33. Ter. 30. quæro proximo minorem qui eſt 43. 0 ſub diuiſore 45. in cuius directo inuenio Min. 44. deduco 44. in 45. 30. & fiunt 33. 22. demo ex 33. 30. remanent Ter. 8. quæro proximius in area ſub 45. & inuenio 7. 30. in directo 10. duco 30. in 10. fit 5. addo ad 7. 30. fit 7. 35. deduco ex 8. fit 25. quar. quæro proximius ſub 45. & inuenio 24. 45. in directo 33. duco 33. in 30. exeunt quin. 16. Sex. 30. addo ad 24. 45. fiunt 25. Quar. 1. Quin. 30. Sex. Et ita hoc differt inſenſibiliter à Min. 10. Secundo 25. cum prioribus additum, & ſcias quod non tantum vtimur in calculationibus, diuiſione ſed frenquenter multiplicatione, nec præciſio in his quæritur ſed valde propinquum, vt non differat à quæſito ſenſibiliter.

Et nunc ponam tabulam multiplicationum, ex qua etiam quid in diuiſione proueniat non erit difficile intelligere, ponam igitur primum numerum tabulæ deinde ſecundum quid ſit.

Clara eſt igitur multiplicationis regula, ſi igitur diuidantur Min. Secundo per Gra. exibunt Secun. & ſi diuidantur Min. Secun.

Gra. in Gra.	Sig.	Gra.
Gra. in Min.	Gra.	Min.
Gra. in Secun.	Min.	Secun.
Gra. in Ter.	Secun.	Tert.
Gra. in Quar.	Tert.	Quar.
Gra. in Quin.	Quar.	Quin.
Gra. in Sex.	Quin.	Sex.
Gra. in Sept.	Sex.	Sept.
Min. in Min.	Min.	Secun.
Min. in Secun.	Secun.	Tert.
Min. in Ter.	Tert.	Quar.
Min. in Quar.	Quar.	Quin.
Min. in Quin.	Quin.	Sex.
Min. in ſex.	Sex.	Sept.
Min. in ſept.	Sept.	Octaua.
Secun. in Secun.	Tert.	Quarta.
Secun. in Ter.	Quar.	Quinta.
Secun. in Quar.	Quin.	Sex.
Secun. in Quin.	Sex.	Sept.
Secun. in ſex.	Sept.	Cctaua.
Secun. in ſept.	Octa.	Nona.
Tert. in Ter.	Quin.	Sex.
Ter. in Quar.	Sex.	Sept.
Ter. in Quin.	Sept.	Octaua.
Ter. in ſex.	Octaua.	Nona.
Ter. in ſept.	Nona	Decima.
Quar. in Quar.	Septima.	Octaua.
Quar. in Quin.	Octaua.	Nona.
Quar. in ſex.	Nona.	Decima.
Quar. in ſept.	Decima.	Vndecima.
Quin. in Quin.	Nona.	Decima.
Quin. in ſex.	Decima.	Vndecima.
Quin. in ſept.	Vndecima	Duodec.
Sex. in ſex.	Vndecima	Duodec.
Sex. in ſept.	Duodec.	Tertiadec.
Sept. in ſept.	Tertiadec.	Quartadec.

per ſecun. exibunt Gra. & ſi Quuin. & Sex. diuidantur per Ter. exibunt Ter. & ſi per Quin. exibunt Min. & ſi per 6. exibunt Gra. & ita de reliquis proportionaliter prolongaui autem ſermonem in hac tabula propter vtilitatem & frequentiam vſus eius.

Tertius modus multiplicandi per ſinum eſt talis, cum enim cognitio arcuum ſit per cordam dupli cuius dimidium eſt ſinus vt à Ptolomæo in prima & ſecunda dictione magnæ compoſitionis, & ab heber, & aliis, & operatio talis vt demonſtrauimus per Gr. Min. Secund. redderetur tædioſa, reduxit Ioannes de Monte Regio ſinum Gra. 60. ad 60000. & ita vnus gradus continet 1000. partes, quæ diuiſæ per 60. exeunt 17. ferme, igitur cum diuiduntur gradus exit Min. 0 Secund. 3. Ter. 36. igitur vni minuto reſpondent Secun. 0 Ter. 3. Quar. 36. quæ etiam ducta per gradus nullam poſſunt adducere differentiam ſenſibilem, neque in arcu cuius gradus ſuperiùs, minuta à latere tabulæ deſcribuntur nec in ſinu cuius partes in area ponuntur: quod igitur laborioſiſſimum erat ducere exempli gratia ſinum 27. Gra. 37. Min. in ſinum 24. Gra. 17. Min. & diuidere per ſinum 45. Gra. 14. Min. non habes niſi ducere 27815. in 24674. fit 686257962. diuidendum per 42598. ſinum

ſinum Gra. 45. Min. 14. exibunt 16110. $\frac{4963}{42564}$ cuius arcus eſt Gra. 15. Min. 34. nam ei reſpondent 1601. proximæ minor eo quod per diuiſionem prouenit vides quanta ſit facilitate abreuiatæ, ſunt operaiiones tædioſæ admodum almageſti, Idem & exquiſitæ facies per tabulam in qua ſupponitur ſinus totus 100000. partium: vnus enim gradus diuiditur in 1667. ferèpartes cum igitur diuiſeris 216000. tertia quæ continet vnus gradus exibunt ſecum. 2. Ter. 9. fere. Hic igitur modus magnam adducit facilitatem ſine errore ſenſibili, & potes deducere hanc tabulam ex tabula Ptolomæi, & eſt vt ducas in tabula monte regij dimidium corde arcus Ptolomæi, in 1000. hoc modo exemplum ſit arcus 10. partium cuius corda eſt Gra. 10. Min. 27. ſecundo. 32. duc in 1000. fiunt pro dimidio 5000. 13000. 46000. diuide 46000. per 60. exeunt 766. adde ad 13000. fiunt 13766. diuide per 60. & quod exit eſt 229. addenda ad 5000. fit igitur ſinus 5. graduum 5229. vt etiam à monte regio.

Patet igitur qualiter ex additione trium annullationum inducta eſt maxima facilitas in operationibus, aut ex conuerſione diuerſarum naturarum ad vnam, & eandem fractionem.

12 Vſus eſt etiam alio facilitatis genere vt in tabula cœlis mediationum generali, ac declinationum generali, & fœcunda, vt numeros ita diſpoſuerit veluti 100000. partibus conſtet ſinus totus cum igitur in ſinum tabulæ 60000. partium aliquem ex numeris illarum tabularum deduxeris, diuiſeriſque per ſinum totum: quod exit eſt in ratione ſinus partium 60000. cumque diuidere per 100000. non ſit niſi abiicere quinque litteras à manu dextra, quæ ſi 50000. excelſerint vnitas numero reſiduo adiicitur, liquet igitur hoc ingenio diuiſionem per ſinum totum in abiectione tantùm quinque litterarum commutaſſe: memineris tamen fœcundam tabulam alio fuiſſe ingenio exaratam, in tabula etiam cœli mediationum reflexionem arcuum ex portione declinationis adnumerum multiplicandum obſeruauit, de quibus non eſt præſentis negotij: illud ſolum ſufficit in omni diuiſione numerorum, tot fore litteras à dextra abiiciendas, quot fuerint nullitates in diuiſore: vt ſi per 30000. diuiſerimus quatuor litteras à dextra proiiciemus, reliquúmque diuidemus per 3. hoc modo.

Cùm igitur diuiſor fuerit ex vnitate vt 1000. vel 10000. vel 100000. ſufficiet tot abieciſſe litteras quot ſunt in diuiſore vnitates, reſiduúmque erit numerus diuiſus & hæc fuit ratio monte regij.

742598	364
3000	1364
247532	3000

Capvt XXXIX.

De Scientia multiplicationis per memoriam.

Et ſunt quidam qui volunt multiplicare numeros memoriæ & conſtat hoc in tribus regulis. Cum duxeris terminum medium inter duos numeros in ſe & differentiam in ſe: & deduxeris eam à producto primo, fiet multiplicatio numerorum, ex quinta ſecundi elementorum, veluti volo deducere 27. in 33. iungo fiunt 60. medium 30. ductum in ſe fit 900. differentia 30. à 27. eſt 3. in ſe ducta facit 9. deduco 9. ex 900. fit 891. multiplicatio 27. in 33. 1

Cum duxeris numerum in partem fiet aggregatum æquale ductui totius in totum, veluti volo ducere 27. in 63. duco 27. in 6. fit 162. duco in 3. fit 81. ad 1620. fiunt 1701. productum 27, in 63. deducitur ex tertia ſecundi Euclidis. 2

Cum duxeris totum, & diminutum in diminutum, & aggregaueris, deinde dempſeris quod prouenit ex diminutis in addita, per crucem: habebis productum, veluti 37. in 49. totum de 37. eſt 40. d. 49. eſt 50. ducto fiunt 2000. diminutum de 37. ad 40. eſt 3. de 49. eſt 1. ad 50. duc inuicem fiunt 3. addo ad 2000. fiunt 2003. duco 1. in 40. & ſunt 40. & 3. diminutum vnius in 50. additum alterius, fiunt 150. addo 40. fiunt 190. detraho ex 2003. remanent 2813. Et ſimiliter cum duxeris totum, in totum & detractum, remanebit reſiduum pro multiplicatione: volo ducere 35. in 79. duco in 80. fiunt 2800. duco 35. in 1. quo deſſicit 79. ab 80. fit 35. detraho ex 2800. fiunt 2765. pro producto. 3

Liquet autem producta denariorum in denarios eſſe centenariorum numerum, vt 30. in 70. fiunt 21. cẽtinaria, & cẽtena in centena productum eſt numerus miriadum, vt 700. in 8000. fiunt 56. miriades, videlicet 560000. & numerus in denarios productum numerus denariorum, veluti 17. in 70. fiunt 119. denarij, videlicet 1190. & numerus in centena producit eodem modo numerum centenorum. veluti 17. in 500. producit 85. centena, videlicet 8500. & denarij centena producunt milliaria, veluti 70. in 800. producit 56. quæ ſunt milliaria: videlicet 56000. vltra autem miriades memoriter laborare laborioſum eſt eâdem tamen ratione in infinitum procedimus. 4

Capvt XL.

De cognitione iduum, Kalendarum, Nonarum, Feſtorum, Mobilium, Cicli, Aurei Numeri, Epacta, Inditionis, Biſexti, locorum Solis, & Lunæ, ſine Tabulis & dicitur computus maior.

Et ex hac ſcientia prouenit nobis cognitio omnium horum facilis: iam enim

ſcis

cis quod ſunt menſes 12. in anno quorum nomina Ianuarius, Februarius, Martius, Aprilis, Maius, Iunius, Iulius, Auguſtus, September, October, Nouember, December.

2 Et in his Ianuarius, Martius, Maius, Iulius, Auguſtus, October, December, habent dies 31. ſed Februarius dies 28. ſine biſexto, cum biſexto 29. Aprilis, autem Iunius, September, & Nouember, habent dies 30. quare totus annus comprehendit dies 365. ſine biſexto, cum biſexto dies 366.

3 Sciemus autem annum biſextilem cum diuiſerimus annos Chriſti per 4. eo quòd omnibus 4. annis, currit biſextus: & ſi nihil ſupereſt à tali diuiſione, annus eſt biſextilis, ſi ſuperſunt 3. vel 2. vel 1. non erit, igitur dicemus quod 1536. eſt biſextilis, & 1540. quoniam diuiſi per 4. non habent ſuperfluum aliquid, & hoc in perpetuum.

4 Sunt etiam 12. ſigna quæ ſol perambulat in anno quorum quodlibet continet gradus 30. & ita perambulat ſol per vnum gradum ſingulo die, dicemus igitur quod in duodecima die Ianuarij, ingreditur Aquarium: & in duodecima Februarij, ſol ingreditur Piſces, in duodecima Martij Arietem: In duodecima Aprilis Taurum: & ſic de ſingulis: initium tamen ſumunt ſigna ab Ariete hoc modo, Aries, Taurus, Gemini, Cācer, Leo, Virgo, Libra, Scorpio, Sagittarius, Capricornus, Aquarius, Piſces: cùm igitur ſcire vis locum ſolis vide quot dies interſint inter duodecimam menſis, & diem præſentem & tot gradibus ſigni illius dices eſſe ſolem veluti volo ſcire quot gradibus ſit ſol ſecunda Auguſti, deduces 12. Iulij ex ſecunda Auguſti, & remanent dies 21. cum igitur ſol ſit in duodecima Iulij in initio Leonis, erit in ſecunda Auguſti in gradu 21. Leonis ſcis, enim numerum dierum menſis per ſecundum dictum huius & ingreſſum ſolis in duodecimo Iulij in Leonem, per præſens dictum, vnde ſciemus locum eius.

5 Cum autem addideris vnitatem annis Chriſti, & diuiſeris per 19. quod remanebit eſt aureus numerus, caue tamen vt in his omnibus annum à Martio inchoare memineris. Exemplum in anno 1538. volo aureum numerum, addo 1. fit 1539. diuido per 19. exit 81. relinquitur nihil, aureus igitur numerus eſt 19. & ita in anno 1539. addendo ſupereſt 1. & in anno 1540. ſuperſunt 2.

6 Et ex hoc Epacta, duc ſemper aureum numerum in 11. & diuide per 30. quod remanet eſt epacta, veluti poſitus fuit aureus numerus 1538. anni 19. duc in 11. fit 209. ſubtrahe 30. quotiens potes, erit ſuperatio 29. qui numerus eſt epacta anni 1538.

7 Ciclus Solaris habetur ſuperaddendo 9. cum annis Chriſti, & aggregatum diuide per 28. quod ſuperfluit eſt numerus cicli, exemplum volo ciclum anni 1538. adiungo 9. fit 1547. diuido per 28. ſuperſunt 7. pro ciclo.

Et ex hoc habetur dies primus anni, nam cum ciclus eſt 0. vel 28. tunc eſt dies dominicus, cùm 1. dies Lunæ, cum 2. dies Mercurij propter biſextum: computabis igitur a ciclo per annos & habebis primam diem Ianuarij, vt in anno 1538. ciclus eſt 7. per dictum ſeptimum igitur dies prima Ianuarij eſt martis; nam ex eo quòd ciclus eſt 7. igitur in anno 1531. fuit 0. & ex conſequenti dies Dominica in anno 1532. dies Lunæ, in anno 1533. dies Mercurij, quia præceſſit biſextus, in anno 1534. Iouis, in anno 1535. Veneris, in anno 1536. Sabbati, in anno 1537. Lunæ propter biſextum præcedentem: igitur in anno 1538. erit dies Prima Ianuarij Martis, & hic ordo procedit in infinitum ſtante Kalendario.

Et ex hoc habebimus litteram Dominicalem: nam cum ſemper die Primâ Ianuarij currat, ſi igitur ſciamus quænam dies ſit Prima Ianuarij, ſciemus quæ littera correſpondeat diei Dominicæ, veluti in anno 1538. dies Prima eſt Martis, & eſt a: igitur dies Mercurij. b. & Iouis. c. & Veneris. d. & Sabbati. e. igitur littera Dominicalis. f. 9

Et ex his kalendæ nonæ, & idus, nam prima dies cuiuſlibet Mēſis kalendæ vocantur, dies autem antecedentes Menſis alterius præcedentis nomine dicuntur Kalendarū, tali numero qualis eſt is quo diſtant a kalendis ipſis. Eexemplum Prima dies Maij dicitur Kalendæ Maij 30. Aprilis quæ eſt proxima præcedens pridie Kal. Maij dicitur 29. Aprilis tertio kal. Maij, vigeſimaoctaua Aprilis quarto Kalendas Maij, & ita kalendæ ſunt in menſe præcedente omnes per numeros ſignatæ, præter kalendas ipſas nam cum ſimpliciter dicimus kalendas Iulij, diem Prima Iulij intelligimus, nonæ autem in quolibet menſe ſunt quatuor, exceptæ in Martio, Maio, Iulio, & Octobri, in quibus ſunt ſex, incipiunt igitur in habentibus quatuor ſic, ſecundam diem dicunt quarto nonas, tertiam diem tertio nonas quartam pridie nonas, quintam diem nonis: & in habentibus ſex nonas dicunt ſecundâ die, ſexto nonas, tertiâ die quinto nonas, quartâ die quarto nonas, ita quod ſeptima die dicunt nonis: poſt ſuccedunt idus octo in quolibet menſe, vnde pro memoria facti ſunt hi verſus; 10

Sex Maius nonas, October, Iulius, & Mars,
Quatuor at reliqui: tenet idus quilibet octo.

Dicemus igitur octauâ die Maij, & nonâ die ſeptimo idus, & decimâ ſexto idus.

Ita quod quintadecima die, dicemus idibus Maij poſt hæc incipiemus dicere in die ſextadecima Maij, ſeptimo decimo kalendas Iunij, & die ſeptima decima dicemus ſexto decimo kalendas Iunij, & ita deinceps vſque ad kalendas Iunij, non eſt autem differentia niſi ex parte nonarum, quæ aliquando vt dixi ſunt 6. aliquando 4. & propter hoc ponam exemplum in duobus menſibus. quorum vnus habet 6. nonas, & alius tantum quatuor, nam per habentem ſex, regulabuntur eadem ratione, Maius, Iulius & October, per reliquum qui habet tantum 4. nonas, regulabuntur reliqui ſeptem menſes.

FEBRVARIVS

FEBRVARIVS.

1 Kalendis Februarij.
2 Quarto nonas Februarij.
3 Tertio nonas Febru.
4 Pridie nonas Februar.
5 Nonis Februarij.
6 Octauo idus Februar.
7 Septimo idus Febr.
8 Sexto idus Febr.
9 Quinto idus Febr.
10 Quarto idus Febru.
11 Tertio idus Febr.
12 Pridie idus Febr.
13 Idibus Februarij.
14 Sextodecimo Kalen. Martij.
15 Decimoquinto Kalend. Mart.
16 Decimoquarto Kalend. Mart.
17 Tertiodecimo Kal. Mart.
18 Duodecimo Kal. Mart.
19 Vndecimo Kal. Mart.
20 Decimo Kal. Mart.
21 Nono Kal. Mart.
22 Octauo kal. Mart.
23 Septimo kal. Mart.
24 Sexto kal. Mart.
25 Quinto kal. Mart.
26 Quarto kal. Mart.
27 Tertio kal. Mart.
28 Pridie kal. Martij.

MARTIVS.

1 Kalendis Martij.
2 Sexto nonas Martij.
3 Quinto nonas Martij.
4 Quarto nonas Martij.
5 Tertio nonas Martij.
6 Pridie nonas Martij.
7 Nonis Martij.
8 Octauo idus Martij.
9 Septimo idus Mart.
10 Sexto idus Mart.
11 Quinto idus Mart.
12 Quarto idus Mart.
13 Tertio idus Mart.
14 Pridie idus Martij.
15 Idus Martij.
16 Septimodecimo Kalend. Aprilis.
17 Sextodecimo kalend. Aprilis.
18 Decimoquinto kal. Aprilis.
19 Quartodecimo kal. Aprilis.
20 Decimotertio Kal. Aprilis.
21 Duodecimo Kal. Aprilis.
22 Vndecimo kal. Aprilis.
23 Decimo kalend. Aprilis.
24 Nono kal. Aprilis.
25 Octauo Kal. Aprilis.
26 Septimo Kal. Aprilis.
27 Sexto Kalend. Aprilis.
28 Quinto kalend. Aprilis.
29 Quarto kalend. Aprilis.
30 Tertio kalend. Aprilis.
31 Pridie Kalend. Aprilis.

11 Et ex hoc indictio, & eſt vt addas annis Chriſti 3. & diuidas per 15. quod ſupereſt eſt indictio. Exemplum veluti volo in anno 1538. indictionem: addo 3. fit 1541. diuido per 15. ſuperſunt 11. ex diuiſione igitur indictio eſt 11. & nota quod ſicut Aureus numerus, & Epacta, incipiunt à Martio eiuſdem anni, ita quod per duos menſes poſt initium anni: ita indictio incipit in menſe Septembri antecedentis anni: vnde dicemus quòd in anno 1538. de menſe Octobris, eſt indictio 12. & non 11. quia finitus eſt annus indictionis, qui incipit in anno 1537. de menſe Septembris per contrarium dicemus quòd in menſe Februarij 1538. Aureus numerus eſt 18. & Epacta 18. quia nondum incepit annus 1538. quia nondum peruenimus ad menſem Martij.

Ex his tandem habebis coniunctionem 12
Solis & Lunæ, & oppoſitionem, & quadraturam, cum Epactâ habitâ per ſextum adde numerum kalendarum à Martio incipientium, & totum ſubtrahe à 30. & reſiduum eſt numerus dierum coiunctionis in tali menſe, quod ſi ſit minus 15. detrahe à 15. & reſiduum eſt numerus dierum oppoſitionis: & ſimiliter ſi excedit 30. ſubtrahe à 45. reſiduum eſt numerus dierum oppoſitionis: de media ſemper intellige: habito die oppoſitionis vel cōiunctionis dies octaua ab illis eſt dies quadrati: exemplum in anno 1538. Epacta eſt 29. volo ſcire de menſe. Auguſti coniunctiones & oppoſitiones & quadrata, addo ad 29. 6. pro kalendis à Martio ad Auguſtum, fiunt 35. demo ex 45. remanent 10. igitur die 10. erit oppoſitio, ſiue plenitudo Lunæ: detraho 35. ex 60. fit 25. igitur die 25. erit coniunctio Lunæ, & quia oppoſitio fuit in decima die addendo 7. erit quadratura in die decimaſeptima & ſimiliter detrahendo 7. à 10. remanent 3. igitur alia quadratura erit in tertia die Auguſti & hoc de mediis quæ valde veris aſpectibus ſunt propinquæ intelligatur.

Et ex hoc locus Lunæ habito loco Solis 13
in gradu ſigni per quartum habeas dies à coniunctione, & eos multiplica per 4. & diuide per 9. quod exit ſunt ſigna & partes ſignorum: continet autem ſignum hic gradus 30. Exemplum volo locum Lunæ quintâ decimâ die Auguſti anni dicti, coniunctio per præcedentem fuit decima die ſuperatio ſunt dies 5. duco in 4. fiunt 20. diuido per 9. exeunt 2.& $\frac{2}{9}$: cuilibet autem nonæ parti de 30. dabis gradus 3. igitur erunt ſigna 2.& gradus 6. addenda loco Solis, qui fuit per quartam in Virginis gradu tertio igitur Luna erit iuxta 9. gradum Scorpij tunc, hæ rationes licet non ſint admodum præciſæ, multum tamen ſunt aliquando neceſſariæ, & iocundæ ſcitu, quæ autem ſequitur exactior eſt quoniam Paſcha & Feſta Mobilia potiùs mediam quam hîc docui, quàm veram Lunæ coniunctionem, ſequuntur: quæ in Ephemeridibus demonſtratur.

Et ex hoc Carnis priuium vtrumque & 14
dies Paſchæ, & Quadrageſimæ initium, & finis docebitur: habeas per duodecimam coniunctionem Lunæ de menſe Februarij, & ſcies quâ die currit per octauam & ſi fuerit die Martis, proximus ſequens dies Martis erit carnis priuium Romanum, & ſi alia die erit omnino in proximo die Martis Carnis priuium Romanum: quo habito dies

dies ſequens proximus eſt dies Cinerum : & initium Quadrageſimæ Romanæ , & dies Dominicus ſequens Carnis priuium Ambroſianum : deinde numera 6. hebdomodas ab eo : & habebis Paſcha commune Ambroſianis & Romanis. Exemplum in anno 1538. de menſe Februarij fuit Aureus numerus 18. ex 11. notando, & Epacta 18. & Kalendæ 12 igitur totum 30. non erit igitur in Februario coniunctio , demo igitur 30. de 60. remanet coniunctio in 30. die Februarij , & quia Februarius non habet niſi 28. dies erit igitur cõiunctio talis in ſecunda Martij: & quia kalendæ Ianuarij fuerunt in die martis, erit dies ſecunda Martij dies ſabbati ex dierum computatione & quia in proximo die Martis eſt Carnis priuium Romanum , igitur Carnis priuium Romanum erit quinta Martij : & die decima Martij Carnis priuium Ambroſianum , & 11. initium Quadrageſimæ : additis autem 6. hebdomadibus noſtro Carnis priuio conſurgit Paſcha die vigeſimaprima Aprilis.

15 Et ex hoc omnia Feſta Mobilia , nam tribus hebdomadibus ante Carnis priuiũ Ambroſianum incipit Septuageſima , nam ipſa eſt ante Paſcha 9. hebdomadibus, Exemplum fuit Carnis priuium Romanum ex præcedente die quinta Martij , Ambroſianum die 10. eiuſdem , demo dies 21. ſemper ex die Carnis priuij Ambroſiani , erit Septuageſimæ initium die 17. Februarij : & cum adduntur 5. hebdomodæ ad diem Paſchæ habemus diem Rogationis : vnde incipiunt 26. Maij , poſito Paſchate 21. Aprilis : verumtamen additis diebus 8. fiunt Ambroſianæ Rogationes, videlicet die tertio Iunij : additis autem duabus hebdomadibus fiet Pentecoſtes ſolemnitas , nam ipſa ſemper 7. hebdomadibus poſt Paſcha etiam celebratur, vnde erit die 9. Iunij ad diem autem rogationum Romanarum adde 4. & habebis Aſcenſionem Domini. Aduentus Domini ſemper eſt in quarta Dominica ante Natiuitatem, vnde ſi Natiuitas ſit in die Dominico , erit Aduentus Domini maximè diſtans à natali die , & celebrabitur vigeſimaſeptimâ die Nouembris : vnde ab illa die vſque ad diem natalis excluſiue ieiunium celebratur : eſt autem dies natalis ſemper in die ſequenti à quo fuit initium anni, niſi fuerit Biſextilis , ſi enim anni initium 1538. fuit Martis, erit dies natalis mercurij, ſi verò foret Biſextus , eſſet duabus feriis poſt videlicet die Iouis , habito igitur die paſce habebis reliqua Feſta mobilia, vt in ſequenti Tabula pro memoria diſpoſui , nam & Corpus Chriſti à die Aſcenſionis vigeſimus ſecundus eſt : & Trinitatis feſtum à Pentecoſte 7. dies , terminum à quo excludendo.

Carnis priuium Romanum die martis ſequente Lunam Februarij.

Carnis priuium Ambroſianum diebus poſt Romanum 5.

Dominica Septuageſimæ hebdomadibus ante Carnis priuium Ambroſianum.

A Carnis priuio Romano , dies ſequens Mercurij dies eſt Cinerum.

A Carnis priuio Ambroſiano ad Paſcha hebdomadæ 6.

A Paſchate ad Rogationes Romanas hebdomadæ 5. dies vnus.

A Paſchate ad Rogationes Ambroſianas hebdomadæ 6. dies vnus.

A Paſchate ad Aſcenſionem Domini hebdomadæ 5. dies 4.

A Paſchate ad Pentecoſtem hebdomadæ 7.

A Paſchate ad Feſtum Trinitatis hebdomadæ 8.

A Paſchate ad Corpus Chriſti hebdomadæ 8. dies 4.

Dominica quarta ſemper ante diem natalis Domini dicitur Aduentus , tempus , vſque ad diem natalis dicitur aduentus , quod maximum eſt dierum 28. minimum 21.

Interuallum eſt ſemper tempus intermedium inter diem natalis, & Dominicam proximè præcedentem carnis priuium Romanum, in qua cantatur: eſto mihi: vnde cognito carnis priuio Romano, cognoſcitur interuallum: vnde in exemplo fuit carnis priuium Romanum 5. die Martij , igitur Dominica antecedens fuit 3. Martij , quare additis 6. diebus Decembris reſiduis poſt Natiuitatem , & totis Ianuario & Februario , & diebus 3. Martij, fiet interuallum dies 68. videlicet hebdomadæ 9. dies 5. quare bis aut ter legenti duo hæc capitula præcedentia non erit difficile memoria hæc omnia leuiter comprehendere , abſque alio calculo : quare licèt in curſu Lunæ exactam non dederimus rationem , ſatis tamen ; ad cunctas operationes perficiendas ſed nimium prolixus fui.

Capvt XLI.

De Ligationibus auri & metallorum.

Sciendum eſt quòd marcha *auri* , vel *argenti* , continet vntias 8. vntia continet denarios ponderis 24. & denarius continet grana 24. igitur vntia continet grana 576. & Characteres ſunt tales.

Marcha.	Vntia.	Denarius	Grana.
m̃	oñz	d	gra.

Et ſunt duo metalla de quibus fit conſideratio aurum & argentum , aurum habet mixtionem argenti quandoque , & quandoque æris, vel alterius metalli , quòd in pretio nihilo reputatur, & quandoque habet vtrumque argentum , videlicet & æs: argento autem miſcetur æs , vel aliud cuius non cadit conſideratio in pretio , ſed in pondere , in auro quæritur quantum admiſcetur de re nullius valoris , & poſtquam ſcitum eſt hoc: quantum de argento , in argento autem quantùm permiſcetur de ære , vt ſciamus quantum reſidui ſit purum.

Porro proportionem hanc ſumunt in charactis 24. pondus charačti eſt 4. granorum ita quod illud quod eſt perfectiſſimum in pondere 24. charactorum habet etiam auri charactos 24. & nihil aliud admixtum , quantum vero defficit ex 24. charactis in pondere , de vero auro , & aliud admixtum eſt , eo deterius eſt, vt ſi ſint charačti 3. æris igitur non erunt niſi 21. auri , defficiet : igitur compoſitio & maſſa illa quæ

ex

ex particula iudicatur octaua parte ſui valoris & ſuæ perfectionis continet autem ex dictis tota perfectio 24. charactorum grana 96.

Quæruntur autem in his duo maxime valor maſſæ & conſolatio monetæ de valore autem prius dicemus.

Dixit igitur quidam miſcui m̃. 29. oñz. 7. d. 8. gra. 19. perfectionis charact. 19. gra. 3$\frac{1}{2}$.

Et m̃. 56. oñz. 1. d. 19. gra. 22. perfectionis char. 17. gra. 1$\frac{3}{4}$.

Volo ſcire quam perfectionem tota maſſa habebit & ponamus quod admixtum ſit argentum, reſolue primam & ſecundam maſſam in grana per viam multiplicationis & erit prima maſſa gra. 137875. ſecunda gra. 18072359, duco vtramque ſummam in ſuam perfectionem in grana reſolutam, erat prima perfectio gra. 79$\frac{1}{7}$ ducta in 137875. fiunt gra. 10961062$\frac{1}{3}$ deduco ſecundam in ſuam perfectionem quæ fuit gra. 69$\frac{1}{4}$ fiunt gra. 18072359$\frac{1}{3}$ iungo ſimul fiunt gra. 29033422. diuido per 96. & ſunt grana totius perfectionis ex regula trium dicenda inferiùs, prodeunt grana puri auri in tota maſſa 302431$\frac{23}{48}$ & ſunt m̃. 65. oñz. 5. d. 1. gra. 7$\frac{11}{48}$: quam ſummam ſi ex tota dempſeris ſumma quæ fuit m̃. 86. oñz. 1. d. 4. gra. 17. remanebunt argenti vel alterius metalli m̃. 20. oñz. 4. d. 3. gra. 9$\frac{37}{48}$.

Si autem velles perfectionem ſeparatæ, facile eſt, iunge vtramque & fiunt char. 37. gra. 1$\frac{1}{4}$ diuide per medium & habebis perfectionem maſſæ char. 18. gra. 2$\frac{5}{8}$ & hoc vbi mixtio foret æqualis. Quòd ſi velis perfectionem maſſæ mixtæ accipe grana maſſæ totius, & ſunt 396977. & grana puri auri totius maſſæ & fuerunt gra. 302431. $\frac{23}{48}$ dic igitur per regulam ſi ex illis hæc quid ex 24. char. duc 24. in 302431$\frac{23}{48}$ & diuide per 396977. & exibunt char. 18. gra. 0 $\frac{51779}{396977}$ & hæc eſt perfectio huius totalis maſſæ.

Cognouiſti igitur quantùm continent puri, & non puri, & qualis conſurgat perfectio miſcendo totum cum toto, & qualis conſurgat perfectio miſcendo æqualiter de vtraque maſſa ſimul.

Et ex his poſſet fieri pretium faciliter à parte ad totum, & etiam hoc poteſt fieri per practicam faciliùs non tamen præciſius.

Cum verò vſus locorum fuerit in alio ponderum genere veluti librarum continentium oñz. 12. operaberis proportionaliter, doctrina enim libri huius generalis eſt & omnibus inſeruit: modò vſus locorum his accommodare ſtudeas quod exercitato in hoc opere facillimum eſt.

Et ſunt in hoc regulæ conſolationis monetarum, & eſt conſolatio compoſitio metallorum ad certum valorem & bonitatem, augendo vel minuendo: & in argento communiter non vtuntur charactis, ſed perfectione ſumpta ex vnciis, ita quod præſupponunt libram argenti fini continere oñz. 12. argenti puri, & quantò minùs continet tantùm deficit à ſupradicta bonitate & appellant hanc perfectionem: ligam.

2 Cùm volueris ſcire mixtionem duarum aut trium rationum argenti fac vt in exemplo ſuperiore, accipiendo purum & partiendo per totam ſummam impuri, quod exit dicitur liga ſiue perfectio.

Cùm volueris ex diuerſis materiebus argenti facere ſine additione æris puri, vel argenti, quantitatem datam ſub certa perfectione, quæ non ſit maior minore: nam ſic impoſſibile, eſſet vt ex argento perfectionis oñz. 5. & 7. & 10. potes facere argentum perfectionis 9. aut 7. maius autem quam 10. aut minus 5. efficere non poſſes, ſine alia additione: igitur vide ſuperationem partium ad argentum quod quæris, & eam æqua in minore maius, in maiore minus, vt dictum eſt: vt in exemplo volo ex argento 2

5	7	10	9	Vnciæ
1	1	4		
		2		
1	1	6		
		8		

perfectionis 10. & 7. & 5. facere 100. libras argenti perfectionis 9. tunc ſubtrahe 9. à 10. remanent 1. ſuppone 1. omni minori 9. & fiet 1. ſub 7. & ſub 5. deinde ſubtraho 5. & 7. ex 6. remanent 2. & 4. ſupponenda ad 10. & omni alio maiori 9. ſi eſſet: congrega partes fient oñz. 8. conſtantes, ex 6. vnciis perfectionis 5. & alia perfectionis 7. tale igitur pondus 8. vnciarum eſt ad 9. ligas vt volo ego tamen non oñz. 8. ſed libras 100. talis argenti volebam propterea dices ſi oñz. 8. dant libras 100. quid dabunt oñz. 6. & 1. & 1. & Inuenies quòd ligæ 10. erunt libræ 75. ligæ 7. libræ 12$\frac{1}{2}$ & ligæ 5. libræ 5. 12$\frac{1}{2}$.

Cùm volueris & eſt quaſi conuerſum prioris ex diuerſis datis quantitatibus per additionem mixti reducere quantitatem totam non datam ad certam perfectionem, veluti argenti lib. 50. perfectionis 3

50	60
5	6
250	360
70	
7	50
490	60
	70
	180
250	
360	
490	
1100	
180	
6$\frac{1}{9}$	

oñz. 5. & argenti lib. 60. perfectionis oñz. 6. & argenti lib. 70. perfectionis oñz. 7. addere tantum argenti perfectionis oñz. 1. quod reducam totam maſſam ad perfectionem oñz. 3. hæc componitur ex duabus primis regulis ſine additione aliqua hoc modo, per primam regulam duc vnumquodque in ſuam perfectionem 5. in 50. fit

ſit 250. 6. in 60. ſit 360. 7. in 70. ſit 490. congrega ſiunt 1100. diuide per libras impuri & fuerunt 180. exit $6\frac{1}{9}$ & hæc eſt perfectio maſſæ totius: deinde per ſecundam regulam quære ex duabus maſſis quarum vna eſt perfectionis oñz. 1. alia $6\frac{1}{9}$ volo facere maſſam perfectionis oñz. 3. & inuenies quod ex illa quæ eſt $6\frac{1}{9}$ requiruntur 2. oñz. ex illa vnius oñz. $3\frac{1}{9}$: dic igitur per regulam 3. ſi 2. exit $3\frac{1}{9}$. quid exigent lib. 180. multiplica in $3\frac{1}{9}$ ipſum 180. ſiunt libræ 560. diuide per 2. exeunt 280. libræ admiſcendæ ex argento ligæ vnius, cum tota illa maſſa trium materierum vt fiat ligæ 3. & fient libræ omnes mixtæ 460. in quibus erunt argenti puri libræ 115. per idem ſi loco argenti perfe-

2. $3\frac{1}{9}$ 180
180
$3\frac{1}{9}$
———
560
2
———
280
180
———
460

ctionis oñz. 1. velles æs purum miſcere, inuentâ totius perfectione, quæ fuit $6\frac{1}{9}$ & acceptis ſuperationibus argenti quæſiti ſub ære, ſignabis $3\frac{1}{9}$: ſub illa $6\frac{1}{9}$, 3. dic igitur ſi 3. producit $3\frac{1}{9}$: quid producet vel exigent libræ 180. duc in $3\frac{1}{9}$ ſiunt vt prius libræ 560. diuidendæ per 3. & exibunt libræ 186. oñz. 8. æris miſcendi, & eâdem ratione ſi velles maſſam illam ad ligam 10. per argentum purum reducere pone ſic $6\frac{1}{9}$. & 12. quod eſt ſumma perfectio: ſume differentiam 10. à 12. & eſt 2. ſuppoſita ad $6\frac{1}{9}$: & differentiam 10. ad $6\frac{1}{9}$ &

$6\frac{1}{9}$		12
10	X	10
2		$3\frac{8}{9}$

eſt $3\frac{8}{9}$ ſupponenda ad 11. dic igitur ſi 2. facit $3\frac{8}{9}$, quid facient libræ 180. multiplica 180. in 3. & $\frac{8}{9}$, ſiunt 700. diuide per 3. exeunt libræ 233. vnc. 4. argenti puri addendi: ſimiliter in auro facies per charactos operando per hanc regulam quæ in virtute continet duas præcedentes.

4 Quòd ſi detractionem operari volueris oppoſitum modum in fine ſeruabis, volo

oñz. 17.	oñz. 10.
Char. 21.	Char. $18\frac{1}{2}$
Char. 357.	Char. 185
Char. 51.	Char. 55

ex oñz. 17. auri charact. 21. eximere oñz. 10. char. $18\frac{1}{2}$ vellem ſcire quid remanebit duc 17. in ſuam perfectionem ſiunt char. 357. duc in reſiduum ſiunt 51. ſuperant enim charact. 3. ad totalem perfectionem deinde ſimiliter duc char. $18\frac{1}{2}$ in 10. ſiunt char. 185. & 10. in reſiduum ſiunt 55. ſubtrahe purum à puro impurum ab impuro & fient puri reſiduum char. 172. impuritatis autem char. demi non poſſunt non igitur poterit fieri hæc ſubtractio ſine æris additione, & hæc conſidera quantùm in vanum laborares. Quòd ſi perfectionis 20. auferre vel-

oñz. 17.	oñz. 10
Char. 21.	Char. 20
Char. 357 ——	200
Char. 51 ——	40

Char. 157
Char. 11

let poſſibile foret ſuperfluerent, auri enim char. 157. impuritatis autem char. 11. reliqua igitur maſſa eſſet oñz. 7. perfectionis char. $22\frac{1}{7}$.

Quod ſi quæſtio ex terminis ignotis operare per algebram ſecundum has regulas & æquatio demonſtrabit quæſitum, veluti dixit quis adiunxi oñz. 10. auri char. neſcio quantum oñz. neſcio quantum alterius auri char. 10. & fuit maſſa char. 18. oñz. neſcio quantum, vel ſic auri oñz. 10. char. 12. miſcui auri oñz. tot quot erat numerus perfectionis charactorum, & exierunt oñz. neſcio quot perfectionis char. 14. vel oñz. in ſexquitertia maiores characteribus in omnibus operaberis per rem cum regulis ſupradictis & habebis æquationem. 5

Quæſtio prima Quidam dixit habui libras 2. auri, perfectionis d. 21. gra. 15. volo reducere ad perfectionem d. 22. quantum auri requiritur, dictum eſt quod auri perfectio ſumitur ex charactis modo dixi ex denariis, vt intelligeres quantum eſt idem modus operandi, diſpone igitur perfectiones vt vides hic deinde ſubtrahe d. 22. ex d. 24. qui ſunt perfectio auri puri, & fient d. 2. ſuppone ad aurum impurum, & ſimiliter ſubtrahe d. 21. gra. 15. ex d. 22. 1

Aurum purum.	Aurum impurum.
d. 24.	d. 21. gra. 15
gra. 9	Aurum fiendum d. 2

d. 22
2 9 576
9
———
5184
2
———
2592
24
———
108
24
———
oñz. 4. d. 12

remanent gra. 9. quos ſuppone auro puro: dices igitur quod pro omnibus d. 2. auri impuri oportet addere gra. 9. auri puri, dic igitur per regulam 3. ſi d. 2. volunt gra. 9. quantum volunt vnciæ 24. reſolue vncias 24. in d. ſiunt 576. denarij multiplica 576. in 9. ſiunt 5184. diuide per 2. exeunt gra. 2592. auri puri, & tantum requiritur ad hoc vt tota maſſa perueniat ad perfectionem 22. denariorum diuide igitur gra. 2592. per 24. exeunt, 108. & tot erunt denarij & nihil ſupereſt

pereſt, diuide etiam 108. per 24. exeunt 4. & ſuperſunt 12. igitur requirentur vnciæ 4. d. 12. & ita patet. quod talis perfectio humanam imitatur conditionem, quoniam quanto perfectius tantò difficilius labes emendatur, vt ſolo igne ad veram perfectionem quod imperfectum eſt deduci poſſit, erit igitur poſtmodum aurum totum vñz. 28. d. 12.

2 Quæſtio ſecunda Dixit alius habui aurum perfectionis char. 15. ponderis vnciarum 14. deinde miſcui aurum neſcio quantum nec cuius perfectionis, ſed perfectio erat maior in char. 5. plus vnciis, & nunc totum eſt

oñz. 14. char. 15
oñz. 1. co. char. 1. co. p̃. 5.
Pondus 336. p̃. 24. co. d
Perfectio 210. p̃. 1. ce. p̃. 5. co. d

336. p̃. 24. co. d
18

6048. d. p̃. 432. co. d

210. p̃. 1. ce. p̃. 5. co. d
24

d. 5040. p̃. 24. ce. p̃. 120. co. d

char. 18. quæritur pondus & perfectio additi poſſe pondus additi 1. co. igitur perfectio erit 1. co. p̃. 5. multiplica per modum primæ regulæ fuſionis quæ eſt ante primam regulam conſolationis vnc. 14. in 24. denarios, fient 336. d. multiplicæ 1. co. vnciarum in 24. co. d. & ſimiliter dic vnc. 14. continent char. 15. pro ſingulis ſiue d. nihil refert, duc 15. in 14. fiunt 210. & ſimiliter duc 1. co. p̃. 5. in 1. co. fit 1. ce. p̃. 5. 5. co iunge pondera & perfectiones fient 336. d. p̃. 24. co. d. in pondere, & 210. d. p̃. 1. ce. p̃. 5. co. d. in perfectione & hoc totum debet eſſe ad perfectionem 18. char. quare nota regulam quod ductâ totâ perfectione quæ eſt 24. in perfectionem quæ eſt 210. d. p̃. 1. ce. p̃. 5. co. productum debet æquari ductui perfectionis quæſitæ in totum pondus, multiplico igitur 24. in 210. p̃. 1. ce. p̃. 5. co. d. & fiunt 5040. p̃. 24. ce. p̃. 120. co. d. æqualia 6048. d. p̃. 432. co. d. igitur reduces ad cenſum vnum fient, vt vides tandem 42. d. p̃. 13. co. d. æqualia 1. ce. igitur per capitulum res poſita valuit

252. p̃. 18. co. d.
210. p̃. 1. ce. p̃. 5. co. d.

42. p̃. 13. co. d.
1. ce.

℞. 84. $\frac{1}{4}$ p̃. 6 $\frac{1}{2}$ vnciarum quia tantumdem valet co. d. in d. igitur 1. co. vnciarum poſita valet tantumdẽ in vnciis, & perfectio fuit ℞. 84 $\frac{1}{4}$ p̃. 11 $\frac{1}{2}$ char. proba & videbis, & nota quod vt dixi poſſet quæſtio aliquando eſſe impoſſibilis, & tunc vel æquatio non veniet aut veniet maior quam 24 char. quod eſſe non poteſt.

3 Quæſtio tertia quidam habuit aurum perfectionis d. 20. ponderis vnciarum 40. & accepit partem eius & reduxit ad perfectionem d. 23. deinde miſcuit reſiduo & facta eſt maſſa perfectionis d. 22. quæritur quanta fuit pars primo detracta & quanta

erit maſſa Similem proponit Frater Lucas & nota quod aurum in affinatione neceſſariò creſcit vel decreſcit, creſcit cum additur aurum purum vt in exemplis ſuperioribus, decreſcit cum affinatur ad copellam ſiue examen. nam aurum & argentum his duobus modis affinantur ſiue purificantur, pone igitur quòd pars detracta ſit 1. co. reduces ad perfectionem d. 23. per regulam ſecundam & erit vt pro qualibet vncia impuri requirantur vñc. 3. puri igitur pro 1. co. impuri requiretur 3. co. puri fiet igitur totum aurum oñz. 40. p̃. 3. co.

1 co. purum
20 24
1 23.

oñz.
40. p̃. 3 co. d. 22.
40. d. 20. p̃. 3 co. d. 24.

in pondere perfectionis d. 22. funde, id eſt, multiplica perfectionem in pondus & fient 880. d. p̃. 66. co. d. auri puri & ſimiliter funde oñz. 40. perfectionis d. 20. fiunt 800. quibus adde 3 co. auri fient d. 800. p̃. 72 co. d. æqualia 880. d. p̃. 66 co. d. igitur detrahe vnum ex alio fient 6 co. d. æqualia 80. d. quare 1 co. d. valet 13 $\frac{1}{3}$ d. auri & ita 1 co. oñz. valet oñz. 13 $\frac{1}{3}$ auri igitur pars detracta fuit 13 $\frac{1}{3}$ & aurum additum fuit oñz. 40. & tota maſſa fuit oñz. 80. & hic modus eſt longè facilior modo Fratris Lucæ vt apparet ſine comparatione.

Caput XLII.

De Proprietatibus Numerorum mirificis.

NOn potui vnquam perſuaderi vim aliquam numeris ineſſe quod etiam in octauo Aſtronomicarum conſiderationum Galenum ſecuti confeſſi ſumus, at poſtquam Ptolemæum magne compoſitionis non vidimus demonſtrantem ſuperioribus Planetis Saturno, Ioui, Martique hoc cum Sole eſſe commune, vt reuolutiones eccentricorum ac epicielorum ſimul iunctæ reuerſionis tempore, ſemper implent numerum reuolutionum Solis. Vnde cum Saturnus in 59. reuolutionibus Solis ad idem reuertatur, duas in eccentrico & 57. in epiciclo, & ipſe peregit reuolutiones: ſic & Iupiter in 71. reuolutionibus Solis reuertitur ipſe verò 6. in eccentrico 65 in epiciclo peregit. Mars in 79. eſſet redit 42. in eccentrico 37. in epiciclo perficiens circuitus, & licèt ſuperatio aliqua interſit communis tamen eſt: vnde partes etiam in temporibus aliis à reſtitutione numero conuenire neceſſe eſt: cum verò in his quantitatis continuæ aut proportionis nulla poſſit ratio aſſignari, ſed ſolius numeri æqualitas dicemus Deum maxima numeris alligaſſe. Vnde nec in minimis poteſtatem obtinere negandum erit.

1 Prima igitur ac demonſtratiua virtutis numerorum experientia eſt tres Planetas ſuperiores Soli per coniunctas numero reuolutiones ſingularibus æquari.

2 Secunda virtus eſt amicabilium numerorũ, hi ſunt quorum partes vnũ numerantes mutuò alterum aggregant, tales ſunt 220. 284. nam numeri 220. numeraſites ſimul iuncti faciunt 284. & numeri 284. numerantes producunt 220. talibus autem ad amatoria homines vtuntur, verum cùm ſub aliquo numero omnẽ creatum conſtet, arbitrandum eſt quæ taliter conuenerint mutuò ſe diligere.

3 Sunt & numeri perfecti quibus nihil mundanis rebus conuenientius eſt, tales autem ſunt qui conſtant aggregatione omnium ſuorum numeratorum veluti 6. numeratur à 3. 2. 1. qui iuncti faciunt 6. Et ſimiliter 28. aggregatur ex ſuis numeratoribus 14.7.4. 2.1. nam iuncti faciunt 28. Gignuntur autem hi vt Euclides docet cum numeri ex proportione dupla ab vnitate iuncti numerum primum effecerint: tunc maximus in aggregatum producit numerum principem atque perfectum: veluti 1.2.4.8.16. aggregat 31. qui eſt numerus primus, igitur 16. ductus in 31. producit 496. numerum perfectum, hic ſemper vel in 6. vel in 8. terminatur: ordinem autem conditionis humanæ immutat, nam in ſingulis denariis inuenitur vnde 6. eſt in primo denario ſolus profectus, duc 10. in 10. fit 100. à 10. ad 100. ſolus 28. eſt perfectus, duc 10. in 100. fit 1000. à 100. ad 1000. ſolus 496. eſt perfectus, duc 10. in 1000. fit 10000. à 1000. ad 10000. ſolus 8128. perfectus eſt, ita quantò magis ab vnitate quæ Deum oſtendit elongatur, eo rariores perfecti inueniuntur, in vnoquoque tamen genere vnus tantum perfectus inuenitur: hoc igitur in numero ſpeculum mortalium rerum eſt fabricatum: vnde in eo maxima licet contemplari: huic autem diminuti in ſuo ordine quemadmodum & inopes, ac ſuperabundantes opponuntur, diuitum ſpeciẽ, aut vt in complexione & compoſitione pleni ac pingues, dicitur numerus diminutus cuius partes numerantes non aggregant numerum illum: veluti 10. numeratur à 5.2.1. qui tantum aggregant iuncti 8. oppoſitus autem abundans qui ſuperexcedit: veluti 12. numeratur à 6.4.3.2.1. quorum aggregatum eſt 16. maius 12. dicemus igitur 12. abundantem eſſe numerum 10. diminutum 6. perfectum & ita in reliquis.

4 Diuiditur autem omnis numerus in parem ac imparem, porro proprietas numeri paris eſt vt ſemper in ſimilia diuidatur, imparis vt in diſſimilia: nam 8. ſi diuides vtraque portio neceſſariò aut par erit aut impar 9. autem cum diuidis vnam partem habes parem, aliam imparem, hoc autem vniuerſis ſemper conuenit: non enim vnquam imparem aut in duos diuides pares, aut impares: aut parem in parem & imparem.

5 Paris autem ſpecies tres ſunt de quibus Euclides dixit pariter par, pariter impar, & impariter par: dicitur autem pariter par numerus qui per continuam ſectionem æqualem ad vnitatem venire poteſt vt 16. in 8. & pòſt in 4. ac in 2. & 1. per continuam diuiſionem deuenit, pariter impar eſt cum numerus ſolùm ſemel admittit dimidiationem veluti. 2.6. 10.14. 18. & ſimiles: impariter par qui plures admittit diuiſiones non tamen vſque ad vnitatem patitur ſe dimidiari, veluti 12. & 20. nam cum ex 20. ad 5. perueneris, non amplius diuiſionem per æqualia admittit. Vnde patet vtrorumque aliorum generum impariter parem numerum eſſe participem, videlicet pariter paris, & pariter eſſet imparis.

Sunt & imparium quidam primi qui ſola vnitate numerantur, vt 3.5.7.11. Quidam compoſiti qui numero aliquo numerantur vt 9. 15. & alij, eſt autem commune imparibus vt metiantur alios tantum à ſe diſtantes quantum ipſi ab vnitate vſque in infinitum. Exemplum 1.3.5.7.9.11.13.15. 17. 19.21. 23.25.27. 29.31.33. 35.37.39. igitur 3. diſtat ab vnitate per 2. numerabit igitur duobus intermiſſis 9. & iterum duobus 15. ac ſic in infinitum: & ita 5. diſtat ab vnitate per 4. numerabit 4. intermiſſis 15. ac iterum aliis 4. imparibus intermiſſis 25. & ſic in infinitum & ita de aliis. 6

Eſt autem proprium quoddam numeris primis vt vel in ſe ducti vel in alios primos, non reddant numerum aliis præterquam componentibus compoſitum, veluti 5. in ſe facit 25. hic ab alio quam à 5. numerari non poteſt. 7

Sunt & numeri compoſiti qui tamen adinuicem ſunt primi veluti 10. & 9. ſunt compoſiti, nam 2. & 5. numerant 10. & 3. numerat 9. quia tamen nullus numerus eſt communis numerator dicuntur inuicem primi: qui autem communi numero numerantur ſunt compoſiti veluti 5. & 20. numerantur communiter ab vno numero qui eſt 5. ex prima autem ſeptimi Euclidis liquet omnes numeros qui vnitate tantum differunt eſſe contra ſe primos: aut etiam ſi alio numero primo differant qui ambos non numeret. Exemplum primi 39. & 40. ſunt contra ſe primi neceſſariò: & ſimiliter 32. & 39. quare &c. 8

In omni ſuperparticulari proportione termini toti ſunt in ordine ſuæ proportionis: quotus eſt numerus differentiæ maioris ad minorem. Exemplum 40. ad 30. eſt ſexquitertia differentia eſt 10. igitur ſunt decimi in tali proportione & 9. alij ſunt ante eos vt 4. & 3. ac 8. & 6. & 12. & 9. & ita de reliquis vſque ad 40. 9

Omnis proportio inter tres terminos conſtituta ad proportionem minorem ſenſim reducitur donec ad æqualitatem perueniat hoc modo: deducas minorem terminum ex medio: ac duplum reſidui cum minore termino ex maiore: & hoc reſiduum cum primo reſiduo & minore termino ſunt etiam proportionalia. Exemplum vt 128. 32.8. deduco 8. de 32. fit 24. pro ſecundo termino: duplo 24. fit 48. addo 8. fit 56. deduco ex 128. remanent 72. igitur cum 8. 32. 128. eſſent in quadrupla proportione erunt 8.24. & 72. in tripla eodem modo reducet 10

reducet ad duplam, deinde ad ſimplam ſiue æqualitatis: Exemplum in ſexquialtera vt 4.6.9. deduco 4. ex 6. remanent 2. deduc 4. ex 9. remanent 5. à quo deme duplum 2. quod eſt 4. remanent 1. igitur 4.2.1. ſunt in dupla proportione, vnde iteratâ deductione remanebunt 1. & 1. & 1. termini omnes æquales. Idem 9.12.& 16.in ſexquitertia reducuntur ad 9.3.1. quæ eſt tripla,& ita 49.21.& 9.qui ſunt in proportione dupla ſexquitertia.

11 Sunt & numeri lineares qui eſt nullis conſtant vt cum ſeriem numerorum per additionem vnitatis intelligimus, vt 2. 3. 4.5. ſunt & ſuperficiales, alij quidem ſecundum Euclidem qui tantum multiplicatione coaleſcunt, veluti 15. & 20. latera 3. & 5. vel alterius 4. & 5. ſecundum Boëtium autem etiam aggregatione conſtant ſunt & ſolidi trinâ multiplicatione fiunt, veluti 24. ex 4. in 3. & 2. nam 4. in 3. facit 12. & 12. in 2. facit 24.

12 Sunt & numeri trigoni quadrati pentagoni, exagoni, eptagoni atque in infinitum ſuperficiales omnes, vocantur autem ita à ſuperficiebus quas implere poſſunt per vnitates, vel ſi diſponantur vnitates conuenienter formam illam referunt. Sunt igitur trigoni qui ex naturali numerorum ſerie coaleſcunt veluti 1. 2. 3. 5. 6. 7. & ita de reliquis ſemper iunctis qui ab vnitate ſunt conſurgit numerus triangularis: vt 1. cum 2. facit 3. igitur 3. eſt triangularis: adde ei ſequentem fiet 6. trigonus: adde ſequentem fit 10.trigonus: forma eſt hæc veluti.

o
o o
o o o
o o o o

13 Quadratus autem fit ex quolibet numero in ſe multiplicato, nam æquales fiunt lineationes: Vnde 4. eſt quadratum 2.& 9. quadratum de 3.& 16.de 4.& 25.de 5.

o o o o o
o o o o o
o o o o o
o o o o o
o o o o o

forma quadrati de 5.

Sicut autem ex naturali ſerie numerorum trianguli conflantur, ita ex ſerie imparium ab vnitate quadrati: vt 1.& 3 faciunt 4. qui eſt quadratus: & addito 5. fit 9. iterum quadratus: & addito 7. fit 16. iterum quadratus: & ſic de aliis.

14 Pentagoni autem ſunt qui commodè pentagonum referunt, veluti 5.12.22.35. fiunt autem iunctis quibuſlibet ab vnitate numeris duobus intermiſſis: vt 1.2.3.4.5. 6.7.8.9.10.11.12.13. iunge 1. & 4. fiunt 5.intermitte duos à 4. eſt 7.adde fit 12. intermitte duos à 7.fit 10. adde ad 12.fit 22. & ſic addendo 13. fit 35.igitur 5.12.22.35. ſunt pentagoni.

15 Sicut igitur trigoni conſurgunt ex naturali numerorum ſerie, quadrati ex eadem vno intermiſſo, pentagoni ex eadem intermiſſis duobus, ita exagoni intermiſſis tribus, eptagoni intermiſſis quatuor, quare cum numeros ſuperficiales in quocunque genere aggregare volueris ſeriem numerorum conſidera & ab vnitate omnes aggrega tot intermiſſis quotus fuerit numerus laterum figuræ dimiſſis tribus, veluti volo numerum figuræ 20. baſium, demo 3.remanent 17. igitur ad 19. addito 1. fiet figura 20. baſium, & poſthac intermittendo 17. inuenio 37. addo & fit 57. alia figura 20. baſium, vel leuius adde numerum ſemper duobus minorem cum præcedente veluti figura 20.baſium continet 20. demo 2.fit 18. quæro numerum maiorem vnitate per 18. eſt 19. & ita 19. cum vnitate facit 20. & ita 37.eſt maior 19. in 18.& ita 55.eſt maior 37. in 18. igitur 112. erit etiam talis vtroque modo res redit ad idem.

Solidorum numerorum alij pyramidales: 16
& ſi ſunt æquales ex triangularibus ab vnitate aſſumptis gignuntur: nam ordo trigonorum vt demonſtratum eſt ponitur 1. 3.6.10,15.21. igitur iunge 1.& 3. fit prima pyramis 4. iunge ei 6. fit ſecundus pyramidalis, & ita iunge 10. fit 20. pyramidalis tertius.

Eſt & aliud pyramidis genus quod baſim 17
habet quadratam aut pentagonam fit hoc per numerorum quadratorum auctionem quadratam habens baſim veluti 1.4.9.16. iunge primos fiet pyramis prima 5.& ſi addas 9. fiet ſecunda 14. atque ita tertia 30.

Pyramis autem pentagona ex pentago- 18
nis numeris ſimiliter iungitur vt 1.5.12. 22. ſunt pentagoni, prima pyramis 6. ſecunda pentagonalis 18. tertia 40. atque ſic de aliis exagonis, atque eptagonis: quoniam vnaquæque à ſuis ſuperficialibus gignitur: totque in baſi poſſidet trigonos quot ſuperficies nata eſt continere: in reliquis autem ſuperficiebus quæ in conum perueniunt vnicum ſemper poſſidet trigonum.

Curtæ autem pyramides in vnoquo- 19
que genere fiunt demptâ vnitate, vt in quadrato genere pyramides perfectæ erant 5. 14. 30. porro dimittamus primam quia ademptâ vnitate ex nullo conſtaret, erit igitur pyramis curta 13. & 29. & eodem modo in aliis generibus vt in pentagona 17. & 39. fient curtæ pyramides: quòd ſi proximus etiam ab vnitate numerus ſuperficialis detrahatur fiet bis curta pyramis, vt detracto à 39. etiam 5.remanebit bis curta pyramis 34. ſolis 22. & 12. pentagonis numeris conſtans: proprium enim pyramidis eſt in vnitate tanquam conum terminare ſi perfecta eſſe debet: quantò autem magis decurratur eò plus dilatatur & imperfectior euadit.

Cuborum autem generatio fit ducta radi- 20
ce cuiuſlibet quadrati numeri in ſuum quadratum: vt 2.in 4.facit 8.cubum: & 3.in 9. facit cubum 27.& ita de reliquis.

Fiunt & laterculi numeri quotiens alius 21
numerus à radice in quadratum ducitur: vt 3.in 4. fiunt 12. & 6. in 9. fiunt 54. & ſimiliter 5. in 4.fiunt 20.omnes admodum laterum longiores aut latiores quàm profundi: attamen

attamen omnibus angulis rectis conſtant, & cubis ſunt ſimiles: ſunt qui quinque quadratum in minus radice ducitur laterculus cum in maius aſſeres produci affirment: cum verò longitudo latitudo & profunditas inæqualia omnia ſunt: boniſcos procreari crediderunt: veluti ductis 5. 3. & 2. inuicem producitur 30. qui bomiſcus erit.

22 Sunt & numeri ſuperficiales non æqualium laterum, diuerſorum generum: veluti parte alterâ longiores: cum duo numeri ſolâ vnitate differentes multiplicantur veluti 7. in 8. fit 56. qui alterâ parte longior dicitur & eodem modo 3. in 4. fit 12. Cum vero plus vnitate diſcrepant ante longior dicitur vt 35. ex 7. & 5. procreatur quorum differentia vnitate maior eſt.

23 Sunt & ſuperficiales ſimiles quorum latera ſunt proportionalia: veluti 24. & 6. nam latera 24. ſunt 4. & 6. ducta enim in inuicem producunt 24. latera autem 6. ſunt 2. & 3. eſt autem proportio 6. ad 3. veluti 4. ad 2. erunt igitur ſimiles numeri 24. & 6. conſtat autem ex hoc quòd omnes numeri quadrati inuicem ſimiles ſunt & cuncti compoſiti ſuis quadruplis vt 15. ad 60. & 21. ad 84.

24 Sunt & numeri circulares qui cum in ſe ducuntur reddunt in ſimile: tales ſunt omnes producti à numeris quorum terminatio eſt in 0. vel 1. vel 5. vel 6. vt 5. in 5. producit 25. & 10. in 10. producit 100. & 16. in 16. producit 256. & 11. in 11. producit 121. dicetur igitur 121. circularis: & 11. centralis: & ſi ductus fuerit 11. in 121. qui inde producetur erit ſphæricus: vt 1331. & ita 125. erit ſphæricus: & 25. circularis: & 36. circularis: & 216. ſphæricus, & 100. circularis, & 1000. ſphæricus & ita de aliis.

25 Porro quadratis proprium videtur vt ab impari procedant, nam in quolibet genere proportionum ab vnitate inchoato tertij ſunt quadrati, & quinti & ſeptimi atque ita deinceps, cubi autem pares ſunt oppoſitâ ratione nam in tripla 27. quartus eſt ab vnitate: & 64. in quadrupla, & ita de reliquis, ſicut in tripla 9. quia quadratus eſt tertius eſt ab vnitate. & in dupla ſimiliter 4. eſt, tertius, concluditur igitur quadratos imparium. cubos parum rationem habere, quoniam talibus ab vnitate locis ſemper conſideant.

26 Vnitas verò cum numerus non ſit & quadratum, & trigonus, & radix, & pentagonus, & pyramis, & cubus, & circulus, & ſphæra eſſe videtur, atque in omni genere quod imperfectionem non admittit iure locari debet, nam laterculus aut altera parte longior eſſe non poteſt quamobrem diuini myſterij maximam ſimilitudinem in ea latere neceſſe eſt, imperfectum enim nihil admitit, in omnes poteſt numeros, prima perfectorum eſt numerorum, non ſolum omnis perfectionis abundè capax ſed in omni perfectionis genere perfectiſſima.

27 Sunt & proprietates numerorum quædam non contemnendæ, veluti cum duo numeri inuicem ducuntur productum eſt medio modo proportionale inter quadrata illorum, veluti 7. & 10. ducta inuicem producunt 70. eſtque 70. medium in proportione inter 100. quadratum 10. & 49. quadratum 7.

Et cum duo numeri aliquem multiplicauerint, aut diuiſerint, erit quod fit ex duobus in eadem proportione, ducatur 10. in 3. & producitur 30. & 3. in 7. producitur 21. quorum proportio eſt vt 10. ad 7. & diuidatur 3. per 10. exit $\frac{3}{10}$ & 3. per 7. exit $\frac{3}{7}$, erit proportio $\frac{3}{7}$ ad $\frac{3}{10}$ vt 10. ad 7. 28

Et ſi diuidant ſe numeri inuicem erit proportio veluti primorum duplicata, veluti diuidat 10. ipſum 7. exit $\frac{7}{10}$, & 7. diuidat 10. exit 1. $\frac{3}{7}$, proportio 1. $\frac{3}{7}$ ad $\frac{7}{10}$, eſt veluti 10. ad 7. duplicata & hæc eadem erit vt quadrati 10. quod eſt 100. ad 49. quadratum 7. 29

Cumque iunxeris duos numeros, erit proportio totius ad vtramque partem, vno plus reliquæ partis ad partem, veluti 10 & 7. faciunt 17. proportio 10. ad 7. eſt ſupertripartiens ſeptimas, igitur 17 ad 7. dupla ſupertripartiens ſeptimas. 30

Et cum diuiſeris totum per duas partes componentes ipſum, erunt prodeuntia in eadem proportione vt patet ex prædictis, & tantũ faciunt multiplicata quantũ aggregata, veluti diuidatur 17. per 10. & per 7. exeunt 1 $\frac{7}{10}$ & 2 $\frac{3}{7}$ quæ ſunt in proportione 10. ad 7. iunctáque ſimul faciunt 4. $\frac{9}{70}$ & ducta etiam inuicem producunt 4 $\frac{9}{70}$, & eſt quid mirum. 31

Sunt numeri cretici & ſunt 7. & 20. & omnes compoſiti ex his vt 14. 27. 34. 40. 47. 54. 60. 67. 74. 80. & ſic vſque ad annum, & in his accidunt veræ & fortes criſes, & dimidij horum dicuntur indicatiui vt 4. 11. 17. 24. 31. & reliqui. 32

Qui verò ſunt extra hos duos ordines vel propter inordinationem naturæ, vel propter fortitudinem acceſſionis, vel propter vehementiam morbi, vel propter errorem in ægro vel aſtantibus, vel medicis, adueniunt, & hoc eſt teſtimonium aliud virtutis numerorum.

Numeri etiam ſuperficiales ſimiles inuicem ducti producunt ſemper quadratum vt 6. & 24. producunt ducti 144. 33

Omnis etiam numerus primus ad eum, quem numerat eſt compoſitus, vt 7. ad 49. & hoc nota. 34

Omnis etiam numerus quadratus ex tot imparibus componitur quotus eſt radix, vt 64. ex 8. imparibus, 100. ex 10. imparibus. 35

Numeri congruentes inueniuntur hoc modo capias duos numeros ſola vnitate differentes vt 2. & 3. in quibuſlibet enim ratio tenet iunge faciunt 5. duc vnum in alterum fiunt 6. duc 6. in 5. fit 30. quadrupla ſemper fit 120. congruit autem 120. ad 169. nam additus facit 289. quadratum 17. & ſublatus à 169. facit 49. quadratum 7. & 169. eſt quadratum 13. 36

2	3
5	6
30	120
4	5
9	20
180	720

Inuenitur autem congruens ex eiſdem hoc modo quadra 2. fit 4. & 3. fiunt 9. iunge fiunt 13. quadra 13. inueniſti 169. qui eſt congruens 37

congruens, & ita ſemper inuenies quadratum tale quod æqualiter diſtabit à quadratis per additionem & diminutionem.

38 Et cum detraxeris à quadrato impari vnitatem quadratum medietatis adiunctum primo quadrato quadratum facit & hoc in infinitum, ſit impar 25. demo 1. fit 24. quadratum medietatis 144. ad 25. fit 169.

39 Et hoc dicunt multi quoniam dantur numeri planetarij & nos ponemus eos, verùm in aſſignatione Planetarum eſt conuerſus modus tenendus, conuenit enim vt plures numeri ſuperioribus tribuantur & ſunt hi.

Luna.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Mercurius.

4	14	15	1
9	7	6	12
5	11	10	8
16	2	3	13

Iupiter.

8	58	59	5	4	62	63	1
49	15	14	52	53	11	10	56
41	23	22	44	45	19	18	48
32	34	35	29	28	38	39	25
40	26	27	37	36	30	31	33
17	47	46	20	21	43	42	24
9	55	34	12	13	51	50	16
64	2	3	61	60	6	7	57

Sol.

6	32	3	34	35	1
7	11	27	28	8	30
19	14	16	15	23	24
18	20	22	21	17	13
25	29	10	9	26	12
36	5	33	4	2	31

Saturnus.

37	78	29	70	21	62	3	45	5
6	38	79	30	71	22	63	14	46
47	7	39	80	31	72	23	55	15
16	48	8	40	81	32	64	24	56
57	17	49	9	41	73	33	65	25
26	58	18	50	1	42	74	34	66
67	27	59	10	51	2	43	75	35
36	68	19	60	11	52	3	44	76
77	28	69	20	61	12	53	4	45

Venus.

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Mars.

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	1

Habent autem commune vt ex omni latere & tranſuerſaliter eundem perficiāt numerum. Luna 15. Mercurius 34. Venus 65. Sol 111. Mars 175. Iupiter 260. Saturnus 350. conueniunt etiam quod nullus numerus repetitur, & quod vnitatis additione progreſſio firmatur ad quadratum, procedunt etiam diametraliter per æqualia augmenta omnes. Quidam etiam habent in vtraque diametro vt Saturnus ſeries conſtitutas, vnum eſt artificio maximo talia inuenta eſſe, quorum vſus ad magiam pertinet.

Et eſt triplex proprietas in nouenario, prima quòd ipſe mēſurat æquali exceſſu aggregatum ex litteris congregatis & numerum ſignificatum per illas, ſecunda quod nullationes non mutant ſuperfluum eius, tertium quod æqualiter menſurat litteras vno modo & conuerſo, vnde 9. in 43. & in 34. æquale relinquit ſuperfluum quod eſt 7. 40

Et eſt proprietas in denario numero, cuius nemo adhuc rationem potuit inuenire, ſicut nec in Philoſophia cur lumen calefaciat cum calidum non ſit, ita cur poſt denarium numeri iterum ad idem redeāt nec poſſit vltrà, alia ratio numerorum inueniri, non enim ita eſt vt dicunt quod nouenarius ſit numerorum nouiſſimus, licèt denario propriam litteram non inuenerint ſed nullitatem ſuppoſuerint vide in problematibus, Ariſtot. 41

Cum quotlibet numeros in proportione ſuperparticulari inuenire deſideres primum ſtatue numerum talem in ordine multiplicis ei correſpondentem, veluti volo quatuor numeros in ſexquitertia continuæ proportionatos, accipe pro primo eorum 27, qui eſt quartus in ordine triplæ ab vnitate, ſic 1. 3. 9. 27. & ſic volo in ſexquiſeptima 7. numeros continuæ proportionales accipe ſeptimum in ſeptupla proportione ſic 1. 7. 49. 343. 2401. 16807. 117649. igitur ſi conſtitueris. 117649. terminum minorem, habebis 7. terminos in continua proportio- 42

nalitate ſexquiſeptupla, ex nona & decima
Euclidis.

43 Cùm fuerint duæ quantitates eiuſdem
generis rationales ſiue irrationales & aggre-
gatum ex ambabus per vtramque fuerit
diuiſum,& peruenićtia iuncta iterum diuiſa,
prodibunt prima exeuntia, veluti dictum eſt
de duabus quantitatibus in trigeſima prima
regula iunctis,diuidamus 16. iunctum ex 10.
& 6. per vtrumque exibunt 1 $\frac{3}{5}$. & $\frac{2}{3}$. iuncti
faciunt 4 $\frac{4}{15}$ diuiſum 4 $\frac{4}{15}$ per 1 $\frac{3}{5}$ producit
2 $\frac{2}{3}$ & per 2 $\frac{2}{3}$ producit 1 $\frac{3}{5}$. & hoc vo-
lumus.

44 Et iidem iuncti producunt prima exeun-
tia ſi totum diuidatur per ea nam idem om-
nino producitur vt dictum eſt.

45 Et erit ſumma duobus plus, ac ſuperpar-
ticulari vel ſuperpartiente oppoſita propor-
tioni partium inuicem, veluti ſi eſſet dupla
proportio inter partes erit aggregatum pro-
ueniens 4 $\frac{1}{2}$ & ſi tripla 5 $\frac{1}{3}$ & ſi quadrupla
6 $\frac{1}{4}$. in exemplo noſtro porportio 10. ad 6.
eſt ſuperbipartiens tertias, aggrega-
tum exeuntium eſt 4 $\frac{4}{15}$. cuius diffe-
rentia ab 1 $\frac{2}{3}$ eſt 2 $\frac{3}{5}$. eſt autem 2 $\frac{3}{5}$
conuerſum de 1 $\frac{2}{3}$. nam cum ſit proportio
vnius ad alterum ſuperbipartiens tertias,
erit conuerſa illius alterius ad primum ſub-
partiens tres quintas,& hoc eſt tertium vni-
uerſale accidens eis.

46 Cúmque fuerit proportio eadem licet
termini ſint maximi aut minimi ſemper
exeuntia erunt eadem, vnde ex 6.& 10. diui-
ſo 16. prodeunt 1 $\frac{3}{5}$,& 2 $\frac{2}{3}$,& ſimiliter iidem
ex 1600. diuiſo per 1000. & per 600.

47 Quòd ſi inæquales partes fuerint, nec
prodeuntia nec congregata nec multiplica-
ta perfectè integra eſſe poſſunt, vt in omni-
bus exemplis experiri licet, nam ſi æquales
ſint tunc vtræque partes erunt 2. aggrega-
tum vel productum 4. in reliquis regula eſt
confirmata.

48 Sextum eſt quod fractio quæ vltra integra
eſt vt $\frac{3}{5}$. qua 4 $\frac{4}{15}$. ſuperat 1 $\frac{2}{3}$ eſt habens
eundem denominatorem qui eſt 5. à quo
ſumpta eſt proportio totalis vt 1 $\frac{2}{3}$. ſunt
enim $\frac{5}{3}$ & ita capio 9. & 3. diuido 12. exit 4.
& 1 $\frac{1}{3}$. totū 5 $\frac{1}{3}$ ſuppono igitur 5 $\frac{1}{3}$ ſuperare
4. 1 $\frac{1}{3}$. & triplam in 2 $\frac{1}{3}$ vt ex tertio ſuppoſito
declaratum eſt, vltra verò 2. eſt $\frac{1}{3}$. cuius
denominator à tripla proportione ſumptus
eſt quæ inter 9. & 3. primo aſſumptos nu-
meros eſt conſtituta.

49 Quæ autem in duabus quantitatibus veri-
ficantur repetuntur multipliciter in tribus,
quatuor,& quinque, vt à Paciolo ſcriptum
eſt, cauſa tamen omnium horum vna eſt
quòd cum viciſſim diuidunt aggregatum 4.
proportionales conſtituuntur quantitates.

50 Quòd ſi plures quantitates continuæ pro-
portionales aut etiam incontinuæ conſti-
tuantur, ita tamen quod proportiones ſint
ſimiles, erit proportio primi ad tertium ve-
luti quarti ad ſextum & ita primi ad quar-
tum veluti quinti ad octauum.

51 Si verò continuæ proportionales extite-
rint, aggregatum ex omnibus per omnes
terminos diuiſum, producit terminos eadem
proportione, veluti in vigeſimaſextaregula
dictum eſt, vſque in infinitum, exemplum
8. 12. 18. 27. aggregatum eſt 65. diuido per
ea exeunt 2 $\frac{11}{27}$. 3 $\frac{11}{18}$. 5 $\frac{5}{12}$. 8 $\frac{1}{8}$. horum om-
nium continua proportio ſexquialtera eſt,
ſequere vt in præcedente regula & ad 5. &
6. & omnes extenditur quantitates.

Productum totius in totum æquale eſt
productioni totius in omnes illius partes. 52

Productum totius in ſeipſum, æquale eſt
producto cuiuſlibet partis in ſeipſam, & in 53
omnem aliam partem, veluti diuido 10. in
5. 3. 2. duco 10. in ſe fit 100. duco 5.& 3.& 2.
in ſe fiunt 25. 9. 4. ſumma 38. duco 5. in 3. bis
fit 30. duco 5. in 2. bis fit 20. duco 3. in 2. bis
fiunt 12. iungo 38. 30. 20. 12. faciunt 100.

Productum medietatis maius eſt producto
partium inuicem inæqualium in quadrato 54
differentiæ, vt 25. quadratum 5. quod eſt
dimidium 10. maius eſt paralelogramo 8.
in 2. quod eſt 16. in 9. quod eſt quadratum 3.
differentiæ inter 8.& 5. vel inter 5.& 2.

Ex præcedente ſequitur quod omnis nu- 55
merus qui ex duobus ſimilibus componitur,
medietatem habet cuius quadratum ex
duobus componitur quadratis veluti 30.
componitur ex 24. & 6. medietas 30. eſt
15. quadratum 225. cōponitur ex 144.& 81.

Productum ex vtraque parte inæquali 56
duplum eſt quadrato medietatis & differen-
tiæ, veluti quadrata 8. & 2. faciunt 68. du-
plum ad 34. conſtant ex quadrato 5. quod
eſt dimidium & quadrato 3. quod eſt diffe-
rentia.

Si diuidatur quantitas per æqualia, & ad- 57
datur ei alia, quadratum coniuncti ex addi-
ta & medietate, æquale eſt ei quod fit ex to-
to in additum, cum quadrato medietatis, vt
10. diuiſum in 5.& additum 3. totum 8. qua-
dratum 64. duc totum cum addito & eſt 13.
in additum quod eſt 3. fit 39. deinde duc me-
dietatem quæ fuit 5. fit 25. adde ad 39.
fit 64.

Cùm verò duxeris totū cum addito in ſe 58
& addideris quadratū additi, fiet totū duplū
ad quadratum dimidij & quadratum additi
cum dimidio, veluti in exemplo 13. in ſe
ductum facit 169.& 3. in ſe facit 9. quæ iun-
cta faciunt 178. cuius medietas 89. conſtat
ex quadrato dimidij quod eſt 25. & quadra-
to additi cum dimidio quod eſt 64. eſt 8. qui
conſtat ex dimidio & adiecto.

Cúmque diuiſeris numerum ſiue quanti- 59
tatem nam regulæ communes ſunt in duas
partes, & duxeris vnam in aliam deinde
productum per aggregatum ex eo quòd pro-
uenit per diuiſionem mutuam vtriuſque par-
tis, fiet totum æquale quadratis ambarum
partium idem de iunctis ſimul. exemplum
diuido 13. in 5. & 8. deinde multiplico 8.
in 5. fit 40. diuido 8. per 5. exit 1 $\frac{3}{5}$, diuido
5. per 8. exit $\frac{5}{8}$, aggrego 1. $\frac{3}{5}$ & $\frac{5}{8}$: & fiunt
2 $\frac{9}{40}$: duco in 40. prius productū & fiunt 89.
& hoc æquatur quadratis ambarum partium
nam 8. in ſe facit 64.& 5. in ſe facit 25. quæ
iuncta faciunt 89.

Cúmque diuiſeris numerum in duo, erit 60
quadratum totius & vnius partis ſimul iun-
cta, æqualia ducti totius in eandem par-
tem bis & quadrato alterius partis, exem-
plum diuido 8. in 5. & 5. duco 8 in ſe fit.
64. duco 3. in ſe fit 9. adde ad 64. fit 73.
duc

duc 8. in 3. bis fit 48. duc 5. in ſe fit 25. adde 48. fit 73.

61 Cumque diuiſeris numerum & addideris alium æqualem vni parti eius, erit quadratum totius compoſiti æquale ductui prioris numeri in partem adiectam quater, cum quadrato alterius partis, exemplum diuido 8. in 5. & 3. addo 3. æquale vni parti, totum fit 11. quadratum eius 121. hoc eſt æquale ei quod fit ex 8. in 3. quater quod eſt 96. nam 4. in 24. producit 96. addito ergo quadrato 5. alterius partis & eſt 25. totum fit 121.

62 Cum fuerint tres numeri ab vnitate continuæ proportionales erit ſecundus radix quadrata tertij, & ſi fuerint quatuor erit ſecundus ℞. cubica quarti & ita de aliis.

63 Cum diuiſeris eundem numerum in duas quantitates maioris differentiæ & duas minoris, paralelogramum minoris differentiæ partium, maius erit reliquo quanto quadratum mediæ differentiæ maioris, excedit quadratum mediæ minoris.

64 Cum fuerint duo numeri quadrati productum eorum erit quadratus, vt 4. in 9. facit 36. igitur 36. quadratus eſt.

65 Cum fuerint duo numeri cubi qui inde producetur erit cubus, veluti 8. in 27. facit 216. qui eſt cubus de 6.

66 Si fuerint numeri continuæ proportionales erunt & quadrati eorum continuæ proportionales, & ſimiliter cubi, eritque proportio quadratorum veluti priorum numerorum duplicatâ, cuborum verò veluti priorum numerorum proportio triplicata.

67 Cùm fuerint duo numeri ſuperficiales ſimiles habebunt tertium in continua proportionalitate medium, quòd ſi habuerint erunt ſimiles.

68 Si fuerint duo numeri ſolidi ſimiles duos habebunt intermedios numeros In continua proportionalitate diſpoſitos, quod ſi habuerint erunt ſolidi ſimiles,

69 Poſſibile eſt duos numeros ſuperficiales ſimiles, eſſe contra ſe primos vt patet ex præcedenti vt 8. & 27.

70 Si numerus quadratus quadratum numerum numeret, radix radicem numerabit, ſi non, non, & ſimiliter de cubis.

71 Numerorum ſuperficialium ſimilium, proportio eſt ex laterum proportionibus compoſita, quòd ſi ſint ſimiles erit proportio eorum veluti quadrati alicuius ad aliquem quadratum: eritque lateris ad latus duplicata.

72 Numerorum verò ſolidorum proportio ſimiliter ex proportionibus laterum conſtat, diciturque proportio octo quantitatum: quæ ſi ſimiles fuerint erit proportio alterius ad alterum, veluti alicuius cubi ad aliquem cubum: ac veluti lateris ad latus proportio triplicata.

73 Si in aliqua proportionalitate continua fuerit aliquis numerus quadratus, tertius ſemper ab illo quintus & ſeptimus & ſic in infinitum erit quadratus, quod ſi aliquis fuerit cubus quartus & ſeptimus & decimus & ſic in infinitum ſemper erit cubus.

74 Si fuerit proportio duorum numerorum ſuperficialium veluti quadrati ad quadratum, ipſi erunt ſimiles, & ſimiliter ſolidorum ſi fuerit proportio ſicut cubi ad cubum ipſi erunt ſimiles.

Si fuerit proportio quadrati numeri ad alium numerum, ſicut erit: & ſimiliter ſi fuerit cubi ad numerum veluti cubi ad cubum, ille alius numerus erit cubus. Ex hac ſequitur quòd in proportione quæ eſt inter numerum quadratum & non quadratum nunquam inuenientur duo numeri quadrati & hæc eſt clauis decimi Euclidis admirabilis 75

Omnis ℞. quadrata numeri cubi eſt numerus cubus. 76

Si fuerint plures numeri continuæ proportionales in ſua proportione minimi, aggregatum ex omnibus ad quemlibet illorum erit primus. 77

Si fuerint duo numeri contra ſe primi, quantus eſt primus ad ſecundum tantum eſſe ſecundum ad tertium eſt impoſſibile: Hâc regulâ facilè ſeiungi poterunt quæſtiones numerorum integrorum ab his quæ ſolis ſurdis perfici poſſunt, quæ doctrina ex ſeptimo & octauo & nono Euclidis excipitur. Et nota quod non dixi *integris* aut *fractis*, quoniam omnis quæſtio ſolubilis per numeros fractos, poteſt etiam ſolui per integros, & ideò non ſeparaui vnum ab altero. 78

Omnis numerus minimus numeratus ab aliquot numeris, numerat omnes numeros numeratos ab illis, veluti 105. numeratur à 3. 5. & 7. & eſt minimus quem illi numerant, numerabit ergo omnes numeros numeratos à. 3. 5. 7. vſque in infinitum. veluti 210. & 315. 79

Omnes numeri compoſiti & in ſua proportione non minimi, numerantur à minimis eiuſdem proportionis æqualiter veluti 24. 36. 100. & 140. qui ſunt in proportionibus ſexquialtera & dupla ſuperbipartiens ſeptem nonas, & ſuperbipartiens quintas, numerantur à 6. 9. 25. & 35. qui ſunt in eiſdem proportionibus minimi, per eundem numerum qui eſt 4. 80

Ex hac etiam dicemus quod cum fuerint duo numeri, & inter eos alij duo vel tres vel quolibet continuæ proportionales totidem inter alios in eadem proportione exiſtentes inueniri neceſſe eſt: ex quo ſequitur quod inter duos numeros exiſtentes in proportione duorum minimorũ, inter quos non cadit numerus medio modo proportionalis, nunquam cadet numerus aut numeri vſque in infinitum, veluti inter 3. & 5. non cadit numerus aut numeri in continua proportionalitate igitur non cadent inter vllos exiſtentes in proportione 5. ad 3. vt inter 40. & 24. & hoc vſque in infinitum. 81

Sequitur etiam quod cum inter duos numeros ſolum vnâ proportione vnus cadat intermedius, & alia duo, & alia tres. Ita in alia proportione exiſtẽtibus illæ proportiones inter mediæ cadere non poſſunt: veluti dicam inter 9. & 4. cadit 6. & 9. & 4. ſunt in proportioné dupla ſexquiquarta: igitur non cadet medium in proportione ſexquialtera inter terminos ſub alia proportione exiſtentes, & vniuerſaliter omni proportioni compoſitæ limitatæ ſunt in numero terminorum ſuæ componentes: & hoc etiam in ſurdis: & ita 82

ſi

ſi ſtatuas 10. & 2. ſolum vno modo licebit vnum intermedium terminum inuenire, vel alia proportione certa & data: vel tres alia
83 & ſic de ſingulis.

Sequitur etiam quod cum ex coniuncta & diſiuncta & æqua proportionalitate de quibus dicetur ſit propoitio totius aggregati terminorum vnius proportionis, ad aggregatum alterius, veluti termini ad terminum: ſic etiam in continuis proportionalitatibus vt dictum eſt etiam in regula hac: veluti ſi congreges 140.100.56.24.ſimul faciunt 300 & itẽ 35.25.9.6.faciunt 75. proportio 300. ad 75.eſt veluti 140.ad 35.& 100.ad 25.& 56.ad 9.& 24.ad 6. Vnde ex hac ſoluuntur illæ inumerabiles quæſtiones difficiles diuidendi numeros in partes continuæ proportionales cum certis conditionibus, nam ſupponere potes nihil eſſe diuidendum ſed operatio fiat cum conditionibus in numeris per te inuentis, deinde congrega & per regulam 3.habebis partes illius numeri eodem modo proportionatas, ita quod conditio diuiſionis nihil addit in difficultate niſi in certis caſibus terminatæ quantitatis.

84 Cùm diuiſeris numerum in partes per numerum, & poſt per plus aut minus, erit proportio differentiæ aduentus ſecundi, ad primum, veluti totius diuiſoris ad primum diuidentem Exemplum diuido 12.per 4. exit 3. diuido modo per 4. p̃. 2. exit 2. differentia eſt 1. qui eſt medietas de 2. & tertia pars de 3. ita 2. additum ad diuiſorem eſt medietas de 4. primi diuiſoris: & tertia pars de 6. ſecundi diuiſoris: ſicut igitur prouentus ſecundi ad primum, diuiſoris primi ad ſecundum & econuerſò ſi quis igitur dicat diuiſi rem per 4. & prouenit decima cenſus: quod ſi diuiderem per 6. erit per regulam 6. ad 4. veluti decimi cenſus ad prouentum ſecundum fac per regulam trium & exibit $\frac{2}{11}$ cenſus: & ſi dicat vellem diuidere per 3. eodem modo ſicut 3. diuiſoris ſecundi ad primum diuiſorem 4. ita decimæ cenſus prouentus primi ad prouentum ſecundum duc 4. in decimam cenſus fit $\frac{4}{10}$ diuide per 3.exit $\frac{2}{15}$ cenſus. Ex hac regula diuides per p̃. & m̃. ad libitum.

85 Omnium quatuor, quantitatum continuæ proportionalium proportio aggregati earum ad coniunctũ ex ſecunda & tertia, eſt veluti primæ & tertiæ ſimul ad ſecundam vt 8. 12.18. 27. aggregatum 65. aggregatum ex ſecunda & tertia 30 proportio 65. ad 30. veluti 26. aggregati ex prima & tertia ad 12. quantitatem ſecundam & ſimiliter proportio tertiæ & quartæ ad primam & ſecundam veluti tertiæ ad primam ſuperiùs etiam generalius hoc diximus experiare, à coniuncta enim proportionalitate pendet.

86 Prouentus vnius quantitatis diuiſæ per quotlibet quantitates, ſiue continuæ ſiue incontinuæ proportionales, ſunt eodem modo proportionales.

87 Si fuerint 4.quantitates incontinuæ tamen proportionales, quarum ſuperficiales numerus primæ in ſecundam, æquetur quadratis tertiæ & quartæ pariter acceptis, erunt quadrata primæ & ſecundæ inuicem ducta, tantum quantum quod fit ex earum ſuperficie in quadrata tertiæ & quartæ pariter accepta. Exemplum 4. & 2. ſunt in proportione dupla ℞. 40. & ℞. 10. ſimiliter ex trigeſima regula huius: igitur cum ℞. 40. in ℞. 10. producat 20. qui eſt æqualis quadratis 4. & 2. pariter acceptis, dico quod quadrata ℞. 40. & ℞. 10. inuicem ducta & ſunt 400. æquantur ductui eius quod fiebat ex ℞. 40. in ℞. 10. & fuit 20. in quadrata 4. & 2. pariter accepta nam 20.in 20.producit 400.

Cùm fuerint 4.quantitates continuæ proportionales, quod ex ductu primæ in ſecundam & producti in tertiam ac iterum producti in quartam æquum erit ductui ſuperficialis numeri producti ex prima in quartam, & ſecunda in tertiam veluti 8.12. 18. 27. duco 8. in 12. fit 96. & hoc in 18. fit 17. 28. hoc. iterum in 27. fit 46656. duco 8. in 27. fit 216. & iterum 12. in 18. fit 216. duco 216. in 216. & fit 46656. 88

Cùm fuerint 4.quantitates quomodolibet ſumptæ erit quadratum aggregati earum æquale quadratis ſingularum partium & ductui vniuſcuiuſque in reliqua omnes, verificatur & hoc in omnibus quantitatibus & pendet ex quinquageſimatertia regula ibi habes exemplum de 5. 3. 2. 89

Omnium trium quantitatum continuæ proportionalium cubus ſecundæ quantitatis, eſt æqualis ductui omnium quantitatum inuicem: veluti 4. 6. 9. cubus 6. eſt 216. duco 9. in 6. fit 54. duco 54. in 4. fit 216. 90

Omnium trium quantitatum continuæ proportionalium ex quarum diuiſione alicuius numeri prouentus congregati ipſarum aggregato æquari debeat, media illius numeri radix erit nam eſt eædem neceſſariò eueniunt quantum aggregatum eſt idem ex ſuppoſito, & proportio exeunti eadem ex regula quadrageſima nona, quare cum ſemper productũ ex primo in tertium ſit æquale quadrato ſecundi ex his quæ dicentur in regula 3. quantitatum igitur conuenit vt medius ſit radix numeri diuidendi. 91

Cùm fuerint aliquot quantitates quomodolibet inuicem ductæ, ſi productum diuidatur per vnam reliquarum, productum adueniet: veluti 3. 5. 7. producunt 105. igitur diuiſo 105. per 7. exit productum 5. in 3. quod eſt 15. & diuiſo 105. per 5. exit productũ de 7.in 3.quod eſt 21.& ita de omnibus. 92

Et ſimiliter deriuatur hoc quod cum fuerint tres quantitates continuæ proportione, quod fit ex duabus maioribus iunctis in minorem duarum, Idem fiet ex duabus minoribus iunctis in maiorem, veluti 12. 6. 3. & 10. & 5. iunge 12, & 6. fit 18. duc in 5. fit 90. & ſic ex 3.& 6. iunctis in 10. fit etiam 90. 93

Pendet hæc ex dicendis in regula 3.cum fuerint tres quantitates continuæ proportionales, quod ex ductu vniuſcuiuſque partis in alteram fiet, ſi diuidatur per duplatum aggregatum omnium, exibit ſecunda quantitas, veluti 4.6.9. productum 9. in 4. & 6. eſt 90. & 6. in 4.& 9. eſt 78. & 4. in 9. & 6. eſt 60. iunge fiunt 228. diuide per duplum aggregati quod eſt 38. 6. quantitas ſecunda. 94

Sunt

95 Sunt & numeri climaterici à ſeptem climatibus deducti auerroes ita exiſtimat hominibus pernicioſi, nos autem in libro de rerum varietate declarauimus non 7. ſed 20. & 9. eſſe conſiderandos, veluti 20. 40. 60. 80. & 9. 18. 27. 36. propterea 63. & 80. & 81. ſunt valde pernicioſi cum duæ numerorum ſeries maleficæ cohæreant in ætate deffecta.

56 Sunt & qui oblectentur puerilibus numeris aut diſtinctis aut ſimilibus veluti 222222. vel 353535. quos multiplicando aduenire deſiderant, hoc ſi diuiſeris numeros habebis ex quorum multiplicatione proueniant ſtultum eſt enim talibus nugis operam dare.

97 Cùm volueris diuidere numerum aliquem in duas partes tales quod diuiſa vtráque parte per reliquam exeuntia iuncta faciant vt pote 4. vel alium numerum, tunc diuides 4. vel numerum quem euenire deſideras in duas partes tales quod inuicem multiplicatæ producant vnitatem, & tales partes erunt prouentus partium numeri primo propoſiti ſe mutuò diuidentium. Exemplum diuide 12. in duas partes ex quarum mutua diuiſione proueniat 5. $\frac{1}{5}$ tunc diuide 5 $\frac{1}{5}$ quod vis prouenire in duas partes quæ inuicem multiplicatæ producant 1. & tales erunt 5. & $\frac{1}{5}$ nam 5. & $\frac{1}{5}$ inuicem ductæ faciunt 1. dico igitur quod prouentus partium 12. mutuo ſe diuidentium aggregantes 5 $\frac{1}{5}$ in prima ſui diuiſione producent 5. & $\frac{1}{5}$ & erunt 10. & 2.

98 Cùm volueris diuidere 12. gratia exempli in duas partes ita quod maiorem diuiſa prodeat aliquis numerus puta 5. tunc adde ſemper 1. ad numerum quem prouenire deſideras & per ipſum diuide diuidendum, qui exit eſt minor pars quâ detractâ à numero diuiſo relinquitur maior Exemplum volo vt ex diuiſione maioris partis 12 per minorem exeat 5. addo 1. ad 5. fit 6. diuido 12. per 6. exit minor pars quæ eſt 2. hanc ſubtraho ex 12. remanent 10. diuiſo igitur 10. per 2. exit 5. & ita per hanc & præcedentem potes diuidere quemlibet numerum in duas partes tales quod vna per alteram diuiſa prodeant duo numeri aggregantes quemvis numerum operando primo per præcedentem deinde per hanc.

99 Cum diuiſeris vnum numerum per alium: & diuiſeris vnum numerum per alium tertium numerum per prouentum, & hunc prouentum vltimum addideris tertio numero, & totum diuiſeris per primum diuiſeris per primum diuiſorem: quod exit eſt tantum quantum aggregatū prouentuum tertij numeri diuiſi per primum & ſecundum. Exemplum ſit 24. quem volo diuidere per 2. & 3. diuido 3. per 2. exit 1. $\frac{1}{2}$. diuido 24. per 1. $\frac{1}{2}$ exit 16. addo 16. & 24. fiunt 40. diuid 40. per 2. exit 20. & tamen prouenit diuiſo 24. per 3. & per 2. exeunt enim 12. & 8. quæ iuncta faciunt 20. & idem procedit ſi diuideres 2 per 3. exit $\frac{2}{3}$ diuide 24. per $\frac{2}{3}$ exit 36. adde ad 24. fit 60. per 3. exit 20. vt priùs. Et ita in

	24	
2		3
	1 $\frac{1}{2}$	
	16	
	40	
	2	
	20	

denominationibus volo diuidere 1. cu. pe 1. ce. p̄. 1. co. & per 1. co. p̄. 1. diuido 1. ce. p̄. 1. co. p̄. 1. exit 1. co. diuido 1. cu. per 1 co. exit 1 ce. addo ad 1. cu. fit 1 cu. p̄. 1. ce. diuido 1. cu. p̄. 1 ce. per 1. co p̄. 1. exit 1. ce. & hoc eſt quod prouenit ex aggregato prouentus 1 cu. diuiſi per a. ce. p̄. 1 co. & 1 co. p̄. 1.

1 cu.
1. ce. p̄. 1. co. 1. co. p̄. 1.
1 co.
1 ce.
1 cu. p̄. 1 ce.
1 c. p̄. 1.
———
1 ce.

Cùm volueris diuidere numerum vt partes certum multiplicatæ producant numerum quadra medietatem illius numeri diuidendi & a producto auferes numerum quem vis producere & ℞ reſidui addita & diminuta à dimidio conſtituit tales partes. 100

Veluti volo diuidere 7. in duas partes quæ inuicem multiplicatæ producant 10. diuido 7. per æqualia fiunt 3 $\frac{1}{2}$ quadrato 3 $\frac{1}{2}$ fit 12. $\frac{1}{4}$ detraho 10. remanent 2 $\frac{1}{4}$ capio radicem 2 $\frac{1}{4}$ & eſt 1 $\frac{1}{2}$ detraho à 3 $\frac{1}{2}$ fit 2. addo ad 3. $\frac{1}{2}$ fit 5. & ita partes quæ multiplicatæ producunt 10. ſunt 5. & 2.

Et ex hoc ſciemus diuidere numerum in duas partes quarum quadrata iuncta faciant determinatum numerum quadrabimus enim diuidendum & ab eo quadrato auferemus numerum quē volumus quod aggregent quadrata partium & reſiduum diuidemus per æqualia deinde per præcedentem taliter diuidemus numerum diuidendum quod partes inuicem multiplicatæ producant illam medietatem tales partes erunt quæſitæ videlicet quarum quadrata iuncta facient numerum propoſitum. 101

Exemplum volo diuidere 7. in duas partes quarum quadrata faciant 29. quarto 7. fit 49. detraho 29. remanent 20. diuido 20. fiunt 10. tunc per præcedentē diuidam 7. in duas partes ex quarum multiplicatione vnius in alteram fiat 10. & tales erunt 5. & 2. igitur 5. & 2. erunt partes quæſitæ quarum quadrata iuncta ſunt 29.

Et ex his habebimus duos numeros quorum quadrata iuncta faciunt certum numerum, & ex ductu vnius in alterum quicunque alius numerus producatur vt volo duos numeros quorum quadrata iuncta ſint 30. & productum vnius in alterum ſit 9 $\frac{1}{2}$ duplica 9 $\frac{1}{2}$ fit 19 adde ad 30. fit 49. accipe ℞. quæ eſt 7. tunc per centeſimam regulam diuides 7. in duas partes quæ inuicem multiplicatæ producant 9 $\frac{1}{2}$ & tales erunt quantum quadrata iuncta faciunt 30. & ita faciliter ſoluitur quæſtio quæ per algebram eſt difficilior, poteſt etiam ſolui per quantitatem ſurdam. 102

Et ex hoc etiam habebimus quod ſi quis dicat diuide gratiâ exempli 10. in duas partes ita quod aggregatum prouenientium ex mutua diuiſione, cum diuiſerit quadrata vtriuſque partis, prodeuntia faciant iuncta puta 16. ſufficit diuidere 10. in duas partes quæ inuicem ductæ faciant 16. & tales erunt 8. & 2. ex quarum mutua diuiſione producitur aggregatum 4. $\frac{1}{4}$ cum igitur diuiſeris quadrata 8. & 2. & quæ ſunt 64. & 4. 103

per

per $4\frac{1}{4}$ & exeuntia iunxeris fiet aggregatum 16. vt patet.

104 Cum fuerint quotlibet quantitates proportionales continuæ vel incontinuæ, tantum producitur ex extremis inuicem ductis quantum ex intermediis: veluti ſint. 16. 24. 36. 54. 81. tantùm fit ex 16. in 81. & eſt 1296. quantùm ex 24. in 54. & quantùm etiam ex 36. in ſe, nam omnibus modis producitur 1296. & ita 4. & 3. & 20. & 15. multiplica 4. in 15. fit 60. & 3. in 20. fit idem ideò, ſi fuerint tres quantitates continuæ proportionales tantum producitur à media in ſe ipſam quantum ex extremis inuicem: veluti 4. 6. 9. tantum facit 4. in 9. quantum 6. in ſe, & ita de aliis & ex hac orta eſt regula 3. quantitatum ad mercaturas vtilis & tenet regula hæc generaliter in omni proportione.

105 Cum quadruplum producti ex duabus quantitatibus inuicem ex totius quadrato detraxeris reſidui ℞. eſt differentia illarum, veluti productum 5. in 3. eſt 15. quadruplum eo. detrahe à quadrato aggregati 5. & 3. quod eſt 8. cuius quadratum eſt 64. remanent 4. cuius ℞. eſt 2. differentia.

106 Maiore duarum quantitatum diuiſa per minorem, & exeunte multiplicato per maiorem, productum eſt æquale ei quòd aduenit diuiſo quadrato maioris per quantitatem minorem: veluti capio 10. & 2. diuido 10. per 2 exit 5. multiplico 5. in 10. fit 50. & tantum prouenit diuiſo quadrato 10. quod eſt 100. per 2.

107 Cùm diuiſeris totum per ſuas partes, & prouenientia iunxeris erit prouentuum aggregatum maius aggregato prouentuum partium ſe mutuo diuidentium ſemper in 2. exemplum 3. & 12. conponunt 15. diuide 15. per 3. exit 5. & per 12. exit $1.\frac{1}{4}$ iunge 5. & $1\frac{1}{4}$ fiunt $6.\frac{1}{4}$: & ideo diuiſis 12. per 3. & 3. per 12. exibit $4\frac{1}{4}$ quod eſt minus quam $6\frac{1}{4}$ in 2. & hoc erat quod volumus.

108 Cúmque volueris numerum diuidere vt productum certam proportionem obtineant ad diuiſionem vnius partis per alteram, veluti volo diuidere 100. in duas partes ita quòd vná multiplicatá per aliam, ſit nonupla ad id quod fit diuiſâ vnâ per aliam tunc minor pars erit ℞. illius proportionis, & ideò cum ℞. nonuplæ ſit 3. erit minor pars 3. & maior 97. vnde multiplicato 97. per 3. fit 291. diuiſo 97. per 3. exit $32\frac{1}{3}$: & 291. ad $32.\frac{1}{3}$ eſt in proportione nonupla.

109 Cùm autem volueris inuenire duos numeros ex quorum multiplicatione proueniat puta 14. & differentia quadratorum ſit 45. gratiá exempli. diuide differentiam quæ eſt 45. fit $22.\frac{1}{2}$ quadra fit $506.\frac{1}{4}$: quadra 14. fit 196. iunge ſimul fiunt $702.\frac{1}{4}$. accipe ℞. $702.\frac{1}{4}$ & eſt $26.\frac{1}{2}$. adde eam dimidio differentiæ & eſt $22\frac{1}{2}$. fiunt 49. cuius ℞. eſt 7. & 7. eſt maior numerus diuide igitur 14. per 7. exit 2. & 2. eſt minor, & ambo producunt 14. inuicem multiplicati & differentia quadratorum eſt 45. vt propoſitum eſt.

110 Cùm volueris diuidere numerum in duas partes ita quod aggregatum ex quadratis ambarum, excedat productum vnius in alteram, in certo numero, veluti volo diuidere 10. ita quòd quadrata partium ſimul iuncta faciant 37. plus producto vnius in alteram, diuide 10. fit 5. multiplica in ſe fit 25. ſubtrahe 25. ex 37 remanent 12. hunc ſemper diuide per 3. exit 4. cuius ℞. addita & detracta ex 5. facit 7. & 3. partes quæſitas.

Sint tres numeri vtpote 17. 13. 5. & ve- 111
lim diuidere 13. in duas partes, ita quód vna diuiſa per aliam prouentus iuncti faciant numerum qui ductus in 5. producat 27. tunc dices igitur diuidendo 17 per 5. exibit $3\frac{2}{5}$ & hoc erit aggregatum prouentum, dices igitur per regulam nonageſimamſeptimam huius capituli diuide 13. in duas partes ex quarum mutua diuiſione prouentus aggregati faciant $3.\frac{2}{5}$ & hic modus regrediendi eſt valde vtilis in operationibus algebræ.

Si quis aſſumat tres numeros vtpote 10. 112
24. 102. & dicat diuide 10. in duas partes ex quarum mutua diuiſione prodeant duo alij numeri diuidentes 24. in duas partes aggregantes 102. tunc diuide vltimum numerum qui eſt 102. per ſecundum qui eſt 24. exit $4.\frac{1}{4}$. deinde diuide 10. in duas partes ex quarum mutua diuiſione conſurgit $4.\frac{1}{4}$ per regulam nonageſimamſeptimam huius capituli & tales partes erunt 2. & 8. diuide mutuò conſurgunt 4. & $\frac{1}{4}$ diuide 24. per $\frac{1}{4}$ exit 96. diuide 24. per 4. exit 6. iunge 6. ad 96. fiunt 102. quod eſt propoſitum.

Quadrata duorum numerorum iuncta 113
æqualia ſunt ductui aggregati ex diuiſione mutua in productum vnius in alterum: veluti 4. & 6. iungo quadrata illorum faciunt 52. diuido 4. per 6. exit $\frac{2}{3}$: & diuido 6. per 4. exit $1\frac{1}{2}$: iungo fiunt $2\frac{1}{6}$ duco $2\frac{1}{6}$ in 24. quod eſt productum 4. in e. fiunt 52. vt prius.

Cum fuerint duo numeri ſola vnitate 114
differentes & maior per minorem diuiſus fuerit, exiens tantùm facit aggregatus maiori quantum in maiorem multiplicatus: veluti diuido 5. per 4. exit $1.\frac{1}{4}$ qui additus ad 5. vel in eum multiplicatus facit idem quod eſt $6.\frac{1}{4}$.

Et his duabus regulis formari poſſunt diuerſi caſus, & impoſſibiles, qui tamen ignoratis his regulis poſſibiles exiſtimabuntur.

Si fuerint duo numeri vt pote 24. & 10. 115
& detrahatur minor à maiore vtpote 10. a 24 fiet 14. reſiduum: quòd ſi detrahatur a quadrato dimidij minoris demptâ vnitate & eſt 16. nam eſt dimidium 10. demptá vnitate remanet 4. cuius quadratum eſt 16. dempto igitur 14. reſiduo à 16. remanent 2. cuius 6. acceperis ℞. & addideris ad medietatem 10. p̄. 1. & eſt 6. fiet 6. p̄. ℞. 2. & detraxeris à medietate 10. m̄. 1. & eſt 4. fiet 4. m̄. ℞. 2. & differentia 6. p̄. ℞. 2. & 4 m̄. ℞. 2. eſt 2. p̄. ℞. 8. dico igitur quod multiplicando 6. p̄. ℞. 2. in 4. m̄. ℞. 2. & addendo differentiam quæ eſt 2. p̄. ℞. 8. producetur 24. qui eſt numerus maior, ducere autem 4. m̄. ℞. 2. in 6. p̄. ℞. 2. & addere differentiam non eſt niſi detrahere differentiam

rentiam quæ eſt 2.p̃. ℞.8.ex 24.& remane-
bit productum 4:m̃. ℞.2.in 6.p̃.℞.2.& hoc
nota detrahe igitur 2. p̃. ℞.8. ex 24. fit 22.
m̃.℞.duco 6.p̃.℞.2.in 4. m̃.℞.2.fit 22.p̃. ℞.
32.m̃.℞.72.ſed 22.p̃.℞.32. m̃.℞.72.eſt 22.
m̃.℞.8.quia detracta ℞.32. ex ℞.72. relin-
quitur ℞.8.per dicta in capitulo de ſubtra-
ctione ſurdorum.

116 Si ſint duo numeri vtpote 24.& 10. &
velis diuidere 24. in duas partes in quarum
medio cadat 10. in continua proportionali-
tate, quadra dimidium maioris quod eſt
12. fit 144. detrahe quadratum minoris
quod eſt 100. remanet 44. cuius ℞. addi-
ta ad 12. & diminuta faciet duos nume-
ros inter quos 10. cadit in medio in conti-
nua proportionalitate, & erunt 12.p̃. ℞.
44. & 10.& 12. m̃. ℞. 44. quare producto
12.p̃.℞.44.in 12. m̃. ℞.44. fiet quadratum
10. quod eſt 100. & ita patet quod eadem
operatione diuiſiſti 24. in duas partes qua-
rum multiplicatio tantùm facit inui-
cem quantum minor quantitas in ſe du-
cta.

117 Cùm fuerint duo numeri quorum ma-
iorem in duas diuidere volueris partes, qua-
rum quadrata iuncta æqualia ſint quadra-
to minoris numeri: tunc detrahe quadra-
tum dimidij maioris à duplo quadrati di-
midij minoris, & reſidui ℞. iuncta & de-
tracta à dimidio maioris perficiet partes.
Exemplum ſint 14.& 10.volo diuidere 14.
in duas partes quarum quadrata faciant
iuncta 100. quod eſt quadratum 10.diuido
14.fit 7. diuido 10. fit 5. duco 7.in ſe fit
49.duco 5.in ſe fit 25.duplico 25. fit 50.de-
traho 49.ex 50.remanent 1. accipio eius ℞.
quæ eſt 1.quam addo ad 7.detraho à 7.fiunt
partes illæ 8.& 6.

118 Cùm aliquis numerus numerat totum
numerabit dimidium & quartam partem,
& octauam partem, & ſic in infinitum, &
ita duplum quadruplum octuplum & ſic in
infinitum: veluti 3.numerat 15. per 5. nu-
merabit & 7.$\frac{1}{2}$ per 2$\frac{1}{2}$: & 3$\frac{3}{4}$ per 1$\frac{1}{4}$: &
1$\frac{7}{8}$ per $\frac{5}{8}$: & ita numerabit etiam 30. per
10.& 60.per 20.quare ex hoc ſequitur.

Quòd ſi ſint 6.cu. m̃. 4. ce. æqualia 34.
co. p̃. 24. igitur erunt 6. cu. m̃. 4. ce. p̃.
34.co. p̃. 24. duplum de 6.cu. m̃. 4. ce. addo
igitur 24. ce. communiter, & eſt adde-
re 12.ce. vnicuique parti: fiet totum 6. cu.
p̃. 20. ce. p̃.34. co. p̃.24. hoc autem poteſt
diuidi per 3.co.p̃.4.& exeunt 2.ce.p̃.4. co.
p̃. 6. quare numerabit 3. co p̃.4. dimidium
eius etiam quod fuit 6.cu p̃.8.ce per dimi-
dium quod eſt 1 ce.p̃.2. co.p̃.3.ſed 3.co. p̃ 4.
numerant 6. cu.p̃. 8. ce.per 2. ce.ex ſuo ca-
pitulo: igitur 2 ce.æquantur 1.ce. p̃. 2. co.
p̃.3.igitur 1. ce.æquatur 2. co.p̃.3.igitur tan-
dem à primo ad vltimum ſi 6. cu. m̃. 4. ce.
æquantur 34.co. p̃. 24.erit 1 ce. æqualis 2.
co.p̃.3.igitur res valet 1. p̃. ℞. 4. ſi igitur 6.
cu. æquantur 4. ce. p̃. 34. co. p̃. 24. valor
rei eſt 1 p̃. ℞. 4. & eſt 3.

Omnis etiam numerus numerans totum
& detractum numerat reſiduum. veluti ſi
4. numerat 24. & 16. numerabit etiam
reſiduum quod eſt 8.

119 Cùm volueris diuidere aliquem nume-
rum in duas partes ita vt quadrata iuncta
cum multiplicatione vnius in alteram fa-
ciant aliquem numerum puta 28. tunc qua-
dra illum numerum qui ſit puta 6. fit 36. &
ab eo detrahe 28.remanent 8. deinde qua-
dra dimidium maioris radicis id eſt 6. cu-
ius dimidium eſt 3. fit 9. ab eo detrahe 8.
remanet 1.cuius ℞.eſt 1.addita ad 3 facit 4.
dempta à 3.facit 2. & ita diuiſimus 6. in 4.
& 2. quorum quadrata iuncta ſunt 20. ad-
ditá multiplicatione 2.in 4.fit 8. totum igi-
tur 28.

Cùm volueris diuidere aliquem nume- 120
rum in 4.partes quarum quadrata, ſint du-
pla ad quadrata reliquarum partium: tunc
differentia intermediarum quantitatum eſt
æqualis minori quantitati exemplum diuide
15. in 4. quantitates quarum quadratum
duarum iuncta ſint duplum quadratis reli-
quarum duarum, tunc vides quòd illæ par-
tes ſunt 7. 4. 3. 1. & ita quadrata 7. &
1. iuncta ſunt 50. & quadrata 4.& 3.iun-
cta ſunt 25. quod eſt dimidium de 50. igi-
tur differentia 4. & 3. eſt 1. & 1: etiam eſt
quantitas minor, & hæc regula non tenet
niſi in integris & non tenet etiam in con-
uerſis.

Cùm autem volueris diuidere numerum 121
vt quod fit ex ductu ℞.partium inuicem im-
pleat aliquem numerum, veluti volo diui-
dere 20.ita quod ℞.partium inuicem ductæ
faciant 8. tunc quadrabis dimidium 20. &
eſt 10.fit 100. à quo deme quadratum 8.
quod eſt 64. remanet 36. cuius ℞. eſt 6.quæ
addita ad 10. dimidium 20. & detracta fa-
cit 16.& 4. numeros componentes 20.quo-
rum ℞.inuicem ductæ producunt. 8.

Cùm volueris diuidere numerum puta 122
10. ita quod partes inuicem ductæ faciant
aliquem numerum, plus ſuâ radice, vtpo-
te 6. p̃. ℞. 6. multiplica dimidium diuidendi
in ſe quod eſt 5.in ſe facit 25.à quo auferes
6.p̃.℞.6.remanebunt 19.m̃.℞. 6. cuius caci-
pe ℞.V.& eſt ℞.V.19.m̃.℞. 6.hanc & cdda
minue à 5.quod eſt medietas fient dictæ par-
tes 5.p̃.℞.V.19.m̃.℞.6.& 5.m̃.℞. V.19. m̃.
℞. 6. & hæc inuicem ductæ faciunt 6. p̃.
℞.6.& iunctæ etiam faciunt 10.& ita in re-
liquis.

Differentia duorum numerorum diuiſa per 123
aggregatum radicum producitur radicum
differentia, & è contra: vnde ductis inuicem
differentia duarum radicum cum aggregato
earundem producitur differentia numero-
rum, veluti ſi quis dicat diuide 10. per 3.
p̃.℞.19. reſpondebis quod exibit ℞.19.m̃.3.
nam 10.eſt differentia inter 19.& 9. quarum
radices ſunt ℞.19.& 3. igitur diuiſo 10. qui
eſt differentia numerorum, per aggregatum
℞.9.& 9.& eſt 3.p̃.℞.19. prouenit differen-
tia radicum 19.& 9.& eſt ℞.19. m̃.3. quare
patet exemplum.

Cùm volueris diuidere 34. ita quod reſi- 124
dua radicum ſint 2.quadrabis 2. fit 4. detra-
he ex 34.fit 30.diuide 30.fit 15. multiplica
in ſe fit 225. dimidia etiam 34.fit 17. qua-
dra fit 289.detrahe 225.ex 289. remanent
64.cuius ℞.eſt 8.addita ad 17. dimidium di-
uidendi & detracta oſtendit 25. & 9.partes
34. quarum radices differunt in 2.cumque

in aliqua regula ex omnibus his quæſtio ad finem non poteſt deduci nec in numeris, nec in ſurdis, tunc talis quæſtio eſt impoſſibilis quare aduerte.

125 Cùm volueris diuidere 10. ita quod radices partium iunctæ faciant 4. exempli gratiâ: multiplica 4. in ſe fit 16. detrahe 10. remanent 6. diuide 6. fit 3. multiplica 3. in ſe fit 9. multiplica etiam 5. dimidium maioris in ſe fit 25. detrahe 9. à 25. remanent 16. cuius ℞. eſt 4. quæ addita & diminuta à 5. facit 9. & 1. quorum radices iunctæ ſunt 4.

126 Cùm fuerint duæ quantitates à quarum maiore detractis aliquot radicibus, tantum producatur quantum additis totidem radicibus minori, tunc numerus productus eſt medio modo proportionalis, & è contra: veluti capio 25. & 9. & aufero duas ℞. 25. & ſunt 10. remanent 15. & adde duas ℞. 9. ad 9. fit 15. igitur 9. & 25. ſunt habentia 15. medio in continua proportionalitate, & ita 4. & 10. & 25. ſunt continuè proportionalia, & ideò 10. eſt 3. ℞. m̄. de 25. & 3. ℞. p̄. de 4. nam ℞. 25. eſt 5. & triplum eſt 15. detractum à 25. remanent 10. & ℞. 4. eſt 2. triplum eſt 6. additum ad 4. facit 10.

127 Et ponamus quod diuidam aliquem numerum puta 12. in 8. & 4. gratiâ exempli, ex quorum diuiſione mutua prodeunt 2. & $\frac{1}{2}$: nam 8. diuiſum per 4. producit 2. & 4. diuiſum per 8. producit $\frac{1}{2}$: deinde accipe quemuis numerum vtpote 40. dico quod aggregatum ex quadratis partium prioris numeri id eſt 4. & 8. & eſt 80. diuiſum per aggregatum prouentuum quod eſt $2\frac{1}{2}$: & eſt 32. nam diuiſo 80. per $2\frac{1}{2}$ exit 32. dico igitur quod proportio 40. numeri aſſumpti vltimo ad ipſum 32: eſt veluti aggregati prouentium 40. diuiſi per 8. & 4. & eſt 15. ad primum numerum qui fuit 12. nam 40. ad 32. eſt ſexquiquarta ſicut 15. ad 12.

128 Cum diuiſeris vtpote 20. per 4. erit 5. & ſimiliter multiplicato 20. per 4. fiunt 80. dico quòd tantum faciet ducere 5. in 80. quantum 20. in ſe: nam vtroque modo producitur 400. & ſimiliter tantùm faciet diuidere 80. per 5. quantum ducere minorem quantitatem in ſe nam vtroque modo prouenit 16.

129 Si duæ quantitates vnam multiplicent aggregatum vero productorum ab illarum producto diuidatur, erit prouentus adueniens æqualis aggregato prouenientium ex illa quantitate diuiſa per ambas: veluti habeo 5. & 3. quos multiplico in 7. fiunt 56. prouenienti iuncta deinde multiplico 3. in 5. fiunt 15. diuido 56. per 15. exeunt $3\frac{11}{15}$: & tantum proueniet diuiſo 7. per 3. & per 5. & iunctis prouenientibus nam diuiſo 7. per 3. exit $2\frac{1}{3}$: & diuiſo 7. per 5. exit $1\frac{2}{5}$ qui iuncti faciunt $3\frac{11}{15}$.

130 Cum aliquis numerus in ſeipſum cubicæ ducitur, tantum fit quantum ex partibus ſuis cubicæ ductis, atque vtraque earum in alterius quadratum ſemel, & in ſuperficiem vnius in alterum bis: vnde manifeſtum eſt cubum totius æqualem eſſe cubis ambarum partium & ductui vtriuſque partis in alterius quadratum triplicato, veluti ſit 10. cuius cubus eſt 1000. & diuidatur 10. in 7. & 3. deinde cubetur 7. fit 343.

10	1000	
7	7	Partes
343	27	cubi
49	9	quadrati
3	7	Partes
147	63	productum
441	189	triplum
343		
27		
441		
189		
1000		Summa

cubetur 3. fit 27. iunge fiunt 370. deinde quadra 7. fit 49. multiplica per 3. fit 147. triplica fit 441. adde ad 370. fiunt 811. deinde quadra 3. fit 9. duc in 7. fit 63. triplica fit 189. adde ad 811. fiunt 1000. præcisè.

131 Ex hoc patet quod cubus numeri maioris ſuperat cubum minoris in cubo differentiæ, & triplo eius quod fit ex quadrato differentiæ in minorem numerum & quadrato minoris numeri in differentiam.

132 Cubus medietatis alicuius numeri excedit productum ex maiore parte illius numeri in quadratum partis minoris, in eo quòd componitur ex minore in quadratum differentiæ & differentia in quadratum dimidij, exemplum diuido 10. in duas partes æquales & fit 5. & duas inæquales & ſint 7. & 3. dico quod cubus 5. & eſt 125. excedit productum 7. in quadratum 3. quod eſt 9. & eſt 63. in producto differentiæ quæ eſt 2. in quadratum dimidij quod eſt 25. & fit 50. & producto minoris partis quæ eſt 3. in quadratum differentiæ quod eſt 4. & eſt 12. nam 50. & 12. faciant 62. quæ iuncta cum 63. faciunt 125. & ita in aliis.

133 Cubus medietatis exceditur à producto minoris partes in quadratum maioris, ab eo quod fit ex differentia in quadratum medietatis, detracto eo quod fit ex maiore parte in quadratum differentiæ, igitur cubus medietatis cum eo quod fit ex quadrato medietatis in differentiam, æquatur producto minoris partis in quadratum maioris, & ex maiore in quadratum differentiæ veluti 7. in ſe facit 49. & 3. in 49. facit 147. & 7. in 4. quod eſt quadratum differentiæ facit 28. adde ad 147. fit 175. & tantùm eſt cubus 5. & eſt 125. cum eo quod fit ex quadrato 5. in differentiam, quadratum 5. eſt 25. in 2. facit 50. additum ad 125. fit 175.

134 Cubus omnis medietatis æquatur producto partium inæqualium inuicem & in medietatem cum eo quod fit ex medietate in quadratum differentiæ veluti diuido 10. fit 5. item in partes inæquales fit 7. & 3. multiplico 7. in 5. fit 35. in 3. fit 105. & multiplico differentiam in ſe fit 4. & poſt multiplico 4. in 5. fit 20. adde ad 105. fit 125. & tantus eſt cubus 5.

Cùm

135 Cùm fuerint 5.numeri quorum primus ſit maior ſecundo & volueris primum diuidere per talem numerum vt exiens æquetur tertio numero addito ei quod prouenit diuiſo ſecundo per eundem diuiſorem veluti ſit 36.primus numerus 4. ſecundus 16. tertius volo diuidere 36. per talem numerum vt exiens æquetur 16. & ei quod prouenit diuiſo 4. per eundem diuiſorem tunc detrahe 4 ſecundum numerum ex 36. primo remanent 32.diuide 32.per 16. exit 2.numerus quæſitus nam diuiſo 36. per 2. exit 18.& diuiſo 4. per 2.exit 2. qui additi ad 16.faciunt 18.

136 Omnium duorum numerorum exceſſus quadrati maioris ad quadratum minoris tantus eſt quantus eſt numerus productus ex aggregato illorum differentiam eorundem veluti capio 7. & 4. quadratorum differentia eſt 33. nam quadratum 7. eſt 49.& quadratum 4. eſt 16. quorum differentia eſt 33.dico igitur quod 33. producitur ex aggregato 7. & 4.& eſt 11. in differentiam 7.& 4.& eſt 3.nam 3.in 11.facit 33. & ita de aliis.

Capvt XLIII.

De Myſticis numerorum proprietatibus.

SVnt & diuinæ quædam nūmerorum virtutes religione ac rerum ipſarum ordine celebratæ, quas qui intelligit ad arcana ſecretiora penetrare poterit, vnde illa Hierarchiarum cœleſtium diuina Dionyſij Areopagitæ ennarratio explicari poterit: in genere autem ſacri Codices hos celebrant numeros: In primis vnitatem provt ſuperius explicauimus poſt. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 20. 21. 22. 24. 25. 30. 38. 40. 42. 46. 50. 60. 72. 77. 80. 83. 99. 100. 112. 120. 150. 153. 200. 300. 400. 500. 600. 666. 1000. 10000. 12000. 100000. 144000. 1000000. 100000000. 1000000000. Omnes autem numeri ſunt 54.quos non ab re ſcire puto non ſolum ob Sacræ Paginæ intellectum & diuinæ Maieſtatis reuerentiam, ſed etiam ob futurorum euentuum cognitionem cum ſingula propria habeant ſignificata 1. Deum propriæ oſtendit atque quæ ex eo fidem, Baptiſma, congregationem, pacem. 2. mandata, fœdus, Chriſti naturam: diuiſionem bonorum & malorum 3.Diuinas perſonas,leges diuinam, moralem,naturalem,Chriſti myſteria & perfectionem omnem nam eo comprehenduntur principium medium finis futurum præſens præteritum dimenſionis & animæ ſufficientia. 4 in præfigurationibus Euangeliſtarum & ſacri Codicis myſteriis tribuitur finem etiam noſtrum quantum ex 4. coaleſcimus elementis, & in illa redimus, plagas etiam orbis. 5.in Moſayca perfectione, in vulneribus Chriſti: 6.eâ feriâ creatus mundus, Chriſtus paſſus,eâ ætate in mundum venit: vitæque humanæ curſus demonſtratur. 7. dona Spiritus ſancti requiem & ſabbatum vetus Teſtamentum & vniuerſam Eccleſiam. 8.futuræ reſurrectionis oſtendit myſterium, & beatitudinem. 9. ordines Hierarchiarum,& Chriſti paſſionem, & imperfectionem ſignificat, quantum à denario deficit. 10.perfectionem ſignat,vnde numerus fuit præceptorum, & complementum ordinum cœleſtium oſtendit, vnde decima dragma humanum genus redimēdum declaratur. 11.defectum & præuaricationem legis, & vocatos ad diuina nouiſſimè præſignat. 12. Apoſtoli, Patriarchæ, Principes, fontes, lapides à Iordane ſublati in altari poſiti: Prophetæ iudicium ſedebunt enim iudicaturi 12,domus Iſraël: vnde etiam cophinorum numerus ſuperfuit in teſtimonium. 13. apparitionem Domini notat, Stella enim eo die apparente Magi adorauerunt. 14. Paſſionem Chriſti ex immolatione Agni, decimaquarta Luna Aduentum Domini in carne, & duplicata Spiritus ſancti dona oſtendit. 15. Aſcenſionem ad diuina ex gradibus in canticis Pſalmorum, perfectionemque vitæ huius & complementum vtriuſque Teſtamenti in Paſſione Domini. 16. Prophetas complectitur omnes, 4. maiores qui ſunt Eſaias, Hieremias, Ezechiel, Daniel, & 12. vocatos minores & choros merito Sanctorum vtriuſque Teſtamenti. 17. lauacrum baptiſmi ex Noë figura diluuij. 18. perfectionem operum in triplici ſtatu. 20. geminatam gratiam mandatorum Dei ex dilectione cum charitate, vt in Iacob ad Iabam deſignatur. 21. trium hebdomadum Danielis myſterium oſtendit, ſubſidium diuinæ bonitatis poſt præteritas calamitates. 22. cognitionem perfectam diuinæ Scripturæ,nam totidem libris Teſtamentum vetus abſoluitur. 24.myſteria ſuperna ex laudantibus ſenioribus indicat,abſolutúſque numerus eſt vtriuſque Teſtamēti ſapientes oſtendens. 25.Apoſtatæ à fide cognoſcuntur vt Ezechielis.c.octauo.at 30.vitam connubialē ſanctam atteſtatur, & maturam perfectionem operū, & præcioſam Chriſti venditionem inſinuat. 38. imperfectam & languidam charitatem erga Deum, & homines,oſtendit,infirmamque fidem vnde Plaraclitus 38.annis ad Piſcinam ſedebat. 40. omni expiationi accommodatur, Ieiunio,pœnitentiæ, vnde Quadrageſima etiam ab hoc dicta,& omnia quibus expiatio fieri ſolet Quadrageſimo abſoluuntur vt etiam ſic peſtis contagione ſuſpectos perfectis diebus 40. abſoluamus 40.annis Propheta fletū commemorat quaſi expleto Iam expiationis tempore tēpus liberationis à Domino iure debeat impetrari.42. peregrinationem vitæ huius & ſeculi generationes & longanimitatem Dei in præſerendis peccatis noſtris oſtendit:eò delata Ieroſolyma vt in præfiguratione Leonum oſtēſum fuerat per Heliſæum in Betel. 46. ædificationem Templi ex qua incarnatio ac generatio Chriſti deſignabatur nam 6.in 46. faciunt dies 276.at 50.eſt relaxationis.Vnde Iubilæus eo anno ſtatuitur: pleniſſimámque quietem à reſurrectionis die: promulgationē etiam Dei mandatorū oſtendit 60.eſt viduorum deſignatrix vt in parabola ſeminis & & perfectam mandatorum Dei cuſtodiam demonſtrat,conſtat enim ex.10. ac.6.multiplicatis.72.Diſpulorum Chriſti numerus non

abſque myſterio, nam vt per ſuperbiam in 72. linguas ſermo in Babel diuiſus eſt, ita per vnitatem fidei 72. Diſcipulis linguarum facta eſt vnitas, & cum innumeri legantur 70 viros electos quibus Deus ſpiritum infunderet ac 70. palmæ Diſcipulorum præfiguratrices, nihil hoc moueat cum veteris Teſtamenti imperfecta ſit quædam imago, eius quod in nouo per gratiam perfici debuit. 77. ſummam peccatorum multitudinem & im̃enſæ diuinæ miſericordiæ teſtimonium figurat. 80. Circumciſionem antiquæ legis. 83. etiam illius Sacerdotium deſignat. 99. iuſtorum numerum quemadmodum in parabola ouium præfiguratur: vnde peccatorum iuſtificatorum adiecta præditâ oue numeri perfectio in 100. oſtenditur: per quem etiam virginitatis candor 112. poſt Reſurrectionis redemptionem æternæ lætitiæ ac beatitudinis imago eſt: vnde etiam Pſalmus ille iugiter Dominum à pueris edocet laudandum 120. non vitæ omnino ſed potiùs pœnitentiæ expectatio eſt: vnde ad Noë non ſpiritum vltra id temporis in carne dimiſſurum promittit: fuit enim antequam fieri archa inciperet ad Noë admonitio hæc: porro arca 100. annis perfecta eſt: vt conſummatio operum humanæ vitæ & mutatio ſeculi per hoc oſtenderetur: eſt & in 120. complementum humani myſterij, cum ad diuina conuertitur: 120. annorum mortuus Moſes, & in 120. homines primo cecidit Spiritus ſanctus: tanta fuit altitudo Templi: habet enim perfectionem in vtroque Teſtamento cum ex naturali numerorum ſerie ad 15. vſque conſurgat: myſterium etiam 150. pſalmorum coæquatione, probat: & abſolutionis peccatorum, tot enim diebus terra diluta à diluuio fuit 153. ſanctam electorum Eccleſiam piſcatione præfigurat 200. perfectionem omnem naturalis ſapientiæ oſtendit 300. crucis myſterium per thau deſignatũ: & liberationem ac victoriã per Gedeon demonſtratam per Chriſtũ expletam volunt: & quidam per 318. Abrahæ vernaculos Niceni Conciliũ quo hoſtilis hæreſis fuſa eſt deſignari, nam in eo totidem fuĕre Epiſcopi 400. duram ſeruitutem 500. quietis perfectionem figurat 600. completam humanorũ operum ſeriem atque vltimam perfectionem cómonſtrat ſed 666. numerus totius perfectionis poſtquam Pſeudo-propheta regnare oſtenditur Maumethes, vnde Apocalypſis decimotertio numerus enim hominis eſt & numerus eius 666. verum dices Maumethes anno ſalutis 621. legem promulgauit anno 634. mortuus eſt potius vt in ſecundo aſtronomicarum lucubrationum demonſtratum eſt anno ſalutis 619. & mortuus eſt ſexcenteſimotrigeſimoſecundo at plurimi exiſtimant eum 63. vitæ anno vita functum: cum ſexcenteſimotrigeſimoſecundo annorũ eſſet 34. erit igitur vt 63. annus vitæ Maumethi ſit 661. aut ſecundùm Euangeliſtam, igitur numerus perfectus pro imperfecto ſupponitur, aut vt ibidem dicitur hic ſapientia eſt, quòd habet intellectum computet numerum beſtiæ, ſed de hoc in Chriſti, vita pleniùs differemus ſuo loco: ſatis nunc ſit per beſtiam Maumethem hoc certo argumento demonſtrari: viuumque Prophetiæ ſpiritum tam euidenti euentu fidei noſtræ fundamenta probare: ac librum illum Euangeliſtæ Ioannis eſſe genuinum. 1000. conſumatam fœlicitatem & ſæculi huius plenitudinem ac quaſi ſolidam refert, eſt enim cubus 10. ſignificat & temporum plenitudinem, vnde in Pſalmis quod mandauit in mille generationes, copioſam etiam multitudinem & indefinitum numerum ſignat ac magnitudinem diuinæ poteſtatis, nam mille anni ſicut dies heſterna.

Vt in Pſalmis: caducam etiam noſtram elationem paruifacit 10000. numerus exercitus eſt finitus: pro in determinata cœleſtium agminum multitudine 12000. ſacratus numerus electorum ex ſtirpe Abraham ſiue etiam Teſtamenti veteris ſanctos, vnde duodecies congeſtus 144000. quaſi numeratorum oſtẽdit, quorum comparatione noui Teſtamenti infinita multitudo eſſè prohibetur, vnde ait poſt hoc vidi turbam magnam &c. 100000. verò & 1000000. numeri ſunt maximè multitudinis ac perfectionis, porrò ſecundus mille quadratus eſt, vnde multiplicatam & completam perfectionem deſignat primus autem 10. conſtat miriadibus, vt infinitam illam multitudinem certâ perfectione adhuc multiplicatam eſſe cognoſcamus 100000000. autem & 1000000000. maximam & extremam indicant poteſtatem, verum vltimus ſolidam atque perfectam: nam mille millia millium: millenarij cubus ſunt: atque ex vno, decem litteris tanquam perfectis, triplicatâ perfectione perfecti per vnitatis ſimplicitatem, & numeri quandam humanam incomprehenſibilitatem, vniuerſa in Deo conſtare comprehendique oſtendit: & ſicut poſteriores nouem litteræ ad primam comparatæ per ſe nihil ſunt quæ à Deo ipſo prodeunt quamquam immensâ eius bonitate maximam, & multitudinem & perfectionem oſtendant, eius attamen comparatione nihil omnino ſunt ac ſine omni priuatâ virtute ad eius tantùm ornamentum conſtituta creduntur vt quæ vnitate fuerat ſimpliciſſima Deitas, comparatione omnium aliorum infinita etiam eſſe cognoſcatur.

Porrò cùm numerum inter hos maximos imperfectum videris perditorum multitudo oſtenditur, quemadmodum ex occiſis in caſtris Senacherib, & in peſtilentia Dauidica præfiguratum eſt, nam ſicut iuſtorum ordo eſt atque conſtitutus numerus ita perditorum inconſtans & inordinata multitudo. Habent & numeri quos diximus ab vnitate ad 150. Pſalmos, non ſolùm ad numeri naturam correſpondentes ac coæquatos, veluti centeſimus duodecimus Pſalmus 112. numeri ſignificationi conformis ſit, verùm & ad impetranda à Deo poſtulata ſingularem gratiam habere creduntur: vt etiam ſcripſit Athanaſius, verum quia de conformitate ac ſimilitudine à Caſſiodoro deſcripta, ſunt licèt non tam vtilia euidentiora tamen ſunt, & fidei noſtræ ſimul Arcanum magnum atque teſtimonium.

Capvt XLIV.

De Irrationabilibus quantitatibus.

1 Est autem linea rationalis actu atque potentiâ vt 10. & omnis alius numerus ℞. autem 10. & omnium numerorum non quadratorum eſt irrationalis actu: attamen potentia rationalis. Irrationalis autem potentia & actu eſt ℞℞. 10. & pleræque quantitates binomiales vt ℞. 5. p̄. ℞. 2. non tamen omnes nam ℞. 8. m̄. ℞. 2 potentia rationalis eſt, quoniam eius quadratum eſt ℞. 4. quod eſt 2. rationale.

2 Cùm autem numerus his conformis eſt lineis, eaſdem ſumit proprietates, cumque aliquis numerus in ſe ducitur quadratumque medietatis adiungitur, totius verò aggregati ℞. excipitur, ac ab ea dimidium numeri aufertur, quod relinquitur eſt maior pars numeri ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema diuiſi, veluti 10. quadratum eſt 100. quadratum medietatis 25. adde ad 100. fit 125. ℞. 125. m̄. 5. eſt maior pars 10. diuiſi ſecundùm aliam proportionem, minor inuenitur factâ commutatione veluti hoc modo detrahe ℞. 125. m̄. 5 ex 10. fit per capitulum detractionum ſurdorum 15. m̄. ℞. 125. ſunt igitur ex diffinitione illius diuiſionis data ſexto Euclidis 10. & ℞. 125, m̄. 5. & 15. m̄. ℞. 125. tres quantitates continuæ proportionales, quarum duæ minores iunctæ faciunt 10. & ſequitur etiam ex regula quod maior quæ eſt 10. ducta in minorem quæ eſt 15. m̄. ℞. 125. tantùm facit quantùm media in ſe ipſam, poterat tamen inueniri ex algebra, ſed hic modus eſt ei proprius.

3 Cum igitur addita fuerit maior portio toti lineæ adhuc numerus erit diuiſus eâdem proportione, fiétque quod fuerat totum portio maior, & additum minor, exemplum addo à 10. ℞. 125. m̄. 5. fiet 5. p̄. ℞. 125. diuiſa eo modo cuius portio maior erit 10. & minor ℞. 125. m̄. 5. vnde ductis 5. p̄. ℞. 125. in ℞. 125. m̄. 5. fiet præcisè 100. quod eſt quadratum 10. & ita hæc additio procedit in infinitum.

4 Quòd ſi maiori parti dimidium totius addatur quadratum compoſitæ erit quincuplum ipſi quadrato dimidij, veluti in prima diuiſione addo 5. ℞. 125. m̄. 5. fit ℞. 125. cuius quadratum medietatis, & verificatur etiam conuerſum huius.

5 Quòd ſi minori portioni quantum eſt dimidium maioris adiiciatur erit quadratum compoſiti quincuplum quadrato dimidii maioris portionis, vt in exemplo minor portio fuit 15. m̄. ℞. 125. adde ei dimidium maioris fit 15. m̄. ℞. 125. p̄. ℞. V. 37. $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. 781. $\frac{1}{4}$ ex cuius multiplicatione fiet neceſſario etiam per dicta de proportionalibus quantitatibus quincuplum quadrati ℞. V. 37. $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. 781. $\frac{1}{4}$ operare provt docui.

6 Et etiam erit quadratum totius cum quadrato minoris partis triplum quadrato maioris partis fuit totum 10. quadratum 100. minor pars 15. m̄. ℞. 125. quadratum 350. m̄. ℞. 112500. igitur totum 450. m̄. ℞. 112500. igitur quadratum maioris partis erit 150. m̄. ℞. 12500. quod triplicatum facit 450. p̄. ℞. 112500. quòd ſi rationalis linea diuidatur ſecundùm hanc proportionem fiet vtraque portio tàm maior quàm minor irrationalis ex ſpeciebus reſidui.

7 In inuentione autem aliarum irrationaliũ & ſunt binomiorum genera 6. reſiduorũ totidẽ medialis maior & minor duo bimedialia & duo reſidua potens in rationale & mediale & potẽs in duo medialia & duo reſidua quæ ſunt 23. ſequi debes capitulũ ſuum & ideò ponam vnum exemplum nam non intelligenti plura nihil proficient intelligenti autem vnum ſufficit nam non quæruntur niſi ad ſcientiam contentorum in Euclide in 10. lib. at ibi Theorica earum habetur, practica hic vnico colligitur exemplo.

Si fuerit binomii longior portio breuiore potentior augmento quadrati, lineæ eidem longiori communicantis in longitudine fueritque breuior ipſa poſitæ rationali communicans vocabitur binomium ſecundum requiruntur igitur ad hoc vt ſit binomium ſecundum conditiones tres, nam in diffinitione vniuerſali binomij data in proportione 30. decimi dixerat binomium ex duabus potentia tantum rationalibus cõmunicantibus conſtare, Quæro igitur numerum quadratum quid ſit 4. aufero vnitatem fit 3. duco 4. in 3. fit 12. igitur 12. conſtat ex quadrato 3. qui eſt 9. & reſiduo ad quem 12. ſe habet ſicut quadratus 36. ad quadratum 9. erit igitur ℞. 12. p̄. 3. binomium ſecundum & eius maior portio ℞. 12. Et minor 3 nam minor eſt rationalis quia numerus, & maior rationalis potentia tantùm & potentior minore in quadrato ℞. 3. commenſurabili ℞. 12. cum conditionibus ſuis.

8 Circa autem has irrationales aduertendum eſt quòd ex quantitate rationali ducta in irrationalem ſemper producitur quantitas irrationalis.

9 Quòd ſi ducatur primum binomium in numerum vel non ducatur ℞. erit binomium.

10 Et ℞. binomij ſecundi per ſe vel ducti in numerum erit bimediale primum, ducamus igitur 3. in ℞. 12. p̄. 3. & fiet ℞. 108. p̄. 9. igitur erit ℞℞. 108. p̄. 9. bimediale primum vel etiam ℞℞. 12. p̄. 3.

11 Et ſimiliter ℞. tertij eſt bimediale ſecundum.

12 Et ita linea maior eſt ℞. binomij quarti.

13 Et potens in rationale & mediale eſt ℞. binomij quinti.

14 Et potens in duo medialia eſt ℞. binomij ſexti.

15 Et ſimiliter diuiſo quadrato binomij per lineam rationalem, adueniet binomium primum ex conuerſione igitur cum inuentio binomiorum facilis ſit non erit difficilis aliarum quinque irrationalium inuentio.

16 Omnes prætereà lineæ cuique ex 27. lineis communicantes ex illo genere exiſtunt vnde vnâ habitâ infinitæ habebuntur in-

tellige igitur quòd omnis numerus communicans longitudine mediali numero eſt numerus medialis & ita de reliquis 26.

17 Cùm igitur reſidua omnia 11. linearum ſint eadem per detractionem qualia illa per coniunctionem nota erunt omnia reſidua veluti reſiduum ſecundum eſt ℞. 12. m̄. 3. & ℞. 108. m̄. 7. & ita de aliis.

18 Et non eſt poſſibile alios numeros reſiduis adiungere vt fiant in natura in qua erant antequam ſubtractio fieret.

19 Cúmque ducitur numerus in reſidua per ordinem aut non ducitur ℞. productorum eſt reſiduum in ordine binomiorum reſidui primi reſiduum abſolutè, ſecundi reſiduum mediale primum tertij reſiduum mediale ſecundum quarti linea minor, quinti linea vel numerus qui cum rationali componit mediale, ſexti numerus qui cum mediali componit mediale, & ita 9. m̄. ℞. ℞. 108. erit reſiduum mediale primum & ita etiam diuiſis productis per lineas rationales vel numeros exeunt reſidua ſub ordine dicto.

20 Sunt etiam omnes hæ lineæ 26. demptâ lineâ diuiſâ ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema omnino inuicem incommunicantes atque ita conſtitutæ vt nulla ſub alterius ordine conſtituatur veluti binomium non poteſt eſſe reſiduum nec binomium ſecundum nec linea medialis. Et nota quòd ex binominorum exemplis colligitur Fratrem Lucam non ſua ſed aliena ſcripſiſſe, atque non probè intellecta ex quibus longè maior difficultas ex ſua declaratione adducitur quàm in textu Euclides puro habeatur.

21 Cùm fuerit datus numerus & volueris eo ſuppoſito latera trigoni quadranguli exagoni decagoni & pentagoni inuenire pone quòd ſit diameter & ſit exempli gratiâ 10. diuide per æqualia & fit 5. latus exagoni.

22 Item duc in ſeipſum 10. fit 100. diuide fit 50. & ℞. 50. eſt latus quadrati.

23 Item duc 10. in ſe fit 100. duc 5. in ſe fit 25. detrahe à 100. ſit 75. & ℞. 75. eſt latus trigoni.

24 Item diuide 5. in $2\frac{1}{2}$ & quadra vtrumque, & fiet totum $31\frac{1}{4}$ à quo detracto $2\frac{1}{2}$ fiet ℞. $31\frac{1}{4}$ m̄. $2\frac{1}{2}$ latus decagoni & hoc non eſt niſi diuidere ſemidiàmetrum ſecundùm proportionem habentem medium & duo extrema.

25 Vltimò quadra latus decagoni fiet $38\frac{1}{4}$ m̄. ℞. $312\frac{1}{2}$ cui adde quadratum ſemidiametri quod eſt 25. fit $63\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $312\frac{1}{2}$ cuius ℞. eſt latus pentagoni, videlicet ℞. V. $63\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $312\frac{1}{2}$.

26 Circumferentiam habebis vt Archimedes docuit inter duas proportiones 22. ad 7. minorem, & maiorem tripla & 10. ſeptuageſimis primis, Ita enim inuenit eam Archimedes & ita poſita diametro 10. habebimus latera hoc modo & periferiam.

Diameter 10. periferia inter 31. & $\frac{3}{7}$ & $31\frac{29}{71}$ trigonus ℞. 75. exagonus 5. quadratum ℞. 50. decagonus ℞. 31. $\frac{1}{4}$ m̄. $2\frac{1}{2}$ pentagonus ℞. V. 63. $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. 312. $\frac{1}{2}$ latera habent, vnde per regulam 3. ſuppoſita diametro quantùm vis reliqua ſex ſubito inuenies.

Et ſimiliter ſuppoſitâ diametro ſphæræ 10. duc in ſe fit 100. diuide erit 50. eius ℞. eſt latus octocedri. 27

Item diuide 100. per 3. exit 33. $\frac{1}{3}$ eius ℞. eſt latus cubi. 28

Duplica etiam 33. $\frac{1}{3}$ fit 66. $\frac{2}{3}$ eius ℞. eſt latus tetracedri. 29

Diuide etiam 100. per 5. exit 20. detrahe radicem à 10. fit 10. m̄. ℞. 20. cuius dimidium eſt 5. m̄. ℞. 5. quadra fit 30. m̄. ℞. 500. adde 20. fit 50. m̄. ℞. 500. eius ℞. V. eſt latus ycocedri. 30

Diuide etiam ℞. 33. $\frac{1}{3}$ ſecundùm proportionem habentem medium & duo extrema & erit eius portio maior ℞. L. $41\frac{2}{3}$ m̄. ℞. 8. $\frac{1}{3}$ latus duodecedri. 31

Diameter ſphæræ 10. latus tetracedri ℞. 66. $\frac{2}{3}$ latus octocedri ℞. 50. latus cubi ℞. 33. $\frac{1}{3}$ latus ycocedri ℞. V. 50. ℞. 500. latus duodecedri ℞. L. 41. $\frac{2}{3}$ m̄. ℞. 8. $\frac{1}{3}$ Ex his apparet quòd latus ycocedri eſt linea minor & duodecedri reſiduum vnâ igitur ex his 6. lineis inuenta reliquæ per regulam trium haberi poterunt.

Et ſcias quod numeri propinqui diuiſioni ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema augentur in infinitum ſemper appropinquando magis proportionaliter ſeruatâ differentiâ vnitatis veluti primo. 3. & 2. adde 2. ad 3. fit 5. ad 3. adde 3 ad 5. fit 8 ad 5 adde 5. ad 8 fit 13. ad 8. adde 8 ad 13. fit 21 ad 13. adde 13 ad 21 fit 34. ad 21. vnum duc 34. in 13. fit 442. duc 21. in ſe fit 441. componitur autẽ 34. ex 21. & 13. 32

CAPVT XLV.

De Regula trium quantitatum.

HÆc vulgo dicitur regula del 3. & eſt clauis mercatorum.

Et fundatur in Euclide cum enim fuerint 4. quantitates quarum proportio primæ ad ſecundam ſit vt tertiæ ad quartam quod fit ex ſecunda in tertiam eſt æquum ei quod fit ex prima in quartam, igitur diuiſo eo quod fit ex ſecunda in tertiam per primam exibit quarta exemplum ſi maſſa argenti ponderis 70. librarum venit 400. aureis quantum veniet maſſa 100. librarum primus terminus eſt 70. libræ ſecundus terminus eſt 400. aurei tertius terminus eſt 100. libræ quartus terminus eſt pretium quod quæritur ducto igitur ſecundo in tertium & diuiſo per primum exibit pretium quæſitum, duc igitur 400. in 100. fit 40000. diuide per 70. exit pretium aureorum 571. $\frac{3}{7}$. 1

Cum autem fuerit proportio primi ad ſecundum veluti tertij ad quartum ſiue Geometrica ſiue Arithmetica, exit proportio primi ad tertium ſicut ſecundi ad quartum & dicitur permutata vt 6. ad 4. ſicut 15. ad 10. igitur 6. ad 15. veluti 4. ad 10. & in Arithmetica 8. ad 6. veluti 12. ad 10. igitur 8. ad 12. veluti 6. ad 10. & ſimiliter erit conuerſo modo ſecundi ad primum veluti quarti ad tertium vt 6. ad 4. veluti 15. ad 10. igitur 2

10.

10. ad 15 vt 4. ad 6. & ſimiliter in Arithmetica: & erit etiam coniuncto modo primi & ſecundi ad ſecundum veluti tertij & quarti ad quartum vt 6. & 4. ſunt 10. ad 4. ſicut 15. & 10. quæ ſunt 25. ad 10. & ſimiliter euerſo modo vt coniuncti 6. & 4. ad 6. ita 15. & 10. ad 15. vtraque enim proportio ſuperbi partiens tertias, & ſimiliter diuiſim primi ad ſecundum veluti tertij ad quartum igitur primi vel ſecundi ad reſiduum ſecundi & primi, ſicut tertij vel quarti ad reſidui tertij & quarti veluti 6. ad 4. veluti 15. ad 10. igitur 6. ad 2. quod eſt reſiduum de 10. & ſimiliter 4. ad 2. ſicut 10. ad 5. & conuerſo modo in omnibus: & ſimiliter Arithmeticæ: verum Arithmetica proportio in inuentione quarti termini non tantum ſexto etiam erit proportio aggregati primi & ſecundi diuiſi per alterutrum ſicut aggregati tertij & quarti diuiſi per alterutrum, & etiam conſimiles proportionibus primis veluti aggregatum 6. & 4. eſt 10. & 15. & 10. eſt 25. diuide 10. per 4. exit $2\frac{1}{2}$ & per 6. 1. $\frac{2}{3}$ quorum proportio eſt ſexquialtera vt 6. ad 4. & ſimiliter diuiſo 25. per 10. exit $2\frac{1}{2}$: & per 15. exit $1\frac{2}{3}$ igitur exeuntia ſunt eadem & in eadem habitudine ſexquialtera: & ſi diuiſeris exeuntium congregata per alterutram partem, exibunt ijdem proportione, veluti congrega $2\frac{1}{2}$ & $1\frac{2}{3}$ fiunt $4\frac{1}{6}$ per $2\frac{1}{2}$ etiem exeunt $1\frac{2}{3}$. & diuiſa per $1\frac{2}{3}$. exibunt $2\frac{1}{2}$ quæ ſunt æqualia primis exeuntibus erunt igitur 7. hæ regulæ obſeruandæ quibus primus ſecundus tertius quartus terminus mutant locum & nomen: ſemper autem ex ſecundo in tertium ducto diuiſoque per primum exibit quartus.

3 Animaduerte igitur vſum regulæ ipſius multiplicem fore primò cùm dicimus ſi ex hoc prouenit illud puta ex 6. prouenit 4. quid proueniet ex 10. tunc modus eſt ſimplex & remanet 6. primus terminus 4. ſecundus 10. tertius quare ſequere regulam.

4 Secundus modus eſt cum dicis ſi 6. prouenit ex 4. ex quo proueniet 10. hic modus eſt conuerſus primo & fit 4. primus terminus, 6. ſecundus prouentus tertius terminus, & 10. quartus igitur ducto quarto qui eſt 10. in primum qui eſt 4. fit 40. diuiſo per 6. ſecundum terminum exibit $6.\frac{2}{3}$. pro tertio, nam ſicut ducto primo in quartum diuiſo per ſecundum exit tertium ita ducto primo in quartum & diuiſo per tertium exit ſecundus & ducto ſecundo in tertium & diuiſo per primum exit quartus & ducto ſecundo in tertium & diuiſo per quartum exit primus terminus, igitur hic modus eſt conuerſus primo modo.

5 Tertius modus eſt cum dicimus ſi ex 6. producitur 4. à quo proueniet 10. tunc 6. eſt terminus primus & 4. ſecundus & prouentus tertius & 10. quartus duc 10. quartum in 6. primum fit 60. diuide per 4. ſecundum exibunt 15. pro tertio termino, & eſt prouentus quartus eſt huic conuerſus vt ſi dicam ſi 6 producitur à 4. quod producet 10. erit 4. terminus primus 6. ſecundus 10. tertius duc ſecundum in tertium fit 60. diuide per primum fit 15. terminus quartus nota igitur quod actiuum producens ſemper in impari locatur loco: productum verò vel paſſiue ſignificatum in pari loco videlicet in ſecundo vel quarto & ſemper multiplicatio fit ex paſſiuo vno in actiuum alterius & diuiditur per terminum reliquum notum, quod prouenit eſt terminus ignotus.

His perfectè intellectis non eſt difficile omnia per hanc regulam ſolubilia diſſoluere veluti ſi quis dicat vendo rem hanc denariis 10. lucratus ſum 15. pro 100. quæro quanti veniit, dic per coniunctam ex pretio vendidi 10. & prouenit ex 100. aggregatum quod eſt 115. igitur ducto 10. in 100. fit 1000. diuiſum per 115. exit $8\frac{16}{23}$ probatio autem fit per partes proportionales: dicendo ſi 100. fit 115. hoc enim eſt lucrum 15. pro 100. creſcit decima parte & vigeſima ſui, nam 10. eſt decima pars 100. & 5 eſt vigeſima pars, adde igitur decimam partem $8\frac{16}{23}$ quæ eſt $\frac{4}{5}\frac{8}{115}$, & vigeſimam quæ eſt $\frac{2}{5}\frac{4}{115}$ fiet totum addendum $1\frac{35}{115}$, & ſunt $1\frac{7}{23}$, addita ad $8\frac{16}{23}$ fiunt 10. præciſe quod erat probandum. 6

10. 15. 100.
10. 100. 115
115. 100. 10.

100
10

1000

115
$8\frac{16}{23}$

Et ſimiliter dixit quis vendebam 3. pro 4. lucratus ſum 10. pro 100. ſi venderem 5. pro 6. quod fiet, dices igitur fit $\frac{4}{3}$ facit 110. quod faciet $1\frac{1}{5}$ duc igitur 110. in $1\frac{1}{5}$ & fiet 132. diuide per $\frac{4}{3}$ & eſt multiplicare per 3. & diuidere per 4, exit 99. & quia capitale ſupponitur 100. igitur ſi fit 99. prodit vnam pro 100, vel ſic & redit da idem ſi ex $\frac{4}{3}$ fit 110. quid fiet ex $\frac{6}{5}$ duc 6. in 3. fit 18. pro termino ſecundo & 110. pro tertio & duc 4. in 5. fit 20. pro quarto duc 18. in 110. fit 1980. diuide per 20. exit 99. & eſt idem & ita nihil in hac cauſa proponi poterit quod non faciliter ſoluatur intellectis terminis actiui & paſſiui cum 7. modis variationum. 7

modus primus
$\frac{4}{3}$ 110 $\frac{6}{5}$

110
$\frac{6}{5}$

132
$\frac{4}{3}$

modus ſecūdus
$\frac{4}{3}$ X $\frac{6}{5}$
20 : 110 . 18

110.
18

1980
20

99

Capvt XLVI.

De Regula 6. quantitatum.

Diximus de regula 4. quantitatum in veritate quam trium appellauimus vt vſitato vocabulo intelligeremur ab omnibus, hanc autem vero nomine non diminuto 6. quantitatum appellauimus quantum non habet vſum nominis alienum hâc vtitur maximè Ptolomæus in almageſto: Heber autem facilius ad 4. reduxit quantitates, & ſimiliter Ioannes de Monte Regio, verùm ob hominis reuerentiam, & quantum Heber non poſtmodum ſuperplcuit in omnibus,

omnibus, viſum eſt mihi Alchindi & Ptolomæi veſtigia ſequenti admirabilem virtutem proportionis in 6. terminis conſtitutæ declarare quam modernorum quidam ſibi vindicauerant.

1 Cum igitur fuerit proportio primi ad ſecundum compoſita ex proportione tertij ad quartum & quinti ad ſextum conſurgent primo combinationes compoſitionum poſſibilium 360. ex quibus 36. erunt neceſſariæ 12. impoſſibiles, & reliquæ inutiles.

Cum igitur compoſita fuerit proportio

60	primus		
10	ſecundus		
4	tertius	15	quintus
2	quartus	5	ſextus

primi ad ſecundum ex proportione tertij ad quartum & quinti ad ſextum erit proportio primi ad ſecundum compoſita ex proportione primi ad ſextum & quinti ad quartum veluti primus terminus ſit 60. ſecundus 10. tertius 4. quartus 2. quintus 15. ſextus 5. manifeſtum eſt proportionem ſexcuplam componi ex tripla & dupla.

Similiter componitur ex proportione 4.

$$\frac{60}{10} \qquad \frac{15}{2} \quad \frac{4}{5}$$

$$\frac{60}{4} \qquad \frac{10}{2} \quad \frac{5'}{5}$$

ad 5. & 15. ad 2.

Componetur etiam proportio primi ad tertium ex proportione ſecundi ad quartum & quinti ad ſextum nam proportio quindecupla eſt 60. ad 4. compoſita ex quincupla 10. ad 2. & tripla 15. ad 5.

Et ſimiliter erit quarto compoſita ex proportione ſecundi ad ſextum & quinti ad quartum conſtat enim quindecupla 60. ad 4. ex dupla 10. ad 5. & proportione 15. ad 2. ductum 15. in 10. facit 150. & 2. in 5. facit 10. proportio 150. ad 10 quindecupla eſt.

$$\frac{60}{4} \qquad \frac{10}{5} \quad \frac{15}{2}$$

$$\frac{60}{15} \qquad \frac{10}{5} \quad \frac{4}{2}$$

Componitur quinto proportio primi ad quintum ex proportione ſecundi ad ſextum & tertij ad quartum veluti 60. ad 15. ex 10. ad 5. & 4. ad 2.

$$\frac{60}{15} \qquad \frac{10}{2} \quad \frac{4}{5}$$

Et ſimiliter eadem ex ſecundi ad quartum & tertij ad ſextum veluti 60. ad 15. ex 10. ad 2. & 4. ad 5.

$$\frac{10}{2} \qquad \frac{60}{4} \quad \frac{5}{15}$$

Componetur ſeptimò propoſitio ſecundi ad quartum ex proportione primi ad tertium & ſexti ad quintum veluti 10. ad 2.

$$\frac{10}{2} \qquad \frac{60}{15} \quad \frac{5}{4}$$

componitur ex 60. ad 4. & 5. ad 15. nam 10. ad 2. quincupla eſt, ductum 60. in 5. producit 300. & 4. in 15. producit 60. proportio 300. ad 60. eſt quintupla.

$$\frac{10}{5} \qquad \frac{60}{15} \quad \frac{2}{4}$$

Et ſimiliter componitur proportio ſecundi ad quartum ex proportione primi ad quintum & ſexti ad tertium.

$$\frac{10}{5} \qquad \frac{60}{4} \quad \frac{2}{15}$$

Componitur nonò proportio ſecundi ad ſextum ex proportione primi ad quintum & quarti ad tertium veluti 10. ad 5. componitur ex 60. ad 15. & 2. ad 4.

Et ſimiliter ſecundi ad ſextum ex primi ad tertium & quarti ad quintum.

Vndecimò componitur ea quæ eſt tertij ad quartum ex proportione primi ad ſecundum & ſexti ad quintum veluti 4. ad 2. ex 60. ad 10. & 5. ad 15.

Et eadem componetur ex proportione primi ad quintũ & ſexti ad ſecundũ.

$$\frac{4}{2} \qquad \frac{60}{10} \quad \frac{5}{15}$$

Tertiodecimo componetur tertij ad ſextum ex primi ad ſecundum & quarti ad quintum veluti 4. ad 5. ex 60. ad 10. & 2. ad 15. nã ducto 60. in 2. fit 120. & 10. in 15. fit 150. eſt autẽ 120. ad 150. veluti 4. ad 5. quoniam ducto 4. in 150. fit 600. & idem ex 5. in 120.

$$\frac{4}{2} \qquad \frac{60}{15} \quad \frac{5}{10}$$

Et ſimiliter tertij ad ſextum ex primi ad quintum & quarti ad ſecundum.

$$\frac{4}{15} \qquad \frac{60}{10} \quad \frac{2}{15}$$

Quintodecimo componitur proportio quarti ad quintum & ſecundi ad primum, & tertium ad ſextum veluti 2. ad 15. ex 10. ad 60. & 4. ad 5.

$$\frac{4}{5} \qquad \frac{60}{15} \quad \frac{2}{10}$$

Et ſimiliter componetur eadem ex proportione ſecundi ad ſextum & tertij ad primum veluti 2. ad 15. ex 10. ad 5. & 4. ad 60. ducto enim 10. in 4. fit 40. & 5. in 60. fit 300. proportio eſt 40. ad 300. veluti 2. ad 15.

$$\frac{2}{15} \qquad \frac{10}{60} \quad \frac{4}{5}$$

$$\frac{2}{15} \qquad \frac{10}{5} \quad \frac{4}{60}$$

Decimoſeptimò componitur proportio quæ eſt quinti ad ſextum primi ad ſecundum & quarti ad tertium veluti 15. ad 5. ex 60. ad 10. & 2. ad 4.

$$\frac{15}{5} \qquad \frac{60}{10} \quad \frac{2}{4}$$

Quare vltimò componetur proportio quinti ad ſextum ex proportione primi ad tertium, & quarti ad ſecundum.

$$\frac{15}{5} \qquad \frac{60}{4} \quad \frac{2}{10}$$

Cum igitur conuerſæ harum ex conuerſis componantur & ſint directæ 18. erunt conuerſæ totidem, quare omnes 36. reliquæ autem non componuntur videlicet primi ad quartum nec ad ſextum nec ſecundi ad tertium nec ad quintum nec tertij ad quintum nec quarti ad ſextum cum igitur 2

ſint

ſint & conuerſæ totidem erunt duodecim quæ omnino non componentur: compoſitionem hic multiplicationem non aggregationem intelligere oportet.

3 Manifeſtum eſt igitur quam & irrationalibus quantitatibus hæc ab Alchindo, cuius Auerrois meminit demonſtrantur; ſunt autem inter compoſitionis huius neceſſaria termini ſex & tres proportiones, quarum vna compoſita & duæ componentes.

4 Cùm autem ex proportionibus duæ cognitæ fuerint, detracta vel aggregata: alia conſurgit: exemplum proportio tripla componatur ex dupla & ea quæ eſt inter a & b. conſtituo notas in terminis ſic $\frac{3\,2}{1\,1}$ diuido vnam per aliam videlicet triplam per duplam exit $\frac{3}{2}$ quæ notat ſexquialteram talis igitur erit inter a & b. quæſita: nam hîc non vtitur aggregatione nec detractione: ſed tantùm multiplicatione & diuiſione.

5 Cum autem ex terminis fuerint noti vnus cum ſua proportione cognoſcetur reliquus veluti ſit terminus 6. proportio quadrupla quæ ſic ſcribitur $\frac{4}{1}$ diuide 6. per 4. & multiplico exiens quod eſt 1 $\frac{1}{2}$ ad 1 & ſit hoc modo 1 $\frac{1}{2}$ terminus alter & ſit iterum terminus ille notus 6. proportio $\frac{5}{2}$ diuido 6. per 5. exit 1 $\frac{1}{5}$ duco in 2. fit 2 $\frac{2}{5}$ terminus alius.

6 4 — 1 $\frac{1}{2}$
1 $\frac{1}{2}$ 1 1 $\frac{1}{2}$

6 — 5 1 $\frac{1}{5}$
2 $\frac{1}{5}$ 2 2 $\frac{2}{5}$

6 Et cùm fuerint termini noti conſurgit proportio, veluti 5. & 3. ſuperpone illum alteri cuius proportione quæris ad alterum veluti ſi 5. ad 3. hoc modo $\frac{5}{3}$ ſi 3. ad 5. hoc modo $\frac{3}{5}$.

7 Et cùm fuerint noti 5. termini & non cognouerimus proportionem propter difficultatem, nam neceſſariò ſcita erit, ſed tantum velimus præſupponere cognitum quod proportio componitur ex proportionibus. tunc ſciemus etiam ſextum terminum hoc modo, conſtitue terminum ignotum ſextum conuertendo per regulas Alchindi, deinde duc tertium in quintum & totum hoc per ſecundum & quod producitur diuide per productum primi in quartum & exibit ſextum. Exemplum ſit proportio 60. ad 10. compoſita ex proportione

60 | primus
10 | ſecundus
15 | tertius   6 | quintus
5 | quartus   3 | ſextus

60 | primus
10 | ſecundus
6 | tertius   15 | quintus
3 | quartus   5 | ſextus

tertius 6
quintus 15

90.
ſecundus 10

900

primus 60
quartus 3

180

900

180

ſextus 5

primus 5
ſecundus 6
tertius | 15   10 quintus
quartus | 3   60 ſextus

15
10

150
6

900

5
900 3
15 15

60

15. ad 5. & 6. ad 3. neſciam proportiones propter laborem ſed tantum quinque terminos & ignotus ſit ſextus qui ſit puta 5. duco tertium in quintum fit factâ tranſmutatione 90. duco in ſecundum fit 900. duco primum in quartum fit 180. diuido 900. per 180. exit 5. & hæc eſt vera operatio in almageſto quantum proportiones non quæruntur ſed ſufficit ſcire quantum componitur eſſet enim operatio tædioſa: quod ſi neſcires primum exempli gratiâ tu ſcis quod in quintodecimo modo componitur proportio quarti ad quintum ex proportione tertij ad ſextum & ſecundi ad primum igitur primus terminus obtinet ſextum locum ordinabo igitur ſic primum 5. ſecundum 6. tertium 16. quartum 3. quintum 15. ſextum 60. & duco 15. in 10. fit 150. duco in ſecundum fit 900. duco primum in quartum fit 15. diuido 900. per 15. exit 60. pro ſexto termino & primo quæſito ante tranſpoſitionem.

8 Vltimo autem ſcire oportet quod cum duo termini inuicem æquantur in proportione tunc ſex termini ad 4. reducuntur deductis terminis æqualibus exemplum ſit proportio a ad b. compoſita ex proportione C ad D & E ad F & ſint A & B æqualia ſequitur vt per modum decimumquintum proportio D ad E componatur ex C ad F & B ad A ſed proportio B ad A cùm ſit æqualitatis nihil addit nec minuit igitur proportio D ad E eſt veluti C ad F igitur erit conſtituta in quatuor terminis & ſimiliter ſit a æquale C eritque ex ſeptimo modo proportio ſecundi ad quartum compoſita ex proportione primi ad tertium & ſexti ad quintum ſed proportio primi ad tertium nec addit nec minuit igitur proportio ſecundi ad quartum eſt veluti ſexti ad quintum & ita per præcedens capitulum ſcitis tribus terminis ſciemus quartum abſque labore: & ſi quartus æquetur primo: tunc non eſt

A
B)
C E
D F

DE
CF BA

Vltimum.
(A B
(C D EF

BD
AC FE

via

via per hunc modum & ſimiliter ſi primus æquetur ſexto aut ſecundus tertio aut quinto aut tertio quinto aut tertius quinto aut quartus ſexto tunc modus iſte non valet in aliis autem modis omnibus valet vnde hîc modus monte regij licet ſit longe facilior in expertis à primo tamen modo multum vniuerſalitate defficit.

Capvt XLVII.

De Prima & ſecunda regula Kataim.

INtentio regularum eſt in virtute regulæ Trium quantitatum ita quod in tribus quantitatibus cognitio perfecta eſt in regulis cataym imperfecta.

Eſt autem primæ regulæ dignotio ſimplex cōpoſitæ verò minùs facilis, maior autē difficultas eſt cognoſcere quantum regula poſſit: & qui caſus ſubiaceant illis. Intelligendum eſt igitur quòd quantitates irrationales, & quæ perueniunt ad ſurdas radices, non ſubiiciuntur regulis cataym: nec proportiones fundatæ in pluribus quam quatuor quantitatibus, nec quæ difforme ſeruant augmentum, ſed tantùm ea quæ ſubiiciuntur regulæ trium quantiatum.

Fundamentum autem primæ regulæ eſt quod ipſa ſeruit tantum tribus quantitatibus verum habet vicem regulæ trium bis aſſumptæ & ita eſt quaſi regula 3. duplicata veluti ſi quis dixerit poſui quantitatem aureorum apud trapezitam, & in decem annis reſtituit mihi quingentos aureos, erat autem redditus ſex aureorum pro centum: hîc habes vnam quantitatem notam & eſt 500. aurei pro ſecunda. Et habes proportionem & eſt 6. aurei pro centum, & ſunt $\frac{6}{100}$ & habes tempus 10. annorum quæritur igitur prima quantitas ſupponatur quod capitale fuerit 200. aurei igitur in. 6. annis producent 72. erunt ergo 272. aurei in. 6. annis, & nos volebamus 500. ſumus igitur in caſu quatuor quantitatum prima eſt 272. ſecunda eſt 200. tertia 500. duc ergo ſecundā in tertiam & fiunt 100000. diuide per 272. & exeunt aurei 367. $\frac{11}{17}$. Quòd ſi quis dicat emi aliud argentum perfectionis oñz. 9. aureis 7. pro libra, deinde emi aliud argentum pro 6. aureis pro libra, quæro quantæ perfectionis erat, pone quod fuerit perfectionis octo hîc ſunt tres quantitates notæ. 9. 7. 6. quarta autem ignota quæ eſt 8. quæ ſupponitur dic ergo ſi 9. produxit 7. quod producet 8. duco 8. in 7. fit 56. diuide per 9. exit 6. $\frac{2}{9}$: & nos volebamus 6. dic ergo iterm ſi 6. $\frac{2}{9}$ producit 8. quod producet 6. duc 6. in 8. fit. 48. diuide per 6. $\frac{2}{9}$ exit 7. $\frac{5}{7}$ potuit & hoc fieri per regulā trium dicendo ſi 7. producit 9. quod producet 6. duc 6. in 9. fit 54. diuide per 7. exit 7 $\frac{5}{7}$ ſupponuntur etiam aliquando 4. quantitates notæ & loco duarum cognitarum duæ ſuppoſititiæ. Exemplum emi libras argenti perfectionis. 9. aureis 7. emi 25. libras, aureis 100. quæritur perfectio hîc ſunt quatuor termini noti vt vides ex quibus reductio fiet ad. 3. diuidendo aureos 100. in libris 25. erit ergo valor quatuor aureorum pro libra argenti ſolue vt præcedentem & erit perfectionis 5 $\frac{1}{7}$.

Exemplum generale quodam volebat molere ſtaria 500. tritici quando citius poterat adiit molitorem habentem molas 5. vnam molentem ſtaria 7. aliam 5. aliam 3. aliam 2. aliam vnum in qualibet hora. volo ſcire in quot horis moletur triticum ponamus quod in tribus horis igitur prima mola habebimus 21. ſecunda 15. tertia 9. quarta 6. quinta 3. ſumma eſt 53. & nos volebamus 50. dic igitur ſit 53. producit 3. quid producet 50. duc 3. in 50. fit 150. diuide per 53. exeunt horæ 2. $\frac{44}{53}$ & ita de reliquis & parum plus poteſt hæc regula.

Secunda autem regula dicitur compoſita & in hac proueniunt 4. quantitates falſæ duæ ſupponuntur. Et 2. inueniunt quæ auautem inueniuntur aut ambæ excedunt quæſitum ambæ ſunt minores, in his duobus caſibus exceſſus aut diminutiones inuicem minuuntur, ſi verò inuentum excedat quæſitum & aliud minuat ſimul iunguntur, deinde habebis duas alias quantitates quarum prima eſt exceſſus falſarum poſitionum, ſecunda exceſſus aduentuum tertia poſt hæc eſt differentia aduentus proximioris ad veritatem quæſitam, erunt ergo 7. quantitates ex quarum 4. primis inueniuntur tres poſtremæ ex 3. poſtremis inuenitur veritas ſiue differentia proximioris poſitionis ad veritatem: ſit autem exemplum vnum triplicatum ſecundum 3. modos pro cunctis ſatisfaciens. Quidam dixit fuerunt 4. agricolæ ſtipendium à Domino merentes primus quantitatem vnam, ſecundus duplum plus 2. quàm primus, tertius triplum plus quam primus p̄. 3. quartus quadruplum primi p̄. 4. euntes domum inebriati in caupona miſcuerunt pecunias mane autem litigabant accerſito Arithmetico quæſiuit ſummam & inuenit aureos 100. quæ erat tota ſumma omnium denariorum à Domino acceptorum, queritur quot debentur vnicuique. ponamus igitur quod primus habuerit aureum a Domino ſecundus igitur habuit 4. aureos tertius 6. & quartus 8. ſumma eorum 19. & nos volebamus 10. differentiam eſt 81. poſſe igitur 81. ſub 1. hoc modo $\frac{81}{1}$: ſecundo ponas quod primus habuerit 3. aureos ſecundus habebit 8. tertius 12. quartus 16. igitur ſumma ex 39. differentia à 100. eſt 61. pone igitur econtrariò differentiam ſuperiùs & terminum poſitum inferiùs hoc modo $\frac{61}{3}$ pones igitur hos 4. terminos ordine iſto vt in crucem poſiti poſitis & differentiæ differentiis cohæreāt hoc modo videlicet, cùm igitur 81. & 61. defficiant ambo à termino quæſito igitur deme 61. ab 81. & fiet differentia differentiarum 20. & ſimiliter ſubtrahe 1. de 3. & fit 2. manifeſtum. eſt ergo quod 20. prouenit ex 2 nos autem volumus 61. duc 61. in 2. & diuide per 20. & fit 6. $\frac{1}{10}$ & tantum habuit primus pro ſecunda poſitione & eſt 9 $\frac{1}{10}$ ſecundus 20. $\frac{2}{10}$ tertius 30. $\frac{3}{10}$ quartus 40. $\frac{4}{10}$ ſumma eorum eſt centum.

	20
1	61
X	
81	3
	2

Ponamus iterum quòd quis poſuerit primo

mo 10. ſecundus habebit 22. tertius 33. quartus 44. ſumma eſt 108. differentia 9. pone ſub 10. hoc modo deinde pone primus habuerit 12. ſecundus habebit 26. tertius 39. quartus 52. ſumma 129. differentia 29. ponenda ſuppoſitum 12. hoc modo & quia ambæ differentiæ ſunt plus ſubtrahe vnam ab alia 9. à 29. Et remanet 20. pone ſuper differentiam minorem quæ fuit 9. & ſimiliter detrahe 10. à 12. remanet 2. pone ſub 9. dic ergo ſi 20. producit 2. quid producet 9. duc 2. in 9. fit 18. diuide per 20. exit $\frac{9}{10}$ detrahe à poſito minore fit 9. $\frac{1}{10}$ pro primo vt priùs.

	20	
10		29
	X	
9		12
	2	

Tertio ponatur quod primus poſuerit 3. & facta eſt differentiam 61. minor diſpone vt prius hoc modo deinde ponamus quod poſuerit 10. & prouenit differentia 9. maior, hoc modo igitur cum prima differentia ſit minor, & ſecunda maior: iunge per regulam quam diximus & fiet 70. deinde ſubtrahe 3. de 10. remanent 7. & diſpone in directo minoris differentiæ ſemper: manifeſtum eſt ergo quod 70. differentia prouenit ex 7. igitur ex quo proueniet 9. duc 9. in 7. fit 63. diuide per 70. exit $\frac{9}{10}$ ſubtrahe à termino proximiore poſitionis quia differentia minor excedit poſitum ſubtrahe igitur à 10. remanet 9. $\frac{1}{10}$ pro primo vt prius & ſic habebis alios terminos.

		70
3		9
	X	
61		10
		7

Et nota quod non multùm me extendo in his quia omne quod poteſt ſolui per has poſitiones longè melius ac facilius ſoluitur per algebra & ideò habent regulas algebra de quibus nunc dicam ferè ſuperflue ſaluo caſu integritatis nam in hoc algebra eſt indiferens, poſitio autem licet etiam ſit indifferens attamen faciliùs accommodatur integris.

Secundo nota quod multos caſus ponit Frater Lucas ſolubiles per hanc ſecundam poſitionem qui tamen ſolui nequeunt vllo modo vt patet de quæſtione áſinorum porcorum caprarum & pecorum & de pluribus áliis niſi quis vtatur regulis particularibus vt patebit ante penultimo capite libri huius.

Capvt XLVIII.

De Primis ſimplicibus poſitionibus algebræ.

IN algebra conſiderantur denominationes videlicet numerus, res vel radix: cenſus & cubus, & cenſus, cenſus, & reliqua dicta in primo capitulo quod autem magis conſideratur eſt numerus res ce. & ce.ce. de reliquis autem dicemus in. C. quinquaſimoprimo. Prima igitur conſideratio eſt ſimplicium veluti cum dicimus numerus æquatur rebus vel cenſibus & in hoc cadunt modi decem.

Primus cùm numerus æquatur rebus, diuide numerum per res quod exit eſt valor rei, exemplum 10. co. æquantur 45. numero igitur diuide 45. per 10. exit 4 $\frac{1}{2}$: & res ipſa tantum valet, pro quo notandum eſt quod poſitio ſemper fere ſit ſuper rem tanquam communiorem aliquando autem ſed raro ponitur cenſus nunquam autem ponitur numerus.

Secundus cum numerus æquatur cenſibus diuide numerum per cenſus, & quod exit eſt valor cenſus cuius radix eſt res veluti 40. ce. æquantur 10. numeris diuide 10. per 40. exit $\frac{1}{4}$ cuius radix $\frac{1}{2}$ valor rei quod ſi non haberet radicem diceres ℞. $\frac{1}{4}$ eſt valor rei.

Tertius cum numerus æquatur cubis diuide numerum per cubos & radix cubica aduenientis eſt valor rei, veluti cubi 3. ſunt æquales 24. igitur res eſt radix cubica de 8. diuiſo 24. per 3. radix autem cubica 8. eſt 2. igitur res eſt 2.

Quartus cum fuerit numerus æqualis cenſui cenſus, diuide numerum per cenſum cenſus & quod aduenit eſt valor cenſus cenſus, cuius radix radicis eſt res quæſita veluti 48. ce. ce. æquantur 3. numero diuide 3. per 48. exit $\frac{1}{16}$ valor ce.ce. cuius radix eſt $\frac{1}{4}$ & eſt cenſus cuius radix eſt $\frac{1}{2}$ valor rei.

Quintus eſt vt ſit res æqualis ſenſibus, tunc diuide res per cenſus & quod exit eſt valor rei. exemplum 27 co. æquantur 3. ce. diuide 27. per 3. exit 9. valor rei cuius cenſus eſt 81. qui triplicatus facit 243. æquale 27. co nam 27. in 9. facit 243.

Sextus eſt vt res æquentur cubis, diuide res per cubos quod exit eſt valor cenſus, cuius radix ex valor rei, veluti 4. cubi æquales 36. co. diuide 36. per 4. exit 9. valor cenſus: cuius radix eſt 3. valor circa quod nota quod in ſequenda æquatione in his & in omnibus capitulis etiam compoſitis & etiam imperfectis reducenda eſt denominatio maxima ad vnitatem ſi ſit co. diuiſio fit per eam: & ſi ce. fit diuiſo per cenſum, & ſi ce. ce. reducitur ad vnitatem per diuiſionem: quod ſi contingat maiorem denominationem eſſe vnitate minorem, deduces in omnibus modis & capitulis ad vnitatem per multiplicationem: veluti $\frac{1}{3}$ ce. æquatur 12. numero igitur duc omnia per denominatorē fractionis cēſus & eſt 3. & fiet ce. æqualis 36. & res æqualis 6. & hoc in omnibus ſed quia rariùs accidit de fractione quàm multitudine ideò regulæ ponuntur de diuiſione ſed vbi ponitur diuiſio ſtāte maiore denominatione minore vnitate, vbi reduces eam ad vnitatē per multiplicationem vt dixi vel etiam per multiplicationem & diuiſionem ſimul, veluti ſi dicamus $\frac{3}{4}$ ce. eſt æquale 1 $\frac{11}{16}$ duc primo in denominatorem fient 3. ce. æquales 6. $\frac{3}{4}$, deinde diuide per 3. ce. 6. $\frac{3}{4}$ exit 2 $\frac{1}{4}$ velor cenſus, radix eſt 1 $\frac{1}{2}$ valor rei.

Septimus cum fuerint res æquales cenſibus cenſuum, diuide res per cenſus cenſuum & exiens eſt valor cubi, cuius radix cubica eſt valor rei. veluti 13. ce. ce. æquantur 39. rebus diuido 39. per 13. exit 3. valor cubi & radix cubica 3. eſt valor rei.

Octauus cum fuerint cenſus æquales cubi diuide cenſus per cubos exiens eſt valor rei, veluti 12. ce. æquantur 3. cubis diuide 12. per 3. exit. 4. valor rei cuius quidem tres

cubi.

cubi 3. in 64. ſunt 192. & 12. cenſus ideſt 12. in 16. facit 192.

Nonus cùm fuerint cenſus æquales ce. ce. diuide cenſus per ce. ce. exibit valor cenſus cuius radix eſt res quæſita, veluti 4. ce. ce. æquantur 20. ce. diuide 20. per 4. exit 5. valor cenſus & ita radix eius eſt valor rei res igitur eſt ℞. 5.

Decimus cùm fuerint cubi æquales ce. ce. diuide cubos per ce. ce. exiens eſt valor rei, & ita proportionaliter in reliquis denominationibus degradando ad inferiorem, omnia autem capitula ſimplicia quæ ſunt 55. ſuppoſitis 11. denominationibus ex hoc capitulo ſunt perfectè nota.

Et circa hoc nota quod non eſt aliud ducere 7. in ℞. 4. quam eius ſeptem radices aſſumere & econuerſò & ita tantùm eſt radix 196. quantùm 7. radices 4. & ſunt 14. vtrobique & ita nihil aliud eſt diuidere ℞. 196. quàm aſſumere ſeptimam partem eius, & hoc eſt æquale & idem vni radici 196. diuiſi per quadratum 7.

Capvt XLIX.

De Capitulis compoſitis minoribus.

1 TRia ſunt capitula oppoſita minora & ſunt hoc cum numerus & radix æquantur cenſibus: reduc vt dixi ſemper cenſum maiorem denominationem ad vnitatem multiplicando vel diuidendo vel faciendo vtrumque, & tunc dimidia radices & duc in ſe: & producto adde numerum cuius excipe radicem, cui adde dimidium radicum: & quod aggregatur ſub forma numeri eſt valor rei veluti. 10. radices & 24. numeri æquantur cenſui: dimidia 10. fit 5. duc in ſe fit 25. adde 24. numerum fit 49. accipe radicem quæ eſt. 7. ei adde dimidium radicum pro numero & fuit 5. additum ad 7. facit 12. & eſt valor rei nam 10. radices ſunt 1. in 12. faciunt 120. additis 24. fiunt 144. & hoc æquatur quadrato vno rei nam quadratum 12. eſt 144.

2 Secundus cum cenſus & numerus æquantur rebus, dimidia radices & quadra & ab eo deme numerum & reſidui accipe radicem quam adde vel minue à dimidio radicum & quod conflatur aut reſiduatur eſt valor radicis: veluti cenſus & 30. numerus æquantur. 13. radicibus dimidia 13. exit $6\frac{1}{2}$ duc in ſe fit $42\frac{1}{4}$ ſubtrahe 30. fit $12\frac{1}{4}$, radix eſt $3\frac{1}{2}$ hanc adde ad $6\frac{1}{2}$ dimidium radicum vel minue ex vna parte res valet 10. ex alia 3. & in vtroque verificatur nam cenſus 10. eſt 100. additis. 30. fiunt 130. æqualia 13. radicibus nam 13. in 10. faciunt 130. & ſimiliter ſi res ponatur 3. idem euenit nam cenſus eſt 9. additis 30. fit 39. & ita etiam 13. radices ſunt 39. nam 13. in 3. facit 39.

3 Tertius eſt cum cenſus & res æquantur numero: tunc diuide res & quadra & ei adde numerum aggregati accipe radicem, à qua detrahe dimidium radicum quod remanet eſt valor rei cenſus & 10. radices æquantur 39. dimidia 10. radices fiunt 5. duco in ſe fit 25. adde 39. fit 64. cuius radix eſt 8. detraho dimidium remanet. 3. valor rei nam cenſus eſt 9. decem radices 30. iuncta faciunt 39.

Quòd ſi 64. non haberet radicem diceres ℞. 64. m̄. 5. & ita in aliis dicendum erit.

4 Et cum accidit in ſecundo modo quod numerus non poſſit detrahi à quadrato dimidij radicum, tunc caſus eſt impoſſibilis, & ita dico in omnibus modis algebra cum adeſt particula impoſſibilis vel in reducendo, vel in æquando capitulum, quæſtio eſt impoſſibilis.

5 Et cum acciderit quòd in ſimplicibus vna denominatio æquetur ſibimet: vel ſunt æquales numero & tunc quæſtio eſt perfecta veluti ſi 4. co. tunc ſcias quòd illud quod primo poſuiſti eſt quæſitum in numero abſque alio valore: ſi poſuiſti 4 co. res quæſita eſt 4. & ſi 1 co res quæſita eſt. 1. & ita de aliis: quod ſi ſint numero inæquales, quæſtio eſt impoſſibilis veluti 4 co æquales 12 co, vel 3. ce. æquales 4 ce. caſus eſt impoſſibilis.

6 Et ex his capitulis reducuntur. 8. alia capitula per ſolam diminutionem denominationum veluti ſi dicamus ce. ce. æquatur cubis & cenſibus, tunc igitur dic cenſus æquatur rebus & numero, & ita es in primo capitulo compoſitorum dictorum, & ſimiliter ſi dixerit relatum primum & ce. ce. æquantur cubis: tunc dices igitur cenſus & res æquantur numeris, & ita ſumus in tertio capitulo vel modo prædictorum: & ita vniuerſaliter cum fuerint tres denominationes ſequentes tunc habebimus reductionem ad hos tres modos habebimus igitur modos alios. 8. trigeminatos & erunt. 24. & cum his tribus 27. iam igitur explicauimus modos. 82.

Capvt L.

De Tribus modis compoſitis maioribus.

1 COmponitur autem cenſus cum cenſu & numero tribus modis vt ſupra diximus proportionalibus quorum primus eſt Cum numerus & cenſus æquantur ce. ce. dimidia cenſus & quadra, & adde numero & radicem exime, cui adde dimidium cenſuum, & quod aggregatur eſt valor cenſus, & radix eius eſt valor rei. Exemplum dixit cenſus cenſus æquabitur 6. cenſibus & 27. numero diuido cenſus fiunt 3. duco in ſe fiunt 9. adde ad 27. fiunt 36. radix eſt 6. adde dimidium cenſuum videlicet 3. fit 9. cenſus, cuius radix eſt 3. valor rei.

2 Cum numerus & ce. ce. æquantur cenſui, tunc dimidia, cenſus & quadra à quo deme numerum & reſidui radicem ex dimidio cenſuum minue aut adde, & quod conflatur aut reſiduatur eſt cenſus valor, cuius radix eſt valor rei, dicamus quod ce. ce. & 45. æquentur 14. cenſibus dimidium 16. eſt 7. duc in ſe fit 49. deme 45. remanent 4. radix eſt 2. addita ad 7. facit

facit 9. cuius radix eſt 3. res quæſita: vel deducas 2. ex 7 fit 5. cenſus, & ℞. 5. eſt res, duc igitur cenſum 5. in ſe facit 25. adde 45. fit 70. & eſt 14. cenſus nam 14. in 5. facit 70.

3 Cum ce.ce. & ce. æquantur numero tunc diuide cenſus & quadra & ei adde numerum aggregati accipe radicem, à qua detrahe dimidium cenſuum & reſiduum eſt valor cenſus, & eius radix res veluti ce. ce. & 4. ce. æquantur 117. diuido cenſus fiunt 2. ducti in ſe faciunt 4. addo 117. fit 121. radix eius eſt 11. à qua detraho dimidium cenſuum 2. remanent 9. cenſus, cuius radix eſt 3. res quæſita: hæ omnes regulæ & capitula præcedentis vno carmine declarantur in quo modus primus verbo primo exponitur, operatio eius ſecundo verbo tertio verbo tertius modus exprimitur quarto operatio tertij modi quinto ſecundus modus ſexto & ſeptimo operatio ſecundi modi: veluti cum dico rancor minue dami rancor vult dicere radicem cenſui & numero æqualem, igitur dimidiatis radicibus & quadratis verbum ſecundum minuere docet numerum à quadrato tertium verbum dami docet quod factâ detractione potes adiungere dimidio radicum, & minuere, nam da. addere docet mi minuere, carmen eſt tale. Cerno dabis. Necro dami Rancor minue dami, in capitulis autem autem compoſitis loco cenſuum ſubſtitue ce. ce. & loco radicum ce. & loco valoris rei ponatur valor cenſus.

4 Et ex his tribus modis habebuntur alij 18. per deductionem ad minorem denominationem & 9. alij 18. per denominationem & 9. alij perſimilitudinem omnes igitur 30. additi ad 82. fiunt modi noti 112.

Porrò per ſimilitudinem additur talis vt
5 numerus & cenſus cenſus æquentur ce. ce. ce. & tunc diuidam ce. ce. & medietatem ducam in ſe & quadrato addam numerum & totius radici addam dimidium ce. ce. & totum quod fiet erit ce.ce. & eius radix cenſus, cuius radix eſt res quæſita, veluti fuit cenſus cenſus cenſus æqualis 12. cenſus cenſus & 64. diuido 12. fiunt 6. duco in ſe fiunt 36. addo 64. fiunt 100. radix 100. eſt 10. cui addo dimidium cenſuum cenſus fiunt 16. & hîc eſt valor cenſus cenſus quare 4. radix 16. eſt valor cenſus: & 2 radix 4. valor rei, & ita patet veritas 9. capitulorum de compoſitorum.

CAPVT LI.

De Modis omnibus Imperfectis.

1 SVnt & alij modi perfectæ cognitionis veluti cum cubus cenſus, & cubus, & numerus æquantur, tunc prouenient correſpondentes eodem modo æquationes modis capitulorum quadrageſiminoni & quinquageſimi excepto quod illud quod proueniet erit cubus, & radix cubica prouentus erit res quæſita. Exemplum cubus cenſus æquatur 20. cu. & 189. numero, diuide

20. fit 10. duc in ſe fit 100. adde ad 189. fit 289. radix 17. adde dimidium cuborum fit 27. & radix cubica 27. eſt valor rei, habes igitur capitula tria in hoc vnde per degradationem, alia 12. ſunt igitur capitula hæc 15. iungenda ad 112. fiunt nota capitula vndecim denominationum omnia 127.

Et cum conſiderauerimus combinationes capitulorum 11. denominationum, fient per 27. capitulum omnes 2036. quod ſciemus ex hac regula: ſume tot terminos in dupla proportione quot ſunt denominationes vt ſic 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. 1024. deinde per idem capitulum ſcies aggregatum & eſt 2047. à quo deme numerum terminorum 11. & remanebunt combinationes omnes 2036. ita etiam ſciemus combinationes 7. planetarum eſſe 120. nam maximus terminus eſt 64. aggregatum 127. deme 7. remanent 120. combinationes, computatis omnibus tam binariis quam ternariis quam quaternariis & omnibus poſſibilibus in talibus caſibus: & ſimiliter hâc ratione ſciemus omnes poſſibiles ex litteris non geminando aliquam dato, enim quod ſint 22. erunt 22. termini in dupla quare maximus 2097152. & aggregatum 4194303. quare deductis 22. erunt dictiones omnes 4194281. & ita inter quatuor ſunt 11. Combinationes & hoc intellige de differentibus in ſubſtantia & non in ordine vnde dictiones, quia ordine variantur multò plures fiunt.

Ad propoſitum in 2036. combinationibus ſunt 55. ſimplices & hæ omnes notæ & ſunt binariæ quaternariæ autem & quinariæ & reliquæ ſunt ignotæ ternariæ autem omnes ſunt 495. ex quibus 24. modi cogniti ſunt qui 72. regulis ſuperſunt modi 471. ignoti cum regulis ſuis quæ ſunt 1413.

Eſt & modus pulcher operandi per quantitatem ſurdam vt in exemplis.

Fuerunt 3. ſocij quorum primus dixit 2 ſecundo & tertio datæ $\frac{1}{2}$ eius quod poſſidetis habembo 32. ſecundus dixit primo & tertio datæ $\frac{1}{3}$ habebo 28. tertius dixit primo & ſecundo datæ $\frac{1}{4}$ habebo 31. pone quod ſecundus habuerit 1 co. tertius vnam quantitatem ſurdam igitur primus habuit 32. m̃. $\frac{1}{2}$ co. m̃. $\frac{1}{2}$ quan. & ſecundus 28. m̃. 10. $\frac{2}{3}$ p̃. $\frac{1}{6}$ co. m̃. $\frac{1}{3}$ quan. & tertius 31. m̃. 8. p̃. $\frac{1}{8}$ quan. m̃. $\frac{1}{8}$ co. quod eſt dicere primus habuit 32. m̃. $\frac{1}{2}$ co. m̃. $\frac{1}{2}$ quan. ſecundus 17 $\frac{1}{3}$ p̃. $\frac{1}{6}$ co. m̃. $\frac{1}{3}$ quan. tertius 23. m̃. $\frac{1}{8}$ igitur pone in directo duas vltimas quantitates hoc modo ſecundus 17 $\frac{1}{3}$ p̃. $\frac{1}{6}$ co. m̃. $\frac{1}{3}$ quan. loco 1 co. tertius 23. m̃. $\frac{1}{8}$ co. p̃. $\frac{1}{8}$ quan. loco 1. quan. detrahe erit $\frac{5}{6}$ co. æqualia 17 $\frac{1}{3}$ m̃. $\frac{1}{3}$ quan. & $\frac{7}{8}$ quan. detrahe erit $\frac{5}{6}$ co. æqualia 17 $\frac{1}{3}$ m̃. $\frac{1}{3}$ quan. & $\frac{7}{8}$ quan. æqualia 23. m̃. $\frac{1}{8}$ co. igitur $\frac{5}{6}$ co. & $\frac{1}{3}$ quan. æquatur 17 $\frac{1}{3}$ & $\frac{7}{8}$ quan. p̃. $\frac{1}{8}$ co. æquatur 23. differentia eſt 5 $\frac{2}{3}$ quibus $\frac{7}{8}$ quan. p̃. $\frac{1}{8}$ co. ſuperant $\frac{5}{6}$ co. & $\frac{1}{3}$ quan. detraho reducendo ad idem genus fiunt $\frac{13}{24}$ quan. ſuperantia $\frac{17}{24}$ co. in 5 $\frac{2}{3}$ igitur 17. quan. ſuperãt 17. co. in 136. igitur 1. quan. ſuperat 1 co. in 8. diuiſo 136. per 17. pone igitur quod ſecundus habuit 1 co. tertius habuit 1 co. p̃. 8.

igitur habuerunt ſecundus & tertius 2 co. p̄, 8. primus habuit 32. habuerunt 36. & quia ſecundus habuit 28. cum tertia parte reliquorum, reliqui autem habent 36. igitur tertia pars fuit 12. deme ex 28 igitur ſecundus habuit 16. & quia habuit rem igitur res eſt 16. & tertius habuit 8. p̄. 1 co. igitur tertius habuit 24. & quia primus habuit 28. m̄. 1. co in vltima æquatione & 1 co. eſt 16. igitur primus habuit 12. ſecundus 16. tertius 24.

3 Si quis dicat 20. quan. æquantur 1. co. quam. p̄. 12. co. vult dicere quod 20. altera alicuius ſuperficiei & cum hoc 12. lateribus reliquis poteſt autem hoc eſſe dupliciter vel quod latera per ſe quæ ſunt æqualia ſuperficiei & lateribus ſint maiora ideſt quod quan. ſit maior la co. & poteſt eſſe minor ponamus igitur vel facere quantitatem mi-

Mi. 8 Ma.

20. quan. ———— 12 co. p̄. 1 co. quan.

7

19

norem & rem ſiue la co. maiorem tunc diſpono vt vides & detraho minorem à maiore videlicèt 12. de 20. remanet 8. deinde quia volo quod quan. ſit minor de co. accipio quem volo numerum minorem puta 7. multiplica in differentia quæ eſt ad 8. & eſt 1. fit 7. diuide per minorem numerum qui eſt 12. addito ipſo 7. exit $\frac{7}{19}$ & quia poſuiſti quantitatem minorem de la co. igitur quan. eſt 7. & la co. eſt 7 $\frac{7}{19}$ proba & veniet.

4 Quòd ſi velis facere in hoc caſu quantitatem maiorem & la co. minorem tūnc

Ma. 8 Mi.

20. quan. ———— 12 co. p̄. 1 co. quan.

9 11 33 3 $\frac{2}{3}$

33 9

3 $\frac{2}{3}$

accipe differentiam vt priùs deinde numerum ea maiorem quem vis vtpote differentia eſt 8. capio 11. remanent 3. duco in prædictum numerum fiunt 33. deinde ſubtrahe 11. à 20. remanent 9. diuide 33. per 9. exeunt 3 $\frac{2}{3}$ cum igitur la co. fuerit 11. erit vt quantitas ſit 3 $\frac{2}{3}$ p̄. videlicet 14 $\frac{2}{3}$.

Alius etiam modus inuenitur ſoluendi hanc æquationem in duobus numeris ſub quacun-

Ma. 8 Mi.

20 quan. ———— 12 co. p̄. 1. co. quan.

5

5 $\frac{3}{40}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{15}$ $\frac{64}{15}$

que proportione volueris ſint igitur 20 quan. æquales 12 co. p̄. 1. co. quan. & velim inuenire hoc in proportione puta 5. ad 3. tunc accipio differentiam quæ eſt 2. quam duco in 20. fit 40. duco etiam 3. minorem numerum in 8. differentiam fit 24. addo ad 40. fit 64. diuido per productum 3. in 5. quod eſt 15. exit 4 $\frac{4}{15}$ hunc numerum multiplica per 3. & per 5. & habebis quantitatem 21 $\frac{1}{3}$ & la co. 12. $\frac{4}{5}$ proba & inuenies & hoc vbi velis quod quam. ſit maior de la co. ſi autem poneres quod res eſſet maior vt in primo exemplo non poteſt ſolui in omni proportione ſed tantum in illa in qua proportio minoris termini numeri quærendi ad differentiam eſt maior quàm minoris termini propoſiti ad differentiam.

Exemplum proportio 12. ad 8. eſt ſex-

Mi. 8 Ma.

20 quan. ———— 12 co. p̄. 1 co. quan.

X .5.

7 $\frac{2}{10}$ $\frac{1}{40}$ $\frac{16}{35}$

$\frac{24}{16}$ $\frac{16}{35}$

quialtera inuenias igitur proportionem quamuis maiorem ſexquialtera & adde minorem numerum maiori tunc inter minorem poſſibile erit hoc facere exemplum proportio 5. ad 2. eſt maior ſexquialtera igitur addo 2. ad 5. fit 7. dico quod in proportione 7. ad 5. verificabitur quæſitum hoc modo duco 12. in differentiam 7. ad 5. quæ eſt 2. fit 24. deinde duco 8. in minorem terminum qui eſt 5. fit 40. detrahe 24 ex 40. remanent 16. multiplica 5. in 7. fit 35. diuide 16. per 35. exit $\frac{16}{35}$. duc in 5. fit 2 $\frac{2}{7}$. & hîc eſt valor quantitatis, duc $\frac{16}{35}$ in 7. fit 3 $\frac{1}{5}$ & hîc eſt valor de la co.

Quòd ſi numerus ſeparatus ſit minor coniuncto ſuper 12 co. æquantur 20. quan. p̄. 1. co. quan. ſoluitur autem dupliciter aut per numerum ſicut duo præcedentes modi.

Exemplum 12 co. æquantur 20. quan. p̄. 1. co. quan. vel 12. quan. æquantur 20 co.

8

12 co ———— 20. quan p̄. 1 co. qunn.

X

5 60

7 —— 12 56 $\frac{4}{84}$

56 60

p̄. 1 co quan. nihil refert. tunc ponamus quod velim ſoluere quæſtionē in proportione aliquâ, oportet quod proportio illa ſit minor quam 12 ad 8. & eſt hoc conuerſum præcedentis vbi oportet vt ſit maior ſit igitur proportio minor ſexquialtera hæc 7. ad 5. adiungo ſimul fient termini 12. & 7. duco 7. in 8. fit 56. duco 10. in 5. fit 60. detraho 56. ex 60. remanent 4. duco 7. in 12. fit 84 diuido 4. per 84. exit $\frac{1}{21}$. duc in 7. fit $\frac{1}{3}$. duco $\frac{1}{21}$ in 12. fit $\frac{4}{7}$. igitur la co. valet $\frac{4}{7}$. & quantitas valet $\frac{1}{3}$. & ita 12 co. ſunt $\frac{48}{7}$, quod eſt 6 $\frac{6}{7}$. & 20. quan. ſunt 6 $\frac{2}{3}$ s & 1 co. quan. eſt $\frac{4}{21}$. & 6 $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{21}$ faciunt 6 $\frac{6}{7}$, quod eſt propoſitum, in caſu autem vbi non potuiſſes detrahere 56. ex 60. non potuiſſet hoc verificari in dicta proportione videlicet quæ eſt inter 7. & 12. nec proportio 12. ad 8. videlicet minoris termini ad differentiam fuiſſet maior proportione 7. minoris termini propoſiti, ad 5. differentiam propoſita cuius oppoſitum aſſerebatur.

Si

5 Si ve… volueris tol… e per numerum ſuppoſitum … in exemp… facies nam hæ regulæ ſunt generales & tenent in omnibus,

8
12 co. ———— ———— 20. quan. p̄. 1 co. quan.
$\frac{5}{7}$ $\frac{5}{13}$
13
$\frac{5}{65}$

ſint igitur 12. co. vt prius æquales 20. quantitatibus, & 1 co. quan. tunc conſtitue vt vides in figura, deinde cape quemuis numerum vtpote 5. maiorem aut minorem differentia non reſſer, dumodo non ſit maior 12. adde ad differentiam quæ fuit 8. fit 13. duc in 5. fit 65. detrahe 5. a 12. nam propter hoc dixi non oportere eſſe maiorem minore termino remanent igitur 7. diuide 65. per 7. exit 9 $\frac{2}{7}$ differentia igitur cum ſuppoſneris 5. eſſe la quan. erit la co. 14 $\frac{2}{7}$ & Vnde 12 co. ſunt 171 $\frac{3}{7}$. & 20. quan. ſunt 100. & 1 co. quan. eſt 71. $\frac{3}{7}$. quæ iuncta faciunt 171 $\frac{3}{7}$.

6 Quòd ſi quis dicat 4 co. & 3. quan. æquantur 1 co. quan. duc per primam ſexti ele-

1 co. quan.
4 co. ———————— 3. quan.
12

metorum 4. in 3. fit 12. deinde accipe quem vis numerum vtpote 48. nam infiniti eſſe poſſunt & diuide illum per 12. exit 4. cuius accipe radicem quæ eſt 2. quam multiplica in 3. fit 6. & in 4. fit 8. & tales ſunt numeri quæſiti. nam 3. quan. ſunt 24. & 4 co. ſunt 24. qui iuncti faiunt 48. & 48. eſt 1 co. quan. nam 6. 18. facit 48. erit igitur la co. 6. & la quan. 8. porro conditionem eliges appoſitam in numero diuidendo quæ ſi deſit quilibet aſſumi poteſt, & hæ 6. regulæ aureæ dici poſſunt per quas maximè in mercatura infinitæ quæſtiones diſſolui poſſunt faciliter & ſunt mediæ inter kataim & algebra.

7 Quòd ſi dicat ce. æquatur ℞. V. 3. ce. p̄. 4. igitur quadrando erit 1 ce. ce. æqualis 3 ce. p̄. 4.

Item ſi dicat 6 co. æquantur ℞ V. 22 co. p̄. 100. igitur quadrando erunt 36 ce. æquales 22 co. p̄. 100.

Item ſi dicat 10. æquatur ℞. V. 20 co. p̄. 60. igitur quadrando erunt 40. æqualia 20 co. & res erit 2.

Item ſi dicat 10. æquatur ℞. V. 12. ce. p̄. 52. fient igitur quadrando 48. æqualia 12 ce.

Item ſi dicat 10. æquatur ℞ V. 6 ce. p̄. 38 co. fient igitur quadrando 100. æqualia 6. ce. p̄. 38 co. ſequere capitulum (necro) fiet valor rei ℞. L. 461. m̄. 19.

Item ſi dicat 10. æquatur ℞ L. 6 ce. p̄. ℞. 24. dic igitur per tranſpoſitionem 10. m̄. ℞. 24. æquantur ℞. 6 ce. quadra vtrunque fient 6. ce. æquales 124. m̄. ℞. 9600. diuide 124. m̄. ℞. 9600. per numerum cenſuum qui eſt 6. exibit 20. $\frac{2}{3}$ m̄. ℞. 266 $\frac{2}{3}$ valor cenſus igitur valor rei eſt ℞. V. 20 $\frac{2}{3}$ m̄. ℞ 266. $\frac{2}{3}$ vel dic & redit ad idem igitur co. ℞. 6. æqualent 10. m̄. ℞. 24. diuide per numerum de le co. exibit vt prius ℞. V. 20. $\frac{2}{3}$ m̄. ℞. 266 $\frac{2}{3}$.

Item ſi dicat 10. æquiualet ℞. L. 12 co. p̄. ℞. 24. igitur 10. m̄. ℞. 24. æquatur ℞. 12 co. quare 12 co. æquiualent 124. m̄. ℞. 9600. & res valebit 10 $\frac{1}{3}$ m̄. ℞. 66 $\frac{2}{3}$.

Quòd ſi dicat ce. p̄. 4. æquatur ℞ V. 10 ce p̄. 24. ſic ſoluitur multiplica vtrumque in ſe & fit 1 ce. ce. p̄ 18. ce. p̄. 16. æqualia 10 ce. q. 14. manifeſtum eſt autem quod hoc habet æquationem. 8

Item ſi dicat ce. æquatur ℞. L. 4 ce. p̄. ℞. 9. fac ſic accipe ℞. 4 ce. quæ ſit co. ℞. 4. & ſunt 2 co. ſed operabor abſque numero dices igitur ce. æquatur co. ℞. 4. p̄. ℞. 9. operare per cerno diuidendo & operando vt debes in capitulo ſuo.

Et ſi dicat ce. p̄. 4. æquatur ℞. L. 9. ce. p̄. ℞. 4. ſimiliter accipe ℞. 9. ce. & eſt co. ℞. 9. item detrahe ℞. 4. ex 4. fit 4. m̄. ℞. 4. dices igitur quod ce. p̄. 4. m̄. ℞. 4. æquatur co. ℞. 9. per rancor diuide ℞. 9. exit ℞. 2 $\frac{1}{4}$ quadra fit 2 $\frac{1}{4}$. detrahe 4. m̄. ℞. 4. fit L. 2 $\frac{1}{4}$ p̄. ℞. 4. m̄. 4. adde hoc tanquam Radicem. V. dimidio ℞. fiet valor rei ℞. L. 2 $\frac{1}{4}$ p̄. ℞ V. 2. $\frac{1}{4}$ p̄. ℞. 4. m̄. 4.

Item ſi dicat 6 co. æquantur ℞. L. 18 co. p̄. ℞. 36. reduc ad 1 co. diuidendo per 6. fiet 1 co. æqualis ℞ L. $\frac{1}{2}$ co. p̄ ℞. 1. quare cum 1 co. in hoc caſu poſſit poni 1 ce. quia ℞. eſt ce. erit 1 ce. æqualis ℞. L. $\frac{1}{2}$ ce. p̄. ℞. 1. igitur cum ℞. $\frac{1}{2}$ ce. ſit co. ℞. $\frac{1}{2}$ fiet 1 ce. æqualis co. ℞. $\frac{1}{2}$. p̄. ℞. 1. diuide numerum co. fit co. ℞. $\frac{1}{8}$. quadra fit $\frac{1}{8}$. adde numero fiet ℞. L. 1. p̄. $\frac{1}{8}$. adde per capitulum, cerno, dimidio radicum fiet valor 1 co. ℞. L. $\frac{1}{8}$ p̄. ℞. V. $\frac{1}{8}$ p̄. ℞. 1. hanc igitur radicem cum in ſe multiplicaueris fiet 2. præciſè, igitur 3. eſt cenſus & quia cenſus poſitus fuit loco co. erit ipſa co. 2.

Item ſi dicat 6 co. æquantur ℞. L. 4. ce. p̄. 12. vel ℞. 144. idem eſt ſoluitur ſic dicendo: igitur 6 co. æquantur co. ℞. 4. p̄. 12. igitur 6 co. m̄. co. ℞. 4. æquantur 12. diuide 12. per 6. m̄. ℞. 4. & quod exit eſt valor rei.

Item ſi dicat 6 co. æquantur ℞. vli 10. ce. p̄. 104. quadra 6 co. fiunt 36 ce. quadra ℞. V. fit 10 ce. p̄. 104. detrahe 10 ce ex 36 ce. fiunt 26. ce. æqualia 104. & ce. erit 4. & ℞. eſt la co. videlicet 2.

Item ſi dicat 3. ce. æquantur ℞. 12. co. igitur quadra fient 9. ce. ce. æqualia 12 co. igitur ſchiſa per co. fient 9 cu. æqualia 12. reduc ad vnum cubum erit cu. 1. æqualis 1 $\frac{1}{3}$ igitur res valet ℞. cu. 1 $\frac{1}{3}$. videlicet aliſter diuide ce. per co. exit co. hanc multiplica in ce. fit cu. reduc ad 1 ce. fiet 1 ce æqualis ℞ 1 $\frac{1}{3}$ co. igitur cu. æqualis eſt 1 $\frac{1}{3}$. eodem modo ſi dicat cu. æquatur ℞. 22. co. diuide cu. per co. exit ce. multiplica ce. in cu. fit P. Rel. & ℞. Rel. P. 32. eſt valor rei & ita de aliis.

℞. numeri numerus eſt, vt ℞. 10. eſt ℞. 10. ℞. cenſuum eſt co. vt ℞ 7. ce eſt co. 9
℞. 7. ℞. ce. ce. eſt ce. veluti ℞. 10. ce. ce. eſt ce. ℞. 10. ℞. co. eſt quid proportionale nam ſi æquatur numero erit valor rei diuiſis co. per numerum quod exit eſt pars co. exemplũ ℞. 6. co. æqualis 12. diuide 6. per 12. exit $\frac{1}{2}$.

igitur $\frac{1}{3}$ co. æquatur ℞. 600. & hic eſt valor in co. ſi vis valorem in numero diuide numerum per co. & exiens multiplica in eundem numerum & quod exit eſt valor rei. Exemplum ℞. 6. co. æquantur 12. diuide 12. per 6. exit 2. multiplica 2. in 12. fit 24. & 24. eſt valor rei. Item in primo modo 10. æquatur ℞. 4. co. diuide 4. per 10. exit $\frac{2}{5}$ & ℞ 4. co. erit $\frac{2}{5}$ co. vel ſi vis in numero diuide 10. per 4. exit 2 $\frac{1}{2}$. muliplica 2 $\frac{1}{2}$ in 10. fit 25. valor rei. Quòd ſi ℞. co. æquetur ad co. nulla eſt differentia ad id in quo ℞. ce. æquiualet cenſui vt ℞. 18. co. æquiualet 3. co. igitur ℞. 18. ce. æquiualet 3. ce. reduc ad vnum fit 1. ce. æqualis ℞. 2. ce. ſed ℞. 2. ce. per prædicta eſt co. ℞. 2. igitur ce. valet co. ℞. 2. diuide ℞. 2. per 1. exit ℞. 2. & hic eſt valor rei. igitur cenſus valet 2. ſed quia poſuimus ce. ex co. igitur co. valet 2. & ita ℞. 18. co. eſt 6. æquiualens 3. co. nam 3. in 2. facit 6. Quòd ſi ℞. co. æquiualeat ce. reduc ad 1. ce. & erit ℞. co. ℞. cubica ipſius numeri, veluti 1. ce. æquatur ℞. 7. co. erit ipſa co. ℞. cu 7. in numero, & ita ſi cu. æquatur ℞. 7. co. erit valor rei ℞. Rel. Prima 7. in numero, in reliquis ſchiſa & habebis

10 Declarauimus autem quod ſi res æquiualet ℞. co. habebis numerum veluti ſi 1. co. æquiualet ℞. 4. co. erit vt 1. ce. æquiualeat ℞. 4. ce. & ſunt co. ℞. 4. igitur co. valet ℞. 4. igitur cenſus valet 4. & quia poſuimus quod erat co. eſſe ce. igitur co. valebit 4. & 1. co. quod eſt 4. æquiualet ℞. 4. quod eſt ℞ 16. & eſt 4. nunc autem cognito valore co. in numero per regulam nonam quod ſemper cognoſcitur volo ſcire valorem ℞. co. in co. exemplum diximus quod 1. ce. æquiualet ℞. 7. co. igitur res valet ℞. cubicam 7. volo modo ſcire ℞. 7. co. quid ſit in numero: & 1. co. quid valeat in

1 co.	℞. cu. 7.	℞. 7. co.
1 cu.	7	7. co.
1 ce. cu.	49.	343 cu.
		49
		16807 cu.
		1 ce. cu.
		16807
		7
		2401

exit 16607. diuidendum per 1 cu. &

℞. cu. 49.	℞. cu. 7.	℞. qua. 7. co.
49	7	7. co.
2401	49	343. cu.
℞. cubica		49
		16807. cu.
		2401
		7. cu.

℞. co. fac per regulam 3. dicendo ſi 1. co. valet ℞. cu. 7. quid valebit ℞. 7. co. quadra & cuba omnes terminos fient 1 ce. cu. p̃. 49. p̃. 343. cu. duc ſecundum in tertium fient 16807. cu. diuide per primum quia 1 cu. eſt 7. igitur diuiſo 16807. per 7. exit 2401. huius igitur ℞. cubica quadrata, eſt valor ℞. 7. co. dicemus quod valor ℞. 7. co. in numero, eſt ℞. quadrata ℞. cubicæ 2401. & eſt ℞. cu. 49. vel breuius cuba ℞. cu. 7. fit 7. duc in 7. co. fit 49. co. aufer co. & remanebit valor ℞. 7. co. ℞. cu. 49. habes igitur quod 1 co. valet ℞. cu. 7. & quod ℞. 7. co. valet ℞. cu. 49. dic igitur iterum per regulam 3. Si ℞. cu. eſſet ℞. cu. 7. quid eſſet ℞. 7. co. duc vt priùs & fiet tandem 1 co. valens ℞. quadrata ℞. cubicæ 7. cu. vel breuius dic 1 co. valet ℞. cu. 7. & ℞. 7. co. valet ℞. cu. 49. duc ℞. 7. co. in ſe fit 7. co. cuba denominationem fit 7. cu. cuius ℞. quadrata eſt quæſitum.

Si fuerint duo numeri quorum alterius quadratum in reliquum ductum producat terminatum numerum: ſemper ℞. cubica numeri producti, erit ſecunda quantitas uat tertia continuæ proportionalis interduos primos numeros ſecunda ſi minor numerus fuerit in ſe ductus, deinde productum in maiorem tertia autem vbi maior numerus fuerit in ſe ductus, deinde productum in minorem.

Exemplum ſint 2. & 8. numeri dicti; & 11
ducatur 2. in ſe fit 4. deinde productum quod eſt 4. in alium numerum quod eſt 8. fit 32. dico quod ℞. cubica 32. eſt ſecunda quantitas proportionalis poſt 2. inter 2. & 8. ita quod inter ℞. cubicam 32. & 8. caderet alia quantitas in continua proportionalitate, & ipſa eſſet ℞. cu. 128. eſt igitur ℞. cu. 32. ſecunda quantitas proportionalis, quod ſi quadrares 8.

2 | ℞. cu. 32. | ℞. cu. 128. | 8.

& eſt quantias maior, fiet 64. duc in minorem quæ eſt 2. fit 128. erit igitur ℞. cubica 128. tertia quantitas proportionalis continuæ inter 2. & 8. & ita in omnibus, vnde ſi quis dicat diuide 10. in duas partes ex quarum vna in ſe multiplicata, deinde in aliam fiat 32. reſpondebis conſiderando quantum ex illis partibus illa qua in ſe multiplicatur neceſſario eſt minor, & hoc cognoſces ex centeſimatrigeſima ſecunda & centeſimatrigeſima tertia regulis quadrageſimi ſecundi capituli dices igitur quod ℞. 32. erit ſecunda quantitas continuæ proportionalis inter illas partes quòd ſi dixiſſet quod producerent 144. quia maior numerus in ſe ducitur ideò dices quod ℞. cubica 144. erit tertia quantitas inter illas partes, & eſt notabilis regula valde.

Cùm fuerint quatuor quantitates con- 12
tinuæ proportionales: erit proportio primæ ad tertiam veluti proportio primæ ad ſecundam duplicata: proportio autem primæ ad quartam erit vt primæ ad ſecundam triplicata proportio etiam primæ ad tertiam erit ſicut quadrati primæ ad quadratum ſecundæ & ſimiliter proportio primæ ad quartam erit ſicut cubi primæ ad cubum ſecunde exemplum ſint quantitates illæ 16. 8. 4. 2. proportio 16. ad 4. eſt quadrupla & hæc eſt ſicut 16. ad 8. duplicata nam duæ duplæ faciunt quadruplam, & talis etiam erit 256. quadrati primæ, ad 64. quadratum ſecundæ nam vtranque quadrupla eſt

&

& ſimiliter proportio 16. ad 2. eſt octupla & hæc eſt triplicata ad proportionem quæ eſt 16. ad 8. nam dupla in duplam facit quadruplam, & quadrupla in dupla facit octuplam, & ita triplicata dupla, producitur octupla & ſimiliter cubus de 16. & eſt 4096. eſt octuplus ad cubum de 8. qui eſt 512.

13 Si fuerint 4. quantitates continuæ proportinales & cubaueris aggregatum ſecundæ & tertiæ, & ipſum cubum diuiſeris per triplum aggregati ſecundæ & tertiæ addito aggregato primæ & quatræ, & exiens detraxeris ex quadrato medietatis aggregati ſecundæ & tertiæ reſidui ℞. adita dimidio aggregati ſecundæ & tertiæ reſidui ℞. addita dimidio aggregati ſecundæ & tertiæ oſtendi tertiam quantitatem: & de tracta oſtendit ſecundam, exemplum ſint 8. 12. 18. & 27. quatuor quantitates continuæ proportionales, coniunctum ex ſecunda & tertia eſt 30. cubus eius eſt 27000. diuide 27000. per triplum aggregati ex ſecunda & tertia addito aggregato primæ & quattæ, triplum aggregati ex ſecunda & tertia eſt 90. nam 30. fuit aggregatum ſecundæ & tertiæ, adde igitur ad 90. agregatum primæ & quartæ & eſt 35 fit totum 125. diuide 27000. per 125. exit 216. quadra dimidium aggregati ſecundæ & tertiæ & fuit aggregatum 30. dimidium 15. quadratum 15. eſt 225. detrahe 216 prouentum ex 225. remanent 9. cuius ℞. quæ eſt 3. addita ad 15. dimidium aggregati, facit 18. tertiam quantitatem, & detracta a 15. remanent 12. pro ſecunda quantitate.

14 His viſis ſcire quod numerus co. ce. cu. ſunt ſemper apud algebra continuæ proportionalia: & ideò cùm fuerint capitula talia numerus co. ce. æqualia cu. vel numerus ce. cu. æqualia co. vel numerus co. cu. æqualia ce. vel co. ce. c. æqualia numero vel numerus co. æqualia ce. cu. vel numerus ce. æqualia cu. & co. vel numerus cu. æqualia ce. & co. in his 7. modis eſt ac ſi diceres ſunt 4. quantitates continuæ propotionales & tot ex primis & ſecũdis & quartis æquantur tot ex tertiis & ita de aliis, & cu. hoc tales quantitates ita ſunt quod prima eſt ℞. ſecundæ & ſecunda tertiæ, & tertia quartæ, oportet enim in talibus ſemper reducere ab 1. numerum: ſicut enim in ternariis maiorem denominationem ad vnitatem reducimus, ita in quaternariis minorem denominationem ſi igitur quis dicat cu. 2. p̃. 3. ce. æquantur 9. co. p̃. 10. numero dices igitur reducendo numerum ad vnitatem 1. p̃. $\frac{9}{10}$ co. æquatur 1. cu. p̃. $\frac{1}{10}$ ce. & in hoc admirari ordinem rerum decet nam cum talia ſint in continua proportionalitate, omnis quæſtio quantumcumque improportionalis reducitur per algebra ad ſuam proportionalitatem miro artificio, ita vt prius quæſtio improportionata ad proportionem, reducatur, deinde ex proportione tandem ad notitiam, & hæc eſt quam voluimus.

15 Cum fuerint duo numeri iuncti primus & ſecundus æquales aggregato tertij & quarti: erit differentia primi ad tertium veluti quarti ad ſecundum, atque etiam differentia primi ad quartum velutitertij ad ſecundum differentia etiam primi ad ſecundum erit quantum aggregatum amborum dempto duplo ipſius ſecundi veluti 7. & 10. componunt 17. item 3. & 14. componunt 17. dico igitur quod differentia 7. ad 3. eſt

primus	ſecundus	aggregatum
7	10	17
tertius	quartus	aggregatum
3	14	17

veluti 14. ad 10. & eſt 4. & ſimiliter differentia 7. ad 14. eſt veluti 3. ad 10. & eſt 7. item differentia 7. ad 10. eſt quantum aggregatum quod eſt 17. dempto duplo ſecundi & eſt 20. nam 17. eſt 3. minus quam 20. & ita 7. eſt 3. minus quam 10. & ita 10. eſt maius 7. in 3. & hoc eſt tantum quatum aggregatum quod eſt 17. dempto duplo minoris quod eſt 14. nam differentia vtrinque eſt 3.

Statue inter 2. & 3. terminum vnum ſic 16

primus	ſecundus	tertius
2	℞. 6.	3

operare multiplica 2. in 3. fit 6. & ℞. 6. eſt terminus medius in continua proportionalitate.

Statue inter 2. & 3. tres terminos in continua proportionalitate primo ſtatue terminum per præcedentem, & fient 2. ℞. 6. & 3. deinde multiplica terminum medium in vtrumque extremorum, & ℞. produ-

primus	ſecundus	tertius	quttus	quitus
2.	℞.℞. 24.	℞. 6.	℞.℞. 54.	3.

ctorum erunt reliqui duo termini: duco igitur ℞. 6. in 2. fit ℞. 24. & ℞. ℞. 24. eſt ſecundus terminus, & ſimiliter multiplica ℞. 6. in 3. fit ℞. 54. & ℞.℞. 54. eſt quartus terminus.

Statue inter 2. & 3. duos terminos continua proportionalitate, quadra 2. fit 4.

primus	ſecundus	tertius	quartus
2	℞. cu. 12.	℞. cu. 18.	3

duc in reliquum qui eſt 3. fit 12. & ℞. cubica 12. eſt ſecundus terminus quadra etiam 3. fit 9. duc in reliquum terminum fit 18. & ℞. cubica 18. eſt tertius terminus.

Statue inter 2. & 3. quinque terminos continuæ proportionales, ſtatues per primum modum terminum vnum quod erit ℞. 6. &

Primus	Secundus	Tertius	Quatrus
2	℞. cu. ℞. qua. 96.	℞. cu. 12.	℞. 6.
Quintus	Sextus	Septimus.	
℞. cu. 18.	℞. cu. ℞. quad 486.	3	

hic erit quartus terminus, deinde per proximum modum ſtatue inter 2. & ℞. 6. duos terminos continuæ proportionales, atque per eandem duos inter ℞. 6. & 3. multiplica igitur 2. in ſe fit 4. in ℞. 6. fit ℞. 96. igitur ℞. cubica ℞. quadratæ 96. eſt ſecundus terminus & ſimiliter quadra ℞. 6. fit 6. multiplica in 2. fit 12. & 12. & ℞. cu. 12. erit

erit tertius terminus, & ſimiliter quadra ℞. 6. fit 6. duc in 3. fit 18. & ℞. cu. 18. eſt quintus terminus: & ſimiliter quadra 3. fit 9. duc in ℞. 6. fit ℞. quadrata 486. cuius ℞. cuba eſt ſextus terminus.

Statue inter 2. & 3. quatuor terminos continuæ proportionales: cuba 2. fit 8. duc 2. in 3. fit 6. duc 6. in 8. fit 48. & ℞. Rel. P. 48. eſt ſecundus terminus pro quinto cuba 3. fit 27. duc 2. in 3. fit 162. & ℞. Rel P. 162. eſt terminus quintus pro tertio autem quadra ſecundum terminum vt in tertio modo feciſti circa quod nota

Primus	Secundus
2	℞. Rel. P. 48.

Tertius
℞. cu. ℞. Rel. P. 273248.
Quartus
℞. cu. ℞. Rel. P. 1259712.

Quintus	Sextus.
℞. Rel. P. 162.	3

quod nil aliud eſt quadrare ℞. Rel. Primam 48. quam quadrare 48. & prouentus ℞. Rel. Prima eſt quadratum ℞. Rel. primæ 48. & itain cubicis, & radicibus radicum: & aliis ſurdis. aut denominationibus, quadra igitur 48. fit 2304. multiplica in quintum & eſt 162. fit 373248. & ℞. cubica ℞. Rel. primæ huius numeri eſt tertius: pro quarto multiplica ℞. Rel. Primam 162. in ſe, & fit 26244. multiplica in ſecundum terminum qui eſt 48. fit 1259712. & ℞. cu. ℞. Rel. primæ huius numeri eſt terminus quartus.

Poſſunt & talia inueniri per vnitatem, & regulam. vt facit Frater Lucas. item per Algebra. verum difficilius & periculoſius hac enim via nihil melius poteſt inueniri.

17 Diuide 10. per 3. m̄. ℞. cu. 5. hæc non poteſt ſolui per capitulum diuiſionis ſurdorum, ſed indiget arte & regulâ generali

10	3. | m̄. ℞. cu. 5. | ℞. cu. $\frac{25}{27}$
	3. p̄. ℞. cu. 5. p̄. ℞. cu $\frac{25}{27}$
	3. m̄. ℞. cu. 5.
	9. m̄. ℞. cu. 25. p̄. ℞. cu. 25. m̄. ℞. cu. $\frac{125}{27}$ & eſt 7 $\frac{1}{3}$
	3. p̄. ℞. cu. 5. p̄. ℞. cu. $\frac{25}{27}$
	10.
	30. p̄. ℞. cu. 5000. p̄. ℞. cu. 925 $\frac{25}{27}$
	7 $\frac{1}{3}$ $\frac{10648}{27}$
	4 $\frac{1}{11}$ p̄. ℞. cu. 12. $\frac{93}{1331}$ p̄. ℞. cu. 2. $\frac{423}{1331}$

tali inuenias tertium terminum in continua proportionalitate 3. & ℞. cu. 5. & hoc fit per præcedentem, quadra ℞. cu. 5. fit ℞. cu. 25. diuide per 3. & quia 25. eſt cubus cuba 3. fit 27. diuide 25. per 27. exit $\frac{25}{27}$. & huius ℞. cuba eſt tertius terminus. quo inuento multiplica diuidendum & eſt 10. & diuiſorem & eſt 3. m̄. ℞. cu. 5. in reciſum diuiſoris & eſt 3. p̄. ℞. cu. 5. addito proportionali & eſt ℞. cu. $\frac{25}{27}$. multiplica igitur 3. m̄. ℞. cu. 5. in 3. p̄. ℞. cu. 5. p̄. ℞. cu. $\frac{25}{27}$, & fit 9. m̄. ℞. cu. 25. p̄. ℞. cu. 25. m̄. ℞. cu. $\frac{125}{27}$ ſed ℞. cu. 25. p̄. & m̄. nihil faciunt, igitur productum erit 9. m̄. ℞. cu. $\frac{125}{27}$. hoc autem neceſſariò ſemper habebit ℞. cu. & eſt 1 $\frac{2}{3}$ detrahe ex 9. remanet diuiſor 7 $\frac{1}{3}$. multiplico etiam 10. in 3. p̄. ℞. cu. 5. p̄. ℞. cu. $\frac{25}{27}$ & fit productum 30. p̄. ℞. cu. 5000. p̄. ℞. cu 925 $\frac{25}{27}$ diuide hoc per 7. $\frac{1}{3}$ cubando 7 $\frac{1}{3}$ fit $\frac{10648}{27}$. diuide igitur 30. per 7. $\frac{1}{3}$ exit 4 $\frac{1}{11}$. diuide ℞. cu. 5000. per ℞. cu. $\frac{10648}{27}$ exit ℞. cu. 12. $\frac{9}{1331}$ diuide etiam ℞. cu. 925. $\frac{25}{27}$. per ℞. cu. $\frac{10648}{27}$. exit ℞. cu. 2 $\frac{431}{1331}$. erit igitur prouentus diuiſionis factæ de 10. per 3. m̄. ℞. cu 5. hoc totum 4. $\frac{1}{11}$ p̄. ℞. cu. 12. $\frac{917}{1331}$ p̄. ℞. cu. 2 $\frac{441}{1331}$. & hanc regulam habui à Magiſtro Gabriele de Aratoribus Arithmeticam Mediolani publicè docente. 18

Cum prouenerit æquatio in qua ſit radix numeri quadrata vel cubica, vel ℞℞. non impediet te ab æquatione ſiue ſit adiunctus numerus ſiue non.

Item nihil impedit ℞. quadrata cenſuum, nec cenſuum cenſus, quia ℞. quadratæ cenſuum ſunt co. numero ℞. numeri cenſuum veluti ℞. 6. ce. ſunt co. numero ℞. 6. ideſt accipere tot co. quantus eſt numerus ℞. 6. & ſimiliter ℞. 9. ce ſunt co. numero ℞. 9. ideſt co. 3. Item ℞. cenſus cenſus ſunt cenſus numero ℞. cenſus cenſus veluti ℞. 10. cenſus cenſus numero ℞. 10. Et ſimiliter ℞℞. cenſus cenſus veluti ℞. 10. cenſus cenſus ſunt co. numero ℞. ℞. 10. & ſimiliter ℞. cubica cuborum nihil impedit: quia talis ℞. eſt co. numero ℞. cubicæ numeri cuborum: veluti ℞. cubica decem cuborum eſt co. numero ℞. cubicæ 10. in omnibus igitur his eſt ſolutio non habens impedimentum. Exemplum cenſus & tres numeri æquantur duabus ℞. cubicis octo cuborum eſt ac ſi diceres cenſus & tres numeri æquantur tot co. quot ſunt duæ Radices cubicæ de 8. diuide igitur duas de 8. per (Raneos) & fit vna ℞. cubica de 8. multiplica eam in ſe & fit vna ℞. cubica 64. à qua detrahe numerum qui eſt 3. & fit ℞. cubica 64. m̄. 3. hoc totum adde dimidio radicum & eſt vna ℞. cubica de 8. & fiet valor rei vna ℞. cubica de 8. p̄. ℞. cubica 64. m̄. 3. & ita res valet 3. Et nota quod cum multiplicas duas ℞. cubicas de 10. in ſe fiunt 4. ℞. cubicæ de 100. quadrando vtrumque extremum.

Item nota quod 4. ℞. cubicæ de 100. ſunt ℞. cubica 6400. quod inuenitur cubando 4. fit 64. deinde multiplicando 64. in 100. fit 6400.

℞. autem quadrata vel cubica de la co. Item ℞. cubica cenſus. Item ℞. quadrata cuborum. Item ℞. cubica cenſuum cenſus impediunt æquationem quin fuerit in pluribus terminis quàm duobus. Exceptis quibuſdam caſibus inferius dicendis.

Quando cubi, & ℞. quadratæ cuborum, æquantur numero, aut cubi & numerus, ℞. quadratæ cuborum. aut ℞. quadrata cuborum, & numerus, æquantur cubis. tunc capitula hæc habent ſolutionem. in omnibus his. pone ℞. cuborum ex vna parte, & & cubos & numerum ex alia, & quadra vtramque

vtramque partem per ſe, & fient cubi æquales ce. cu. p̃. numero.

Exemplum ℞. 3. cu. p̃. 1. æquantur 36. dices igitur tranſponendo ℞. 3. cu. in ſe fit 3. cu multiplica 36. m̃. 1. cu. in ſe fit 1 cenſus cu. p̃. 1296. m̃. 72. cu æqua partes fient 1 cenſus cu. p̃. 1296. æqualia 75. cu. ſequere capitulum de compoſitorum dimidiando 75. cu. fit 37. $\frac{1}{2}$ multiplica in ſe fit 1406. $\frac{1}{4}$ detrahe 1296. remanent 110. $\frac{1}{4}$. cuius accipe ℞. quæ eſt 10 $\frac{1}{2}$. & eam ſubtrahe veluti adde ad 37 $\frac{1}{2}$ fit 27. vel 49. & ℞. cubica 27. eſt valor rei. vel ℞. cubica 47. nam vtroque verificatur, & ita in reliquis duobus caſibus.

Eſt & alia exceptio quin ℞. cuborum, & cenſus, æquatur rebus, vel ℞. cuborum, & res, æquantur cenſibus: vel cenſus, & res, æquantur ℞. cuborum. tunc ſchiſando eſſet ac ſi diceres res & numerus æquantur ℞. cenſuum. & ſimiliter poteſt ſolui alio modo ponendo ℞. cuborum ex vna parte, & cenſus & co. ex alia: & fient cubi æquales cenſibus, & rebus: & ideò ſchiſando habebis æquationem.

Aliquando etiam vitatâ vnâ multiplica-
21 tione aſſequimur æquationem. Exemplum quidam luſit in natalitiis feſtis & prima die lucratus eſt tot pecunias quot habebat ſecundâ autem die lucratus eſt Radicem eius quod habuerat primâ die & duos aureos plus tertia autem die lucratus eſt tantùm quantum fuit quod producitur ex pecuniis primæ & ſecundæ diei. Et cum numeraſſet pecunias primæ ſecundæ & tertiæ diei inuenit ſe habere aureos 49. quæritur igitur quot aureos habuit in prima die. pone igitur quod habuerit primâ die $\frac{1}{2}$ cenſus igitur ſecundâ die habebat 1 cenſus quod eſt duplum eius & tunc lucratus eſt radicem eius p̃. 2. igitur lucratus eſt 1. co. p̃. 2. in tertia autem die ſi multiplicares 1. cenſus p̃. 1. co. p̃. 2. in ſe & adderes producto ipſam radicem. fieret totum aurei 49. ſed talis multiplicatio non reciperet æquationem dices igitur ſi 1. cenſus p̃. 1. co. p̃. 2. Cum eius quadrato, æquantur 49. igitur 1. cenſus p̃. 1. co. p̃. 2. æquabuntur tali numero qui in ſe multiplicatus atque multiplicationi additus faciat 49. ergo ſecundam poſitionem & dic 1 cenſus p̃. 1. co. æquantur 49. igitur per capitulum ipſa co. valet ℞. 49. $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ habes igitur quod 1. cenſus p̃. 1 co. m̃, 2. æquantur ℞. 49. $\frac{1}{4}$. m̃. $\frac{1}{2}$. quare 1. cenſus p̃. 1 co. æquabuntur ℞. 49 $\frac{1}{4}$ m̃. 2 $\frac{1}{2}$. igitur per capitulum iterum diuides 1 co. & fiet $\frac{1}{2}$. quadra & fit $\frac{1}{4}$ adde ad radicem ligatam 49. $\frac{1}{4}$. m̃. 2. $\frac{1}{2}$. fit ℞. 49. $\frac{1}{4}$. Cuius accipe ℞. & erit ℞. ℞. V. ligatæ 49. $\frac{1}{2}$. m̃. 2. $\frac{1}{4}$. à qua detrahe $\frac{1}{2}$ pro dimidio Radicum erit valor rei ℞℞. V. L. 49. $\frac{1}{4}$ m̃. 2 $\frac{1}{4}$ m̃. L $\frac{1}{2}$. & quia poſuimus quod haberet $\frac{1}{2}$ cenſus primâ die multiplicabimus ℞℞. V. L. 49 $\frac{1}{4}$ m̃. 2. $\frac{1}{4}$ m̃. L $\frac{1}{2}$. Et producti medietas eſt quantitas aureorum quos habuit primâ die.

22 Eſt & aliud genus radicum de quibus non meminimus anno ob difficultatem earum & vocantur radices pronicæ; & ſunt tres minor media: & maior & minor eſt quin aliquis numerus in ſe ductus deinde additus producit alium numerum, veluti 2. eſt ℞. pronica minor de 6. & 3. de 12. & 4. de 20. & 5. de 30. & 6. de 42.

Pronica media eſt cum aliquis numerus in ſe cubice ducitur deinde additur ℞. ipſa, tunc aggregati illius primus numerus eſt ℞.

Pronica media: veluti 2. eſt ℞. pronica 10. & 3. de 30. & 4. de 68. & 5. de 130. & ita de aliis, nam 5. in ſe cubice ductus producit 125 & additis 5. fiunt 130.

Pronica maior eſt cum numerus aliquis in ſe ducitur: & producto additur ℞. numeri multiplicati: & hoc modo dicemus quod 2. eſt ℞. pronica 18. & 3. de 84. & 4. de 160. & ita de aliis, in prima autem numerus æquatur 1. ce. p̃. 1. co. in ſecunda numerus æquatur 1. cu. p̃. 1. co. in tertia autem numerus æquatur 1 ce. ce. p̃. 1. co.

Differentia cubi à cubo quorum vnitas eſt 23
differentia ſic cognoſcitur, multiplica ℞. vnius per ℞. alterius, & productum tripla, & adde vnitatem & hæc eſt differentia, Exemplum cubus 2. eſt 8. volo ſcire cubum 3. duco 2. in 3. fit 6. fit 18. adde 1. fit 19. & hæc eſt differentia igitur dicemus quòd cubus 3. eſt 27 nam 8. & 19. faciunt 27. & ita cubus ℞. cu. 10. p̃. 1. eſt ex hac ℞. cu. 2700. p̃. ℞. cu. 270. p̃. 1. Radicis autem cubicæ 10. cubus eſt 10. igitur cubus ℞. cu. 10. p̃. 1. eſt 11. p̃. ℞. cu. 2700. p̃. ℞. cu. 270. ſed per aliam viam cubus ℞. cu. 10. p̃. 1. eſt 11. p̃. ℞. cu. 800. p̃. ℞. cu. 80. p̃. ℞. cu. 100. p̃. ℞. cu. 10. igitur dicemus quòd ℞. cu. 2700. p̃. ℞. cu. 270. eſt tantum quantum ℞. cu. 800. p̃. ℞. cu. 80. p̃. ℞. cu. 10.

Regula de Modo.

Eſt etiam regula de Modo à me appellata, 64
quoniam ex ipſa habentur regulæ infinitæ in rebus maximè mercantilibus, & potes replere librum ex ipſis in vno menſe diuerſarum operationum, quæ omnes regulæ diuerſæ videbuntur: & ita Frater Lucas, Borgias, Fortunatus, fecerunt libros pro Neotericis inſtruendis, & ita tu lector poteris quotidie nouas regulas & inuſitatas fabricare.

Modus eſt talis ſolue quæſtionem quamuis per algebra deinde detrahe la co. & ſerua operationes eaſdem in terminis ſuis, & erit regula generalis.

Exemplum brachia panni viridis 7. & brachia. 3. nigri, valent libras 72. atque eodem pretio brachia 2. panni viridis, & brachia 4. panni nigri valent libras 52. quæritur pretium vtriuſque ſolue per la co. hoc modo, pone quòd brachium primi panni viridis valeat 1. co. igitur 7. brachia valent 7. co. igitur 3. brachia panni nigri valent reſiduum quód eſt 72. m̃. 7. co. diuide per 3. brachia panni nigri exit valor 1. brachij panni nigri 24. lib. m̃. 2. $\frac{1}{3}$ multiplica per brachia 4. panni nigri ſecundæ poſitionis fiet valor panni nigri libros 96. m̃. 9. $\frac{1}{3}$ co. & quia 1. brac. panni viridis valet 1. co. igitur 2. brachia valent 2. co. igitur brachia 2. panni viridis & 4. nigri valent 96. libras m̃. 7. $\frac{1}{3}$ co. quare cum valeant lib. 52. erunt lib. 96. m̃. 9 $\frac{1}{3}$ co. æquales lib. 52. deme 52. ex 96. fiens

44.& tot libras valent $7\frac{1}{3}$ co. quare res valet 6. & quia quannus viridis poſitus eſt va-

Viride		Nigrum
7		3. lib. 72.
2		4. lib. 62.
7 co.		72. m̄. 7 co.
		3
		24. m̄. $2\frac{1}{3}$ co.
		4
		96. m̄. $\frac{1}{3}$ co.
		2. co.
		96. m̄. $6\frac{2}{3}$ co.
		52
		44. m̄. $7\frac{1}{3}$ co.
		$7\frac{1}{3}$
		6

lere 1.co. pro brachio, erit pretium 1. brachij panni viridis lib.6.& quia erant 7. brachia valebant lib.42.& quia brachia 7.viridis & 3.nigri valebant 72.lib.igitur brachia 3.nigri valent reſiduum de 82.& ſunt libræ 30.quare 1.brachium panni nigri valet lib. 10.igitur pannus viridis valet lib.6.& niger. lib.10.pro brachio.

Viridis		Niger.	
bra. 7.	bra. 3.	lib.	72.
bra. 2.	bra. 4.	lib.	52.
7			72.
3			3
$2\frac{1}{3}$			24.
4			4
$9\frac{1}{3}$			97.
2			52.
$7\frac{1}{3}$			44.

Reduc modo ad regulam, & dices, in talibus diuide quantitatem brachii panni maiorem, & pecunias ſeorſum, per quantitatem panni minorem, videlicet diuide 72. & 7. per 3. exeunt 24 & 2. $\frac{1}{3}$: & hæc multiplica per numerum panni eiuſdem generis in ſecunda poſitione & fuit 4.& fiunt 96. & 9. $\frac{1}{3}$. detrahe numerum alterius panni & eſt 2.ex producto brachiorum & eſt 9. $\frac{1}{3}$ & libras 52. ex libris vltimo productis & ſunt 96. remanebunt brachia $7\frac{1}{3}$ ex parte brachiorum, & lib. 44. ex parte librarum: diuide lib. 44. per brachia $7\frac{1}{3}$ exibunt lib. 6. pro brachio: & tantùm valebit 1. brachium panni plurium brachiorum ideſt panni virides, & in ſimilibus caſibus habes regulam pulcram generalem & ita infinitas conficere potes

Et regula per quam extrahuntur omnes hæ regulæ ex ſuperioribus capitulis, vocatur regula de modo nobilis ſupra omnes regulas.

Exemplum aliud vides hîc abreuiatum & facilè diuide 5. & 18. per 3. & exeunt $1\frac{2}{3}$ & 6. multiplica per 7. fiunt $11\frac{2}{3}$ & 42. detrahe numeros ſuperiores qui ſunt 4. & 24. in directo fiunt $7\frac{1}{3}$ & 18.

Velutum.	Raſum.	Duc.
5	3	18.
4	7	24.
$1\frac{2}{3}$		6.
$11\frac{2}{3}$		42
4		24
$7\frac{1}{3}$		18.
Valor	2 $\frac{8}{11}$	Veluti

Diuide 18. per $7\frac{1}{3}$ exeunt 2 $\frac{8}{11}$ valor veluti.

Ex vndecima & duodecima regulis vigeſimiſecundi Capituli liquet, quod cum diuiſeris 1. cu. p̄. 1. per 1 co. p̄. 1. exit 1 cenſus p̄. 1. m̄. 1. co. Item cum diuiſeris 1. cu. m̄. 1. per 1 co m̄. 1. exit 1. cenſus p̄. 1. co. p̄. 1. Ex decimaſexta autem regula huius capituli liquet, quod cum diuiſeris 1. cu. p̄. 8. per 1 co. p̄. ℞. cu. 8. exibit 1 cenſus m̄. co. ℞. cu. 8. p̄. ℞. cu. 64. in numero & ita ſi diuideres 1 cu. p̄. 7. exibit diuiſor 1 co. p̄. ℞. cu. 7. & factâ diuiſione exibit 1 cenſus m̄. ℞. cu. 7. p̄. ℞. cu. 49. in numero. Et ita ſi diuiſeris 1 cu. m̄. 8. per 1 co. m̄. ℞. cu. 8. exibit 1 cenſus p̄. co. ℞. cu. 8. p̄. ℞. cu. 64. in numero. & modus eſt talis volo diuidere 1 cu. p̄. 8. per 1 co. p̄. ℞. cu. 8. dico, quod exibit 1. ce. m̄. co. ℞. cu 8. p̄. ℞. cu. 64. in numero diuido primo 1. cu. per 1 co. exit 1 cenſus deinde multiplico per modum diuiſionis integrorum 1. cenſus in 1. co. p̄. ℞. cu. 8. fit 1 cu. p̄. ℞. cu. 8. cenſus cu. detraho ex diuidendo remanent m̄. m̄. cu. 8. cenſus cenſus cu. p̄. 8. hdc diuido etiam per 1. co. diuiſoris exit m̄. ℞. cu. 8. cu. & eſt m̄. co. ℞. cu 8. multiplico m̄. co. ℞. cu. 8. in diuiſorem fit m̄. ℞. cu. 8. cenſus cu. m̄. co. ℞. cu. 64. detraho ex m̄. ℞. cu. 8. cenſus cu. p̄. 8. remanent p̄. co ℞. 25

p̄. co. ℞. cu. 64. p̄. 8.
m̄. ℞. cu. 8. cenſus cu. p̄. 8.

1 cu.		p̄. 8.
1 co.	p̄. ℞.	cu. 8.
1 ce.	m̄. co: m̄. cu. 8. p̄. ℞. cu. 64.	
1 cu.		

p̄. ℞. cu. 8, cenſus cu. m̄. co. ℞. cu. 64.
p̄. co. ℞. cu. 64. p̄. 8.

cu. 64. p̄. 8. & hoc eſt quia m̄. detractum à p̄. remanet p̄. igitur diuido co. ℞. cu. 64. per 1. co. exit ℞. cu 64. duco ℞. cu. 64. in diuiſorem exit co. ℞. cu. 64. p̄. 8. detraho ex ſuprapoſito reſiduo nihil remanet.

Si quis igitur dicat per quid debeo diuidere 1 cu. p̄. 7. dico diuide per 1 co. p̄. ℞. cu. 7. ſi dicat per quid debeo diuidere 1. cu. m̄. 5. dico diuide per 1 co. m̄. ℞. cu. 5. ſi dicat diuidendo 1 cu. p̄. 7. per 1 co. p̄. ℞. cu. 7. quid exibit dico ſemper quære inter 1. numerum cubi & 7. numerum plus aut minus duas quantitates continuæ proportionales per decimam ſextam regulam & erunt ℞. cu. 7. & ℞. cu 49. ſi igitur diuidis per 1 co. p̄. ℞. cu. 7. exibit 1 cenſus m̄. co. ℞. cu. 7. p̄. ℞. cu. 49. quod ſi diuidis 1 cu. m̄. 7. per 1. co. m̄. ℞. cu. 7. exibit 1. cenſus p̄. co. ℞. cu. 7. p̄. ℞. cu. 49.

Ex

26 Ex hac ſequitur in duobus capitulis Algebræ quæ ſunt cubus & numerus æqualia co. Item cu. æqualis co. & nu. quotiens ipſæ res fuerint 1. p̄. quam nu. aut duplum rerum ſit 8. p̄. quàm nu. aut triplum rerum ſit 27. p̄. quàm nu. aut quadruplum rerum ſit 64. p̄. quam nu. & ita deinceps res multiplicatæ per aliquem nu. excedant ipſum nu. in cubo numeri. multiplicantis veluti ſi multiplicauerimus per 3. exceſſus ſit in 27. & ſi per 4. in 64. & ſi per 5. in 125. Et ita de aliis aut etiam ſi econuersò, videlicet quod res duplicatæ & additæ numero faciant 8. aut triplicatæ & additæ numero faciant 27. aut quadruplicatæ & additæ numero faciant 64. in his omnibus caſibus ſemper reducemus rem ad capitulum notum hoc modo.

Si res & nu. æquantur cubis reducemus omnia ad vnum cubum deinde detrahemus res à numero ſi res ſint 1 p̄. quam nu. aut detrahemus duplum rerum à numero ſi duplum rerum ſit 8. p̄. quam nu. Et ita de triplo & aliis deinde ponemus res cum numero detracto per viam p̄. & reſiduum adiungemus cubo & erunt æqualia & habebunt communem diuiſorem 1 co. p̄. ℞. cu. numeri additi ad cubum, & ex vna parte exibunt cenſus co. & nu. & ex alia nu. Vnde æquatio erit manifeſta.

Exemplum ſint, 3. cu, æquales 24. co p̄. 21. Reduco ad 1. cu. fit 1. cu. æqualis 8. co. p̄. 7. nu. & quia 8. excedit 7. in 1. detraho 8. ex 7. remanet 1. addo ad 1. cu. fit 1. cu. p̄. 1 addo 1. ad 7. fit 8 ſit ergo 1. cu. p̄. 1. æqualis ad 8 co. p̄. 8. Vel aliter & facilius transfer numerum qui eſt 7. ad cubum dices igitur ſi 8. co p̄. 7. æquantur ad 1. cu. igitur 1. cu. m̄. 7. æquatur ad 8. co. adde vtrique parti 8. pro numero & fient 8. co. p̄. 8. æquales ad 1. cu. p̄. 1. diuide igitur 1. cu. p̄. 1. per 1. co. p̄. 1. & exit 1 cenſus m̄. 1 co. p̄. 1. diuide 8 co. p̄. 8. per 1 co. p̄. 1. exit 8. igitur 1 cenſus p̄. 1. m̄. 1. co. æquatur 8. igitur 1. cenſus p̄. 1. m̄. 1. co. æquatur 8. igitur 1. cenſus æquatur ad 1. co. p̄. 7. igitur res valet per capitulum $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 7 $\frac{1}{4}$.

Aliud exemplum, ſint cubi 3. æquales 15. co. p̄. 6. reduc. ad vnum cubum, erit igitur 1. cu. æqualis 5. co. p̄. 2. & quia duplum 5. eſt 10. & 10. excedit 2. qui eſt numerus in 8. dicemus igitur transferendæ ſi 1. cu. æquatur ad 5 co. p̄. 2. igitur. 1 cu. m̄. 2. quatur 5 co. dupla 5. fit 10. adde vtrique parti fit 1. cu. p̄. 8. æqualis ad 5. co.. p̄. 10. inuenias communem diuiſorem per præcedentem qui erit 1 co. p̄. 2. quia 2. eſt ℞. cubica de 8. diuide 1 cu. p̄. 8 per 1. co. p̄. 2. exit 1 cenſus m̄. 2 co. p̄. 4. per vigeſimam quintam regulam diuide 5. co p̄. 10. per 1. co p̄. 2. exit 5. igitur 1 cenſus p̄. 4. æquatur ad 2 co. p̄. 5. igitur 1 cenſus æquatur 2. co. p̄. 1. igitur res valet 1. p̄. ℞. 2.

Si verò 3. cu. æquantur 15 co. p̄. 36. tunc reduc ad 1. cu. & fiet 1 cu. æqualis 5. co. p̄. 12. triplica 5. fit 15. adde ad 12. fit 27. cum igitur 27 ſit cubus de 3. erit 27. cubus quæſitus & 3. ℞. cubica 27. res quæſita.

Cum vero cubus & numerus fuerint æqualia rebus vtpote 3. cu. p̄. 21. ſunt æqualia 24. co. reduc ad 1. cu. & fit 1. cu. p̄. 7. æqualis 8 co. & quia differentia eſt 1. detrahes 8. numerum rerum ex vtraque parte & fiet 1. cu. m̄. 1. æqualis 8 co. m̄. 8. quare communis diuiſor erit 1 co. m̄. 1. diuiſo igitur 1 cu. m̄. 1. per 1 co. m̄. 1. exibit 1 cenſus p̄. 1. co. p̄. 1. diuiſo etiam 8 co. m̄. 8. per 1. co. m̄. 1. exibunt 8. igitur 1 cenſus p̄. 1 co. p̄. 1, æquantur 8. igitur 1 cenſus p̄. 1. co. æquantur 7. quare per capitulum Algebræ (necro) res valebit ℞. 7. $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$.

Aliud exemplum, ſint cubi 3. p̄. 6. æquales 15 co. igitur 1. cu. p̄. 2. æquabitur 5. co reducendo ad 1. cu. dupla igitur 5. numerum de le co. fit 10. detrahe 10. ex vtraque parte fiet 1 cu. m̄. 8. æqualis 5. co. m̄. 10. igitur communis diuiſor eſt 1 co. m̄. 2. diuide 1. cu. m̄. 8. per 1 co. m̄. 2. exit 1 cenſus p̄. 2. co p̄. 4. diuide 5 co. m̄. 10. per 1. co. m̄. 2. exit 5. igitur 1. cenſus p̄. 2 co. p̄. 4. æquatur 5. quare 1 cenſus p̄. 2. co. æquatur 1 igitur res valet ℞. 2. m̄. 1. cuius cubus eſt ℞ 50. m̄. 7. igitur 1 cu. p̄. 2. eſt ℞. 50. m̄. 5. Et tantùm ſunt co. 5. nam 5. in ℞. 2. m̄. 1. facit ℞. 50. m̄. 5. verificatur etiam vbi res fit 2. & cubus & ſicut & in (Rancor) eſt duplex æquatio.

Eſt etiam aliud genus æquationis & eſt vt 1 cu. p̄. 7. co. æquetur 4. cenſus p̄. 4. & tunc transferendo vnitatem fiet 1. cu. p̄. 7. co. m̄. 1 æqualis 4 cenſus p̄. 3. quare 4. cenſus p̄. 3. m̄. 7 co. æquabitur 1 cu. m̄. 1. igitur diuiſis partibus per 1 co. m̄. 1. fient 1 cenſus p̄. 1. co. p̄. 1. æqualia 4 co. m̄. 3. quare 1 cenſus p̄. 4. æquabitur 3 co. Et ita res eſt in capitulo. 27

Et ſimiliter ſi ponatur 1 cu. p̄. 1. co p̄. 2. æqualis 4. cenſus reduces 1. cu. ad m̄. 1. & fiet 1. cu. m̄. 1. æqualis 4 cenſus m̄. 1. co. m̄. 3. quo diuiſo per 1 co. m̄. 1. exibunt 4 co. p̄. 3. æquales 1. cenſus p̄. 1 co. p̄. 1. quare erit 1 cenſus æqualis 3 co. p̄. 2. & erit in capitulo minore compoſitorum.

Et ſimiliter ſi fuerint 7 co. m̄. 3. æquales ad 1. cu. p̄. 3 cenſus reducendo ad 1. cu. m̄ 1. fiet 1. cu. m̄. 1. æqualis 7. co. m̄. 3. cenſus m̄. 4. quare diuiſo per 1 co. m̄. 1. exibunt 4. m̄. 3. co. æqualia ad 1 cenſus p̄. 1. co. p̄. 1. igitur erit 1 cenſus p̄. 4. co. æqualia 3. Et erit in capitulo.

Et ſimiliter ſi fuerint 1. cu p̄. 4. co æqualia 4 cenſus p̄. 1. reducendo ad 1. cu. m̄. 1. fiet 1. cu. m̄. 1. æqualis 4. cenſus m̄. 4. quare diuiſo per 1 co. m̄. 1. fient 1. cenſus p̄. 1 co. p̄. 1. æqualia 4. co quare 1 cenſus p̄. 1. æquabitur 3. co.

Et ſimiliter quotiens & eſt regula generalis fuerint cu cenſus co. & nu. ita diſpoſita quod duo ex his æquetur duobus ex aliis fuerintque duo inuicem æqualia ſemper habebimus æquationem exemplum 3. cu. p̄. 3. æquentur 7. cenſus p̄. 7 co. æquatio erit manifeſta ſchiſando per 1. co. p̄. 1. & ſimiliter ſi dicas 3. cu. p̄. 7. co. æquantur ad 7, cenſus p̄. 3. igitur 3. cu. m̄. 3. æquantur 7. cenſus m̄. 7 co.

Et ſimiliter 2. cu p̄. 5. cenſus æquantur 10. co. p̄. 16. igitur 1. cu. p̄. 2 $\frac{1}{2}$ cenſus æquabitur 5. co. p̄. 8. igitur tranſponendo 1. cu.

cu. m̄. 8. æquabitur 2 $\frac{1}{2}$ cenſus m̄. 5. co igitur diuidendo per regulam vigeſimamſextam præcedentem per 1 co. m̄. 2. fiet 1 cenſus p̄. 1 co. p̄. 1. æqualis 2 $\frac{1}{2}$ co. p̄. 2 $\frac{1}{2}$ igitur 1. cenſus æquabitur 1 $\frac{1}{2}$ co. p̄. 1 $\frac{1}{2}$ Et erit in capitulo.

Et ſimiliter ſi fuerit 1. cu. p̄. 3. æqualis 4. cenſus p̄. 2. co. habebimus, æquationem reducendo ad 1. cu. p̄. 1. Et fient 4 cenſus p̄. 2 co. m̄. 2. æquales 1. cu. p̄. 1 quare diuidendo per 1. co. p̄. 1. fient 4. co. m̄. 2. æquales 1 cenſus m̄. 1. cenſus m̄. 1 co. p̄. 1. quare 1 cenſus p̄. 3. æquabitur 5. co. Et erit in capitulo.

Et ſimiliter ſi fuerint 4 cenſus p̄. 6 co. p̄. 1. æqualia 1. cu. reducemus ad 1. cu. p̄. 1. Et remanebunt 4 cenſus p̄. 6. co. p̄. 2 æqualia 1. cu. p̄. 1. Vnde diuidendo per 1. co. p̄. 1. fient 4. co. p̄. 2. æquales ad 1. cenſus m̄. 1. co. p̄. 1. itaque erit 1. cenſus æqualis 5 co. p̄. 1. Et erit in capitulo.

Et ſimiliter ſi fuerint 1. cu. p̄. 2 cenſus æquales 2. co. p̄. 3. reducemus ad 1. cu. p̄. 1. & fient 1. cu. p̄. 1. æqualia 2 co. p̄. 4. m̄. 2. cenſus quare diuidendo per 1. co. p̄. 1. fient 4. m̄. 2. co. æqualia 1. cenſus m̄. 1. co. p̄. 1. quare 1. cenſus p̄. 1. co. æquabitur 3. Et erit in capitulo.

Et ſimiliter ſeuenient æquationes per re-

diuidendus	1. cu. p̄. 1.	diuidendus
diuiſor	1. co. p̄. 1.	exiens
exiens	1 cenſus m̄. 1. co. p̄. 1.	diuiſor

diuidendus	1. cu. m̄. 1.	diuidendus
diuiſor	1 co. m̄. 1.	exiens
exiens	1 cenſus p̄. 1 co. p̄. 1.	diuiſor

liqua duo diuidentia de 1. cu. p̄. 1. & de 1. cu. m̄. 1. Et ego ponam ambos diuiſores vtriuſque.

Et ſcias quod quando res æquantur cubis & numeris tunc capitulum habet duplicem ſemper ſolutionem, veluti ſi dico dico quod 1. cu. p̄. 2 æquatur 5 co. nam res poteſt valere 2. & cubus erit 8. & cubus plus 2. eſt 10. & 5. co. ſunt etiam 10. & ſimiliter diuiſione factâ per 1 co m̄. 2. fit 1 cenſus p̄. 2. co. p̄. 4. æqualis 5. quare res valebit ℞. 2. m̄. 1. & in vtroque caſu verificatur quod 1. cu. p̄. 2. æquatur 5 co. ſiue ipſa res ponatur 2. ſiue ℞. 2. m̄. 1 & hoc eſt ſimile quando res æquantur cenſui p̄. nu. & ita etiam quando cenſus æquatur cenſui cenſui p̄. nu. & vniuerſaliter ſemper quando denominatio media per ſe æquatur extremis iunctis ſemper æquatio oritur duplex & res habet duplicem valorem & in vtroque verificatur & ita etiam dicemus quod quando cenſus æquabitur cu. p̄. nu. valor cenſus erit duplex

28 Si fuerint duæ quantitates quarum aggregatum per ambas diuiſeris & prouenientia iunxeris & totum duxeris in productum vnius in alteram quod fiet erit æquale quadrato aggregati exemplum capio 8. & 27. iungo ſimul fiunt 35. diuido 35. per 8. exit 4 $\frac{3}{8}$ diuido 35. per 27. exit 1 $\frac{8}{27}$ iungo 4 $\frac{3}{8}$ & 1 $\frac{8}{27}$ fiunt 5 $\frac{145}{216}$ dico quod ſi hoc ducatur in 216. quod eſt productum ex 8. in 27. fient 1225. & hoc eſt æquale quadrato 35. videlicet aggregati.

Et ſi fuerint 3. quantitates continuæ proportionales quadratum prouentus aggregati earum diuiſi per ſecundam quantitatem eſt æquale aggregato prouentuum aggregati diuiſi per ſingulas illarum: exemplum capio 4. 6. 9. aggregatum eſt 19. diuido 19. per 6. & eſt ſecunda quantitas exit 3 $\frac{1}{6}$ quadro 3 $\frac{1}{6}$ fit 10. $\frac{1}{36}$ & hoc erit æquale prouentui 19. aggregati diuiſi per 4. & per 6. & per 9. diuido 19. per 4. exit 4. $\frac{3}{4}$ diuido 19 per 6. exit 3. $\frac{1}{6}$ diuido 19. per 9. exit 2 $\frac{1}{9}$ iungo 4 $\frac{3}{4}$. 3 $\frac{1}{6}$. faciunt 10. $\frac{1}{36}$. ex hoc ſequitur quod aggregatum ex prouentibus diuiſionis aggregati trium quantitatum continuæ proportionalium per omnes illas eſt ſemper quadratum quia eſt quadratum quantitatis prouenientis ex aggregato diuiſo per ſecundam quantitatem, ſequitur ſecundo quod cognito aggregato & quantitate ſecunda proportionali cogoſcam omnes partes videlicet reliquas duas & etiam aggregatum prouentuum aggregati diuiſi per omnes illas partes veluti ſi aggregatum eſt 19. & quantitas ſecunda 6. ſcio quod aggregatum prouentuum erit 10 $\frac{1}{36}$ videlicet quadratum 3 $\frac{1}{6}$ qui prouenit diuiſo 19. per 6. & ſimiliter dicam quod ſi aggregatum ſit 10. & ſecunda quantitas 3. quod aggregatum diuiſionis 10. per omnes illas quantitates erit 11 $\frac{1}{9}$ quadratum videlicet 3 $\frac{1}{3}$.

Et ſi fuerint 4. quantitates continuæ proportionales & diuiſerimus aggregatum per vnamquamque illarum & iungamus prouentus & totum multiplicauerimus in productum primæ in quartam aut ſecundæ in tertiam, fiet tale productum æquale productioni totius aggregati ex omnibus 4. quantitatibus in ſeipſum. Exemplum cápio 8. 12. 27. quæ iunctæ faciunt 65. diuido 65. per 8. exit 8 $\frac{1}{8}$ & per 12. exit 5 $\frac{5}{12}$ & per 18. exit 3 $\frac{11}{18}$ & per 27. exit 2 $\frac{11}{27}$ iungo ſimul & fiunt 19 $\frac{121}{216}$ multiplica 19 $\frac{121}{216}$ per 216. quod eſt productum ex prima in quartam ideſt ex 8. in 27. vel ex ſecunda in tertiam duco igitur 19 $\frac{121}{216}$ in 216. fiunt 4225. & hoc eſt æquale quadrato 65. aggregati ex omnibus.

Et ſi fuerint quatuor quantitates continuæ proportionales productum aggregati ex prima & quarta in aggregatum ex prima & ſecunda erit æquale ei quod fit diuiſo aggregato primæ & quartæ per ſecundam & per tertiam ſeorſum. Deinde aggregatis prouentibus & ductis in quadratum ſecundæ, veluti ſint quantitates illæ 8. 12. 18. 27. iunge primam & quartam fiunt 35. iunge primam & ſecundam fiunt 20. multiplica 20. in 35. fiunt 700. dico quod tantum faciet quadratum ſecundæ quantitatis & eſt 144. in aggregatum prouentus 35. diuiſi per ſecundam & tertiam quantitatē diuide igitur 35. aggregatum primæ & quartæ per 12. exeunt 2 $\frac{11}{12}$ diuide 35. per 18. exit 1 $\frac{17}{18}$. iunge ſimul fiunt 4 $\frac{31}{36}$ mulptiplica 4 $\frac{31}{36}$ in 144. fit 700. & eodem modo ſi veles ponere 27, primam quantitatem & 18. ſecundam & 12. tertiam & 8. quartam erit. enim prouentus diuiſionis. 35. aggregati ex prima & quarta per 12. & 18. tertiam & ſecundam quantitatem vti ſupra 4 $\frac{31}{36}$ & hic

hic ductus in 324. quadratum ſecundæ facit 1575. & tantum facit productum ex aggregato primæ & ſecundæ & eſt 45. in aggregatum primæ & quartæ & eſt 35. nam 35. in 45. facit 1575. & hæ duæ regulæ vltimæ docent modum ſolutionis capitulorum trium quæ ſunt cu.cen.æqualia numero & cu. nu. æqualia cenſus & cenſus nu. æqualia cu &c. ideò diligenter nota eas.

Omnis ℞. cubica numeri quadrati eſt numerus quadratus, & eſt conuerſa ſeptuageſimæſextæ regulæ quadrageſimiſecundi capituli veluti ℞. cubica 64. eſt 4. qui eſt quadratus. 2.

Nota etiam quod ſicut numerus quadratus perſæpe componitur ex duobus numeris quadratis ita cubus ex tribus cubis vt 216. qui eſt cubus de 6. componitur ex 125. & 64. & 27. qui ſunt cubi de 5. & 4. & 3.

Cum volueris diuidere 12. in duas partes continuè proportionales cum 1. fac ſic dimidia 12. fit 6. duc in ſe fit 36. item duc 6. dimidium in reliquum numerum fit 6. detrahe 6. ex 36. remanent 30. quem ſerua.

12
6 ——— ——— ——— — 1
6

36
6
—
30

$6\frac{1}{2}$
—
$3\frac{1}{2}$
3

12
1
—
13
$6\frac{1}{2}$
$42\frac{1}{4}$
30
—
$12\frac{1}{4}$
$3\frac{1}{2}$

deinde iunge etiam 12. & 1. fiunt 13. dimidia fit $6\frac{1}{2}$ quadra fit $42\frac{1}{4}$ detrahe 30. prius ſeruatum ex $42\frac{1}{4}$ remanent $12\frac{1}{4}$ huius accipe radicem quæ eſt $3\frac{1}{2}$ detrahe ex $6.\frac{1}{2}$ dimidio aggregati remanent 3. & 3. additus & diminutus à 6. dimidio maiori, oſtendit partes quæ ſunt 3. & 9. ſi vero numerus non diuidendus eſſet maior dimidio diuidendi vt ſi diceret diuide 12. in duas partes in continua proportionalitate cum 27, eſt maior quam 6. dimidium 12. multiplicabimus 27, in dimidium 12. quod eſt 6 fit 162. detrahe 36. quadratum dimidij

12
—
6
36

27
162
36
—
126

27
12
—
39
$19\frac{1}{2}$
$380.\frac{1}{4}$
126
—
$506\frac{1}{4}$
$22\frac{1}{2}$

ex 162. remanent 126. deinde iunge 27. & 12. fit 39. dimidium eſt $19.\frac{1}{2}$ duc in ſe fit $80\frac{1}{4}$ adde ei 126 ſeruatum fit $506\frac{1}{4}$ huius radix eſt $22.\frac{1}{2}$ detrahe $19\frac{1}{2}$ dimidium aggregati ex $22\frac{1}{2}$ remanent 3 & 3. additus & diminutus à 6. quod eſt dimidium numeri diuidendi oſtendit partes erunt igitur partes 3. & 9. quæſitæ Et ſidicas nomine ſine hac regula potuit fieri hæc operatio per algebra dico quod ſic imo hæc eſt regula de modo, quâ tamen vtitur replicando in denominationibus quia facere poſitionem de poſitione adducit confuſionem, & ideò, ſi quis dicat, diuide 10. in duas partes proportionales cum 4 co. operabimur per regulam de modo poſitam, & tamen non poſſumus operari per algebra, & ita faciemus regulas de modo in omnibus caſibus vbi voluerimus facere poſitionem in denominationibus, & hæc regula eſt quaſi conuerſa centeſimæ decimæ ſextæ quadrageſimiſecundi capituli.

Si fuerint 3. quantitates continuè propor- 03
tionales diuidatur quod aggregatum primæ & tertiæ per vnamquamque illarum prouenientia iuncta & ducta in productum primæ in tertiam ſunt æqualia ductui aggregati ex prima & tertia in aggregatum omnium trium quantitatum veluti ſint. 4. 6. 9. aggregatum primæ & tertiæ quod eſt 13. diuiſum per vnamquamque illarum producit $3\frac{1}{4}$. $2\frac{1}{6}$. $1\frac{4}{9}$. hæc iuncta faciunt $6\frac{31}{36}$ multiplico $6\frac{31}{36}$ in quadratum ſecundæ vel in productum primæ in tertiam quod eſt 36. fiunt 247. & tantum producitur ex aggregato primæ & tertiæ quod eſt 13. in aggregatum omnium trium quantitatum quod eſt 19. fit. enim 247.

Omnium 3. quantitatum continuè proportionalium ſi aggregatum primæ & tertiæ diuidatur per primam & ſecundam ſtatuendo primam quamuis ex extremis quantitatem, prouenientia iuncta & multiplicata in productum primæ in tertiam, tantum faciunt quantum aggregatum primæ & tertiæ in aggregatum ſecundæ & tertiæ. exemplum ſint. 4. 6. 9. quantitates continuè proportionales & ponatur prima quantitas 9 ſecunda ſecundæ 6. tertia 4. & diuidatur aggregatum primæ & tertiæ quod eſt 13. per primam & ſecundam quæ ſunt 9. & 6. & proueniunt $1\frac{4}{9}$ & $2\frac{1}{6}$ quæ iuncta faciunt $\frac{1}{1}$ dico quod hoc aggregatum ductum in productum primè in tertiam quod eſt 130. tantum facit quantum aggregatum primæ & tertiæ quod eſt 13. in aggregatum ſecundæ & tertiæ quod eſt 10. nam 10. in 13. faciunt 130. & ſimiliter accidit ſi facias 4. quantitatem primam 6. ſecundam 9. tertiam nam diuiſo 13. per primam & ſecundam proueniunt $3.\frac{1}{4}$ & $2\frac{1}{6}$ quæ iuncta faciunt $5\frac{5}{12}$ hæc ducta in productum primæ in tertiam quod eſt 36. faciunt 195. & tantum producitur ex aggregato primæ & tertiæ quod eſt 13. in 15. aggregatum ſecundæ & tertiæ.

Et ſimiliter ſi aggregatum primæ & ſecundæ per primam & tertiam ſeorſum. deinde exeuntia iungantur & tale aggregatum ducatur in productum primæ in tertiam producetur tantum quantum fit ex aggregato primæ & ſecundæ in aggregatum primæ & tertiæ poſita prima quacunque ex duabus volueris extremis, exemplum ſint. 4. 6. 9. iungatur 4. & 6. & fiunt 10. diuidatur 10. per

per primam & tertiam & ſunt 4. & 9. & exeunt 2 $\frac{1}{2}$ & 1 $\frac{1}{9}$ iunge fiunt 3 $\frac{11}{18}$ duc in productum primæ in tertiam quod eſt 36. fiunt 130. & tantum producitur ex aggregato primæ & tertiæ in aggregatum ſecundæ & tertiæ nam aggregatum ſecundæ & tertiæ eſt 13. & aggregatum primæ & tertiæ eſt 10. & 10. in 13. facit 130. & ita etiam eſſet vbi 9. poneretur prima quantitas & 6. ſecunda & 4. tertia.

Ex his ſequitur quod tantum aggregatur ex diuiſione aggregati primæ & tertiæ per ſecundam & tertiam quantum ex diuiſione aggregati primæ & ſecundæ per primam & tertiam & ſimiliter tantum ex diuiſione aggregati primæ & tertiæ per ſecundam & primam quantum ex diuiſione aggregati ſecundæ & tertiæ per primam & tertiam exemplum ponamus 9. 12. 16. & ſint eo ordine vt vides in figura dico quod diuiſo aggregato primæ & tertiæ quod eſt 25. per ſecundam & tertiam & ſunt 12. & 16.

prima ſecunda tertia.
9 12 16

25
12 16
2 $\frac{1}{12}$ 1 $\frac{9}{16}$
3 $\frac{31}{48}$

9 12 16
21
9 16
2 $\frac{1}{3}$ 1 $\frac{5}{16}$
3 $\frac{31}{48}$

9 12 16
25
9 12
2 $\frac{7}{9}$ 2 $\frac{1}{12}$
4 $\frac{31}{16}$.

9 12 16
28
9 16
3 $\frac{1}{6}$ 1 $\frac{2}{1}$
4 $\frac{31}{16}$

& exeunt 1 $\frac{9}{16}$ & 2 $\frac{1}{12}$ quæ iuncta faciunt 3 $\frac{31}{48}$ tantum aggregatur ex diuiſione aggregati primæ & ſecundæ & eſt 21. per primam & tertiam exeunt. enim 2 $\frac{1}{3}$ & 1 $\frac{5}{16}$ quæ iuncta faciunt 3 $\frac{31}{48}$. Et ſimiliter diuiſo aggregato primæ & tertiæ & eſt 25. per primam & ſecundam & ſunt 9. & 12. exeunt 2 $\frac{7}{9}$ & 2 $\frac{1}{12}$ quæ iuncta faciunt 4 $\frac{31}{16}$ & tantum prouenit diuiſo aggregato ſecundæ & tertiæ & eſt 28. per primam & tertiam quæ ſunt 9. & 16. exeunt. enim 3. $\frac{1}{9}$ & 1 $\frac{3}{4}$ quæ iuncta faciunt 4 $\frac{31}{16}$.

Et ſimiliter cum diuiſerimus aggregatum primæ & ſecundæ per ſecundam & tertiam & prouenientia iunxerimus productum ex hoc aggregato in quadratū ſecundæ quantitatis, tantum erit quantum aggregatum primæ & ſecundæ ductum in ſeipſum & hoc poſitâ primâ quantitate quia voluèris exemplum ſint 4. 6. 9 & ponatur prima & ſecunda 4. & 6. & fiunt 10. diuide hoc aggregatum per ſecundam & tertiam & exeunt 1 $\frac{2}{3}$ & 1 $\frac{1}{9}$ iunge fiunt 2 $\frac{7}{9}$ multiplica in quadratum ſecundæ quod eſt 36. & fient 100. & tantum fit ducto aggregato primæ & ſecundæ & eſt 10. in ſe & fit 100. nec pluribus modis poteſt fieri combinatio quin reuertatur res ad regulam duarum quantitatum quæ eſt tenetur in non proportionalibus hæc autem regulæ propriæ ſunt tribus quantitatibus continuæ proportionalibus.

Cumque fuerint quatuor quantitates con- 31

8 12 18 27
27 18
8 12

35 30
12 18 8 27
2 $\frac{11}{12}$ 1 $\frac{17}{18}$ 3 $\frac{3}{4}$ 1 $\frac{1}{9}$
4 $\frac{31}{36}$ 4 $\frac{31}{36}$

tinuæ proportionales aggregatum primæ & quartæ diuiſum ſecundam & tertiam tantum facit ſi iungantur prouentus quantum diuiſo aggregato ſecundæ & tertiæ per primam & quartam iunctis prouentibus veluti ſint quatuor quantitates 8. 12. 18. 27. continuæ proportionales & diuidatur aggregatum primæ & quartæ per ſecundam & tertiam & exeuntia iungantur quæ ſunt 2 $\frac{11}{12}$ & 1 $\frac{17}{18}$ fiunt 4 $\frac{31}{36}$ & idem prouenit diuiſo aggregato ſecundæ & tertiæ quod eſt 40. per primam & quartam quæ ſunt 8. & 27. exeunt 3 $\frac{3}{4}$ & 1. $\frac{1}{9}$ quæ iuncta faciunt 4 $\frac{31}{36}$.

Cum fuerint aliquot quantitates continuæ proportionales ac totidem aliæ ſub eadem vel diuerſa proportione continuæ proportionales. Erunt producta ex illis ſiue directè ſiue conuerſim continuæ proportionalia vt vides in exemplis.

Ex hoc ſequitur quod cum nu. co. cenſus cu. cenſus cenſus ſint continuè proportionalia quod quotiens aſſumuntur in numeris continuè proportionalibus ſiue directè ſiue conuerſim erunt etiam continuè proportionalia; & ita ſiue dixero 1.. cu. p̃. 3 cenſus p. 9 co. p̃. 27. ſiue eſt contra 27. cu. p̃. 9. cenſus p̃. co. p̃. 1. ſemper hæc erunt continua proportionalia ſiue incipiant ab vnitate ſiue non.

Omnium quatuor quantitatum continuè proportionalium proportio totius aggregati ex omnibus quatuor ad aggregatum primæ & quartæ eſt veluti aggregati primæ & tertiæ ad aggregatum ipſum, demptâ ſecundâ, aut aggregati ſecundæ & quartæ ad ipſummet aggregatum dempta tertia veluti ſint 8. 12. 18. 27. aggregatum eſt 65. ita ſe habet ad aggregatum primæ & quartæ quod eſt 35. veluti aggregatum primæ & tertiæ quod eſt 39. ad ipſummet aggregatum quod eſt 39. demptâ ſecunda quæ eſt 18. remanet 21. proportio igitur 65. ad 35. eſt ſicut 39. ad 12. Et ſimiliter ſicut 26. ad 14. pendet ex octuageſimaquinta quadrageſimiſecundi capituli.

Omnium quatuor quantitatum continuè proportionalium proportio aggregati ſecundæ & tertiæ ad aggregatum primæ & quartæ eſt veluti ſecundæ ad aggregatum primæ eſt tertiæ dempta ſecunda aut tertiæ ad aggregatum ſecundæ quartæ dempta tertia.

Omnium

Omnium quatuor quantitatum continuæ proportionalium proportio aggregati primæ, ſecundæ & quartæ ad ſecundam & tertiam eſt compoſita ex proportione primæ ad aggregatum primæ & ſecundæ item ex proportione aggregati primæ & tertiæ dempta ſecunda ad ipſam ſecundam.

Omnium quatuor quantitatum continuæ proportionalium proportio aggregati primæ & quartæ ad ſecundum eſt compoſita ex proportione aggregati primæ & tertia dempta ſecunda ad ſecundum, & proportione aggregatiſecundæ & tertiæ ad eandem ſecundam verum hic intelligimus de compoſitione quæ eſt multiplicatio in præcedenti de compoſitione quæ eſt aggregatio proportionum exemplum proportio 35. aggregati primæ & quartæ ad 12. ſecundam componitur ex proportione 14. aggregati primæ & tertiæ

prima	ſecunda	tertia	quarta
8	12	18	27

$\frac{35}{12}$ | $\frac{14}{12}$ $\frac{30}{12}$

dempta ſecunda ad 12. ſecundam & proportione ſecundæ & tertiæ & eſt 30. ad ſecundam & eſt 12. nam ducto 12. in 12. fit 144. & ducto 4. in 30 fit 1420. quorum proportio eſt veluti 12. ad 35.

Cumque fuerit quantitas diuiſa ſecundum proportionem habentem medium, & duo extrema & interpoſueris inter eas partes vnam quantitatem in continua proportionalitate, erunt quadrata duarum partium minorum, ſimul iuncta æqualia quadrato tertiæ.

32 Cum verò cu, & nu. æquantur ce. tunc numerus cenſuum erit neceſſariò prima & quarta quantitas continuæ proportionales & ℞. cubica numeri erit ſecunda ex quatuor quantitatibus continuæ proportionalibus & tertiam intelligere oportebit & prima ex illis quæ erit pars numeri cenſuum eſt res quæſita. Exemplum 1. cu. p̄. 64. æquantur 18 ce. tunc 18. qui eſt numerus cenſuum eſt aggregatum ex prima & quarta quantitate continue proportionali & ℞. cu. 64. eſt ſecunda quantitas & prima quantitas erit res quæſita, tertia autem quantitas erit ſupponenda 1 co. & ita 1. cu. p̄. $9\frac{1}{8}$ æquantur 4 ce. tunc 4 eſt aggregatum ex prima & quarta,

prima	ſecunda	tertia	quarta
$2\frac{1}{2}$.	℞. cu. $9\frac{1}{8}$	℞. cu. $5\frac{5}{8}$.	$1\frac{1}{2}$.

& ℞. cu. $9\frac{1}{8}$ eſt ſecunda quantitas vt vides in exemplo & prima eſt valor rei.

Et ex hoc ſciemus conuertere cu. p̄. nu. æqualia ce. in cu. p̄. nu. æqualia co. hoc modo dicamus quod 1. cu. p̄. 64. æquentur 18. ce. ponemus ℞. cu. 64. ſecundam quantitatem per regulam præſentem & ſecundam quantitatem 1 co. & multiplicabimus tertiam in ſe, & fit 1. ce. & diuidemus pro-

prima	ſecunda	tertia	quarta
18. m̄. $\frac{cen.}{ra.\ cu.\ 64.}$	℞. cu. 64.	1 co.	$\frac{cen}{ra.\ cu.\ 64.}$

ductum per ſecundam cubando vtrumque & fiet 1. cu. ce. diuidendum per 64. & exibit ℞. cu. 1. $\frac{61}{64}$ ce. quaræ conuertendo per regulas præſentis capituli fient $\frac{ce.}{ra.\ cu.\ 64.}$ nam ℞. cubica cu. cen. eſt ce. quaræ quarta quantitas erit $\frac{cen.}{ra.\ cu.\ 64.}$ & ideo prima quantitas erit 18. m̄. $\frac{cen.}{ra.\ cu.\ 64}$. Ex regula autem 28. præſentis capituli ducto aggregato ſecundæ & primæ quantitatis & eſt ℞. cu. 64. p̄. 28. m̄. $\frac{cen.}{ra.\ cu.\ 64.}$ in aggregatum primæ & quartæ & eſt 18. fit 324. p̄. ℞. cu. 373248. m̄. ce. ℞. cu. 91 $\frac{1}{8}$ & hoc debet æquari diuiſioni aggregati primæ & quartæ & eſt 18. per ſecundam & tertiam multiplicatè in quadratum ſecundæ: porro diuidere tale aggregatum per ſecundam deinde multiplicare per quadratum ſecundæ non eſt niſi multiplicare ſecundam in tale aggregatum igitur ſupradicta multiplicatio æquatur ductui ſecundæ in aggregatum primæ & quartæ & eſt ℞. cu. 373248. cum eò quod fit ex quadrato ſecundæ in prouentum talis diuiſionis factæ per tertiam, eſt autem diuiſio 18. per 1 co. exiens $\frac{18}{co.}$ hoc multiplica in quadratum ſecundæ quod eſt ℞. cu. 4096. exit $\frac{ra.\ cu.\ 23887872}{1\ co.}$ igitur fient 324. p̄ ℞. cu. 373248. m̄. ce. ℞. cu. 91 $\frac{1}{8}$ æqualia $\frac{ra.\ cu.\ 23887872}{1\ co.}$ p̄. ℞. cu. 373248. quare detracta ℞. cu. 373248. communi & reſiduo ducto per 1 co. fient 324. co. æquales ℞. cu. 23887872. p̄. cu. ℞. cu. 91. $\frac{1}{8}$. igitur habes cu. & nu. æqualia rebus, verùntamen, tunc res non eſt prima quantitas, ſed tertia, & ideò ex hoc non ſequitur æquatio, niſi quia cubi & numerus æquantur rebus, & quia ſecunda quantitas eſt cognita, quia ℞. cubica numeri ideò quadrando ſecundam quantitatem, & diuidendo per tertiam habebimus primam quantitatem, quæ eſt res quæſita.

Cum fuerint quatuor quantitates proportionales quarum duarum vltimarum ad duas primas ſit proportio dupla erit proportio talis ℞. 2. & ſi fuerint 6. numeri continuæ proportionales & ſint tres primos erit proportio talium. ℞. cubica 2. & ſi ſint 8. & 4. vltimi ſint dupli ad 4. primos erit talis proportio ℞℞. 2. & ita ſi ſint decem erit proportio ℞. Rel. P. 2. & ita ſi ſint in proportione tripla erit proportio ipſa ℞. 3. in 4. terminis. & ℞. cu. 3. in 6. terminis. & ℞℞. 3. in 8. terminis. & ℞℞. Rel. P. 3. in 10. terminis & ita de aliis exemplum. 33

Si quis dicat diuide 5. & 10. primum in tres numeros, & ſecundum in alios tres qui omnes ſint continuæ proportionales dices igitur cum aggregatum quartæ & quintæ & ſextæ ſit duplum ad aggregatum primæ ſecundæ & tertiæ nam 10. eſt duplum ad 5. igitur erunt in proportione ℞. cubicæ 2. dicas igitur pone quod prima pars ſit 1. ſecunda igitur erit ℞. cu. 2. igitur tertia erit ℞. cu. 4. & quarta ℞. cu. 8. & quinta ℞. cu. 16. & ſexta ℞. cu. 32. deinde dices per regulam 3. ſi 1. p̄. ℞. cu. 2. p̄. ℞. cu. 4. eſſet 4. quid eſſet ℞. cu. 2. multiplica ℞. cu. 2. in 4. & fit ℞. cu. 128. diuide per 1. p̄. ℞. cu. 4. per regulam præſentis capituli & inuenies partes ſingulas ad vnam ad vnam & eſt

fortis regula & quæſtio niſi homo ſit expertus.

Cumque fuerint duo numeri quomodolibet productum quartæ partis quadrati minoris in maiorem æquabitur ſemper producto eiuſdem quartæ partis in differentiam maioris & minoris cum additionem quartæ partis cubi ipſius minoris & quod dico de quarta parte dico de tertia & aliis partibus. Exemplum ſint 5. & 8. quadratum 5. eſt 25. eius quarta pars eſt $6\frac{1}{4}$ ducta in 8. facit 50. & tantum facit ducto $6\frac{1}{4}$ eadem parte quadrati de 5. in 3. differentiam inter 5. & 8. & fit 18. $\frac{3}{4}$ addendo quartam partem cubi de 5. cubus eius eſt 125. cuius quarta pars eſt $31\frac{1}{4}$ quod additum ad $18\frac{3}{4}$ facit 50. & ſimiliter accipio $\frac{1}{3}$ quadrati de 5. & eſt $8\frac{1}{3}$ duco in 8. fit $66\frac{2}{3}$, duco idem $8\frac{1}{3}$ in differentiam duorum numerorum quæ fuit 3. & fit 25. cui addo tertiam partem 125. cubi de 5. & eſt $41\frac{2}{3}$. fit $66\frac{2}{3}$ vt prius.

Ex præcedenti regula colligitur modus diuidendi 10. aut alium numerum in duas partes. Ita quod diuiſo quadrato primæ per ſecundam & quadrato ſecundæ per primam exeuntia iuncta faciant $17\frac{13}{21}$ diuide 10.

primus	ſecundus
10	$17\frac{13}{21}$
5	
25	25
	$7\frac{13}{21}$
10	
3	
30	$190\frac{10}{21}$
$17\frac{13}{21}$	$47\frac{13}{21}$
$47\frac{13}{21}$	4

fit 5. quadra fit 25. duc in differentiam 10. & $17\frac{13}{21}$ quæ eſt $7\frac{13}{21}$ fit $190\frac{10}{21}$ quem ſerua: deinde tripla 10. fit 30. adde $17\frac{13}{21}$ fit $47\frac{13}{21}$ diuide $190\frac{10}{21}$ per $47\frac{13}{21}$ exit 4. cuius ℞. quæ eſt 2. addita & diminuta à dimidio numeri propoſiti quod eſt 10. oſtendit partes 7. & 3. nam quadratum 7. eſt 49. diuiſum per 3. exit $16\frac{1}{3}$: item quadratum 3. eſt 9. quod diuiſum per 7. facit $\frac{9}{7}$: iunge $16\frac{1}{3}$ & $1\frac{2}{7}$ faciunt $17\frac{13}{21}$. memineris tamen quod ex tali aggregato nunquam prouenit numerus minor diuidendo nec maior quadrato diuidendi. Vnde non poteſt eſſe ſecundus numerus minor 10. nec maior quam 100.

34 Cum volueris facere ex vna ℞. duas in quacumque proportione volueris vt ex ℞. 7. volo facere vnam ℞. L. in proportione 5. ad 3. ſic facito aggrega 5. & 3. faciunt 8. habes igitur tres numeros 8. & 5. & 3. quos omnes quadra & fiunt 25. & 9. & 64. multiplica duos minores per 7. diuidendum fient 175. & 63. diuide per 64. quadratum aggregati & exeunt $2\frac{47}{64}$ & $\frac{63}{64}$ dicemus igitur quod tantum eſt dicere ℞. 7. quantum ℞. L. $2\frac{47}{64}$ p̃. ℞. $\frac{63}{64}$ & ita in cubicis cubando proportionaliter tenet & tales partes vt dixi ſunt in proportione 5. & 3. Et ſi velles diuidere in tres partes tunc ſit exemplum volo diuidere ℞. 10. in tres partes habentes ſe in proportione 7. 5. 3. primo aggrega 5. & 3. fit 8. diuide igitur per modum præſentem ℞. 10. in duas partes exiſtentes in proportione 8. ad 7. aggrega 8. & 7. fiunt 15. quadra omnes tres numeros fiunt 64. 49. 225. duc duos minores in 10. fiunt 640. & 490. diuide per quadratum aggregati fient $2\frac{38}{45}$ & $2\frac{8}{45}$ igitur ℞. horum componunt ℞. 10. & ſunt in proportione 8. ad 7. deinde quia 8. componitur ex 5. & 3. quadrabis 5. & 3. & fient 25. & 9. & ſimiliter quadrabis 8. & fiet 64. multiplica 25. in $2\frac{38}{45}$ qui fuit pars correſpondens ad 8. & fiet $71\frac{1}{9}$ multiplica 9. in $2\frac{38}{45}$ fiunt $25\frac{3}{5}$. diuide per 64. exit $1\frac{1}{9}$ & ſimiliter diuide $25\frac{3}{5}$ per 64. exit $\frac{2}{5}$ dico igitur quod ℞. $2\frac{8}{45}$ & ℞. $1\frac{1}{9}$ & ℞. $\frac{2}{5}$ componunt ℞. 10. & ſunt in proportione 7. 5. 3. commodè referendo & ita procedit in infinitum.

℞. 7			
5	25	7	175
3	9	7	63
8	64		
175			
64			
$2\frac{47}{64}$	$\frac{63}{64}$		

m̃. 10			
7. 5. 3			
7. 8			
8	64	640	$2\frac{38}{45}$
7	49	490	$2\frac{8}{45}$
15	225		
5	25	$71\frac{1}{9}$	
3	9	$25\frac{3}{5}$	
8	64		
	$1\frac{1}{9}$	$\frac{2}{5}$	

Regula de duplici.

Quando aliquis ponit quæſtionem in pluribus numeris & non nominat aliquem illorum tunc oportet vti regula quæ vocatur de duplici etiam à me in lucem cum pluribus aliis edita & inuenta & eſt vt poteſtas aggregatum illorum numerorum 1 co. deinde per hoc inueſtigabis ſummam illorum poſt inuenta ſumma quæres per aliam poſitionem vnumquemque eorum per ſe & hoc modo in pluribus poſitionibus abſolues quod in vna ferè eſſet impoſſibile exemplum, inuenias duos numeros quorum quadrata iuncta ſint 20. & ducto vno in alterum additiſque numeris ipſis producatur 10. quæritur quales erunt illi numeri. Si igitur faceres poſitionem de vno non poſſes ponere alterum ſi vero ſoluere velles dicendo vnus ſit 1 co. alius $\frac{10}{co.}$ non eſſet verum quia deeſſent numeri & dato quod eſſet verum peruenires rariſſime ad capitula nota: & vix aliquando ad decompoſita, fac ergo ſic pone quod aggregatũ numerorum ſit 1 co. & quia productum vnius in alterum eſt cũ ipſis numeris 10. igitur dẽptis ipſis numeris quod ſunt 1 co. remanebit productũ vnius in alterũ 10. m̃. 1 co. & quia quadratũ totius per quinquageſimãtertiã regulam quadrageſimiſecundi capituli æquatur quadratis partium cum duplo vnius in alterum 45

terum & duplum vnius in alterum eſt 20. m̄. 2 co quia productũ vnius in alterum fuerat 10. m̄. 1 co. quadrata etiam iuncta faciunt 20. ex ſuppoſito igitur 1 ce. quadratum totius æquabitur 40. m̄. 2 co. quare res valebit per capitulum compoſitorum ℞. 41. m̄. 1. & hæc erit ſua numerorum qua habita dic diuide ℞. 41. m̄. 1. in duas partes quarum vna in alteram ducta faciat 11. m̄. ℞. 41. hæc eſt enim productio vnius in alterum eo quod 10. ſupponebatur aggregatum numerorum cum productione igitur ſublato aggregato quod eſt ℞. 41. m̄. 1. ex 10. remanet productum vnius in alterum 11. m̄. ℞. 41. diuide igitur per regulam centeſimamprimam quadrageſimi ſecundi capituli ℞. 41. m̄. 1. in duas partes æquales & vna erit ℞. 10 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ quadra fit 10 $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. 10 $\frac{1}{4}$ detrahe 11. m̄. ℞. 41. ex 10 $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. 10 $\frac{1}{4}$ fit ℞. 41. m̄. 10 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ quare idem eſt per præcedentem vel per dicenda in quæſtione ſeptuageſima nona ℞. 10 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ huius igitur ℞. detractâ ex dimidio numeri oſtendit partes : fuit dimidium numeri ℞. 10 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ à quo dempta ℞ ℞. 10 $\frac{1}{4}$ m̄ $\frac{1}{2}$ fiet minor numerus ℞ VL. 10 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ m̄. ℞ VL. ℞. 10 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ maior autem ℞ VL. 10 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ p̄. ℞ VL. ℞. 10 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ quod eſt intentum. Circa hæc nota quod licet in centeſima prima regula quadrageſimiſecundi capituli dictum ſit quomodo aliquis numerus diuidatur in duas partes quarum quadrata iuncta faciant aliquem numerum datur tamen modus facilior & eſt hic volo exempli gratia diuidere 7. in duas partes quarum quadrata ſimul iuncta faciant 29. diuide 7. fit 3 $\frac{1}{2}$ quadra fit 12 $\frac{1}{4}$ detrahe ex dimidio 29. quod eſt 14 $\frac{1}{2}$ remanet 2 $\frac{1}{4}$ cuius ℞. quæ eſt 1 $\frac{1}{2}$ addita & detracta à 3 $\frac{1}{2}$ facit partes illas quæ ſunt 2. & 5.

Regula de Medio.

36 Operamur autem aliquando per regulam quæ vocatur de Medio & hæc abſoluit nos à pluribus operationibus & forma regulæ talis eſt pone $\frac{1}{2}$ quam pro aggregato numeri quærendi deinde diuide $\frac{1}{2}$ quan. in duas partes quarũ vna eſt 1 co. alia $\frac{1}{2}$ qua. m̄. 1. co. deinde multiplcamus inuicem partes & productum fit $\frac{1}{2}$ co. quan. m̄. 1 ce. deinde operamur

$\frac{1}{2}$ quan.

1 co. $\frac{1}{2}$ quan. m̄. 1 co.

addendo aut minuendo numerum. Poſt ponimus $\frac{1}{2}$ co. quan. tanquam ſit $\frac{1}{2}$ co. & operamur per capitulum compoſitorum aut ſi multiplicatio ſit geminata per capitulum compoſitorum maiorum in tribus modis deſcriptis. diuidendo $\frac{1}{2}$ co. quan. & fit $\frac{1}{4}$ quadra fit $\frac{1}{16}$ adde aut minue à numero fit totum ℞. vniuerſalis addenda dimidio radicum aut minuenda. Deinde quadrabimus vtramque partem & accipiemus aggregatum vtriuſque partis in quo ſemper annihilatur multiplicatio incruciata quia vna eſt m̄. alia p̄. & hoc totum adde quantitati ſecundæ quærendæ & ℞. totius m̄. $\frac{1}{2}$ aut plus : eſt quæſitum , & ad diſcernendum quidam operantur per trigeminatas quantitates admodum fractorum.

Exemplum inuenias duos numeros quorum multiplicatio inuicem faciat 8. & quadrata iuncta ſint cum ipſis numeris 27. pone quod aggregatum ex numeris ſit $\frac{1}{2}$ quan. hoc diuide in duas partes quarum

$\frac{1}{2}$ quan.
1 co. $\frac{1}{2}$ quan. m̄. 1 co.
$\frac{1}{2}$ co. quan. m̄. 1 ce. 8
$\frac{1}{4}$ quad. $\frac{1}{16}$
$\frac{1}{16}$ m̄. 8.
℞. L. $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. V. $\frac{1}{16}$ m̄. 8
℞. L. $\frac{1}{4}$ p̄. ℞. V. $\frac{1}{16}$ m̄. 8

vna ſit 1 co. alia erit $\frac{1}{2}$ quan. m̄. 1 co. & quia multiplicatio debet facere 8. multiplica 1 co. in $\frac{1}{2}$ quan. m̄. 1 co. fit $\frac{1}{2}$ co. quan. m̄. 1 ce. & hoc æquatur 8. igitur $\frac{1}{2}$ co. quan. æquatur 1 ce. p̄. 8. diuide $\frac{1}{2}$ co. ex capitulo rancor fit $\frac{1}{4}$ quadra fit $\frac{1}{16}$ minue numerum vt in capitulo rancor minue fit $\frac{1}{16}$ m̄. 8. igitur hoc totum minue & adde dimidio radicum per ipſummet capitulum fit $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{16}$ m̄. 8. & $\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{1}{16}$ m̄. 8. his adde ℞. capiendo eam abſolutam & poſt vniuerſalem fit vna pars ℞ L. $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. V. $\frac{1}{16}$ m̄. 8. alia ℞ L.

℞. L. $\frac{1}{4}$ m̄. V. $\frac{1}{16}$ m̄. 8.
℞. L. $\frac{1}{4}$ p̄. ℞. V. $\frac{1}{16}$ m̄. 8.

$\frac{1}{16}$ $\frac{1}{16}$ p̄. 8.
$\frac{1}{16}$ $\frac{1}{16}$ p̄. 8.

$\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{16}{27}$
℞. 43 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4}$ p̄. ℞. V. $\frac{1}{16}$ m̄. 8. & quia thema dicit quod numeri debent quadrari ideo quadrabuntur vtrique hoc modo vides $\frac{1}{16}$ p̄. $\frac{1}{16}$ p̄. 8. & $\frac{1}{16}$ p̄. $\frac{1}{16}$ p̄. 8. nam aliæ incruciationes cadunt quia vna eſt p̄. alia m̄. & ſunt æquales , iunge igitur hæc duo producta & fient $\frac{1}{4}$ p̄. 16. quibus adde 27. & fient 43 $\frac{1}{4}$ huius igitur ℞. m̄. $\frac{1}{2}$ eſt numerus quæſitus id eſt aggregatum eſt igitur aggregatum ℞. 43 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{4}$ diuide igitur per centeſimam regulam quadrageſimiſecundi capituli ℞. 43. $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ in duas partes ex quarum multiplicatione proueniat 8. & operaberis complementum quæſiti ſed illud poſtmodum eſt extra propoſitum.

Et hanc habui à Magiſtro Gabriele de Aratoribus , qui eam habuit à Fratre Luca , & eſt ingenioſa valde hic autem Magiſter Gabriel fuit ille qui impulit me vt componerem hunc librum. Exempla regulæ videbis in quæſtionibus, regula autem dupli à me inuenta eſt facilior quidem ſed plura præſupponit. Hæc autem ſi per ſe ſumatur longè eſt vniuerſalior.

Capvt LII.

De Societatibus.

RES Societatum leuis eſt; conſtat enim ex quinque ex capitali partium, ex redditu proportionali, ex tempore manſionis, ex exiſtimatione perſonarum, & aggregato toto quod corpus appellatur ſocietatis.

1 Et circa hoc vnum tantum particulare conuenit ſcire quod cum portiones non æquantes vnitatem iunguntur, ſemper aggregatum ex denominatoribus pro vnitate ſtatuendum eſt, veluti 4. ſocietatem ineunt primus vult dimidium, ſecundus tertiam partem, tertius quartam: quartus quintam: totius lucri, tu ſcis quod $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ implent $\frac{77}{60}$ vnius integri, non igitur eſt poſſibile ex re quæ tantum eſt 60. dare 77. diuidemus igitur 77. dando primo partes 30. & ſecundo 20. & tertio 15. & quarto 12. ſeruabitur enim proportio inter eos qualis fuit inter $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$. nam ſicut $\frac{1}{2}$ eſt duplum ad $\frac{1}{4}$ ita 30. ad 15. & ſicut $\frac{1}{2}$ eſt dimidio maior $\frac{1}{3}$ ita 30. continet 20. & dimidium eius & ita ſi vnus vellet $\frac{1}{2}$ & alius $\frac{1}{3}$ & hoc eſt minus integro: diuide productum ex 2. in 3. & eſt 6. per 2. & 3. exibunt iidem, qui iuncti ponentur pro denominatore, habebit igitur primus $\frac{3}{5}$ & ſecundus $\frac{2}{5}$, reducendo ad regulam dicemus poſito quod eſſent partes datæ $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$: quæ ſumptæ in 12. habente illas partes faciunt 13. ſi 6. & 4. & 3. quæ fuerunt partes de 12. diuiſo per $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$. faciunt 1. diuiſum per 13. quid erunt $\frac{6}{13}$ $\frac{4}{13}$ $\frac{3}{13}$. & fient $\frac{6}{13}$ $\frac{4}{13}$ $\frac{3}{13}$. & hoc eſt dicere ſi $\frac{13}{12}$ fiat $\frac{1}{1}$ quid fient $\frac{6}{12}$ $\frac{4}{12}$ $\frac{3}{12}$, & fient $\frac{6}{13}$ $\frac{4}{13}$ $\frac{3}{13}$: regula igitur practica eſt vt ducas denominatores inuicem vtpote $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ fiunt 12. deinde per vnumquodque denominatorum primi, ſecundi & tertij, & fient pro primo 6. pro ſecundo 4. pro tertio 3. & hoc ſerua, deinde iunge ſimul, & aggregatum pone pro denominatore quod eſt 13. & numerum ſeruatum pro numeratore hoc modo $\frac{6}{13}$ $\frac{4}{13}$ $\frac{3}{13}$ quare.

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$

12

3 | 4 | 6

13 | 13 | 13

Et pro fundamento huius opinionis exiſtimant quod ſi quis dicat ſi 3. eſſet medietas 4. quæ eſſet ſexta pars de 12: dicunt quod medietas 4. eſt 2. igitur 3. eſſet 2. ſi igitur 3. eſſet 2. quid fiet 12. & fiet per regulam 3. ducto 2. in 12. fit 24. diuiſo per 3. fit 8. eius ſexta pars eſt $1\frac{1}{3}$, igitur ſi 3. eſſet medietas 4. ſexta pars 12. eſſet $1\frac{1}{3}$. & ſimiliter ſi 5. eſſet quarta pars 30. peto 2. cuius eſſet tertia, pars quarta pars 30. eſt $7\frac{1}{2}$, igitur ſi 5. eſſet $7\frac{1}{2}$, 2. cuius erit tertia pars tripla 2. fit 6. duc in $7\frac{1}{2}$ fit 45. diuide per 5. fit 9. igitur 2. eſſet tertia pars de 9. quod probatur per conuerſum dicendo ſi quarta pars 30. eſt 5. tertia pars 9. quid erit, diuide per quartam partem 30. & eſt $7\frac{1}{2}$, productum ex 5. in 9. quod eſt 45. exit 6. cuius, tertia pars eſt 2.

Et hic eſt ſenſus dicentis ſi 3. eſſet medietas 4. quæ eſſet ſexta pars de 12. & hoc ex virtute ſermonis, quod ſi diceret ſi medietas 4. eſſet 3. quænam eſſet ſexta pars 12. tunc eſſet totum conuerſum, eſſet enim ſenſus. ſi 2. eſſet 3. quænam eſſet ſexta pars 12. duc 12. in 3. fit 36. diuide per 2. fiet 18. eius ſexta pars, eſt 3. igitur vno modo eſt $1\frac{1}{3}$, & alio modo. 3. nam ſubiectum ſermonis quod eſt 2. augetur: hoc modo autem 3. fit ſubiectum ſermonis, & minuitur: cum igitur quis dicit ſi 3. eſſet medietas 4. intelligitur diminutio, & ſi dicat ſi medietas 4. eſſet 3. intelligitur auctio, primus enim terminus quod profertur eſt res quæ augetur aut minuitur, conſidera igitur ſi ſecundus terminus eſt maior primo fit auctio, ſi minor diminutio: & ſemper ſecundus terminus debet duci per tertium. Et diuidi per primum: ſed oportet etiam intelligere benè quis ſit tertius terminus multiplicandus, Frater autem Lucas credidit hos ambos ſenſus in eodem ſermone poſſe contineri atque ita diſtinxit. Verum hoc non eſt ita: ſermo enim Mathematicorum abhorret ambiguitatem. verum ſunt res hæ contentioſi hominis, & non optimi Arithmetici, cum vero qui talibus ſermonum decipulis ſtudet reiicere tanquam inutilem debemus, cum igitur dicimus primus debet habere $\frac{1}{2}$, ſecundus $\frac{1}{3}$, tertius $\frac{1}{4}$, clarum eſt quod proportio eadem ſeruanda eſt hoc vtroque ſenſu poſito neceſſario euenit, & etiam ſecundum opinionem noſtram quæ eſt multum ab his diſtincta: verum cum dicimus ſi 3. eſſet medietas 2. quænam eſſet ſexta pars 12, tunc eſt alius ſenſus verior iſtis nam neque 2. totum vſque ad 3. augeri debet, nec 3. in totum diminui vſque ad 2. ſed ambo debent ad alterum accedere ita quod fiant æquales, Nam & natura rerum ita eſt quod vtroque termino variatio æqualis eſſe debet, & ſimiliter ſi dicamus ſi ex ductu 3. in 2. fiat 4. nam hoc non eſt aliud quam 3. eſſe medietatem 4. nam quælibet medietas duplata perducit ſuum totum: quid igitur erit ſexta pars 12. & hoc demonſtratur clarè in ſuperficie cuius vnum latus eſt diuiſum in 3. aliud in 2. & ſuperficies ſit 4. in veritate: nam duplatum 3. hoc modo producit 4. in hoc igitur veriore ſenſu ducemus 3. in 2. in apparentia fit 6. & quantum ponitur 4. diuide verum poſitum per poſitum falſum & eſt diuidere 4. per 6. fit $\frac{2}{3}$: accipe ℞. eius & eam duc in omnes terminos quos quæris & habebis eos, duc $\frac{2}{3}$ in 9. fit 6. & erit 3. ℞. 6. & ſimiliter duc ℞. $\frac{2}{3}$ in 2. fit $2\frac{2}{3}$ & ℞. eius erit 2. & ſic dicemus quod 12. erit ℞. 96. & eius ſexta pars erit ℞. $2\frac{2}{3}$: & ita ſi quis dicat ſi ex 3. in 4. fieret 7. quantum fieret ex 2. in 6. duc 3. in 4. fit 12. diuide 7. per 12. exit $\frac{7}{12}$: & eius ℞. ducenda erit in omnes terminos, quadrabimus igitur 3. 4. 2. 6. fient. 9. 16. 4. 36. ducti in $\frac{7}{12}$ faciunt $5\frac{1}{4}$: & $9\frac{1}{3}$: & $2\frac{1}{3}$: & 21: erit igitur 3. ℞. $5\frac{1}{4}$: & 4. erit ℞. $9\frac{1}{3}$: & 2. ℞. $2\frac{1}{3}$: & 6. ℞. 21. igitur ex 2. in 6. fiet quantum ex ℞. $2\frac{1}{3}$ in ℞. 21. & fit ℞. 49. quæ eſt ſicut etiam ex 3. in 4. & hic modus ſeruit Almageſto & veritati: & ſuperficiebus & nos demonſtrauimus aliàs ipſum, & confert ad habendam veritatem in pluribus quæſitis cum reliqui tantum ſint ad oſtentationem: & vbi modus hic in Societatibus quod

quod tamen rariſſimè accidit differentiam ab aliis adduceret ipſo & non aliis attendere debes.

2 Veniendo igitur ad exemplum ſocietatum ponam diſtinguentia modos quinque licet fere in omnibus capitale, corpus, & tempus, & redditus, neceſſariò præſupponantur, perſona autem extimatione depræhenditur, ſufficient autem exemplum vnum tantum per quæ omnia hæc compræhendentur. Diuites duo mercatores ſocietatem inierunt in Calendis Ianuarij 1536. Primus poſuit aureos 1000. & voluit $\frac{2}{3}$ totius lucri: & ſecundus poſuit aureos 700. & contentus fuit accipere $\frac{1}{3}$: ſuperuenit autem in Calendis Auguſti tertius ſocius qui dixit ego ponam perſonam & aureos 100. & ipſi duo primi computauerunt lucrum factum in menſibus 7. cum capitali, & inuenerunt quod reſpectu totius ſi ille poneret quod promiſerat poterat dari $\frac{1}{4}$ totius lucri hàbitâ proportione eius qui trahebat $\frac{1}{3}$ cum aureis 700. reſpectu totius capitalis primi quod fuit 1700: & ita conuenerunt quod primus haberet $\frac{2}{3}$ ſecundus $\frac{1}{3}$ tertius $\frac{1}{4}$ totius lucri à Calendis Auguſti vſque quo duraret ſocietas, quod illud quod aquiſitumfuerat per 7. menſes priores in fine haberetur pro capitali reſpectu tertij & quod haberet diuidi per duos primos ſub conditione prima inter eos facta in capite igitur anni 1537. ideſt in fine, perditum fuit inuentarium factum in Calendis Auguſti & inuenerunt vltra totum capitale trium ſociorum quod fuit 1800. aureorum lucrum aureorum 800. computato lucro facto in primis 7. menſibus, cum igitur neſcirent ipſum quæſitum fuit quantum vnicuique deberetur & quanti æſtimata eſt perſona illius.

Primus 1000. menſes 24 $\frac{2}{3}$
Secundus 700. menſes 24 $\frac{1}{3}$.
Tertius 100. & perſonam menſes 17 $\frac{1}{4}$.

Pone igitur res cognitas hoc modo vt vides per ordinem cum ſuis temporibus. Ignota autem ſunt lucrum 7. menſium & æſtimatio perſonæ. Cum igitur ſecundus habeat $\frac{1}{3}$ totius ex $\frac{7}{17}$ quos poſuit, quid poſuit tertius vt haberet $\frac{1}{4}$, reduces $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ ſimul & fient pro primo $\frac{8}{15}$, pro ſecundo $\frac{4}{15}$, pro tertio $\frac{3}{15}$, & eſt $\frac{1}{5}$, ſi igitur $\frac{1}{3}$ fit ex $\frac{7}{17}$ præcedentibus capitalis, ex quo fiet $\frac{1}{5}$, duc $\frac{1}{5}$ in $\frac{7}{17}$ fiunt $\frac{7}{85}$, diuide per $\frac{1}{3}$ exeunt $\frac{21}{85}$, tantum igitur poſuit tertius computata perſona & aureis 100. reſpectu aliorum: reliqui autem qui poſuerant 1700. & lucrum 7. menſium poſuerunt $\frac{64}{85}$ reſiduum videlicet totius capitalis. Pone igitur quod lucrum 7. menſium fuerit 1 co. igitur capitale duorum primum fuit 1700. p̄. 1 co. & hoc eſt æquale $\frac{64}{85}$ totius capitalis, dic igitur ſi 1700. producit 1 co. in 7. menſibus, quid producet totum capitale cum tertio in 17. menſibus, hoc autem facies in tribus vicibus per regulam 3 dicendo ſi 1700. p̄. 1 co. ſunt $\frac{64}{85}$ capitalis $\frac{85}{85}$ capitalis quid erunt: duc 21. in 1700. p̄. 1 co. fiunt 35700. p̄. 21 co. diuide per 64. exeunt $\frac{21}{64}$ co. p̄. 557 $\frac{13}{16}$: hoc adde ad capitale duorum fiet 2257 $\frac{13}{16}$ p̄. 1 co. $\frac{21}{64}$.

Dic poſtmodum ſecundo, ſi 1700. lucratur 1 co. quid lucrabitur 2257 $\frac{13}{16}$ p̄. 1 co. $\frac{21}{64}$ in totidem menſibus videlicet 7. duc 1 co. in 2257 $\frac{13}{16}$ p̄. 1 co. $\frac{21}{64}$ fient 2257 $\frac{13}{16}$ co. p̄. 1 ce. $\frac{21}{64}$: & hoc eſſet diuidendum per 1700. ſed quia quærimus lucrum 17. menſium duc totum per 17. fient ce. 22 $\frac{37}{64}$: p̄. 36125 $\frac{13}{16}$ co. diuide per 7. exibunt ce. 3 $\frac{101}{448}$ p̄. 5160 $\frac{93}{112}$ co. hoc igitur diuide per 1700. exeunt $\frac{289}{[illegible]}$ ce. p̄. 3 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ co. cui addo 1 co. quæ fuit lucrum aquiſitum ante Calendas Auguſti, fiet totum lucrum 4 $\frac{6811}{190400}$ co. p̄. $\frac{289}{152320}$ cenſus, & hoc debuit æquari toti lucro quod fuit 800. aureorum: reduces ad cenſum primo multiplicando omnia per 152320. & fient ce. 289. p̄. 609825 $\frac{3}{5}$ co. æqualia 121856000. aureorum, igitur diuide omnia per 289. fiet 1 ce. p̄. 2110. $\frac{9177}{1445}$ co. æqualia 421647 $\frac{1}{17}$ ſequere æquationem per capitulum res valet R̸. 1534801 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ m̄. 1055 $\frac{[illegible]}{2890}$: & hoc fuit lucrum primorum 7. menſium, quod detrahe à totali lucro videlicet aureis 800. remanet lucrum menſium 17. hoc 1855 $\frac{[illegible]}{2890}$ minus R̸. 1534801 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ & hoc debet diuidi, dando primo $\frac{8}{15}$: & ſecundo $\frac{4}{15}$: & tertio $\frac{1}{5}$, reliquum autem quod fuit R̸. 1534801 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ debet diuidi ita quod primo dentur $\frac{2}{3}$, & ſecundo $\frac{1}{3}$. Veniendo ad approximationem nam res mercaturæ hoc poſtulant nec manent in quantitatibus ſurdis: excipe R̸. 1534801 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ & eſt 1238 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$, à qua detrahe 1055 $\frac{[illegible]}{2890}$ remanent aurei 183. cum $\frac{[illegible]}{3577830}$: hoc autem eſt diuidendum ita vt primo $\frac{2}{3}$ & ſecundo $\frac{1}{3}$ adueniat fient igitur primo 122 $\frac{[illegible]}{3577830}$ ſecundo autem 61 $\frac{[illegible]}{3577830}$ reſiduum autem eſt aurei 616 $\frac{[illegible]}{3577830}$. ex quibus dando primo $\frac{8}{15}$ ſecundo $\frac{4}{15}$ tertio $\frac{1}{5}$ fiunt primo 328 $\frac{[illegible]}{3577830}$ ſecundo autem aurei 164 $\frac{[illegible]}{3577830}$ tertio autem 123 $\frac{[illegible]}{3577830}$: iunctis igitur partibus primi in 7. & in 17. menſibus & ſimiliter ſecundi fient primo aurei 451 $\frac{[illegible]}{3577830}$ ſecundo autem aurei 225 $\frac{[illegible]}{3577830}$ & tertio quod prius videlicet aurei 123 $\frac{[illegible]}{3577830}$: ex quibus conflatur ſumma aureorum 800. Modo autem videamus quanti perſona fuit extimata lucrum primum fuit aurei 183 $\frac{[illegible]}{3577830}$ additis 1700. capitalis fiunt 1883 $\frac{[illegible]}{3577830}$ tertius igitur poſuit $\frac{21}{85}$ huius ſummæ duc totum in 21. & fiunt 39543 $\frac{[illegible]}{3577830}$ diuide per 85. exeunt 465 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ & quia poſuit aureos 100. in pecunia igitur perſona fuit extimata pro reliquo videlicet aureis 365 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ quare totum corpus ſocietatis in fine debuit appellari quod eſſet aureorum 2965 $\frac{[illegible]}{3577830}$: aliqui autem hoc primo inueniunt deinde per ipſum dant lucra verum poſui modum hic faciliorem quo perfecte intellecto ſcies inuenire & ſoluere omnes quæſtiones ſocietatum.

 CAPVT

Capvt LIII.

De Societatibus beſtiarum.

SOlent diuites dare colonis beſtias vt pecudes & vacas eâ conditione vt poſt certum tempus diuidant capitale & lucrum, vel prouentum: nam loco beſtiarum Agricola non ſolum curam, ſed & cibum ponit. Vnde in certo tempore conuentionis Dominus & agricola diuidunt totum capitale, & prouentum, per æqualia: vel ſaltem ad datas portiones: ſæpè tamen & colonus aliquam partem ponit.

Totum igitur negotium conſiſtit in duobus, Primo in temporis inuentione, & hæc habetur per modum fuſionis metallorum provt dictum eſt in capitulo ſuo, quæres igitur omnia reſidua temporum & ea duces in capita animalium, & totum diuides per capita animalium, & quod exit eſt tempus. Exemplum quidam dedit 100. pecudes ad tenendum 5. annis, deinde poſt biennium dedit 300. eadem conditione, deinde poſt annum & medium 150. alias ea conditione: quæritur quando hic dicetur tenuiſſe 5. annis omnes pecudes, & ita quādo finita erit pactio: quando igitur poſuit 150. pecudes deficiebant anni $1\frac{1}{2}$ pro complendo tempus 100. pecudum: duc $1\frac{1}{2}$ in 100. fit 150. & ſimiliter quando poſuit eaſdem 150. deficiebant anni $3\frac{1}{2}$ ad complendum tempus 300. pecudum duc 300. in $3\frac{1}{2}$ fit 1050. vltimo ad 150. deficiebant anni 5. duc 150 in 5. fiunt 750. iunge ſimul fiunt omnes peccudes 150. 1050. 750. & ita fient omnes 1950. diuide per aggregatum pecudum & eſt 550. & fient anni $3\frac{6}{11}$ & tanto tempore tenebit omnes peccudes à die in qua recepit vltimas 150, prædices igitur ſocietatem finiti ab initio inchoando annis $7\frac{1}{11}$: probatio eſt vt reducas totum & pecudes inuicem & fiet ſumma 2750. temporis & pecudum in vltima autem pecudum 150. datione, iam præceſſerat pecudum & temporis ſumma 800. igitur deductis 800. ex 2750. remanent 1550. quamobrem cum ſint 550. pecudes ad complendum 1950. requiruntur anni $3\frac{6}{11}$.

100	300
$1\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
150	1050
150	
5	
750	
150	
1050	
750	
1950	
550	
$3\frac{6}{11}$	

Secundum eſt quod cum fienda ſit diuiſio ante tempus vel poſt, deme partem poſitam ex parte habenda & reſiduum duc in tempus ſocietatis, & diuide per tempus pactionis: & talem partem dabis colono vltra debitam proportionem potes & idem facere ducendo in reſiduum animalium, exemplum Dominus poſuit pecudes 100. colonus nihil: debuit infra 5. annos capitale & prouentus diuidi per æqualia quia igitur colonus nihil poſuit aduenit ei medietas tota propter tempus annorum 5. duc igitur in caſu in quo accideret diuiſio in annis $3\frac{1}{2}$: ſi 5. anni dant $\frac{1}{2}$ quid dabuit $3\frac{1}{2}$ duc $3\frac{1}{2}$ in $\frac{1}{2}$ fiunt $1\frac{3}{4}$: diuide per 5. exeunt $\frac{7}{20}$, & hæc erit pars coloni reliquum erit Domini quod eſt $\frac{13}{20}$, & idem redit faciendo de pecudibus ponamus, quod pecudes illæ in annis $3\frac{1}{2}$ factæ eſſent 300. igitur pars coloni eſſet 150. in 5. annis. dic igitur ſi anni 5. dant pecudes 150. quantum dabunt anni $3\frac{1}{2}$ in 150. fiunt 525. diuide per 5. & erunt pecudes 105. & hic eſt $\frac{7}{20}$ de 300. quare vno & alio modo idem redit. Quod ſi colonus poſuiſſet vaccas 8. Dominus 32. & deberent diuidere in annis tribus, accidit autem vt cogerentur diuidere in 28. menſibus, fac. Vt dictum eſt ponamus quod tunc fuerint capita 76. deme $\frac{1}{5}$. quod eſt pars coloni in capitali, nam 8. eſt $\frac{1}{5}$ de 40. ex $\frac{1}{5}$ & hoc eſt quod debet ei in 3. annis remanent $\frac{3}{10}$, duc in 28. menſes fiunt $\frac{84}{10}$ menſium, diuide per 36. menſes exeunt $\frac{7}{30}$, dabis igitur colono pro parte ſua primo $\frac{1}{5}$ totius deinde $\frac{7}{30}$ & hoc totum eſt $\frac{13}{30}$ totius, duc 13. in 76. fiunt 988. diuide per 30. exeunt $32\frac{14}{15}$, & tot debentur colono, reliquæ Domino: hoc eodem modo facies ſi tempus tranſgreſſum fuerit parte coloni detracta prius, de reliquo idem operaberis ſecundum Fratrem Lucam. Exemplum poſuit Dominus 100. pecudes, colonus nihil vt diuideretur grex per $\frac{1}{2}$ in 4. annis, colonus tenuit 7. annis, & fuerunt pecudes 700. da primo 350. colono, deinde diuide reliquas 350. in medium fiunt 175. duc 175. in 3. & eſt tempus vltra primam conuentionem, fient pecudes 525. diuide per 4. exeunt $131\frac{1}{4}$, adde ad 350. habebit colonus $481\frac{1}{4}$: Dominus reſiduum $218\frac{3}{4}$.

Capvt LIV.

De Penſionibus domorum cum mutuo cenſu.

QVidam locant domos accipiendo pecuniam antè, & regula in hoc non exponetur niſi per exemplum, quidam accepit domum pro libris 23. ſingulo anno & dedit Domino domus libras 60. donec extinguerentur libræ illæ & poſt è domo diſceſſurus ita quod de libris 60. volebat 5. pro 100. & eſt $\frac{1}{20}$: ſicut ſolet fieri ſingulo anno quæritur, quando finietur & locatio.

Ad hanc interrogationē eſt triplex ſolutio ſicut & triplex intellectus, vel enim vult 5. pro 100. abſolutè, ita quod incepto anno alio non vult trahere niſi ex capitali, vel vult trahere ex capitali & redditu, vel vult quod intelligatur portio temporis pro portione lucri, & licet duo primi modi hic non videantur differre quantum redditus pecuniæ eſt minor redditu domus dabo tamen tibi exemplum differentiæ: quidam dedit 1000. aureos hac conditione vt perſolueret aureos 20. ex domus ficto & acciperet aureos 50. propter pecunias datas, tunc ſi loquimur de redditu ſimplici illi 1000. aurei creſcent continue aureis 30. ſine differentia ſic in 10. annis eſſent 1300. aurei ſi verò ſit redditus capitalis tunc in primo anno habebit aureos 1030. in ſecundo $1061\frac{1}{2}$, in tertio $1094\frac{1}{40}$, & ita de aliis, de hoc igitur videbitur in capitulo ſuo.

Remanent

Remanent igitur duo modi vel quod intelligamus ex pecuniis partem temporis pro toto anno computari, & hoc modo ſoluit Frater Lucas & non conuenit modus talis eſt, ex 60 libris primo anno lucratur 3. fiunt 63. deducas 23. remanent 40. in ſecundo anno ex 40. libris deducuntur 2. & fiunt 42. deme 23. remanent 19. & quia ille retinet 19. libras tertio anno licet non toto quia cuius extinguntur dat tamen Frater Lucas redditum totius anni videlicet $\frac{19}{20}$ vnius libræ, fiunt igitur libræ 19 $\frac{19}{20}$ & qualis pars eſt 19 $\frac{19}{20}$ de 23. talem partem accipies de anno quæ faciliter habebitur ducendo 19 $\frac{19}{20}$ & ſimiliter 23. per denominatorem & fient $\frac{103}{400}$ vnius anni & ni tanto tempore locatio nec finietur hoc modo.

Si vero rectius velis examinare vt ſicut ille non habet cenſum è domo niſi pro tempore locationis. ita alius non debet trahere ex pecuniis pro toto ſi finiantur ante ipſum, dic igitur vt prius pro duobus primis annis: in tertio remanebunt 19. libræ quas promereri facies tantum pro tempore quo ille manebit in domo, cum igitur cenſus domus ſit libræ 23. oportebit igitur vt tempus illud ſit tale quod faciat promereri ex redditu totius anni & eſt $\frac{19}{20}$ talem partem quæ addita ad 19. proportionem obtineat ad 23. qualis eſt pars. ipſum tempus totius anni.

Hanc autem partem inuenies ex regula centeſimatrigeſimaſexta capituli 42. ſic detraho $\frac{19}{20}$ ex 23. fit 22 $\frac{1}{20}$ diuido per 19. exit 1 $\frac{61}{380}$ ſiue $\frac{441}{380}$ & hic eſt numerus quæſitus, nam acceptâ parte ſiue diuiſo 23. per $\frac{441}{380}$ exeunt 19 $\frac{361}{441}$, diuiſo autem $\frac{19}{20}$ per $\frac{441}{380}$ exeunt $\frac{361}{441}$, quæ addita ad 19. faciunt 16 $\frac{361}{441}$ Vnde nota quod diuidere $\frac{19}{20}$ per $\frac{441}{380}$ non eſt niſi econtrario diuidere 380. per 20. & quod exit ducere in 19. & ſit 361. & ponere numeratorem 441. diuiſoris, pro denominatore, & hoc nota exemplum aliud volo diuidere $\frac{17}{24}$ per $\frac{67}{96}$ dico è conuerſo facias diuide 96. per 24. exit 4. duc in 17. fiunt 68. & ita $\frac{68}{67}$ exibunt ex tali diuiſione, igitur in propoſito fuerunt $\frac{441}{380}$ de 23. & ſolui 19 $\frac{361}{441}$ & hoc fuit tanta pars de 32. quantum fuit tempus de anno. videlicet $\frac{8740}{19141}$ poſſet etiam fieri per rem ſed eſt difficilior.

Capvt LV.

De Tranſmutationibus.

Res tranſmutationum cognoſcitur in quatuor modis. Primus eſt vt ſit ſimplex. Secundus vt ſit cum parte pecuniæ. Tertius eſt vt ſit cum expectatione temporis, & ex his componitur quartus modus & eſt vt ſit cum parte pecuniæ, & expectatione temporis ſimul. In his autem modis 6. quæruntur primum quando æqualiter fiat tranſmutatio ſecundum ſi facta ſit ex quo facta eſt. Tertium quis lucratur aut Perdit & quantum quartum quantum pro 100. quintum ex quo debet fieri vt lucratur certam portionem ſextum quomodo fieri debet aut facta fuit nam hæc ſemper ſunt. Item vt lucretur tantum pro centum ſunt igitur modis omnes 24. ſunt & alij modi ſed ex his pendent omnes enim minutias velle exponere eſt infinitum ſi igitur quis dicat quidam vult dare lanam valoris 10. pro 12. ego habeo talam valoris 7. quantum ponere debeo dic ſi 10. producit 12. quid producet 7. duc 7. in 12. fit 84. diuide per 10. exit 8 $\frac{2}{5}$ & hoc eſt pretium.

Secundum dixit quidam poſuit lanam valoris 10. pro 12. & recepit telam valore 8. $\frac{2}{5}$ & fuit tranſmutatio æqualis quantum tela valuit duc conuerſo modo 8 $\frac{2}{5}$ in 10. fit 84. diuide per 12. exit 7. & tantum valuit.

Tertium quidam dedit quod valebat 5. pro 6. & recepit quod valebat 14. pro 17. dicitur autem valor duplex: aut pretium quo in pecunia vendi ſolent merces: aut pretium quo res ipſa prius aut facta aut empta fuit à mercatore, vtrouis modo nil refert, & poteſt vtrumque capitale appellari. Quæro igitur quis lucratur ex eis: & quantum: primo quære pretium æquale per primam dicendo ſi 5. producit 6. quid producet 14. duc 14. in 6. fit 84. diuide per 5. exit 16 $\frac{4}{5}$: & tantum debuit ponere quod valuit 14. & poſuit 17. igitur ex 14. vel ex 16 $\frac{4}{5}$ lucratur $\frac{1}{5}$. nam 17. excedit 16 $\frac{4}{5}$ in $\frac{1}{5}$

Quartum & ſi volueris ſcire quantum pro centum, ille de 17. lucratur: vel intelligis de capitali ideſt reſpectu 14. vel de pretio appretiato & eſt 16. $\frac{4}{5}$: vtroque autem modo duc $\frac{1}{5}$ in 100. fiunt $\frac{100}{5}$ hoc ſi diuiſeris per 16 $\frac{4}{5}$. exibit verum pretium lucri quod erit 1 $\frac{4}{21}$ ſi vero diuiſeris per verum capitale exibit appretiatum: verum capitale eſt 14. diuide $\frac{100}{5}$ per 14. & eſt dicere diuide 20. per 14, exit 1 $\frac{3}{7}$: & hoc eſt lucrum appreciatum: quin igitur dicis ex 16 $\frac{4}{5}$ lucratur $\frac{1}{5}$ hoc eſt verum pretium, quia vendet ex illa commutatione in pecunia quod vendidiſſet 16 $\frac{4}{5}$ vendet 17. & ita lucrabitur $\frac{1}{84}$ de ſuo capitali ſi vero dicas quod lucratur $\frac{1}{5}$ de 14 hoc non eſt verum quia illud $\frac{1}{6}$ in rei veritate tanto minus vendet in pecunia numerata quanto ille quia dedit 5. pro 6. appreciauit $\frac{1}{5}$ quod in rei veritate tamen valebat $\frac{5}{6}$ in pecunia numerata ſiue igitur dicas lucratur de 14 $\frac{1}{6}$ ſiue de 16 $\frac{4}{5}$ lucratur $\frac{1}{5}$ idem eſt, nam vtrumque eſt $\frac{1}{84}$: ad inueniendum igitur verum lucrum in capitali quin diximus lucratur ex 16 $\frac{4}{5}$ ipſum $\frac{1}{5}$ volo ſcire quid in rei veritate lucretur: duc lucrum $\frac{1}{5}$ per capitale 14. fiunt $\frac{14}{5}$ hoc diuide per appretiatum quod eſt 16 $\frac{4}{5}$ exeunt $\frac{1}{6}$, & tantum lucratur in veritate & ita declaro hoc.

Sit vt vnus ponat quod valet 4. pro 7. & alius quod valet 5. pro 7 certum eſt quod facta commutatione ille qui dedit 4. & recepit 5. lucratur $\frac{1}{4}$ ſui capitalis in veritate & hoc eſt 25. pro 100. ſequere igitur regulam dicendo ſi 5. ponitur 7. quantum ponetur 4. exibunt 5. $\frac{3}{5}$ igitur ex 4. lucratur reſiduum 1 $\frac{2}{5}$, illud tantum reſiduum in pecunia non eſt niſi 1. tantum: duc igitur 1 $\frac{2}{5}$ in 4. fit $\frac{28}{5}$, diuide per 5 $\frac{3}{5}$, exit præciſe 1. igitur tamen lucratur, pro inueniendo quantum pro 100. dic ſit 5. $\frac{3}{5}$ lucratur

tur

tur $1\frac{1}{4}$, quid lucrabitur 100. vel ſi 4. lucratur 1. quid lucrabitur 100. & vtroque modo redit idem quod eſt 25.

Quintum cum dixerit quidam dedit lanam valoris 4. pro 5. vellem dare pannum valoris 7. ita vt lucrarer $\frac{1}{7}$ de capitali, iam ego expoſui quod ſi commutatio ſit fienda æqualiter 7. ponetur $8\frac{3}{4}$. tu autem vis $\frac{1}{7}$ lucri in capitali, adde ſemper illud lucrum capitali tuo, & erat 7. fiet 8. dic igitur ſi 4. ponitur 5. quantum ponetur 8. & exibunt 10. dic igitur quod ſi tu poſueris 7. pro 10. lucraberis præciſe $\frac{1}{7}$ tuorum & regula eſt pulcra.

4 Pro 5
7 $\frac{1}{7}$ 8
4. 5. 8
8
5
—
40
4
—
10

Cuius verificatio eſt ex experimento pone enim quod dederit 21. cum 7. ponatur 10. ponetur 30. ille igitur dabit 30. appræciatum & quia ponit 4. valere 5. dabit 24. igitur ille dedit 21. in valore pecuniæ: & recepit 24. & ita recepit 3. quod fuit ſeptima pars capitalis ſui, & tranſmutatio fuit æquata in 30. quare &c.

Ex hoc habetur valor & lucrum pro cen-
6 tum ſit in exemplo quod ille det 4. pro 5. ego volo lucrari 15. pro 100. & habeo lanam valoris 7. vel pannum dico ſi 100. dat 15. quid dabit 7 dabit $1\frac{1}{20}$ adde hoc per quintam ad 7. fiet $8\frac{1}{20}$, dic ſi 4. ponitur 5. quantum ponam $8\frac{1}{20}$: & fiet $10\frac{1}{16}$. & tantum ponam 7 valere, dabo igitur pannum valoris 7. pro $10\frac{1}{16}$ & recipiam quod valet 4. pro 5. & vltra lucrabor 15. pro 100.

Et cum dixerit quidam dabo lanam va-
7 loris 4. pro 5. & volo quintam partem pretij in pecunia numerata, quæritur quantum debeo ei ponere, pannum valoris 7. debes ſcire quod illud quod perſoluis in pecunia emis cum igitur das quintã partem pretij appretiati, illud totum debet detrahi ex capitali illius, cum igitur $\frac{1}{5}$ de pretio appreciato quod eſt 5. ſit 1. detraho 1. ex capitali ſit 3. nam erat 4. da igitur in commutatione 3. & non 4. nam illud 1. vendit, & quia ponit 4. valere 5. & recepit 1. igitur remanet creditor de 4. cum dederit. 3. regula eſt igitur diuide pretium appretiatum quod eſt 5. per partem quam vult in pecunia & eſt $\frac{1}{5}$ & exit 1. hoc detrahe à pretio capitalis, & appretiati & ſit 4. & 3 dic igitur ſi 3 ſit vel ponitur 4. quid ponetur 7. & fiet vt debeat poni $9\frac{1}{3}$, dabis igitur $\frac{1}{5}$ in pecunia numerata, & pro reſiduo tantum de lana vel panno in valore $9\frac{1}{3}$, quæ valebant in pecunia numerata 7. tantum quod compleas ſummam quam accepiſti.

8 Quod ſi dixerit è conuerſo volo à te qui ponis 4. valere 5. habere $\frac{1}{5}$ in pecunia numerata, & reſiduum volo dare quod valet 7. vellem ſcire quantum debeo augere pretium, tunc tu ſcis quod ille qui dabit $\frac{1}{5}$ in pecunia emet $\frac{1}{5}$ de tuo capitali, & dabit $\frac{1}{4}$ de ſuo reſiduo per dicta in capitulo quadrageſimoſecundo, ſi igitur dicat dabo $\frac{1}{4}$ totius quod accepero, tantum eſt quantum ſi diceret dabo $\frac{1}{4}$ totius lanæ in pecunia tunc igitur econuerſo facias cape $\frac{1}{4}$ de 5. & adde ad 4. & ad 5 fiunt $5\frac{1}{4}$ & $6\frac{1}{4}$ dic igitur ſi $5\frac{1}{4}$ ſit $6\frac{1}{4}$, quid fiet 7. & fiet $8\frac{1}{3}$, & tantum debet ponere quod valet 7. accipiendo ab illo $\frac{1}{5}$ pecunia totius ſummæ. nota igitur quod qui recipit pecunias detrahere debet vt in ſeptima regula à capitali partem illam, qui vero dat addere capitali vt in hac regula.

Quod ſi dicat pecuniam & non partem 9
puta aureos 20. vide. aureos 20. quota pars ſint de tota ſumma deinde operare per illam partem.

Quòd ſi ponat vltra hoc certum lucrum, 10
tu ſcis per quintum vel ſextum modum addendi capitali lucrum quod vis: in ſeptima igitur regula primo adde lucrum deinde auferes partem pecuniarum ex toto: in octaua autem regula primo addes partem pecuniarum deinde lucrum & hoc bene aduerte quia ſeptima & octaua regula ſunt contrariæ.

Si igitur quis dicat volo permutare libras 11
1738. piperis valoris aureorum 20. pro 100. & volo decimam partem in pecunia & lucrari in hac tranſmutatione 20. pro 100. & ille habet zinziber valoris 13. aureorum pro 100. & vult ponere 15. in tranſmutatione, quæritur quantum debeo appreciare piper tunc primo quæres decimam partem reſidui quæ pars ſit & hoc dempta vnite per octauam & addes nonam partem de 15. & eſt $1\frac{2}{3}$; ad 13. & ad 15. & fient $14\frac{2}{3}$, & $16\frac{2}{3}$, dices igitur ſi $14\frac{2}{3}$ ſit $16\frac{2}{3}$, quid fiet 20. duc 20. in $16\frac{2}{3}$ & fiunt $\frac{1000}{3}$ diuidenda per $\frac{44}{3}$, exeunt $22\frac{8}{11}$, poſt dic per ſextam ſi 100. dat 20 quid erit 20. & erit 24. habes igitur quod piper debet poni $22.\frac{8}{11}$, vt habeas decimam partem in pecunia, & debet poni 24. vt lucreris 20. pro 100. vt igitur habeas vtrumque dices ſi 20. ponitur $22\frac{8}{11}$. quid ponemus 24. per decimam regulam, & per quintam & ponemus 20. valere $27\frac{3}{11}$, deinde dices 1738. libræ piperis valent mihi 20. aureis pro 100. igitur valent $347\frac{3}{5}$, ſi igitur 20. valet $27\frac{3}{11}$, quid valebunt $347\frac{3}{5}$, & valebunt 474. præciſè aureos, cape decimam partem & eſt $47\frac{2}{5}$, Et hoc habebit in pecunia, reſiduum erit $426\frac{3}{5}$, quia igitur ille dabit zinziber pro 15. aureis pro 100. diuide $426\frac{3}{5}$ per 15. exeunt $28\frac{11}{25}$, igitur duc in 100. habebit libras zinziberis 2844. præciſè, & aureos $47\frac{2}{5}$, & lucrabitur 20. pro centum cuius probatio eſt facilis nam clarum eſt quod totius ſummæ habuit decimam partem in pecunia, & de reliquis conditionibus reſtat ſolum demonſtrare quod lucretur 20. pro 100. & eſt quinta pars capitalis ſui, fuit capitale ſuum $347\frac{3}{5}$, eius quinta pars eſt $69\frac{13}{25}$, addita ad $347\frac{3}{5}$, fient $417\frac{3}{25}$: ſi igitur probauero ipſum recepiſſe tantum pro pecunia numerata conſtat propoſitum, accepit autem zinziberis libras 2844. quæ valebant aureis 13. per 100. igitur valuit zinziber $369\frac{18}{25}$, aureorum, Et dedit in pecunia numerata $47\frac{2}{5}$, iunge fiunt præciſè aurei $417\frac{3}{25}$. quod fuit probandum. nec amplius expectes tam prolixa exempla cum hoc ſit extra propoſitum noſtrum.

12 Eſt cum quis dixerit accepi quod valuit 6. pro 7. & ſub termino ſolutionis menſium 4. volo dare quod valet 8. pro 9. quantum temporis expectare poſſum, ſcias quod propoſito hæc vel intelligitur abſolutè & tunc dicimus ſi $\frac{1}{6}$ nam hoc eſt lucrum dantis 6. pro 7. fit ex 4. videlicet menſibus, ex quo fiet $\frac{1}{8}$, nam hoc eſt lucrum dantis 8. pro 9 duc $\frac{1}{8}$ in 4. fit $\frac{1}{2}$, diuide per $\frac{1}{6}$ & exit 3. Et ita tribus menſibus deberet expectare & hæc regula notabilis eſt dico tamen quod in tranſmutationibus locus hîc non plenè ſatisfacit quantum non æquabuntur ex hoc partes, nam ille qui dat 6. pro 7. ſi. daret 54. daret pro 63. & ille qui dat 8. pro 9. dando 56. dabit pro 63 manifeſtum eſt autem quod ad pretia poſita tranſmutatio eſt æqualis, capitalium autem differentia eſt: ille igitur qui dat 56. perdit 2. de 56. in vno menſe, igitur perderet in vno anno 24. de 56. Et ita perderet 42 $\frac{6}{7}$, pro 100. & ita eſſet iactura magna, dico igitur quod volendo facere tranſmutationem æqualem nihil deberet expectare, & adhuc perderet quantum autem, ſic dignoſcitur, dic primo 6. in menſibus 4 quantum creſcet dando 5. pro 100. creſcet per vigeſimam ſui in anno, igitur in menſibus 4. per ſexageſimam igitur 6. fiet 6 $\frac{1}{10}$, dic igitur ſi 8. fit 9. quid fiet 6 $\frac{1}{10}$ fiet 6 $\frac{69}{80}$, igitur cum fiat 7. lucrabitur $\frac{11}{80}$ dic igitur per quartam ſi 6 $\frac{69}{80}$, lucratur $\frac{11}{80}$, quid lucrabitur 6 $\frac{1}{10}$, & inuenies, quod lucratur $\frac{671}{5490}$. pro quo nota hanc regulam diuidendi fractium.

Cum denominator diuiſoris numerauerit denominatorem prodeuntis duc exiens in numeratorem diuiſoris & hîc erit denominator diuidendi, cuius numerator eſt numerator diuidendi, & eſt conuerſa regulæ in fine capuli quinquageſimiquarti vt in exemplo, ductis $\frac{11}{80}$ in 6 $\frac{1}{10}$ fiunt $\frac{671}{800}$ diuidendū per 6 $\frac{69}{80}$, quod eſt dicere $\frac{549}{80}$, igitur diuide $\frac{671}{800}$ per $\frac{549}{80}$ diuide 800. per 80. exit 10. duc in 549. fiunt 5490. & ſuper ipſum pone 671. fiet $\frac{671}{5490}$. & tantum lucrabitur ille qui dat 6 per 7. etiam vltra proprium prouentum expectationis menſium 4.

13 Et ex hoc habebimus ſcientiam veri lucri in tranſmutationibus temporalibus, & ſit exemplum quidam dedit quod valuit 5. pro 6. expectaturus infra menſes 6. vt reciperet quod valet 6. pro 7. quæritur quantum lucratur pro 100. in anno, & eſt caſus pulcher & aduenicns, & ſolutio eſt facilis operaberis conuerſo modo dicendo ſi 7. venit ex quo veniet 6. & fiet ex 5 $\frac{1}{7}$. igitur cum prodeat ex 5. tantum lucratur $\frac{1}{7}$, ex 5. in 6. menſibus quare 5 $\frac{5}{7}$ pro 100.

14 Quod ſi quis dicat dedit quod valuit 4 $\frac{1}{2}$ pro 100. expectando menſes 8. & recepit quod appretiatum fuit 15. cum expectatione menſium decem. Quæritur ſecundum primum modum dantis ad tempus ſuppoſitâ æqualitate tranſmutationum quantum valuit illud quod poſitum eſt 15. dic igitur 6. ad 4 $\frac{1}{2}$ lucratur $\frac{1}{3}$ in 8. menſibus, igitur ſi 8. menſes dant $\frac{1}{3}$, quid dabunt 10. menſes & erit $\frac{5}{12}$, ille igitur qui dat pro 15. lucratur $\frac{5}{12}$ capitalis ſui igitur per trigeſimam regulam quadrageſimiſecundi capituli 17. fit ex 12 dic igitur ſi 17. fit ex 12. ex quo fiet 15. duc 15. in 12. fit 180. diuide per 17. exit 10 $\frac{10}{17}$, & tantum valebat quod poſuit 15. & poſui exemplum Fratris Lucæ vt intelligeres facilitatem & certitudinem operandi noſtram.

Et ex decimatertia poſtquam operatus fueris per ſeptimam & octauam cognoſces acceptâ parte tranſmutationis in pecunia numerata, & dato vel accepta termino totius aut reſidui, quantum lucrum fiet pro 100. in anno, & reliqua componendo caſus innumerabiles, ſed caue ne te decipiat ſenſus duplex duodecimæ regulæ propterea ſi quærens tentat ſolue vt vis, vtraque. enim ſuſtentabilis eſt, ſi verò amice quærit diſtingue ambiguitatem, & vide in quo ſenſu velit, ſi autem ad opus venire deſiderat conſulet ſecundo modo, nam in primo accipiendo fit iactura, dando vſura. 15

Et ex his ſcire oportet quos ſi quis dicat dedi quod valebat 5. pro 9. & accepi quod valebat 7. pro 9. certum eſt quod in capitali primus lucratur $\frac{2}{5}$, & ſecundus perdit $\frac{2}{7}$, ſui capitalis quæritur igitur quantum plus addidit primus in capitali ſecundo, tunc ſolutio facilis eſt duc capitalis inuicem veluti 7. in 5. fiunt 35. & pone pro denominatore, deinde iunge ea vtpote 5. & 7. faciunt 12. duc in differentiam vnius ab altero fiunt 24. igitur dicemus quod primus melius reddidit ſuum capitale quam ſecundus in $\frac{24}{35}$. circa quæ nota quod tantum vnus lucratur in capitali, quantum alius perdit, & aliud eſt ſemper differentia communis dantis & accipientis, veluti dans 7. & recipiens 5. perdit 2. & illos. 2. lucratur alter, & ita dans 100. & recipient 110. lucratur 10. quos alter fortius perdit. Secundo nota quod amittens perdit data proportione quam ille aquirat, & hoc in vnitate minus patet ex trigeſima regula quadrageſimiſecundi capituli nam ſi accipiens. 110. & dans 100. lucratur decimam partem ſui, vel 10. pro 100. ille qui dat 110. & recipit 100. perdit vndecimam partem ſui, nam 10. eſt vndecima pars 110. & ita perdit 9. $\frac{1}{11}$ pro 100, & ſimiliter qui dat 120. & recipit 100. perdit ſextam partem ſuorum, & accipiens lucratur quintam, & ita proportionaliter plus lucratur acquirens quam dans perdat, & hoc in vnitate, tertio notandum quod illud eſt quod acquiritur aliud eſt proportio ſecundum quam acquiritur, nam in commutatione acquiſitum & perditum ſemper ſunt æqualia proportiones autem vnitate differunt, patet ex primo & ſecundo notando vnde ſi aliquis lucratur 10. pro centum in commutatione, nam in aliis non tenet alter qui commutat perdit 6 $\frac{1}{11}$, igitur primus addit in capitale 19 $\frac{1}{11}$, pro 100. & hoc eſt idem quod $\frac{21}{110}$ qui proueniunt ex regula quam docui, nam tantum producitur ex 19 $\frac{1}{11}$ in 110. quantum ex 21. in 100. & ideo ſunt partes ſecundum 5 $\frac{1}{11}$, & hoc bene nota. 16

Si igitur quis dicat addidi 19 $\frac{1}{11}$ plus in 17
capitali meo quam fecerit ille qui mecum tranſmutauit tu ſcis quod ex 19 $\frac{1}{11}$ duas tales efficere oportet partes quæ ductæ per numeros

numeros ſola vnitate differentes producant 100. veluti in exemplo 19. $\frac{1}{11}$ diuiſum facit hoc quod ductum in 10. & 11. producit 100. partes autem erunt 10. & 9. $\frac{1}{11}$, ex quibus ſequitur per dicta quadrageſimi ſecundi capituli quod tales partes erunt proportionales & ita diuidam etiam 36 $\frac{2}{3}$ hoc modo in 20. & 16 $\frac{2}{3}$, nam 20 in 5. producit 100. & 16 $\frac{2}{3}$ in 6. producit 100. & talis eſt proportio 20. ad 16 $\frac{2}{3}$, ſicut 6. ad 5. dixit igitur quidam dedi 4. pro 5. & recepi proportione quod valebat 10. & addidi in capitale reſpectu ſocij 83 $\frac{1}{3}$ per 100. quæro quantum poſuit quod valuit 10. pone igitur quod 83 $\frac{1}{3}$ debet diuidi in duas partes modo ſupradicto, quæ ductæ in duas alias ſola vnitate differentes, producant 100. igitur diuiſo 100. per duas illas quantitates exibunt partes quæ ſimul iunctæ faciunt 83 $\frac{1}{3}$, ſit igitur pars vna 1 co. alia expoſitio erit 1 co. p̃. 1. diuidatur 100. exibunt $\frac{100}{1\ co}$ & $\frac{100}{1\ co.\ piu.\ 1.}$ iungantur, & fit hoc per modum iungedi fractiones ducendo in crucem & totum ponendo pro numeratore, & ducendo denominatores inuicem & ponetur pro denominatore, fiet igitur coniunctum $\frac{200\ co.\ p.\ 100.}{1\ ce.\ p.\ 1.\ co.}$ & hoc æquatur neceſſariò ex dictis in principio huius regulæ cum 83 $\frac{1}{3}$ reduc ad integrum deducendo ambas partes per 1 ce. p̃. 1 co. fient 200 co. p̃. 100. æqualia 83 $\frac{1}{3}$ ce. p̃. 83. $\frac{1}{3}$ co. igitur deduco 83 $\frac{1}{3}$ co. ex 200. co. remanent, 117 $\frac{2}{3}$ co. p̃. 100. æqualis 83 $\frac{1}{3}$ ce. reduco ad cenſum vnum fiunt 1 ce. æqualis 1 $\frac{2}{5}$ co. p̃. 1. $\frac{1}{5}$, ſequere æquationem fiet valor rei R. $\frac{169}{100}$ p̃. $\frac{7}{10}$, & hoc eſt præciſe 2. & alia pars eſt 1 p̃. igitur fuit 3. diuide igitur 100. per 2. exit 50. diuide per 3. exit 33. $\frac{1}{3}$, iuncti faciunt 83 $\frac{1}{3}$, dic igitur quod pro 100. recepit 150. & ita lucrabatur $\frac{1}{2}$, videlicet 50. pro 100. & ille perdiderat $\frac{1}{3}$ dando 150. pro 100. & tertia pars. 100. eſt 33 $\frac{1}{3}$ & ita tantum predidit per 100. vnde hic addidit in capitale lucrando reſpectu illius qui perdit 83 $\frac{1}{3}$ modo videndum eſt quantum lucratur dando 4. pro 5. & manifeſtum, eſt ex dictis quod tantum lucratur quartam partem & non dimidium, oportet igitur quod loco. 5. recipiat. 6. in capitali ab altero nam ſic dando 4. & recipiendo 6. lucratur dimidium ſui & ita 50. pro 100. & quia ille non dat niſi pro cambio 5. igitur ille dabit capitale 6. pro 5. & recipiet 4. tantum pro. 5. igitur perdet tertiam partem ſui capitalis, & quia dat 10. dices ſi 6. dat 5. quid dabit 10. & inuenies quod dabit 8 $\frac{1}{3}$, & ego addam in capitale 83 $\frac{1}{3}$ pro 100. reſpectu illius.

Ex hoc cognoſcitur quantum in mercatura ingenium & induſtria valeat, & quanto difficilior & implicata ſit ſolutio tális quæſtionis à Fratre Luca poſitæ, verum minus arduum eſt inuentis addere.

18 Libra Madiolanenſis eſt vnciarum 13. Venetiis. libra veneta eſt Monpolerij vnciarum 9. libra Monpolerij eſt Ianuæ vnciarum 15. $\frac{1}{3}$, quæritur libra Ianuæ quot erit vnciarum Mediolani diſpone ſemper ſic per ordinem duc omnes inferiores inuicem fiunt 20736. hoc diuide per productum ſuperius ſemper dimittendo illud quod quæris vtpote quot vnciarum Mediolanenſium ſit libra ianuen-

Med.	Ven.	Mon.	Ian.
12	$\frac{13}{12}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{15\frac{1}{3}}{12}$

ſis, potes autem diuidere primo per 13. deinde per 9. deinde per 15 $\frac{1}{3}$ vel per productum ſimul. Idem enim exit productum igitur fuit 1794. diuido per ipſum 20736. fiunt vnciæ 11 $\frac{1002}{1794}$ & tot continet libra ianuenſis vnciarum Mediolanenſium, ſi autem velles ſcire contrarium videlicet quot vnciarum ianuenſium eſſet libra Mediolanenſis, tunc dic ſi 11 $\frac{1002}{1794}$ producit 12. quid producet 12. duc 12. in 12. fit 144. & hoc diuide per 11 $\frac{1002}{1794}$, & idem proueniet ſi duxeris omnes terminos ſuperiores diuidendo per vnum minus ex inferioribus veluti diuidendo 1794. quod fuit productum trium ſuperiorum per 144. productum duorum inferiorum vnde exibunt vnciæ 12 $\frac{11}{24}$ & ita dico idem de centenariis, pone numeros diuerſitatis ſemper ſuperius, & centena inferius, & regula eſt eadem preciſè & hoc eſt valde vtile in tranſmutationibus & mercimoniis quare &c.

Cum volueris ſcire in tranſmutationibus 19
inæqualibus quanta pars pecuniæ ſit danda. & à quo diuide pretia appretiata, per differentiam inter pretium verum & appretiatum, in ſingulis, Et cui aduenit minus illi contingit dare pecuniam, deinde diuide prouentum minorem per maiorem, & quod exit eſt pars danda de mercibus, reſiduum debet dari in pecunia numerata. Exemplum quidam dedit argentum valoris 4. pro 5. & recepit lanam valoris 6. pro 7. quæritur quanta pecunia debet ſarciri Cambium hoc, & quomodo, clarum eſt quod 5. & 7. ſunt pretia apretiata, differentia 5. ad 4. eſt 1. & 7. à 6. eſt 1. diuido 5. & 7. per ſuas differentias exeunt iidem videlicet 5. & 7. igitur ille qui dat 6. pro 7. debet recipere pecuniam quia 6. eſt maior quam 5. Ad ſciendum autem quantum diuide minorem prouentum qui eſt 5. per maiorem qui eſt 7. & exeunt $\frac{5}{7}$. & tantum dabit ille argento, Et reliquum quod eſt $\frac{2}{7}$ debet dare in pecunia numerata, & ita Cambium fiet æquale recipiendo totam lanam pro valore Cambij.

4. Pro 5. (1)	6. Pro 7. (1)
$\frac{5}{1}$	$\frac{7}{1}$
5	7
$\frac{5}{7}$	$\frac{2}{7}$

Capvt LVI.

De Cambiis.

ANtequam veniamus ad cognitionem 1
cambij ſcire oportet omnes gentes habere duo genera pecuniarum, fixum & mobile, pecunia fixa eſt quæ proportinem ad ſuas partes numquam mutat veluti Mediolani, Aureus cameræ valet ſemper

libras

libras 4. libra ſolidos 20. ſolidus nummos paruos 12. & ita aureus valet ſolidos 80. & nummos 960. & venetiis aureus cameræ valet ſemper libras 6. ſolidos 4. & libra valet ſolidos 20. & ſolidus nummos paruos 12. igitur aureus valet ſolidos 124. & nummos 1488. & groſſos etiam vocant $\frac{1}{14}$ aurei vnius, vnde valet ſolidos 5. nummos. 2. quod eſt dicere nummos 62. Pecuniæ autem mobiles duplices ſunt aureæ & argenteæ, & hæ mutant valorem non tantum reſpectu fixarum, quantum etiam repectu ſuarum partium, velut aureus valebat ſolidos primo 85. Mediolani, deinde tantum auctus eſt vt nunc valeat 110. & ſimiliter Venetiis aureus, aliquando valuit ſolidos 124 & nunc valet 140. & etiam eſt mutatio reſpectu mobilium, nam aureus Mediolani valuit 4. teſtonos plus ſolido vno & nunc valet plus ſolidis 8. nam 4. teſtones valent ſolidos 112. igitur auctum eſt pretium aurei ſuper pretium argenti quod fuit quarta pars aurei, eſt etiam auctio diuerſa in monetis, nam ſolidi argenti non dico fixi, ſed eſt genus monetæ, nunc valet 12. nummos ſicut prius valebat, & tamen ſolidi nihil vnde eâ ratione ſolidus deberet valere nummos 16. & non valet niſi 12. Moneta igitur aurea Mediolani multorum & diuerſi pretij pro nunc ſupponamus eum valere libras 6. Mediolanenſes & teſtones aſſes ſiue ſolidos 28. & Floreni ſolidos 84. & Mozenighi ſolidos 20. modo Venetiis aurei valent libras 7. Floreni ſolidos 20. 96. Mozenighi ſolidos 20. hæc ſufficiant pro exemplis commutandarum monetarum.

2 Aduerte ſecundo quod cambia monetarum dupliciter conſiderantur penes proportionem exceſſus de qua inferius dicam, & penes æqualitatem veram quam dico conſiſtere in auro ſub æquali bonitate & pondere: vnde dico quod aurei 100. Mediolani, ſunt iidem etiam Venetiis, & Lugduni, per tres cauſas prima eſt facilitas defferendi de vno loco ad alium cum modico labore, impenſa: periculo, & timore corruptionis, vnde dato quod minus valerent Venetiis quam Mediolani poſſent defferri modica iactura, ſecunda cauſa eſt quia licet minus valeat in vno loco, quam alio, etiam reliquæ monetæ minus valent & merces, nam æſtimatio auri ſecundum communem curſum reliqua omnia proportionaliter ſecum trahit: tertio quia ſi velles æqualitatem reducere ad aliud monetæ genus aut ad fixam & tunc propter valoris in vna regione variationem in mobilibus, aliquando peruenires ad iacturam vel lucrum tertiæ partis non eſt igitur melior æqualitas quam commutatio in diuerſis locis auri eiuſdem bonitatis & ponderis, qui autem aliter ſentiunt grauiter errant.

3 Ex hoc trahitur proportio monetæ fixæ vnius loci ad monetam fixam alterius, veluti aureus valet Venetiis libras 7. Mediolani. 6. igitur cum proportio 7. ad 6. ſit ſexquiſexta, erit libra Mediolanenſis ſexquiſexta Venetæ, & ita valebit ſolidos 23 $\frac{1}{7}$ Venetos, & aſſis Mediolaneſis valebit 14 nummos Venetos, & libra Veneta valebit $\frac{6}{7}$ libre Mediolanenſis, quod eſt dicere ſolidos 17. $\frac{1}{7}$, & ita ex auro poteris reliqua ad proportionem reducere.

Et nota duo primum quod omnes ferè contractus fiunt in genere monetæ fixæ veluti promitto 100. aureos Mediolani, intelliguntur libræ 400. & non 600. & ita Venetiis 620. & non 700. nota ſecundo quod campſores habens quædam genera ſeparata monetæ fixæ vt marcas & vncias auri. 4

Ex quibus conuenit eum qui cambiare vult in genere quolibet cambij ſcire tria, 5 primum quod talis eſt proportio libræ ad libram, ſicut ſolidi ad ſolidum nummi ad nummum, & hoc vbi libra contineat aſſes 20. & aſſis nummos 12. alterum eſt quod oportet ſcire valorem cuiuſlibet monetæ tamen fixæ quam mobilis, & proportionem inter eas, & æqualitatem quæ dicta eſt in auro, & exceſſum lucri in dando & accipiendo genera pecuniarum, & ſimiliter vſum proprium campſorum in ſuis monetis fixis, de tali autem lucro dicemus inferius tertio quod ſicut per monetam fixam fiunt cambia venditiones & pacta, ita omnes ſolutiones fiunt cum moneta mobili non fixa, nam moneta fixa eſt res tantum imaginaria, & ſolutio in pecunia fixa intelligitur altero 4. modorum vel dare tantum de moneta fixa loci contractus in moneta ſecundum valorem loci contractus, veluti Mediolani accipio libras 100. redditurus Lugduni libras 100. Mediolanenſes in pecunia, ſub valore quo Mediolani valet & hoc contingit raro, ſecundus modus eſt accipio libras 100. Mediolani daturus Venetiis libras centum Mediolanenſes curſu monetæ Venetiis, & hoc rariſſime aut nunquam contingit, tertius modus eſt accipio libras 100. Mediolani daturus libras 116 $\frac{2}{3}$ Venetas ex moneta currente Mediolani, hoc nunquam credo contingit, quartus modus eſt accipio libras centum Mediolani daturus Venetiis libras 116 $\frac{2}{3}$ ex moneta Veneta & hoc accidit quandoque.

Frequentius autem contingit vt inter diſtantia commutatio fiat in pecunia mobili, 6 & hoc duobus modis primus accipio aureos 100. Mediolani totidem vel eius valorem nunc redditurus Venetiis in pecunia Veneta, ſecundus eſt accipio aureos centum totidem redditurus Venetij ſub valore tempore illo Venetiis in pecunia Veneta, ſunt etiam modi alij rari, vtpote quod accipio aureos centum Mediolani redditurus valorem Venetiis, quem nunc valent in pecunia Mediolanenſi, quartus accipios aureos 100. Mediolani redditurus totidem aut eorum valorem tunc Venetiis in pecunia Mediolanenſi.

Cum volueris ſcire commutationem inter duo loca habes eam ex dicendis, inter 7 tria autem & 4. & plura ex duobus cognoſcetur ac ex duobus, vtpote ſit Cambium inter Mediolanum Lugdunum & Brugis, iam doctus es rationem Mediolani & Lugduni, deinde Lugduni & Brugis, vnde ſciemus etiam commutationem Mediolani & Brugis, & vniuerſaliter cum ſciuntur quælibet duo ſcitur etiam compoſitio ex illis, reducendo vtpote monetam Mediolanenſem

ſem & Brugis ad Lugdunenſem, tanquam communem & hoc benè nota.

8 Et nota regulam generalem quod in omnibus cambiis & tranſmutationibus, tantum vnus perdit quantum alius acquirit, & econtra, vnde ſi ego aquiro decem alius, perdit 10. & ita cognito lucro vnius cognoſcitur damnum alterius, & ideo vna regula ſufficit pro lucro & damno: memento tamen quod ſi vnus aquirit 20. pro 100. alius perdit 16.$\frac{2}{3}$ pro 100. vnde ſi vis ſcire vnum per aliud dicas 120. dat 100. quid dabit 100. & habebis 83 $\frac{1}{3}$ & ita econtra ſi 83 $\frac{1}{3}$ dat 100. quid dabit 100. & dabit 120. igitur tam in ſubſtantia quam in proportione, cognito lucro cognoſcitur damnum & econtra.

9 Cambium igitur quadruplex eſt minutum reale ſiccum & fictum. Cabium minutum eſt tranſmutatio diuerſarum pecuniarum in vno loco eodem, veluti ſi vadam ad trapezitam & defferam aureos, & recipiam mocenighos pro valore aureorum, & circa hoc conſuetum eſt dare ipſi campſori. 1. pro 100. vel vnum ſolidum pro aureo, & ſi ſumma ſit magna, dant vt plurimum minus vt 1. pro 200. & talis vtilitas eſt licita, ſi autem quis defferat adulteri nam aut mancam monetam ad incidendum, tunc non eſt amplius cambium ſed venditio.

10 Cambium reale eſt acceptio pecuniæ in vno loco pro data in altero loco, & quantum eſt ad communem vtilitatem & neceſſarium ad mercaturam, igitur eſt licitum, omne enim neceſſarium eſt licitum, vnde etiam militia eſt licita: & hoc vbi ritè exerceatur & abſque dolo & concuſſione.

11 Et ponamus quod ego indigeam pecuniis Lugduni, & habeam eas Mediolani, numerabo ipſas Mediolani Campſori vel Mercatori & ego vocor tunc Dator vel Cambiator, & recipiens vocatur Principalis, quia eſt principaliter Debitor, & talis ſcribit litteras ad amicum ſuum Lugduni, quas dat mihi, vt ego mittam eas Lugduni ad amicum meum qui mediantibus literis eam pecuniarum ſummam ab amico Principalis exigat, vnde in tali cambio requiruntur quatuor perſonæ, videlicet dator, & amicus datoris, & principalis, & amicus principalis, vel ſaltem tres & hoc vbi egomet reciperem litteras, & irem Lugdunum ad exigendum pecunias ab amico principalis tunc non vterer amico aliquo & ideò eſſemus tantum tres.

12 Et circa hoc conſiderandum eſt quod Cambiator incurrit tria pericula vtpotè ego qui do pecunias, ne vel principalis me decipiat cui dantur, ſecundum ne amicus principalis nolit eas exburſare, tertium ne amicus mei datoris aut non reſtituat mihi, aut remittat pecunias in qua remiſſione cadunt pericula. Circa ſecundum horum nota quod multotiens contingit amicum principalis nolle pecunias vel non poſſe reſtituere amico datoris, & tunc amicus datoris remittit datori tria, videlicet litteras cambij, & proteſtationem petitæ pecuniæ & negatæ ab amico principalis, & valorem pecuniarum in loco in quo debuit fieri reſtitutio, circa quod nota quod fere ſemper reſtitutio pecuniarum fit ſecundum valorem loci in quo debet fieri reſtitutio, & non loci in quo primitus fuerant exburſatæ, quod ſi amicus principalis neget dare pecunias, tunc amicus principalis remittit tria dicta, quibus mediantibus dator exigit pecunias quas principali dederat ab ipſo principali ſub forma valoris non loci in quo ſunt, ſed vbi fienda erat reſtitutio, veluti dedi marcham auri valoris aureorum 65. Mediolani, alicui mercatori reddenda & amico meo Lugduni, & ibi valebat tunc in tempore reſtitutionis marcha auri aureos, 68. in Cambio, tenetur principalis vbi ille non reddiderit amico Lugduni aureos 68. reddere mihi Mediolani aureos 68. & ita tres plus quam à me receperit.

Et circa hoc nota quod conſuetudo reddendi pecunias puta aureos 68. pro marcha auri Lugduni, eſt dimidium in tot aureis & dimidium in moneta argentea, & hoc eſt ſecundum plurimum, nam diuerſorum locorum diuerſi mores. 13

Circa tertium nota quod ſecundum plurimum cum ego dederim Mediolani, 65. aureos poſtmodum Lugduni, ſi reddiderit per litteras cambij tunc ego habebo aureos 65. Lugduni vel parum plus quos oporteret habere Mediolani, ideo oportet me ingeniari in traducendo dictas pecunias Mediolanum, vel per aliud recambium dando eas Lugduni alicui qui det litteras ſoluendi eas per amicum Mediolani, & hoc eſt optimum ſi contingat, ſecundus modus eſt vt tranſmitantur pecuniæ actualiter Mediolanum & hic eſt cum periculo, tertius eſt vt emantur merces his pecuniis & tranſmittantur Mediolanum & ideò eſt commune adagium cum tracta ſemper eſt remiſſio. 14

Forma autem talium litterarum breuis eſt admodum continens intus tempus, diem, nomen Cambiatoris & amici cambiatoris & nomen principalis, locum in quo fit Cambium, & cauſam extra autem locum vbi debet fieri reſtitutio: & nomen amici principalis, cui literæ diriguntur. 15

Quod ſi per primas non ſoluunt replicant alias eiuſmodi ſenſus, & per eadem verba fere niſi quod adiiciunt ſi per primas vel per alias non ſoluiſtis per has ſoluetis &c.

Exemplum litterarum Cambij.

1537. Die 10. Decembris Mediolani.

Soluetis per has primas ANTONIO DE RAVDE *vncias viginti auri Lugdunenſis in proximis nundinis pro totidem receptis, hic à Domino Franciſco de Olgiate & ponetis ad computum noſtrum, Deus à malo vos cuſtodiat.*

Veſter Ludouicus de Caſtello, Mediolani.

Extra autem obſignata Epiſtola ſigillo, ita vt infrà poſui ſcribitur.

Domino Alphonſo de Traurellis & ſociis Lugduni.

Ex

Ex hoc patet quod talis Cambij finis propriè eſt tranſmutatio pecuniæ de loco ad locum.

16 Sunt autem Cambiatores vt plurimum ipſi campſores: aliquando autem eſt è conuerſo videlicet quod cambiatores ſunt mercatores, & principales campſores, ita quod trapezitæ aliquando à mercatoribus accipiunt pecunias, alio loco reſtituendas, ſunt igitur duo modi & vnuſquiſque diuerſificatur dupliciter, vel enim dans pecunias indiget cambio, vel recipiens pecunias indiget cambio. Sunt etiam alij duo modi non ita ordinarij quando aliquis qui non eſt mercator ſed nobilis accipit pecunias exiſtens extra patriam reddendas per ſuos amico Campſoris in patria vel cum antequam diſcedat è patria dat pecunias Campſori reſtitendas in loco ad quem vult peregrinari, ſunt igitur modi. 6. vt infra.

Campſor dat Mercatori petenti vt reddat Lugduni Mercator amico Campſoris.

Campſor dat Mercatori ſponte vt reddat Lugduni Mercator amico Campſoris.

Campſor dat nobili petenti vt reddat Lugduni nobilis amico Campſoris.

Campſor recipit à Mercatore offerente vt reddat Lugduni Campſor amico Mercatoris.

Campſor recipit à Mercatore requiſito vt reddat Lugduni Campſor amico Mercatoris.

Campſor recipit à nobili offerente vt reddat Lugduni Campſor ipſi nobili pecunias.

His viſis conditio fit melior aut deterior quinque cauſis, id eſt, quod vnus cogetur ſoluere 12. pro 100. alius tantum duo, alius nihil, alius lucrabitur 2. vel tria pro 100. dico de recipiente pecunias, nam ille qui dat rationabiliter debet ſemper lucrari, eo quod exponit periculo ſuas pecunias, & etiam priuat ſe facultate vtendi eis, & mille occaſionibus in quibus poſſet habendo ſuas pecunias lucrari, conditiones ſunt hæ.

17 Prima eſt perſona nam campſor quia proprie eſt ad hoc officium plus vult à mercatore, quam mercator à campſore, & mercator etiam plus à nobili, quam nobilis à mercatore, nam nobilis eſt valde remotus ab officio.

Secunda eſt quærentis Cambium nam licèt pecunias tamen quia quæritur Cambium in propriam vtilitatem deterior fit conditio quærentis quam eius à quo requiritur, tertia conditio eſt mora temporis quanto, plus enim vult vti pecuniis tanto plus exigit vtilitatis cambiator, à principali quarta conditio eſt. acceptio pecuniæ in loco vbi eſt penuria vel abundantia & ſimiliter redditus, nam Cambiator plus vult ſi det pecunias in loco vbi maior ſit inopia pecuniarum, quam in loco vbi debent reſtitui, quod ſi in loco vbi dat ſit abundantia, & in loco vbi recepturus eſt ſit penuria pecuniarum, tunc libenter dat & cum omni modica vtilitate. Quinta cauſa eſt accidentalis vtpote quod in tempore bellorum magis timent credere ſuas pecunias, & etiam ex conditione recipientis qui ſit pauper, aut infidus, aut contumax ſolutor, aut ſit perſona nimis potens, fit etiam cauſalis auctio de qua nunc dicam & fit etiam ex eleuatione pecuniæ vel defenſione in loco in quo debet recipi, de qua formabo caſum. Omnibus igitur his cauſis grauatur vtilitas dantis, aut leuis fit, vt quandoque pluribus concurrentibus ille qui recipit lucretur etiam vtilitatem à datore, & vidi vſque ad 10. pro 100. & hoc maxime contingit in nobilibus, qui volunt peregrinari & volunt recipere ſuas pecunias cum ſunt in loco ad quem vadunt, ita quod campſor recipiens non poteſt habere vtilitatem de pecuniis propter paruam moram, & etiam quandoque non habet quod faciat ex eis, vnde videns illius neceſſitatem ſi debet recipere pecunias vult ſolum reſtituere 90. aureos pro centum receptis, & ita nobilis ille perdit 10. pro 100.

Circa quæ nota duo primum quod caſualiter cambia augentur hoc modo congregantur in nundinis mercatores deſcripti, 18
& imponunt quantitatem conuenientem vtilitatis diuerſam reſpectu diuerſorum locorum, veluti quod marca auri pro Mediolano valeat, ſiue ſoluatur ſcutis 68. & pro Brugis 62. & ita ſtatuunt in commune commodum pretia cambiis, & ideò talis auctio eſt fortuita, quandoque maior & quandoque minor, ſecundum quod mercatores & ſolertes campſores conantur trahere pecunias ex locis vbi eſt copia earum, & reponere ad loca vbi eſt inopia, & hoc diuerſis ingeniis & quandoque actuali pecuniarum tranſmiſſione, ſi itinera ſint ſecura, nam in locis vbi eſt pecuniarum inopia & plures petunt, & cum maiore dantis vtilitate accipiunt, vnde lucrum dupliciter augetur. Fit etiam aliquando iactura Cambiatori ex permutatione pecuniarum in valore inter tempus in quo exburſauit pecunias, & tempus in quo recipit amicus ſuus ab amico principalis, & hoc diuerſis modis.

Cambium igitur reale fit 2. modis vel cum 19
vtilitate certa: vel ſine ea, cum certa veluti cum vult 3. vel 4. pro centum de ſirmo, vterque autem iſtorum modorum fit quatuor modis quorum primus eſt vt Cambiator det certam ſummam aureorum ſine extimatione, recepturus eandem, vel parum, plus, aut minus in eadem ratione aureorum, vtpote vncias auri pro vnciis, marchas pro marchis, aureos ſolis pro aureis ſolis, & hic modus vt dictum eſt propinquior aliis eſt æqualitati, qui tamen non intelligunt vera Arithmetice fundamenta putant ſe grauiter damnum pati ſi aureus decreſcat, aut lucrari ſi creſcat ſecũdus eſt cum ſine certo lucro æſtimant aurum ſub minori æſtimatione Cambij, quam poſſit eſſe & volunt recipere ſub æſtimatione Cambij currente, exemplum marcha auri valet aureos 65. in pondere, nec minus valere poteſt, dant igitur 65. aureos recepturi marcam auri in nundinis proximis valore quo æſtimabitur in Cambiis, tunc autem valebit in Cambio id eſt volenti accipere ad Cambium, aureos 71. & ita cogetur debitor ſoluere aureos 71. cum acceperit 65.

& dicunt quod hoc lucrum eſt in certum, non quidem incertum eſt lucrum ſed bene quantitas lucri, tertius modus eſt cum campſor dat ſcutos centum in auro ſub pretio magnæ æſtimationis Mediolani, vtpote librarum 570. & non nominat aureos ſed libras, deinde vult Venetis libras totidem Mediolanenſes, verum cum in ratione minutæ monetæ credatur quod 3. libræ Mediolanenſes, ſint 4. Venetæ, eo quod ſolidus Mediolanenſis eſt 1 $\frac{1}{3}$ ſolidi Veneti, vnde cogetur reſtituere $\frac{1}{3}$ plus in libris Venetis videlicet libras Venetas 760. cumque ſcutum valeat ſolidos 135. habebis ſcutos 112 $\frac{16}{27}$, vel eorum valorem quo poteris redimere dictos ſcutos, & ita in paucis menſibus lucratur 12 $\frac{16}{27}$ pro centum, & non videtur fœnerari, quartus modus eſt cum campſor dat Venetiis valorem, aureorum centum & ſunt Mozenighi 583 $\frac{1}{3}$, nam aureus vt diximus valet libras 7. & Mozenighus ſolidos 24. & vult Mediolani totidem Mozenighos quot valent aurei 100. & ſunt 600. & ita ex 583 $\frac{1}{3}$ lucratur 16 $\frac{2}{3}$. hi ſunt modi plerumque vſitati, fiunt & alij plures prout diſcurrenti patebit, nam per regulas dicendas cognoſcentur, verum vt plurimum his modis ſemper aliquid firmæ vtilitatis etiam annectunt.

20 Fiunt & in cambiis doli multi per quos ignari expilantur, & inter plurimos paucos recenſebo ne tam velle docere videar, quam arguere. Primus eſt cum cambio incerto in ſecundo modo ex dictis, copulant 2. vel 3 pro centum, nam vt diximus cambium illud ſemper lucratur per ſe, addere autum lucro firmo certam etiam vtilitatem, eſt vſura, & ita in omnibus aliis modis vbi perdere eſt impoſſibile, ſecus in expoſitis iacturæ vt in primo modo ſecundus eſt cum vſuram accipiendam auferunt ex capitali, vtpote accipis cambium 100. aureorum ad 10. pro 100. & ipſi detrahunt ex capitali illos decem & ita numerant 90. & volunt recipere 100, quanobrem non 10. pro 100. ſed 11 $\frac{1}{9}$. accipiunt, nam 10. eſt nona pars de 90. & ita ſoluis 1 $\frac{1}{9}$ plus pro 100, quam conueniſti, tertium eſt quod proponunt tempus, vſque ad nundinas vnius menſis, tanquam ſit trium, nam computum abſolutum, non ſuper tempus accipiunt. quartus eſt quod pacta in monetis, in aureis ignotis modis ponunt, per quæ miſer principalis duplum magis ſoluit ſæpius quam exiſtimet.

21 Fiunt autem aliquando in realibus cābiis & longe frequentius in ſiccis fœnora intolerabilia, vt cum dant marcham auri & volunt aureos 75. nam hoc eſt ſoluere 61 $\frac{7}{15}$ pro cētum & plus, quia eſt ad caput 3. menſium & hoc eſt horribile ciuitatibus, & principes hæc tolerare non deberent, nam hoc eſt ruina nobilium, & ciuium, deus maxima ciuitatibus flagella propter hoc immitit, & roma quæ gentium victrix fuit, ob magna fœnora & Imperium ſimul amiſit & libertatem polione vendente, & vos O miſeri mortales non recordamini quod *nihil prodeſt homini, ſi vniuerſum mundum lucretur, animæ vero ſuæ detrimentum in inferno patiatur.*

22 Cum vero aliquis qui non eſt campſor dat pecunias campſori, vt eas recipiat alibi ab amico campſoris, tunc nihil certum accipere poteſt quia eo quod ſponte dat non niſi propter tempus accipit, cum autem ipſe nullas ſubſtineat expenſas propter hoc non poteſt accipere vtilitatem à campſore quin ſit vſura.

23 Cambium ſiccum fit preciſe vt reale in litteris & pactis, verum litteræ non deferuntur alio nec amicus principalis qui debet perſoluere eſt aliquis talis ei amicus in veritate ſolitus exburſare vnquam pecunias pro eo, ſed perſona ficta & ideo remanent litteræ apud datorem, vſque ad tempus ſolutionis, tunc autem dato cum ficta proteſtatione, & litteris, & valore cambiorum, tanque miſiſſet litteras repetit pecunias à principali, & ita ibidem recipit vbi exburſauerat, eſt igitur tanquam ſit cambium reale quod ſolutionem in alieno loco non fuerit ſortitum, & quandoque faciunt venire litteras ab amico datoris in veritate proteſtantes,

24 Eſt autem hoc cambium conſtitutum propter tria, ad vitandam infamiam, periculum, & palliandam conſcientiam, nam ſic propter cambij nomen non fœnatores ſed campſores appellantur, fugiunt legis periculum vſuram intercipientis, & non leuem pœnam imponentis, atque inter cætera capitali nedum vſuræ amiſſionem, haberentur etiam infames nec poſſent confieri hoc autem nomine à religioſis abſoluuntur, aut ignaris talium rerum, aut libros non querentibus vtrum poſſint ſed quomodo poſſint abſoluere.

25 Quod autem cambium ſiccum ſit vſura peſſima paret 4. rationibus, prima eſt quod ceſſat in eo cauſa finalis cambij realis facientis ipſum licitum, & eſt tranſlatio pecuniæ de loco ad locum, hæc autem ceſſat cum ſolutio fiat in eodem loco in quo etiam pecuniæ fuerunt acceptæ, ſecunda eſt quia ex tribus periculis cambij realis ſiccum vitat duo vltima propter primum autem non conceditur vtilitas quia tale periculum eſt etiam commune mutuo in quo non licet quidquam exigere, igitur cambium ſiccum eſt vſura, hæc autem pericula cambij realis ordine ſuo ſuperius diximus, tertia quia cum maiori tempore plus exigit, & cum minore minus ſed temporalis exactio vſura eſt ex pecunia, quarta quia ſi fiat ſcriptura talis vt præciſè iacent eorum conuentiones, tunc non admittetur repetitio pecuniæ à lege, ſed pro vſura habebitur, igitur cum mutatio ſcripturarum ſtante conuentione eadem, faciat contractum magis licitum quam prius, imo addat malum malo, patet cambium ſiccum eſſe viridem vſuram, hoc etiam quidam vocant cambium mortuum.

26 Cambium autem fictum eſt deterius ſicco in parte, & in parte non, ſi enim fiat ad terrorem contumacis debitoris quoquomodo licitum eſt, ſi autem vt exigatur eſt peſſimum, fit autem hoc modo cum in contractibus etiam licitis timemus ob debitoris contumatiam in ſolutione inducias dari, apponunt

apponunt pactum vt ad damnum debitoris quantumcanque magnum liceat creditori eas pecunias ad Cambium accipere, quarum vſuram debitor ipſe poſtmodum perſoluere conuincitur, tunc igitur exacto termino conniuens creditor cum amico aliquo campſore, aut mercatore, fingit pecunias pro ea ſumma accipere litteras, amicos tempuſque conſtituunt aliquando quidem in terrorem ſæpius in debitoris etiam iacturam intendentes, vnde vt diximus ex fine vel licitum, vel illicitum redditur, forma autem omnium excepto figmento, eſt qualis in reali & ſicco fieri ſolet.

27 Quantum autem ad caſus ponam tantum neceſſarios, nam ſtultum eſt in rebus ſeriis caſus exponere impoſſibiles maxime multos. Quidam igitur voluit litteras Cambij à campſore Mediolani pro aureis, 500. quos exburſauerat ei vt reciperet eos Venetiis: campſor voluit. 5. pro 100. quæritur pro quanta ſumma eſſe debent, adde ſemper exactionem quæ eſt 5. ſupra id cuius eſt exactio videlicet 100. & fit 105. & dic ſi 105. dat 100. quid dabunt 500. duc 500. in 100. fit 50000. diuide per 105. exeunt $476\frac{4}{21}$, & tot erunt. Solutionum autem genera duo ſunt, aut enim tenemur dare certam pecuniam vtpote florenos Rhenenſes & nil aliud, & tunc non eſt conſilium in re omnino neceſſaria aut tenemur dare valorem, & ita reducimus ad libras loci in quo fit ſolutio, vel faciemus ſolutionem in alio genere librarum nihil refert, dummodo pacta ſint talia, cum igitur ſolutio eſt fienda in aliquo genere monetæ fixæ, & habes duo vel tria genera monetæ mobilis diuerſi valoris reſpectu ſolutionis, & reſpectu loci in quo fienda eſt ſolutio, vel à quo pecuniæ mittantur, ſemper vnica ſatisfacies regula, quæ eſt duæ valorem pecuniæ in genere ſoluendorum, per 100. & diuide per valorem in genere retinendorum, & quod exit ſerua, & ita fac in omnibus deinde conſidera maiorem & talis pecunia quæ produxit maiorem danda eſt reliqua retinenda, poſt detrahe vnum ab alio, & differentiam duc in centum, & diuide per terminum minorem, quod exit eſt lucrum pro centum in capitali, deinde ſi vis totale lucrum duc lucrum pro 100. in totum capitale & diuide per centum.

28 Exemplum aureus valet Mediolani ſolidos 120. & Mozenighus ſolidos 20. Venetiis autem vt dictum eſt aureus valet ſolidos de ſuis 140. & Mozenighus 24. & ponamus quod debeam dare vni libras 300. Venetas, & ego ſim Venetus vel Mediolani nihil refert, tunc quæritur quali moneta aureis-ne an Mozenighis melius ſit debitum perſoluere, valor aurei in genere ſoluendorum eſt 140. ſolidi, duc igitur in 100. fit 14000. diuide per 120. & eſt valor aurei in genere retinendorum, quam retines ipſum ſi vis, expenditurus in valore Mediolanenſi, exeunt igitur $116\frac{2}{3}$. & ſimiliter duco 24. qui eſt valor Mozenighi in genere ſoluendorum in 100. fit

Primum Exemplum.

Aureus	120	140	$116\frac{2}{3}$
		100	
Mozenighus	20	24	120

Differentia, $3\frac{1}{3}$

$116\frac{2}{3}$ $3\frac{1}{3}$ 100 — $2\frac{6}{7}$

100 $2\frac{6}{7}$ 300 — $7\frac{4}{7}$

2400. diuido per 20. & eſt valor in genere retinendorum, vis enim retinere vt expendas Mediolani, exeunt 120. igitur cum 120. ſit maius $116\frac{2}{3}$, igitur per regulam melius eſt dare Mozenighos, quam aureos: & ſi quæras quantum detrahe $116\frac{2}{3}$ à 120. remanent $3\frac{1}{3}$, dico igitur & nota benè quod in omnibus $116\frac{2}{3}$ lucraris $3\frac{1}{3}$: dic igitur ſi $116\frac{2}{3}$ lucratur $3\frac{1}{3}$: quid lucrabitur 100. & inuenies quod lucratur $2\frac{6}{7}$: pro 100. ideſt ex omnibus 100. libris Venetis lucratur libras $2\frac{6}{7}$ Venetas dando Mozenighos, ſi autem vis ſcire quid in libris 300. lucretur dic ſi 100. dat $2\frac{6}{7}$ quid dabit 300. duc $2\frac{6}{7}$ in 300. & diuide per 100. exit $7\frac{4}{7}$.

Et ponamus quod valor ſit idem, ſed debitum ſit in libris 300. Mediolanenſibus, & ſim Venetiis tunc valor ſoluendorum eſt valor Mediolanenſis, diſpone igitur ipſum ante vt ſupra ſed è conuerſo ita vt 29

Secundum Exemplum.

Aureus.	40	1120	$85\frac{5}{7}$
		100	
Mozenighus	24	20	$83\frac{1}{3}$
			$2\frac{8}{21}$

$83\frac{1}{3}$. $2\frac{8}{21}$. 100 — $2\frac{6}{7}$

00, $2\frac{6}{7}$. 300. $7\frac{4}{7}$

valor retinendorum ſit poſt duc igitur 120. in 100. fit 12000, diuide per 140. exit $85\frac{5}{7}$ & ſimiliter duc 20. in 100. fit 2000. diuide per 24. exit $83\frac{1}{3}$, igitur cum $85\frac{5}{7}$ excedat $83\frac{1}{3}$ erit melius dare aureos, quam Mozenighos detrahe minus à maiori remanet differentia $2\frac{8}{21}$ & ideo dic ſi $83\frac{1}{3}$ dat $2\frac{8}{21}$ qui dabit 100. & dabit $2\frac{6}{7}$, & tantum lucrabitur videlicet pro omnibus 100. libris Mediolanenſibus lucraberis $2\frac{6}{7}$ libras Mediolanenſes, & hoc eſt verum lucrari pro 100. ſi autem vis pro tota ſumma duc 300. in $2\frac{6}{7}$, & diuide per 100. exit $7\frac{4}{7}$.

30 Moderni Arithmetici in hoc grauiter errant, cogita modo noſtrorum conditionem temporum, quam ſi in rebus tam apertis & in quibus fallaciam accidere poſſe negat Ariſtotiles, ita grauiter delirant, quid credis faciant Medici, Iureconſulti, ac alij Artifices, quibus in erroribus reclamandi ſemper angulus aliquis relictus eſt, nobis autem cum erramus res ipſa obſtat, detegit, coarguit amentiam noſtram, ſed ne videamur ſilentio accuſare, publicum operandi modum demonſtremus, ſi igitur in primo Exemplo quid melius & quantum ſit explorare velis conſtitue econtrario quam feceris in ratione noſtra prima, videlicet valorem retinendum ante, & exburſandum poſt

veluti in figura & non reffert quod hic poſuerim libras 7.& 6.in prima ratione, 140. & 120. ſolidos. Idem enim eſt potuiſſes &

Tertium Exemplum

Aur.	7 6		144
	X		
Mozen.	24 20		140
	108		$\frac{4}{168}$
	168. 4.	100. —	$2\frac{8}{21}$

ibi operari per libras vt hic, & hic per ſolidos nihil enim reffert quantũ præciſè idem redit, duc igitur in crucẽ vt vides 7. in 20.& fit 140.& 6.in 24. fit 144. ſubtrahe vnũ ab alio remanent 4 poſt duc 7. in 24.fit 168. diuide 68. per 4. exit 42.igitur lucratur $\frac{1}{42}$ ſi vis ſcire quantũ pro 100.dic ſi 168. lucratur 4. quid lucrabitur 100. & inuenies quod lucrabitur $2\frac{8}{21}$, & nos poſueramus quod lucrabatur $2\frac{6}{7}$. per conuerſum in ſecundo exemplo ſituant econuerſo, vt vides & ducunt vt prius & fit vt lucretur $3\frac{1}{3}$ pro 100. nos autem expoſuimus quod lucratur $2\frac{6}{7}$, pro 100.igitur cauſa eſt quod ipſi faciunt lucrari in primo Exemplo libras $2\frac{8}{21}$ Mediolanenſes ex capitali 100. Venetarum

Quartum. Exemplum

Aur.	6 7		140
	X		
Mozen.	20 34		144
	120		$\frac{4}{120}$
	120. 4.	100.	$3\frac{1}{3}$

& in ſecundo Exemplo faciunt lucrari libras $3.\frac{1}{3}$ Venetas, pro quibuſlibet 100. Mediolanenſibus, hoc autem non eſt lucrum pro 100.cum lucrum ſit alterius rationis capitali, nam libra Mediolanenſis vt dictum eſt maior eſt ſexta parte librâ Venetâ, quod autem ita ſit declaro in ſecundo Exemplo, & eſt probatio operationis, ſi velis ſoluere libras 300. Mediolanenſes cum aureis 50. perſolues, item cum Mozenighis 300. ſi igitur ſoluas cum Mozenighis ſuperſunt aurei 50. qui valent Venetiis libras 350. ſi autem ſolueris cum aureis ſuperſunt-mocenighi 300.qui valent libras 360.igitur lucraris modo libras 10. Venetas ex 300.Mediolanenſibus, vel 350. Venetis modo libræ 10. Venetæ non ſunt de 350. Venetis, vel de 300. Mediolanenſibus, niſi $2\frac{6}{7}$ pro 100.& non $3\frac{1}{3}$, igitur patet erroris manifeſtatio, hæc ratio tamen inſeruit volenti ſcire quantum lucratur pro 100.de alia moneta reſpectu ſuæ, vtpotè cum dicimus quod ſi aureus hic valeret 84. ſolidos, & in prouincia groſſos 36. & florenus Rhenenſis hic ſolidos $62\frac{1}{2}$,& in prouincia groſſos 26. tunc vt vides in figura, dicemus, lucrum fore pro omnibus 100.ſolidis Mediolanenſibus groſſum $1\frac{9}{35}$ prouincialem non eſt tamen hoc ſcire lucrum proprie pro 100.& ita dicas, in reliquis, ſi autem volueris ſcire quantum lucratur aureus vel florenus aut Mozenighus in primo Exemplo aut in ſecundo adde ſortem ad 100. &

Quintum Exemplum.

Aur.	84. 36		2250
	X		
Flor.	$62\frac{1}{2}$ 26		2184
	5250		66
			5250
	5250. 66	100.	$1\frac{9}{35}$

duc ipſam in valorem retinendorum pecuniæ retentæ & diuide per 100.addita ſorte, quod exit eſt lucrum pecuniæ retentæ, veluti in primo Exemplo duc 120. in $2\frac{6}{7}$ fit $\frac{2400}{7}$: diuide per $102\frac{6}{7}$, exit $3\frac{1}{3}$, & tot ſolidos Mediolanenſes lucratur aureus ſimiliter in ſecundo duc 24 in $2\frac{6}{7}$ fit $\frac{480}{7}$ diuide per $102\frac{6}{7}$ exit $\frac{2}{3}$. & ita Mozenighus lucratur $\frac{2}{3}$ ſolidi Veneti,in tertio autem & quarto modo, duc lucrum per valorem ſoluendorum pecuniæ retentæ, & diuide per 100. quod exit eſt lucrum pecuniæ retentæ veluti in tertio exemplo du co 140. in $2.\frac{8}{21}$, fiunt $\frac{7000}{21}$. diuide per 100. exeunt $\frac{70}{21}$. quod eſt $3\frac{1}{3}$ & tantum lucratur aureus de ſolidis Mediolanenſibus, ita in quarto duc $3\frac{1}{3}$ per 20. fiunt $66\frac{2}{3}$, diuide per 100. exeunt $\frac{2}{3}$ & ita mocenighus lucratur $\frac{2}{3}$, ſolidi Veneti.

Et quantum dictum eſt quod aliquis accepit ſcutos 53. à Campſore Mediolani, in 31
tempore quo ſcutum valebat ſolidos, 102. dedit autem campſor ſub hoc pretio recepturus totidem ſcutos Lugduni ſub valore ſolidorum 101. tempore autem ſolutionis reſcripſit amicus campſoris quantum non potuit habere ſcutos 53. ab amico principalis, & quod ſi quis velit aures 53. Lugduni perſoluturus Mediolani quod volunt ſcatos 61. cogitur autem principalis ſoluere ſcutos 61. Mediolani,eo autem tẽpore ſcutum valebat ſolidos 114. quæritur in ratione librarum quantum ſoluit pro 100.fac hoc modo duc ſcutos 53. in ſolidos 101. fiunt 5353. reduc in libras fiunt 267.libræ 13. ſolidi, & quia vult ſcutos 61.& ſunt valoris 114. ſolidorum duc 61.in 114. fiunt 6954.ſolidi, dic igitur ſi 5353. fit 6954. quid fiet 100. duc 100.in 6954. fit 695400. diuide per 5353. exit $129\frac{4863}{5353}$. lucratur igitur $29\frac{4863}{5353}$ pro centum, & quia non habuit pecunias iterum per litteras cambij contus eſt debitum protrahere, & ſic quater in anno replicauit, & dicitur communiter cambium de cambio, quæritur quantum in anno perſoluet pro centum, & ponamus quod fractio illa ſit vt eſt fere $\frac{8}{9}$ dic igitur ſi 100. producit 29. $\frac{8}{9}$ quid producet $129\frac{8}{9}$ & producet $38\frac{4}{5}$, fere adde igitur ad $29\frac{8}{9}$, fiunt $68\frac{31}{45}$, ferè & hoc eſt lucrum 6. menſium, dic igitur pro aliis ſex menſibus ſi 100. dat $68\frac{32}{45}$ quid dabit $68\frac{32}{45}$ duc in ſe ſit $4721\frac{919}{2025}$ diuide pro 100.exit $47\frac{1}{5}$ ferè,cui adiice $68\frac{32}{45}$ quos lucratur pro 100. in menſibus 6. fit lucrum vltimorum 6. menſium $115.\frac{41}{45}$, quibus adiice $68\frac{32}{45}$ primorum 6. menſium, fiunt $184\frac{28}{45}$,& tantum lucratur pro 100.in anno, ſi vis ſcire quantum ſoluet ex aureis 53. receptis, in ratione librarum, dic ſi 100. lucratur $184\frac{28}{45}$, quid lucrabitur 5353. & lucrabitur ſolidos $9883.\frac{41}{50}$, quare ſoluet cum capitali ſolidos $15235\frac{41}{50}$, igitur re-

ceptis

ceptis libris 267. ſolidis 13. cogitur reſtituere in vno anno libras 761. ſolidos 15. & tamen ille non eſt pactus vſuram aliquam niſi ſolidum vnum pro ſcuto,& hoc eſt licitum, reliquum dicunt eſſe in fortunæ poteſtate,quantum ſi ille ſolueret Lugduni ferè nihil paſſus eſſet detrimenti in prima vice, videlicet in primo Cambio, & ex hoc patet etiam quod Cambium ſiccum eſt quaſi duplex Cambium, & in ſecundo magis nocet quam in primo quia fingunt quod ille qui eſt accepturus pecuniam Lugduni tãquam perſoluturus Mediolani, eo quod Lugduni tunc propter nundinas eſt inopia pecuniarum, quod oportet vt cum tanto damno recipiat, & hoc eſt quod dixit bene Saluator, quod filij ſeculi prudentiores ſunt filiis lucis.

Et licèt per ſecula futura & in diuerſis regionibus varientur,modi horum Cambiorum, nil minus hæc regula bene intelligenti in ſempiternum ſeruiet, nam non expertus non indigebit, experto autem licet modus varietur, cum infinitis ſubiaceat differentiis iſta ſufficient.

32 Aurei 4 ſunt 5 Rhenenſes. 6. Rhenenſes ſunt 3 dupli. 7 dupli ſunt 41 teſtones,quatuor teſtones ſunt Scutum. 2 Scuti ſunt 11. Mozenighi, quæritur 100. Mozenighi quot ſunt aurei, dicta fuit regula in tranſmutationibus. Verum quia caſus hic eſt di-

$$\frac{4}{5}\quad\frac{6}{3}\quad\frac{7}{41}\quad\frac{4}{1}\quad\frac{2}{11}\quad 100$$

.24. 168. 672. 1344. 134400.

.15. 615. 615. 6765. $19\frac{191}{451}$

uerſus declaramus regulam ex hoc fore generalem diſpone vt in Figura vides duc 4. in 6. fit 24. duc 24. in 7. fit 168. duc 168. in 4. fit 672. duc 672. in 2. fit 1344. duc 1344. in 100. fit 134400. & hic eſt numerus diuidendus poſt duc 3 in 5. fit 15. duc 15. in 41. fit 615. duc 615. in 1. fit 615. duc 615. in 11. fit 6765. & hic eſt diuiſor, diuide igitur 134400. per 6765. exeunt $19\frac{191}{451}$, & tot habebit aureos pro 100. Mozenighis.

Et hæc dicta ſint de Cambiis ob magnam eorum vtilitatem & iacturam, ac nomen celebre vſumque frequentem,reliqua autem abſolues per capitula ſuperiora ex quibus incertæ quæſtiones faciliter ſoluuntur.

CAPVT LVII.

De Redditibus & Recompenſationibus.

1 ANntequam ad expoſitionem accedam duo ſunt obſeruanda, quæ etiam maximè capitulo ſequenti inſeruiunt primum vt cum redditum inueſtigare volueris operare per vnam libram non ſolum ob facilitatem verum ob vnitatis proprietatem, cum enim fuerint quotlibet numeri aut quantitates ab vnitate continuæ proportionales ſemper ſecunda erit ℞. quadrata tertiæ, & cubica quartæ, & ℞℞. quintæ, & ℞. relata ſextæ, & ℞. cubica ℞. quadratæ ſeptimæ, & ℞. Relata ſecunda ipſius octauæ, & ℞℞℞. nonæ, & ideo cognita vnitate, & tota eius operatione, cognoſcimus per multiplicationem ſimplicem quod prouenit ex tali quantitate, & hæc eſt cauſa etiam cur in poſitionibus ponimus 1 co. & non plures, ſecundum eſt quod ſemper laborabis in libris & fractionibus nunquam deducendo ad ſolidos nec nummos, vt quidam Arithmetici faciunt: donec ad finem operationis non perueneris, ſic enim tutius ab errore, facilius ac certius, ac breuius operaberis, in qua regula communiter practici Arithmetici errant ita vt pueri cum rationem operationum non intelligant è ludo relato pede, omnium quæ ibi didicerint penitus obliuiſcuntur, impoſſibile enim eſt Arithmeticum bonum eſſe niſi altero trium modorum, vel quod in perpetua ſit operatione ſicut ſunt magiſtri, qui licet non vere hanc artem calleant ob quotidianam tamen exercitationem multa ſcire videntur.

Secundus modus eſt vt diſcat omnes operationes cum ratione ex Theorica, & hoc eſt rarum quia requiritur magiſter multum eruditus. In tota Mathematica, & ingenium diſcipuli maximum, & perſeuerantia diutina cum ipſo Magiſtro, & ideò ſunt rari in hoc non ſolum diſcipuli ſed etiam Magiſtri. Tertius modus eſt vt habitis principiis per aliquod compendium quale eſt liber hic doctrinam diligendo aliqui fiant perfecti,nam quod hucuſque ſcriptum eſt ab aliis non poſſunt multum prodeſſe, & ideò ab hoc tempore ante, inuenientur multi præclari Aritmetici ſi multi fuerint ſtudioſi.

Sunt igitur duo hìc inquirenda, primum quid ſit redditus & eſt auctio debiti ad creditorem, ex re poſſeſſa, veluti tu poſſides aureos centum ex meis, aut domum aut villam teneris reddere vltra aureos 100. domum, aut villam, ſingulis annis aliquid puta aureos 10. recompenſatio autem eſt eius contrarium, vt pote poſſides aureos 100. ex meis, ea conditione vt decedant ſingulis annis aurei 10. ita quod in annis 19. nihil reſtituere tenearis, eſt autem quilibet horum duplex ſimplex, & ad caput anni dicitur autem ſimplex quando redditus non coniungitur capitali, ita quod ſemper capitale remanet idem & redditus remanet idem ſingulis annis, verum coaceruatur,exempla dedi tibi aureos 100. vt ſoluas ſimpliciter 10. aureos ſingulis annis, ponamus quod non currat ſolutio intra quinquennium, tunc non ſolues tamen niſi 10. aureos ſingulis annis, & in quinquenio debebis aureos 50. Redditibus autem ad caput anni eſt vt redditus primi anni adiiciatur capitali, & ex toto accipias redditum ſecundi anni, ſub eadem portione, & ita adiicias redditum, ſecundi anni capitali, & totum fiet capitale pro tertio anno & ita de ſingulis exemplum, dedi tibi 100. liuras ad caput anni, ad 10. pro 100. igitur dices qui dat 10. pro 100. facit redditum eſſe $\frac{1}{10}$ capitalis pro anno, igitur primo ad 100. adde $\frac{1}{10}$, fiunt libræ 100. quibus pro ſecundo anno adde $\frac{1}{10}$ capitalis fiunt 121. 2

quibus adde pro tertio anno $\frac{1}{10}$ totius aggregati & fit 133 $\frac{1}{10}$, & ita pro quarto anno adde $\frac{1}{10}$ partem fient 146 $\frac{41}{100}$, & ita vides quod redditus iungitur capitali, & quod plus creſcit cenſus quam in ſimplici redditu fit etiam hic redditus ad caput menſium eodem modo, ſicut ad caput anni.

3 Recompanſatio autem fit cum ille qui dat pecunias vtitur re aliquâ debitoris, vtpote domo illius aut perſona, ſecundo cum Creditor exigit pecunias ante tempus, veluti in primo exemplo do 100. aureos recompenſandos ad 10. pro 100. in quolibet anno, ex domo tua quam poſſideo, & fient vt dicemus anno primo aurei 90. $\frac{10}{11}$. Exemplum ſecundi debeas mihi aureos 300. in capite anni venio & dico ſi dederis nunc recompenſabo 10. por 100. & eſt dicere dabis mihi tantum, quod ſi acciperes à me pro vno anno ad 10. pro 100. ſolueres capitale, tunc igitur dabis aureos 272 $\frac{8}{11}$, & hoc eſt quia ſi darem tibi aureos 272. $\frac{8}{11}$, ad 10. pro 100. in anno tunc deberes mihi aureos 300. præciſè in capite anni, igitur recompenſando ad 10. pro 100. reuertentur aurei 300. ad 272 $\frac{8}{11}$, eſt autem recompenſatio duplex vna ſimplex, Et opponitur ſimplici redditui ſiue merito, alia ad caput anni & opponitur redditui ad caput anni, ſimplex eſt cum capitale decreſcit oppoſito modo auctioni ſimplici per terminos in proportionalitate poſitos, veluti auctio ſimplex ad 10. pro 100. fit ad 110. in primo anno, igitur duc 100. in ſe fit 10000. diuide per 110. exit 90. $\frac{10}{11}$, in ſecundo autem anno 100. fieret 120. igitur duc 100. in ſe fit 10000. diuide per 120. exit 83 $\frac{1}{3}$, & ita de reliquis: in recompenſatione autem ad caput anni eſt decrementum oppoſitum auctioni ad caput anni, duc igitur 100. in ſe & productum diuide per augumentum & proueniet recompenſatio, veluti 100. in primo anno fit 110. & ideo in recompenſatione fit, 90. $\frac{10}{11}$, vt in ſimplici, pro ſecundo autem anno 100. fit 121. vt dictum eſt duc 100. in ſe fit 10000. diuide per 121. exit 82 $\frac{78}{121}$, & ita regula generalis eſt in vtraque, quod redditus deſignat recompenſationẽ, ſuæ ſpeciei.

4 Alia regula eſt quod ſicut in redditu ad caput anni magis augetur capitale, ita in recompenſatione ad caput anni magis minuitur capitale quam in ſimplici recompenſatione, patet ex dictis. Si igitur quis dicat recompenſa mihi 100. libras ſimpliciter ad 10. pro 100. in 5. annis, turſcis quod in ficto ſimplici 100. lucratur 50. ad 10. pro 100. in annis 5. duc 100. in ſe fit 10000. diude per 150. exit 66. $\frac{2}{3}$, & tot fient: Si autem dicat recompenſa ad caput anni, tunc promerere ad caput anni fiunt 161. $\frac{15}{1000}$ duc 100. in ſe fiunt 10000. diuide per 161 $\frac{15}{1000}$ exeunt 62 $\frac{7419}{1000000}$.

5 Et ideò nota tria primum quod in merito compoſito ſiue ad caput anni duplici via vti poſſumus vel via vnitatis vt dictum eſt, vel vt mercatores faciunt facere tabulas mariti vſque ad annos 20. pro ſingulis meritis, incipiendo a $\frac{1}{2}$ pro 100. & procedendo vſque ad 40. pro 100. & tabulæ fiunt vt plurimum ad 10. vſque diſtinctæ, deinde à

Tabula decima meriti ad 5. pro 100.

anni	1			2			3			4		
libræ	l.	ſ.	d.	l.	ſ.	d.	l.	ſ.	d.	l.	ſ.	d.
1.	1.	1.	0.	1.	2.	1.	1.	3.	2.	1.	4.	4.
2.	2.	2.	0.	2.	4.	1.	2.	6.	3.	2.	8.	6.
3.	3.	3.	0.	3.	6.	2.	3.	9.	5.	3.	12.	10.
4.	4.	4.	0.	4.	8.	2.	4.	12.	7.	4.	17.	2.
5.	5.	5.	0.	5.	10.	3.	5.	15.	9.	6.	1.	6.
6.	6.	6.	0.	6.	12.	4.	6.	18.	11.	7.	5.	10.
7.	7.	7.	0.	7.	14.	4.	8.	2.	1.	8.	10.	2.
8.	8.	8.	0.	8.	16.	5.	9.	5.	3.	9.	14.	6.
9.	9.	9.	0.	9.	18.	5.	10.	8.	4.	10.	18.	9.
10.	10.	10.	0.	11.	0.	6.	11.	11.	6.	12.	3.	1.
20.	21.	0.	0.	22.	1.	0.	23.	3.	1.	24.	6.	3.
30.	31.	10.	0.	33.	1.	6.	34.	14.	7.	36.	9.	4.
40.	42.	0.	0.	44.	2.	0.	46.	6.	1.	48.	12.	5.

10. ad 20. ſufficit vna tabula, & ita a 20. ad 30. vna tabula, ponuntur autem redditus in fronte tabulæ, & anni vſque ad 20. ſuperius, & pecuniæ vſque ad 10000. lateraliter ita quod vſque ad 10. diſtinguuntur libræ, deinde à 10. vſque ad 100. procede per 10. & à 100. vſque ad 1000. per centena, à mille vſque ad 10000. per 1000. & Exemplum vnum tale eſt quale vides meritum procedit à $\frac{1}{2}$ vſque ad 10 per auctionem $\frac{1}{2}$, deinde ad 40. per decemnas, Anni vero vſque ad 20. libræ vſque ad 10000. & in area primo ponuntur libræ, deinde aſſes, vel ſolidi, vltimo nummi. Exemplum volo ſcire libras 3. in annis 3. ad 5. pro 100. ad caput anni. quot fient & inuenies in directo earum ſub 3. annis in hac tabella libras 3. ſolidos 9. nummos 5. & ita facilite operantur ſola indigentes aggregatione, ſecundo nota quod in merito ſimplici non indiges tabulis, ſed operare per vnitatem, tertio quod in ſimplici redditu, menſes computantur pro parte anni, velut dedi 100. aureos pro annis 3. & menſibus 6. ad 10. pro 100. reddet igitur aureos 135. Videlicet 100. pro capitali & 30. pro annis tribus, & 5. pro 6. menſibus.

Nota autem quod in merito ad caput anni ſi adſint menſes operaberis per recompenſationem ſimplicem, & in recompenſatione ad caput anni per meritum ſimplex, vtque hoc pateat intellige, quod ſi ego accipio à te & aureos 100. vt reſtituam infra annos 3. & dem tibi 20. pro 100. ad caput anni deinde ex voluntate partium vis recipere in annis 2. menſibus 6. tunc certum eſt quod pro anno primo debentur aurei 20. pro ſecundo 24. pro tertio 28 $\frac{4}{5}$ igitur ſi tenuiſſem annis 3. fuiſſet debitum aureorum 172 $\frac{4}{5}$, cum capitali, ſi autem tenuiſſem annis 2. debitum fuiſſet tantum 144. in menſibus autem 6. debitum eſſet aurei 14 $\frac{2}{5}$, videlicet medietas totius anni, in eo autem tempore non tenerer niſi reddere aureos 144. non autem illos 14 $\frac{2}{5}$, quia dato quod teneam capitale pro aliis ſex menſibus vltimis, non ſoluam niſi alios 14 $\frac{2}{5}$ in fine tertij anni, igitur prima medietas eſt mihi debita vſque ad finem anni, ſi igitur numero eam ante menſes. 6. debet recompenſari, & hoc eſt quia redditus eſt ad caput anni, quo meritum lucratur, ſicut igitur accipiendo capitale ante 6

tem pus

tempus deberet recompenſari. Ita accipiendo redditum debet recompenſari, quia etiam ex redditu alium redditum trahis, ideò in ſimplici redditum hoc non tenet vt dictum eſt, ſed tantum ſolutio currit pro tempore poſſeſſionis pecuniæ.

His viſis & benè diſcuſſis erunt 4. modi vel enim cenſus ſimplex eſt, vel recompenſatio ſimplex, & in his duobus operaberis ſimpliciter, veluti dixi ſuperius vel meritum eſt ad caput anni & tunc facies meritum pro annis completis, ponendo menſes pro anno vno. & ſerua, deinde huic toto adde etiam meritum deſſicientium menſium, eadem ratione, & duc primum meritum in ſeipſum, & diuide per ſecundum, quod exit eſt ſumma quæſita, exemplum volo promereri libras 100. ad 20. pro 100. pro annis 2. menſibus 6 primo promerearis pro annis 3. completis, fiunt 172 $\frac{4}{5}$, & hoc eſt primum meritum, deinde vides quod menſes 6. deſſiciunt à complemento anno per alios 6. menſes capio igitur menſes 6. qui reſidui ſunt ad complendum annum tertium & ita ſi fuiſſent anni 2. menſes 4. caperem menſes 8. & vt breuiter dicam reſiduum. Igitur promerebo 172 $\frac{4}{5}$, per menſes. 6. ad 20. pro 100. & fient 190 $\frac{2}{25}$, duco igitur 172 $\frac{4}{5}$ in ſe fiunt 29859 $\frac{21}{25}$, diuide pro 190 $\frac{2}{25}$ exeunt 157 $\frac{1}{11}$, quod eſt dicere libras 157. ſolidos 1. nummos 9. $\frac{9}{11}$, & hic eſt ſenſus Fratris Lucæ, licet litterâ videatur corruptâ, & modus incertus quem ipſe dedit.

Ad Caput anni
100
20
pro annis 2. menſibus 6.
pro anuis 3.
172 $\frac{4}{5}$.
pro annis 3 menſibus 6
190 $\frac{2}{25}$
162 $\frac{4}{5}$
172 $\frac{4}{5}$
29859 $\frac{21}{25}$
190 $\frac{2}{25}$
157 $\frac{1}{11}$

Quod ſi compenſatio ſit ad caput anni,
8 tunc fac econuerſo promerere menſes deſficientes, deinde à toto compenſationem per ſigulos auferes annos, & reſiduum eſt quod quæris.

Exemplum volo compenſare libras 100. ad 20. pro 100. per annos 2. menſes 9. tunc menſes deſſicientes à tribus annis ſunt 3. cum igitur compenſatio ſit ad caput anni vt ſupponitur promerere ſimpliciter per regulam in tribus menſibus, fient libræ 105. nam 3. menſes ſunt quarta pars anni, igitur compenſa libras 105. ad 20. pro 100. ad caput anni, & hoc eſt vt dicas ſi 105. fit 125 $\frac{1}{4}$, igitur compenſando dices ſi 125 $\frac{1}{4}$, fit 105. quid fiet 105. vel facilius dic ſi 5. fit 6. compenſando 6. fit 5. tunc duc 105. in 5. fit 525. diuide per 6. exit 77 $\frac{1}{2}$, & hoc pro anno vno, deinde iterum duc 87 $\frac{1}{2}$ in 5. fit 437 $\frac{1}{2}$ diuide per 6. exit 62 $\frac{11}{12}$, & hoc erit pro duobus annis duc etiam 72 $\frac{11}{12}$ in 5. fit 364 $\frac{7}{12}$, diuide per 6. exit 60 $\frac{55}{72}$ & tot fient, potuimus & in præcedenti modo abbreuiare opus hoc modo ſed noluimus, vt intelligeres fundamentum regulæ, non eſt enim opinio in facilitate ſed in dando rationem, quia ea intellectum mille ſuperſunt modi facilitandi opus, vt in exemplo dicto nunc.

Eadem autem rationes fient quin meritum aut compenſatio fierent ad capita menſium: tunc enim comple capita ſicut in annis feciſti deinde operare compenſando in meritis vel promerendo in compenſationibus, per tempus quod de eſt ad complementum temporis capitum completorum. 9

Et autem quidam modus compenſandi 10
per practicam, in ſimpli compenſatione quem hîc deſcribo, & hoc per exemplum vniuerſale: volo compenſare ſimpliciter libras 117. ad 10. pro 100. pro annis 2. menſibus 3. primo quidem vt dictum eſt promerebor libram. 1. ex regulis poſitis & fiet 1 $\frac{11}{20}$, duco in 117. fient 181 $\frac{7}{20}$, ſubtrahe capitale & fit 64 $\frac{7}{20}$, pone igitur capitale ſuperius, & meritum infrà, & conſidera qualis portio ſit meritum ipſius capitalis, & vides quod $\frac{11}{20}$, pones igitur $\frac{11}{20}$ lucri ſub eo, & ſunt vt vides libræ 35. ſolidi 7 nummi 10. & huius etiam ſummæ $\frac{11}{20}$ & fient omnes vt vides, deinde ſubtrahe inferiorem à ſuperiore. atque reſiduum à ſuperiore, vſque ad capitale, & quod relinquitur eſt compenſatum ex libris 117. ad 20. pro 100. in annis 2. menſibus 3. deduco igitur primo 1. ab 3. fit 2. deduco 2. ab 6. fit 4. deduco 4. ab 11. fit 7. & ita relinquitur compenſatum tandem libræ 75. ſolidi 9. denarij ſiue nummi 8. & hoc idem fit alio modo deducendo 117. in ſe fit 13689. diuide per 181 $\frac{7}{20}$, exeunt libræ 75. ſolidi 9. nummi 8. quare &c.

lib. 117. ſolidi.
64 7. nummi
35 7. 10
19 9. 3
10 14. 0
5 17. 8
3 4. 8
1. 15. 7
19. 7
10. 9
5. 11
3. 3
1. 9
11
6
3
1
2
4
7
1. 2
2. 1
3. 10
6. 11
12. 8
1. 2. 11
2. 1. 9
3. 15. 11
6. 18. 2
12. 11. 1
22. 16. 8
41. 10. 4
75. 9. 8

His intellectis debes ſcire quod quatuor ſunt conſideranda capitale, & lucrum, & tempus, & prouentus idem dico de compenſatione & ex his cognitis quibuſlibet tribus cognoſcitur quartum, exemplum ponamus vt dictum eſt quod quis dicat compenſaui libras 117. ſimpliciter ad 20. pro 100. per annos 2. menſes 3. & prouenerunt libræ 75. & ſolidi 9. nummi 8. reſiduum autem ad 117. fuit illud quod fuit compenſatum in illo tempore, tunc habes quatuor capitale & eſt libræ 117. lucrum vel damnum & eſt 20. pro 100. tempus & eſt anni 2. menſes 3. prouentus & eſt libræ 75. ſolidi 9. nummi 8. igitur quibuſlibet tribus ex his cognitis, cognoſcitur quartum verum tamen cum ponimus capitale ignotum quæſtio eſt extraordinaria: & ſoluitur per poſitionem, reliquæ tres in quibus aut tempus, aut lucrum, aut prouentus, ſunt ignota: ſunt ordinarie, fiunt & aliæ ſex quæſtiones in 11

quibus duo termini tantum cogniti præſupponuntur, & reliqui quæruntur, omnes hæ ſoluuntur per poſitionem, ſunt igitur quæſtiones 3. ordinariæ, & 7. extraordinariæ, omnes 10, & quia poſſunt eſſe de merito ſimplici, vel ad caput anni, vel compenſatione ſimplici, vel ad caput anni fient quæſtiones in ſingulis quatuor modis 19. quare omnes erunt 40. è quibus 12. ordinariæ, & 28. extraordinariæ. poſſunt & cum his addi aliæ difficultates, vt ponendo ℞. & talia quæ inquirere pulchrum eſt deſcribere autem operoſum & tædium affert legentibus ob hæc vna tantum quæſtione erimus contenti.

12 Quidam dedit libras 100. & recepit in 21. menſibus libras 200. & fuit mutuum ad caput anni, quæritur lucrum ideſt quantum pro 100. lucrabatur, & ſimiliter ſi dicat ad 10. pro 109. in 21. menſibus, quantum fient, tunc quia dixit quod in 21. menſibus quæritur prouentus ſuppoſito, lucro id pro 100. in anno, ad caput anni igitur conſidera quod 21. menſes continentur præciſe quater in 7. annis, quæro igitur lucrum ſingulis annis & fiet primo anno 110. & ſecundo 121. & tertio 133 $\frac{1}{10}$, & quarto 346 $\frac{41}{100}$, & quinto 161 $\frac{51}{1000}$, & ſexto 177 $\frac{1561}{10000}$, & ſeptimo 194 $\frac{87171}{100000}$ & quia reducenda ſunt ad vnitatem ex dictis in principio diuide 100. per 100. exit 1. diuide 194 $\frac{87171}{100000}$ per 100. exeunt 1 $\frac{9487171}{10000000}$, cum igitur inter hos terminos conſtituere oporteat tres alios in continua proportionalitate, quoniam 21. quater ingreditur 84. quì ſunt menſes 7. annorum, erit igitur ex dictis lucrum 21. menſium & eſt ſecundus terminus ℞℞. quinti quare quum ſit 1 $\frac{9487171}{100000000}$ erit ℞℞. eius prouentus vnius libræ, cum igitur velim prouentum 100. librarum duc 100. in ℞. ℞. illius ducendo 100. in ſe fit 10000. deinde 10000. in ſe fit 100000000. duc poſt 100000000. in dictam fractionem fit 194871710. cuius ℞. ℞. eſt prouentus librarum 100. in 21. menſibus & ita ſoluemus per conuerſum primam, verum cautum in operando eſſe oportet memento tamen illius cautelæ operandi per vnitatem & facies magna.

Capvt LVIII.

De Solutionibus & Reductionibus.

1 CVm volueris perſoluere debitum, & quod dicitur vulgari noſtro ſermone facere computum, tunc iunge capitalia vnius & redditus, atque item alterius ſi ratio ſit ad caput anni, & ſubtrahe vnum ab alio reſiduum eſt capitale, quod ſi ſit ratio ſimplicis redditus, tunc iunge capitalia ſeparata, & redditus ſeparatos, & ſubtrahe poſteriora à prioribus, & primo à redditibus, deinde à capitali & ſi ſuperfuerit pluſquam ſit capitale totum integrum, tunc ipſum manebit, & redditus ponentur ſeparati, & dabo Exemplum in vtroque.

Exemplum ſimplicis meriti ad 10. pro 100. in anno.

Dedi Antonio die primo Mai. 1531.

c Lib. 700. red. 291. 13. 4.
Item primo Septembris 1532.
c Lib. 850. red. 240. 16. 8.
Item primo Februarij 1534.
c Lib. 200. red. 28. 6. 8.

Recepi ab Antonio primo Martij 1532.
c Lib. 400. red. 133. 6. 8.
Item primo Maij 1533.
c Lib 600. red. 130. 0. 0.
Item primo Nouembris 1535.
c Lib. 260. red. 43. 6. 8.

Et ponamus quod velim facere computum pro die primo Iulij 1535. diſpono redditus in directo ſingulis à die mutui, ad diem computi, vt vides nota tamen quod ſæpe vnus dat cum merito, & alius non, ſed tantum ſoluit, & tunc ſemper animaduertere debes diligenter ne capitale decreſcat, aliter fieret fraus debitori, exemplum quidam dedit libras 1000. ad 10. pro 100. ſimpliciter in Calendis Ianuarij, deinde recepit libras 300. in Calendis Iulij alterius anni, tunc cum in Calendis Iulij ſit redditus tantum librarum 150. illius qui dat libras 1000. cum igitur recipiat libras 300. igitur decreſcet capitale per 150. libras quæ ſunt ſolutæ vltra 150. redditus, & ita à prima die Iulij in antea non ſoluet niſi 10. pro 100. de capitali reſiduo quod eſt 850. & ita libras tantum 85. ad propoſitum iunge capitalia per ſe & redditus per ſe vt vides.

Capitale meum lib. 1750. Redditus meus lib. 560. ſ. 16. d. 8.
Capitale Antonij lib. 1260. Redditus Antonij lib. 306. ſ. 13. d 4.

His viſis iunge capitale & redditum vtriuſque ſeparatè vt vides.

Capitale meum lib. 2310. ſolidi. 16. d. 8. cum Redditu.
Capitale Antonij lib. 1566 ſolidi. 13. d. 4. cum Redditu.
Reſiduum meum eſt lib. 744. ſolidi. 3. d. 4.

Memento autem quod ſi lib. 744. eſſent plures meo capitali primo quod fuit 1750. tunc ſubtraheres capitale primum & reſiduum poneretur pro Reddìtu, & capitale maneret ſumma prima: Exemplum ſi Reſiduum fuiſſet lib. 1900. tunc detractis 1750. remanerent 150. quæ eſſent pro Redditu & 1750. eſſet capitale, & hoc eſt quia in ſimplici merito non voluimus trahere meritum ex merito, ſed meritum ſeparatur à capitali.

In merito autem ad caput anni, ſecus eſt: 2 ſemper enim iunguntur capitalia cum ſuis redditibus & ſubtrahitur minus à maiore, Reſiduum fit capitale, & in hoc differt à merito ſimplici, differt etiam in hoc quod accipis

Redditus

Redditus ad caput anni, non vt in ſimplici prout diximus in capitulo præcedente in reliquis autem eſt omnimoda ſimilitudo, propterea exemplum præcedens ſufficiet & ſcias quod in his menſes omnes ſupponuntur dierum 30. ſublata omni inæqualitate & ita in reliquis rationibus mercatorum.

3 Cum autem volueris reducere plures terminos ad vnum terminum illud fit per modum conſolationis monetarum, & vt ducas terminos in ſummam pecuniæ, & producta congreges, & totum congregatum diuide per aggregatum pecuniarum, exēplum quidam debet mihi libras 20. hinc ad menſes 9. & libras 60. hinc ad menſes 7. & libras 180. hinc ad menſes 13. quæritur ſi deberet ſoluere totam ſummam quando deberet ſoluere, dico quod debes ducere vt vides pecunias in menſes vtpote libras 20. in menſes 9. fiunt 180. & ita de reliquis deinde congrega totum & diuide per aggregatum pecuniarum quod eſt 260. libræ, exeunt menſes 11. dies 9. & in tanto tempore debebit dare eam ſummam & hoc eſt fundamentum rationis de quo etiam in ſocietatibus beſtiarum dictum eſt.

20.	9	180
60.	7.	420
180.	13.	2340
		2940
		260
		11. 9

4 Et quia hoc facere in ſumma magna operoſum eſt, inuenta eſt abreuiatio fingendo meritum & capiendo terminum minorem, & offerendo ab aliis terminis, & pro reliquo promerendo, deinde promerendo totam ſummam, & primum dabo exemplum abbreuiationis primæ vt in caſu ſuperiore quidam debet vt prius libras 20. in menſibus 9. & ita de reliquis aufero 7. qui eſt minor terminus ex 9. remanent 2. ita aufero 7. ex 13. remanent 6. diſpono vt in figura, & duco vt prius debitum in menſes fiunt vt vides 1120, diuido per aggregatum in quo tamen computo libras 60. licet non multiplicauerim eas exeunt menſes 4. dies 9. qui ſunt tempus in quo ille debebit poſt poſt primum terminū videlicet 7. mēſium, dare omnes libras, 260. addo igitur menſes 7. ad menſes 4. fient vt prius menſes 11. dies 9.

20.	2.	40
180.	6.	1080.
60.	0.	
		1120
		260
		4. 9
		7.
		11. 9

Fit igitur ex hoc modo etiam abreuiatio vt vides, quidam debet vt infrà. Semper priorem ſummam cum termino pone ſine

In Calendis Februarij	1537.	lib. 700.
meritum.		lib. 0. ſ. 0. d. 0.
In Calendis Auguſti	1538.	lib. 600.
meritum.		lib. 90. ſ. 0. d. 0.
In Calendis Iunij	1539.	lib. 464.
meritum.		lib. 108. ſ. 5. d. 4

merito, deinde promerere ſecundam ſummam quæ eſt libræ 600. ad 10. pro 100. non quia non poſſis aliter promereri, ſed quia 10. pro 100. eſt commodior terminus, igitur cum à kalendis Februarij 1537. qui eſt primus terminus ſolutionis, ad Kalendas Auguſti anni 1538. ſint menſes 18. igitur ad 10 pro 100. libræ 600. promerebuntur libras 90. & eadem ratione cum à Kalendis Februarij 1537. ad kalendas Iunij 1539. ſint menſes 28. libræ 464. merebuntur libras 108. ſolidos 5. denarios paruos 4. & ita ſi eſſent alij & aliæ peccuniæ faceres eodem modo, primum autem terminum nunquam promereberis, quia fruſtrà id fa. deinde congrega meritum quod eſt libræ 198, ſolidi 5. nummi 4. & vide quantum temporis exigatur vt libræ 1764. ad 10. pro 100. mereantur libras dictas 198. ſolidos 5. nummos 4. tu ſcis quod libræ 1764. in anno merentur libras 176. ſolidos 8. & in menſe qui eſt duodecima pars anni libras 14. ſolidos 14. & in die ſolidos 9. nummos 9 $\frac{1}{5}$, igitur in anno vno & menſe vno diebus 15. fere promerebitur, quare adde vt dixi primo termino qui eſt Kalendarum Februarij annum vnum menſem 1. dies 15. fiet terminus talis ſolutionis die decimaſexta Martij 1538, & hoc eſt quod quærebamus & ſumus aſſecuti duplici abreuiatione.

Quod ſi quis partem dictorum denariorum acceperit, velis vero reſidui ſcire terminum, veluti in ſuperiore exemplo concluſimus quod talis quantitas debebitur ei die decimaſexta Martij 1538. modo ponamus quod in kalendis Octobris 1537. acceperit libras 300. & in kalendis Ianuarij 1539. libras 400 tunc debes promereri libras 300. acceptas à die receptionis, & eſt in Kalendis Octobris 1537. vſque ad 16. Martij 1538. ad 10. pro 100. & ſunt menſe 5. dies 16. & erunt libræ 13. ſolidi 16. nummi 8. deinde ſubtrahe libras 300. de 1764. remanent libræ 1464. vide in quanto tempore libræ 1464. merentur libras 13. ſolidos 16. nummos 8. & inuenies quod ad 10. pro 100. merebuntur in menſe vno diebus 4. igitur quia exburſauit libras 300. ante tempus, adde menſem vnum dies 4. adde decimamſextam Martij, fiet terminis exburſandi libras 1464. die 20. Aprilis 1538. & ſimiliter libræ 400. in menſibus 9. diebus 14. merentur libras 31. ſolidos 11. nummos 1 $\frac{1}{3}$ detrahe 400. à 1464. remanent 1064, vide libras 1064. in quanto tempore merentur libras 31. ſ. 11. d. 1 $\frac{1}{3}$ & erit in menſibus 3. diebus 17. nota igitur quantum exburſauit libras 400. poſt diem 20. Aprilis 1538: ideo ſubtrahe dictos menſes 3. dies 17. à die 20. Aprilis, erit tempus exçurſandi libras 1064. die tertia Ianuarij 1638. & ſi dicas quid iuuat hoc tempore vltimæ exburſationis cum iam præterierint, dico quod à dicta tertia die Ianuarij aurrit intereſſe in antea. 5.

Capvt

Capvt LIX.

De Lucris & damnis.

ET in mercatura accidunt differentiæ ſecundum additionem ex vna parte, & diminutionem ex alia, & hoc vt plurimum quinque modis primus eſt cum emitur res ad pondus menſuram aut numerum, deinde detrahitur aliquid ex dono, vel conſuetudine, vel varietate ponderum, aut additur, & quærimus in hoc lucrum, aut damnum, aut modum emptionis, & reliqua.

Secundus eſt cum poſita tali, variatione volumus ſcire modum emendi aut vendendi ad terminatum lucrum.

Tertius eſt cum fit traductio mercaturæ de loco ad locum cum vectigalibus, & expenſis æquorum, & maximè etiam cum permutatione monetarum.

Quartus eſt cum fiunt additiones aut detractiones, vt pote per inuentionem burſæ per additionem diminutionemve inter loquentes per itinera.

Quintus eſt cum emimus res ad tempus vendendas, in quo tempore fiunt minores in quantitate & pondere, & ſimilibus: vt vinum, frumentum, & volumus ſcire lucrum ad tempus computato merito capitalis.

Circa quæ notanda ſunt duo, primum quod ea quæ emuntur ſunt in triplici differentia aut enim emuntur numero, vt coria, pelles, aut pondere vt aromata & metalla, aut menſura vt frumenta & grana reliqua, poteſt addi quartum genus æſtimatione, vt gemmæ, verum quia de hoc non poteſt certa ratio reddi arithmetica ideò tres primi modi tantum, cadunt in conſiderationem.

Secundum eſt quod res quæ venduntur 5. modis deteriore conditione fiunt, aut enim decreſcunt ob rem inutilem additam veluti propter cortices lapillos puluerem & hæc dicitur tara, aut ob rem non æquè vtilem & minoris pretij, vt cum res vetuſta admiſcetur nouæ, & cum gariofili groſſi admiſcentur ſubtilibus, aut tertio propter donum veluti cum venditur pannus pro quibuſlibet 7. brachiis, dant $\frac{1}{4}$, & cum venduntur aromata & alia dant aliquid doni, vt ex conſuetudine alliciant mercatores appellant & tale quid conſuetum, & eſt idem, quarto cum in venditione & emptione ſoluitur vectigal. quinto cum accedunt expenſæ aliæ conductionis & talium & nota duas diuerſitates circa hoc.

Primam quantum vel res accipitur eſt meliore conditione veluti cum donum accedit emptori, vt pote emo lanam & ipſi dant pro quibuſlibet 100. libris doni 3. libras vnde donum quandoque bonum, tara ſemper mala eſt quia nulli conducit. Secunda diuerſitas eſt quod vel agrauationes ſunt ſuper rem iam detracta tara aut dono, aut ſuper rem à qua nondum detracta ſunt talia.

1 His viſis cum tara computanda eſt ad 100. vel ad 1000. duc eam in ſummam & à producto aufer duas litteras à dextra, ſi eſt tara pro 100. aut tres ſi ſit pro 1000. & reſiduum eſt tara quam auferes à capitali, ita tamen quod ſi litteræ duæ ablatæ excelſerint 50. aut tres excelſerint 500, ponendæ ſunt, pro libra vna, ſi autem minores fuerint pro nihilo ponuntur.

Exemplum 100. lanæ valet ſcutos 7. & habet taræ libras 5. pro 100. quæritur quan-

Exemplum primum taræ.

3897	
5	
194 | 85	
195	
3702	7
259 | $\frac{14}{100}$	

tum valebunt libræ 3897. fac vt in figura duc primo 3897. in taram fiunt 19485. & quia tara eſt pro 100. abſcinde duas litteras à dextra remanent 194. & quia 85. eſt plus 50. ponam libram 1. fiet igitur tara libræ 195. quam aufero ex 3897. fiunt 3702. quas duco in pretium quod eſt aureorum 7. fiunt 25914 & quia pretium eſt pro 100. aufero duas litteras remanent 259 $\frac{14}{100}$ ſcuti, quare &c. quod ſi adeſſent in pretio libræ, & ſolidi, fac eodem modo deinde reduces ſolidos ad libras, & libras ad aureos.

Si vero non ſit tara ſed donum tunc adde donum ad 100, & duc ſummam totius in pretium & diuide per 100. addito dono, exemplum æs 5. valet aureos 52. pro 1000. & adduntur doni lib. 25. pro milliari, quæritur pretium librarum 26800. fac vt in figura duc aureos 52. in ſummam æris fiunt 2

Exemplum ſecundum doni.

26800
52
1393600
1025
1359 $\frac{25}{41}$

1393600. & quia pretium eſt pro milliari adde ad 1000. donum quod eſt 25. diuide 1393600. per 1025. exit pretium aurei 1359. & $\frac{25}{41}$, quod ſi velles reducere $\frac{25}{41}$ aurei in libras & ſolidos duc 25 numeratorem in valorem aurei qui ſit ſolidorum gratia exempli 112. fient 2800. diuide per 41. exeunt 68. & ſunt libræ 3. ſolidi 8. & quia ſuperſunt ſolidi vnius $\frac{12}{41}$ duc eodem modo 12. in nummos ſolidi, qui ſunt 12. fient 144. diuide per 41. exeunt numini 3 $\frac{1}{2}$ fere, ex hoc patet quod donum & tara non eodem modo penſantur, nam prima ratio de lana ſi facta fuiſſet per viam doni perueniſſet aureorum ſumma 259 $\frac{4}{5}$, cauſa differentiæ eſt quod donum eſt vltra 100, & tara intra 100, exemplum ſi quis debeat dare 100. libras zinziberis, & cum 5. lib. doni, tunc dat libras 105. ſed ſi det cum tara dat tantum 100. & in illis 100 includuntur libræ 5. inutiles, quod igitur dat donum dat 105.

pro

pro 100. & qui dat taram dat 100. pro 95. plus igitur importat tara quam donum, cum fuerint æqualia.

3 Ex hoc ſequitur quod varietas librarum ſi ſit ad detrimentum reducitur ad taram, ſi ſit ad lucrum ad donum, & hoc in exemplo libræ 100. Venetæ produnt 8. pro 100. Mediolani & acquirunt 8. pro 100. Piſis, dico quod ille qui vult computare libras venetas ad Mediolanenſes, debet facere per modum taræ, qui autem vult facere computum ad modum Piſanæ, debet facere per modum doni, multiplicando tamen vt in exemplo lib. 100. ſtanni Piſis venditur aureis 6. quantum valebunt lib. 500. Venetæ creſcentes 8. pro 100. Piſis, adde 8. ad 100, fit 108. & dic ſi 100. valet 6. quid valebunt 108, & valebunt 6 $\frac{12}{25}$, duc in 5. fiunt 32 $\frac{2}{5}$ vel aliter dic ſi 100. fit 108. fient igitur 500. libræ 540. Piſis, ſi igitur 100. valet 6. quid valebunt 540 & valebunt 32 $\frac{2}{5}$, at cum decreſcunt vt diximus fiunt præciſè per modum primum videlicet pe taram.

4 Cum autem accedunt vectigalia, aut expenſæ, conductiones, & talia tunc facies rationem computatis omnibus in tota ſumma. deinde mundabis à dono, & tara, & poſt modum ſcies verum pretium.

Exemplum lib. 100. croci habent taræ libras 4. doni autem libras 4 pretium pro 100. eſt lib. 813. quæritur quantũ valebunt lib. 193. iam mundatæ, adde donum ſupra 100. & fiunt 105, & detrahe taram à 100. fiunt 96. dic igitur ſi 100. fit 96. quid fiet 105. duc 105. in 96. fiunt 10080. diuide per 100. exeunt 100 $\frac{4}{5}$. deinde dic 100. $\frac{4}{5}$ fiunt ex 100. quid fiet ex 193. duc 193 in 100. $\frac{4}{5}$: fiunt 19454 $\frac{2}{5}$ diuide per 100. exeunt 104. libræ & vnciæ 6 $\frac{66}{125}$ & hoc eſt purum quod vendi poteſt, deinde quia emiſti cum dono, dic ſi 105. valet libris 903. quid valebunt libræ 193. croci, duc 193. in 903. & diuide per 105. & fiunt 1659 $\frac{84}{105}$: & hoc eſt pretium librarum 194. vnciarum 6 $\frac{66}{125}$ croci.

Oportet autem in talibus vti ſolertia, & frequenti vſu, ne quis decipiatur, vtendo econuersò regulis, facile enim aut decipitur, aut hæſitat inexpertus.

5 His autem viſis ſi differentia ſit in monetis, ſcies vtilitatem per capitulum de Cambiis, & ſi ſit in ponderibus reduces per capitulum tranſmutationum, hæc autem duo in vltimam operationem relinquere licet, potes tamen & per modum taræ ponderum diuerſitatem aut doni, computare, ita tamen vt taram poſt taram, & non per coniunctionem, & donum poſt donum inuenias.

6 Cum autem admiſcetur aliquid inutilis non tamen omnino, ſed vilioris pretij, tunc ſepara vnum ab alio, & inuenies pretium & taram cuiuſlibet, & poſt congrega omnia ſimul, & ſit exemplum gariofilis continentur gariofili groſſi libræ 12. pro 100. & piperis libræ 7. pro 100. & tara eſt libræ, 2. pro 100. & pretium gariofilorum eſt aureorum 48. pro 100. & groſſorum aurei 36: & piperis aurei 28. quæritur quantum valebunt libræ 3727. tunc dic ſi 100. dat 12. & 7. quid dabunt 3727. & dabunt groſſorum 44824. abciſis duabus litteris videlicet 447 $\frac{6}{25}$ & piperis 260 $\frac{89}{100}$: eritque reſiduum videlicet libræ 3018. $\frac{87}{100}$ & ita inuenies taram per prædicta, ducendo tres terminos videlicet 447 $\frac{6}{25}$ & 260 $\frac{89}{100}$ & 3018 $\frac{87}{100}$ in 2. & abiiciendo duas litteras deinde detractâ tarâ per regulam trium inuenies pretium in vnoquoque.

Cum autem volueris ſcire modum emendi aut vendendi ad terminatum lucrum, 7
tunc ſcias eſſe quatuor modos, aut enim emptione, aut venditione, aut venditio ex venditione, aut emptione cognoſcitur, hoc autem dupliciter aut cum permutatione lucri, aut ſine ea, & hoc etiam dupliciter, aut in ſimili pondere, aut ex groſſo volumus cognoſcere minutum exempla ſunt hæc.

Quanti emetur lana vt vendita aureis 6. 1
pro 100. lucrari poſſim 20. pro 100. igitur dices ſi 120. fit ex 100. ex quo fiet 6. & duc 6. in 100. fit 600. diuide per 120, exit 5. & tanti emetur videlicet 5. aureis pro 100.

Emi lanam pro 5. & lucratus ſum 10. 2
pro 100. vellem emere tanti vt vendita pretio lucrarer 20 pro 100. igitur per primum exemplũ quando lucrabatur 10. tunc 110. fiebat ex 100. & ideo cum eodem pretio vendantur vtroque modo, igitur dices ſi 120. fit ex 100. ex quo fiet 110. & erit ex 91 $\frac{2}{3}$, cum igitur 100. quod fuit in primo capitale fit 110. lucror 10. pro 100. & cum 91 $\frac{2}{3}$ fit 110. lucratur 20. pro 100. igitur dic ſi 100. fit ex 91 $\frac{2}{3}$, ex quo fiet 5. & fiet ex 4 $\frac{7}{12}$.

Emi lanam quam vendendo aureis 6. lu- 3
cratus ſum 5. pro 100 quanto pretio vendenda erit vt lucrer 20. pr 100. dices igitur aurei. 6. habent rationem 105. qui autem vult lucrari 20. pro 100. vult facere 120. dic igitur ſi 105. fiet 120. quid fiet 6, duc 120. in 6. fit 720. diuide per 105. exit 6 $\frac{6}{7}$.

Vendidi lanam aureis 6. lucratus ſum 5. 4
pro 100 vendendo 7. quantum lucrabor, adde lucrum primum ad 100. fit 105. diuide per 6. exit 17 $\frac{1}{2}$: duc in 7. fit 122 $\frac{1}{2}$: auferas 100. remanent 22 $\frac{1}{2}$: lucrum pro 100 vel aliter dic ſi 6. producit 105. quid producet 7. duc 7. in 105. fit 735.: diuide per 6. exit 122 $\frac{1}{2}$ ablato 100. remanent 22 $\frac{1}{2}$ pro 100. lucrum.

Vendidi lanam aureis 10. pro 100. & 5
perdidi 10. quæritur quanti emi dic igitur ſi 90. fit ex 100. ex quo fiet 10. duc 10. in 100. fit 1000. diuide per 90. exit 11 $\frac{1}{9}$.

Emi lanam quam vendidi 6. aureis, quod 6
ſi emiſſem aureo minus lucratus forem 20. pro 100 dic igitur per primum exemplum igitur ſi empta fuiſſet aureis 5. ad hoc vt vendendo pro 6. lucraretur 20. pro 100. ſed ex quæſito dignoſcitur quod fuit empta aureo vno plus igitur empta fuit aureis 6. pro 100. & ita bellus iſte Interrogator nihil lucratus fuit.

Emi lanam tanti & tanti vendidi, quod ſi emiſſem aureo vno minus & vendidiſſem 7
aureo vno plus, lucratus fuiſſem 40. pro 100. igitur qui lucratur 10. pro 100. facit ex 10

co. 11. co. igitur 10. co. eſt capitale & 11. co. pretium venditionis, adde aureum fit 11 co. 7. 1. deme aureum fit 10. co. m̃. 1. & quia lucratur 40. pro 100. igitur $\frac{2}{5}$ pretij emptionis, igitur 14 co. m̃. 1. $\frac{2}{5}$: æquantur 11 co. p̃. 1. quare res valet $\frac{4}{5}$ aurei, & pretium primum fuit 10 co. igitur aurei 8. & venditio aurei 8 $\frac{4}{5}$. lucrum 10. pro 100. ſi empta fuiſſet 7. aureis & vendita 9 $\frac{4}{5}$: fuiſſet lucrum 40 pro 100. quare ſolutio clara eſt poſſet & per cataym fieri.

8 Emi piper aureis 24. vel libris 144. pro 100. quanti vendetur vncia vt lucrer 50. pro 100. tu ſcis quod ſi debeo lucrari 50. pro 100. oportet vt 100. fiat 150. dic igitur ſi 100. fit 150. quid fiet 144. & fiet libræ 216. dic igitur libræ 100. piperis debent vendi 216. libris quare libra vna piperis valebit ſolidos 43. denarios paruos 2 $\frac{2}{5}$, igitur vncia piperis valebit ſolidos 3. nummos 7 $\frac{1}{5}$, & tantum debet vendi.

9 Vendidi piper ſolidis 4. pro vncia, & lucratus ſum 40. pro 100. quanti emptum eſt 100. librarum piperis, dic 140. fit ex 100. igitur 4. fit ex 2 $\frac{6}{7}$, per regulam trium, & hoc eſt capitale vnciæ, igitur capitale libræ eſt ſolidi 34 $\frac{2}{7}$, igitur capitale librarum 100. piperis eſt libræ 171. ſolidi 8. nummi 6 $\frac{6}{7}$.

10 Vendidi 4. clauos pro 5. nummis, & lucratus ſum 10. pro 100. quot nũmis vendã 10. clauos vt lucrer 12. pro 100. primo reducas ad eundem dicendo ſi 4. venduntur 5. quantum vendentur 10. & vendentur 12 $\frac{1}{2}$, & hoc pretio lucrarer 10. pro 100 at ego volo 12. pro 100. dices igitur per quintum exemplum capitale eſt 11 $\frac{4}{11}$, igitur per tertiam exemplum dic ſi 100. fit 112. quid fiet 11 $\frac{4}{11}$ & fiet 12 $\frac{8}{11}$ igitur lucratur 12. pro 100. vendendo 10. clauos pro nummis 12 $\frac{8}{11}$, hæc leuior via in talibus, poteſt etiam fieri per rem & aliis modis.

Memento autem in talibus ne numerum rei vendite, cum numero pretij componas, quantũ in maximos incideres errores.

11 Claui 4. venditi 5. nummis dant lucrum 12. pro 100. eodem modo & lucro quot dabis clauos pro nummis 60. clara eſt quæſtio ſi 5. dat 4. dabunt 60. nummi 48. clauos, ſed ſi dicat quot habebo aut dabo pro nummis 60. vt lucrer 20. pro 100. tunc tu ſcis quod ſi pro quinque nummis das 4. clauos & lucraris 12. pro 100. igitur claui 4. valent nummos 4 $\frac{13}{28}$: dices igitur quod claui 4. valent nummos 4 $\frac{13}{28}$: deinde dices ſi 120. fit ex 100. ex quo fiet 60 & fiet ex 50. capitali, dic igitur ſi 4 $\frac{13}{28}$ dant 4. clauos, quid dabunt 50. nummi duc 50 in 4. fiunt 200. & diuide per 4 $\frac{13}{28}$ & exeunt 44 $\frac{4}{5}$: & tot habebit clauos.

12 In temporalibus vero mercimoniis, vtpote vino: & frumento, quatuor debes animaduertere primum eſt pretium, ſecundum ſunt expenſe, tertium eſt tempus intercedens inter emptionem & venditionem, quartum eſt decrementum rei, vinum enim decreſcit nona parte à tempore vindemiæ vſque ad æſtatem, frumentum autem fere quadrageſima parte, ſi rete gubernetur: ſit ergo exemplum vnum.

Exemplum quidam emit lini libras 2000, pro 5. ſolidis ſingulas libras deinde acceſſit expenſarum & vectigalium pars trigeſima infra 3. annos cum non potuerit vendi decreuit centa parte ponderis, in vectigalibus prouendendo iterum oportet ſoluere trigeſimam partem, quærjtur quo pretio libra lini debet diſtrahi vt mercator lucretur 10. pro 100. ſingulis annis, Tunc conſidera primum pretium quod fuit librarum 500. deinde adde trigeſimam partẽ & ſunt libræ 16. ſolidi 13. nummi 4. eſt ergo capitale libræ 516. ſolidi 13. nummi 4. & quia vult lucrari 10. pro 100. ſingulis annis adde ei libras 155. pro merito, & fient libræ 671. ſolidi 13. nummi 4. & quia linum fuit libræ 2000. & diminutum fuit centa ſui parte igitur remanſerunt libræ 1980. & quia perſoluenda eſt pretij trigeſima pars pro vectigali vt remaneant libræ 671. ſolidi 13. nummi 4, ſemper diuide pretium per 1. m̃. quam ſit pars, diuide igitur per 29. exeunt libræ 23. ſolidi 3 nummi 2 $\frac{18}{29}$: quæ omnia adde ad libras 671. ſolidos 13. nummos 4. fient libræ 694. ſolidi 16. nummi 6 $\frac{18}{29}$, diuidendæ per 1980. & exeunt ſ. 7. nummi 0 $\frac{71}{110}$ fere & eo pretio vendetur lib. lini vt lucretur vt dictum eſt, & ita poteris formare 100. caſus diuerſos.

Quæſtiones autem inuentionis lucri in itineribus cum indeterminatio capitali ſoluuntur per rem, ſiue per la co. aliquando etiam per cathaym, ſimiliter & inuentionis burſe, & mutuarum interrogationum, ſuntque magis curioſe quam vtiles quapropter differemus earum pertractationum ad capitulum extraordinarium interrogationum. 13

CAPVT LX.

De Ratione librorum tractandorum

Solent mercatoribus quatuor libri eſſe neceſſarij, inuentarium Memoriale, ephemerides ſiue diurnale, & Magnus ſiue Magiſtralis. 1

Inuentarium eſt in quo mercator cuncta quæ poſſidet deſcribit ordine ſuo primo nummos, deinde gemmas merces, ſupelectilia domus ædes, agros, hoc in abſcondito tenetur.

Memoriale eſt in quo dierum acta obiter & diffusè deſcribuntur, venditiones, emptiones, mutua, locationes, & talia Diurnale eſt liber in quo ea quæ in memoriali diffusè ſcripta ſunt & ſine ordine ſeriatim & breuiter magnaque diligentia conſcribuntur.

Magnus liber ſiue magiſtralis eſt, in quo ea quæ in memoriali ſcripta ſunt reſcribuntur compendioſe, habet hic quinternionem alphabetico diſcrimine exaratum, quo facilius libri magiſtralis acta poſſint inueniri, & hic quinternio tabula ſolet appellari.

Sunt autem communia memoriali, diurnali, & magiſtrali libro, vt omnes eodem Charactere ſignentur exterius, vt pote cruce, vel A, vel B, ita quod Liber magiſtralis A correſpondet memoriali & diurna- 2

li

li A, tabulam etiam A inſignitam habet vt facilius inueniantur credita conuentiones: eſt etiam commune vt ſingulis actionibus præponatur tempus in anno, menſe, & die, pactum, nomen eius cum quo conuenisti, quantitas pecuniæ aut datæ aut promiſſæ, quantitas & genus rei venditæ vel emptæ, verum hæc breuius in libro magiſtrali deſcribuntur, eſt etiam commune vt diurnale refferat ſe ad librum memorialem, & magiſtralis ad diurnalem & magiſtralis poſterior ad anteriorem, veluti liber magiſtralis B, ad librum magiſtralem A, refferendo folium & caracterem libri, eſt etiam commune omnibus libris vt folia ſingula ſingulis numeris ſeriatum diſtinguuntur ne fraude excerpi poſſint.

3 Porro libro magiſtrali præcipua ſunt vt primo genus pecuniæ exprimat quo rationes deſcribuntur, veluti libras, aut florenos, aut ſcutos, ſecundum vt ex vna parte capitale conſtituat creditorem, burſam vero aut capſam debitricem, nam capitale totum eſt quod homo habet, burſa verò nihil habet. Ideò burſa quidquid habet debet capitale quidquid dat recipere debet tertium quod tantum ponatur in debito capſa vel burſa; quantum in credito capitale vt ſemper ſint æqualia.

4 Conſiderare etiam oportet creditum à ſiniſtra libri, debitum à dextra ex aduerſo poni debere, atque ſemper ſub eodem genere pecuniæ ſub quo inchoatus liber eſt perſeuerare neminemque debitorem in libro ſcribere niſi ipſo debitore præſente, aliter liber falſi inſimulabitur, quantum etiam rerum tabernæ ſiue apothecæ diſtraxeris, capitale aut apothecam pro ea ſumma ſcribes creditricem, capſam vero nummo accipientem debitricem: econtra autem quantũ impenſarum emendo merces feceris, creditricem capſam tabernam debitricem ſcribes.

5 Eſt etiam conſiderandum ea quæ transferuntur ſiue ex memoriali in diurnalem, ſiue ex diurnali, in magiſtralem librum, ſiue ex interioribus folijs in poſteriora, ſiue ex vno libro in alium, eſſe vna linea tranſuerſali cancelanda. nam vnius actionis vnus debet eſſe contractus tantum, Vnde cancelatæ annotationes tamquam intermortuæ, non cancellatæ autem pro viuis habentur, ipſæ vero annotationes iam reſcriptæ ſignaculo inſigniri debent, vt iam tranſlatæ intelligantur.

6 Porro actiones quæ magiſtrali ſucceſſiuè libro inſcribuntur dierum ordine procedere debent, ne falſi crimen liber ſuſcipiat: quod ſi iam pluribus partitionibus deſcriptis deſit locus alias ſubſcribendi, in poſteriorem locum poſt vltimam ſiue illius, ſiue alterius partitionem, trasferenda erit ſumma crediti aut debiti aut reſidui in locum poſt vltimam partitionem proxime vacuum: Ita vt quatuor ſeruentur primum vt poſterior partitio folij à quo detracta eſt memoriam faciat, ſecundum vt proximæ vltimæ partitioni ſuccedat, tertium ne vacuum ſpatium relinquatur, aut incongruè inter poſteriores inſeratur loci aut temporis ordine permutato quartum vt quamquam locus adſit initio tamen libri permutato non priori ſed poſteriori aſcribatur.

7 Quod ſi error interceſſerit credito oppoſitum debitum aſcribatur, debito creditum pro eadem ſumma eodemque die, deinde tam creditum quam debitum linea obducta canceletur mox ſigno crucis in erroris memoriam fulciatur, ac demum loco ſuo partitio illa ſicut debet ſcribi ſcribatur, memineris autem in oppoſita adiecta partitione memoriam erroris recenſere.

8 Cum autem libros examinare volueris quamlibet partitionem perſcrutare diurnalis, atque libri magni, atque punctis aut ſignis adnotatis facile præcipies an in libro magno aliqua ſuperabundet an defficiat partitio, quæ in diurnali non inueniatur, quod ſi deffecerat vel ſupabundauerit partitio aliqua per oppoſitam ſicut dictum eſt partitionem emendabitur, memoria tamen facta obliuionis aut iterationis ne cum dies libro magno inſcriptus prior fuerit præcedentibus partitionibus poſterius ſignatus falſi ſuſpicionem adducat, in obliuione tamen ſola ſufficit adiectio crediti vel debiti mentione obliuionis habita nulla etiam oppoſita adiecta partitione, dum autem hæc geruntur nihil diurnali ſub his diebus, aut libro magno inſeras, ſed memoriali tantum in ſequentes Ephemeridem & Magiſtralem librum partitiones illas reducturus.

9 Vtilitas autem diurnalis eſt ordinatim ea quæ confuſa ſunt in memoriali oſtendere, Magiſtralis autem diſperſas partitiones cuiuſcunque debitoris aut creditoris in vnum redigere tabulæ autem nomina creditorum & debitorum facile inuenire examinis vero duæ ſunt vtilitates prima ſcire an recte librum magiſtralem deſcripſeris, ſecunda quantum lucri aut iacturæ contigerit intelligere, quæ quidem ex differentia dati & recepti colligitur, datum ſi ſuperauerit iacturæ loco habetur, ſi receptum lucri quod quod ſi datum atque acceptum inæqualia fuerint in his detractis reſiduis aut adiectis vbi opportuerit, ſumma tam crediti quam debiti diligenter habita tunc libri error ſignificatur, cum neceſſarium ſit tantum tibi deberi quantum dederis, tantumque debere quantũ acceperis. Vtilitas autem tranſlationis de libro in librum eſt coniuncta neceſſitati, quantum nec primus liber recipere amplius poteſt, & ſi adderentur plura confuſio pareretur, ea etiam que in libro primò diffuſa ſunt & ſub pluribus partititonibus, ad vnam partitionem in ſecundo libro compendioſe redigunter opportet autem ſeriatim & cõpendioſe folia primi libri commemorando omnes eiuſdem hominis partitiones, in vnam redigere atque examinis libri prioris vtilitatem, aut iacturam in inuentarij fine adiicere bonum eſt.

10 In tranſlationibus autem mutua debet eſſe memoria librorum & foliorum ita vt in priore libro creditorem ponas debitorem reſpectu ſecundi libri, in ſecumdo autem creditorem pro creditore & debitorem pro debitore diſpones, nam cancelatio primi libri æquationé præſuponit crediti & debiti, creditum aboleri non poteſt niſi per oppoſitũ

debitum, & econtra debitum per creditum aboletur, igitur neceſſe eſt debitorem in primo libro fieri creditorem, & è contra reſpectu ſecundi libri, eſt etiam aduertendum vt omnes partitiones quæ ex libro in librum transferuntur in primo quidem ſub die tranſlationis conſcribantur in poſteriore autem libro ſiue nouo ſine die.

11 Rerum vilium & mutuorum ſub breui tempore datorum aut acceptorum nulla fiet quanquam magni ſint pretij memoria in libris ſed in paruo quodam rerum quotidianarum libello.

12 Litteræ autem ſuis ſaculis pro diuerſitate locorum ſignabuntur, vnicuique loco ſuus aſſignabitur loculus, alligantur autem ordine ſuo in faſciculum ſecundum tempora, atque cuilibet anno faſciculus aſſignatur exterius anno ſignato in faſciculo, & ſuper epiſtolam nomine & cognomine eius qui eam miſit.

Hæc autem experto aut operam talibus danti ſufficiunt ei autem qui talia non tractauit etiam ſi vniuerſum hunc librum in hac, materia conſumpſero, non exiſtimo poſitura.

Capvt LXI.

De Extraordinariis & Ludis.

IN hoc capitulo 4. tractabimus, primo quidem itinerum quæſtiones Secundo quæſtiones pártium. Tertio rationes ludorum in diuidendo. Quarto de ludis ipſis & eorum opteſtate.

1 In itineribus tria ſunt conſideranda capitale, numerus itinerum, & prouentus, & licèt ex quibuſlibet duobus poſſit cognoſci tertium, nihil minus conſueuerunt ex prouentu & numero itinerum quærere capitale, & hoc eſt quia lucrum eſt incertum, & ideò ponemus tantum vnum exemplum Quidam ibat ad nundinas & quotiens reuertebatur reſſerebat triplum capitalis, iuit autem ter & vltimo rediit cum capitali ipſo & quadrato & cubo capitalis, tunc dices quod iuit cum 1 co. & quia triplicauit ſemper vltimo rediit cum 27 co. & hæ ſunt æquales 1 co. 1 ce. 1. cu. detracto igitur 1 co. de communi fient 26 co. æquales 1 ce. 1. cu. quare 1 ce. p̃. 1. co. æquatur 26. igitur capitale fuit ℞. 26 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$, & ita alias ſolues, verum ſi numerus itinerum ſit incognitus, conare integra inuenire, quod ſi non æquentur, proximo maiorem & minorem numerum indagabis, demùm præciſionem, factâ poſitione aſſequeris.

2 In quæſtionibus partium ſiue burſæ 4. animaduertantur numerus habentium, nam quanto minor tanto facilior, minimus numerus eſt 2. maximus autem non datur ſecundum an ſit poſitio per terminatam quantitatem, aut per partem cognitam aut per partem comparatam exemplum patebit infra, tertium an ſit quæſtio ſimplex aut compoſita, quartum vt non vnâ poſitione ſed pluribus inueniatur.

Propter primum quæramus in duobus ob 3
facilitatem diſcentium & ponamus exemplum in triplici diuerſitate ſecundi modi, dicat igitur primus ſecundo, ſi dederis 5. ex tuis habebo quadruplum reſidui, & ſecundus primo ſi dederis 4. ex tuis habebo quadruplum reſidui tui, tunc pone quod primus habeat 1 co. igitur dato 5. fit 1 co. p̃. 5. & hoc eſt quadruplum reſidui igitur reſiduum eſt $\frac{1}{4}$ co. p̃. 6 $\frac{1}{4}$, cui ſi addantur 4. fiunt $\frac{1}{4}$ co. p̃. 10 $\frac{1}{4}$, & hoc eſt quadruplum ad 1 co. m̃. 4 igitur 4 co. m̃. 16. æquantur $\frac{1}{4}$ co. p̃. 10 $\frac{1}{4}$, redducas ad integra fient 16 co. m̃. 64. æquales 1 co. p̃. 41 igitur 15 co. æquales 105. & res valebit 7. & tantum habúit primus ad de ei 5. fit 12. & hoc eſt quadruplum ad reſiduum quod eſt 3. addito igitur 5. fit 8. igitur primus habuit 7. & ſecundus 8.

Secundum de parte cognita dicat pri- 4
mus ſecundo, ſi dederis dimidium tuorum habebo triplum reſidui tui, & ſecundus primo, ſi dederis quantum eſt dimidium illius quod poposcis, habebo ſeptuplum, tunc operare vt in prima & adueniet quælibet quantitas, quia hic modus ſecundus eſt ligatus, & ideo caue ne quæſtio ſit impoſſibilis, quod plerumque accidit, velut ſi loco ſeptupli dixiſſet quincuplum, aut triplum aut omnem alium numerum à ſeptuplo.

Tertium veluti ſi primus dicat ſecundo ſi 5
dederis partem talem tuorum, qualis tui ſunt meorum, habebo quintuplum reſidui tui, ſecundus dixit primo ſi dederis talem tuorum portionem qualis eſſet illud quod à me petiſti, totius aggregati quod eſſes habiturus, haberem ego decem, pone quòd primus habeat numerum quemuis & ſit 12. & ſecundus habebit 1 co. duc 1 co. in ſe fit 1 ce. diuide per 12. exit $\frac{1}{12}$ ce. & hoc erit talis pars de 1 co. qualis eſt 1 co. de 12. ex quadrageſimo ſecundo capitulo iunge $\frac{1}{12}$ ce. cum 12. fit 12. p̃. $\frac{1}{12}$ ce. & hoc eſt quintuplum ad reſiduum quod eſt 1 co. m̃. $\frac{1}{12}$ ce. igitur 1 ce. p̃. 144. eſt quintuplum ad 12 co. m̃. 1 ce. quare 1 ce. p̃. 144. æquatur 60 co. m̃. 5. ce. & ita 1 ce. p̃. 24. æquatur 10 co. igitur res valet 4. igitur habes quod neceſſaria eſt proportio tripla inter primum & ſecundum nam primus habuit 12. fac igitur poſitionem ſecundo, & pone quod primus habeat 3 co. igitur ſecundus habebit 1 co. vel 1 co. $\frac{1}{3}$ propter duplicem ſolutionem, raucor minue dami, ponamus modo de tripla, & quia in exemplo ſuperiore 1 $\frac{1}{3}$ quod dabat ſecundus primo, eſt decima pars 13 $\frac{1}{3}$. quod erat aggregatum da igitur decimam partem 3 co. ad 1 co. fiunt 1 co. $\frac{3}{10}$, æqualia 10. igitur res valet 7 $\frac{9}{13}$, & tantum habuit ſecundus, & quia primus habuit triplum igitur habuit 23 $\frac{1}{13}$.

Compoſita vero eſt veluti ſi dicat primus 6
ſecundo ſi dederis 4. de tuis, habebo quincuplum reſidui tui, & ſecundus primo ſi dederis talem tuorum partem qualis eſt 4. de meis habebo duplum reſidui tui, tunc non fac poſitionem niſi ſuper vnum terminum, & dicas ponam quod primus habeat 5 co. quia dixit de quintuplo ad vitandum fractos, adde ei 4. fiunt 5 co. p̃. 4. & hoc

hoc eſt quintuplum reſidui, igitur reſiduum eſt 1 co. p̃. $\frac{4}{5}$ adde ei quod dedit habebit 1 co. p̃. 4 $\frac{4}{5}$ accipe igitur talem partem de 5 co. qualis eſt 4. de 1 co. p̃. 4 $\frac{4}{5}$ igitur ex tribus quantitatibus proportionalibus inuenietur quarta ducendo 5. co. in 4. fit 20 co. diuide per 1 co. p̃. 4 $\frac{4}{5}$ fiunt $\frac{20\ co.}{1\ co.\ p.\ 4.\ \frac{4}{5}}$ adde ad 1 co. p̃. 4 $\frac{4}{5}$ & hoc erit duplum reſidui quare fient 1 co. p̃. 4 $\frac{4}{5}$ p̃. $\frac{20\ co.}{1\ co.\ p.\ 4.\ \frac{4}{5}}$ æqualia duplo illius videlicet 10 co. m̃. $\frac{40\ co.}{1\ co.\ p.\ 4.\ \frac{4}{5}}$ & ita 4 $\frac{4}{5}$ p̃. $\frac{20\ co.}{1\ co.\ p.\ 4\ \frac{4}{5}}$ æquantur m̃. $\frac{40\ co.}{1\ co.\ p.\ 4.\ \frac{4}{5}}$ duc omnia in diuidentem qui eſt 1 co. p̃. 4 $\frac{4}{5}$ fiunt 24 $\frac{4}{5}$ co. p̃. 23 $\frac{1}{25}$ æqualia 9 ce. p̃. 43 co. $\frac{1}{5}$ m̃. 40 co. igitur 9 ce. æquantur 21 $\frac{1}{5}$ co. p̃. 23. $\frac{1}{25}$, quare ce. æquatur 2 $\frac{2}{5}$ co. p̃. 2 $\frac{14}{25}$ igitur res valet 3 $\frac{1}{5}$ & cum poſuerim primum habere 5 co. habuit igitur 16. vnde ſequendo propoſitum ſecundus habuit 8.

7 Dixit primus ſecundo da mihi medietatem p̃. 2. habebo nonuplum reſidui tui dixit ſecundus primo da mihi tertiam partem p̃. 3. habebo triplum, pone quod ſecundus habeat 2. co. dando medietatem p̃. 2. remanebit cum 1 co. m̃. 2. & quia primus habet nonuplum huius reſidui habebit 9 co. m̃. 18. detrahe quod accepit & fuit 1 co. p̃. 2. remanebit 8 co. p̃. 20. accipe tertiam partem p̃. 3. & eſt 2 $\frac{2}{3}$ co. m̃. 3 $\frac{2}{3}$ & da primo & habebit 4 $\frac{2}{3}$ co. m̃. 3 $\frac{2}{3}$ & hoc eſt triplum ad 5 $\frac{1}{3}$ co. m̃. 16 $\frac{1}{3}$, & ita 4 $\frac{2}{3}$ co. m̃. 3 $\frac{2}{3}$ æquatur 16 co. m̃. 49. igitur 11 $\frac{1}{3}$ co. æquatur 45 $\frac{1}{3}$, quare res valet 4. & ſecundus habuit 2 co. quare habuit 8, & primus 12.

8. Dixit primus ſecundo ſi dederis medietatem habebo ſeptuplum, reſidui tui dixitque tertio ſi dederis $\frac{2}{3}$ tuorum habebo ſexcuplum, dixit ſecundus tertio quod fit ex vno in alterum eſt triplum primo igitur primus habet $\frac{1}{3}$ ſuperficiei productæ ex ſecundo in tertium addito dimidio ſecundi habet ſeptuplum igitur ante habuit ſexcuplum, igitur triplum ad ſecundum & quia habuit cum $\frac{2}{3}$ tertij ſexcuplum, igitur ante habuit quadruplum igitur ad totum ſexquitertium, primus igitur ad ſecundum habuit triplum, & ad tertium ſexquitertium habuit, igitur primus 12. ſecundus 4. tertius 9. quod ſic probatur pone ſecundo 1 co. igitur primus habebit 3 co. & tertius 2 $\frac{1}{4}$ co. & erunt 2 $\frac{1}{4}$ ce. triplum 3 co. & æqualia 9 co. & 1 ce. æquabitur 4 co. igitur res valet 4. & tantum habet ſecundus quo inuento habes alios.

9 Dixit primus ſecundo ſi darem tibi $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{7}$ meorum, deinde reſtitueres $\frac{1}{6}$ & $\frac{1}{7}$ aggregati eſſemus pares, pone quod vnus habeat 1 co. & ſecundus 1. quan. & inuenies ſimul aut ſolutionem aut impoſſibilitatem, veluti eſt in propoſito quæſito, & ideò tales quæſtiones ſunt tentatiuæ, nam cum reſiduatur aliquid ex vtraque parte quæſtio eſt ſoluta aliter eſt impoſſibilis.

Soluitur & hæc quæſtio alio modo per debitum & eſt pulcherrima tum ex ſolutione tum ex modo ſoluendi, & talis poteſt poni Magiſtris, pone quod primus habeat debiti quod vis puta 6. ſecundus crediti 1 co. da $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{7}$ primi ad ſecundum habebit primus 1. debiti & ſecundus 1 co. m̃. 5. da $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{7}$ huius primo habebit $\frac{12}{35}$ co. m̃. 2 $\frac{6}{7}$, & ſecundus habebit $\frac{23}{35}$ co. m̃. 3 $\frac{2}{7}$. & hæc ſunt æqualia, igitur $\frac{3}{7}$ æquatur $\frac{11}{35}$ co. & res valebit 1 $\frac{4}{11}$ & tantum habuit ſecundus crediti primo habente ſolum 6. debiti.

Pars.	Tertius	minimus.		
5 | $\frac{7}{1}$ |	7 8—5—40	5	$\frac{40}{7}$	$\frac{5}{7}$ |

Cum dixerit quis ad mihi talem tuorum partem qualis 5. eſt meorum, habebo ſeptuplum reſidui, tunc neceſſe eſt quod totius aggregati habeat $\frac{7}{8}$, eo quod ad reſiduum quod eſt $\frac{1}{8}$ habebit ſeptuplā proportionem adde igitur vni tatem parti & pone pro denominatore, deinde duces denominatorem in numerum quem petit & eſt 5. fit 40. diuide per numeratorem exit 5 $\frac{5}{7}$, terminus minimus de quo poteſt verificari problema, tunc aſſume quem vis numerum iſto maiorem & duc in ſe ipſum, deinde proportionem in differentiam & diuide maiorem per minorem, & habebis reliquum exemplum accipio 10. & detraho 5 $\frac{5}{7}$ habeo 4 $\frac{2}{7}$, duco 10. in ſe & habeo 100. duco 4 $\frac{2}{7}$ in 7. habeo 30. diuido 100. per 30. exit 3 $\frac{1}{3}$, vnus igitur numerus eſt 10. alius eſt 3 $\frac{1}{3}$, dico igitur quoniam 5. eſt dimidium 10. capio dimidium 3 $\frac{1}{3}$ & eſt 1 $\frac{2}{3}$ addo ad 10. fit 11 $\frac{2}{3}$, & hoc eſt ſeptuplum ad 1 $\frac{2}{3}$ reſiduum, & eſt regula Fratris Lucæ bona. 10

Poſſumus etiam idem operari per quantitatem ſurdam & rem prout docui in capitulo quinquageſimo ſecundo & eſt leuius.

Dixit primus ſecundo ſi dederis talem tuorum partem, qualis eſt 4. de meis, habebo quincuplum reſidui tui, dixitque tertio ſi dederis talem tuorum partem qualis 5. de meis habebo ſexcuplum reſidui tui, dixit ſecundus tertio quadratum primi eſt tantum quantum id quod fit ex noſtris inuicem, vide per præcedentem minores terminos ſecundi & tertij & erunt pro ſecundo 4 $\frac{4}{5}$, & pro tertio 5 $\frac{5}{6}$: pone igitur quod primus habeat 1 co. duc eam in ſe fit 1 ce. diuide per 1 co. m̃. 4 $\frac{4}{5}$ ductam in proportionem & fiet $\frac{1\ ce.}{5\ co.\ men\ 24.}$ & tantum habet ſecundus & pro tertio ſimilitér diuide 1 ce. per proportionem quæ eſt 6. ductam in 1 co. m̃. 5 $\frac{5}{6}$ fiet $\frac{1\ ce.}{6\ co.\ men\ 35.}$ duc igitur vnum in alterum quia hoc debet æquari quadrato primi & eſt quadratum primi 1 ce. æqualis $\frac{1\ ce.\ ce}{30\ ce.\ piu\ 840.\ men\ 319\ co.}$ duc partes per denominatorem fiet 1 ce. ce. æqualis 30 ce. ce. p̃. 840 ce. m̃. 319 cu. ſchiſa per cenſum & eſt reducere ad denominationem & æqua fient 29 ce. p̃. 840. æqualia 319 co. quare ce. & 28. $\frac{28}{29}$, æquatur 11 co. quare p̃. rancor minne dami: valet res 5 $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 1 $\frac{11}{116}$ & tantum habuit primus alij 11

autem inueniuntur faciliter replicando poſitionem & dando primo loco de 1 co. valorem qui eſt $5\frac{1}{2}$ p̄. R. $1\frac{1}{100}$, quare &c.

12 Dixit primus ſecundo ſi dederis partem tuorum qualis eſt 3. meorum habebo 10. plus tuo reſiduo, dixit ſecundus primo ſi dederis talem partem tuorum qualis eſt 4. meorum habebo 6. plus, tuo reſiduo, pone quod habeant 1 co. ambo igitur quando habebit primus 10. plus ſecundo tunc primus habebit $\frac{1}{2}$ co. p̄. 5. & ſecundus $\frac{1}{2}$ co. m̄. 5. & quando ſecundus habet 6. plus primo habebit $\frac{1}{2}$ co. p̄. 3. & primus $\frac{1}{2}$ co. R. 3. igitur differentia vtrorumque eſt 8. à plus ad minus, diuide 8. per regulam vt tantum faciant partes inuicem ductæ quantum facit 3. pars prima in 4. partem ſecundam & ſunt 12. erit igitur per Algebra vna pars 6. & alia 2. componentes 8. & producentes 12. igitur ſecundus dabit primo 2. cum igitur ſit talis pars 2. de ſecundo, qualis 3. de primo, igitur erit proportio primi ad ſecundum veluti 3. ad 2. fac igitur tertio poſitionem dando primo 3 co. ſecundo 2 co. aufer 2. ex 2 co. remanent 2 co. m̄. 2. adde primo fiunt 3 co. p̄. 2. & hæc differentia eſt 10. igitur 3 co. p̄. 2. æquantur 2 co. p̄. 8. quare 1 co. valet 6. & primus habuit 3 co. igitur habuit 18. & ſecundus 12. & ita ſoluuntur per 3. poſitiones, quas aliter ſoluere eſt ferè impoſſibile fundatur autem ſolutio quoniam proportio totius ad totum, eſt veluti omnium partium conſimilium ad quaſcunque partes conſimiles.

13 Quantum ad rationem ludorum ſciendum eſt quod in ludis non habet conſiderari niſi terminus ad quem & hoc in progreſſione diuidendo totum per eaſdem partes exemplum duo ludunt ad decem vnus habet 7. alius 9. quæritur in caſu diuiſionis non finiendo ludum quantum quiſque debet habere ſubtrahe 7. à 10. remanent 3. ſubtrahe 9. à 10. remanet 1. progreſſio 3. eſt 6. progreſſio 1. eſt 1. dabis igitur diuidendo totum depoſitum in 7. partes 6. partes habenti 9. & 1. partem habenti 7. ponamus igitur quod poſuiſſent aureos 7. ſinguli, tunc totum depoſitum eſſet 14. ex quibus 12. contingunt habenti 9. & 2 habenti 7. ludos, quare qui habet 7. perdit $\frac{5}{7}$ capitalis. Aliud exemplum ponamus quod ludus ſit ad 10. & vnus habeat 3. alius 6. ſubtrahe fiunt reſidua 7. & 4. progreſſio 7. eſt 28. progreſſio 4. eſt 10. igitur totius ſummæ dabo habenti 6. ludos 28. partes, & habenti 3. dabo partes 10. & ita diuidam totum depoſitum in 38. partes, & ille qui habet 3. perdit $\frac{9}{19}$ ſui capitalis.

14 Ratio autem demonſtratiua ſuper hoc eſt quod ſi facta diuiſione iterum ludus eſſet inchoandus, partes haberent deponere idem quod receperunt ſtante conditione, & ſit in exemplo primo quod quis dicat volo ludere, hac conditione vt tu non poſſis vincere niſi vincas 3. ſine intermiſſione, & ſi ego vinco vnum volo vincere, & deponat ille qui vult vincere 3. ludos aureos 2. quantum habet deponere alius dico quod deponet 12. ratio nam ſi ad vnum ludum haberent ludere ſufficeret ponere 2. & ſi duos, haberet ponere triplum, ratio quia vincendo ſimpliciter 2. ludos vinceret 4. ſed hic ſtat cum periculo perdendi ſecundum victo primo, igitur lucrari debet triplum, & ſi ad 3. ſexcuplum, quia duplicatur difficultas, igitur haberet ponere 12. & iam accepit 12. & ille 2. igitur diuiſio fuit conuenienter facta: & hoc vbi ſeparatio eſſet de voluntate partium, aliter ſi ſit cauſa habentis plus diuiditur per æqualia ſi cauſa habentis minus perdidit totum.

Duo ludebant vnus ponebat 4. contra 5. alius 13. contra 16. quæritur quis meliore poſuit conditione, hoc fit per regulam trium: ducendo 5. in 13. fit 65. diuide per 4. exit $16\frac{1}{4}$ & contra $16\frac{1}{4}$ debuit ponere ille qui poſuit 13. cum igitur poſuerit contra 16. poſuit deteriore conditione quàm ille qui poſuit 4. contra 5. ſi vis ſcire quantum pro 100. dic ſi 13. capitale producit $\frac{1}{4}$, quid producet 100. & producet $1\frac{12}{13}$, & tanto deteriore conditione poſuit addit poſtmodum Frater Lucas quod hoc eſt veluti in tranſmutationibus & bene dixit. 15

Quidam vult ludere ad primum pro ſe, & vult ponere 12. contra 1. quæritur ad quot debet ludere ſocius, quæras progreſſionem de 12. pro ſumma per Rem nam capio rem & diuido per æqualia fit $\frac{1}{2}$ co. adde ad eam $\frac{1}{2}$ per regulam fit $\frac{1}{2}$ co. p̄. $\frac{1}{2}$, duc in 1 co. fit $\frac{1}{2}$ ce. p̄. $\frac{1}{2}$ co. æqualia 12. igitur 1 ce. p̄. 1 co. æqualia 24. quare res valet R. $24\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$, & hic eſt maior terminus igitur cum R. 24 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ ſit maior 4. & minor 5. dices quod ludendo ad 4. luderet meliore conditione quàm ille qui ludit ad 1. & ludendo ad 5. luderet deteriore conditione quàm ſocius. 16

Quidam pauper ibat ad domum diuitis ſingulo die vt luderet aureum vnum, hoc modo, quod cum pauper perdebat aureum ceſſabat à ludo, ſi vincebat continuabat ad ſingulos ludos, & ille ſemper deponebat quantum habebat pauper vſque ad 4. ludos, deinde ceſſabant & ſit exemplum primo ludo diues deponebat aureum, ſi vincebat finiebatur ludus pro illa die, ſi perdebat pauper habebat 2. aureos, vnde in ſecundo ludo deponebat diues aureos 2. ſi vincebat adhuc finitus erat ludus, ſi perdebat pauper habebat 4. aureos, vnde diues deponebat aureos etiam ipſe 4. & ita in quarto ludo deponebat 8. ſi igitur diues vincebat, pauper amittebat 7. iam lucratos, & vnum de ſuis aureis ſi viciſſet tunc auferebat 16. aureos, 15. videlicet ſuperlucratos, quæritur igitur continuando pluribus menſibus hoc modo, pari exſtente fortunâ & ſcientiâ ludi, quis ludit meliore conditione, & quantum pro 100. clara eſt reſponſio progreſſio de 4. eſt 10. igitur non deberet diues ponere niſi 10. aureos, & iam perdit 15. igitur peiore conditione ludit diues quam pauper, & quia 5. eſt medietas 10. igitur conditio eſt deterior 50. pro 100. continuando igitur pauper multum lucrabitur, ita quod in anno lucrabitur 182. aureos, quia dimidium depoſiti, quod ſi fortuna ſit diſpar etiam longe melius quia omnis proportio addita maiori 17

ioti, & minori æqualiter, auget magis ſupra maiorem quam ſupra minorem, & ita remotis fraudibus, & ſcientia æquali exiſtente, impoſſibile quaſi eſſet pauperem non vincere, verum pauperes aliquando impedit timor, aut lætitia, diuides autem non cum tanto affectu ludunt, & ideo ſecurius, &c.

18 Et ex his dicamus de ludis aliquid & ſunt memoratiui, veluti quando quis vult intelligere numerum excogitatum, facit vt adiiciat medietatem quod ſi non poteſt facit vt compleas, deinde facit iterum adiicere medietatem, & ſi non poteſt facit vt compleas, deinde proiicit. 9. & quotiens proiicis totiens 4. inuenitur in numero excogitato, & cauſa eſt quia proportio 9. ad 4. eſt compoſita ex duabus ſexquialteris, poteſt igitur accidere quadrupliciter & dabo tibi exemplum in 4. modis, cogitet primo 17. adde dimidium fit 25 $\frac{1}{2}$, & quia eſt fractio comple fit 26. adde fit 39, proiice 9. quater igitur duc 4. in 4, fit 16. & quia fractio fuit primo loco igitur habuit 17. addendo vnitatem ad 16. cogitet ſecundo etiam 18. adde dimidium fit 27. dimidium fit 40. $\frac{1}{2}$ comple fractionem fit 41. proiice 9. quater duc 4. in 4. fit 16. & quia fractio fuit ſecundo loco adde 2. fit igitur 18. & ita cogitauit cogitet tertio etiam 19. adde dimidium fit 28 $\frac{1}{2}$ & quia habet fractionem comple fit 29. adde dimidium fit 43 $\frac{1}{2}$ comple fit 44. proiice 9. fit hoc quater duc 4. in 4. fit 16. & quia fractio fuit primo & ſecundo loco adde 3. fiet numerus cogitatus 19. cogitet quarto 20. adde dimidium fit 30, adde dimidium fit 45. diuide per 9. exit 5. duc in 4. fit 20. & quia nulla fuit fractio, ideò dices quod cogitauit 20. & hoc eſt generale. Et ſimiliter cognoſcunt annulum vbi fuerit abſconſus inter plurimos homines. ei in qua manu, digito, & articulo. Et ſimiliter inter tres res quis habeat diſtingunt, cum 18. tabulis, aut lapillis. Et ſimiliter cognoſcunt cartam numero cogitatam per ternam diuiſionem in quatuor, & ſimiliter ponũt quotquot voluerint tabulas in circuitur & excipiunt albas dimittentes nigras, fit autem in 15. tabulis albis & totidem nigris ſed poteſt fieri in quolibet numero, & dicitur ludus Ioſeph, qui cum hoc ſociis vt dicunt per ſortem vt illi putabant mortem iniunxit, ipſe quia inopiâ premebantur cum ſocio tantum ſeruatus eſt, & diſponunt quotquot lapillos in circuitu & per duas contrarias numerationes faciunt exire cogitatum ex illis, & hîc inter cæteros non intelligentibus eſt mirabilis, licet ſit res ſimplex, & fiunt ludi mentales & ſunt vt vnus habet 1. 3. 6. poteſtate: alius. 2. 4. 5. & vadant ad 100. aut vnus 1. 3. 5. 8. 9. alius 2. 4. 6. 7. 10. & vadunt ad 100. qui perfecerit vincit, & ſunt magnæ inuentionis, & ego inueni æquitando & ſine aliquo auxilio cum ſocio potes ludere & memoriam exercere, & adſunt loca fallaciarum, & triumphi, & vacua in vnoquoque, vt non minor ſit ludo ſchacorum mentali quantum igitur longum & inutile eſſet infinitas numerorum differentias in ludis referre ob hæc pertranſimus ita tamen vt ſcias horum duorum vltimorum eum qui fit per 1. 3. 6. minorem alium qui fit per. 1. 3. 5. 8. 9. maiorem appellari, fit etiã dando. 6. 2. 1. vtrique luſori imaginando. fritillum & huius memoriæ & ingenij non eſt finis, ita vt etiam cum ipſo fritillo, non parum ſit optimè luſiſſe, fit etiam ludus tranſitus, ſit & intercipiens, fit & ludus proportionalitatum diſpoſitus in fine Arithmeticæ Fratris Iordani, ſed de his ſatis.

Pertinet & ad extraordinarias quæſtiones 19
adiicere quaſdam interrogationes vt panis in valore frumenti ſolidorum 100. fit vnciarum 9. quando valet ſolidos 140. quot debet fieri vnciarum, duc 100. in 9. fit 900. diuide per 140. fit vnciarum 6 $\frac{1}{7}$: & ideo eſt ac ſi diceres ſi 140. fit 100. quid fiet 9. & patet quod eſt conuerſa in operatione ad alias eſt tamen in ſimilibus regula generalis.

Capvt LXII.

De Datis.

Data dicuntur cognita cum ignota ex notis cognoſcuntur, veluti cognoſco quidem 10. & quid ſit medietas, igitur cognoſco etiam quid ſit medietas. 10. quæ eſt 5.

Cognoſcere qua dupliciter dicitur & om- 1
nibus his modis dicitur datum primo modo perfectè & nominatim, & hoc modo cognoſcimus 7. & omnem numerum integrum, vel fractum, aut perfectè non tamen nominaliter veluti cum cognoſco ℞. 7. aut omnem quantitatem irrationalem, tertio modo cum cognoſcimus ſecundum propinquum veluti cum ſcio cordas arcuum vel motus cœleſtes, nam non ſciuntur præcisè niſi admodum paucæ & hoc modo dicimus quod hoc cognitum inſenſibiliter differt ab incognito quod eſt vera quantitas, & hoc vtuntur Aſtronomi, & præcipuè Ptolomæus, quarto dicimus datũ inter duas quantitates notas veluti cũ dicimus quod proportio circũferentiæ ad diametrum eſt minor quàm 22. ad 7. & maior tripla & $\frac{10}{71}$, & hoc eſt dicere quod eſt maior quam 223. ad 71. & hic modus eſt quo vtitur Ptolomæus ad conſtituendam cordam vnius gradus, per cordam gradus & dimidij, & per cordam arcus trium partium ex quatuor vnius gradus, & hoc vtitur Ioannes Monte Regius contra Nicolaum de Cuſa, & de his datis præfertur quidam liber Euclidi aſcriptus.

His viſis in quolibet quatuor modorum 2
cognoſcimus aut differentiam, aut quantitatem, aut proportionem, & tunc vel differentia cognoſcitur ex duabus quantitatibus cognitis, aut ex duabus proportionibus cognitis, aut ex quantitate & proportione cognitis, & ſimiliter aut quantitas cognoſcitur ex quantitate & differentia, aut quantitate & proportione, aut ex proportione & differentia, & ſimiliter aut cognoſcimus proportionem eſt duabus quantitatibus, aut ex quantitate & differentia, & ita ſunt 8. modi, & fit cognito, etiam in trigonis &

quantitatibus continuis & de his protractauit Ioannes Monte Regius.

3 Cum fuerint duæ quantitates cognitæ erit differentia earum cognita detrahendo minorem à maiore, quod relinquitur eſt differentia.

4 Cum fuerint duæ quantitates cognitæ, erit proportio cognita inter eas diuidendo enim vnam per aliam exit proportio diuiſæ ad diuidentem.

5 Cum fuerit quantitas & differentia cognita, erit & reliqua cognita: addendo vel minuendo differentiam, veluti 7. excedit in 3. quantitatem aliquam, igitur illa quantitas eſt 4.

6 Cum fuerit quantitas & proportio cognita, erit & alia quantitas cognita, veluti proportio ſit tripla, & numerus ſit 7. duc proportionem in numerum fit 21. cognitum.

7 Cum fuerit quantitas & proportio cognita, erit etiam differentia cognita, nam per præcedentem erit alia quantitas cognita quare per tertiam harum differentia cognita, veluti 3. cum proportione ſeptupla producit 21. à 3. eſt 18. igitur ſeptupla proportio cum 3. producit differentiam 18.

8 Cum fuerit quantitas cum differentia cognita, erit etiam proportio cognita, nam per quintam harum erit quantitas cognita: quare per quartam harum erit proportio cognita, vt ſit 7. cum differentia 13, igitur addo 13. ad 7. fit 20. diuido 20. per 7. exit proportio $\frac{20}{7}$.

9 Cum fuerit proportio & differentia cognitæ, erit quantitas vtraque cognita, hoc autem fit conuenienter per algebra, veluti ſit differentia duarum quantitatum 7. proportio autem tripla, tunc pone quod vnus habeat 1. co. alter habebit neceſſario 3. co. adde differentiam minori fiet 1. co. p̄. 7. æqualis 3 co. igitur 7. æquatur 2 co. igitur res valet $3\frac{1}{2}$, adde differentiam fit $10\frac{1}{2}$ quorum proportio eſt tripla, poteſt etiam fieri per regulam ſed non curo, multiplicare regulas, vbi algebra ſatisfacit.

10 Cum fuerint duæ proportiones cognitæ erit differentia proportionum cognita, patet detrahendo vnam ab alia, altero duorum modorum, vt dictum eſt capitulo ſuo, fit autem faciliter vno modo diuidendo quantitatem vnam per ambas proportiones, duæ exeuntes ſunt in proportione quæ eſt differentia, veluti ſit proportio 20. ad 7. & 5. ad 3. multiplico 10. puta, per 7. & diuido per 20 exit $3\frac{1}{2}$, & ſimiliter duco 3. in 10. fit 30. diuido per 5. exit 6. dico igitur quod proportio quæ relinquitur detracta vna ab alia per modum compoſitionis, & non aggregationis eſt proportio 6. ad $3\frac{1}{2}$, & eadem 12. ad 7. quod demonſtratur ex diuiſione proportionum habita in capitulo trigeſimo ſeptimo, hoc modo ducito 7. in 5. fit 35. & 3. in 20. fit 60. igitur diuidendo $\frac{20}{7} \times \frac{5}{3}$ $\frac{60}{35}$ proportionem 20. ad 7. per proportionem 5. ad 3. exit proportio 60. ad 35 quæ eſt eadem cum proportione 12. ad 7. & ad $3\frac{1}{2}$.

11 Cum fuerint duo cognita duobus modis tertium quod cognoſcitur non cognoſcetur niſi infirmiore modo, & hoc in omnibus veluti 7. cognoſcitur perfectè & cum nomine, & ℞. 3. cognoſcitur ſine nomine, igitur differentia eorum, & ſimiliter proportio ſine nomine cognoſcentur, & ita incognitum ſemper ſequitur debiliorem partem, & ita area circuli dato quod diameter cognoſcatur perfectè quia tamen circumferentiæ proportio ad diametrum non eſt cognita niſi quarto modo non cognoſcetur nec area nec circumferentia niſi illo quarto modo, & ita de reliquis poſſibile tamen eſt per accidens cognoſci aliquid fortiori modo quam ſint illa per quæ cognoſcitur, veluti ſit latus trigoni ortogonij oppoſitum recto ℞. 7. aliud vero continens rectum ſit ℞. 3. cognita ambo & ſequitur quod tertium continens: angulum rectum erit ℞. 4. quod eſt 2. & ita cognitum perfectè & nomine, cum tamen ea per quæ fuit cognitum eſſent tantum cognita ſine nomine, ſed hoc non eſt niſi contingenter.

Cumque fuerit trigonus cuius ſit angulus 12
& duo latera continentia nota, erunt reliqua quatuor videlicet duo anguli reliqui, latus reliquum, & area cognita ſi tamen angulus non ſit contentus à lateribus cognitis tunc oportet ſcire an angulus reliquus non contentus à lateribus ſit an non recto minor, tunc erunt etiam reliqua etiam cognita, cum vero fuerint duo anguli cogniti, erit proportio omnium laterum cognita, quarto cum fuerint cum hoc latus vnum cognitum erunt omnia latera non ſolum ex proportione inter ipſa cognita ſed etiam abſolutè data, quod ſi tria latera cognita fuerint erunt etiam tres anguli cogniti & area, cumque fuerit area cognita & duo latera cognita & angulus contentus ſcitus in hoc an ſit acutus vel non erunt reliqua cognita, & ſimiliter area cognita & duobus angulis erunt etiam latera cognita, & cognita area & latere & angulo, cognoſcuntur reliqua, patet igitur quod tribus cognitis ex triangulo, reliqua quatuor cognoſcuntur, particulariter autem hæc docentur à Ptolomæo per circuli circumſcriptonē, & ab Geber & à Ioanne Monte Regio in libro *de Triangulis*, & talis cognitio plerumque eſt ſecundi modi deinde reducitur ad tertium & ſunt octo regulæ.

Capvt LXIII.

De Menſuris ſuperficierum.

Oportet circa hoc cognoſcere duo, pri- 1
mum quod omnes ſuperficies vel ſunt trigonæ vel plurilateræ vel tetragonæ vel circulares perfectè vel irregulares.

Pro menſura agrorum intellige primò nomina longitudinalium & latitudinalium laterum: deinde ſuperficierum: deinde quid proueniat ex vno in alterum.

Menſuræ longitudinales.

Giucata continet
12. Brachia

Brachium

Brachium continet
12. Vncias
Vncia continet
12. Puncta

Productio.

Menſuræ ſuperficiales.

Practica continet
24. Tabulas.
Tabula continet
12. Pedes.
Pes continet
12. Vncias.
Vncia continet
12. Puncta
Punctus continet
12. Atomos.

Pertica producitur ex ſex giucatis in longitudine & 4. in latitudine, aut 8. in longitudine & 3. in latitudine, aut 12. in longitudine & 2. in latitudine, & vniuerſaliter cum latera producunt 24. tabulas producunt perticam, & hæc eſt maior menſura Mediolanenſis licet Paduæ vtantur campis, & Romæ vtebantur iugeribus, & ſunt menſuræ perticâ maiores, prudens autem menſurator traducet regulas inferius dicendas ad modum menſurandi ſuæ regionis, impoſſibile enim eſt & tædioſum ponerere diuerſitatem vſus cunctarum nationum cum vna regula cunctis ſatisfaciat.

Giucata in Giucatam
Producit Tabulas
Giuchata in Brachia.
Producit Pedes.
Giucata in Vncias
Producit Vncias.
Giucata in Puncta
Producit Puncta.
Brachia in Brachia
Producunt Vncias.
Brachia in Vncias
Producunt Puncta.
Brachia in Puncta
Producunt Atomos.
Vncia in Vncias
Producit Atomos.
Vncia in Puncta nihil Producit ſenſibile multo etiam minus puncta in puncta.

2 Cum igitur figura eſt circularis metiaris diametrum, deinde triplica & adde ſeptimam partem, & habebis circumferentiam, deinde duces dimidium circumferentiæ in dimidium diametri, & habebis aream. Exemplum ſit diameter agri circularis quanquam rarò inueniatur 28. giucatarum, tripla addendo ſeptimam partem fient 88. giuchatæ, & tanta eſt circumferentia cuius cape dimidium & eſt 44. & duc in dimidium diametri quod eſt 14. fiunt Tabulæ 616. quas diuide per 24. exeunt perticæ 25. Tabulæ 16. & tanta fuit area illius circuli.

3 Quod ſi ſuperficies data ſit quatuor laterum præciſè & omnium angulorum rectorum, tunc duces vnum latus longitudinale in latitudinale & quod producitur eſt area, veluti ſit area longitudinis 40. giucatarum, latitudinis 17. giucatarum, duc 17. in 40. fit 680. tabulæ, diuide per 24. exeunt perticæ 28. tabulæ 8. & tantus erit ager, ſed caue benè vt anguli ſint præciſè recti: aliter ex minima differentia in maximum incideres errorem, & propterea bonum eſt operari per viam triangulorum, dimitiendo etiam agrum ab angulo ad angulum directè per medium, deinde operando per viam triangulorum vt infra exemplificabo.

Quod ſi figura ſit trigona quomodolibet 4
dummodo latera ſint ex rectis lineis, tunc dimetiaris omnia & congrega ea ſimul, deinde aggregatum dimidiabis & ab eo dimidium cuiuſque lateris ſeorſum detrahe & fient tria reſidua: deinde duc illud dimidium aggregati in reſiduum vnum, & productum in aliud reſiduum, & productum in tertium reſiduum, deinde accipe radicem producti & hæc erit area.

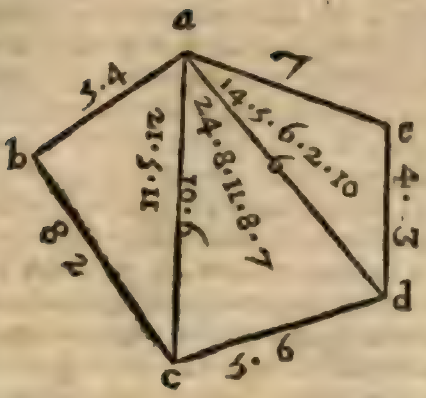
Exemplum ſit in ſuperficie A, B, C, D, E, trigonus A, B, C, quem volo metiri & ſit latus ab giucare 5, brachia 4. & latus B, C, giucare 8. brachia 2. & latus A, C, giucatæ 10. brachia 6. tunc aggrega omnia fient giuchare 24. dimidium eſt giucare 12. detrahe latera ſingula remanebunt vt in figura.

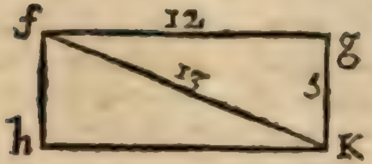
	Latera	Reſiduum.
	giuc. 5. brac. 4.	giuc. 6. brac. 8
12. Giuchatæ	giuc 8. brac. 2.	giuc. 3. brac. 10
	giuc. 10. brac. 6.	giuc. 1. brac. 6

Multiplica igitur per modum fracti videlicet 12. in $6\frac{2}{3}$ fit 80. nam brachia 8. ſunt $\frac{2}{3}$ vnius giuchare: duc 8. in $3\frac{5}{6}$ ſecundum reſiduum, fiunt 306. $\frac{2}{3}$, ducito tertio ipſum $306\frac{2}{3}$ in reſiduum tertium quod eſt giuc. 1. brac. 6, vel in $1\frac{1}{2}$ fit 460. præciſè, huius radix eſt tabulæ 21. pedes 5. vnciæ 11. & tanta fuit area.

Et circa hæc ſcire conuenit reducere par- 5
tes nominatas in fractiones & econtra, veluti volo reducere tabulas 21. pedes 5. vncias 11. in tabulas & fractiones, tunc tu ſcis quod tabula continet 12. pedes: & pes continet 12. vncias, duc igitur 12. in 12. fit 144. igitur tabula continet 144. vncias, cum igitur ſint 5. pedes erunt 60. vnciæ ducendo 12. in 5, deinde adde 11. vncias fient 71. igitur cum vnciæ in tabula ſint 144. erunt Tabulæ 21. & $\frac{71}{144}$ vnius Tabulæ.

Per idem ſi adeſſent puncta, duceres 12. in 144. & fierent 1728. puncta, & poſt duceres numerum pedum in 144. & vnciarum in 12. & congregares ſimul addendo puncta & totum eſſet numerator & denominator eſſet 1728: exemplum ſint Tabulæ 5. pedes 7. vnciæ 9. puncta 6. duc 7. in 144. fiunt 1008. duc 9. in 12. fiunt 108. adde ei 1008. fiunt 1116. adde puncta 6. quæ habebas erunt 1122. & ita erunt Tabulæ 5. & $\frac{1122}{1728}$ vel ſchiſando Tabulæ 5. & $\frac{187}{288}$ vnius Tabulæ.

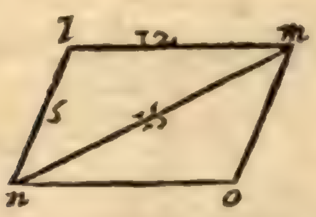




Et per contrarium ſint Tabulæ 5. & $\frac{187}{288}$ volo reducere fractionem aliam ad pedes vncias puncta ſemper duces numeratorem in 12. diuidendo per denominatorem.

Exemplum duco 187. in 12. fiunt 2244. diuide per 288. exeunt 7 & tot ſunt pedes & ſuperſunt 228. duc itreum 228. in 12. fiunt 2736. diuide per 288 exeunt 9. vnciæ, & ſuperſunt 144. duc iterum 144. in 12. fiunt 1728. diuide per 288. exeunt 6. puncta præciſè & ita de aliis.

Et nota quod alij faciunt giucatam tantum 6. brachia & alij vocant quod ego dixi brachia pedes ſed ego duplicaui numerum giucatæ vt ſeruaretur proportio vna ad alleuiandum laborem, & appellaui brachium quod alij dicunt pedem, ad differentiam pedis qui eſt ſuperficies & duodecima pars Tabulæ ad vitandum æquiuocationem, & hoc etiam Lector conaberis facere nam æquiuocatio nominis plerúmque parit aut ambiguitatem aut etiam errorem.



6 Et nota quod maior area quæ poſſit contineri à duabus lateribus trigoni eſt quando angulus contentus fuerit rectus, & quanto fuerit angulus contentus remotior à recto ideſt obtuſior aut acutior, tanto area erit minor.

7 Cum autem fuerit menſuranda area ſuperficiei multilateræ vt pote. A, B, C, D E, tunc reſolue eam in triangulos veluti A, B, C, &. A, C, D, &. A, D, E, quorum primus eſt Tabulæ 21. pedes 5. vnciæ 11. vt probatum eſt, pari ratione ſecundus. A, C, D, cum latera iuncta ſint 25. dimidium $12\frac{1}{2}$ differentiæ laterum 2. & $3\frac{1}{2}$ & 7. duco $12\frac{1}{2}$ in 2. fit 25. deinde in 7. fit 175. deinde in $3\frac{1}{2}$ fit $612\frac{1}{2}$ cuius ℞. eſt colligenda hoc modo, quadrupla $612\frac{1}{2}$ fit 2450. deinde adde 6. nullationes fit 2450000000. cuius cape ℞. quæ eſt 49497. a qua proiice tres litteras à manu dextra capiendo primo dimidium quod eſt 24748. erit ℞. 24 Tabulæ erunt Tabulæ 24. pedes 8. vnciæ 11. puncta 8. atomi 7. & ſimiliter ſciemus ſuperficiem trigoni. A, E, D, quoniam erit productum ex dimidio laterum 209. $\frac{1}{2}$ in reſidua cuius ℞. eſt $14\frac{11}{16}$ vel Tabulæ 14. pedes 5. vnciæ 6. puncta 2. atomi 10. igitur aggregabimus omnes triangulos & fient perticæ 2. Tabulæ 12. pedes 8. vnciæ 4. puncta 11. atomi 5. & tanta erit ſuperficies illa pentagona.

Quod autem hæc ratio de traingulis vera ſit capiamus ſuperficiem rectam gulam. F, G, H, K, cuius. F, G, eſt 12. & G, K, 5. igitur area erit 60. per dicta ſuperius, nam & per hanc regulam erit 60. Nam diagonalis F, K, erit ℞. 169. quare erit 13: igitur dimidium aggregati laterum erit 15. & reſidua 2. & 3. & 10. duco 15. in 2. fit 3. & 30. in 10. fit 300. & 300. in 3. fit 900. cuius ℞. eſt 30. area trianguli, cum igitur paralelogrãmum componatur ex 2. & traingulis æqualibus erit area paralelogrammi 60. quod erat probandum, poſſet etiam demonſtrari ſed non eſt hîc locus ſed in libro de trigonis.

Quod autem menſura per quadrilatera quæ in vſu eſt ſit periculoſa demonſtratur in Romboide. L, M, N, O, cuius ſi duo latera inuicem multiplicentur fieret area 60. & tamen quia anguli ſunt aliqualiter acuti non eſt tanta, cum enim diagonalis, ſit 15. erit dimidium aggregati laterum 16. quare differentia 11. & 4. & 1. ducantur in 16. fiunt 704. cuius ℞. eſt Tabulæ $26\frac{11}{100}$ ergo duplum eſt parum plus 53. tabulis, patet igitur quod eſſet error 7. tabularum in 60. quare ex minimo errore angulorum conſequitur error ſenſibilis, ſecuriſſima igitur eſt via menſurandi per trigonos & præciſa valde licet non expertis videatur aliqualiter difficilior. 8

Si vero ſuperficies ſit irregularis & obliquis lineis circunducta, tunc reducitur ad triangulos eodem modo, ſed magna cum diligentia, vt nihil ſenſibile extra lineas rectas relinquatur, verum operatio poſtmodum eſt eadem. 9

Eſt etiam modus menſurandi figuras aliquas particulares per regulas infra ſcriptas. 10

Trigonus cuius duo latera ſint æqualia ſic menſurantur, duces dimidium lateris inæqualis in ſe, & ipſum auferes à quadrato vnius laterum æqualium & reſiduum multiplicabis per quadratum dimidij lateris inæqualis producti ℞. eſt area trianguli. Exemplum ſit trigonus cuius duo latera ſingula ſint 6. & tertium inæquale ſit 10. capio dimidium 10. quod eſt 5. & duco in ſe ipſum fit 25. quadro vnum latus fit 36. auffero 25. ex 36. fit 11. reſiduum. duco 11. in 25. fit 175. & ℞. 275. eſt area Trianguli. 11

Trigonus ortogonius cognoſcitur ductis inuicem lateribus angulum rectum continentibus productis medietas eſt area triaguli exemplum ſint trigoni ortogoni latera rectum angulum continentia 3. & 4. multiplico 4. in 3. fit 12. eius medietas eſt 6. area Trianguli. 12

Pro menſuratione autem figurarum

æquialterarum

æquilalterarum atque æquiangularum ſcias primo ex diametro circuli circunſcribentis talem figuram inuenire latus ipſius figuræ, & conuerſo, quod practicè cognoſcitur ex tabula iſta.

Diameter circuli circunſcribentis.	10000.
Latus trigoni.	8660
Latus quadrati.	7071
Latus pentagoni.	5878
Latus exagoni.	5000
Latus eptagoni.	4339
Latus octogoni.	3827
Latus nonanguli.	3420
Latus Decagoni.	3090
Latus Vndecagoni.	2817
Latus duodecagoni.	2588
Latus tredecagoni.	2394
Latus quatuordecagoni.	2225
Latus quindecagoni.	2079

Cognita igitur diametro alicuius circuli ſi vis ſcire latus figuræ multiplica diametrum in numerum figuræ & perticæ 4 literas à dextra & reſiduum eſt latus ſuperficiei & literæ abiectæ erunt partes de 10000 fractorum: exemplum ſit circulus cuius diameter ſit 13, volo ſcire latus vndecagoni multiplico 13. in 2817. fiunt 36621. abiicio 4. litteras à dextra remanent 3 $\frac{6621}{10000}$ & hoc erit latus vndecagoni, & eſt regula generalis in omnibus.

13 Ad ſciendum igitur aream circuli quadra diametrum, & productum multiplica per 11. & diuide per 14. exiens eſt area circuli, Exemplum ſit circulus cuius diameter ſit 10. multiplico 10. in ſe fit 100. deinde multiplico 100. per 11. fit 1100. diuido 1100. per 14. exeunt 78 $\frac{4}{7}$. & tanta eſt area circuli cuius diameter eſt 10.

14 Pro menſurando trigono æquialtero quadrabis latus eius, & productum multiplicabis per 13, & diuide per 30. & habebis areã. Exemplum ſit trigonus æquilaterus cuius vnumquodque latus ſit 6. multiplico 6. in ſe fit 36. multiplico 36. in 13. fit 468. diuido per 30. exit 15 $\frac{3}{5}$ & tanta eſt area, ſi autem velles præciſius multiplica per 433. & diuide per 1000. quod exit eſt area Exemplum fuit latus 6. trianguli æquilateri, multiplico in ſe fit 36. multiplico 36. in 433. fit 15588. diuido per 1000. exit 15. $\frac{147}{250}$ & tanta eſt area trigoni valde præciſa.

15 Pro quadrato multiplica latus in ſe ipſum. & productum eſt area.

Exemplum ſi latus eſt 4. area erit 16. & ſi ſit 7. area erit 49. Quadrilateri autem habentis omnes angulos rectos productio areæ fit ex duobus lateribus longitudinali latitudinali inuicem ductis vt dictum eſt.

16 Pro pentagono area conſtat ex ductu ſemidiametri circuli ei ſcripti in duplum cum dimidio vnius vnius lateris practice autem ſic cognoſcitur multiplica latus vnum in ſe, & productum per 5056. & quod fit diuide per 2939. exiens eſt area.

Exemplum ſit latus pentagoni æquilateri 10. multiplico in ſe fit 100 multiplico 100. in 5056. fit 505600. diuide per 2939. exit 172 $\frac{92}{2939}$ & tanta eſt eius area.

Pro exagono æquilatero multiplica latus in ſe, & productum per 13. & quod fit diuide per 5. exiens eſt area. 17

Exemplum ſit latus exagoni 10. duco in ſe fit 100. multiplico 100. per 13. dabit 1300. diuide per 5. exeunt 260. & tanta eſt area exagoni.

Pro eptagono multiplico latus in ſe & productum in 34190. & diuide per 9413. quod exit eſt area. 18

Exemplum ſit latus eptagoni 10. duco in ſe fit 100. multiplico 100. in 34190. fiunt 3419000. diuido per 9413. exit area eptagoni 363 $\frac{2081}{9413}$.

Pro octogono multiplica latus in ſe deinde per 11780. & quod fit diuide per 2441. quod exit eſt area. Exemplum ſit latus 10. multiplico in ſe fit 100. multiplico 100. in 11780. fit 1178000. diuido per 2441. exit area octogoni 482 $\frac{1438}{2441}$. & nota quod ſuperficies inſcripti circulo eſt medio modo proportionalis inter quadratum inſcriptibile & circonſcriptibile eidem circulo vt demonſtrat Orontius, vnde ſi quis dicat, habeo circuculum cuius diameter eſt 10. quantus erit octonus ei inſcriptibilis ſemper multiplica 10. in ſe fit 100. deinde accipe dimidium 100. quod eſt 50. multiplica vnum per alterum fit 5000. huius cape ℞. quæ eſt 70 $\frac{71}{100}$ & tanta eſt area octogoni. 19

Pro nonangulo multiplica latus in ſe & productum per 18075. & quod fit diuide per 2924. exiens eſt area nonanguli. Exemplum ſit latus nonanguli 10. multiplico in ſe fit 100. multiplico 100. in 1875. fit 1807500. diuido per 2924. exeunt 618 $\frac{117}{731}$. 20

Pro decagono quadra latus eius, deinde multiplica in 285315. & productum diuide per 37082. exiens eſt area Exemplum latus decagoni ſit 10. quadratum eius eſt 100. multiplico in 285315. fit 28531500. diuide per 37082. exit area 769 $\frac{7721}{18541}$. 21

Pro vndecagono multiplica latus in ſe & productum in 14856. & diuide per 1587. Et exiens eſt area. Exemplum ſit latus vndecagoni 10. duco 10. in ſe fit 100. multiplico 100. per 14856. fiunt 1485600. diuide per 1587. exeunt 936 $\frac{56}{529}$. 22

Pro duodecagono multiplica latus in ſe, inde productum per 37485. & quod fit diuide per 3349. exiens eſt area duodecagoni Exemplum ſit latus duodecagoni 10. duco 10. in ſe fit 100. duco 100. in 37485. fiunt 3748500. diuido per 3349. exeunt 1119. $\frac{969}{3349}$: & tanta eſt area duodecagoni. 23

Pro tredecagono multiplica latus in ſe & productum per 7552. & quod fit diuide per 573. & exiens eſt area tredecagoni. Exemplum ſit latus 10. duco in ſe fit 100. multiplico per 7552. fit 755200. diuido per 573. exit 1317 $\frac{559}{573}$ & tanta eſt area. 24

Pro quatuor decagono multiplica latus in ſe & productum per 7586. & quod fit diuide per 495. exiens eſt area quatuor decagoni. Eemplum ſit latus eius 10. multiplico 1000. per 7586. fiunt 758600 diuido per 495. exit area 1532 $\frac{52}{99}$. 25

Pro quindecagono multiplica latus in ſe, & productum per 635. & quod fit diuide per 36. exiens eſt area eius. 26

Exemplum

Exemplum ſit latus eius 10. duco in ſe fit 100. multiplico 100. per 635. exit 53500. diuido per 36. exibit area quindecagoni 1763 $\frac{8}{9}$: qui autem vult præciſionem in ſurdis operetur per quadrageſimum quartum capitulum.

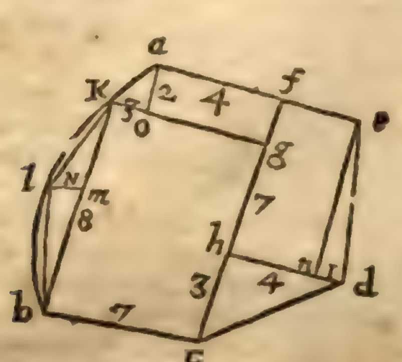
27 Ex his habetur regula per aream cognitã inueniendi latus figuræ æquilateri aut circuli per operationẽ conuerſam præciſæ & in hoc ſufficient tibi duo exempla primum ſit area circuli 78 $\frac{4}{7}$ volo ſcire diametrum multiplico 78 $\frac{4}{7}$ per 14. fiunt 1100. diuido per 11. exit 100. capio ℞. 100. quæ eſt tanta eſt diameter circuli.

Secundum ſit area trigoni 15 $\frac{147}{250}$ multiplico per 1000. fit 15588. diuido per 433. exit 36. capio ℞. 36. quæ eſt 6. & tantum fuit latus trigoni æquialteri. & ita præciſe operaberis in aliis duodecim figuris per conuerſum ſuarum regularum.

28 Et quia accidit inuenire quandoque proportionem maiorem quam oportet, & minorem, vt inuenias medium aggrega denominatores inuicem, & numeratores inuicem, & proportio aggregatorum eſt media, Exemplum volo proportionem mediam inter $\frac{7}{10}$ & $\frac{5}{7}$ aggrega 5. & 7. fit 12. & 10. & 7. fit 17. igitur $\frac{12}{17}$ eſt minor $\frac{5}{7}$ & maior $\frac{7}{10}$: & ponamus quod velim ad huc maiorem hac & minorem $\frac{5}{7}$ adde 5. & 12. fit 17. & adde 17 & 7 fit 24. igitur $\frac{17}{24}$ eſt maior quàm $\frac{12}{17}$ & minor $\frac{5}{7}$.

29 Si verò ex data circunferentia circuli velles ſcire aream, multiplica eam in ſe, & productum in 7. & totum diuide per 88. quod exit eſt area. Exemplum ſit circunferentia circuli 10. duco 10. in ſe fit 100. multiplico 100. per 7. fit 700. diuido per 88. exit 7 $\frac{21}{22}$: & tanta erit area circuli prædicti.

Si verò velles habere katetum alicuius fi-
30 guræ mulciplica dimidium lateris ipſius figu-



ræ in ſe & productum ſubtrahe à quadrato ſemidiametri circuli circumſcribentis talem figuram, & reſidui ℞. eſt Katetus.

31 Et ex his manifeſta eſt operatio menſurantium terram alio modo videlicet reducendo omnem figuram ad quadrilaterum ortogonium & trigonos ortogonios ducendo perpendiculares deinde per dicta ſuperius inueniunt tota ſuperficiem.

Exemplum ſit figura irregularis A, B, C, D, E, producunt per pendigulares B, K, C, F, D, H, E, N, K, G, A, O, L, M, eritque tota ſuperficies reſoluta, aut in paralelogrãma, aut in trigonos ortogonios, ſit igitur. B, K, 8. igitur &. L, M, 2. erit igitur trigonus. B, L, k, ex prædictis 8. & trigonus A, O, k, 3. & ſuperficies. B, C, K, G, 56. & ſuperficies A, F, O, G, 8. & ita de reliquis vt vides in figura.

K, L, B.	8	trigonus.
K, A, O.	3	trigonus.
K, G, B, C.	56	quadrilaterum.
A, F, O, G.	8	quadrilaterum.
F, E, H, N.	28	quadrilaterum.
D, H, C.	7 $\frac{1}{2}$	trigonus.
E, N, D.	3 $\frac{1}{2}$	trigonus.

Summa ſummarum 114 tota figura.

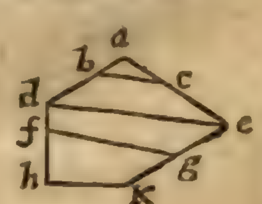
Manifeſtum eſt igitur quod reſoluunt totam figuram aut in paralelogramma rectangula, aut in trigonos ortogonios, deinde in paralelogrammis multiplicant latera non oppoſita, ſed rectum continentia, & accipiunt productum. in ortogoniis vero trigonis multiplicant latera rectum angulum continentia, & producti accipiunt medietatem provt declarauimus in exemplo & etiam in regula ſuperiore.

Modus autem hîc menſurandi eſt illo qui per triangulos à me dictus fuit tædioſior & longè fallacior, & ô vtinam non haberem niſi tantum agri, quantum ex hoc modo menſurandi ſingulis annis à vera menſura aberratur, conſtat ſanè modico anguli errore, 10, perticas in 300. plus vel minus accedere: anguli enim differentia cum fuerit modica incomprenſibilis eſt, laterum autem quantuncumque minima cognoſcitur, agrimenſores tamen cum ſuis nouempedis, ita enim dimidium giucatæ dicitur vulgariter trabucho, quod eſt brachiorum 6. ob ſupputandi imperitiam, hoc ſecundo magna ementium iactura vtuntur, primum derelinquentes modum.

Diuiſio agrorum.

Cum volueris diuidere aliquem agrum, in duas, aut tres, aut quatuor partes, aut quotcunque volueris, vel abſcindere ab agro perticas quotcunque vis, tunc hoc poteſt fieri tribus modis, aut ex parte anguli, aut ex parte tranſuerſali aut per lineam æquidiſtantem.

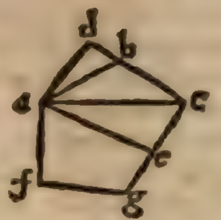
In primo exemplo ponamus quod velim ex parte anguli A, abſcindere perticas vtpote ſex, per lineam B, C, aut plus per lineam de, aut plus per lineam F, G, omnes autem ſunt quaſi æquidiſtantes angulo A, & hic eſt primus modus.



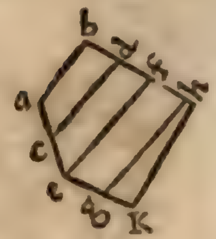
primus.

In ſecundo exemplo ponamus quod per lineam tranſuerſalem velim auferre partem agri: veluti per lineam A, B, vel per lineam A, C, vel per lineam A, E, quarum quælibet illarum eſt tranſuerſalis reſpectu lateris A, D, oriens ab angulo A, & hoc fiet quando vicinus qui habet agrum conterminum

minum, habet ipſum latiorem verſus A, & anguſtiorem verſus B, & C, tunc abſcindendo per lineam tranſuerſalem faciet agrum quadratum.

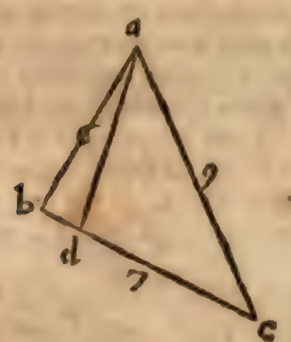


ſecundus.



tertius.

In tertio exemplo abſcindam perticas 6. aut 10. aut 25. per lineas C,D, vel E, F, vel G, H, quarum quælibet eſt æquidiſtans lateri A, B, verſus quod vicinus habet agrum ſuum, iſtis modis & non aliis diuiduntur agri & abſcinduntur partes proportionales qualeſcumque deſiderantur volo igitur docere qualiter vnuſquiſque modus perficiatur in vnaquaque figura qualiſcumque formæ ſit ſiue trigona, ſiue quadrangula, ſiue pentagona, vel exagona, vel plurium quo-



rumlibet laterum aut ſit æquilatera vel non ita quod regula tenebit in omnibus, & ad hoc faciendum intelligatur primo quomodo fiat in triangulis, & demonſtratio omnium horum pendet tantum ex prima & decima ſeptima ſexti Elementorum Euclidis.

32 Ponamus igitur quod in trigono A, B,C, cuius A, B, eſt 6. & A,C, 9. & B,C,7: velim per lineam tranſuerſalem abſcindere duas tabulas tunc ſcias per præcedentia quanta ſit area trigoni A, B, C, quæ eſt ℞. 440. quod eſt 21. tabulæ fere: deinde multiplica baſim B,C, quæ eſt 7. in 2. tabulas quas vis abſcindere fiunt 14. diuide per 21. exit $\frac{2}{3}$: & ita menſurabis $\frac{2}{3}$ vnius giucatæ B, D, & produces A, D, eritque trigonus A,B, D, duarum tabularum.

33 Et ſimiliter ſi per lineam à puncto A, velles abſcindere decimam partem totius trigoni A,B,C, abſque eo quod ſcias quantitatem trigoni A, B, C, tunc ſufficit vt diuidas B,C, in 10. partes æquales & accipies vnam ex illis, & ſit B, D, & protrahes lineam A,D, eritque trigonus A,B,D, decima pars trigoni A,B,C, eo quod B,D, eſt decima pars lineæ B,C, ex ſuppoſito.

34 Et ex hoc ſciemus in omni trigono cognitorum laterum ducta linea ab angulo A,D, baſim ita quod diuidat eam in partes cognitas quantitatem lineæ deſcendentis veluti ſit in trigono A,B,C, laterum vt ſupra A,B,6. A,C,9. B,C,7. linea A, D, deſcendens ab angulo A, ita quod C, D, ſit 5. & B,D,2. dico A,D, eſſe cognitam: erit enim per dicta in hoc capitulo area A, B, C, trigoni ℞. 440. & area trigoni A, D, C, per regulam præcedentem $\frac{5}{7}$ totius areæ A,B, C, quadrabo igitur 5. fit 25. multiplico in ℞. 440. fit ℞. 11000. diuido per quadratum 7. & eſt 49. exit ℞. 224 $\frac{24}{49}$: pono igitur A,C,9. C,D, 5. & A, D, 2 co. iungo ſimul fiunt 14. p̄. 2 co. capio dimidium quod eſt 7. p̄. 1 co. detrahe latera ſingula remanent reſidua vt vides multiplica 7. m̄. 1 co.

in 7. p̄. 1 co. fiunt 49. m̄. 7. p̄. 1 co.
1 ce. multiplica 1 co. p̄. 2. 1 co. m̄. 2
in 1 co. m̄. 2. fiunt 1 ce. 1 co. p̄. 2
m̄. 4. multiplica 49. m̄. 7. m̄. 1 co.
1 ce. in 1 ce. m̄. 4. fit 53. ce.

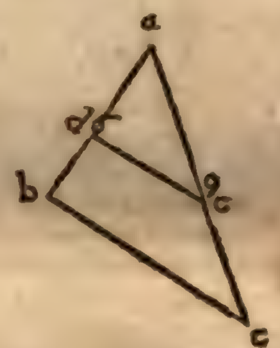
m̄. 1 ce. ce. m̄. 196. cuius ℞. V. eſt æqualis ℞. 224 $\frac{24}{49}$, æqua partes fiunt 53. ce. æqualia 1 ce. ce, p̄. 420 $\frac{24}{49}$. igitur per capitulum compoſitorum, tancor minue dami, res valebit ℞. V. 26 $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. 281 $\frac{149}{196}$ & quia ad poſita fuit 2 co. erit ad ℞. V. 106. m̄. ℞. 4508 $\frac{8}{49}$.

Et ex conuerſo huius cognita A, D, cum lateribus trigoni A, B, C, ſciemus B, D, & D,C, quantæ erunt facta poſitione. 35

Et ex hac & præcedente cognita area cuiuſcumque trigoni, & duobus lateribus, eius cognoſcemus tertium latus faciendo poſitionem, vt in tertia regula. 36

Et ex hoc cognita area & duobus lateribus, cognoſcetur angulus, per circuli circunſcribentis rationem à Ptolomæo prima Almageſti deſcriptam. 37

Quod ſi volueris ex parte anguli A, vel 38



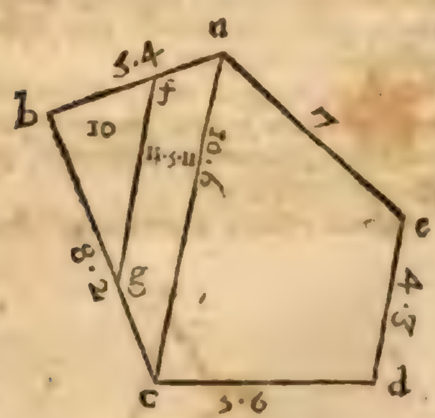
per æquidiſtantem lineæ B, C, abſcindere gratia exempli tabulas 5. facies hoc modo accipies aream totius trigoni A,B,C, quæ eſt 21. tabulæ fere: tunc multiplica A,B, in ſe fit 36, deinde in 5. numerum areæ quærendæ fit 180. diuide 180. per 21. exeunt 8 $\frac{4}{7}$, cuius ℞. eſt longitudo à puncto A, ad punctũ D, & ibi ſignabis punctum diſtantem à puncto A, per ℞. 8 $\frac{4}{7}$: & ſimiliter multiplica A,C, in ſe fit 81. deinde per 5. fit 405. diuide per 21, exit 19 $\frac{2}{7}$, cuius ℞. eſt diſtantia puncti E, à puncto A, produces igitur D, E, eritque trigonus A, D, E, 5. tabularum quod eſt propoſitum.

Quod ſi velles abſcindere $\frac{2}{3}$ vel $\frac{1}{6}$ trigoni A, B, C, abſque eo quod ſcires quantus 39
foret

foret ipſe trigonus : tunc quadra vtrumque latus continens ipſum angulum, vtpote A, B,& A,C, fient 36.& 81.& diuide per 3. ſi vis $\frac{1}{3}$: vel per 4. ſi vis $\frac{1}{4}$: & ita per denominatores partis auferendæ, ponamus igitur quod velim $\frac{1}{3}$ diuido 36. per 3. exit 12. & 81. per 3. exit 27. horum capias ℞. erit igitur punctus D, diſtans à puncto A, per ℞. 12: & eſt quaſi $3\frac{1}{2}$: & punctus E, diſtans à puncto A, per ℞. 27. quæ eſt quaſi $5\frac{1}{5}$: & ibi ducta linea D, E, fiet area A,D,E, $\frac{1}{3}$ totius trigoni A,B,C.

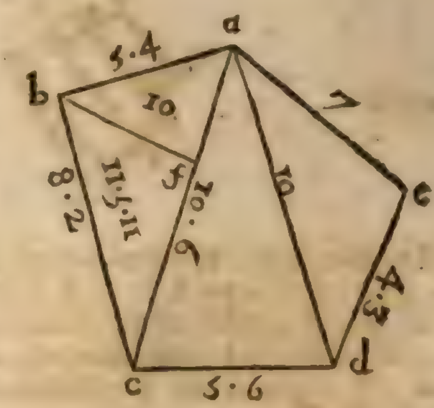
40 Et ex hoc habita area trigoni A,D,E,& duobus eius lateribus, habes tertium per quintam regulam : vel quod plus eſt ſcita area trigoni A, B, C, & quantitate A, D, cognoſces D,E,& A, E, & ſimiliter cognita area A, B, C, & linea D, E, cognoſcetur area trigoni A, D, E, & latera ſimiliter A, D, & A, E, & quod plus eſt cognita area trigoni A, B, C, & A, D, E, cognoſcentur latera trigoni A,D, E, faciendo poſitionē vt in tertia regula, ad quam non me extendo quia rara eſt vtilitas, & etiam propter facilitatem : ita tamen quod in hac regula ſemper ſupponitur linea D, E, æquidiſtans B, C.

41 Et ex his ſciemus in omni figura abſcindere quamcunque voluerimus partem, ab omni parte, ſiue ab angulo, ſiue per lineam æquidiſtantem, ſiue tranſuerſalem, & ponemus exemplum in pentagono A,B,C,D,E,



cognitorum laterum in quo ex parte anguli B, volo abſcindere tabulas 10. produco lineam A,C, quam menſurando inuenio giucatas 10. brachia 6. erit igitur trigonus A, B,C, aream habens tabularum 21. pedum 5. vnciarum 11. igitur per ſeptimam regulam ſcies abſcindere tabulas 10. per lineam æquidiſtantem lineæ A, C, ſiue angulo B, quod idem eſt, & erit, B,G, giucatæ $5\frac{57}{100}$: & B, F, giucatæ $3\frac{53}{83}$: quod conſtat hoc modo : nam B, C, eſt giucatæ 8. brachia 2. quod eſt $8\frac{1}{6}$: duco in ſe fit $66\frac{25}{36}$: multiplico per 10. aream auferendam fiunt $666\frac{17}{18}$ diuido per 21.5.11. & eſt fere $21\frac{1}{2}$: duplicando fit 43: diuiſor de $1333\frac{8}{9}$: exit $31\frac{1}{43}$ de 1000000. exit 20833: addo ad 31000000. fit 31020833. cuius ℞. eſt $5\frac{57}{100}$ fere & ita B, G tanta erit ex ſeptima regula, eodem modo duco 5. 4. quod eſt $5\frac{1}{3}$ in ſe fit $28\frac{4}{9}$. multiplico per 10. fit $284\frac{4}{9}$: diuido per $21\frac{1}{2}$ duplicando exit $13\frac{2}{9}$: multiplico $13\frac{2}{9}$ per 1000000. fit 23222222. huius capio ℞. quæ eſt $3\frac{53}{81}$ fere: & tanta erit B, F.

Quod ſi velles abſcindere pluſquam ſit area trigoni A, B, C, vtpote tabulas 30. tunc auferes totum trigonum A, B C, qui eſt 12.5.11.& remanebunt tabulæ 8. pedes 6. vnc. 1. tunc igitur eſt ac ſi diceres auferas ex ſuperficie A, C, D, E, per lineam æquidiſtantem A, C, aream tabularum 8. pedum 6. vnciarum 1. & hoc docebo inferius quomodo fiat, quare eo facto erit trigonus A, B, C, cum illa ſuperficie tabularum 30. prout volebamus.

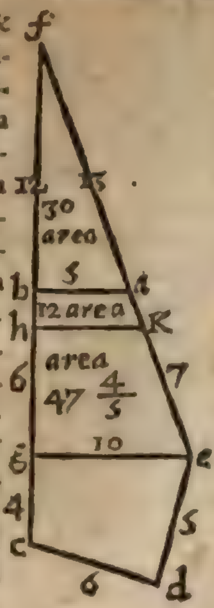


Et ſimiliter operabimur in linea tranſuerſali, & ponamus vt A, C, ſit $10\frac{1}{2}$. & velim auferre tabulas 10. per lineam tranſuerſalem ductam à puncto B, tunc cum per primam regulam area trigoni A, B, C, ſit 21. 5. 11. duco 10. tabulas abſcindendas in A, C, quæ eſt $10\frac{1}{2}$ fit $105\frac{1}{2}$, diuido per $21\frac{1}{2}$ & eſt area ferè trigoni A, B, C, exit $4\frac{19}{43}$. & tantum diſtans cadet linea B, F, ab ipſo puncto A, vel C, ſi igitur ſit A, F, $4\frac{19}{41}$ erit trigonus A, B, F, 10. tabularum : & ſi C, F, poneretur $4\frac{35}{41}$ eſſet trigonus B, C, F, 10. tabularum. 42

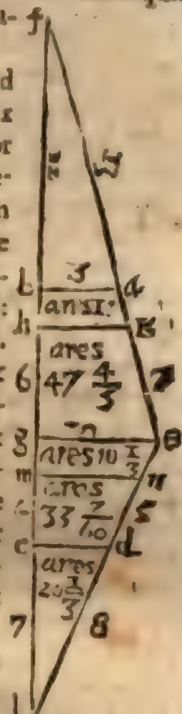
Quòd ſi velles abſcindere pluſquam eſt trigonus A, B, C, vtpote tabulas 40. per lineam ductam à puncto B, tunc protrahes lineam à puncto B, ad punctum D, & ſcies quanta ſit area trigoni B, C, D, quæ ſi ſit maior quam 40. tunc abſcindes vt feci tabulas 40 ex trigono B, C, D, per lineam ductam A, puncto B, ad baſim C, D, ſi vero trigonus B,C,D, ſit minor quam 40. tabulæ, detrahe eius quantitatem quæ ſit exempli gratia 34. ex 40. remanebunt 6. tabulæ, quas auferes ex trigono B, D, E, ducta linea B,E, & ita de reliquis per eandem regulam non prolongabo autem ſermonem quia res admodum eſt facilis, quod ſi non intelligis indiges Magiſtro pro vna vice, ſemper enim auferes trigonorum aream ex numero tabularum, & reſiduum auferes per primam regulam ex trigono ſequenti, per lineam ductam ab angulo tuo ad baſim, memineris autem lineas ſemper facientes trigonos & diuidentes aream, ab angulo à quo vis facere diuiſionem eſſe producendas.

Quod ſi velles ex parte lineæ A, B, per lineam æquidiſtantem abſcindere ſuperficiem tabularum 12. gratia exempli, & ſint latera vt vides tunc produces latera B,C, & A,E, ad partem anguſtiorem ad quam concurrere poſſunt, vtpote ad punctum F, & 43

ſit



ſit F. E. 20.& F.C. 22.& perducam E. G. æqui diſtantem A. B. & menſurabo E. G. quæ ſit gratia exempli 10. & menſurabo G. F. aut G. C. ita quod ponatur F. G. cognita, quæ ſit exempli gratia 18. erit igitur area trigoni F. G.E. ℞. 8064. & quia F. C. ponitur 25. & B. C. 13. erit F. B. 12. & B. A. fuit 5. & A. E. fuit 7. & F. E. 20. igitur erit A. F. 13. quare area trigoni F. B. A. eſt ℞. 900. videlicet 30. cui adde ſemper illud quod vis abſcindere videlicet tabulas 12. fiunt 42. area autem trigoni F. G. E. fuit ℞. 8064.& eſt 89. $\frac{4}{5}$ ferè. Igitur abſcindemus per regulam 42. tabulas, ex 89 $\frac{4}{5}$ per lineam æquidiſtantem G. E. & hæc neceſſario æquidiſtabit A. B. ſit igitur linea H. K. quæ facit trigonum F. H. K. 42. tabularum: cum igitur trigonus F. B. A. ſit 30. tabularum, relinquitur ſuperficies A. B. H. K. 12. tabularum quod fuit quæſitum: & abciſſio eſt per lineam H.K. æquidiſtantem A. B. vt volebamus.



Et ponamus modo quod ſuperficies abſcindenda ex parte lateris A. B. ſit maior ſuperficie A. B. G. E. & velim abſcindere ſuperficiem tabularum 70. ex ſuperficie A. B. C. D. E. quæ ſupponatur tota tabularum 92 $\frac{11}{21}$: tunc quæro ſuperficiem C. D. E. G. quæ eſt 33 $\frac{7}{101}$ & A. B. G. E. quæ eſt 59 $\frac{4}{5}$ ſubtraho igitur 59 $\frac{4}{5}$ ex 70. remanent tabulæ 10 $\frac{1}{5}$ abſcindendæ ex ſuperficie C. D.E.G. complebo igitur trigonum E. G. L. producendo G. E. & E.D.& fient latera, L.E. puta 13.& L.G. puta 11. erit igitur area trigoni L. G. E. tabularum 53 $\frac{9}{10}$ quare ſubtrahe tabulas 10 $\frac{1}{5}$ a. 53 $\frac{9}{10}$ remanent tabulæ 43 $\frac{1}{4}$ igitur per ſeptimam regulam aufero aream tabularum 43 $\frac{1}{4}$: ex area trigoni G. E. L. quæ eſt 53 $\frac{9}{10}$: per lineam æquediſtantem G. E. remanebit per ſeptimam regulam L. M. ℞. 97. $\frac{905}{1019}$: & L. N. ℞. 136. $\frac{501}{1089}$: erit igitur ſuperficies L. M. N. 43 $\frac{1}{4}$: & reſidua G. E. M. N. 10 $\frac{1}{5}$ vnde addita ſuperficie G. E. M. N. ad ſuperficiem A. B. G. E. fiet tota ſuperficies A.B.M. N. E. tabularum 70. abſciſſa ex ſuperficie A. B. C. D. E. propoſita, per lineam N. æquidiſtantem A.B. per trigeſimam primi Euclidis, quod eſt propoſitũ, & ita facies in omnibus ſuperficiebus, oportet autẽ re in hoc exerceri, donec rem facilem tibi reddideris, quæ in veritate difficultate caret.

44 Vltimò ſit propoſita ſuperficies qualiſcumque A. B. G. E. puta 6. laterum, vt vides in figura, & ſit in ea punctus K. & volo per li-



neas ductas ad punctum K. diuidere in quotlibet partes voluero vt pote in quinque æquales producam a. puncto K. lineas K.A. & K. B. & ad omnes angulos, quibus non appoſui litteras, ad vitandam confuſionem: & ſit tota ſuperficies A. B. C. E. menſurata per trigonos exempli gratia 60. quia igitur in 5. diuidenda eſt, erit quælibet pars 12. quare erit menſurandus quilibet trigonus terminatus ad punctum K. ex angulo. & erit vt quilibet minor quam 12. ſuppleri poſſit per lineam ductam a. puncto K. per primam regulam, toties repetitam quot fuerint partes, & ſi trangulus ſit maior abſcindemus. Sit igitur trigonus A.K.B. tabularum 8. & quia debet eſſe 12. aufero 8. ex 12. remanet 4. diuido per æqualia fiunt 2. abſcindo igitur tabulas 2. ex trigono A.K.L. per lineam K.C. per primam regulam: & tabulas 2, ex trigono K, B. M. per eandem per lineam K. D. erit igitur ſuperficies pentagona A. B. D. K. C. 12. tabularum & ita facies in reliquis.

Pro deducendis autem aquis terrarum al- 45
titudinem exactè cognoſcere oportet, nam aqua non niſi ad inferius labitur. Verum & ſi terræ ſuperficies rotunda ſit propter tamen eius magnitudinẽ ad aſpectum habita ratione plana eſſe videtur vnde ſecundum æquidiſtantẽ rectam lineam captanda eſt libratio cum enim cognouerimus æquidiſtãtem lineã plano terræ quã facit ſciemus an aqua poſſit deduci quòd ſi poſſit quanta indiget concauitate foſſa quibus impenſis ac labore qua ve induſtria & vtilitate opus abſolui poſſit.

Primum igitur connumerantur inſtrumenta tria libra vnde & vulgariter liuellare dicimus dioptra & chorobates, ex his melius ac præciſius chorobates eſt, nam libra ſolis conſtat perpendiculis, dioptra ſola aquæ concauitate, at chorobates maius eſt his & ex utroque conſtat, maius etiam artificium habet. Vtrinque autem facimus librationem, & in loco ex quo aqua deducitur & ad quem, forma autem chorobatis talis eſt baculus exactæ rectitudinis craſſitudinis digitorum quatuor longitudinis 20. palmorum aut ſi fieri poteſt 20. pedũ capiantur in eius ſummitatibus vaſa ſecundum longitudinem longa quatuor digitis ſecundum latitudinem vnius ſecundum craſſitudinem dimidij conſtituantur æqualia & perpendicularia aquæ capacia, ſecundum longum cannula extendatur digiti latitudine rectiſſima per quam introſpiciet librator, in medio eius figatur baculus exactè perpendicularis cum quo poſſit plantari inſtrumentum, habeat additamenta cum perpendiculis plũbeis bina & bina vt vides tranſuerſalis autem pars in ſummitatibus habeat æqualiter inflexos & firmos clauos ligneos cum binis perpendiculis eruntque ſecundum hoc perpendicula 8. quod ſi medius etiam adiiciatur vt vi-

des non malum erit oportet aut rectas lineas in directo quinque ſuperiorum perpendiculorum deſignare, ita vt erecto perpendiculo directè cadat ſuper rectam lineã ſubtractam; vltimò adde ferreum cuſpidem vt poſſit quocũs in loco plantari vſus eius talis eſt, plantabis ipſum iuxta locum deducendæ aquæ, ita vt per canulam a, b, inſpicere poſſis locum ad quem deduci debet, ita vt omnes perpendiculi inter ſe æquidiſtent & à ſtipite : cadántque ſuper rectas lineas implebis etiam vaſa c & d vt aqua effluere non poſſit ; ſed æqualiter labra vaſorum tangat tunc inſtrumentum rectè conſtitutum eſt ſuper terræ perficiem inſpicies igitur locum alterum ad quem aquam deducere vis & videbis quanto altior aut inferior ſit loco in quo es , vide etiam quantum ſit inter e & f, id eſt, quantum inſtrumentum ab aqua eleuetur & ſcies detracta hac altitudine, loci quem inſpexeris altitudinem : velut ponamus quod locus terræ inſpectus ſit altitudinis brachiorum 7. a terra & altitudo inſtrumenti ſit brachiorum 2. dicemus quod locus in quo es altior eſt 5. brachiorum eo quem inſpicis ſi verò locus inſpectus eſſet altus brachij 1. cùm inſtrumentum ſit brachiorum 2. dicemus quòd locus in quo es eſt inferior brachij 1. eò quem inſpicis, quare aqua deduci non poterit, ideò oportet viciſſim inſpicere : diuidenda autem eſt differentia, inter loca, ſi magna ſit, iterando operationem omnibus 100. aut 150. paſſibus & in loco, videndo debet ſituari homo habens baculum cum papiro alba in ſummitate ſigni, & eleuet ac deprimat, donec ille poſſit videre papirum, deinde figat & menſuret vt vides in figura.

Exemplum, ponamus quòd velim librare ſpacium inter F. & K. & ſit ſpacium paſſuum 400. primò ponam inſtrumentum in F. vt videam cartam in B. & ibi carta eleuata à terra brachiorum 6. & ſit altitudo inſtrumenti brachiorum 2. detraho 2. ex 6. remanet 4. dico igitur quod planum in f. eſt altius brachiorum 4. quàm planum in g. deinde eleuo inſtrumentum & pono in g. & hominem ſtatuo in h. & video papirum in ſummitate baculi & ſi altitudo tunc ſit brachiorum $3\frac{1}{2}$ papiri à terra detraho 2. remanet $1\frac{1}{2}$ & hoc addo ad 4. prius ſeruatum & fiet fiet $5\frac{1}{2}$ erit igitur planum in f. altius plano in h. & video papirum exiſtentem in k. & ponamus quòd ſit altitudinis brachij 1. detraho altitudinem inſtrumenti eſt quæ 2. ab 1. non poſſum ideò addo. 1. ad $5\frac{1}{2}$ prius ſeruatum ſit $6\frac{1}{2}$ detraho 2. altitudinem inſtrumenti, remanet $4\frac{1}{2}$ dico igitur quòd planum in f. eſt altius plano in k. brachiorum $4\frac{1}{2}$ & quod ab f. in h. deſcendit brachia $5\frac{1}{2}$ ſed ab h. in k. aſcendit brachium 1.

Poſt hæc autem procedendo ex k. verſus h. g. f. librabis ſecundum inſtrumenti altitudinem, & hoc quia minima declinatio inſtrumenti ab æqualitate æquidiſtantiæ, dat differentiam duorum brachiorum plus aut minus altitudinis. Poſtquam verò cognoueris in plano loca deducendæ aquæ & eorum altitudinem, ſi velis ſcire vter locorum altior ſit vltra montem, aut citra montem & quanto, tunc incipe à ſummitate montis à librando verſus b. c. d. e. modo prædicto & dicamus quòd a. ſit altius quàm e. quod eſt in plano brachia 87. deinde accipies ab a. librando verſus k. f. g. h. donec perueuerit ad planum h. & dicamus quòd a. ſit altius brachia 63. quàm h. detrahe 63. ex 87. remanent 24. dicemus igitur quod planum h. eſt altius quàm ſit planum e. 24. brachiorum.

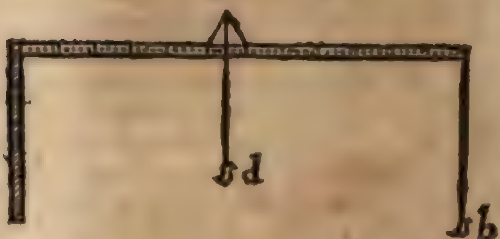
His cognitis debes ſcire quod ad deducendam aquam, vt docet Leo Baptiſta Albertus requiritur pro omni milliari vt locus ad quem deducitur aqua ſit decliuior 10. digitis, & ſunt $\frac{1}{8}$ vnius paſſus, nam paſſus cõtinet 80. digitos ſed ad maiorem ſecuritatem, dico quod locus ad quem aqua debet deferri debet eſſe $\frac{1}{4}$ paſſus pro milliari decliuior loco à quo educitur, ſi igitur ſit deducenda per milliaria 20. oportebit quod locus à quo educitur ſit altior 5. paſſibus ſaltem quam locus ad quem educitur. Oportet autem poſt hæc in educenda aqua conſiderare tria : primum ne quamuis locus ad quem deduci debet ſit longè inferior loco à quo habet educi quod loca intermedia poſſent eſſe tam alta & tam protendi quod labor ſuperaret omnem vtilitatem. Secundum quod licet per foſſam valde cauatam aqua poſſet deduci, an poſtmodum deducta poſſit habere exitum aliter nec foret vſibus apta & putreſceret. Tertium quod non debet deduci aqua per ſolum præciſè rectum nec fundum torrentis debet eſſe factum æquale, ſed aliqualiter modo leniter ſe attollens, modo humilius, nam ſic aqua velocius fluit cum minore caducitate reliqua ſuper notationes Vitruuij dicta ſunt.

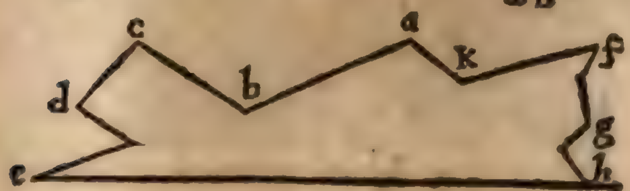
Ex hoc ſequitur quod ſtante ſolo plano ex contrariis locis in contraria poterit deduci aqua maxime per 2. vel 3. milliaria patet quia poterit in fine cauari foſſa per cubitum 1. aut 2. plus quàm in principio, vnde libella à loco ductus aquæ deſcendet & aqua fluet.

Vltimò aduertendum quòd propter terræ rotunditatem cùm ſpacium elongatur, requiritur longè maior depreſſio ab æquidiſtante ita quod poteſt attingere ad $\frac{1}{5}$ totius diſtantiæ error in libratione quartæ partis terræ vbi fieret in vna operatione.

Et poſt hæc conuenit, vt doceam menſu- 46
rare planitiem montis quia in multis locis vſus eſt vt non ſuperficies montis menſuretur, ſed planum tum quia ſuperficies magna ex parte eſt inutilis tum quia mons creſcit & decreſcit, & eſt res aduentitia tum quia montes non ſunt fertiles, ponamus igitur vt velimus menſurare montem h, g, f, k, a, b, c, d, e, ſecundùm lineam e, h, id eſt ſcire quantum eſt e, h, fundamentum montis illius : ſic facies ; habeas nouempedam ſiue giucatam 12. brachiorum vt vides ex ligno non flexibili & in capite vno fige palum ortogonaliter vt poſſit plantari & in capite alio ſuſpende perpendiculum & in medio trigonum, vt vides æquilaterum, cum baſi diuiſa per medium cum linea rectiſſima & in capite trigoni ſit ſuſpenſum aliud perpendiculum, ita quod cùm cadit ſuper diuiſionem baſis trigoni tunc inſtrumentum eſt æquidiſtans vero plano montis tunc igitur fige giucatam cum palo gratia exem-

exempli in A ita quod perpendiculum medium cadat ſuper medium trigoni & dices. 1. deinde conſidera vbi in directo eſt perpendiculum extremum quod eſt B & ibi fige palum giucatæ & dices 2. deinde conſidera





vbi perpendiculum B cadit in directo & ibi figes palum giucatę & dices 3. & ita facies donec peruenias ad punctum H numerando nouempedas & poſt reuerteris ad A ſummitatem montis & numerabis plantando giucatam verſus punctũ deinde aggregabis dictas menſuras & nota quod ſemper melius & præciſius menſuratur mons deſcendendo quam aſcendendo & ita poteris in longum & latum menſurare fundamentum cuiuſlibet montis & altitudinis, ſed ſuperficies ſuperior montis menſuratur cum giucata ſimplici abſque alio artificio ſicut aliæ planicies.

Pro menſura autem portionis circuli primo animaduerte hanc tabulam.

Corda Arcus

gr.	m̃.	gr.	m̃.	ſec.
1	0	1	0	2
2	0	2	0	5
3	0	3	0	10
4	0	4	0	17
5	0	5	0	30
6	0	6	0	47
7	0	7	1	9
8	0	8	1	36
9	0	9	2	12
10	0	10	2	56
11	0	11	3	50
12	0	12	4	55
13	0	13	6	23
14	0	14	8	8
15	0	15	9	57
16	0	16	12	6
17	0	17	14	32
18	0	18	17	20
19	0	19	20	21
20	0	20	23	49
21	0	21	27	54
22	0	22	32	8
23	0	23	36	53
24	0	24	41	55
25	0	25	47	33
26	0	26	53	41
27	0	28	1	7
28	0	29	8	35
29	0	30	16	47
30	0	31	25	44

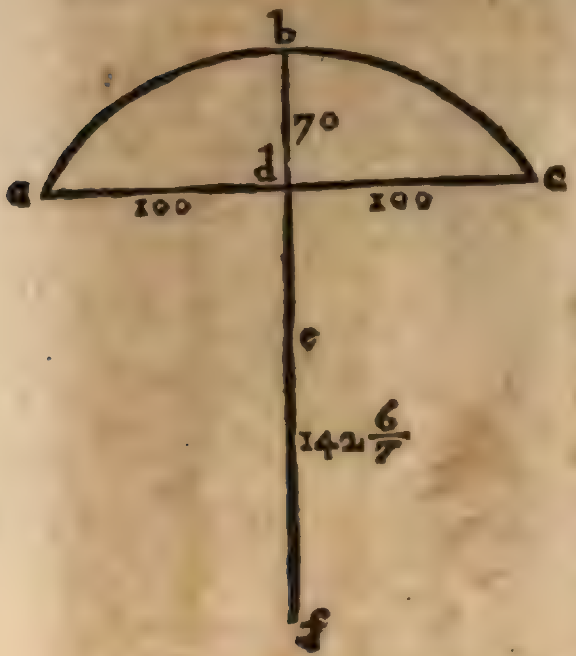
Corda Arcus

gr.	m̃.	gr.	m̃.	ſec.
31	0	32	35	37
32	0	33	46	2
33	0	34	57	11
34	0	36	9	33
35	0	37	22	56
36	0	38	37	23
37	0	39	53	10
38	0	41	10	5
39	0	42	28	12
40	0	43	48	5
41	0	45	10	24
42	0	46	32	14
43	0	47	57	41
44	0	49	24	45
45	0	50	54	15
46	0	52	26	20
47	0	54	1	17
48	0	55	39	35
49	0	57	21	31
49	30	58	13	54
50	0	59	7	32
50	30	60	2	38
51	0	60	58	58
51	30	61	56	42
52	0	62	56	4
52	30	63	57	6
53	0	65	0	5
53	30	66	4	59
54	0	67	12	46
54	30	68	23	4
55	0	69	36	14
55	30	70	53	16
56	0	72	14	41
56	20	73	12	19
56	40	74	10	55
57	0	75	13	25
57	20	76	19	17
57	40	77	19	25
58	0	78	44	41
58	15	79	45	11
58	30	80	50	8
58	45	82	0	40
59	0	83	18	21
59	15	84	47	0
59	25	85	54	2
59	30	86	30	53
59	35	87	12	28
59	40	87	57	14
59	45	88	47	3
59	50	89	47	25
59	55	91	7	15
59	57	91	60	49
60	0	94	15	43

In hac tabula tota diameter ſupponitur longitudinis 60. graduum quare ſuppoſita proportione circumferentiæ circuli ad diametrum vt 22. ad 7. erit dimidium circumferentiæ circuli gra. 94. m̃. 15. ſec. 43. & eſt ſatis præciſa hæc operatio dato quod vera proportio circumferentiæ circuli ad diametrum ſit quaſi 245. ad 78.

Et in hac tabula diſpoſuimus cordas per gradus vſque ad 49. deinde per dimidios gradus vſque ad 56. & ita diminuendo vt apprehendatur differentia in arcu non multum excedens vt in exemplo.

Sit portio A. B. C. menſuranda & ſit A. C. recta giucate 200. volo ſcire quanta ſit area A .B. C. capio punctum D. medium inter A. & C. eritque D. A. 100. & ſimiliter D.C. deinde per gnomonem menſurabo lineam perpendicularem D. B. que ſit 70. tunc his habitis multiplica 100. in ſe & eſt D.A. fit 10000. diuide per 70. ideſt per D.B. exit 142 $\frac{6}{7}$ & tanta erit F. D. complementum diametri circuli A.B.C. vbi compleretur adde igitur D.B. quæ eſt 70. ad D.F. quæ eſt 142. $\frac{6}{7}$ fiet diameter B.F. tota 212 $\frac{6}{7}$ & ſemediameter E.B. 106 $\frac{3}{7}$ quare detrahendo 70. D.B. ex 106 $\frac{3}{7}$ E.B. remanebit E. D. 36. $\frac{3}{7}$ habes igitur quantitatem linearum F. B. B.D. D.E. B.C. D.A. & D. C.



Deinde quia F. B. in tabula præcedente ſupponitur 60. & hic ponitur 212 $\frac{6}{7}$ dic per regulá 3. ſi 212 $\frac{6}{7}$ fiet 60. quid ſiet 200. quod eſt A.C. multiplica 200. in 60. fit 12000. diuide per 212 $\frac{6}{7}$ exit gra. 56. m̄. 22. ſec. 33. & tanta erit A.C. in tabula quære igitur arcum correſpondentem cordæ tali & inuenio primo pro gra. 56. m̄. 20. cordæ gra. 73. m̄. 12. ſec. 19. deinde pro 2. m̄. accipio $\frac{1}{10}$ differentie ſicut 2. eſt $\frac{1}{10}$ de 20. m̄. quod eſt differentia proxima & erit $\frac{1}{10}$ differentiæ m̄. 5. ſec. 52. deinde pro 33. ſec. capio $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{40}$ de m̄. 5. ſec. 52. quia 33. ſec. ſunt $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{40}$ de 2. m̄. quorum differentia fuit m̄. 5. ſec. igitur accipies talem partem horum 5. m̄. 52. ſec. qualis eſt 33. ſec. de 2. m̄. & eſt m̄. 1. ſec. 37. iunge omnia ſimul fiet arcus A.B. C. gra. 73. m̄. 19. ſec. 48. huius ſemper cape dimidium & erit gra. 36. m̄. 39. ſec. 54.

gra.	m̄.	ſec.
73	12	19
	5	52
	1	28
		9
73	19.	48.

Deinde dic iterum per regulam 3. ſi 60. fit 212 $\frac{6}{7}$ quid fiet gra. 36. m̄. 39. ſec. 54. multiplica gr. 36. m̄. 39. ſec. 54. per 212. $\frac{6}{7}$ hoc modo multiplica 212 $\frac{6}{7}$ per 7. fit 1490. multiplica 1490. per gra. 36. m̄. 39. ſec. 54. & fiunt gra. 53640. m̄. 58110. ſec. 80460. quæ reduc ad gra. m̄. ſec. fiunt gra. 54630. m̄. 51. hoc primo diuide per 7. quia multiplicaſti per 7. exibunt gra. 7804. m̄. 24. ſec. 26. hoc diuide per 60. exibunt giucate 130. m̄. 4. ſec. 24. quæ reduces ad giucatas ℔. vnz. puncta athomos ſciendo quod vt vides 5. m̄. ſunt 1. ℔. præciſe & 25. ſec. ſunt 1. vnz. preciſe erit igitur vt

5 m̄. ℔. 1 vnz. o punct. o atho. o
1 m̄. ℔. o vnz. 2 punct. 4. atho. 9 $\frac{1}{5}$
25 ſec. ℔. o vnz. 1. punct. o atho. o
5 ſec. ℔. o vnz. o punct. 2. atho. 4 $\frac{4}{5}$
1 ſec. ℔. o. vnz. o punct. atho. 5 $\frac{4}{5}$

arcus A. B. ſit giucate 130. ℔. o vnz. 10. puncti 6. athomi 9. & E.B. eſt giucate 106. ℔. 5. vnz. 1. puncti 8. athomi 7. & E. D. giucate 36. ℔. 5. vnz. 1. puncti 8. athomi 7. & A. D. giucate 100. multiplica igitur vt vides E. B. in A. B. & fiunt vt vides per capitulum ſuum: ſimiliter multiplica E.D. in. A. D. & fit vt vides: detrahe hanc multiplicationem ex altera & fit reſiduum tabulæ 10180. pedes 150. vnz. 1090. puncti 926. athomi 1204. quare reducendo per diuiſionem 12. fiunt tabulæ 10200. pedes 7. vnz. 11. puncta 6. athomi 4. & tanta eſt area A. B. C. portionis circuli. quod ſi portio ſit maior ſemicirculo inuenias reſiduum per modum dictum & tale reſiduum detrahe ab area totius circuli cognita per diametrum ex præcedentibus regulis & reſiduum erit portio areæ maioris ſemicirculo quæſitæ vt proponebatur.

	giuca.	℔.	vnz.	punct.	atho.
A. B.	130.	o	10	6	9
E. A.	106	5	1	8	7
tabulæ	pedes	vnz.	punct.	athomi.	
13780.	650	1190	1726	1904	
A. D.	100	o	o	o	o
E.D.	36	5	1	8	7
3600	500	100	800	700	
10180	150	1090	926	1204	
20	97	85	100	4	
10200	247	1175	1026		
	7	11	6		

Et nota quod grimaldenus & alij ponunt regulas menſurandi tales areas faciliter ſed error ſuus attingit ad 70. pro 100. vt patet experienti per hunc modum qui eſt certus præciſus & demonſtratius in portione cuius corda eſt 1. gra.

Cum volueris trigono circulum quam 48
maximum potes inſcibere diuide aream trigoni propoſiti per dimidium aggregati laterũ quod exit eſt ſemediameter. exemplum ſit trigonus cuius vnum latus ſit 13. alterum 14. reliquum 15. tunc tu ſcis iungendo dimidiando detrahendo quod area ex multiplicatione prouenit ℞. 7056. que eſt 84. vt dixi ſuperius aggregatum laterum trigoni eſt 42. cuius dimidium eſt 21. diuide 84. per 21. exit 4. ſemidiameter maximi circuli inſcriptibilis tali circulo ita quod circulus tanget omnia latera circuli & non ſecabit diameter igitur erit 8.

Cum volueris alicui trigono duos maxi-
mos æquales circulos inſcribere ita quod 49
non ſecent ſe inuicem ſed ſe tangant & tangant etiam duo latera trianguli non ſecantia quemlibet eorum: tunc habebis aream trigoni

goni prædicta & katetum venientem à maiore angulo ſuper latus maius & hoc vt ſupra dixi diuidendo aream per dimidium laterir maioris quo kateto inuento diuide aream trigoni per dimidium laterum iunctorum cum kateto & exiens eſt ſemidiameter circulorum , exemplum intrigono ſuperiore area fuit 84. hanc diuido P $7\frac{1}{2}$ dimidium lateris maioris exit $11\frac{1}{5}$ katetus iunge igitur dimidium laterum quod fuit 21. cum kateto qui eſt $11\frac{1}{5}$ fit $32\frac{1}{5}$ diuide aream trigoni quæ eſt 84. per $31\frac{1}{5}$ aggregatum ex kateto & dimidio aggregati laterum exit $2\frac{38}{161}$ & tanta erit ſemidiameter vtriuſque circuli inſcriptibilis.

50 Cum volueris in trigono maximum ſemicirculum inſcribere ita quod diameter cadat ſuper vnum latus & circumferentia tangat reliqua latera tunc aggrega duo latera quæ vis vt tangat circumferentia circuli & aggregati cape dimidium & per hoc dimidium diuide aream trigoni quod exit eſt ſemidiameter circuli exemplũ volo in trigono ſuperiore inſcribere ſemicirculum ita quod diameter cadat ſuper latus quod eſt 14. tunc iunge 13. & 15. reliqua latera fiunt 28. cape dimidium & eſt 14. diuide 84. aream trigoni P 14. exit 6. & hæc erit ſemidiameter ſemicirculi maximi inſcriptibilis cuius diameter ſit pars lateris 14. item volo vt ſit pars lateris de 15. iungo reliqua & ſunt 14. & 13. fiunt 27. capio dimidium quod eſt $13.\frac{1}{2}$ diuido 84. per $13\frac{1}{2}$ exit $6\frac{2}{9}$ & tanta erit ſemidiameter ſemicirculi quæſiti & ita in omnibus triangulis poteſ maximum in ſcribere ſemicirculum à quacumque parte volueris.

51 Cum volueris in aliquo circulo deſcribere quinque circulos maximos & æquales ſic facies tu ſcis quod proportio diametri ad latus pentagoni eſt veluti 10. ad ℞. V. $62\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $781\frac{1}{4}$ ponamus igitur quod diameter circuli ſit 4. dic igitur per regulam 3. ſi 10. producit ℞. V. $62\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $781\frac{1}{4}$ quid producet 4 multiplica 4. in prædictam ℞. V. 1000. m̃. ℞. 200000. diuide per 10. exit ℞. V. 10. m̃. ℞. 20. & tantum erit latus pentagoni vt patet ex regula 25. 44. capituli habita igitur proportione diametri ad latus pentagoni veluti 4. ad ℞. V. 10. m̃. ℞. 20. ſequitur quod proportio quadrati diametri ad quadratum lateris pentagoni eſt veluti 16. ad 10. m̃. ℞. 20. imaginare igitur alium circulum tranſeuntem per omnia quinque centra paruorum inſcribendorum cuius diameter eſt quærenda hoc modo pone quod diameter vnius circuli parui ex illis quinque inſcribendis ſit 1. co. & hoc eſt latus pentagoni inſcriptibilis circulo tranſeunti per centra quadratum igitur eſt 1. co. dic ergo ſi 10. m̃. ℞. 20. fit 16. quid fiet 1. ce. multiplica 16. in 1. ce. diuide per 10. m̃. ℞. 20. hoc modo duc 16. ce. in reciſum quod eſt 10. p̃. ℞. 20. fiunt 160. ce. p̃. ℞. 5120. ce. ce. diuide per 80. productum reciſi exeunt 2. p̃. ℞. $\frac{4}{5}$ ce. c. & hoc eſt quadratum diametri circuli tranſeuntis per omnia centra paruorum circulorum & quia hæc diameter addita diametro quod eſt 1. co. parui circuli æquatur 4. diametro totali igitur diameter circuli medij eſt 4. m̃. 1. co. & quadratum eius eſt 16. p̃. 1. ce. m̃. 8. co. & hoc eſt æquale 2. ce p̃. ℞. $\frac{4}{5}$ ce. ce. quare 1. ce. p̃. ℞. $\frac{4}{5}$ ce. ce. p̃. 8. co. æquatur 16. reduc ad 1. ce. fiet 1. ce. p̃. co. 40. m̃. co. ℞. 1280. æqualia 80. m̃. ℞. 5120. ſequere æquationem per capitulum quinquageſimum primum diuide res habebis 20. m̃. ℞. 320. multiplica in ſe fit 720. m̃. ℞. 512000. adde numerum fient 800. m̃ ℞. 512000. m̃. ℞. 5120. ab hoc aufer dimidium radicum quod eſt 20 m̃. ℞. 320. erit lõgitudo diametri circuli quæſiti ℞. ℞. L. V. 800. m̃. ℞. 512000. m̃. ℞. 5120. m̃. V. 20. m̃. ℞. 320. Et eſt ſenſus accipe ℞. 512000. & ℞. 5120. & eas detrahe ex 800. & reſidui accipe ℞. à qua detrahe 20. & ei adde ℞. V. reſidui ℞. V. eſt diameter quæſita.

Cum volueris inuenire diametrum circulorum 7. inſcribeudorum in circulo ita quod 6. cadant in circuitu & vnus in medio diuide diametrum per 3. & habebis quod quæris exemplum ſit diameter circuli 4. diuide 4. per 3. exit $1\frac{1}{3}$ ſi igitur inſcripſeris circulos paruos iuxta circonferentiam circuli magni ſecundum quantitatem $1\frac{1}{3}$ facies 6. circulos paruos ſe contangentes æquales & in medio relinquetur ſpatium pro vno circulo æquali illis & ita erunt 7. & dicitur facere roxam à ſimilitudine. 52

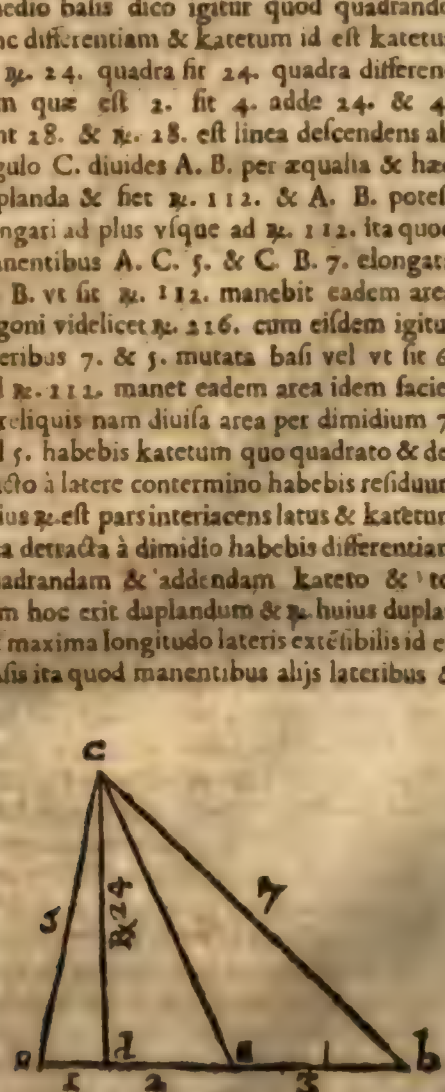
Cum volueris ſcire quanta ſit diameter circulorum 4. inſcribendorum vni circulo diuide ſemper diametrum circuli magni per 1. p̃. ℞. 2. & quod exit eſt quantitas exemplum ſit circulus cuius diameter eſt 6. volo intra ipſum 4. circulos maximos inſcribere & æquales diuide 6. per 1. p̃. ℞. 2. exit ℞. 72. m̃. 6. & tanta eſt diameter cuiuſlibet circuli inſcribendi. 53

Cum volueris ſcire diametrum circulorum trium maximorum inſcribendorum alicui circulo & æqualium diuide diametrum circuli propoſiti ſemper per 1. p̃. ℞. $1\frac{1}{3}$ & quod exit eſt diameter circulorum inſcribendorum exemplum ſit circulus cuiuſdiameter ſit 6. volo ſcire quanta erit diameter trium circulorum æqualium inſcribendorum diuide 6. per 1. p̃. ℞. $1\frac{1}{3}$ exit ℞. 432. m̃. 18. & tanta eſt diameter quæſita. 54

In trigono duorum æqualium laterum non poſſunt inſcribi tres circuli æquales ſe tangentes ideo non curo. Frater Lucas per la coſtendit ſed illi qui ſunt ſuper baſim non ſe tangunt ideo non eſt propria inſcriptio talia autem quæ cadunt extra normam ſunt infinita & de talibus ſufficit oſtendere quod fiunt per algebra ſicut oſtendimus ſuperius de duobus circulis trigono inſcribendis verum oportet variare figuram & trahere ſemper lineas à centris circulorum ad baſes trigoni perpendiculares & continuare centra circulorum inuicem & tertio facere poſitionem de diametro vel ſemidiametro & hæc tria precepta ſunt communia in omnibus fere talibus inſcriptionibus inſcribere autem tres circulos æquales trigono æquilatero per ſe clarum eſt nam duo inſcribuntur per præcedentia quibus tertius etiam neceſſario eſt æqualis quia trigonus eſt æquilaterus ideo regula de duobus in hoc caſu ſeruit etiam tribus. 55

56 In æquilatero trigono ſi quadratum libeat maximum inſcribere non eſt dubium quod latus vnum quadrati neceſſario erit pars lateris trigoni quadra igitur latus trigoni & productum ſemper multiplica per 12. huius ℞. capies & ab ea ſubtrahes triplum vnius lateris trigoni reſiduum eſt latus quadrati exemplum ſit trigonus æquilaterus cuius quodlibet laterum ſit 10. volo inſcribere quadratum in ipſo mulriplica igitur 10. in ſe fit 100. multiplica 100. per 12. fit 1200. huius accipe ℞. quæ eſt ℞. 1200. deinde tripla 10. fit 30. detrahe 30. à ℞. 1200. fit ℞. 1200. m̄. 30. & tantum erit latus quadrati inſcriptibilis.

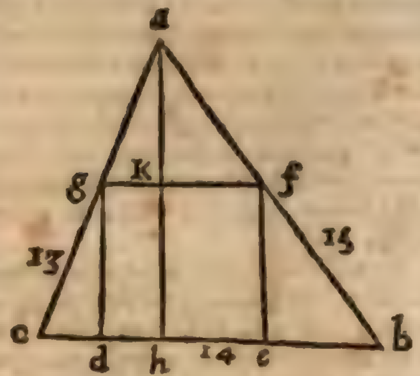
57 Sit trigonus A. B. C. cuius volo manente area eadem elongare vnum latus puta A. B. item volo ſcire manente eadem area quod nam latus poſſit magis elongari & ſit A. B. 6. A. C. 5. B. C. 7. pro primo quæras primo katetum C. D. venientem ad latus A. B. quod vis elongare hunc habebis vt ſæpe dixi hoc modo tu ſcis quod area trigoni eſt ℞. 216. hanc diuide per dimidium ab quod eſt 3. exit ℞. 24. & tantus eſt katetus C. D. huius quadratum ſubtrahe ex quadrato A. C. quod eſt 25. habebis quadratum A. D. 1. igitur A. D. ℞. eſt etiam 1. igitur D. B. erit 5. cape igitur dimidium baſis A. B. & eſt 3. detrahe ex 5. remanet 2. & eſt D. E. differentia videlicet loci kateti à medio baſis dico igitur quod quadrando hanc differentiam & katetum id eſt katetus eſt ℞. 24. quadra fit 24. quadra differentiam quæ eſt 2. fit 4. adde 24. & 4. fiunt 28. & ℞. 28. eſt linea deſcendens ab angulo C. diuides A. B. per æqualia & hæc duplanda & fiet ℞. 112. & A. B. poteſt elongari ad plus vſque ad ℞. 112. ita quod manentibus A. C. 5. & C. B. 7. elongata A. B. vt ſit ℞. 112. manebit eadem area trigoni videlicet ℞. 216. cum eiſdem igitur lateribus 7. & 5. mutata baſi vel vt ſit 6. vel ℞. 112. manet eadem area idem facies in reliquis nam diuiſa area per dimidium 7. vel 5. habebis katetum quo quadrato & detracto à latere contermino habebis reſiduum cuius ℞. eſt pars interiacens latus & katetum qua detracta à dimidio habebis differentiam quadrandam & addendam kateto & totum hoc erit duplandum & ℞. huius duplati eſt maxima longitudo lateris extẽſibilis id eſt baſis ita quod manentibus alijs lateribus &



permutata baſi nihilominus manebit eadem area & ita cognito de ſingulo latere quantum poſſit extendi cognoſces latus quod magis ex ipſis extendi poſſit circa quod nota quod quælibet duo latera trigoni cum area non permutata poſſunt habere duas baſes vnam paruam quæ ſubtenditur ab angulo acuto & vnam quæ ſubtenditur obtuſo & ita ſi angulus ſit obtuſus baſis poteſt abbreuiari ſi acutus poteſt elongari non tamen poteſt elongari neque plus neque minus dato termino; nec abbreuiari & hoc eſt vt ſit exemplum ſi latera trigoni ſint 5. & 7. & area ℞. 216. ipſa poteſt habere duas baſes vnã quæ eſt 6. & ſubtenditur angulo acuto aliamque eſt ℞. 112. & ſubtenditur angulo obtuſo & manebit area eadem: non poteſt tamen baſis eſſe maior neque minor ℞. 112. niſi ſit 6. nec maior aut minor 6. niſi ſit ℞. 112. ita quod quælibet duo latera ſibi cum area limitant duas baſes vnam paruam & alteram magnam ambas certas & ideo ſi proponamus latera cum baſi maiore eadem ratione inueniemus minorem baſem exemplum ſit C. B. 7. C. A. 5. B. A. ℞. 112. quæro katetum hoc modo diuido aream quæ eſt ℞. 216. per dimidium B. A. quod eſt ℞. 28. exit ℞ 7 $\frac{5}{7}$ & hic eſt katetus quadro eũ fit 7 $\frac{5}{7}$ detraho ex quadrato C. A. quod eſt 25. quia eſt C. A. minus C. B. & ℞. 7 $\frac{5}{7}$ eſt minor radice 28. detrahendo igitur 7 $\frac{5}{7}$ cuius radix eſt D. A. hanc detraho ex ℞. 28. quod eſt medietas remanet C. D. ℞. 28. m̄. ℞. 17 $\frac{2}{7}$ hanc duco in ſe fit 1 $\frac{2}{7}$ addo quadrato C. D. quod fuit 7 $\frac{5}{7}$ fiet quadratum C. 9. præciſe igitur C. E. eſt ℞. 9. id eſt 3. dupla 3. fit 6. & tanta poteſt eſſet A. B. quæ ſuppoſita fuit ℞. 112. igitur vides qualiter ex maiore inuenimus minorem & econtra & vna ſemper reſilit in alteram vt igitur ſcias cauſam intelligere oportet quod quantum angulus ſuperior puta C. ex quo deducuntur perpendicularis & linea diuidens baſim eſt obtuſus ſemper linea diuidens baſim eſt minor medietate baſis & tunc baſis poteſt minui & ſi talis angulus ſit acutus ſemper talis linea diuidens baſim eſt maior medietate baſis & tunc baſis poteſt augeri quia terminus vnius baſis eſt ſemper duplum lineæ ypothemiſe diuidentis baſim vt in exemplo cum baſis eſt ℞. 112. ypothemiſa neceſſario eſt 3. videlicet dimidium 6. alterius baſis ſit 6. ypothemiſa neceſſario eſt ℞. 28. dimidium videlicet ℞. 112. quæ eſt baſis maior ita aucta baſi minuitur ypothemiſa & econtra ita quod ſunt mutuo proportionales.

Et ſi voluerimus in quolibet trigono 58
etiam inæqualium laterum quadratum conſtituere maximum ſuper quodlibet latus ſcias quod iſtud non poteſt fieri in trigono habente angulum obtuſum niſi ſuper latus oppoſitum angulo obtuſo aliter tale quadratum non contanget omnia latera in ortogonio autem fiet ſuper latera continentia rectum & etiam ſuper latus oppoſitum recto angulo in habente autem angulos acutos fiet ſuper omne latus: & ita in trigono habente tres angulos acutos tria quadrata poterunt inſcribi in habente autem angulum rectum tantum duo quia ambo illa quæ ſunt ſuper latera rectum continentia ſunt vnum & idem in habente autem angulum

lum vnum obtuſum tantum vnum quadratum poterit inſcribi ſit igitur trigonus quia terminus vnius baſis eſt ſemper duplum a b c cuius latus a b ſit 15. & a c 13. & b c 14. conſtat quod poſſum ſuper quod volo latus conſtruere quadratum & ſit ſuperlatus B.C. maximum quadratum inſcriptum. d e f g. ita quod tangat latera & producatur a h perpendicularis quæ



erit 12. quia area trigoni eſt 84. & c b 14. quare diuiſo 84. per 7. exit 12. hoc ſtante ponatur d e 1 co. Quare erit d e f g 1 ce. Ducta 1 co. in ſe: & quia c b eſt 14. & d e 1 co. erunt reſidua c d & e b 14. m̃. 1 co. Quare multiplica dimidium eius quod eſt 7. m̃. $\frac{1}{2}$ co. in 1 co. & eſt altitudo fient duo trigoni c d g & b e f 7 co. m̃. $\frac{1}{2}$ ce; cui adde quadratum d e f g quod fuit 1 ce. fiet tota ſuperficies g f c b $\frac{1}{2}$ ce. p̃. 7 co. Hanc detrahe ex 84. area trigoni a b c habebis aream trigoni a g f 84. m̃. $\frac{1}{2}$ ce. m̃. 7 co. Hanc diuide per dimidium baſis g f quod eſt $\frac{1}{2}$ co. exibit a k hoc eſt $\frac{84 \text{ m̃. } \frac{1}{2} \text{ ce m̃. } 7 \text{ co.}}{\frac{1}{2} \text{ co.}}$ quia à k eſt 12. m̃. 1 co. & à h 12. igitur 12. m̃. 1 co. æquantur illi fractioni multiplica omnia per $\frac{1}{2}$ co. habebis 6 co. m̃. $\frac{1}{2}$ ce. æqualia 84. $\frac{1}{2}$ ce. m̃. $\frac{1}{2}$ ce. m̃. 7 co. igitur æquando fiet 84. æqualia 13 co. quare res vallet $6\frac{6}{13}$. & tanta eſt d e; & ſimiliter h k quare a k erit $5\frac{7}{13}$. Si autem vis ſcire f b. eb. cg. cd. tu ſcis quod trigoni a b h & f b e ſunt ſimiles, multiplica igitur f e in a b & fiet $96\frac{12}{13}$ diuide per a h quæ fuit 12. exit f b $8\frac{1}{13}$ qua habita habes f a & reliquas.

Capvt LXIV.

De Menſura corporum.

IN capitulo hoc primò declarabimus lineas corporum & earum differentias. Secundò ſuperficiem corporum regularium ipſa exterius ambientem. Tertiò ſuperficiem corporum æqualium non tamen regularium. Quartò quantitatem 6. corporum regularium. Quintò quantitatem reliquorũ corporum æqualium non tamen regularium. Sextò, corporum irregularium magnitudinem, nam ſuperficies exterior nullo poteſt niſi accidentaliter ac incertè ingenio menſurari niſi ex planis tota conſtet ſuperficiebus.

Porro corpora regularia 6. ſunt: ſphæra, tetracedron, cubus, octocedron, ycocedron, duodecedron; horum formam ex plano conſtituere docuimus in libro de rerum varietate. Æqualia corpora non regularia ſunt, laterculus, romboides, columna pyramis rotunda & angularis, corpus ſerratile, ac denique omne corpus quod exceptis baſibus omnes ſuperficies, aut habet paralelogrammas, aut trigonas, aut rotundas.

Et nota quod ſicut quadratum eſt menſura omnium ſuperficierum, ita cubus eſt menſura omnium corporum.

Sunt autem lineæ quarum & cognitio habenda eſt quinque, & nomine diuerſificantur ac naturâ. Prima eſt latus, ſecunda diagonalis, tertia diameter, quarta Katetus, quinta dicitur altiudo.

Eſt autem latus in cubo, exempli gratia, 1
ab angulo ad angulum linea producta duarum ſuperficierum communis terminus ſunt autem 12. latera in cubo, & ſimiliter in laterculo, & romboide. Nouem autem in corpore ſerratili ſiue priſmate, in pyramide autem angulari aut columna, ſecundùm multitudinem ſuperficierum.

Diagonalis eſt ab angulo vnius ſuperfi- 2
ciei quadrilateræ ad angulum oppoſitum eiuſdem, exterius ipſam ſuperficiem per æqualia diuidens, & ſunt 6. diagonales in cubo, & romboide, & laterculo, & 3. in corpore ſerratili, & omnes ſubiacent oculis, cùm ſint exterius poſitæ, pyramis autem trilatera, octocedron, duodecedron, & ycocedron, carent diagonali & propriè diagonalis non inuenitur niſi in corporibus habentibus quadrilateras figuras.

Diameter autem eſt ab angulo oppoſito 3
corporis ſolidi: ad angulum oppoſitum Tranſiens per medium Corpus: vnde nec videri, poteſt nec menſurari, ſunt autem 4. diametri in cubo & ſimilibus, & non inuenitur in corpore ſerratili. Inuenitur & in octocedro, duodecedro, & ycocedro; & ſunt tot in omni corpore quantus eſt numerus medietatis angulorum, & ideo non inueniuntur propriè in corporibus habentibus impares angulos, nec poſſunt eſſe duæ tamen, ſed vna vel tres aut plures: & ideo non inueniuntur in tetracedro.

Katetus eſt linea veniens à centro cor- 4
poris ſolidi ad baſim ſiue ſuperficiem aliquam ipſius corporis perpendiculariter: impropriè autem ab angulo ad ſuperficiem perpendicularis ducta appellatur, vnde nec videri poteſt nec menſurari.

Altitudo eſt linea veniens à ſummitate 5
corporis ſuper planum ſuper quod corpus ipſum iacet perpendiculariter: hæc autem linea quandoque intra ipſum corpus eſt, cùm corpus ſuper planum perpendiculariter ſteterit, quandoque vero eſt extra corpus, cùm ipſum ſuper planum ſuæ baſis inclinatum ſteterit, exempla horum omnium videbis inferiùs.

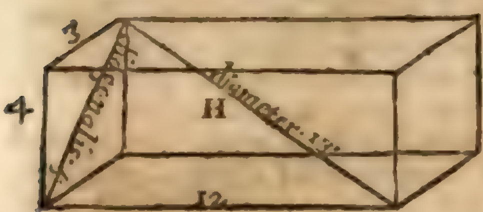
Si nota fuerint latera, multiplica ea in 6
ſe, & aggregati ℞. eſt linea diagonalis, veluti ſit latus vnum 8. aliud 6. duc 8. in ſe facit 64. duc 6. in ſe facit 36. iunge 64. & 36.

faciunt 100. & ℞. 100. quæ eſt 10. eſt linea diagonalis.

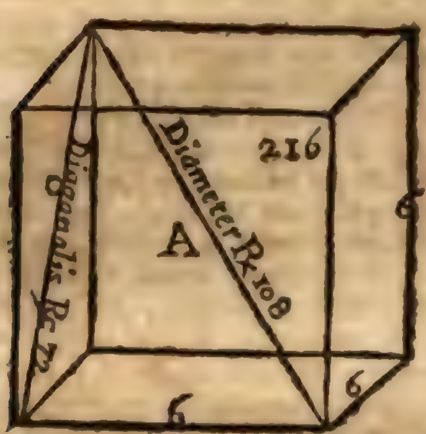
7 Si autem linea diagonalis cognita fuerit in cubo, due eam in ſe, & ℞. dimidij eſt latus cubi: ſi autem fuerit corpus columnare, & fuerit diagonalis cognita, & vnum laterum fuerit cognitum: cognoſcemus reliquum hoc modo multiplica diagonalem in ſe, & ab eo ſubtrahe quadratum lateris cogniti, & reſiduum erit quadratum lateris incogniti, cuius ℞. erit latus incognitum.

8 Si vero diagonalis fuerit cognita, & latus ſimiliter cognitum, erit diameter cognita, ducendo diagonalem in ſe, & ℞. aggregati eſt diameter cubi, aut laterculi, aut columnæ quadrilatere. Exemplum ſit diagonalis 5. & latus. Tertium 12. multiplica 12. in ſe fit 144. multiplica 5. in ſe fit 25. iunge ſimul fient 169. cuius ℞. eſt 13. & tanta erit diameter vt patet in figura.

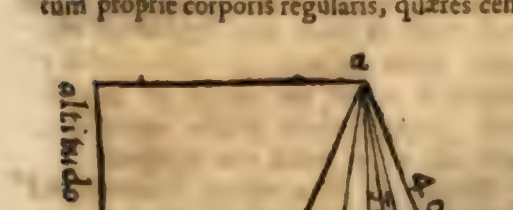
Bancum vel laterculus.



Ex his patet quod multiplicato in ſe latere cubi ℞. duplati eſt diagonalis cubi, & ſimiliter ſphæræ circumſcribentis cubum.



9 Cum autem volueris cognoſcere katetum proprie corporis regularis, quæres cen-

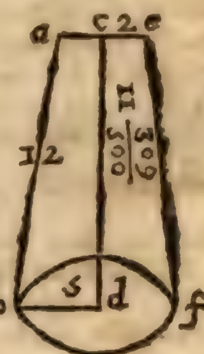


trum ſuperficiei, id eſt, circuli circumſcribentis ſuperficiem quod ſcies ex capitulo præcedenti cuius ſemidiametrum, à ſemidiametri ſphæræ quadrato ſubtrahes, reſidui ℞. erit katetus. Verum ſemidiametrum ſphæræ cognoſces, per latus corporis circumſcripti per ea quæ nunc dicam.

Altitudo autem in pyramide inclinata, 10 cognoſcitur per lineam ſiue per pendiculum ductum à ſummitate pyramidis, ad planum, ſuper quod pyramis conſtituta eſt: Altitudo autem pyramidis erectæ ſuper planum perpendiculariter, cognoſcitur dupli ci modo, aut per menſuram æquidiſtantis lineæ æqualis altitudinis cum plano, & perpendiculariter ſtantis ſuper ipſum; aut detracto quadrato ſemidiametri circuli circumſcribentis baſim pyramidis à quadrato vnius lateris ipſius pyramidis, ℞. reſidui eſt eius altitudo.

Exemplum ſit pyramidis erectæ latus quodlibet brachia 40. & ſit exempli gratia vnum ex eis. a b. & ſit linea. b c. prodiens à centro baſis ad anglum 10. duco 40. in ſe fit 1600. duco 10. in ſe fit 100. auffero 100. de 1600. remanent 1500. cuius ℞. quæ eſt quaſi $38\frac{73}{100}$, eſt longitudo kateti. Et hæc altitudo pyramidis per lineam æquidiſtantem in Figura.

In pyramide curta cùm volueris ſcire 11 katetum, facies vt in exemplo ſit pyramis. a b f e. curta, cuius ſemidiameter baſis ſit 5. ſemidiameter ſuperioris partis ſit 2. latus ſit 12. ſubtrahe 2. à 5. remanent 3. duc 12. in 2. fit 24. diuide per tres quod fuit differentia exeunt 8. adde 8. ad 12. fiunt 20. & hæc eſt quantitas lateris a b. vbi complectetur pyramis poſt conſidera quod 8. eſt latus pyramidis paruæ, quæ deeſt ad complendam pyramidem totam, igitur multiplica 8. in ſe fit 64. multiplica 2. in ſe fit 4. ſubtrahe 4. ex 64. remanet 60. & ℞. 60. eſt complementum altitudinis pyramidis ſiue lineæ. Dico deinde per præcedentem ſimiliter multiplica 20. in ſe fit 400. deinde multiplica 5. in ſe fit 25. ſubtrahe 25. de 400. remanent 375. & ℞. 375. eſt altitudo totius pyramidis vbi eſſet completa, & ideo detracta altitudine pyramidis deſſicientis quod eſt ℞. 60. ex ℞. 375. remanebit altitudo. c d. fermè $11\frac{309}{500}$. & ex hac operatione ſciemus vmbras lunæ & terræ, & quantum elongantur ab. vmbroſis & latitudinem vmbræ in omni diſtantia & altitudinem ſolis & lunæ & magnitudinem eorum, vt in libro ſuperius dictum eſt.



Pro lateribus autem quinque corporum 12 inueniendis, ſuppoſita diametro ſphæræ 10. erit latus tetracedri ℞. $66\frac{2}{3}$, octocedri ℞. 50. cubi ℞. $33\frac{1}{3}$, ycocedri ℞. V. 50. m. ℞. 500. duodecedri ℞. $41\frac{2}{3}$, corporum inſcriptibilium, vt ex capitulo quadrageſimo

ſimo quarto apparet quare inuento latere habebis ſemper diametrum, per regulam 3. nam proportio non mutatur: reducendo autem ad numeros rationales poſita diametro 10000. erit vt in figura.

Diameter ſpæhræ.	10000
Latus tetracedri.	8164
Latus cubi.	5773
Latus ycocedri.	5257
Latus duodecedri.	3568
Latus octocedri.	7071

13 Cum autem volueris data diametro ſphæræ, ſcire latus corporis regularis, multiplica diametrum ſphæræ datæ, in numerũ corporis regularis hîc poſitum, & productum diuide per 10000, quod exit eſt latus talis corporis. Exemplum ſit ſphæra cuius diameter ſit 7. volo cognoſcere quantitatem lateris ycocedri eidem inſcriptibilis, multiplica 7. numerum diametri ſphæræ in latus ycocedri hic deſcriptum, quod eſt 5257. fiunt 36799. diuide per 10000. exeunt $3\frac{6799}{10000}$: & tamen erit latus ycocedri. De modo autem inueniendi precitionem, dictum eſt & exemplificatum per numeros ſurdos in capite quadrageſimo quarto.

14 Per hunc autem modum operando contrario modo, habito latere corporis regularis, habebis diametrum ſphæræ circumſcribentis tale corpus. Exemplum ſit latus ycocedri $3\frac{6799}{10000}$: volo ſcire diametrum duco $3\frac{6799}{10000}$ in 10000. fiunt 36799, diuide per 5257. exeunt 7. & tanta erit diameter ſphæræ.

De circumſcriptibilibus dicemus inferius, ſatis. n. de lineis dictum eſt corporum; nunc autem de eorum ſuperficiebus dicendum erit.

15 Proportio circuli maioris alicuius ſphæræ, ad circulum maiorem alterius, & ſimiliter ambientis ſuperficiei, ad ambientem, eſt veluti diametri ſphæræ ad diametrum duplicata: id eſt bis aſſumpta, vnde ſi ſit proportio diametri ad diametrum vt 6. ad 4. praticè ſciemus proportionem ambientium ſuperficierum inuicem, aut circulorum maiorum, hoc modo: quadra vtramque diametrum, & fiunt 36. & 16. erit igitur proportio illarum veluti 36. ad 16. vel quod idem eſt 9. ad 4.

16 Proportio omnium ſuperficierum ſimilium corporum ambientium, ad omnes ſuperficies, eſt veluti diametri ad diametrum, aut lateris ad latus duplicata practicè autem multiplicando vnumquodque laterum in ſe, vel diametrorum. Exemplum ſint duo corpora 7. ſuperficierum duarum pentagonatum, & 5. quadratarum, in circuitu, & ſint omnes ſuperficies vnius omnibus alterius ſingulas ſingulis referendo ſimiles, & ſit latus quadrilateri vnius 6. & correſpondentis 5. tunc vt in prima dixi quadra 6. fit 36. quadra 5. fit 25. proportio earum ſuperficierum omnium ad omnes erit vt 36. ad 25. dedi hoc exemplum vt intelligeres quod regula hæc tenet in omnibus corporibus ſimilium ſuperficierum, quantumcumque difformibus.

Proportio cuiuſlibet ſphæræ ad ſphæram, 17 aut corporis ſimilis ad ſimile, ſiue pyramidis ſimilis ad pyramidem, ſiue cubi, ſiue columnæ, aut alterius cuiuſlibet corporis, eſt veluti lateris ad latus, aut diametri ad diametrum proportio triplicata: practicè autem cubabis ambas diametros, & habebis proportionem. Exemplum ſit ſphæra cuius diameter ſit 6. alia cuius diameter ſit 4. cuba 6. facit 216. cuba 4. fit 64. erit igitur proportio corporis ſphæræ ad corpus ſphæræ, veluti 216. ad 64. & hæc eadem eſt 27. ad 8. ex notis igitur diametris in proportione ſciemus proportionem corporum. Idem in lateribus ſit pyramis vna cuius latus ſit 3. alia ſimilis ei vt 4. cubabis 3. fit 27. cubabis 4. fit 64. & ita maior continebit eo modo minorem ſicut 64. continet 27. quod eſt bis & $\frac{10}{27}$. Idem dico de diametris corporum ſicut de lateribus inuicem comparatis, & intelligo hic per corpora ſimilia omnia corpora planarum ſuperficierum, quorum ſuperficies ambientes ſint numero æquales, & anguli, & latera numero æqualia, & anguli ſolidi ſint inuicem æquales, illi vnius illis alterius, aut ſaltem plani, & latera proportionalia: licet talia corpora plerumque ſint etiam irregularia, & intelligo ſimiliter in his columnas, & ſphæras, & oualia corpora, & rotalia quorum ſuperficies non egrediatur lenitatem: & ſint inuicem ſimiles: & ſimiliter intelligo pyramides rotundas, in his omnibus regula ſupraſcripta tenet, vt vno latere ambarum, vel diametro cognitis, ſciemus proportionem corporum inuicem.

Cum volueris ſcire ambitum ſphæræ, voco autem ambitum ſuperficiem exteriorem, tunc quadrupla maiorem circulum & habebis ambitum. Exemplum ſit area maioris circuli $38\frac{1}{2}$: multiplica eam per 4. fit 154. Et tanta erit ſuperficies ſphæræ. Idem habebis multiplicando diametrum per circumferentiam. Exemplum ſit diameter ſphæræ 7. circumferentia circuli maioris 22. multiplica 7. per 22. fiunt 154. & tanta erit circumferentia exterior ſphæræ: Idem ſi cognoueris diametrum tantum, quadra ipſum, & productum multiplica per 22. & diuide per 7. quod exit eſt ambitus ſphæræ. Exemplum ſit diameter ſphæræ 7. duco in ſe ſit 49. multiplico 49. per 22. fit 1078. diuido per 7. exit ambitus 154. vt prius. Idem per circumferentiam ſolam multiplicando eam in ſe, & productum per 7. & productum diuidendo per 22. Exemplum ſit circumferentia circuli 10. duco ſit 100. multiplico per 7. fit 700. diuido per 22. exeunt $31\frac{9}{11}$: & tanta eſt area exterior totius ſphæræ. 18

Pro area autem 5. corporum ſcias quod 19 ipſa cognoſcitur per latus ſuum, eo quod exempli gratia in pyramide ſi latus ſit 6. erit per præcedens capitulum area trigoni æquilateri eius $15\frac{147}{250}$: eum igitur pyramis conſtet 4. ſuperfitiebus trigonis æqualibus, erit ambitus eius $62\frac{44}{125}$.

In pyramide igitur, & octocedro, & ycocedro, habito latere quære aream tri-

goni

goni æquilateri cuius latus illud eſt, deinde habita area in pyramide quadruplica, in octocedro octupla, ſiue multiplica per 8. in ycocedro multiplica per 20. quod producitur erit ambitus. In cubo autem quære quadratum lateris, & duc in 6. In duodecedro quære aream pentagoni cuius eſt latus deinde eam duc in 12. & habebis ambitum.

20 Practicè autem ex quadrato diametri ſphæræ, cognoſcuntur ambitus omnium 5. corporum prout vides à latere.

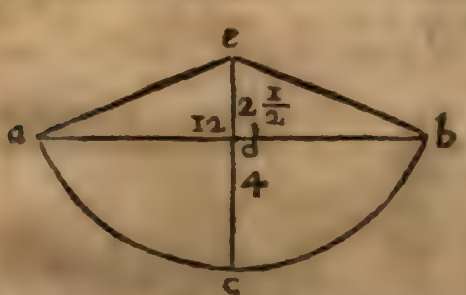
Quadratum diametri.	700
Circuli area.	550
Tetracedri ambitus.	808
Octocedri ambitus.	1212
Cubi ambitus.	1400
Ycocedri ambitus.	1675
Duodecedri ambitus.	1840
Sphæræ ambitus.	2200

Et ſi volueris in omni alia diametro inuenire corporum inſcriptibilium ambitus, efficies illud nullo negotio. Multiplica diametrum ſphæræ in ſe, & productum in ambitum illius corporis hic deſcriptum, & quod fit diuide ſemper per 700, & eſt quadratum diametri, quod exit eſt ambitus. Exemplum ſit diameter alicuius ſphæræ 6. duco in ſe fit 36. volo ſcire ambitum ycocedri, duco 36. in 1675. fiunt 60300. diuido per 700. exeunt 90. & tantus erit ambitus omnium ſuperficierum ycocedri.

Ex his patet veritas propoſitionis octauæ decimiquarti euclidis quod talis eſt proportio omnium ſuperficierum duodecedri ad omnes ſuperficies ycocedri. Nam cùm duxeris ambitum duodecedri in latus ycocedri, fiunt 9671042. cùm autem duxeris ambitum ycocedri in latus cubi, fiunt 9669775. & ſunt quaſi idem, nam differentia eſt 1267, & hoc non eſt niſi ſeptimilleſima ſexcenteſima trigeſima ſecunda pars, de 9669775. igitur ducendo 7632. in ſe fit 58147424. quare ab æqualitate proportionis non deuiat niſi per 58247424. partem vnius: hoc autem omnino eſt inſenſibile, conſtat igitur opus eſſe exquiſitiſſimè in paruis numeris collocatum.

Patet etiam veritas ex hoc eius quod euclides dixit, quoniam ambitus octocedri, eſt in ſexquialtera proportione ad ambitum tetracedri, nam 1212. eſt dimidio plus quam 808. præciſè.

21 Et etiam ſciemus quantitatem circumferentiæ partis ſphæræ vt in fontibus marmoreis. Et ſit a b. 12. & d c. 4, diuide a b. per



æqualia fit 6. duc 6. in ſe fit 36. diuide 36. per 4. quod exit eſt reſiduum diametri, cui adde 4. fiet tota diameter 13. habita diametro quære aream ſphæræ per prædicta quæ eſt $531\frac{1}{7}$: huius accipe dimidium & eſt $265\frac{4}{7}$, deinde dic ſi $6\frac{1}{2}$ ſemidiameter producit $265\frac{4}{7}$ areæ, quid producet 4. duc 4. in $265\frac{4}{7}$ fiunt $1062\frac{2}{7}$, diuide per $6\frac{1}{2}$ exeunt $163\frac{3}{7}$, & tanta eſt area circumferentiæ. a c b propoſitæ, nihil minus hæc regula nec demonſtrari poteſt nec eſt præciſa ſed quia nunc melior non ſuccurrit & non fit error ſenſibilis ideo recepimus eam.

Vt autem agnoſcas modum inueniendi ambitus. Sit gratia exempli quærendus ambitus duodecedri, eſt autem eius latus 3568. quadro ipſum fit 12730624. hoc multiplico per decimam ſextam regulam ſexageſimitertij capituli in 5056. fit 64366034944. diuide hoc per 2939. exit 21900658. & hæc eſt area vnius ſuperficiei duodecedri quare cum duodecedrum habeat 12. ſuperficies tales multiplicabimus hoc per 12, & habebis aream duodecedri 262807896. & quia hic ſupponimus diametrum 10000. & volumus diametrum eſſe tantum radicem 700. dicemus ſi. 100000000. quod eſt quadratus 10000. producit 262807896. quid producet 700. quadratum ℞. 700. eo quod ſicut lineæ ſunt inuicem proportionatæ ita & quadrata cum ſuperficiebus multiplica igitur 700. in 262807896. fiunt 22

1839|65527200.
1|00000000.

$1839\frac{65527200}{100000000}$

183965527200. diuide hoc per 100000000. exit ſubtrahendo .8. litteras pro 8. nullitatibus hoc 1839. cum illa fractione quam poſui pro vnitate & fiet 1840. ambitus duodecedri.

Et ex hoc dabitur modus inueniendi aream cuiuſlibet corporis regularis circumſcriptibilis ipſi ſphæræ & ſit. 23

Exemplum in vno pro cunctis, & ſit intentio quærendi ambitum exterioris duodecedri.

Iam ſcitum eſt quod latus interioris eſt 3568, & hoc vbi diameter ſphæræ ſit 10000, probauimus autem in quadrageſimo quarto capitulo quod vbi diameter circuli fuerit 10. erit latus pentagoni ℞. V. $62\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $781\frac{1}{4}$ & in partibus quibus diameter circuli eſt 10000. latus pentagoni eſt 5878. dic igitur ſi 5878. latus pentagoni producit 10000. diametrum circuli circumſcribentis quid producet 3568, latus duodecedri multiplica 3568. in 10000. fit 35680000. diuide per 5878. exit 6070. diameter circuli ambientis pentagonum vnum duodecedri quo inuento cape eius dimidium quod eſt 3035; & quia katetus cuiuſlibet corporis regularis cadit à centro ſphæræ in medium cuiuſlibet ſuperficiei ipſius corporis igitur deducto quadrato ſemidiametri circuli quod eſt 9211225. ex quadrato ſemidiametri ſphæræ quod eſt 25000000. habebimus reſiduum 15788775. quadratum kateti cuius ℞. eſt katetus videlicet 3974. dices igitur

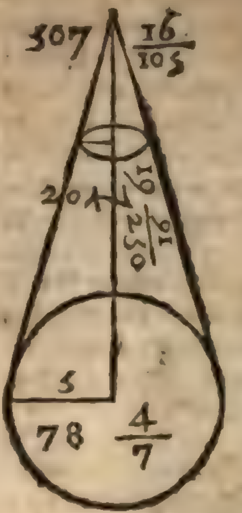
ſi κatetus 3974. producit ſemidiametrum 5000. quid producet 5000. κatetus multiplica 5000. in ſe fit 25000000. diuide per 3974. exit 6291. ſemidiameter ſphæræ circumſcribentis duodecedron exterius eo quod ſemidiameter ſphæræ prioris eſt ſemidiameter reſpectu duodecedri interioris, ita fit katetus reſpectu duodecedri exterioris, quare cùm κateti ſint proportionales ſemidiametris multiplicando ſemidiametrum ſphæræ in ſe & diuidendo per Katetum duodecedri interioris habebimus ſemidiametrum ſphæræ circumſcribentis duodecedrum exteriorem, & fuit 6291. quare diameter erit duplum videlicet 12582. hoc quadra & fit 158306724. dic igitur per regulam vigeſimam huius capituli ſi quadratum diametri quod eſt 700. producit aream duodecagoni 1840. quid producet quadratum diametri quod eſt 158306724. multiplica igitur 158306724. in 1840. & fit 291284372160. hoc diuide per 700. exit $416120531\frac{23}{35}$ & tanta eſt areà duodecedri circumſcriptibilis ſphæræ cuius diameter eſt 10000.

Quod ſi velles aream duodecedri circumſcribentis ſphæram cuius diameter ſit ℞. 700. dices ſi 100000000. quadratum diametri quæ fuit 10000. producit aream duodecedri exterioris $416120531\frac{23}{35}$ quid producet 700. quadratum diametri ſphæræ cuius diameter eſt ℞. 700. multiplica igitur 700. in $416120531\frac{23}{35}$ & fit vt prius 291284372160. hoc diuide per 100000000. abiiciendo octo litteras & fiet area duodecedri circumſcribentis ſphæram cuius diameter eſt ℞. 700. hoc 2913.

Et ex hoc venimus in cognitionem quod ambitus ſphæræ ſit quadruplus ſuperficiei maioris circuli illius ſphæræ, cùm n. iunxerimus 2913. ambitum duodecedri exterioris cum 1840. ambitu interioris duodecedri fiunt 4753. cuius dimidium eſt 2376. & quia longe maior eſt exceſſus ſuperficiei exterioris duodecedri ad ſuperficiem ſpæræ quam ſuperficiei ſphæræ ad ſuperficiem interioris duodecedri igitur conuenit vt ſuperficies ſphæræ ſit minor 2376. & ideo poſita ea 2200. erit quadrupla areæ maioris circuli quod etiam ex aliis areis cognoſcitur; ponemus igitur aream ſphæræ exteriorem quadruplam circulo maiori illius ſphæræ.

Diameter ſphæræ.	℞. 700
Quadratum diametri.	700
Area duodecedri exterioris.	2913
Area ſphæræ.	2200

24 Et cum fuerit pyramis cuius latus fuerit 20. & ſemidiameter baſis 5. & ſit rotunda vel trigona, vel pentagona, non curo, & voluero diuidere eam in aliquo loco; Ita quod area ſuperior pyramidis curtæ ſit exempli gratia nona pars, tunc ſemper accipe ℞. illius partis vtpote ℞. $\frac{1}{9}$ eſt $\frac{1}{3}$, deinde multiplica 5 in numeratorem $\frac{1}{3}$ & eſt 1. & fiet 5, & hoc diuide per denominatorem $\frac{1}{3}$, qui eſt 3. exit $1\frac{2}{3}$, & tanta debebit eſſe diameter ſuperficiei ſuperioris pyramidis curtæ, pro qua inueniendа multiplica 20. latus in $1\frac{2}{3}$ fit $33\frac{1}{3}$, diuide per 5. exit $6\frac{2}{3}$, & tanta erit pars lateris pyramidis ſuperioris abſcindendæ, & reſiduum erit $13\frac{1}{3}$ latus videlicet quod remanebit.



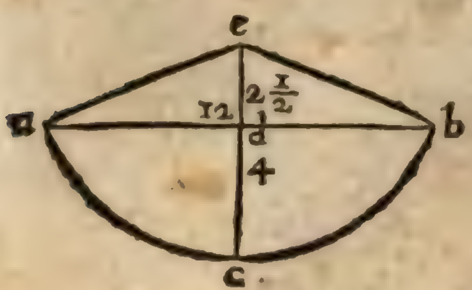
Per hæc autem mediantibus regulis algebræ, poteris infinitos formare caſus. Et hæc de ſuperficiebus corporum dicta ſufficiant: nam reliquæ menſuræ ſuperficierum ambientium corpora ſiue regularia, ſiue irregularia, ſiue æqualia, ſiue inæqualia, habentur per menſuram laterum triangulorum, reductis ſuperficiebus omnibus in triangulos, ſecundùm quod docuit præcedens capitulum. Exemplum ſi ſit corpus conſtans ex duabus ſuperficiebus pentagonis, & tribus quadrilateris, & duabus exagonis & reliquis trigonis, reducam omnes in triangulos, & menſurabo omnia latera illorum, quibus cognitis per regulam triangulorum, habebo aream vniuſcuiuſque trianguli, iungendo, diuidendo, ſubtrahendo, multiplicando, ℞. accipiendo: prout in præcedenti capitulo dictum eſt, quibus habitis ſi ſimul iungantur habebitur ambitus ſiue circumferentia totius corporis. 25

Et ſimiliter ambitus pyramidis retundæ fit ducta linea veniente à cono pyramidis ad periferiam circuli baſis in dimidium circumferentiæ circuli baſis. Quod patet ex pyramidibus 720. baſium inſcriptis & circumſcriptis pyramidi rotundæ: & etiam quia proportio lineæ ad lineam eſt veluti circuli baſis ad circulum baſis in tota pyramide & eius medietate, vnde circulus medius pyramidis eſt dimidium circuli exiſtentis in baſi pyramidis quare conſtat quod ſuperficies tota ſuperior pyramidis fit ex linea veniente à cono eius ad baſim extra in dimidium circumferentiæ ipſius baſis exemplum ſit catetus pyramidis, n. ℞. 375. & diameter baſis 10. cape dimidium 10. quod eſt 5. duc in ſe fit 25. quadra ℞. 375. fit 375. iunge ſimul fiunt 400. cuius ℞. quæ eſt 20. eſt linea conoidalis, multiplica igitur 20. in dimidium circumferentiæ baſis quod eſt $15\frac{5}{7}$ fiet $314\frac{2}{7}$ & tanta eſt ſuperficies tota ſuperior pyramidis non computata baſi id eſt circulo.

Menſura autem corporum hoc modo habetur, & primò ſphæræ, duc ſuperficiem totam exteriorem in $\frac{1}{3}$ ſemidiametri, producetur ſphæra, Exemplum ſphæra cuius diameter fuit 7. habuit ſuperficiem 154. ducito in $1\frac{1}{6}$, quod eſt ſexta pars diametri, fit $179\frac{2}{3}$, & tantum eſt corpus illius ſphæræ. 26

Et ſimiliter qualibet pars ſphæræ terminata in centrum producitur ex ductu ſuperfi- 27

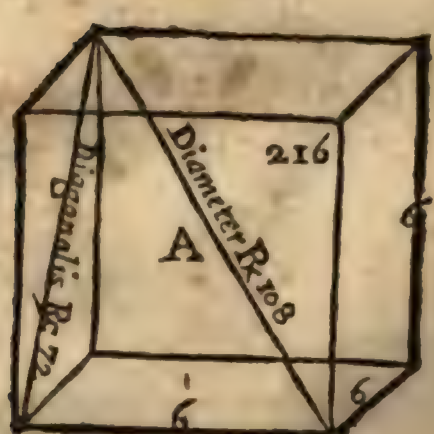
perficiei in $\frac{1}{6}$ diametri, velut ſi capiamus ſuperficiem alicuius ſphæræ quæ ſit 34. & ſit diameter 7. ducemus 34. in $1\frac{1}{6}$, fiunt $39\frac{2}{3}$, & tanta erit portio. A. c b. cuius a b. cognita ſit & d c. eritque per 21. regulam huius ambitus a c b. cognitus & d e cognita, cúmque per præcedentem corpus e a c b. imaginabile fiat ex ductu ambitus in tertiam partem e c. erit cognitum, & quia etiam corpus e a b. cognitum eſt ſit enim ex tertia parte. d e. in circulum cuius diameter eſt. a b. detracto hoc ex illo remanebit corpus a c b d. cognitum.



Exemplum ſit a, b, 12. & d, c, 4. erit per dicta diameter 13. quare d, e, erit $2\frac{1}{2}$: & circulus cuius diameter erit a, b, fiet $113\frac{1}{7}$: duco in $\frac{1}{3}$. e, d, & eſt $\frac{5}{6}$, fiet corpus a, e, b, imaginarium $94\frac{2}{7}$: & quia ſuperficies. a, c, b, fuit $163\frac{3}{7}$ per vigeſimamprimam regulam, duco in $\frac{1}{3}$. e, c, & eſt $2\frac{1}{6}$, producuntur $354\frac{2}{21}$: igitur detraho $94\frac{2}{7}$ ab his remanet corpus a, d, b, c, $259\frac{17}{21}$ & ita operaberis ſi a eſſet portio maior per reſiduum, nec tamen regula hæc præciſa eſt vt nec vigeſima prima.

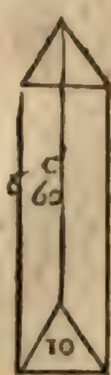
Si vero eſſet cubus, tunc duc longitudinem in latitudinem, & productum in altitudinem, habebis corpus eius. Exemplum ſit cubus a, cuius longitudo ſit 6. & latitudo 6. duco 6. in ſe ſit 36. duco in 6. ſit 216. & tantus erit cubus.

Cubus.

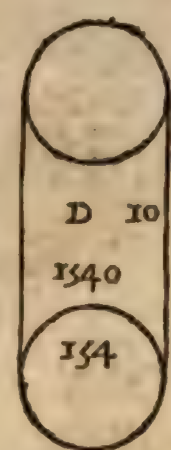


Et ſimiliter ſi fuerit corpus æquidiſtantium ſuperficierum ſtans ſuper planum ortogonaliter, & fuerit ob longum, aut nimis altum, ſemper productum ex longitudine, latitudine, & profunditate, inuicem erit corpus illud: veluti ſit corpus b, vt vides longitudinem habens 10. latitudinem vt 5. altitudinem vt 6. duco 10. in 5. ſit 50. duco 50. in 6. ſit 300. & vt vniuerſaliter dicam, omnium corporum quæ conſtant ex omnibus lateralibus ſuperficiebus æquidiſtantium laterum ſiue baſis trigona fuerit, ſiue quadrata, ſiue circularis, ſiue pentagona, ſiue irregularis, ſiue fuerit colomna quadrata, vel rotunda ſemper ex ductu ſuperficiei baſis in altitudinem, producitur corpus: & pro altitudine, intellige lineam venientem perpendiculariter à cacumine corporis ad baſim.

29 In omnibus his vna regula tenet quæ in cubo dicta eſt. Inuenies quantitatem baſis, quam duces in altitudinem, quod producitur eſt corpus. Exemplum in ſerratili quod conſtat ex duabus trigonis ſuperficiebus, & tribus quadrilateris, ſit baſis trigona 10. altitudo 6. in 10. duco 6. fit 60.

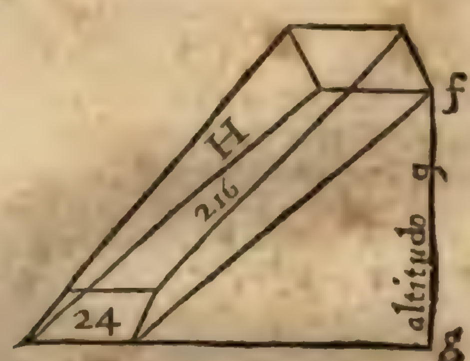


Corpus ſerratile.

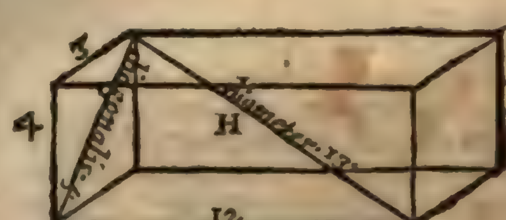


Columna rotunda.





Planum.



Bancum vel laterculus.

In columna rotunda d, ſit baſis 154. altitudo 10. duco 10. in 154. fiunt 1540.

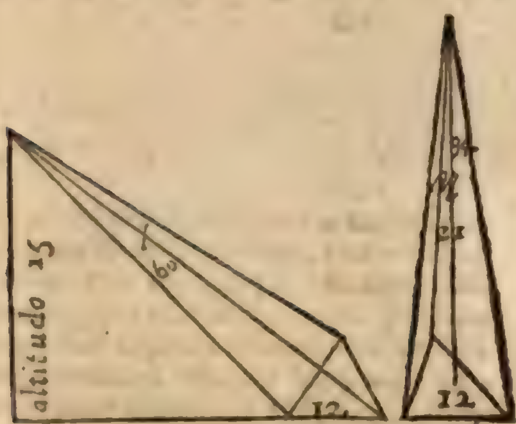
In

In trabe inclinata E, ſit baſis 24. latus 12. non ducam latus 12. in 24. ſed altitudinem quæ ſit 9. fiunt 216. & tanta eſt trabs.

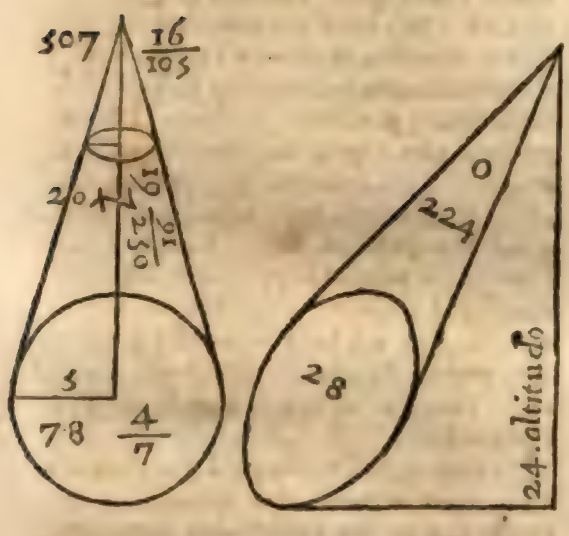
In bancho H, ſit latitudo 5. longitudo 12. duco inuicem & habeo baſim 36. ſit altitudo 4. duco 4. in 36. fit 144.

In corpore irregulari cuius baſis habet 6. latera inæqualia ſit ſuperficies baſis 48. & altitudo 5. duc 5. in 48. fiunt 240. & tantum eſt corpus.

30 Si vero corpora vniformiter in acutum tendant, hoc eſt ſecundum genus vt pyramis rotunda, aut triangularis, & ſint vniformes multiplica tertiam partem altitudinis in baſim, & productum eſt quantitas corporis. Exemplum ſit pyramis cuius baſis ſit 28. altitudo 24. capio tertiam partem de 24. & eſt 8. multiplico 8. in 28. producuntur 224. Et tanta eſt magnitudo pyramidis, o, & ſimiliter.



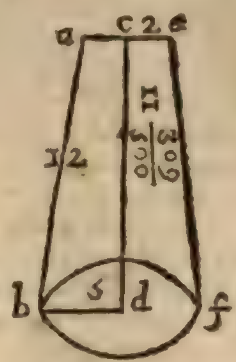
Planum | Pyramis Laterata Inclinata | Pyramis Laterata Recta



Pyramis Rotunda Recta | Pyramis Rotunda Inclinata

In pyramide N, cuius baſis eſt $78\frac{4}{7}$: & katetus $19\frac{91}{250}$: accipiemus tertiam partem de $19\frac{91}{250}$ & eſt $6\frac{41}{750}$: & multiplicabimus eam in $78\frac{4}{7}$: & productum erit magnitudo pyramidis quæ eſt $507\frac{16}{105}$ & ſic de aliis.

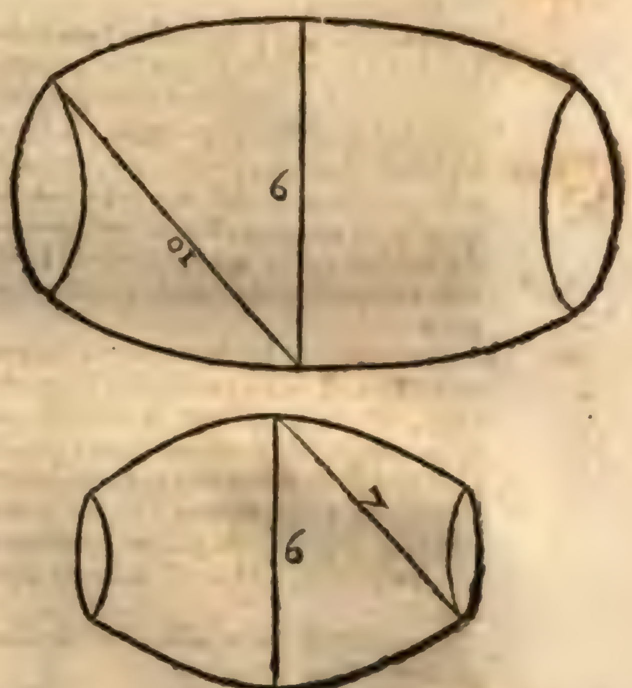
In pyramide autem curta ſciemus magnitudinem totius pyramidis; & partis defficientis, vnde detracta parte defficiente à tota pyramide, remanebit pyramis curta. Exemplum ſit pyramis curta cuius ſemidiameter baſis ſit 5. erit ergo area $78\frac{4}{7}$ & katetus ℞. 375. quæ eſt $29\frac{91}{250}$ cuius tertia pars eſt $6\frac{301}{750}$, duco inuicem & fiunt $507\frac{6}{105}$ & hæc eſt quantitas totius pyramidis: ſimiliter eo quod diameter



ſuperioris partis eſt 4. igitur area erit 44. & quia katetus fuit ℞. 60. quæ eſt $7\frac{149}{200}$: ducemus tertiam partem de $7\frac{49}{100}$ & eſt $2\frac{19}{50}$ ferme, in 44 fient $113\frac{11}{25}$, detraho $113\frac{11}{25}$ ex $507\frac{16}{105}$, remanent $393\frac{112}{525}$, & tanta eſt pyramis curta.

Cum autem voluerimus menſurare vas vinarium; ſcias quod ipſum eſt duplum pyramidis curtæ, & ideo inuenies per præcedentem capacitatem medietatis, deinde duplabis eam & habebis continentiam Vaſis. 31

Menſuratores tamen capiunt diametrum in medio vaſis, & eſt magnitudo baſis pyramidis vtriuſque curtæ, deinde tranſuerſo modo, deinde multiplicãt tranſuerſum in ſe, & poſt modum productum in baſim, & quod exit ſemper reſpectu cuiuſdam menſuræ certam ſeruat proportionem. Exemplum



ſit vt Vas Vinarium parum contineat Brentam. 1. per veram menſuram nam hoc aliter haberi non poteſt: volo per ipſum cognoſcere continentiam cuiuſlibet Vaſis Vinarij, cum ſolo baculo menſurabo vas paruum tranuerſaliter vt vides, & ſit 7. vlnarum, menſurabo itidem in medio & ſit 6. vlnarum, multiplico 7. in ſe facit 49. deinde multiplico 6. in 49.

& faciunt 294.dico igitur quod omnis multiplicatio proueniens iſto modo tot bretas demonſtrabit quotiens numerus proueniens continebit 294. Exemplum in vaſe maiori ſit linea tranuerſalis 10. & directa 9. duco 10.in ſe fit 100. duco 9. in 100. fit 900. diuido per 294.exeunt 3.$\frac{3}{49}$: & ita continebit brentas 3.& bocalia 4.fere.Menſuratores tamen quia Idiotæ ſunt non multiplicant hoc modo, & ideo magnos committunt errores, verum modus quem dedimus eſt præciſus leuis & valde, pulcher. Alius modus talis eſt accipe altitudinem in medio & in extremitaté & iunge ſimul & dimidium aggregati erit altitudo vera deinde quære longitudinem à foramine medio ad extremum deinde quadra altitudinem & productum multiplica in longitudinem & hoc productum tot continebit brentas quotiens numerus hic continebit numerum productum vaſis vnius brentæ veluti ſit E,F,4. E,H, 4. F, G, 2.iungo E,H,& F,G,fiunt 6.capio dimidium quod eſt 3. multiplico 3. in ſe fit 9. multiplico 9.in 4. fit 36. & hic eſt numerus vnius brentæ ponamus modo quod A, D, ſit 9. B, C, 5. iunge fiunt 14. diuide 14 exit 7. duco 7.in ſe fit 49.ponamus autem quod A, B,ſit 6.duco 6.in 49. fiunt 294. diuido 294. per 36.qui eſt numerus vnius brentæ exeunt 8$\frac{1}{6}$ & tot brentas continebit.

32 Pro corporibus autem regularibus duces tertiam partem kateti in ambitum eius, inuentum per præcedentia,& quod producitur eſt corpus.Exemplum katetus duodecedri eſt 3974. poſita diametro 10000. igitur poſita diametro ℞.700.erit 10.$\frac{51}{100}$. cuius tertia pars eſt 3$\frac{17}{100}$ quam duco in ambitum duodecedri qui fuit 1840.& fiet corpus duodecedri 5832 $\frac{4}{5}$. Et ita in aliis.

33 Pro corporibus irregularibus fac vas cubum ligneum capiens corpus illud perfectè, deinde pone in eo corpus & contege ipſum aqua, donec vndequaque tegatur, & ſignabis locum ad quem aqua attingit, poſt modum extrahe corpus & ſignabis locum ad quem aqua decreuit, deinde multiplicabis differentiam primi loci à ſecundo in baſim vaſis, & quod producitur eſt quantitas corporis.

34 Pro cognitione lapidum quæ requiruntur in ædificio ſic facies, multiplica longitudinem, deinde productum in altitudinem, & productum ſerua : deinde cape vnum ex lapidibus, & menſura longitudinem, latitudinem, & profunditatem, & duc vnam per aliam, deinde diuide primum productum per ſecundum, quod exit eſt numerus lapidum.

Exemplum ſit murus 40.brachiorum longitudinis, & 16.altitudinis, & 1$\frac{1}{4}$ latitudinis, multiplica 16. in 40.fit 640. multiplica 640. per 1$\frac{1}{4}$ fit 800. ſit autem laterculi longitudo $\frac{2}{3}$ brachij, latitudo $\frac{1}{4}$, altitudo $\frac{1}{6}$. multiplico $\frac{2}{3}$ in $\frac{1}{4}$ fit $\frac{1}{6}$, multiplico $\frac{1}{6}$, productum in $\frac{1}{6}$ quod eſt altitudo, fit $\frac{1}{36}$,diuido 800. per $\frac{1}{36}$ exeunt 28800. & tot lapides requiruntur.

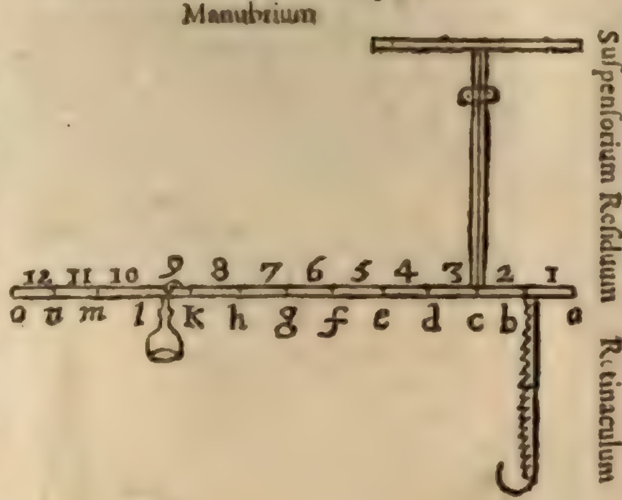
40. 16. 1$\frac{1}{4}$
640
800
$\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$
$\frac{1}{6}$ $\frac{1}{36}$
800
$\frac{1}{36}$
28800

CAPVT LXVI.

De Ponderibus.

IN præſenti capitulo demonſtrabo tria 1
Primum rationem ſtateræ ſecundo ordinem ponderum exiſtentium in vſu tertio ponderum & menſurarum antiquarum rationem.

Quantum ad primum, formabo ſtateram cum ſuis nominibus pro exemplo vt vides:



& ſcias quod totum hoc negotium conſtat ex duabus regulis, quarum prima eſt quod ſecluſo retinaculo, & pirali,talis eſt proportio manubrij ſublato duplo reſidui ad duplum reſidui qualis eſt ponderis annexi ad extremum reſidui per quod maneret manubrium in æquilibrio ad ipſum manubrium.Exemplum ſit manubrium,A, O, ponderis librarum 12. & non adſit pirale, nec retinaculum,& ponatur primo ſuſpenſorium, C, vt vides, erit igitur reſiduum 2.dupla fit 4.aufer à 12. remanet 8,dico igitur quantum proportio 8, ad 4,eſt dupla', quod ſi apponeretur duplum totius manubrij id eſt libræ 24,tunc manubrium remaneret in æquilibrio.Et ſimiliter ſi ſuſpenſorium poneretur in puncto, B, tunc reſiduum eſſet. 1.igitur duplum reſidui eſſet, 2 detraho 2 à 12. remanent 10.proportio 10. ad 2. eſt quintupla igitur requirentur libræ 60.ad hoc quod manubrium ſtaret in æquilibrio:tertio ponatur ſuſpenſorium in D,dico tunc quod reſiduum verſus dextram erit 3. quare duplum erit 6.à 12.remanent 6.igitur cum proportio 6.ad 6.ſit æqualitatis requirentur libræ 12. ad hoc vt manubrium ſtet in æquilibrio.

Ex hac regula ſequitur quod ſi apponatur 2
retinaculum in puncto B,& ſuſpenſorium in puncto C,tunc non conſiderabis pro reſiduo niſi B,C,& non totum A,C,quia pondus eſt ſuſpendendum in directo B, & non A, minuemus tamen pondus B,A,hoc modo,vt capiamus C,B,pro reſiduo,& eſt 1,dupla fit 2, ſubtrahe ex B,O, remanet.9,igitur proportio 9.ad 2. eſt quadraſexquialtera, igitur requirentur libræ 4.vnciæ 1$\frac{1}{2}$:nam pro nunc ſupponimus baculum tantum B,O,non conſiderando longitudinem ab vltimo : aufero pondus A,B,& eſt vncia vna,igitur libræ 4. & vncia $\frac{1}{2}$ æquabunt manubrium, ſuſpenſæ in retinaculo,computando tamen in hoc pondus retinaculi.

Et

3 Et ſcias quod retinaculum debet computari pro ſuo pondere, poſtquam computaueris proportionem loci, & in hoc longitudo eius nec breuitas nihil facit ad alleuiandum aut aggrauandum pondus quod appenditur, niſi in quantum materia retinaculi longioris eſt maior, breuioris minor, vnde ſi fierent ex re leui & non ex ferro, paruam aut nullam facerent in ponderando variationem, & hoc bene bene nota quia plures decipiuntur.

4 Ex quibus colligitur alia regula: quod pondusq uod appenditur in fine retinaculi, eſt ac ſi appenderetur in contactu manubrij, niſi in quantum retinaculum aggrauat ex materia ſua ex qua conſtat, & non ſui longitudine.

Secunda regula principalis eſt pirale quanto magis remouetur à loco ſuſpenſorij, eo magis grauius redditur, & grauitas illa eam ſeruat proportionem, quam remotio ad remotionem. Exemplum ſi piralo in D, eleuet lib. 20. & in E 25, eleuabit in F 30, & in G 35, & in H 40, & ita æquali ſpatio æquale aquirit augumentum & hoc ſtante manubrij æqualitate: & hoc per experientiam perfectam didici. Primum autem ſpatium puta C, D, communiter non eſt æquale cæteris, quantum in eo colligitur prima ſumma librarum: ex hoc colligitur quod dixit Pellacanus eſſe verum: muſcam poſſe præponderare toti elemento terræ, ſi poneretur in fine manubrij longiſſimi, verum cum hæ ſint fabuloſæ imaginationes, non conferunt ſed ridiculam artem potius reddunt.

5 Ex hac colligitur regula quod ſcita proportione manubrij, & additamento retinaculi, & pondere piralis, ſciemus pondus manubrij aut ſcito pondere manubrij, & proportione, & pondere piralis ſciemus retinaculorum pondus, & ſimiliter cognito pondere manubrij, piralis, & retinaculi, ſciemus data proportione deſcribere loca librarum & vnciarum: nihilominus fabri faciunt eas ſtateras cum experimento ponderi propter materiæ diuerſitatem.

6 Pro ſecundo nota quod 4. grana ordei faciunt kirat vnum, & 6 kirat faciunt denarium ſiue ſcrupulum, & tres denarij vel ſcrupuli faciunt dragmam, & 8. dragmæ faciunt vnciam, vera igitur vncia & ſi locis diuerſis varia ſit eſt tamen ponderis granorum hordei 576. vnciæ 12. faciunt libram, aſſumpſerunt autem numerum 12. in talibus tanquam oportuniorem propter multitudinem partium, nam 12 habet dimidium, tertiam, & quartam, & ſextam partem quod nullus numerus habet vſque ad 24. Et poſt 25. libræ faciunt pondus. 28. autem pondera dicuntur onus, nam à 28. ponderibus ad 32. communiter muli ferunt per longa itinera.

7 Et ſimiliter quatuor grana hordei iuxta poſita faciunt digitum, & quatuor digiti faciunt palmum, & quatuor palmi faciunt pedem, & quinque pedes paſſum faciunt, & 125. paſſus faciunt ſtadium, & 8. ſtadia faciunt milliare Italicum: igitur milliare continet latitudinem 128000. granorum hordei: & per milliare quod Italicum eſt cognoſcuntur Leucæ Germanorum, & Gallorum, & aliarum gentium: quæ ſunt comparandæ ad ipſum, quarum eſſet longa narratio. Pro his autem facti ſunt verſus hi:

Ex granis digitus quatuor formabitur vnus:
Et quater in palmo digitus, quater in pede palmus,
Quinque pedes paſſum faciunt, paſſus quoque centum.
Viginti quinque ſtadium dant, ſed miliare.
Octo dabunt ſtadia: at duplicatum dat tibi leucam.

Pro tertio nota quod antiqui integrum 8
aſſem appellauere, ſiue eſſet pondus, ſiue aliud integrum, & plerumque capiebant in genere pecuniarum aut per ipſum libram intelligebant & ideo aſſem diuidebant in partes 12. vnicuique proprium impoſuerunt nomen veluti vides ſcriptum.

As	deunx	dextans	dodrans
12	11	10	9
Vnciæ	Vnciæ	Vnciæ	Vnciæ
biſſæ	ſeptunx	ſemis	
8	7	6	
vnciæ	Vnciæ	Vnciæ	
quincunx	triens	quadrans	
5	4	3	
Vnciæ	Vnciæ	Vnciæ	
ſextans	vncia.		
2	1		
Vnciæ	Vncia.		

Ex hoc patet ſenſus antiquorum quo maximè vtebantur Iuris Ciuilis, Latores vt in Codice, & Digeſtis, apparet Iuſtiniani.

Fuerunt autem principia in ponderibus as, 9
in menſuris Geometricis pes: in humidorum & ſiccorum] menſuris ſextarium, huius pondus erat 15. vnciarum, ſiue in ſiccis ſiue humidis ita igitur ad Vncias relatæ menſuræ deſcribentur, quas etiam ex auctoribus Galeno, Aëtio, Paulo, & cæteris facile eſt intelligere, hoc cognito quod ſextarium 15. habet Vncias, nam reliquæ menſuræ ad eam referuntur.

chenix	ſextarium
vnciæ 60	vnciæ 15
emina	cotila
vnciæ $7\frac{1}{2}$	vnciæ 9
chenix attica	libra
vnciæ 27	vnciæ 12
congius	modius
vnciæ 90.	vnciæ 240
medimum latinum	medimum ſiculum
vnciæ 1440	vnciæ 1200
medium atticum	vrna
vnciæ 1296	vnciæ 360
amphora vel quadrantal	culeus
vnciæ 720	vnciæ 14400
amphora Græca	
vnciæ 540.	

Porrò vnciæ 15. ex Italis, 18. ſunt ex Græcis: vnde illæ leuiores cum ſint in ſextario 18. continebuntur, continet autem vncia fractiones has.

ſemiuncia $\frac{1}{2}$	duella $\frac{1}{3}$	ſicilicus $\frac{1}{4}$
ſexcula $\frac{1}{6}$		dragma $\frac{1}{8}$
ſemiſſecla $\frac{1}{12}$		tremiſſis $\frac{1}{18}$
ſcrupulus $\frac{1}{24}$		obolus $\frac{1}{48}$
biſiliqua $\frac{1}{72}$		ceraces $\frac{1}{96}$
ſiliqua $\frac{1}{144}$		chalchus $\frac{1}{192}$

Ciatus continet vncias 2. oxibaphus autem vncias $3\frac{1}{4}$, quartarius vncias $3\frac{1}{4}$, acetabulum vncias $1\frac{1}{2}$, denarius eſt vnciæ $\frac{1}{7}$.

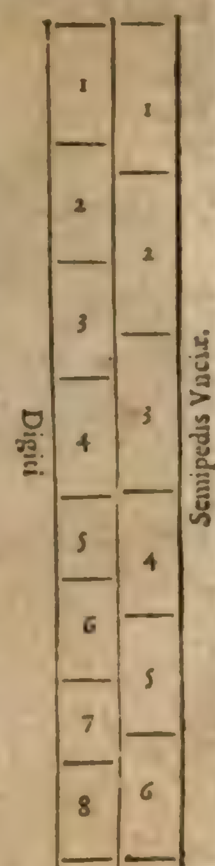
10 Hæc ex ponderibus menſurarum quod ſi magnitudinem intelligere deſideras hoc modo habent.

Sextarium continet Vncias 20. emina 10. quartarius 5, acetabulum $2\frac{1}{2}$, ciatus $1\frac{1}{4}$ fere, chenix 80, congius 120. modus 320. vrna 480, amphora 960, culeus 19200. & ſunt libræ 1600. hæc tamen docte & copioſe pertractant, Budæus, Portius, Agricola, Alciatus, & alij viri clariſſimi ſed ita diſſidentes vt nec ipſiſmet ſatis concordent more quodam temporum noſtrorum optima ingenia potius in iacturam quam vtilitatem humani generis vertente, nam ex vetuſtate collapſis integris rationibus, æquiuocatione etiam verborum diuerſa ſentientes, in immenſas ambages peruenerunt à quibus nec ipſi, nedum Lectores explicare ſe valeant, quamobrem magis laudandus in hoc erit Alciatus, quod compendio rem collegit ne plura perirent.

11 Iugeris autem antiqui menſura fuit pedum 120. in latitudine, & 240. in longitudine, vnde in ſuperficie continebit pedes 28800.

Pedis longitudo vnius vt collectum eſt ex antiquis exemplis eſt talis, vt hic medietas deſcribatur ob libelli anguſtiam, diuidebatur autem totus pes in Vncias 12. & in digitos 16, igitur quantum iugeris ſpatium hoc ſemipede in longitudine 480. in latitudine 240. repetito, antiquo tempore contineret, facile eſt comprehendere.

12 His igitur viſis præſtat videre quomodo pauciſſimis ponderibus, plurimæ libræ poſſint ponderari, conſtat autem proportione tripla ab vno ſumendo exordium. Exemplum volo pondera pro libris 100. cape pondus libræ vnius, & 3. & 9. & 27. habes igitur pondera 4. quorum ſumma eſt libræ 40. à 40. autem ad 100. ſunt 60. libræ, facies igitur quintum pondus librarum 60. & ita cum 5. ponderibus ponderabis omnes libras ab 1. vſque ad 100. & ita ſi vellem vſque ad 300. ſufficiunt pondera 6. primum 1. ſecundum 3. tertium 9. quartum 27. quintum 81. ſextum poteſt poni quomodolibet dummodo non ſit minus 179. libris quæ ſunt reſiduæ, nec maius de 243. quod eſt triplum 81. librarum; ſi igitur vellem ponderare libras 200. & habeam ducta 6. pondera 1. 3. 9. 27. 81. 243. ponam 243. 27. 9. 3. ex vna parte, ex alia pondus quod vis eſſe librarum 200. & 81. & 1 erunt igitur pondera hæc libræ 82. & illa 4. pondera faciunt 282. igitur remanent 200. ſemper igitur attendenda eſt in hoc tripla proportio & ex hoc ſequitur quod cum 10. ponderibus potero põderare à libra ad libram vſque ab 29524. Exẽplum vſque ad 10. vides Infra. 1. 3. 9. 27. 81. 243. 729. 2178. 6561. 19683. Et ſimiliter in vnciis capies 1. 3. 8. & cum iſtis tribus ponderabis vſque ad libram. Exemplum ſi vis 1. habes eam ſi vis 2 pones 3. ab vna parte, & 1 ex alia, vis 3. habes eam ſi vis 4. pone 3. & 1. ab vna parte, ſi vis 5. pone 8. ex vna parte & 3. ex alia, ſi vis 6. pone 8. & 1. ex vna parte, & 3. ex alia ſi vis 7. pone ab vna parte 8. & 1. ex alia ſi vis 8. habes ſi vis 9. pone 8. & 1. ex vna parte ſi 10. pone 8. & 3. ex vna parte, & 1. ex alia, ſi vis 11 pone 8. & 3. ex vna parte, ſi vis 12. pone omnes, videlicet 8. 3. 1. ex vnà parte: & ita de decem ponderibus librarum ſupradictis vt perficias omnem numerum ab 1. vſque ad 29524. veruntamen oportet eſſe exercitatum aliqualiter in hoc & eſt res ſatis pulchra.



Capvt LXVI.

De Quæſtionibus Arithmeticis ſuper capitula præcedentia.

IVnge tot $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}$ quod faciant $\frac{7}{8}$ aut $\frac{19}{8}$. caſus eſt impoſſibilis quia 19. & 7. 1
numeratores ſunt numeri primi, vnde $\frac{7}{8}$ & $\frac{19}{8}$ non poſſunt ſchiſſari cum igitur 8. ſit maior de 2. & 3. & 4. ideo caſus eſt impoſſibilis.

Iunge tot $\frac{1}{5}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{7}$ quod faciant $\frac{2}{3}$ caſus eſt etiam impoſſibilis, quia denominatores qui ſunt 5. & 7. primi ad 3. igitur cum 5. & 7. ſint duo numeri oportet vt fractio aggreganda excedat 2. ſed $\frac{2}{3}$ eſt minor igitur quæſtio eſt impoſſibilis.

Iunge tot $\frac{1}{5}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{7}$ quod faciant $\frac{81}{\,}$, quæſtio eſt poſsibilis quia 6. & 5. ſunt primi ad 7. & $\frac{33}{7}$ ſunt pluſquam duo auferes igitur 2. ex $\frac{33}{7}$ remanent $\frac{6}{7}$ & $\frac{5}{5}$ & $\frac{6}{6}$.

Iunge tot $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{5}$ quod faciant $\frac{13}{4}$. eadem ratione queſtio eſt poſsibilis, & ſunt aliqui in arte magni qui his friuolis faciliter implicantur.

Inſere tot $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}$ quod faciant $\frac{17}{8}$, multi- 2
plica 2. 3. 4. inuicem faciunt 24 diuide 24.
per

per 8. exit 3. multiplica 3. in 7. fit 21. diuide 21. per 4. exit 5. & ſuperſunt 1. quem ſuperpone ad 4. fit $\frac{1}{4}$, diuide poſtmodum 5. per 3. exit 1. & ſuperſunt 2. ſuperpone ad 3. fit $\frac{2}{3}$, vltimo 1. quod exiuit ſuperpone ad 2. fit $\frac{1}{2}$, & hic eſt complementum erunt igitur $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ inſita facientia $\frac{7}{8}$, ſi autem diuiſio illa eſſe non poſſit tunc quæſtio eſt impoſſibilis.

2. 3. 4. $\frac{21}{24}$. $3\frac{7}{8}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$

3 Cape $\frac{3}{5}$ de $\frac{4}{7}$ non eſt aliud quam multiplicare, fiunt igitur $\frac{12}{35}$. capere enim partem in fractis idem eſt quod multiplicare, eſt igitur ſenſus quod $\frac{12}{35}$ ſunt $\frac{3}{5}$ de $\frac{4}{7}$, id eſt quod diuidere $\frac{4}{7}$ in partes quinque & capere tres ex eis illæ erunt $\frac{12}{35}$.

4 Reduces ad partem $\frac{12}{35}$ in $\frac{4}{7}$, non eſt aliud reducere ad partem quàm inuenire quæ pars ſit $\frac{12}{35}$ de $\frac{4}{7}$, hoc autem fit diuidendo $\frac{12}{35}$ per $\frac{4}{7}$, & exit $\frac{84}{140}$, & ſunt $\frac{3}{5}$, dicemus igitur quod $\frac{12}{35}$ ſunt $\frac{3}{5}$ de $\frac{4}{7}$, in reducendo igitur ad partem eſt contrarium quod fit in capiendo partem, & diuiditur reducendus per fractionem ad quam volumus reducere, veluti diuido $\frac{12}{35}$ per $\frac{4}{7}$ & diuerſitas horum duorum à multiplicatione & diuiſione eſt in nomine, & in reductione etiam in permutatione diuiſoris cum diuidendo: nam ſi dico diuide $\frac{4}{7}$ per $\frac{12}{35}$ exit $1\frac{2}{3}$ & ſi dico reduces $\frac{12}{35}$ ad partem in $\frac{4}{7}$, exit vt dixi $\frac{3}{5}$ vnde patet diuerſitas.

5 Diuide 60. per duos numeros differentes in 2. & prodeuntia differant in $2\frac{1}{2}$. capio igitur vnum diuiſorem 1 co. igitur alius erit 1 co. p̃. 2. diuide 60. per 1 co. & per 1 co. p̃. 2. exeunt $\frac{60}{1\ co.}$ & $\frac{60}{1\ co.\ piu.\ 2.}$ detrahe minorem à maiore per capitulum decimumquartum remanent $\frac{120}{1\ co.\ piu.\ 1\ ce.}$ æqualia $2\frac{1}{2}$, multiplicando igitur omnia per 2 co. p̃. 1 ce. fient 120. æqualia 5 co. p̃. $2\frac{1}{2}$ ce. igitur 1 ce. p̃. 2 co. æquatur 48. quare res valet ℞. 49. m̃. 1. & eſt 6. & alia pars eſt 2. p̃. videlicet ℞. 49. p̃. 1. quod eſt 8. diuiſo igitur 60. per 6. & 8. fient exeuntia 10. & $7\frac{1}{2}$ quorum differentia eſt $2\frac{1}{2}$.

6 Homo accepit vxorem & alternis annis ſuſcepit maſculum & fœminam, & ſuperuixit annis 300. & filij eius eodem modo generauerunt maſculi tamen non ante 50. annos ſed poſt ſingulis annis & ita nepotes, & pronepotes, quæritur in 300. annis quot generabuntur diuide 300. fit 150. diuide 50. fit 25. igitur in annis 50. erunt paria 26. & in 50. annis ſequentibus erit progreſſio cuius terminus maior erit 26. minor 2. igitur per capitulum 27. erit aggregatum 350. paria & totum paria 376. vnde fiet progreſſio æqualiter augens cuius minimus terminus erit 28, terminus ſecundus 31.

300	50	
150	25	50
	1	
	26	
	$13\frac{1}{2}$	
	351	50
	1	
	350	

maximus 376. igitur in 50. aliis annis fiet per capitulum 27. paria 3900. at in aliis 50. annis fiet progreſſio compoſita ex duabus æqualiter augentibus, igitur erit per capitulum 27. ſumma 41250. & in aliis 50. annis erit progreſſio ſimiliter compoſita ex æqualiter augentibus cuius ſumma erit 444380, at in vltimis 50. annis cum ſtationis principium ſit vltimus terminus cum additione primi, cui ſi addatur primus alterius ſtationis fit ſecundus terminus ſtationis ſecundæ: erunt igitur vltimæ ſtationis paria 4869830. iunge omnia fient 5559736. igitur in annis 300. erunt omnes maſculi & fœminæ duplicando paria. 5559736. capita 10719472.

Patet igitur quod in annis 400. mundus repleretur ab vno maſculo & vna fœmina gignentibus ſingulo anno maſculum vel fœminam in tantum quod eſſemus ſicut formicæ & hoc pro nomine Abraham & Adam de quibus Biblia & Beatus Auguſtinus dixerunt generationes admirabiles hanc non intelligenti quæſtionem.

Duo ambulabant primus milliaria 10. ſingulo die, ſecundus quantitatem milliariorum in prima die, & in ſecunda $\frac{1}{3}$ p̃. & in tertia die $\frac{1}{5}$ p̃. quàm in ſecunda, & in quarta die $\frac{1}{3}$ p̃. quàm in tertia die, & in quinta die $\frac{1}{5}$ p̃. & ita alternando per ſexquitertiam & ſexquiquintam proportionem & in 19. diebus attigerunt ſe in vltimo fine 19. diei, quæritur quantùm ambulauit ſecundus in prima die & ſimiliter in vltima. 7

Dices igitur cum primus in 19. diebus peragat 190. milliaria igitur ſecundus. In 19. diebus cum coniungatur primo exegit milliaria 190. capio proportiones $\frac{4}{3}$ & $\frac{6}{5}$ in tribus terminis & ſunt 15. 20. 24. detraho 15. à 24. remanent 9. igitur per vigeſimamquintam regulam 27. Capituli erit proportio aggregati milliariorum quos perambulat ſecundus dempto primo termino ad maiorem terminum dempto minore, eſt veluti 44. ad 9. pone igitur minorem terminum 1 co, cum igitur aggregatum ſit 190. erit 190. m̃. 1 co. ad terminum maiorem ſiue ſpatium quod pertranſit in decimanona die m̃. 1 co. veluti 44. ad 9. igitur per regulam 3. multiplica 190. m̃. 1 co. in 9. fiunt 1710. m̃. 9 co. diuide per 44. exit $38\frac{19}{22}$ m̃. $\frac{9}{44}$ co. & & quia hic eſt maior terminus dempto minore qui fuit 1 co. ex dicta regula igitur addito minore termino iterum fiet maior terminus, erit igitur terminus maior $38\frac{19}{22}$ p̃. $\frac{35}{44}$ co. proportio autem $\frac{4}{3}$ & $\frac{6}{5}$ componunt proportionem $\frac{8}{5}$ ex capitulo 37. via multiplicationis, hanc duc in ſe fit $\frac{64}{25}$ pro cenſu: pro multiplica in ſe fit $\frac{4096}{625}$ pro cenſu cenſus: quadra etiam ce. ce. fit [illegible] & eſt in 16. proportionibus & 17. terminis: duco in $\frac{8}{5}$ pro complemento fit [illegible] diuido terminum maiorem per hanc proportionem exit [illegible] p̃. [illegible] co. igitur reſiduum quod eſt [illegible] co. æquale eſt illi fractioni numerorum: reduco ad vnam fractionem fiunt [illegible] igitur res ipſa ideſt primus terminus valet [illegible] tanto plus habuit terminus maior de $38\frac{19}{22}$ m̃. $\frac{9}{44}$ co. ambulauit igitur die vltima 39 [illegible].

8 Quidam ſodiebat puteum brachiorũ 34. pro libris 60. cum expenſis duarum perſonarum, cum autem ſodiſſet brachia 20. infirmatus eſt magiſter & rogauit Dominum vt ſolueret ei portionem debitam, quæritur quantum debuit dare. Scias quod expenſæ quantum ad computandi rationem non faciunt variationem. nam in talibus proportionantur labori, dic igitur progreſſio de 34. eſt 595. & de 20. eſt 210. dic igitur ſi 595. ſoluitur 60. libris, quot ſoluitur 210. multiplica 210. per 60. fiunt 12600. diuide per 595. exeunt. Libræ 21. ſolidi 3. nummi 6 $\frac{12}{119}$. & tantum debebitur & ratio eſt quod in fodiendo terram ſecundum brachium habet laborem etiam primi, & tertium etiam duorum precedentium, quare &c.

9 Quidam promiſit vni, granum frumenti prima die & ſecunda die grana 2. & tertia die grana 6. & quarta die grana 18. & quinta die grana 54. & ita vſque ad dies 30. duplando totum quod prius habuit, quæritur quot grana erunt, accipe ſummam aliquam quamuis vtpote 4. dierum & eſt 27. duc eam in ſe fiunt 729. & tot habebit grana in diebus 7 quod eſt in duplo 4. minus vno, deinde duc 729. ſummam 7. dierum in ſe fiunt 531441. & hæc erit ſumma 13. dierum ideſt dupli 7. dierum, minus vno, & ita procedes in reliquis: cum autem fueris ad 25. tunc capies reliquos terminos qui ſunt quinque & quære augumentum in terminis 6. videlicet vno plus & ſunt 243. multiplica in aggregatum 25. terminorum qui erat quadratum 531441. hoc eſt 282429536481. & productum erit numerus 30. dierum hic, 68630377364883. poteſt etiam fieri per regulam capituli 27. in qua docetur inueniri terminus maximus in proportione tripla habito numero terminorum qui eſt 30.

10 Dixit ædificator Domino domus volo pro primo brachio muri ſolidos 10. per ſecundo brachio ſolidos 20. pro tertio 40. pro quarto 80. pro quinto 160. quid accedit cum ædificaſſet brachia 2 $\frac{1}{2}$ infirmatus eſt quæritur pretium: hæc plurimum differt ab octaua & eſt difficilior longè ea. Ratio in hac eſt quod ex æquali augmento creſcit proportionaliter in duplo, igitur partes etiam debent eſſe continuæ proportionales ſicut igitur 20. pretium ſecundi brachij, eſt duplum ad 10. pretium primi ita dimidium ſecundum brachij primi debet habere dimidum proportionis duplæ ad dimidium primum brachij primi & ita eandem proportionem debet habere dimidium primum brachij ſecundi ad dimidium ſecundum brachij primi & ita de reliquis, proportio autem dimidia duplæ eſt ille quam habet ℞. 2. ad 1. & eadem 2. ad ℞. 2. & eadem eſt ℞ 8. ad 2. & eadem 4. ad ℞ 8. non eſt igitur aliud dicere hoc quam facere ex vna dupla proportione duas proportiones æquales componentes eam, & ita diuidere 10. & 20. & 40. in duas & duas & duas quantitates continuæ proportionales, dicam igitur fac ex 60. aggregato ex 40. & 20. quatuor, quantitates continuæ proportionales quarum primæ duæ faciant 20. nam reliquæ duæ neceſſario faciunt 40. nam omnes ſupponuntur facere 60. tunc tu ſcis per dicta in capitulo regulæ 3. quod cum fuerint 4. quantitates continuæ vel incontinuæ proportionales ſemper ex coniuncta proportionalitate & permutata, erit pima talis pars tertiæ & ſecunda quartæ, qualis erit aggregatum primæ & ſecundæ pars aggregati tertiæ & quartæ: ſed aggregatum primæ & ſecundæ eſt 20. ex ſuppoſito, & aggregatum tertiæ & quartæ eſt 40. ex ſuppoſito, & ita primum aggregatum eſt dimidium ſecundi igitur prima quantitas erit dimidium tertiæ & ſecunda quartæ, ponamus igitur quod prima quantitas ſit 1 co. erit ſecunda 20. m̃. 1 co. & tertia duplum primæ videlicet 2 co. & quarta duplum ſecundæ videlicet 40. m̃. 2 co. & quia ſunt continuæ proportionales ex ſuppoſito igitur ducta prima in tertiam fiet quadratum ſecundæ, duco 1 co. in 2 co. fit 2 ce. multiplica 20. m̃. 1. co. in ſe fit 400. p̃. 1 ce. m̃. 40 co. æqua partes fient 400. æqualia 1 ce. p̃. 40 co. igitur per capitulum res valet ℞. 800. m̃. 20. & tantum habuit prima pars, & ſecunda habebit 40. m̃. ℞. 800. & tertia ℞. 3200. m̃. 40. & quarta 80. m̃. ℞. 3200. cum igitur pro primo brachio debeantur 10. pro ſecundo 20. pro tertio 40. igitur pro dimidio debebitur tertia pars proportionalis quæ eſt ℞. 3200. m̃. 40. iunge ſimul fiunt ℞. 3200. m̃. 10. & eſt fere 46 $\frac{76}{125}$. ita conſidera quod ſi primo brachio debentur 10. & ſecundo 20. & tertio 40. igitur primæ medietati primi brachij debentur 4 $\frac{71}{100}$. & ita de aliis vt in Figura.

1 co.
20. m̃. 1 co.
2 co.
40. m̃. 2 co.

℞. 800. m̃. 20.
40. m̃. ℞. 800.
℞. 3200. m̃. 40.
80. ℞. 3200.

1	10
1	20
$\frac{1}{2}$	℞. 3100. m̃. 40
	℞. 3200. m̃. 10.
$\frac{1}{2}$	4 $\frac{71}{100}$
1	10. $\frac{7}{100}$
2	30.
2 $\frac{1}{2}$	46. $\frac{71}{125}$
3	70.

Et hæc ratio aſſimilatur intendentibus baliſtas nam ex æquali augmento duplicatur difficultas ita vt vltimus digitus maiorem expoſcat labobem omnibus præcedentibus.

Canis ſequebatur leporem: lepus autem antecedebat canem, paſſibus 60. canis, & pro omnibus 3. paſſibus canis, lepus faciebat 5. paſſus, tardams $\frac{1}{20}$ temporis ad complementum, ita quod gratia exempli ſi canis faciebat paſſus 3. in 20. momentis, lepus faciebat paſſus 5. ex ſuis, in 21. momentis: & 3. paſſus canis exceduntur à 7. paſſibus leporis in $\frac{1}{10}$ paſſus canis: quæritur quando canis attinget leporem hoc eſt in quanto ſpatio: ſimilem ponit Frater Lucas, ſed longe faciliorem, tamen falſam, & defficientem, vnde mirari contingit de homine illo: igitur primo reduces omnia ad vnum genus videlicet paſſus canis & ſpatium diſtantiæ ad paſſus leporis ſi igitur 7. paſſus leporis excedunt 3. paſſus canis in $\frac{1}{10}$ paſſus canis, igitur 3 $\frac{1}{10}$ paſſus canis ſunt 7. paſſus leporis ſi igitur 3 $\frac{1}{10}$ ſunt 7. quid erunt 60. paſſus canis diſtantiæ, & erunt paſſus leporis 137 $\frac{41}{61}$. & 11

quia

quia in quibuslibet 3. paſſibus canis lepus facit paſſus 5. deficiens per $\frac{1}{20}$ temporis ad ſuplementum dic igitur ſi 21. tempus dat 5. quid dabit 20. duc 20. in 5. fit 100. diuide per 21. exi. 4 $\frac{16}{21}$ igitur dices quod in omnibus 3. paſſibus canis lepus facit paſſus 4. $\frac{16}{21}$ & quia paſſus 5 $\frac{1}{10}$ canis ſunt 7. leporis, igitur paſſus 3. canis erunt paſſus leporis 6 $\frac{11}{61}$ cum igitur in tempore in quo canis facit paſſus 3. ex ſuis & ſunt 6 $\frac{11}{61}$ leporis lepus faciat tantum 4 $\frac{16}{21}$, igitur in omnibus 4 $\frac{16}{21}$ paſſibus canis appropinquantur ei per 2 $\frac{118}{1281}$ dic igitur ſi 2 $\frac{118}{1281}$ producitur ex 4 $\frac{16}{21}$ ex quibus producetur paſſus 137 $\frac{41}{61}$ multiplica 136 $\frac{41}{61}$ in 4 $\frac{16}{21}$ fiunt $\frac{840000}{1281}$ quos diuide per $\frac{2720}{1281}$ & eſt ac ſi diuideres 840000. per 2720. nam ſunt fractiones eiuſdem denominatoris, qui eſt 1281. exibunt igitur paſſus leporis 308 $\frac{14}{17}$. & in tot iungentur.

12 Duo diſcedebant Mediolano quorum primus ibat verſus Romam milliaria 20. perficiens ſingulo die, alter prima die ibat 5. milliaribus ſecũda die 8. tertia die 11. & ita aſcẽdendo per 3. quæritur quando iungentur pone quod in 1 co. dierum, igitur primus faciet 20 co. milliariorũ, ſecundus per ſecundã regulam 27. capituli, dẽpto 1. à numero terminorum remanet 1 co. m̃. 1. multiplica in differentiam fit 3 co. m̃. 3 adde minorem terminum qui eſt 5. fit 3 co. p̃. 2. maior terminus, tunc per vndecimam regulam eiuſdem capituli adde primum terminum vltimo fit fit 3. co. p̃. 7. multiplica per dimidium terminorum fit 1 $\frac{1}{2}$ co. æqualia 20 co. igitur 1 $\frac{1}{2}$ ce. æquatur 16 $\frac{1}{2}$ co. quare 1 ce. à æquatur 11. co. igitur res valet 11. & in tot diebus iungentur.

13 Duo ſocij erant quorum alter erat Romæ & veniebat Mediolanum prima die faciens milliare 1. ſecunda 2. tertia 4. quarta 8. & ita duplando: alter ſocius erat Mediola ni & ibat Romam prima die ibat milliaria 3. ſe cunda 4. tertia 6. quarta 9. quinta 13. & ita augendo milliare vnum in progreſſione: & fuerunt à Roma Mediolanum milliaria 330. quæritur quando iungentur, in talibus vbi ingreditur progeſſio Geometrica ſine cognitione numeri terminorum cogeris inuenire dies integros, ponamus igitur quod in diebus 8. eritque vt primus per vigeſimam tertiam regulam perambulaueri milliaria 255. eo. quod progreſſio eſt primi modi, ſecundus autem milliaria 147. eo quod progeſſio eſt 12. modi, iunge fiunt miliaria 402. igitur pretranſierunt, quæro in 7. diebus quantum perambulauerunt eritque vt primus perambulauerit 127. milliaria ſecundus 18. iunge fiunt 235. differentia à 330. eſt 95. & ab octaua die 167. igitur ſi in vna die perambulant milliaria 167. in quanto tẽpore ambulabunt milltaria 59. ſuperpone 95. ad 137. & fiet $\frac{95}{117}$ vnius diei, igitur in diebus 7 $\frac{95}{117}$ iungentur. Vnde nota quod in concurſibus debent iungi itinera, & in progreſſionibus Geometricis in quibus termini ſunt ignoti, debent queri termini integri, Frater autem Lucas talia fruſtra ſoluit per la co.

14 Duæ aues erant ſuper eadem arbore & vna cæpit volare verſus Orientem prima die per 1. milliare, ſecundæ die 2. tertia die 3. quarta die 4. & ſic continue. Altera verſus Occidentem per eandem lineam die prima milliare 1. die ſecunda milliaria 8. die tertia milliaria 27. & ita per cubos & fuit circuitus terræ vt creditum eſt à multis milliariorum 44310. quæritur in quot diebus iungentur illæ aues pone quod in 1 co. dierum igitur per capitulum 27. primus ambulauit $\frac{1}{2}$ ce. p̃. $\frac{1}{2}$ co. milliariorum, per idem capitulum in fine de cubis ſecundus ambulauit $\frac{1}{4}$ ce. ce. p̃. $\frac{1}{2}$ cu. p̃. $\frac{1}{4}$ ce. iunge ſimul amborum progreſſum fient $\frac{1}{4}$ ce. ce. p̃. $\frac{1}{2}$ cu. p̃. $\frac{3}{4}$ ce. p̃. $\frac{1}{2}$ co. æqualia 44310. igitur quadruplum quadruplo erunt igitur 1 ce. ce. p̃. 2. cu. p̃. 3 ce. p̃. 2 co. æqualia 177240. milliaribus, adde 1. de cõmuni fient milliaria 177241 æqualia 1 ce ce. p̃. 2. cu p̃. 3. ce. p̃. 2 co. p̃. 1. capias radicem vtriuſque erit radix milliariorum 421. & ℞. denominationum 1 ce. p̃. 1 co. p̃. 1. detrahe 1. communiter quod addidiſti fient 1 ce. p̃. 1 co. æqualia 420. igitur dimidia 1 co. fit $\frac{1}{2}$ multiplica in ſe fit $\frac{1}{4}$ adde ad 420. fit 420 $\frac{1}{4}$ cuius ℞. eſt 20. a. qua auferre $\frac{1}{2}$ quod fuit medium radicum remanet valor rei 20 $\frac{1}{2}$ præciſè, & in tot diebus iungentur proba & inuenies quod prima volauit per milliaria 210. & ſecunda 44100. quæ iuncta ſunt 44310.

Animaduerte quod Frater Lucas facit ſimilem ſed ſemper remanet in ſurdis exemplum ponamus quod 177241. non haberet radicem. Tunc diceres quod 1 ce. p̃. 1 co. p̃. 1. eſſent æqualia ℞. 177241. quare fieret 1 ce. p̃. 1 co. æqualia ℞. 177241. m̃. 1. dimidia 1 co. & multiplica fit $\frac{1}{4}$ adde ad ℞. 177241. m̃. 1. fiunt ℞. V. 177241. m̃. 1. L. p̃. $\frac{1}{4}$ à qua detrahe $\frac{1}{2}$ pro dimidio radicum fiet valor rei ℞. ℞. V. 177241. m̃. 1. L. p̃. $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$. & eſt ſenſus cape Radicem 177241. m̃. 1. cui adde $\frac{1}{4}$ & eius cape ℞. à qua detrahe $\frac{1}{2}$. & hic erit valor rei, ex quo patet error maximus Fratris Lucæ qui detrahit $\frac{1}{4}$ à m̃. 1. & facit m̃. $\frac{3}{4}$ quod eſt falliſſimum. Quodque plus eſt vigeſimaſeptima regula non intelligitur nec aliæ vbi terminorum numerus non euadit integer quia ſi dicas cu. 4 $\frac{1}{2}$ ſecundum regulam facerent 174 $\frac{47}{81}$, & tamen ſunt 183 $\frac{1}{2}$ vt patet per ſe niſi quis vellet procedere per modum quæſtionis decimæ, & ideo non intellexit quæſtionem ex quo credendum eſt paucas aut nullas difficilium quæſtionum eſſe eius proprias, ſed ſine intellectu tranſcriptas, & ſi veræ ſunt potius fortuna quam aliter, hoc volui dixiſſe propter tria primo ne credas illius quæſtionibus arduis quantum plereque ex his ſunt falſæ, ſecundo vt intelligas quod quando ce. & co. æquantur ℞. numeri per ſe aut cum numero addito per p̃. aut diminuto per m̃. quod tales etiam habent ſolutionem per capitulã ſua, ſicut ſi ce. & co. æquarentur nu. tantum, tertio vt cognoſceres quomodo fienda ſit æquatio quia partes debent omnes manere ſeparatæ eo quod valor rei ſit ℞. ℞. V. L.

Quidam ibat à Mediolano Brixiam pri- 15
ma die milliare 1. die ſecunda 2. die tertia 4. die quarta 8. & ita deinceps aſcendendo per duplam, alius veniebat Brixia prima die 2. milliaria ſecunda die 4. tertia die 6.

quarta die 8. & occurrerunt ſibi in medio itineris. Quæro quando ſibi occurrerunt & quot milliaria ſunt à Mediolano ad Brixiam. Fac ſic iunge tot dies vt vides quod primus ſuperet ſecundum hoc fit in 5. diebus. Nam primus ambulauit milliaria 31. ſecūdus 30.&

	primus	ſecundus	aggregatū primi	ſecundi
primus	1	2	1	2
ſecūdus	2	4	3	6
tertius	4	6	7	12
quartus	8	8	15	20
quintus	16	10	31	30

6	5	5
	16	6
	80	15
	6	$13\frac{1}{3}$
	$13\frac{1}{3}$	$28\frac{1}{3}$
		$56\frac{2}{3}$

in die præcedenti videlicet in 4. diebus primus ambulauit 15. ſecundus 20. igitur in 4. diebus ſecundus ſuperabat primum & in 5. primus ſuperabat ſecundum vt vides, auferes igitur iter quinti diei vnum ex alio remanent 6. aufer etiam aggregatum quartæ diei ab aggregato 4. diei alterius videlicet 15. à 20. remanent 5. multiplica 5. in iter quinti diei maius & eſt 16. fit 80. diuide per 6. exit $13\frac{1}{3}$ adde ad 15. fit $28.\frac{1}{3}$ & tantum ambulauit quilibet illorum: igitur cum quilibet ambulauerit medietatem erunt à Mediolano ad Brixiam milliaria $56\frac{2}{3}$. & iuncti ſunt in diebus $4\frac{5}{6}$ quod eſt in diebus 4. horis 10. hora videlicet vigeſima ſecunda diei dando horas 12. pro die artificiali, nam dies 4. ſunt perfecti, & diuiſa 5. differentia aggregati per 6. differentiam diei quintæ, exit $\frac{5}{6}$ ipſius quintæ diei.

Tres ruſtici ibant Romam & diſcubue-
16 runt ſub fago, & primus habuit panes 3. & amphoram vini ſextariorum 4. & reliqui ſocij vt vides acceſſit antequam comederent ſocius quartus non habens niſi vnum panem comendit cum eis & ſoluit ſolidos 5. quos ille æqualiter diuiſit primis tribus ſociis videlicet ſolidum & denarios 8. pro ſingulis, quæro pretium panis & vini & piſcium, dices igitur ſi omnes æqualiter habuerunt à quarto ex pecuniis, igitur tantum poſuit vnus quantum alius ex primis tribus ſociis detraho igitur vini 4. à vini 5. remanent panes 3. æquiualentes 6. piſcibus & 1 vini & ita factis detractionibus conſurgit ſecunda Figura. deinde reduco æquiualentiam ad vnitatem & conſurgit tertia Figura, dicendo ſi 3. panes æquialent vini & 6. piſcibus igitur 1. panis æquiualebit $\frac{1}{3}$ vini & 2. piſcibus & ita de aliis. Poſt dic ſi per ſecundam panes 3. valent vini 1. piſces 6. & vini 1. valet per tertiam panes $\frac{2}{5}$ piſces $\frac{1}{5}$, igitur panes 3 valebunt panes $\frac{2}{5}$ piſces $6\frac{1}{5}$, & ita ter repetendo formabis quartam Figuram, poſt ſubrtahe panes à panibus vinum à vino, piſces à piſcibus, remanebit æquiualentia quintæ Figuræ veluti vides, cum igitur per quintam Figuram panes $2\frac{3}{5}$ æquiualeant piſcibus $6\frac{1}{5}$, multiplicando omina per 5. fiunt panes 13. æquiualentes piſcibus 15. & ita de aliis, vt in ſexta Figura patet, quia igitur quartus habebat & panem & ſoluit ſolidos 5. igitur comedit valorem 1. panis & 5. ſolidorum quare omnes comederunt panes 4. & ſolidos 20. & quia quartus ſocius habuit panem igitur tres primi habuerunt panes 3. & ſolidos 20. in valore detractis igitur panibus 3. de communi erunt piſces 13. vini 9. panes 2. valentes 20. ſolidos, reduces igitur panes & piſces ad vinum per regulam & ſextam Figuram fient vini $24\frac{2}{5}$ æqualia 20. ſolidis quare deducendo per denominatorem fient 122. bochalia vini, æqualia 100. aſſibus, & 61. vini 50. aſſibus, vnus igitur Vini valet $\frac{50}{61}$ aſſis & hoc nota extra & quia vini 13. ſunt piſces 15. duc 13. in $\frac{50}{61}$ fiunt $\frac{650}{61}$ hic erit valor 15. piſcium diuide igitur $\frac{650}{61}$ per 15. ducendo in denominatorem fient $\frac{650}{915}$ ſchiſſa fiunt $\frac{130}{183}$. & hic eſt valor vnius piſcis & quia piſces 31 ſunt panes 13. duc igitur piſces 31. in $\frac{130}{183}$ fient $\frac{4030}{183}$. & hic eſt valor 13. panum, igitur panis vnus valet $\frac{310}{183}$ repone loco ſuo & quia quilibet tantùm habuit quantùm fuit illud quod quartus comedit & vltra tertiam partem ſolidorum 5 igitur valor cuiuſlibet fuit ſolidorum quinque & vltra ſolidorum $1\frac{2}{3}$ & vnius panis iunge ſimul fient ſolidi $8\frac{22}{61}$. & tantum quilibet habuit & pro commoditate probationis. reduc omnia ad 183. & fiet $8\frac{66}{183}$. & Vini eſſet valor $\frac{150}{183}$. probatio facilis eſt primus habebat panis 3. igitur $\frac{930}{183}$ & vini 4. igitur $\frac{600}{183}$. iuncta ſunt $\frac{1530}{183}$ ſecundus habuit piſces 6. igitur $\frac{780}{183}$ & vini 5. igitur $\frac{750}{183}$. iuncta ſunt $\frac{1530}{183}$ tertius habuit piſces 7. igitur $\frac{910}{183}$ & panes 2. igitur $\frac{620}{183}$. iunge fiunt omnes $\frac{1530}{183}$. igitur omnes habent $7.\frac{66}{183}$ & primus habuit aſſem

Vini	1 aſſis	$\frac{150}{183}$
Piſcis	1 aſſis	$\frac{130}{183}$
Panis	aſſis.	$\frac{310}{183}$

Prima æquiualentia.

primus ſocius	panes 3. ſextar. vini	4
ſecundus ſocinsi	piſces 6. ſextar. vini	5
tertius ſocius	piſces 7. panes	2
quartus ſocius	ſolidos 5. panem	1

Secunda.

panes 3.	vini 1 piſces	6
vini 5.	piſces 1 panes	2
piſces 7.	panes 1 vini	4

Tertia.

panis 1.	vini $\frac{1}{3}$ piſcis	2
vini 1	piſces $\frac{1}{5}$ panis	$\frac{2}{5}$
piſces 1.	panis $\frac{1}{7}$ vini	$\frac{4}{7}$

Quarta.

panes 3.	panes $\frac{2}{5}$ piſces	$6\frac{1}{5}$
vini 5.	vini $\frac{4}{7}$ panis	$2\frac{1}{7}$
piſces 7.	piſces 2 vini	$4\frac{1}{3}$

Quinta.

panis $2\frac{3}{5}$	piſces $6\frac{1}{5}$
vini $4\frac{3}{7}$	panis $2\frac{1}{7}$
piſces 5	vini $4\frac{1}{3}$

Sexta.

panes 13	piſces 31
vini 31	panes 15
piſces 15	vini 13

Septima.

vini 9 piſces 13 panes 2 valent aſſes 20.

aſſem 1 $\frac{127}{161}$. quia habuit panem & ideo quilibet commedit aſſes 6 $\frac{127}{161}$.& totum quod comeſtum fuit valuit aſſes 26.& $\frac{61}{161}$.

17 Detrahe 4.cu. à 7 ce. p̃.3 co. in capitulo ſuo declaraui quod per modum multiplicationis fiunt ℞.49 ce.ce.p̃.9 ce.p̃.16.cu.ce.p̃. ℞.1764.cu.ce. m̃. ℞.3136.ce. Rel. P.m̃. 576 ce.ce.ce. non dixi tamen modum quia deſcriptus eſt in capitulo detractionis ſurdorum quia tamen in ſurdis operamur per modum radicum diſpones vt vides deinde quadra vnum quodque per ſe fiunt vt vides 49 ce.ce.quadratum de 7 ce. & 9 ce.quadra-

7 ce. p̃.3 co. 4.cu.
49 ce.ce. p̃.9 ce. 16.cu.ce.
℞.49 ce.ce.
℞. 9 ce.
℞.441.cu.ce.
4
℞.1764.cu.ce.
℞.49 ce.ce. p̃.9 ce.
℞.16.cu.ce.
℞.L.784 ce.Rel.p.p̃. ℞.144. ce.ce.ce.
℞.L.3136 ce.Rel.p.p̃. ℞.576 ce.ce.ce.

tũ de 3 co.& 16.cu.ce. quadratum de 4 cu.eſt igitur ac ſi problema dixiſſet detrahe ℞.16.cu.ce.à ℞.L.49.ce.ce.p̃.℞.9 ce.quare iungendæ eſſent & fient 49 ce.ce.p̃.9.ce.p̃.16 cu.ce. deinde ducenda eſt vna pars ℞.L. in alteram fit 441.cu.ce.& hoc eſt quadruplandum,erit igitur additum 49 ce.ce.p̃.9.ce.p̃. ℞.1764.cu ce. deinde multiplica partes per modum ℞. ideſt ℞.16.cu.ce. in 49 ce.ce. fiunt 784 ce. Rel. P. & ſimiliter 16.cu.ce. in 9 ce fiunt 144 ce.ce.ce. hoc totum debet quadruplari quia ℞. eſt fient ℞.L.3136 ce. Rel.P.p̃ ℞.575 ce.ce.ce.detrahendũ à priori & reſidui ℞.erit illud quod remanet: detractis 4 cu. ab 7 ce.p̃. 3 co.eſt igitur dicere.

7 ce.p̃. 3 co. 4.cu.
49 ce.ce.p̃. 9 ce. 16.cu.ce.
p̃.16.cu.ce.p̃.42.cu. 7 ce.
3 co.
7 ce. p̃. 3 co. 2.1 cu.
4.cu. 2
28.Rel. P. p̃. 12.cu. 42.cu.
2
56.Rel. P. p̃. 24. cu.
49 ce.ce.p̃.9. ce. p̃.42.cu. p̃.16.cu.ce.
56.Rel. P.p̃. 24.cu.
49 ce.ce. p̃ 9. ce.p̃.18. cu.p̃. 16.cu.ce. m̃. 56. Rel.P.

Detrahe ℞.L.3136 ce.Rel. P.p̃. 576. ce.ce.ce.ex.49 ce.ce. p̃.9 ce.p̃.℞.1764 cu.ce.& reſidui radix eſt detractio & hoc fit ſequendo capitulum.

Verum poteſt abbreuari multum operatio,nam poſtquam quadraſti partes,vt vides, ſufficit vt ducas ipſas inuicem, videlicet 7 ce. in 3 co. fiunt 21. cu. erit igitur prima pars 49 ce.ce. p̃.9 ce. p̃. 16. cu. ce. p̃.42 cu. quia duplanda,nam in ℞.fuit quadruplanda, & ſimiliter duces aliam partem in 7.ce.p̃.3. co.& fient vt vides 28. Rel.P. p̃.12. cu. duplanda ſimiliter erunt igitur 56.Rel. P.p̃.24. cu.minuenda ex 49 ce. ce.p̃.9 ce. p̃. 16.cu. ce.p̃.42.cu. remanebunt igitur vt vides 49. ce.ce.p̃.9 ce. p̃.18. cu.p̃. 16.cu. ce.m̃.56.Rel. P.& huius ℞. V.eſt idem quod 7. ce. p̃.3 co. m̃.4 cu. & æquiualebunt.Et ponamus quod in numeris velim detrahere 5. à 7.p̃. 2.quadrabo ſingulos fient 49. p̃.4 p̃.25. deinde multiplica 7.in 2. fiunt 14. duplica fit 28. erit igitur totum 106. deinde multiplica 5.in 7.fit.35. & in 2. fit 10. dupla fiunt 70.& 20. iuncta faciunt 90. detrahe 90. à 106. remanent 16. cuius ℞. eſt 4.& tantum facit detrahendo 5. à 7.p̃.2.

7. p̃. 2. 5
49. p̃. 4. p̃. 25 p̃. 28. iuncta 106.
35. 10.
70. 20.iuncta 90
106
90
℞.16 4

18 Cognitum eſt quod ſuperiores planetæ mouentur tantum in Epiciclo & Eccentrico quantum Sol in ſuo Eccentrico tantum, ex quo intelligitur proportionem motoris Eccentrici ſolis componi ex proportionibus motorum Eccentrici ſuperiorum & Epicili ad ſua mobilia ſit igitur virtus motoris Saturni ℞.200.& Eccentici ℞.120. & ſi virtus motoris Solis ℞.3500.& Eccentrici Solis ℞.24. volo ſcire quænam eſt virtus Epicicli Saturni hic ſunt quinque termini cogniti: videlicet primus,ſecundus, tertius, quartus, & quintus, & tertius, & quintus, ſunt idem, quæritur autem ſextus per capitulum igitur quadrageſimum ſextum multiplica ſecundum in tertium fit ℞.4800.& hoc in

Primus Motor Solis, Secundus Eccentricus
℞.3500 ℞.24
Tertius Motor Saturni, Quartus Eccentricus
℞.200. ℞.120.
Quintus Motor Saturni, Sextus Epiciclus
℞.200. ℞.2 $\frac{2}{7}$

quintum fit ℞.960000. multiplica primum in quartum fit ℞.420000.diuide ℞.960000. per ℞.420000. exit ℞.2 $\frac{2}{7}$. & tanta erit virtus Epicicli Saturni in comparatione ad Motorem & Eccentricum, & per idem ſuppoſita proportione Eccentrici ad Epiciclum poſſibile eſt ſcire proportionem motorum Eccentici& Epicicli ad inuicem, & ſimiliter ad motorem Solis, liquet etiam ex hoc intelligentiam Solis fortiorem eſſe omnibus intelligentiis cæterorum Planetarum.

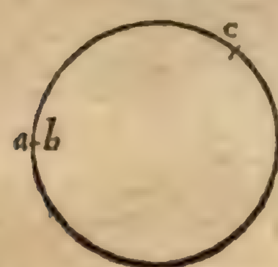
19 Quod ſi dicat volo quod ſpatia pertranſita ſint æqualia & eſt vt ſpatium quod preficit corpus Solis æquetur ſpatiis quæ pretranſit Saturnus in Epiciclo & Eccentico ſimul iunctis & eſt quod quarta & ſexta quantitas iunctæ faciant ſecundam,tunc igitur diuide ſecundam quantitatem per algebra,ita quod ſtantibus motoribus proportio componatur, & ſit Motor Primus 60.ſecundus 1. tertius 40. res mota 10. diuido 10.in 1. co.& 10. m̃. 1 co. duco ſecundum in tertium fit 20. & hoc in quitum fit 800

Primus

Primus Motor Solis	Secundus Epiciclus
60.	10
Tertius Motor Epicicli	Quartus Epiciclus
2	1 co.
Quintus Motor Eccétrici	Sextus Eccétricus
40	10. m̃. 1 co.

diende duco primum in quartum ſi 60 co. deinde in ſextum ſit 600 co. m̃. 60 ce. igitur 800. p̃. 60 ce. æquantur 600 co. quare 13 $\frac{1}{3}$ p̃. 1 cenſus æquatur 10 co. ſequere æquationem res valet 5. m̃. ℞. 11 $\frac{2}{3}$ & hæc eſt virtus Epicicli Id eſt ſparium per tranſitum ex Epiciclo & virtus Eccentrici erit 5. p̃. ℞. 11 $\frac{2}{3}$. & poſſent poni caſus impoſſibiles in quibus virtus mobilis conſurget maior virtute motoris vt ſi virtus tertij motoris poneretur 50. caſus eſſet impoſſibilis.

Et hæc valde ſunt vtilia volentibus contemplari magnitudines velocitates, virtutes, & tempora Motorum, mobilium, & Motuum cæleſtium, vt in Almageſto.



20 Si ſint duo planetæ iuncti per centra Epiciculorum in puncto vno & ſint A & B & moueatur A ita quod perficiat circulum totum in ℞. 7. & B. in ℞. 5. quæro quando eodẽ modo centra Epiciculorum iungentur in eodem puncto, Reſponde quod nunquam in æternũ, nam ſi ſic igitur ab hoc tempore ad illud fuerũt circulationes perfectæ vtriuſque, ponamus igitur quod A perfecerit 1000. circulationes, & B 1200. igitur proportio 1200. ad 1000. ſicut temporis A ad B, ſed 1200. eſt commenſurabilis ad 1000. igitur ℞. 7. eſt commenſurabilis ℞. 5. quod eſt impoſſibile quia ſunt numeri ſurdi non proportionati, & quantitates ſurdè diuerſarum ſpecierum, quod autem 1200. commenſuretur ad 1000. patet ex initio 10. Euclidis.

Et ex hoc patet quod nunquam bis iungentur in eodem puncto vſque in æternum, & fuit inuentum hoc Campani Euclidis commentaris viri acutiſſimi.

21 Si ſint duo planetæ quorum alter moueatur in ℞. 18. alius in ℞. 32. dico quod coniungentur ſemper in tertia parte circuli, ita quod in eiſdem tribus punctis vſque in æternum, & ſimiliter ſi vnus in ℞. 8. perficeret ciret ciculum alius in ℞. 20. dico quod In oppoſitis punctis, & eiſdem iungerentur vſque in æternum, nam ſi non ponamus quod iungantur in C, qui non ſi A, nec punctus oppoſitus, igitur cum ſit proportio motus vnius ad motum alterius, ſicut ℞. 20. ad ℞. 8. & eſt ſexquialtera igitur erunt reuolutiones vnius ſexquialteræ ad reuolutiones alterius; addita vtrique parte A, C, in qua ſecũdo coniungũtur ſit igitur A.C. $\frac{1}{4}$ gratia exempli, & pauciores reuolutiones ſint 1. co. igitur pertranſiuit ſecundus 1 co. p̃. $\frac{1}{4}$ quare primus pertranſiuit 1 $\frac{1}{2}$ co. p̃. 1 $\frac{1}{8}$, reuolutionum, ſi igitur fuerunt pares reuolutiones abiectis integris fiet $\frac{1}{8}$ circulationis, æquale $\frac{1}{4}$ quod eſt impoſſibile, vel impares igitur abiectis integris erunt $\frac{5}{8}$ reuolutionis æqualia $\frac{1}{4}$ quod eſt impoſſibile.

Ponamus tertio quod duo Planetæ, vel duo mobilia, ſint iuncta in A & B, eodem puncto, & A perficiat circulum in 1000. annis & B, in 999. volo ſcire quando iterum coniungentur in A, patet enim ex vigeſima quæſtione quod iterum ibidem coniungentur Multiplica vnum in aliud fiunt 999000. & in tanto tempore redibunt ad eundem punctum. 22

Ponamus quarto quod vnus reuoluatur in annis 1000. alius in 999. volo ſcire in quibus 23
locis poterunt iungi diuide productum vnius in alterum quod eſt 999000. per differentiam & eſt 1. exit idem, habes igitur tempus in quo primum iungentur fore 999000. multiplica 999000. in vnam reuolutionem fiunt reuolutiones 999000. diuide per 1000. exeunt 99. igitur cum 1000. ſit numerus integer non coniungentur niſi in vno puncto vſque in æternum.

Exemplum aliud ſaturnus reuoluitur in annis 30. & Iupiter in 12. volo ſcire in quot annis iungentur, & vbi multiplico 12. in 30. fit 360. diuido per 18. & eſt differentia 30. & 12. exeunt 20. & in tot annis iungentur, volo ſcire vbi diuide 20. per 30. exit $\frac{2}{3}$. & in $\frac{2}{3}$ reuolutionis coniungentur. Ideſt 8. ſignis ſemper diſtantes à primo loco, & ita ſi prima coniunctio ſit in ariete infra 20. annos fiet in Sagittario, & infra alios 20. annos in Loune & infra 20. annos alios reuertetur ad Arietem verum poſtponit gra. 2. m̃. 59. fere, & hoc eſt quia Saturnus reuoluitur citius aliquantulum 30. annis.

Aliud exemplum Iupiter reuoluitur in 144. menſibus ideſt in annis 12. Mars in 23. menſibus volo ſcire tempus coniunctionis multip ico 23. in 144. fiunt 3312. diuido per 121. differentiam exeunt 27 $\frac{1}{2}$ fere & in tot menſibus iungentur, volo ſcire quo in loco multiplico 27 $\frac{1}{2}$ in 360. gradus circuli fiunt 9900. diuido per 144. reuolutionem, exeunt gradus 69. ferme, & tantum diſtabunt à præcedenti loco in ſecunda coniunctione. Et quia 4. multiplicatum in 27 $\frac{1}{2}$ facit 110. ſequitur vt in 9. annis quaſi reuertatur coniunctio ad idem, & ſunt parum minus, nam Mars eſt velocior.

Aiud exemplum in ſurdis ponamus quod vnus reuoluatur in ℞. 7. alius in ℞. 5. duc ℞. 5. in ℞. 7. fit ℞. 35. diuide per differentiam quæ eſt ℞. 7. m̃. ℞. 5. per capitulum vigeſimumprimum exibit ℞. 61 $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. 43 $\frac{3}{4}$ & hoc tempore iungentur, pro habendo loco diuide ℞. 61 $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. 43 $\frac{3}{4}$. p̃. ℞. 7. exibit ℞. 8 $\frac{3}{4}$ p̃. ℞. 6 $\frac{1}{4}$.

Et ſi vis ſcire reuolutionis partem, ſubtrahe reuolutiones integras & ſunt 5. ex approximatione, remanebit pars circuli pertranſita ℞. 8 $\frac{3}{4}$ p̃. 6 $\frac{1}{4}$ m̃. 5.

Et ex hoc manifeſtum eſt quod ſi Planetæ mouentur in proportione numeri ad numerũ non coniunguntur niſi in certis paucis punctis

ctis circuli ſignorum, & infinita derelinquunt in quibus nunquam coniunguntur, ſi vero proportio motus ad motum non eſt veluti numeris ad numerum, nunquam vſque in æternum bis in eodem puncto coniungentur, cum igitur alterum horum ſit neceſſarium erit etiam neceſſarium vel quod idem nunquam redeat vel quod infinita poſſibilia nunquam eueniant declaratum autem eſt à nobis in libello *de myſteriis æternitatis*, motus planetarum omnes eſſe in proportione irrationali, quare nunquam idem bis eueniet, vnde Platonis opinio de anno Magno deſtruitur. Verum ſimilitudinem magna fore poſt ductos annos nihil repugnat, hisque præcellerunt.

Atque iterum ad Troiam magnus mittetur achilles.

Ponamus quinto quod ſint tria mobilia, A. B. C. quorum A moueatur perficiendo circulationem in ℞.5. & ſit Saturnus, & B, in ℞.4. & ſit Iupiter, & C, in ℞.3. & ſit Mars & ſint nunc iuncti in initio Arietis in puncto A. dico quod vſque in æternum non amplius coniungentur in puncto A. nec in alio puncto, nam de puncto A clarum eſt cum nec duo ex ipſis per vigeſimam quæſtionem de aliis autem punctis ita demonſtratur, ponamus igitur quod in puncto C, aliquando iungantur vt pote in 10000. annis, cum igitur Saturnus perficiat reuolutionem ſuam in ℞.5. Iupiter in ℞.4. & Mars in ℞.3. igitur Saturnus perfecit ℞. 2000000. & Iupiter 2500. & Mars ℞. 33333333 $\frac{1}{3}$. reuolutionum ſed partes hæ ſunt incommenſurabiles, igitur abiectis reuolutionibus integris quæ neceſſario ſunt commenſurabiles, remanebit ſuperfluo in commenſurabile, quare ſi Saturnus fuit in C. cum Ioue, non erit ibi Mars, & ſi fuerit ibi Mars, non erit Iupiter, igitur poſitâ etiam æternitate mundi, nunquam in præterito vel futuro erunt centra trium Planetarum ſimul, nedum plurium præterquam ſemel, nec coniunctio quæ fuit Solis cum Luna vſque in æternum amplius eueniet, ibidem, aut ab æterno vnquam euenit in eodem loco.

25 Suppoſita magnitudine terræ vt ſit ſecundum Ptolomæum 180000. ſtadiorum ſiue 22500. milliaria vt in expoſitionibus Geographiæ Ptolomæi declaruimus volo ſcire quantum ponderaret tota terra cum aqua ſi eſſet in ſtatera hic oportet ſupponere tria, primum quãtum ſpatium continet milliare. Secundum pondus vnius cubiti terræ mixtæ cum aqua, Tertium vniformitatem corporis hoc facto reſolue terræ ſphæram in milliaria corporea hoc modo, nam cum circunferentia circuli ſit 22500. milliaria igitur per capitulum ſexageſimum quartum erit diameter milliaria 7159. igitur circonferentia terræ cum fiat ducta diametro in circulum maiorem, ducto 7159. in 22500. fiet circunferentia terræ milliaria quadrata 161077500. quare per vigeſimam ſextam regulam 64. capituli ducemus ſuperficiem in ſextam diamentri partem, & habebimus glebam terræ milliaria quadrata ideſt longa lata & profunda 19216545 7500. & quia vnum milliare continet 1000. in longitudine latitudine & profonditate continebit igitur milliare vnum paſſus quadratos 1000000000. quare ducemus ſi in globum terræ, eritque globus terræ paſſus quadrati 19216545750000000000. habito igitur pondere vnius paſſus terræ, ex mediocri vniformitate ſuppoſita, Multiplicando per ſuprafcriptum numerum habebis quot libras ponderat mare, cum terra, non quidem omnino præcisè cum adſint montes & reliqua, ſed ita quod non accidet error ex 10000. partibus in vna.

Quæritur cur in principio creauit deus coelum & terram & hominem in ſexta Die quieſcens in ſeptima, hic quinque maxima myſteria continetur. 26

Primum quantum actus creationis erat infinitus in vnitate deſignatus eſt ob hoc omnia ſimul creauit, nam infinito, & Deo, nihil eſt ſimilius vnitate, exceptoquod vnitas eſt potentia paſſiua infinita, deus autem actu infinitus, in reliquis nihil eſt ſimilius vt nec nix niui, propterea in vnitate eſt, in vnitate creauit, vt cum perfectorum perfectiſſima ſit, omnem creaturam non tantum creando excederet ſed & in modo creandi excellentiam Creatoris oſtenderet.

Porrò creauit duo ſimul cælum & terram dualitatis perfectionem oſtendens, quæ in creatis eſt, mortale terram, immortale cælum, fixam terram, volubile cælum, Maſculum cælum, fæminam terram, ſpiritum cælum, opacum terram Deorum cælum ſedem, hominum terram, ſupremum coelum, infimã terram, vides vt primo verbo infinitatis myſterium oſtendit in Creatore, ita ſecundo ſumma perfectione rei creatæ complexus eſt: agens ac patiens controuerſiamque ſequæſtren oſtendens, ac in extremorum virtute etiam cuncta intermedia complexus eſt hoc ſecundum myſterium fuit.

Tertium quantum in ſex diebus cuncta diſpoſuit, nam Senarij perfectionem in ordine oſtendit, hic enim primus eſt ab vnitate perfectus, vbi enim ordo erat impoſſibile etiam fuit ipſi Deo numerum abeſſe: nanque ordo plurium rerum eſt, quæ autem plura ſunt numerum habent, ex ipſis igitur numeris perfectiſſimus amplexandus fuit Senarius, cumque liceret cuncta ſimul ordinare magis quam creare, opificis enim finiti ordinatio eſt, creatio infiniti, oſtendit per ipſum quidem licere infinitum eſſe, at ex rebus ipſis minimè concedi, vt ſummam aſſequerentur perfectionem quæ eſt vnitas, ſed ipſas ad ſecundum locum declinaſſe perfectionis quæ in Senario conſtituta eſt, vt igitur perfecto nihil deeſt, ita neque ordinationi aut rebus ordinatis quidquam melius aut addi tanquam diminuto, aut minui tanquam à ſuperabundante poteſt, non quidem opificis poteſtate terminata, ſed ipsâ rerum ſerie ſibi terminos præſcribente, & fuit ac ſi dixiſſet per ſenarium illum eorum quæ creata ſunt ordo melior ac diſpoſitio aſſignari non potuit, aut eſſe, propterea pluries addidit quod vidit Deus ea eſſe valde, bona.

Sexta

Sexta autem die hominem creauit quid hoc eſt aliud, quam vt oſtenderet omnium creatorum ſummam perfectionem in homine eſſe, at longè cælo anteponendum, nam extremum artificis opus conſummatio eſt, & in ipſa ſextæ diei præfiguratione cuncta propter ipſum creata oſtendit, aut igitur Angelos multo prius creatos fuiſſe neceſſe eſt, aut Angelicam naturam etiam homanâ inferiorem, quantum diuinæ capax erat, vnde & Deos homines nuncupari, Angelos nequaquam Scriptura Sacra ſæpius recipit, hoc igitur quartum myſterium eſt.

Septima autem die requieuit, quintum inſinuat myſterium in Lege enim quies eſt quæ ſeptenario oſtenditur, nec extra perfectionem aliquid conſtitui aut poteſt aut debet, vnde ſabbatum deſignatur atque quod in creatoris officio infinitas limites non recipit, eum ordinatoris vice fungitur, non ex ſui poteſtate ſed ex infirmitate creatarum rerum modum ſibi ſtatuit ita vt Deo cuncta, homini non omnia licebant, coartata enim infinita vis rei creatæ legibus ſepta videtur. Deo enim licet ex lapidibus homine perfectius creare, lapidem autem homine perfectiorem creare non poteſt: non quia omnipotentia eius tollatur, ſed quia iam ſuppoſita lege ipſarum rerum omnipotentia ab ipſomet det Deo coartatur.

Hæc quidem ad tertium librum de morte pertinebant, atque ibidem ſunt luculenter explicata, hîc verò tantum vt oſtederemus quod in principio Præfati ſumus Teſtamenti veteris ſacramenta numerorum myſteriis eſſe referta.

27 A perſide defferuntur Margaritæ ad Damaſcum, Sultanus poſuit in qualibet ciuitate quæ erat inter Perſidem & Damaſcum vectigal vnius vnciæ defferentibus Margaritas ſiue paucas ſiue multas, & fuerunt ciuitates 12. à Perſide ad Damaſcum, & 12. vectigalia computato vectigali Damaſci, Poſt certum tempus cum fuiſſet ſimultas inter Sultanum & regem Perſarum, volens tacitè Sultanus prohibere ne mercatores ex Perſide deffe rrent Margaritas, conſtituit ne quis puls, 10. vnciis Margaritarum in vna vice ſub pena capitali ex loco ad locum defferret, exiſtimans hoc cum 12. vnciæ pro vectigalibus ſint perſoluendæ, non potenti deffetre niſi vncias 10. plus ſoluendum erit in vectigalibus quam ſit tota merces empta, ex qua lege ita viluerunt Margaritæ vt 100 libræ 10. aureis in perſide diſtraherentur. qua de cauſa cum quidam 100. libras emiſſet 10. aureis, volens vitare periculum capitis & legem Sultani ſeruare, cum ex lege Damaſci maximo eſſent in pretio Margaritæ quæritur an vllo ingenio poſſet aliqua particula reſeruari.

Reſpondeo quod ſic hoc modo libræ 100. ſunt 1200. vnciæ, & quia non poſſunt defferri niſi vnciæ 10. pro vice, igitur in 120 vicibus defferentur ad primum vectigal, & remanebunt vnciæ 1080, deinde ſecundo incipient defferi vnciæ 1080. ad ſecundum vectigal 10. pro vice, & defferentur in 108. vicibus quare ſolutis 108. vnciis remanebunt in ſecundo vectigali vnciæ 972. quæ eodem modo defferentur in 98. vicibus, & perſolutis 98. vnciis, manebunt vnciæ 874. in tertio vectigali & in quarto eadem ratione erunt 786. & ita de reliquis, vt in fine ſuperfuerint vnciæ 335. videlicet libræ 27. vnciæ 11. & perſoluit vectigalibus debitum & fuit libræ 72. vncita 1. cumque

Vnciæ		
1200	Vectigalia ſolutio.	
1080	Primum	120
972	Secundum	108
874	Tertium	98
786	Quartum	88
707	Quintum	79
636	Sextum	71
572	Septimum	64
514	Octauum	58
462	Nonum	52
415	Decimum	47
373	Vndecimum	42
335	Duodecimum damaſcus	38.
335	Summa	865

ſemper maiores Margaritas ſibi ſeruaret, licebat enim ex lege maximam lucratus eſt pecuniæ quantitatem hoc volui ponere vt ingenium exercerem tuum in talibus prouidentiis nam res cum publicanis melius agitur actu quam computo.

Habui tres quantitates continue proportionales & per ſingulam illarum diuiſi 25. & prouentus tres aggregati fuerunt tantum quantum illæ tres quantitates & ſimiliter tantum fuit illud quod fit ex prima in ſecundam & producto ducto in tertiam quæruntur quantitates illæ: tunc tu ſcis quod illud quod fit ex prima in ſecundam & producto in tertiam eſt æquale cubo ſecundæ quantitatis per nonageſimam regulam quadrageſimi ſecundi capituli, igitur cum tale productum æquetur dictis tribus quantitatibus erunt dictæ tres quantitates iunctæ cubus ſecundæ quantitatis & quia tamẽ aliqua quantitas diuiditur per tres quantitates continuè proportionales ita quod prouenientia iuncta ſint æqualia diuidentibus tunc ſecunda ex illis quantiatibus eſt ℞. numeri diuidendi quadrata: per regulam non ageſimam primam quadrageſimi ſecundi capituli igitur ſecunda quantitas eſt ℞. quadrata 25. hoc eſt 5. & ipſa erat ℞. cuba aggregati igitur aggregatum eſt 125. igitur dempta ſecunda quantitate remanent reliquæ duæ 120. & quia ex prima in tertiam tantum fit quantum ex ſecunda in ſe per regulam 104. capituli 42. & ex ſecunda in ſe fit 25. igitur diuidemus 120. in duas partes quarum vna in aliam ducta faciat 25., eritque per capitulum 49. vna 60. p̃. ℞. 3575. alia 60. m̃. ℞. 3575. & media illarum fuit 5. & ita ſoluta eſt: Frater autem Lucas poſuit eam & ſoluit cum maga difficultate & pluribus operationibus ſuperfluis. 28

Diuide 10. in duas partes quarum quadrata differant in 40. tunc vna erit 1 co. alia 10. m̃. 1 co. quadrata ſunt 1 ce. 29

&

& 100. p̄. 1. ce, m̄. 20. co. differentia eſt 40. igitur 1. ce. p̄. 40. æquatur 1. ce. p̄. 100. m̄. 20. co. æqua partes erunt 60. æqualia 20. co. igitur res valet 3. & reliqua pars eſt 7. igitur cum hoc ſoluatur ex quadrageſimo-octauo capitulo, manifeſtum plura poſſe ſolui per regulas ſimplices algebræ, quæ non poſſunt per cataym. vel aliter per regulam quadra 10. fit 100. ſubtrahe 40. remanent 60. diuide per duplum 10. quod eſt 20. exit 3. & hæc erit minor pars & reliqua erit 7.

30 Si quis dixerit inuenias duos numeros quorum quadrata ſint 34. iuncta & vnus in alium ductus faciat 15. ſoluitur tripliciter per 50. capitulum vno modo & per quinquageſimumprimum dupliciter, etenim per quantitatem ſurdam, & per duas quantitates.

31 Diuide 10. in duas partes quarum quadrata dempta ex 100. & 97. reſiduent duos numeros quorum ℞. iunctæ ſint 17. in hac quæſtione ſcias primo an ſit poſſibilis caſus hoc modo diuide 10. per æqualia fiunt 5. & 5. aufer quadrata eorum ex 100. & 97. remanent 72. & 75. quorum quadrata iuncta ſunt 17 $\frac{1}{16}$ ferè iterum quadra 10. fit 100. aufer à 100. remanet 97. alia pars cuius ℞. eſt fere 10. igitur 10. eſt minus quod poſſit reſiduari & 17 $\frac{1}{16}$ maius quod poſſit reſiduari, ſi igitur quæſtio diceret quod reſiduarent pluſquam 17. $\frac{1}{16}$ aut minus quam 10. vel ℞. 97. tunc eſſet impoſſibilis, quantum autem dicit 17. quæ eſt inter 10. & 17. $\frac{1}{16}$ ideo dico quod quæſtio eſt poſſibilis, cognita poſſibilitate diuide 10. in 5. p̄. 1. co. & 5. m̄. 1. co. tali autem diuiſione per medium ſemper vti debes in difficilibus quæſtionibus aliter peruenires ad æquationes quas difficile eſſet reducere, erunt igitur quadrata illarum partium 25. p̄. 10. co. p̄. 1. ce. & 25. m̄. 10. co. p̄. 1. ce. detrahe primum Maius à 100. remanent 75. m̄. 10. co. m̄. 1. ce. & minus à 97. remanent 72. m̄. 1. ce. p̄. 10. co. cum igitur ℞. horum iunctæ debeant facere 17. igitur detracta vna ex his à 17. remanebit reliqua, detraho igitur quam volo vtpotè primam à 17. remanebit 17. m̄. ℞. V. 75. m̄. 10. co. m̄. 1. ce. æquale ℞. V. 72. m̄. 1. ce. p̄. 10. co. quadra vtrumque erit 72. m̄. 1. ce. p̄. 10. co. æquale 289. p̄. 75. m̄. 10. co. m̄. 1. ce. m̄. ℞. V. 86700. m̄. 11560. co. m̄. 1156. ce. igitur 292. æquatur 20. co. p̄. ℞. V. 86700. m̄. 11560. co. m̄. 1156. ce. pone igitur ℞. ſeparatas erit 292. m̄. 20. co. æquale ℞. V. 86700. m̄. 1156. ce. quadra vtramque partem fient 85264. p̄. 400. ce. m̄. 11680. co. æqualia 86700. m̄. 11560. co. m̄. 1156. ce. quare facta æquatione fient 1436. æqualia 120. co. p̄. 1556. ce. igitur 1. ce. p̄. $\frac{30}{389}$ co. æquantur $\frac{359}{389}$ reduc ad capitulum fit $\frac{15}{389}$ p̄. ℞. $\frac{139876}{151321}$ valor rei ℞. autem dicta eſt $\frac{374}{389}$ cui additis $\frac{15}{389}$ fit $\frac{389}{389}$ quod eſt vnitas, & quia vna pars fuit 5. p̄. 1. co. & alia 5. m̄. 1. co. erit vna pars 6. alia 4. quia 1. eſt valor 1 co. vt dictum eſt.

32 Si quis dicat cenſus ductus in $\frac{3}{4}$ ſuimet producit 192. duc 192. in 4. fit 728. diuide per 3. exit 256. cuius ℞. eſt 16. cenſus quod proponitur, ſi autem volueris $\frac{3}{4}$ ℞. 256. duc $\frac{3}{4}$ in ſe fit $\frac{9}{16}$ duc $\frac{9}{16}$ in 259. fit 144. cuius ℞. eſt 12. & hoc eſt $\frac{3}{4}$ de 16. & hæc eſt facilior operatio quæ poſſit fieri in ſurdis, vt ſit. Exemplum cenſus in $\frac{2}{3}$ ſui produxit 10. igitur in ſe ductus producet 15. duc $\frac{2}{3}$ in ſe fit $\frac{4}{9}$. duc 15. in $\frac{4}{9}$ fit 6 $\frac{2}{3}$ cuius ℞. eſt $\frac{2}{3}$ ℞. 15. ductæque ℞. 15. & ℞. 6. $\frac{2}{3}$ inuicem faciunt 10.

Duo foſſores inuenerunt vrnam balſami vnciarum 8. & habebant duas ampulas ſecum vacuas quarum altera continebat vncias 5. altera 3. & volebant diuidere balſamum per æqualia dico implenda eſt ampula quæ continet bochalia 5. & remanebunt 3. in prima, ſecundo cum ampula 5. imple ampulam 3. & remanebunt 2. in ampula 5. vt vides, tertio adde 3. quæ continentur in ampula 5. ad 3. quæ continetur in vrna 8. 33

Vrna,	Ampula,	Ampula,
8	5	3
3	5	
3	2	3
6	2	
1	5	2
1	4	3
4	4	

& erunt 6. in vrna 8. & 2. in ampula 5. deinde transfer 2. in ampulam 3. & remanebit ampula 5. vacua, quam imple cum vrna 6. & erunt in ampula 3. vnciæ 2. in ampula 5. vnciæ 5. in vrna 8. vncia 1. imple igitur ampulam 3. cum ampula 5. & remanebunt 4. in ampula 5. & in ampula 3. erunt 3. quæ additæ ad 1. in vrna 8. remanebunt vnciæ 4. in vrna 8. & totidem in ampula 5. & ita diuiſiſti per æqualia, regula autem eſt vt procedas ſemper eodem ordine & quot volueris ſolues quæſtiones, nam ſemper à maiore vrna impletur maior ampula ab ea autem minor, à minore autem proiicitur in maiorem, nec ordo hic peruertitur.

Quidam diſceſſit à gadibus per occidentem & fuit hoc in Kalendis Ianuarij 1517. & circuiuit terram ter, antequam reuerteretur domum, & computabat dies ſingulos exiſtens in naui, & viſum eſt ei in reuerſionis die quod foret ſeptima Maij 1526. quæritur quæ dies fuit illa in veritate in qua reuerſi ſunt multi non animaduertentes dicerent quod foret ſeptima dies Maij, cum tamen non ita ſit, nam cum ipſi proceſſerint ad curſum ſolis neceſſarium fuit vt computarent in qualibet reuolutione diem vnum minus, quam foret in rei veritate, cum igitur perfecerint reuolutiones tres igitur computauerunt 3. reuolutiones ſolis minus, cum igitur finierint hoc in ſeptima Maij erat tunc decima Maij, & ita ſicut videbatur dies reuerſionis dies Lunæ, fuit dies Iouis, & è contrario accidit circuentibus ab Orientis parte nam circuitus eorum erit in die vno minus, pro ſingula reuolutione quam ſit computum. 34

Quidam voluit emere 100. capita animalium 100. aureis, Aſini vendebantur 3. porci 2. aureis, pecudes $\frac{1}{2}$ aureo, quæritur numerus cuiuſlibet ſortis. 35

Reducas omnia ad $\frac{1}{2}$ quia pecudes vendantur $\frac{1}{2}$ aureo deinde ſubtrahe minorem

Aſini,	Porci,	Pecudes,
1	2	$\frac{1}{2}$ 100
6	4	1. 50
2 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	0. 100.

terminum à reliquis & eſt $\frac{1}{2}$ remanebunt 2 $\frac{1}{2}$ & 1 $\frac{1}{2}$ deinde accipe dimidium 100. & eſt 50. detrahe ex 100. fiunt 50. integra omnia ducenda in 2. fiunt iterum 100. & 5. & 3. detrahe 5. totiens à 100. vt reſiduum numeretur à 3. vnde detraho 5. à 100. bis remanet 90. & 3. in 90. ingreditur 30. vicibus erunt igitur Aſini 2. Porci 30. Pecudes 68. & eſt reſiduum 32. ad 100.

36 Quidam deferebat vinum Domino ſuo in vaſe, & cum ſitiret bibit primâ die vrceos tres vini, deinde repoſuit tantumdem aquæ, ſecunda autem die tantumdem ebibit, & impleuit aqua, tertia iterum die tantumdem bibit & repleuit aqua, atque iterum quarta die idem contigit cum autem attuliſſet Domino vas cognouit Dominus quoniam vinum non erat ſincerum, appoſuit igitur vinum ad examen & inuenit tantum adeſſe aquæ quantum vini, quæritur quot vrceos vas continebat. Tu ſcis quod detractio fuit proportionalis & quadruplicita & quod in fine remanſit terminus minor ſubduplus maiori, pone igitur quod terminus minor ideſt vinum remanens ſit 1. igitur vas continebat 2. multiplica vnum in aliud fiunt 2. cuius ℞. eſt medius terminus, duc in primum fit 2. duc in maiorem ℞. 2. fit 8. erunt igitur

Primus,	Secundus,	Tertius,
1	℞.℞. 2	℞. 2
Quartus,	Quintus,	
℞.℞. 8	2	

termini vt vides, & quia differentia ex ſuppoſito ℞.℞. 8. ad 2. eſt 3. igitur ℞.℞. 8. p̃. 3. eſt æqualis 2. dic igitur per regulam 3. ſi 2. m̃. ℞.℞. 8. eſſet 3. quid eſſet 2. duc 2. in 3. fit 6. diuide per 2. m̃. ℞. ℞. 8. exit per viam Reciſi 48. p̃. ℞. 1152. p̃. ℞. ℞. 2654208. p̃. ℞. ℞. 663552. diuidendum per 8. igitur vaſis continentia fuit vrcei 6. p̃. ℞. 18. p̃. ℞. ℞. 648. p̃. ℞. ℞. 162. & ſecundum propinquitatem 18 $\frac{437}{500}$.

37 Quod ſi dicat quæſtio quod biberat tantum ter & remanſit medietas non eſt facilior ſe difficilior pone igitur vt prius quod vaſis continentia ſit 2. cuius dimidium eſt 1, quare ex quadrageſimoſecundo capitulo regula 62. erit primus terminus 1. ſecundus ℞. cu. 4. quartus 2. vt vides, & quia in continuæ proportionalibus terminis proportio quarti ad ſecundum eſt veluti differentiæ, quarti

Primus,	Secundus,	Tertius,	Quartus,
1	℞. cu. 2.	℞. cu. 4.	2.

ad tertium ad differentiam ſecundi ad primum ducemus 3. differentiam quarti ad tertium in ℞. cu. 2. & fiet ℞. cu. 54. quam diuidemus per 2. exibit ℞. cu. 6. $\frac{3}{4}$ & tanta eſt differentia inter ſecundum & primum terminum: & ſimiliter quia proportio quarti ad tertium eſt veluti exceſſus quarti ſupra tertium ad exceſſum tertij ſupra ſecundum ducemus 3. exceſſum quarti ſupra tertium, in ℞. cu. 4. & fiet ℞. cu. 108. quam diuidemus per 2. & exibit ℞. cu. 13. $\frac{1}{2}$ igitur differentiæ tres ſunt 3. & ℞. cu. 13 $\frac{1}{2}$ & ℞. cu. 6 $\frac{3}{4}$ & quia hæ differentiæ ſunt exceſſus quarti termini ſupra primum, & quia quartus terminus eſt duplus primo expoſito, erit differentia prædicta dimidium continentiæ vaſis igitur vas continebit duplum differentiæ quod eſt vrcei 6. p̃. ℞. cu. 108. p̃. ℞. cu. 54. poterat & aliter ſolui ſed longe difficilius vt experienti patet.

Inuenias numerum quadratum cui additus 6. & diminutus faciat quadratum. Quære in congruentibus an ſit aliquis numerus qui per 6. diuiſus ſit quadratus quod ſi non inueneris quæſtio eſt impoſſibilis, ſi inueniatur vt 24. qui diuiſus per 6. producit 4, quadratum de 2. quære igitur tunc congruum de 24. & eſt 25. diuide per exiens quod fuit 4. exit 6 $\frac{1}{4}$ quæſitus eſt enim quadratus de 2 $\frac{1}{2}$. & additis 6. fit 12. $\frac{1}{4}$. quadratus de 3 $\frac{1}{2}$. & detractis 6. remanent $\frac{1}{4}$ quadratum de $\frac{1}{2}$. 38

Inuenias numerum quadratum à quo detractis 4. radicibus remaneat quadratus. Inuenias ex quadrageſimoſecundo capitulo numerum congruentem quemvis, puta 24. quem diuide per 4. numerum radicum detrahendarum propoſitum, exit 6. per hunc diuide congruentem de 24. eſtque 25. exit 4 $\frac{1}{6}$. hunc quadra fit 17 $\frac{13}{36}$. & hic eſt numerus propoſitus, eſt enim quadratus & ab eo detractis 4. radicibus remanent $\frac{25}{36}$ & hic eſt quadratus de $\frac{5}{6}$, vt propoſitum fuit. 39

Inuenias numerum cui additus 8. & detractus 8. maneat quadratus, duc 8. in ſe fit 64. adde 4. pro regula ideſt ſemper fit 68. diuide per 4. ſemper exit 17. numerus quæſitus nam additis 8. fit 25. quadratus de 5. & demptis 8. remanet 9. quadratus de 3. & ſimiliter ſi dixiſſet additis 3. & ablatis remaneat quadratus, duc 3. in ſe fit 9. adde 4. fit 13. diuide per 4. exit 3 $\frac{1}{4}$. numerus quæſitus, nam addito 3. fit 6 $\frac{1}{4}$. & diminutio fit $\frac{1}{4}$. 40

Inuenias numerum cui additus 10. fiat quadratus, & diminutis 7. fiat quadratus, iunge 10. & 7. fit 17. adde 1. pro regula fit 18. dimidium cape quod eſt 9. duc in ſe fit 81. detrahe 10. iungendum remanent 71. & hic eſt quæſitus numerus, nam additis 10. fit 81, quadratum, & diminutis 7. fit 64. quadratum. 41

Inuenias duos numeros quorum quadrata iuncta faciant quadratum capies quadratum imparem veluti 25. à quo aufer vnitatem, & reſidui accipe dimidium quod eſt 12. & hic numerus cum ℞. 25. & eſt 5. eſt vt proponitur, & ſi aſſumpſiſſem 9. dimidium eſſet 4. & ℞. 3. quorum quadrata iuncta ſunt 25. quadratum de 5. 42

Inuenias duos numeros quorum quadrata iuncta ſit 22. & non ſint 4. & 3. quære ex præcedente duos numeros, quorum quadrata iuncta ſint quadratum, & ſint gratia Exempli 8. & 15. duc ambos in ℞. 25. & eſt 5. fiunt 40. & 75. diuide 43

per

per ℞. aggregati quadratorum 15.& 8. & eſt 17. exit $\frac{1}{17}$ 2 & 4 $\frac{1}{17}$ horum igitur quadrata iuncta faciunt 25.

44 Inuenias duos numeros quorum quadrata iuncta faciant 13. & non ſint 2. & 3. hæc differt à præcedente quantum 25. erat quadratus, & 13. non eſt quadratus, ideo ſoluitur aliter quam præcedens inuenias igitur duos numeros per quadrageſimam quartam quæſtionem quorum quadrata iuncta faciant quadratum, & ſint 4.& 3. quorum quadrata iuncta ſunt 25. quadratum de 5. diſpone igitur hos duos cum duobus primus vt vides, multiplicando duos primos inuicem, & duos ſecundos 2. in 3. facit 6. & 3. in 4. facit 12. ſubtrahe vnum ab alio remanent 6. Et ſimiliter multiplica eos in crucem & fiunt vt vides 8. & 9. quos iunge ſimul fiunt 17. habes igitur duos numeros 6. prouenientem ex detractione multiplicationis directæ & 17. ex aggregatione multiplicationis in cruce, quorum vtrunque ſeorſum diuides per 5. radicem aggregati quadratorum de 4. & 3. & exibit 1 $\frac{1}{5}$.& 3 $\frac{2}{5}$.& hi ſunt numeri quæſiti nam quadratum de 1 $\frac{1}{5}$ eſt $\frac{36}{25}$.& quadratum de 3 $\frac{2}{5}$ $\frac{289}{25}$ quæ iuncta faciunt $\frac{325}{25}$: quod eſt 13. vt propoſitum eſt & hæ 7. quæſtiones ſunt Leonardi Piſaurenſis vri clari.

2 — 3 — 6
3 — 4 — 12
6

2 3 — 9
X
3 4 — 9

45 Dixit Vitruuius *libro nono* Hieronem Siracuſanorum Tyrannum, vouiſſe coronam Deo quam ingenti mole ex puro auro & diligentiſſimo artificio fabricandam aurifici locauit, eamque factam Deo obtulit, cumque iam obtuliſſet intellexit pro auro magna ex parte argentum eſſe ſuppoſitum, indignatus curam Archimedi mandat vt non ſoluta corona neque enim tum ob artificium, tum ob dedicationem licebat, curaret cognoſcere quantum argenti loco auri aurifex iniunxiſſet: cunque multos iam dies fruſtra Archimedes hos quæreret: caſu euenit vt in balneum intranti hoc intelligeret nam tantum excutiebatur aquæ à labris balnei, quanta fuit moles corporis Archimedis, vnde nudus è balneo exultans domum reuertebatur neſcio an ob amorem veritatis potius laudandus quam ob importunam & impudicam nuditatem vituperandus: igitur cum duas ſphæras ponderis coronæ alteram ex auro, alteram ex argento fabricaſſet vtraque impoſita vaſi à labris aqua pleno pondus aquæ examinauit demum etiam impleto vaſe coronaque impoſita intellexit quantum argenti atque auri haberet.

Sit igitur exempli gatia corona ponderis librarum 120. Aurea pila librarum 120. argentea etiam totidem, videlicet librarum 120. & ponamus gratia exempli quod ex eodem vaſe pleno aqua impoſita aurea pila excutiantur libræ 40. impoſita corona excutiantur aquæ libræ 47. impoſito argento excutiantur libræ 60. volo ſcire quantum argenti continet corona diuide 40. per 120. exit $\frac{1}{3}$.& ſimiliter diuide 60 per 120. exit $\frac{1}{2}$ deinde pone quod fuerit in corona 1 co. argenti igitur erit reſiduum aurum idem libræ 120. m̃. 1 co. multiplica 1 co. in $\frac{1}{2}$ fit $\frac{1}{2}$ co. multiplica libras 120. m̃.

Aurum	40	$\frac{1}{3}$	120. m̃. 1 co.
Corona 120	47		40. m̃. $\frac{1}{3}$ co.
Argentum	60	$\frac{1}{2}$	1 co.
			$\frac{1}{2}$ co.

1 co. in $\frac{1}{3}$ fiunt libræ 40. m̃. $\frac{1}{3}$ co. iunge ſimul fiunt libræ 40. m̃. $\frac{1}{3}$ co. p̃. $\frac{1}{2}$ co. quod eſt libræ 40. p̃. $\frac{1}{6}$ co. & hoc æquatur liqui 47. videlicet aquæ coronæ igitur ſubtraho 40. ex 47. remanebunt libræ 7. æquales $\frac{1}{6}$ co. igitur 1 co. valebit 42 & quia poſitum fuit quod ad eſſet 1 co. argenti igitur faber ſuppoſuit argenti libras 42. & tantumdem auri ſubripui, & reliquum fuit aurum videlicet libræ 78. cuius probatio eſt nam pro omnibus 3. libris auri, excluditur lib. 1. aquæ, igitur pro 78. libris auri excluduntur libræ 26. quod eſt tertia pars, & pro omnibus duabus libris argenti, excluditur libra aquæ. Igitur pro 42. libris argenti excluduntur libræ 21. aquæ, quæ iunctæ ad 26. faciunt 47. cum igitur tantundem excludatur corona, ſequitur vt corona contineat lib. 78. auri, & 42. argenti, & ita in omnibus caſibus inuenies hoc modo veritatem. Poteſt etiam fieri per poſitionem falſam ſed non tam faciliter. Poſſumus etiam facere hoc accipiendo Sphæras auri & argenti longe minores ipſa corona. Non enim eſt neceſſarium eas accipere æquales coronæ, ſed bene inter ſe exemplum ſit corona librarum 100. facio duas ſphærulas alteram argenteam alteram auream ponderis vnciarum vtpote 36. & ponamus quod ab aurea excludantur vnciæ 10. & ab argentea 13. aquæ & à corona lib. 32. diuidemus igitur vt prius 10. per 36. & exit $\frac{10}{36}$ & ſimi-

Aurum	36. vñz.	10 $\frac{10}{36}$	lib. 100.
Corona	100 lib.	32	m̃. 1 co.
Argentum	36 vñz.	13 $\frac{13}{36}$	1 co.
	1 co. $\frac{13}{36}$		100. m̃. 1 co. $\frac{10}{36}$
	$\frac{13}{36}$ co.		27 $\frac{7}{9}$ m̃. $\frac{10}{36}$ co.

liter 13 per 36. exit $\frac{13}{36}$. & pono quod fuerit 1 co. argenti in corona igitur aurum fuit libræ 100. m̃. 1 co. multiplico 1 co. in $\frac{13}{36}$ fit $\frac{13}{36}$ co. multiplico 100. m̃. 1 co. in $\frac{10}{36}$ fit 27 $\frac{7}{9}$ m̃. $\frac{10}{36}$ co. iũgo fiũt 27 $\frac{7}{9}$ p̃. $\frac{1}{12}$ & hoc æquatur 32. igitur libræ 4 $\frac{2}{9}$ æquantur $\frac{1}{12}$ co. igitur res valet libras 50 $\frac{2}{3}$ quod eſt vnc. 8. & tantum in eſt argenti aurum autem eſt reſiduum, videlicet lib. 49. vñz. 4. & ita ſemper poteris ſcire in torquibus & anulis quantum auri ſit defraudatum.

Quidam fundit aurum perfectionis d. 20. ponderis vñz. 10. & aurum aliud perfectionis d. 21. & aliud perfectionis d. 16. & facta fuit maſſa vnciarum 80 perfectionis d. 18. quæritur quantum fuit aurum perfectionis d. 16. & d. 21 64

Nota quod in ſimilibus debes detrahere aurum cognitum ex cognito, videlicet vn-

Tom. IV. N 2 cias

cias 10. perfectionis d. 20. ex vñz. 80. perfectionis d. 18. & remanebunt vñz. 70. per-

10 —— 80
70
20. 4   18. 6
200 40   1440 480
200 40
1240   1240 440
440
1680   10560 | 6 $\frac{2}{7}$
440   1680 |
24   24
10560   6 $\frac{2}{7}$
17 $\frac{5}{7}$ 70
1 co.   70. m̃. 1 co.
21 d.   16 d.
21 co.d.   1120 d.m̃.16 co.d.
70   21 co.d.
17 $\frac{5}{7}$ d.   1120.d.p̃.5 co.d.
1240 d.   1240.
1 co.vñz.   120.d.æqualia 5 co.d.
Valet 24.vñz. | $\frac{5}{24}$ d.valor 1 co.d.

ſectionis d. 17. $\frac{5}{7}$ in duas partes vna ſit perſectionis d. 21. alia 16. & erit vna pars 1 co. alia 70.m̃. 1 co. multiplica. In ſuas perſectiones vt vides fiunt partes 21 co. d. & 1120.d.m̃. 16 co. d. iunge fiunt 1120. d. p̃. 5 co. d. æqualia 70. ductis in ſuam perfectionem, quæ fuit d. 17 $\frac{5}{7}$ & fient 1240. d. æquales 1120.d.p̃. 5. co. d. igitur detrahendo remanebunt 120. d. æqualia 5 co. d. igitur 1 co.d. valet 24.d. igitur 1 co. vñz.valuit 24. vñz. & nos poſuimus 1 co.vñz.eſſe perſectionis 21. d. igitur fuerunt vñz. 24. perſectionis d. 21. & vñz. 46. quod eſt reſiduum de 70. perfectionis d. 16. & ita ſoluta eſt.

Vel aliter & longe breuius & facilius per modum ſecundæ regulæ 41. capituli ſubtrahe vnam perfectionem ex altera & ex parte 21. remanent 1 $\frac{5}{7}$ & ex parte 16. remanebit 3 $\frac{2}{7}$. iunge ſimul fiunt 5. dic igitur per regulam 3. ſi 5. producit 70. quid producent 1 $\frac{5}{7}$ & 3 $\frac{2}{7}$. & inueniens quod 1 $\frac{5}{7}$ producet 24. & 3 $\frac{2}{7}$ producet 46. vt prius.

21   70   16
1 $\frac{5}{7}$ 17 $\frac{5}{7}$ 3 $\frac{2}{7}$
3 $\frac{2}{7}$
1 $\frac{5}{7}$

℞.   70 1 $\frac{5}{7}$ 120.24.
3 $\frac{2}{7}$ 230.46.

Floreni 10. valent Scutos 6. & lib. 1. duo inierunt ſocietatem. primus poſuit Florenos 200. & ſecundus Scutos 100. contingit primo lucrum Florenorum 24. pluſquam ſecundo perfectâ ſocietate, quæruntur valor Scuti & Floreni ac lucrum.

Pone quod Florenus valeat lib. 3. aſſes 2. igitur Floreni 10. valent lib. 31. & aurei 6. expoſito valent lib. 1. m̃. igitur valent libras

Aurei 100.   Floreni 200.
lib. 500.   lib. 620.
lib. 74. v. 8.
500.   1 co. 620.   74 $\frac{2}{5}$ p̃. 1 co.
620
1 co.
620 co.
500.   æqualia 74 $\frac{2}{5}$ p̃. 1 co.
1 $\frac{6}{25}$ co. æquantur 74 $\frac{2}{5}$
6 co.   æquantur 1860.
6
Valor rei.   lib. 310.

30. igitur ſcutum valet lib. 5. igitur Floreni 2000. valent lib. 620. & auræi 100. valent libras 500. lucrum plus erit lib. 74. aſſes 8. Adde igitur ad libras 74. aſſes 8. quantitatem quæ ſe habeat ad 500. libras veluti eadem quantitas ſe habet cum lib. 74. aſſibus 8. ad libras 620. multiplica per viam de la co. fient lucrum totum libræ 694. aſſes 8. quarum primo contingent libræ 384. ſecundo libræ 310.

Duo poſuerunt primus 300. cum perſona, 48
ſecundus 200. tantum & primo debebantur $\frac{2}{3}$ lucri, ſecundo verò $\frac{1}{3}$. venit tertius & poſuit 400. & perſonam ceſſante primo à perſona, quæruntur partes, fac ſic primus habuit duplum ſecundo igitur poſuit duplum, ſed ſecundus poſuit 200. igitur primus poſuit 400. & quia poſuit 300. in pecunia tantum igitur perſona valuit ſupplementum, de 400. & eſt 1000. in ſecunda igitur ſocietate primus poſuit 300. ſecundus 200. tertius 400. & perſonam quæ valet 100. iunge fiunt

Primus	Secundus	Tertius
300	200	400. & perſonam

1000. dic igitur ſi 1000. capitale producit lucrum puta 10. quid eueniet primo ſecundo & tertio & euenient primo $\frac{3}{10}$ ſecundo $\frac{1}{5}$. tertio $\frac{1}{2}$. nam tales partes ſunt 300. 200. & 500. de 1000.

Hæc ratio ita communiter ſoluitur & eſt in vſu, verum non eſt totaliter vera nam perſona non debet æqualiter æſtimari in modica & magna ſumma nam in magna ſumma plus laboris, plus diligentiæ, plus impenſæ, plus etiam periculi ſemper requiritur, poteſt igitur hæc ſolui hoc modo. In prima conuentione debebantur primo $\frac{2}{3}$ ſecundo $\frac{1}{3}$ igitur primus poſuit 400. & ſecundus 200. & quia primus poſuit 300. in pecunia igitur perſona æſtimat 100. iunge omnia fiunt 600. igitur perſona eſt $\frac{1}{6}$ ſocietatis, & ſimiliter in ſecunda ſocietate erit $\frac{1}{6}$ ſocietatis, ſiue $\frac{1}{5}$ pecuniarum poſitarum: pecuniæ poſitæ fuerunt 900. igitur perſona debet extimari 180. adde ad 900. fiunt 1080. igitur primo debebuntur $\frac{5}{18}$.

300   200   580
1080

ſecundo $\frac{5}{27}$. tertio $\frac{29}{54}$. quęſtio igitur debet ſolui a modo aliter eſſet & falſiſſima & iniuſtiſſima.

Duo

49 Duo ineunt ſocietatem ita vt primo debeatur $\frac{1}{2}$ p̄.5.& ſecundo $\frac{2}{3}$ p̄.7 lucrati ſunt 100. quæruntur partes iunge $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{3}$ fiunt $\frac{7}{6}$ iunge 7.& 5.fiunt 12.detrahe 12.à 100. remanent 88.dic igitur ſi $\frac{7}{6}$ dat 88. quid dabunt $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{3}$, & inuenies quod primo debebuntur ex illis 88. 37 $\frac{5}{7}$. & ſecundo 50 $\frac{2}{7}$. adde primo. 5 & ſecundo. 7 euenient 42 $\frac{5}{7}$. ſecundo autem 57 $\frac{2}{7}$. & ſimiliter facies ſi diceret primo debetur $\frac{1}{2}$ p̄.5. & ſecundo $\frac{1}{3}$ p̄.7.nam detractis 12.ex 100.remanent 88. iunge $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ fiunt $\frac{5}{6}$. diuide 88. per 5. exit 17 $\frac{3}{5}$ igitur primo euenient additis 5.in totum 40 $\frac{3}{5}$. & ſecundo in totum 7. additis, 59 $\frac{4}{5}$.

50 Si autem dicat poſuit vnus noſtrum $\frac{1}{2}$ p̄.5.& alius $\frac{1}{3}$ p̄.7.& lucrati ſumus 100.quæ erit pars vnius cuiuſque noſtrũ. Tunc adde denominatores $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ fiunt 5. adde 1.pro regula fiunt 6.multiplica in 12.quod eſt coniunctũ 5.& 7.fiunt 72. cape huius $\frac{1}{2}$ p̄. 5. & eſt 41. & $\frac{1}{3}$ 7.fit 31. qui iuncti faciunt 72. deinde dic ſi 72.producit 41.& 31.quid producet 100. per regulam trium operare & inuenies quod primus habebit 56 $\frac{17}{18}$. & ſecundus 43 $\frac{1}{18}$. Vnde differentia à primo eſt fere 3. ideo animaduerte modum proponendi, in hac enim & quinquageſimaſecunda quæſtione, omnes Arithmetici nutant, & nota quod hæc opinio probatur per la co.

51 Duo poſuerunt in ſocietatem primus Ducatos 120. ſecundus 240.& primus detraxit ex ſocietate inter tempus & pecunias Ducatos 240. ſecundus autem Ducatos 180. quæritur reſiduum quomodo debeat diuidi, & hæc quæſtio accidit in effectu.

Nota quod aliqui ſtolidi Arithmetici ita

120	240	57600
	X	
240	180	21600

ſoluunt multiplicando vt vides in crucem primo eueniunt 21600. ſecundo autem 57600. & ita primo $\frac{3}{11}$ ſecundo $\frac{8}{11}$. totius ſummæ. Et hic modus eſt maximi erroris,ita vt poſſet adducere errorem 1000.aureorum, & hoc accidit ex temeritate eorum qui audent impoſſibiles quæſtiones diſſoluere. Vnde dico & benè nota quod ſi non addatur lucrum factum aut illud quod remanet diuidendum nunquam poterit benè ſolui nec per co. nec per aliam viam.

Ponamus igitur quod lucrum remanens diuidendum ſit aurei 500. iunge omnia ſi-

Primus	120	240
Secundus	240	180
	360	500
		920

mul vt vides videlicet capitalia per ſe & ſunt 360. & lucra per ſe, & ſunt 920. deinde dic ſi 360. lucratur 920. quid lucrabitur 120. & 240. & inuenies quod primo contingent 306 $\frac{2}{3}$, & ſecundo 613 $\frac{1}{3}$. quare cum primus iam abſtulerit 240. remanebunt ei dandi 66 $\frac{2}{3}$. ſecundus autem cum habuerit 180.remanebunt ei dandi 433 $\frac{1}{3}$ & ita vides quod ſecundo longè plus debetur reſpectu primi quam in prima computatione, videlicet plus $\frac{8}{11}$ reſpectu $\frac{3}{11}$. Si vero ponatur lucrum ignotum reſpectu capitalis ſic facies ponendo vt prius 1 co.loco 100. aureorum, iunge fiet capitale 360. & lucrum 420. p̄. 1 co. igitur primus poſuit $\frac{1}{3}$.& ſecundus $\frac{2}{3}$ quare dabis primo $\frac{1}{3}$ de 420. p̄. 1 co. & erit 140. p̄. $\frac{1}{3}$ co. & ſecundo $\frac{2}{3}$ & erit 280. p̄. $\frac{2}{3}$ co. quare cum primus ſubtraxerit iam 240. &

Primus	120	240
Secundus	240	186
		1 co.
	360	220 p̄. 1 co
Primo		140 p̄. $\frac{1}{3}$ co.
Secundo		280 p̄. $\frac{2}{3}$ co.
Primo		$\frac{1}{3}$ co. m̄. 100.
Secundo		$\frac{2}{3}$ co. p̄. 100.

ſecundus 180. remanebunt primo $\frac{1}{3}$ co. m̄. 100. & ſecundo $\frac{2}{3}$ co. p̄. 100. quare habebis idem nam ſi lucrum fuit 500. ducatorum cape $\frac{1}{3}$ & eſt 166 $\frac{2}{3}$. ſubtrahe 100. remanent 66 $\frac{2}{3}$.& ſimiliter ſecundo dabis $\frac{2}{3}$ co.igitur $\frac{2}{3}$ de 500. & eſt 333 $\frac{1}{3}$.adde 100. fient 433 $\frac{1}{3}$. vt prius non tamen poteſt ſolutio hoc modo diſtingui niſi cognito lucro vt prius.

Quidam dedit libras 100. ad caput anni ad 10. pro 100. pro 6. menſibus quæritur quantum debet recipere in dictis 6. menſibus, animaduerte quod Frater Lucas poſuit duos modos ſoluendi hanc quæſtionem, vnum mercantilem in dis, nona. T. quinto C.primo alium autem verum & ex algebra in capitulo tertio quæſtione decimaſexta & cum eſſent ambo neceſſarij deffecit tantum in hoc quod non diſtinxit inter vtroſque, veritas enim eſt in modo Algebræ, ſed facilitas fuit neceſſarita pro mercatoribus neſcientibus Algebra,ego autem ſoluam ipſam vtroque modo vt ſimul intelligas differentiam operandi & etiam ſolutionis, primum autem modum declaraui in capitulo quinquageſimo ſeptimo, copioſe ſecundum autẽ in eodem capitulo quæſtione quæ eſt in fine. 52

Pro primo modo ſoluitur ſic promerere 100.pro anno vno & menſibus 6. defficientibus ad 10. pro 100. fiunt 115 $\frac{1}{2}$. duc 110 quod eſt meritum cum capitali primi ann in ſe fit 12100. diuide per 115 $\frac{1}{2}$. exit 104 $\frac{16}{21}$. & hic eſt prouentus mercantilis.

Pro ſecundo modo pone quod in primis 6. menſibus lucretur 1 co. igitur habebit 100. p̄. 1 co.& quia in aliis ſex menſibus haberet 110.ad 10.pro 100.in anno igitur 100.& 100. p̄. 1 co.& 110.ſunt continue proportionalia duc igitur 100. in 110.fit 11000.& hoc æquatur quadrato de 100. p̄. 1 co igitur ℞.11000 eſt æqualis 100. p̄. 1 co.veniamus ad propinquũ ℞.11000.eſt 104 $\frac{22}{25}$.differt autẽ hic prouẽtus à mercãtili qui fuit 104 $\frac{16}{21}$.in $\frac{62}{525}$. quibus, creditor frandaretur. In prima ratione nam deberet recipere 104 $\frac{22}{25}$.& non recipit niſi 104 $\frac{16}{21}$. differentia eſt ſolidi 2. nummi 4 $\frac{12}{35}$.pro omnibus 100. libris capitalis & in

libris 10000. aurei duo quaſi quare aduerte.

53 Quidam accepit à Iudæo lib. 20. ad caput anni ad 40. pro 100. & in capite 21. menſium adiuit Hebræum vt reciperet pignus qui volib. 40. quæritur an deceperit & quantum plus recepit debito couentionis.

Soluitur ſic ſi ex 20. fecit 40. in 21. menſibus, igitur ex 1. fecit 2. & ſi in 21. menſibus fecit ex 1. 2. igitur in menſibus 42. faceret ex 1. 4. & in 63. menſibus ex 1. 8. & in 84. menſibus qui ſunt anni 7. faciet ex 1. 16. igitur in 7. capitibus annorum faceret ex 1. 16. igitur inter 1. & 16. ſunt 6. termini contiuue proportionales, quare vt dictum eſt ſæpius cum primus ſit vnitas erit ſecundus ℞. quadrata tertij & cuba quarti & ℞ ℞. quinti & ℞. Rel. prima ſexti & ℞ ℞. cu. ſeptimi & ℞. Rel. ſecunda octaui qui eſt 16. ſi igitur 1. in primo anno fit ℞. Relata ſecunda 16. igitur quid fiet 100. duc 100. in Rel. ſecundum & fit ducendo primo ad cubum, deinde ad c^{m} c^{s}, nam Rel. ſecundum fit ex cubo in cen. cen. fiet igitur cu. 100. ipſum 1000000. & cenſus, cenſus 100. ipſum 100000000. duc 100000000. in 1000000. fiet Relatum ſecundum de 100. ipſum 100000000000000. duc igitur hoc in 16. quod eſt Relatum ſecundum termini ſecundi ab vnitate fiet 1600000000000000 cuius ℞. Rel. ſecunda eſt prouentus de 100. in vno anno & eſt ferme $148\frac{5}{7}$. detractis 100. Remanet quod Iudæus accepit non ad rationem 40. pro 100. ſed ad $48\frac{5}{7}$ pro 100. ſoluitur autem longe facilius mercantiliter, licèt non præciſius ſic per modum præcedentis promerere 100. ad 40. pro 100. proueniunt in duobus annis 196. deinde promerere tres menſes etiam quæ deficiunt & fient in 27. menſibus $215\frac{1}{5}$. multiplica 196. in ſe fit 38416. diuide per $215\frac{1}{5}$ exeunt $178\frac{98}{119}$. igitur pro libris 20. qui ſunt quinta pars de 100. debuit accipere tantum lib. 35. ſolidos 12. d. paruos $8\frac{193}{119}$ quod igitur accepit plus facit contra debitum Animaduerte quod ſi velles ſcire mercantiliter quantum accepit pro 100. quod oportet ſoluere per ſecundam regulam kataim faciendo duas poſitiones veluti ad 40. pro 100. prouenit in 21. menſibus $17\frac{98}{119}$. pone modo quod acceperit ad 50. pro 100. & inuenies quod in 21. menſibus perſolueret 200. vt fuit propoſitum, accepit igitur ad 50. pro 100. & differt à ſuperiore vt vides in $1\frac{3}{7}$ pro 100. ſi igitur non eueniſſet 200. præcisè ſed vt pote 210. dixiſſes per ſecundam regulam kataim ex 40. prouenit $178\frac{98}{119}$. ex 50. 210. nos autem volumus 200. operaberis per m̃. & p̃. vt doceris in illo capitulo, & eſt pulchra operatio & neceſſaria omni mercatori.

54 Quidam rex miſit capitaneo ſuo generali aureos 128000. ea conditione vt 7000. equitum mercenariorum & 7000. peditum conduceret, pro omnibus autem 100. aureis quos In equites errogaret por aliis 100. conduceret 18. pedites plus quam equites veluti ſi conduxiſſet 20. equites 100. aureis volebat vt in 38. pedites 100. alios aureos errogeret venit ad Capitaneum quidam dux belli cum 1700. peditibus & 200. equitibus: quæritur quantum ſtiquendij à Capitaneo promereri debet, hanc quæſtionem mihi propoſuit Magiſter Gabriel de Aratoribus.

Ego autem ita ſolui quia facilis ſolutionis eſt ſi memor es quintæ quæſtionis ſupra poſitæ nam eodem modo præciſe ſoluitur, reduces 128000. ad centena quia per centena fit ſolutio, & erunt 1280. centena dicas igitur diuide 1280. in duas partes quarum vna multiplicata per 1 co. & alia per 1 co. p̃. 18. producant 7000. ambæ, igitur per conuerſum diuiſis 7000. per 1 co. & aliis 7000. per 1 co. p̃. 18. prouenient exeuntia talia vt quod iuncta facient 1280. diuido igitur 7000. per 1 co. fit $\frac{7000}{1\ co.}$ & 7000 per 1 co. p̃. 18 fiunt $\frac{7000}{1\ co.\ piu.\ 18.}$ aggrega hos duos fractos per capitulum ſuum fiunt incruciando vt vides $\frac{14000\ co.\ piu.\ 126000}{ce.\ piu\ 18\ co}$ & hoc debet eſſe æquale 1280. igitur multiplica vtrunque per denominatorem fient 14000 co. p̃. 126000. æqualia 1280 ce. p̃. 23040.

$$\frac{7000}{1\ co.}\quad\frac{7000}{1\ co.\ \tilde{p}.\ 18.}$$

$$\frac{co.\ 14000.\ \tilde{p}.\ 126000.}{1\ ce.\ \tilde{p}.\ 18\ co.}$$

1280

1 ce. p̃. 18 co.

1280 ce. p̃. 23040 co.

14000. co. p̃. 126000.

1280 ce. p̃. 9040 co.

126000.

co. igitur detractis 14000 co. ex 23040 co. remanent 9040 co. p̃. 1280. ce. æqualia 126000. reduco ad vnum ce. fit 1 ce. p̃. $7\frac{1}{16}$ co. æqualia $28\frac{7}{16}$. ſequere capitulum, necro fiet valor rei ℞. L. $110\frac{913}{1024}$ m̃. $3\frac{17}{32}$. ℞. autem $110.\frac{913}{1024}$ eſt $10\frac{17}{32}$. detractis igitur $3\frac{17}{32}$. remanet valor rei 7. & tot equos habuit pro 100. aureis, & 18. pedites plus, igitur habuit pedites 25. & habuit pro 28000. aureis pedites 7000. & pro 10000. aureis equites 7000. & pro 200. equitibus dabuntur aurei $2857\frac{1}{7}$. & pro 1700. peditibus aurei 6800. igitur in totum dabuntur duci aurei $9657\frac{1}{7}$.

Quidã diſpoſuit oua 100. ſingula per rectam lineam in diſtantia vnius ita quod vltimus diſtabat à primo paſſibus 99. deinde collocauit ciſtulam diſtantem à primo ouo vno paſſu & iuſſit villicum quemdam colligere omnia hæc oua & reponere in ciſtulam ita tamen quod ſingulis vicibus tantum acciperet ouum vnum tantum, quæritur villicus ille quot faciet paſſus accipe diſtantiam vltimi oui à ciſtula & eſt 100. paſſus, adde ei 1. pro regula fit 101. multiplica 100. in 101. fit 10100. & tot paſſus faciat & ſunt milliaria $10\frac{1}{10}$ ſoluitur enim ex duplicata progreſſione vnde multi ſoluentes per ſimplicem progreſſionem dicunt quod facit paſſus 5050. & hoc eſt medietas tamen & cauſa quod oportet duplicare progreſſionem eſt quod in ſingulis ouis oportet ire à ciſtula & reuerti

reuerti ad eam & ita duplicare iter, quod ſi diceret quod ciſtula diſtaret ab ouo primo tribus paſſibus tunc minue à 100. ouis 1. fit 99. adde 3. paſſus quibus ciſtula diſtat à primo ouo fiunt paſſus 102. terminus maior & minor eſt 3. & termini ſunt 100. multiplica igitur 102. in 103. vt prius fiunt 10506. paſſus à quibus detrahe 6. pro primis duobus terminis remanebunt 10500. videlicet milliaria $10\frac{1}{2}$ nam duplicata progreſſio de 2. facit 6.

56 Quæſtio Cardancia hanc ita appellauimus quia non ſolum vt ferè omnes reliquæ à nobis inuenta eſt, ſed propter magnitudinem artificij in ſolutione, poteſt etiam variari mille modis & plus in omni genere quantitatum irrationalium & ideo ſub hac forma poſſunt proponi 1000. quæſtiones quas vix ſoluere eſt poſſibile niſi quis ſciat ſolutionem huius & hac ſoluta ſoluuntur omnes illæ veluti ſi quis dicat de binomiis aut reciſis aut bimedialibus aut miſceat eas inuicem manifeſtum eſt enim innumerabiles eo modo poſſe formari quæſtiones eſt igitur quæſitum tale.

Quidam perambulauit primâ die certam quantitatem ſpatij & ſecunda die tanto plus proportionaliter quanto diameter eſt maior coſta. & tertia die tanto plus quanto ſecunda quanto proportionaliter portio maior lineæ diuiſæ ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema excedit minorem portionem, & quarta die in proportione ad tertiam vt in ſecunda ad primam & quinta die proportionaliter tanto plus quarta quanto in tertia plus ſecunda & ita alternatis vicibus in diebus 9. peregerit. 9. milliaria quæritur igitur quantum ambulauit die prima.

Tu ſcis quod in ſecunda die per ambulauit diametrum pone igitur numerum rationalem paruum qui ſit 2. nam cum hoc etiam perueniet res ad maximos numeros, ſi igitur diameter eſt 2. latus quadrati erit ℞. 2. nam quadrato 2. fit 4. cuius medietas eſt 2. cuius ℞. eſt latus quadrati eſt igitur primus terminus huius proportionis ℞. 2. ſecundus autem 2. pro tertio quadra 2. fit 4. quadra dimidium 2. quod eſt 1. fit 1. adde ad 4. fit 5. igitur tertius terminus eſt ℞. 5. p̄. 1. qui eſt medietas ſecundi termini eſt enim hoc per regulam dictam in capitulo quantitatum irrationalium nam cum diuiſeris 2. ſecundum illam proportionem exibit pro maiore portione ℞. 5. m̄. 1. igitur addita maior

Primus ℞. 2
Secundus 2
Tertius ℞. 5. p̄. 1.
Quintus ℞. 18. p̄ ℞. 10
Nonus ℞. 392. p̄. ℞. 360
Nonus 14. co. p̄. ℞. 180. ce.

portio toti facit eandem proportionem erit igitur vt dictum eſt primus terminus ℞. 2. ſecundus 2. tertius ℞. 5. p̄. 1. dices igitur ſi ℞. 2. fit ℞. 5. p̄. 1. quid fiet ℞. 5. p̄. 1. multiplica ℞. 5. p̄. 1. in ſe fit 6. p̄. ℞. 20. diuide per ℞. 2. exit ℞. 18. p̄. ℞. 10. pro quinto termino deinde dic ſi ℞. 2. fit ℞. 18. p̄. ℞. 10. quod fiet ℞. 18. p̄. ℞. 10. multiplicabis vt prius ℞. 18. p̄. ℞. 10. in ſe fit 28. p̄. ℞. 720. diuide pro ℞. 2. exit ℞. 392. p̄. ℞. 360. pro nonio termino deinde fac poſitionem dicendo ſi ℞. 2. producit 1. co. quid producet ℞. 392. p̄. ℞. 360. multiplica 1 co. in ℞. 392. p̄. ℞. 360. fit ℞. 392 ce. p̄. ℞. 360 co. diuide per ℞. 2. exit ℞. 396 ce. p̄. ℞. 180 ce. eſt autem ℞. 196 ce. 14 co. igitur vltimus terminus eſt 14 co. p̄. ℞. 180 ce. deinde ingredere cum regula vigeſimaquinta vigeſimiſeptimi capituli quæ genaralis eſt in omni progreſſione Geometrica etiam multiplicet eam poſuerim tantum in illo mon pone igitur quod primus terminus ſubtrahendus ſit 1 co. igitur 9. m̄. 1. co. ſe habet ad maiorem terminum m̄. 1 co. ſicut tertius & ſecundus terminus qui ſunt 3. p̄. ℞. 5. ad tertium dempto primo & eſt ℞. 5. m̄. ℞. 2. p̄. 1. igitur multiplicando 9. m̄. 1. co. in ℞. 5. m̄. ℞. 2. p̄. 1. fit vt vides ſi igitur hoc

℞. 5. p̄. 1. m̄. ℞. 2.
9. m̄. 1. co.

℞. 405. p̄. 9. p̄. ℞. 2. ce. m̄. ℞. 162
m̄. ℞. 5. ce. m̄. 1. co.
3 co. p̄. ℞. 5. ce

2 co. p̄. ℞. 405. p̄. 9. p̄. ℞. 2. ce.
m̄. ℞. 162.

14. co. p̄. ℞. 180 ce.
3. p̄. ℞. 5.

42 co. p̄. ℞. 1620. ce.
p̄. ℞. 900. ce. p̄. ℞. 980. ce.

diuidat per 3. p̄. ℞. 5. exibit maior terminus dempto primo id eſt 1 co. igitur ducemus 1 co. in 3. p̄. ℞. 5. fit 3 co. p̄. ℞. 5. ce. quod additum 3 ad ſupradictam multiplicationem facit vt vides, igitur illud totum diuiſum per 3. p̄. ℞. 5. producet 14 co. p̄. ℞. 180 ce. nam & ille fuit vltimus terminus integer cum igitur multiplicauerimus 14 co. p̄. ℞. 180. ce. in 3. p̄. ℞. 5. non diuidendo reliquum extremum fient 72 co. p̄. ℞. 1620 ce. p̄. ℞. 980. ce. æqualia 2. co. p̄. 9. p̄. ℞. 2. ce. p̄. ℞. 405. m̄. ℞. 162. igitur æquando fient 70. co. p̄ ℞. 1620 ce. p̄. ℞. 980. m̄. ℞. 2. c. æqualia 9. p̄. 405. m̄. ℞. 162. igitur per capitulum ſimplex algebræ diuiſo 9. p̄. ℞. 405. m̄. ℞ 162. per 70. p̄. ℞. 1620. p̄. ℞. 980. m̄. ℞. 2. tanquam numerum exibit valor rei ideſt quantum ambulauit prima die nam ſuppoſitum eſt quod prima die ambulauerit 1. co. diuidemus igitur trinomium per quadrinomium iuxta regulam quartam 21. capituli quæ eſt vt detrahas quadratum partis reciſi hoc modo vt facias reciſum in tot partibus contrarium quadrinomio in quot eſt ſimile, ſi enim faceres reciſum ſolum per p̄. ℞. 2. non eueniret trinomium ſed iterum quadrinomium, deinde ſepara partes & quadra vtramque per ſe & fiens

Primum Rec.

70. p̄. ℞. 1620 | p̄. ℞. 980. m̄. ℞. 2.
70. p̄. ℞. 1620 | m̄. ℞. 980. p̄. ℞. 2.
4900. p̄. 1620 | m̄. 980. m̄. 2.
p̄. ℞. 317. 52000 | p̄. ℞. 7840.

5518. p̄. 3175200. p̄. ℞. 7840

 partes

partes ſimiles 70. p̄. ℞. 1620. & 70. p̄. ℞. 1620. reciſa autem, pars erit p̄. ℞. 980. m̄. ℞. 2. & m̄. ℞. 980. p̄. ℞. 2. quadra igitur vtramque partem per ſe per modum ℞. ligatæ fient igitur iunctæ hæ duæ productiones 5538. p. ℞. 31752000. p̄. ℞. 7840. cuius reciſum ponatur ℞. 31752000. p̄. ℞. 7840. m̄. 5538. multiplica vt vides per eandem fiunt vt vides quare tandem fiet productum ℞. 99574272000o. p̄. 1090396. ponemus igitur reciſum huius conſiderantes vt cadat m̄. ſuper minorem terminum eſt autem ℞. minor numero nam 1090396. in ſe ductum producit plus quam 99574272000o ideo ponemus reciſum 1090396. minus radice illa prout vides in Figura inferiore &

Secundum Rec.

℞. 31752000. p. ℞. 7840 | p̄. 5538.
℞. 31752000. p̄. ℞. 7840 | m̄. 5538.

317520000. p. ℞. 7840 | m̄. 30669444.
p̄. ℞. 99574272000o

℞. 99574272000o. p̄. 1090396.

multiplicabis per eandem regulam, & fiet tandem diuiſor detracto m̄. producto numerus hic detractis enim vt in aliis 99574272 0000. ex 11889634 36816. remanent 19322071 6816. & hic eſt diuiſor deinde habemus tria reſidua vt vides multiplicanda per 9. p̄. ℞. 405. m̄. ℞. 162. fiet igitur productum ex primo quadrinomio reſiduo in diuidendum 792. p̄. ℞. 131220. p̄. ℞. 162. p̄. ℞. 810. p̄. ℞. 158760. p̄. ℞. 1984500. m̄. ℞. 79380. m̄. ℞. 793800. m̄. ℞. 262440. nam tres aliæ radices tranſeunt in numeros & ideò detraximus 18. & 630. & addidimus 810. & facta eſt ſumma numeri 792. qui erat prius 630. totum igitur hoc conſtans

Tertium Rec.

1090396 | p̄. ℞. 99574272000o
1090396 | m̄. ℞. 99574272000o

118896343 6816 | m̄. 99574272000o
99574272000 |

19322071 6816. Diuiſor

ex 9. partibus multiplicabimus in reciſum quintum quod fuit ℞. 31752000. p̄. ℞. 7840. m̄. 5538. & fiet totum hoc ℞. 99916886328000. p̄. ℞. 9143824000. p. ℞. 63011844000000. p̄. ℞. 25719120000. p̄. ℞. 50409475200000. p̄. ℞. 1270080. p̄. ℞. 245662147440. p̄. ℞. 2456621474400. p̄. ℞. 1028764800. p̄. ℞. 804888888 3360 p̄. ℞. 4917749760. p̄. ℞. 15558480000. m̄. 2940056. m̄. ℞. 2520473760000o. m̄. ℞. 6223339200o. m̄. ℞. 19825948800000. m̄. ℞. 4024444441680. m̄. ℞. 622339200 m̄. ℞. 4968449928. m̄. ℞. 24842249640. m̄. ℞. 4869080929440. m̄. ℞. 6086351161 8000. nam quinque radices tranſeunt in numerum ideo fiunt partes tantùm 22. è quibus vna eſt numerus cæteræ ſunt radices & ideo multiplicabimus hoc totum in reciſum tertium quod fuit 1090396. m̄. ℞. 99574272000o. & ideo facta multiplicatione in 2940056. reducemus totum hoc reciſum ad radicem & fiet ℞. 118896343 6816. m̄. ℞. 99574272000o. proueniet illud quod diuiſum per 19322071 6816. producet illud quod ambulauit in prima die & eſt valor rei & quia excedit 5000. litteras facta diuiſione ideò non pono hanc vltimam multiplicationem cum ſua diuiſione.

Si verò quis aliter ſoluat eueniet æquatio 5000. numerorum quorum ſinguli pluſquam 20. litteris conſtarent impleretque totum hunc librum nec forſitan bene ſufficeret & ideò poteſt abſolute alio modo operatio impoſſibilis appellari.

Nembrot voluit ædificare turrim babel 57
vſque ad cœlum quæritur Deo non reſiſtente quomodo potuiſſet continuari vt nec cœmentum, nec lapides nec cibus deffuiſſet ædificatoribus, nam in tanta altitudine non potuiſſent cibum etiam pro ſe tantùm deſſerre nedum pro ædificatoribus, nam quanto plures fuiſſent portatores eo plures fuiſſent comeſtores, ponamus igitur quod quilibet homo ſufficiat portare cibũ pro 5. hominibus & vltra ex cœmento & lapidibus lib. 10. & ſingulis diebus vel aſcendendo vel deſcendendo poſſit perficere milliaria, 12. quod non parum eſſet tum ob aſſiduitatem tum ob aſcenſum tum ob obliquitatem viæ & velim ſtatuere iam turri alta 36. milliaribus quomodo poſſit augeri & perfici ſcias quod poteſt ſolui dupliciter vel per regulam vel per omnem numerum, per regulam ita ſoluitur vt non ſuperſit nec deſit aliquid in toto magiſterio nec de cibo nec de lapidibus nec de cœmento: ſi verò ſoluatur ex numero obiter poſito tunc ſupereſt aliquid nihil tamen deeſt. Ponamus igitur per regulam primo diuide 36. per dimidium milliariorum quæ poteſt homo ambulare ſingulo die & eſt 6. exit 6. deinde quia quilibet geſtat cibum pro 5. hominibus quære 6. terminos minimos in quintupla proportione & ſunt neceſſario inchoantes ab vnitate & ſunt vt vides vltimus igitur eſt 3125. & tot homines pones in pede turris deinde ſubtrahe quintam partem ex 3125. remanebunt 2500. & tot homines pones in primo ſolario turris vbi eſt alta milliaria, 6. & ibi manebunt, deinde ex 2500. auferes quintam partem & remanebunt 2000. & tot homines pones in ſecundo ſolario vbi turris eſt alta milliaria 12. & iterum à 2000. auferes quintam partem & remanebunt 1600. & tot homines pones in tertio ſolario vbi turris eſt

Altitudo	Iter diei	Geſtatio		
Turris		pro cibo 5.		
Milliaria 30	Milliaria 12	pro cemento		
	6	2 & lapidibus lib. 10.		
	5			
	1	1	4096	36
	6	5	1024	30
		25	1280	24
		125	1600	18
		625	2000	12
		3125	2500	6
			3125	Pes tur.
			15625	

eſt alta milliaria 18. deinde à 1600. auferes quintam partem remanebunt 1280. & tot homines pones in quarto ſolario turris vbi eſt turris altitudo milliaria 24. iterum ſubtraho de 1280. partem quintam & eſt 256. remanent 1024. & tot homines ponam in quinto ſolario vbi turris eſt alta millia 30. pro vltimo autem termino vbi ſunt laboratores eſt alia ratio ſubtrahe 1. à proportione remanent 4. duc in 1024. fiunt 4096. & tot homines laborabunt in ſummitate turris quibus non defficiet vnquam cibus: pro cœmento multiplica 10. in 1024. penultimum terminum fient libræ 10270. & tantum in ſumma qualibet die deferetur lapidum & cœmenti.

Probatio autem huius operationis talis eſt nam primi quod ſunt in turris fundo deferunt cibaria pro 5. hominibus ſinguli & quia in vna die vadunt 6. miliaria & totidem reuertuntur igitur deferent ad primum ſolarium cibum pro 12500. hominibus ſublatâ quintâ parte quam comedunt & hoc eſt onus exiſtentium in ſecundo ſolario, nam quinta pars de 12500. eſt 2500. hi autem poſtquam comederint quintam partem referunt ad ſecundum ſolarium cibum pro hominibus 10600. & ita decreſcendo per quintam partem erit cibus diurnus in ſummitate turris 4096. quare tot homines poni poterunt perpetuò laborantes & ita cum 15625. hominibus habebis in opere continuo pro ædificatione homines 4096. & ſunt plus quarta parte & hæc regula tenet in infinitum quantumlibet aſcendendo.

4096
5120
6400
8000
10000
12500

Si verò poneres in eodem caſu altitudinem turris milliariorum 54. & homines in

8	8	54
2	10	48
3	15	42
4	20	36
5	25	30
7	35	24
6	45	18
12	60	12
16	80	6
20	100	pes turris

fundo 20. tunc detrahe quintam partem remanent 16. & tot homines pones in primo ſolario detrahe quintam partem à 16. & eſt 3 $\frac{1}{5}$ pone igitur 4. remanent 12. & tot pones in ſecundo ſolario detrahe ex 12. quintam partem remanent 2 $\frac{2}{5}$ pone 3. remanent 9. homines & tot ponentur in tertio ſolario & in quarto. 7. in quinto 5. in ſexto 4. in ſeptimo 3. in octauo 2. in vltimo vt dixi deme 1. ex proportione ſiue ex numero cibi quem quilibet deferre poteſt fiet 4. multiplica in 2. fit 8. & tot homines poterunt laborare in ſummitate turris vbi eſt altitudo 54. milliariorum proba & videbis & hæc quæſtio ſeruiet etiam regi volenti ducere exercitum in ſolitudines nam oportebit homines in certis collocare ſpatiis pro ſtationibus qui continuo vehent cibaria euntes & reuertentes ſingulis diebus fundatur autem hæc ſolutio in quadrageſimaſecunda regula quadrageſimiſecundi capituli.

Duo poſuerunt in ſocietatem primus poſuit ducatos 50. ſecundus 30. ea conditione vt lucrum diuideretur per æqualia quid accidit prima die euenit neceſſitas vtrique & detraxerunt tantum ex ſocietate quod primus reliquit in ea tantum ducatos vigeſimo & ſecundus ſimiliter ducatos vigeſimo quæritur quæ portio vtriuſque debetur ſcias quod Frater Lucas & alij cum eo litigant de lana caprina dantes multas ſolutiones cum verbis multis & aſſertis quibuſdam probationibus ſuis. 58

Et pro hoc nota quod tales quæſtiones quæ non ſunt proportionatæ dicuntur irrationales, nam ſecundum proportionem antequam ſubtraherent, primo debebantur $\frac{5}{8}$ & ſecundo $\frac{3}{8}$ quia igitur lucrum eſt diuidendum per æqualia nec loquimur de perſona præſumitur donum in dono autem præſumitur limitatio, quia benè homo donat 10. & non donabit 100. eſt igitur ac ſi diceret dono tibi lucrum de. 10. cum igitur ponat. 20. detrahe. 10. & adde alteri habebit. 30. & primus habebit 10. & ita $\frac{1}{4}$ debebuntur ſecundo & $\frac{3}{4}$ primo pro regula igitur in talibus ſic facies ſi 80. lucratur 1. igitur 40. lucratur $\frac{1}{2}$ & quia 50. lucratur $\frac{5}{8}$ igitur 50. fit 40. & 30. fit 40. in dato tempore, detrahe igitur 10. & adde alteri ſemper & fiet vna pars 10. alia 30. & ſecundum hoc diuide lucrum, & hoc vbi lucrum ſolum ſit diuidendum & non capitale.

Si verò lucrum & capitale ſit diuidendum idem accidet quoniam habet rationem doni in omnibus igitur talibus non proportio ſed donum eſt attendendum.

Duò faciunt ſocietatem primus ponit ducatos 80. & debet habere $\frac{2}{3}$ lucri ſecundus ponit 20. & debet habere $\frac{1}{3}$ lucri venit tertius & poſuit 120. quæritur ſub conditione reliquorum quantum debet accipere iam intelligis hanc quæſtionem eſſe irrationalem ideò potius iudicialem quam Arithmeticam fac vt in priori iunge 80. & 20. fiunt 100. ſi igitur 100. lucratur 1. igitur 66 $\frac{2}{3}$ capitalis lucrabitur $\frac{2}{3}$ lucri & 33 $\frac{1}{3}$ quia igitur cum 20. lucratur $\frac{1}{3}$ quod debuit lucrari cum 33 $\frac{1}{3}$ igitur habuit ſecundus à primo in vſu donum 13 $\frac{1}{3}$ & tantum donat tertius, erit igitur ac ſi primus poſuiſſet 66 $\frac{2}{3}$ & ſecundus 45 $\frac{1}{3}$ & tertius 106 $\frac{2}{3}$ & tunc diuide lucrum proportione & euenient primo ex 500. aureis lucri $\frac{10}{33}$ & ſecundo $\frac{7}{33}$ & tertio $\frac{16}{33}$ & ita primo aurei 151 $\frac{17}{33}$ ſecundo aurei 106. $\frac{2}{33}$ tertio aurei 242 $\frac{14}{33}$. 59

80	20	120
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	

Et cauſa in hoc eſt quod ego benè dabo vſum aureorũ 100. & non 1000. & dabo vſum aureorum 10. & non 100. determinatio autem certa ſuper hoc eſt quod conueniam tecum vt ponam 100. aureos & tu 200. & lucrum

diuidatur

diuidatur pro medium in capite 5. annorum deinde tu nolles ſtare pacto ex iure ſaltem teneris ponere ducatos 50. quibus conditio mea melior fiebat propoſitionem ducato ℞ 200. nam diuidendo pro medium eſt ac ſi poſuiſſemus ducatos 150. Singuli igitur aurei illi 50. pro vſu tranſeunt in ius meum: aliter ſequeretur quod dato quod ego ponerem ducatos 100. quos promiſi & tu ſolum 50. qui tranſeunt in ius meum quod tu deberes habere aliquid ex lucro ſocietatis quod eſt maximum inconueniens: ſi igitur tu nihil debes habere, igitur tranſierunt in ius meum, quare cum ille ſecundus licet ponat plus primo, non tamen plus minuit ex ſuo capitali quia non proportionaliter ſed ex voluntate dat certam rem. Exemplum patet in patruis volentibus dirigere nepotem ad frugalem vitam per inuitationem ad mercaturam.

60 Tres fecerunt ſocietatem primus poſuit ducatos 20 ſecundus 23. tertius 29. ea conditione vt diuiderent lucrum per æqualia in 5. annis accidit quod ſocietas durauit tantum annis tribus & lucrati ſunt ducatos 216. quæritur quæ ſit pars vniuscuiuſque hæc quæſtio eſt Ioannis Fortunati Senenſis qui etiam in præcedentibus duabus quæſtionibus multa dixit contra Fratrem Lucam verum nos retulimus veriorem ſolutionem hæc autem differt à præcedentibus quia donum eſt conditionatum ad annos 5. & conditio no fuit impleta dic igitur ſi non adeſſet pactum primo deberentur ducati 60. ſecundo 69. & tertio 87. igitur ſi completum fuiſſet pactũ cuilibet deberentur ducati 72. dic igitur pro primo ſi 12. quæ eſt differen-

Primus	Secundus	Tertius.
20	23	29
60	69	87
72	72	72
67 $\frac{1}{5}$	70 $\frac{4}{5}$	78

ex 5. quid

tia 72. & 60. ſit ex 5. multiplica 3. in 12. ſit 36. diuide per 5. exit 7. $\frac{1}{5}$ adde ad 60. fient 67. $\frac{1}{5}$ pro primo ſimiliter pro ſecundo ſi 3. ſit ex 5. quid fiet ex 3. duc 3. in 3. fit 9. diuide per 5. exit $\frac{4}{5}$ adde ad 69. fit 70 $\frac{4}{5}$ pro ſecundo, ſimiliter pro tertio ſi 15. ſit ex 5. quid fiet ex 3. duc 3. in 15. fit 45. diuide per 5. exit 9. ſubſtrahe de 87. remanent 78. & tot debebuntur tertio, ecce qualiter hæc ſua ſolutio concordat rationi noſtræ in aliis quæſtionibus & bonum fuiſſet ei ſi manſiſſet in ea.

61 Duo homines volebant tranſmutationem facere primus habebat pannum valoris lib. 8. pro brachio & volebat ponere 9. & habere $\frac{1}{3}$ in pecunia & lucrari 5. pro 100. alius habebat lanam valoris lib. 30. pro 100. quæritur quo pretio debuit appretiari lana à Domino panni vt ſequerentur conditiones, capias igitur per ſextam regulam quinquageſimi quinti capituli lucrum quod eſt 5. pro 100. & adde ad 8. capitale primi & fiet 8 $\frac{2}{5}$ nam $\frac{2}{5}$ ſunt $\frac{1}{20}$ de 8. deinde quia ponit 8. valere 9. eſſet quantum quod valet 8. $\frac{2}{5}$ valere 9. nam $\frac{1}{3}$ iam adnumeratur capitali & quia vult tertiam partem in pecunia cape per ſeptimam regulam eiuſdem capituli $\frac{1}{3}$ de 9. eſt 3. detrahe ex 9. fit 6. detrahe ex 8 $\frac{2}{5}$ fit 5 $\frac{2}{5}$ igitur ex 5 $\frac{2}{5}$ primus facit 6. quid igitur faciet 30. multiplica 6. in 30. fit 180. diuide per 5. $\frac{1}{5}$ exeunt 33 $\frac{1}{3}$ & tantum debuit appretiari lana. Probatio autem eſt quod ponendo brachium panni in tranſmutatione valet lib. 9. & recipit $\frac{1}{3}$ in pecunia igitur habebit lib. 3. in pecunia & lib. 6. in lana & quia lana valet 33 $\frac{1}{3}$ pro 100. & 6. eſt $\frac{18}{100}$ de 33 $\frac{1}{3}$ igitur habebit lanæ libras 18. Primus igitur dedit ſecundo brachium panni quod valebat lib. 8. in capitali & recepit à ſecundo lib. 3 in pecunia & 18. libras lanæ lana autem ſupponitur valere lib. 3. pro 100. igitur 18. libræ valant lib. 5 $\frac{2}{5}$ recepit igitur primus à ſecundo in totum lib. 8. $\frac{2}{5}$ & dedit tantur lib. 8. igitur ex lib. 8. lucratur $\frac{2}{5}$ igitur ex 100. lib. lucrabitur 5. quare lucrabitur 5. pro 100. quod erat probandum, ſi igitur lana debuit poni 33 $\frac{1}{3}$ non potuit bene poni 34 $\frac{2}{5}$ vt dicebat Frater Lucas. Et in hoc & aliis 5. quæſtionibus ſequentibus conſimilibus optimè reprehenditur à Ioanne Sfortunato, nam aliena inuenta nunquam mihi tribuo.

Diuide 20. in duas partes quarum vna tantum faciat multiplicata pro 2. quantum 62
alia pro 13. tunc iunge 13. & 2. faciunt 15 diuide 20. pro 15. exit $\frac{1}{3}$ multiplica 1 $\frac{1}{3}$ per 2. fi. 2 $\frac{2}{3}$ & hæc eſt vna pars alia eſt 17 $\frac{1}{3}$ & ita in aliis.

Inuenias numerum quam diuiſus per 2. 63
per 3. per 4. per 5. per 6. ſemper ſuperſit 1. per 7. autem nihil ſuperſit. Nota quod vbi numerus vltimus qui eſt 7. fuerit numerus primus & numerus ſuperfluus qui eſt 1. fuerit idem tunc quæſtio habet ſolutionem generalem licet Ioannes Sfortunatus neget eſſe & in hoc errauit largè; quare igitur minimum numerum numeratum à 6. 5. 4. 3. 2. & eſt 60. inuenitur autem multiplicando numeros maiores qui ſunt 6. & 5. & faciunt 30 deinde quia 30. numeratur ab omnibus præterquam à 4. quare maximum numerum numerantem 4. & 30. & eſt 2. diuide 4. per 2. exerit 2. multiplica in 30. fit. 60. minimus numerus numeratus à 2. 3. 4. 5. 6. quo inuento diuide 60. per 7. exit 8. & ſuperſunt 4. & nos volebamus vt ſupereſſet 1. & non 4. multiplica 4. in 7. fit 28. & ſcias quod infra 28. neceſſario inueniũtur duo numeri quorum alter numerabitur à 4. & alter à 7. & ille qui numerabitur à 4 exedet illum qui numerabitur à 7. in 1. & tales erunt 8. & 7. nam 8. numeratur à 4. & excedit 7. qui numeratur à 7. in 1. diuide igitur 8. per 4. exit 2. multiplica 60. per 2. exit 120. detrahe quem volebas ſupereſſe remanet 119. & hic eſt numerus quæſitus & hæc regula eſt generaliſſima.

Inuenias numerum qui diuiſus per 2. ſu- 64
perſint 1. diuiſus per 3. ſuperſint 2. diuiſus per 4. ſuperſint 3. diuiſus per 5. ſuperſint 4. diuiſus per 6. ſuperſint 5. diuiſus per 7. ſuperſunt 0 hæc quæſtio etiam ab eodem ponitur non habere regulam generalem adeſt tamen regula generalis vbi augumentum fit vniforme & vltimus terminus qui eſt 7. ſit numerus

numerus primus, tunc igitur vt in exemplo quære minimum numeratum à 2. 3. 4. 5. 6. & eſt 66. diuide per 7. exit 8. & ſuper ſunt 4. quære igitur numerum qui numeratus à 7. excedat alium numeratum à 4. in 1. & hic erit 21. nam numeratur à 7. & excedit 20. qui numeratur à 4 per vnitatem diuide igitur 20. per 4. erit 5. multiplica 60. per 5. fit 300. adde. 1. fit 301. & hic eſt numerus quæſitus & regula eſt generalis.

65 Quidam homo moriens reliquit filios exiſtentes peregrè & aureos neſciens quot & iuſſit cum primus reuerteretur reciperet $\frac{1}{7}$ totius & 101. plus & ſecundus $\frac{1}{7}$ reſidui & 200. plus & tertius $\frac{1}{7}$ reſidui & 300. plus & ita de aliis & cum diuiſiſſent pecunias fuerunt æquales quæruntur pecuniæ & filij, ſubtrahe numerum ſuperiorem qui eſt 1. de inferiore qui eſt 7. remanent 6. & tot ſunt filij multiplica 7. in 6. fit 42. multiplica 42. in 100. & eſt differentia fit 4200. diuide 4200. per quadratum 1. & exit 4200. eſſet & tot aurei fuerunt videlicet 4200.

$\frac{1}{7}$	100
6	42
42	4200

poteſt etiam fieri per algebra ſic pone quod habuerit 1 co. denariorum detrahe $\frac{1}{7}$ co. p̃. 100. pro primo habebit primus $\frac{1}{7}$ co. p̃. 100 & remanebunt $\frac{6}{7}$ co. m̃. 100. cuius accipe $\frac{1}{7}$ quod eſt $\frac{6}{49}$ co. m̃. 14 $\frac{2}{7}$ adde 200. habebit ſecundus $\frac{6}{49}$ co. p̃ 185. $\frac{5}{7}$ & quia habuit tantum quantum primus igitur $\frac{6}{49}$ co. p̃. 185 $\frac{5}{7}$ æquantur $\frac{1}{7}$ co. p̃. 100. detrahe igitur $\frac{6}{49}$ co. ex $\frac{1}{7}$ co. & 100. ex 185. $\frac{5}{7}$ remanebunt $\frac{1}{49}$ co. ex vna parte & 85 $\frac{5}{7}$ ex alia inuicem æqualia, quære multiplicando 85. $\frac{5}{7}$ in 49. fiunt 4200 valor rei & tot aureos habuit ex quo patet numerus filiorum.

67 Quidam homo ambulabat milliaria 30. ſingulo die iens à Mediolano verſus Neapolim alius eadem hora diſcedens ambulabat die prima milliaria 3. ſecunda 8. tertia 13. quarta 18. & ita deinceps quæritur quantum iungentur ſcias quod in talibus in quibus numerus terminorum non ſupponitur integer caderes in maximos & manifeſtiſſimos errores ſi velles ſequi regulas datas in capitulo vigeſimo ſeptimo, nam vltimus terminus euadit imperfectus vbi termini non ſint integri, vt in exemplo propoſito ſupponitur maximus terminus inueniri, multiplicata auctione in numerum terminorum qui ſit 4. $\frac{1}{2}$ dempta vnitate per ſecundam regulam capituli vigeſimi ſeptimi fit 3. $\frac{1}{2}$ multiplico in 5. fit 17. $\frac{1}{2}$ adde 3. minimum fit 20 $\frac{1}{2}$ maximus terminus & tantum non 20 $\frac{1}{2}$ ſed 23. debuit eſſe quia augetur Arithmeticè & non proportionaliter, & ideò nec in geometricis quæſtionibus tenent regulæ quando numerus terminorum non ſit integer & ideò animaduerte quod quæſtio decima quarta huius capituli peccat niſi ſit in integris prout nos fecimus eam nam non valet ratio de cubis in fractis prout in regula vigeſima ſeptima vigeſimi ſeptimi capituli vt diximus in quæſtione decimaquarta huius capituli pro talibus igitur negotiaberis hoc modo ſubtrahe primum iter vnius quod eſt 3. ex itinere alterius quod eſt 30. fit 27. adde ad 30. fit 57. deme 3. à 57. remanent 54. diuide per 5. differentiam exit ferme 11. vide igitur quod in 11. diebus vel circiter erunt propinqui primus autem in 11. diebus ambulauit milliaria 330. ſecundus autem per ſecundam & vndecimam regulam vigeſimiſeptimi capituli ambulauit milliaria 308. detrahe 308. ex 330. remanent 22. & quia ſecundus in die decima ſecunda ambulat milliaria 58. detrahe 30. ex 58. remanent 28. diuide 22. per 28. exeunt $\frac{11}{14}$ & tot partes diei addendæ ſunt ad dies 11. integros igitur in diebus 11 $\frac{11}{14}$ iungentur & ambulabit quilibet milliaria 353 $\frac{4}{7}$ proba & inuenies.

Et ex hoc patet error Ioannis ſfortunati in decimanona quæſtione itinerum ponentis quod in diebus 11 $\frac{4}{7}$ iungentur & quod vltima die ibit milliaria ſexaginta in qua quæſtione licet videre hominis ſtuporem tam magnum, vt non ſit digna viro tali quæſtio illa, imo nec minimo diſcipulo.

Quidam emit 100. aſſibus ſiue ſolidis 100. capita auium Turturum Galeritarum, Turdorum, Paſſerum, pretium Turturum fuit ſ.3. pro ſingulis pretium Turdorum fuit duo pro aſſe, pretium galeritarum fuit 3. pro ſ. pretium Paſſerum fuit 11. pro ſolido quæritur quot fuerunt ex vnoquoque genere, ſic facito vt in trigeſima ſeptima ſed ingenioſius accipe minus pretium & eſt Paſſerum nam habentur 11. pro ſolido diuide 100. per 11. exit 9 $\frac{1}{11}$ detrahe ex 100. remanent 90 $\frac{10}{11}$ deinde vide per viam fractorum pretia nam turtures venduntur 3 ſ. & Turdi $\frac{1}{2}$ ſ. & Galeritæ $\frac{1}{3}$ ſ. & Paſſeres $\frac{1}{11}$ ſ. detrahe minus pretium quod eſt $\frac{1}{11}$ ex ſingulis remanẽt pro turtribus 2 $\frac{10}{11}$ pro Turdis $\frac{9}{22}$ pro Galeritis $\frac{8}{33}$ multiplica omnia per 66 eo quod 66. continet 33. & 22. & 11. quæ ſunt denominationes fractionum fient per turturibus 192. pro Turdis 27. pro galeritis 16. deinde multiplica 66. in reſiduum pecuniarum & fuit 90. $\frac{10}{11}$ fit 6000. detrahe totiens 192. ex 6000. quod reſiduum poſſit diuidi per 27. & 16. vt nihil ſuperſit pro quo nota quod 16. numerat 192. nam 12. in 16. facit 192. diuide igitur

Turtures	Turdi	Galeritæ	paſſeres
1	2	3	11
ſ.3	ſ.1	ſ.1	ſ.1
		100	
		11	
		9 $\frac{1}{11}$	
		90 $\frac{10}{11}$	
$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{11}$
2 $\frac{10}{11}$	$\frac{9}{22}$	$\frac{8}{33}$	
192	27	16	6000
			192
192	48	27	31
$\frac{27}{7}$	3 $\frac{27}{28}$	$\frac{28}{6}$ 6	$\frac{2}{19}$
		$\frac{1}{3}$	
28	16	12	44
84	8	4	4

tur 6000. per 192. exit 31. & ſuperſunt 48. diuide 192. per 27. exeunt 7. & ſuperſunt 3. detrahe 27. ex 48. remanent 21. detrahe 21. ex 27. remanent 6. diuide 6. per 3. exeunt 2. detrahe 2. ex 31. remanent 29. cum igitur duxeris 29. in 192. & productum detraxeris à 6000. remanebit numerus minor numeratus à 27. & erit 16. nam 192. in 92. facit 5568. & 16. in 27. facit 432. qui iuncti faciunt 6000. habemus igitur 29. & 16. & quia non habemus niſi turtures & turdos & non Galeritas diuidemus vnam turturem quæ continet hoc modo 12. galeritas quia 192. continet 16. duodecies in 12. galeritas & remanebunt turtures 28. Turdi 16. vt prius galeritæ 12. quæ omnes ſunt 56. aues & quia debuerunt eſſe 100. igitur paſſeres erunt 44. proba & inuenies nam 28. turtures valent ſ. 84. turdi 16. valent 8. galeritæ 12. valent ſ. 4. paſſeres 44. valent ſ. 4. ſumma eſt ſ. 100. vt voluimus & eſt regula Ioannis Sfortunati pulchra & vniuerſalis.

68 Aureus valet 10. Florentinos & 7. Ambroſinos atque etiam valet 4. Florentinos & 14 Ambroſinos venio ad campſorem & cambio & recipio 11. Florentinos 5. Ambroſinos & 5. ſolidos quæritur valor aurei in Florentinis & Ambroſinis & ſolidis per ſe ideſt quot Flornentinos valet aureus & quot Ambroſinos etiam valet aureus & ita quot ſolidos & ita Ambroſinus quãtũ valet & Florẽtinus fac vt vides ſupponendo Ambroſinos Ambroſinis Florẽtinos Florentinis deinde ſubtrahe minorem de maiore remanent 6. Florentini æquiualentes 7. Ambroſinis dic igitur per regulam 3. ſi aureus valet

Aureus	
Floren -	Amb.
10	7
4	14
6	7

10. Forentinos & 7. Ambroſinos & 7. Ambroſini ſunt 6. Florentini igitur aureus valet 16 Florentinos & tantum valuit, item ſi aureus valet 14. Ambroſinos & 4. Florentinos & 6. Florentini ſunt 7. Ambroſini dic igitur ſi 6. ſunt 7. quid erunt 4. & erunt 4 $\frac{2}{3}$ iunge 4 $\frac{2}{3}$ ad 14. fiunt 18. & aureus valebit 18. $\frac{2}{3}$ Ambroſinos, deinde quia dixit quod habuit 11. Florentinos & 5. Ambroſini per regulam 3. Florentini 4 $\frac{2}{7}$ adde ad 11. fient Florentini 15 $\frac{2}{7}$ igitur eſt ac ſi diceres quod aureus valet Florentinos 15 $\frac{2}{7}$ & 5. ſolidos & iam valebat 16. Florentinos detrahe igitur 15 $\frac{2}{7}$ de 16. remanent $\frac{5}{7}$ Florentini & hi æquiualent 5. ſolidis igitur Florentinus valet ſolidos 7. & quia 6. Florentini ſunt Ambroſini 7. & Florentini 6. valent ſolidos 42. igitur Ambroſinus valet ſolidos 6. & quia aureus valet 16. Florentinos & Florentinus ſolidos 7. igitur aureus valebit ſolidos 112 & ita in reliquis omnibus aliis.

69 Quidam vendit oua & habuit tot groſſos quot oua, dedit pro groſſo, & cum hoc ſi vendidiſſet 2. minus pro groſſo habuiſſet groſſos 4 $\frac{2}{5}$ pluſquam fuiſſent oua quæ vendidit pro groſſo; hæc quæſtio pulchra eſt & facilius propoſitionem ſoluitur, ſicut & omnes tales pone igitur quod dederit 1 co. ouorum pro groſſo & groſſi etiam ex propoſitione tua erunt 1. co. quia æquatur ouis & oua fuerunt 1 ce deinde quia ſi dediſſet 2. m̃. igitur dediſſet 1 co. m̃. 2. ouorum pro groſſo & quia habuiſſet groſſos 4 $\frac{2}{5}$ plus ouis pro groſſo, igitur cum iam haberet, 1 co. ouorum m̃. 2. habuiſſet groſſos 1 co. p̃. 2. $\frac{2}{5}$ & quia dediſſet oua 1 co. m̃. 2. pro groſſo igitur 1 co. p̃. 2. $\frac{2}{5}$ in 1 co. m̃. 2. producit 1 ce. ouorum multiplica in crucem fiunt 1. ce. p̃. $\frac{2}{5}$ co. m̃. 4. $\frac{4}{5}$ æqualia 1 ce. igitur $\frac{2}{5}$ co. æquatur 4 $\frac{4}{5}$ igitur res valet 12. & tot oua dabuntur pro groſſo igitur cum groſſi eſſent æquales ouis erunt groſſi 12. igitur oua in totum erunt 144. hæc ſolutio eſt generalis. regulæ aut quæ dantur in talibus aut non ſatisfaciunt aut ſunt infinitæ ideo ſolueres eodem modo ſit diceret vendidi oua 1 plus quam collegerim groſſos quod ſi vẽdidiſſem duo minus pro groſſo quam vendidi collegiſſem groſſos 7. pluſquam fuiſſent oua quæ dediſſem pro groſſo, ſoluitur vt præcedes ponæ quod dederit 1 co. ouorum pro groſſo & quia colligit groſſos 1. m̃. igitur collegit 1 co. m̃. 1. groſſorum igitur vendidit 1 ce. m̃. 1. co. ouorum deinde quia dicis ſi dediſſet 2. oua minus pro groſſo dediſſet 1. co. m̃. 2. ouorum pro groſſo & collegiſſet groſſos 7. pluſquam fuiſſent oua quæ dediſſet, dabat autem oua 1 co. m̃. 2. igitur detrahe 2. a 7. remanent 5. habuiſſet igitur groſſos 1 co. p̃. igitur ducendo 1. co. m̃. 2. in

1 co. m̃. 2.
1 co. p̃. 2. $\frac{2}{5}$
1 ce. p̃. $\frac{2}{5}$ co. m̃. 4. $\frac{4}{5}$

oua		goſſi
1 co.		1 co. m̃. 1
	1 ce. m̃. 1 co.	
1 co. m̃. 2		1 co. p̃. 5
1 co. p̃. 5.		
1 co. p̃. 3. co. m̃. 10.		
1 ce. m̃. 1 co.		
4 co. m̃. 10.		

1 co. 5. fit 1 ce. p̃. 3. co. m̃. 10. & hoc debet æquari 1. ce. m̃. 1. co detrahe vnum ex alio remanent 4. co. m̃. 10. ideſt 4. co. æquales 10. igitur res valet 2. $\frac{1}{2}$ & tot oua dabat pro groſſo & habuit groſſum 1. minus ouis quæ dabat pro groſſo igitur habuit groſſum 1 $\frac{1}{2}$ igitur habuit in totum oua 3 $\frac{3}{4}$ & ſi dediſſet 2. oua minus quam dabat pro groſſo dediſſet $\frac{1}{2}$ ouum pro groſſo & collegiſſet groſſos 7. $\frac{1}{2}$ igitur collegiſſet 7. groſſos pluſquam fuiſſent oua quæ dabat pro groſſo.

Quidam volebat ædificare domum & 70 congregauit calcem lapides & ſabulum euenit autem vt non potuerit ædificare domum & vendebat materiam ſub certo pretio venit igitur emptor & emit currus 2. lapidũ currus 3. calcis currus 7. ſabuli libris 34. venit & alius emens hanc materiam eodem pretio & habuit currus 3. lapidum currus 4. calcis currus 12. ſabuli libris 46. venit & alius emens eodem prætio currus 4. lapidum currum 1. calcis currus 13. ſabuli libris 42. querit pretium cuiuſlibet, ſoluitur hæc per modum quæſtionis decimæſextæ præciſè & inuenies quod lapides venduntur lib. 14. pro curru & calx lib. 5. $\frac{1}{2}$ pro curru & ſabu

ſabulum nihil venditur imò Dominus ſabuli ſoluit lib. 1 $\frac{1}{2}$ emptori aliarum rerum pro vnoquoque curru vt amoueat ipſum è domo in talibus autem oportet eſſe valde cautum vbi non omnia venduntur.

Auri lib. 3. contexti Damaſci lib. 4. ve-
71 luti lib. 5. venduntur ſcutis 32. item eodem pretio auri lib. 7. Damaſci lib. 6. veluti lib. 11. venduntur ſcutis 69. item eodem modo pretio auri lib. 4. Damaſci lib. 8. veluti lib. 36. venduntur ſcutis 112. ſoluitur hæc vt præcedens per modum decimæſextæ quæſtionis & inuenies aurum valere ſcutos 5 $\frac{1}{4}$ Damaſcum 1 $\frac{1}{4}$ velutum 2 $\frac{1}{4}$ & ita in

Aurum	Damas	Velu	Scuti.
3	4	5	32
7	6	11	69
4	8	36	112

aliis & poſſunt formari caſus innumerabiles magiſtrales vtiles & fortes.

Quæritur regula numerorum planetario-
72 rum hæc autem duplex eſt Prima volo ſummã laterum vtpote figuræ Iouis quæ conſtat ex. 4. locis in ſe & ſunt 16. inuenias igitur progreſſionem de 16. & eſt 136. diuide per 4. & eſt ℞. 16. exit 34. & hic numerus ſimiliter martis quia quadratorum eſt 25. erit 325. diuide per 5. radicem 25. exit 61. & tantus eſt numerus lateralis.

Ratio ſecunda eſt talis in imparibus diſpone numeros ſeriatim vt vides deinde tranſpone ipſos ad contrariam partem excludendo angulares & perficies tabulam in pari-

|1|

|6| |2|

|11|24|7|20|3|

|16|4|12|25|8|16|4|

|21| |17|5|13|21|9| |5|

|22|10|18|1|14|22|10|

|23|6|19|2|15|

|24| |20|

|25|

bus autem obſeruare conuenit etiam contrarias poſitiones poſui autem numeros paruos qui tranſpoſiti intelliguntur eſt igitur idem modus in omnibus etiam ſi mille numerorum ſint, excepto quod in maioribus plures excludere oportet videlicet duos minus ſemper quam ſit ſeries numerorum vt in 3. excluditur 1. in 5. excluduntur 3. vt hic & in 7. excluduntur 5. & ita in aliis, in paribus etiam lateralem tranſpoſitionem vltra eam quæ fit in imparibus à ſurſum deorſum, & à deorſum ſurſum, & à dextro in ſiniſtram, & à ſiniſtro in dextrum moliri oportet, ad aduerſam poſitionem cum mutatim declinando ceterum figuræ in reliquis omnino ſibi ſunt ſimiles.

Tres zelotipi habebant ſecum ſuas coniuges & volebant tranſire flumen de nocte ita quod nunquam vxores eo ℞. eſſent ſine coniuge cum alio homine, & habebant

cimbam tantum capientem duos quæritur quo modo debuerunt facere, primo ingrediuntur duæ mulieres & tranſeunt flumen & vna earum regreditur, ſecundo illa aſſumit tertiam mulierem & tranſit flumen & regreditur tertio illa quam regreditur exit è cimba & aſſociat ſe viro ſuo & reliqui duo ingrediuntur cimbam & tranſeunt flumen accedentes ad vxores ſuas, deinde vnus eorum aſſumit vxorem & regreditur cum ea quarto ambo viri tranſeunt flumen dimiſſis vxoribus & deſcendunt è cimba & aſcendit mulier ſola & in duabus vicibus transfert alias duas mulieres & ita in 6. vicibus transferũtur omnes ſine ſuſpicione, aliqua poteſt autẽ formari talis quæſtio multis modis.

Quidam habebat pannum ſericum, & talem alius habebat lanam & volebant tranſmutare, pannus valebat 10. & ponebat 11.

Pannus	Sericum	Tela.
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$
10	5	3
11	6	4
$\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$	8	$\frac{8}{13}$ $\frac{3}{13}$ $\frac{2}{13}$
12 12 12	3	
8 3 2	2	
	13	
10 11 6	66	6 $\frac{3}{5}$
5 6 6	36	7 $\frac{1}{5}$
3 4 6	24	8

ſericum quod valebat 5. ponebat 6. tela quæ valebat 3. ponabatur 4. ille volebat $\frac{2}{3}$ ſummæ in panno & $\frac{1}{4}$ ſummæ in ſerico & $\frac{1}{6}$ ſummæ in tela quæritur quantum debuit ponere lanam quæ valebat aureos. 6. pro 100. iunge $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ & faciunt $\frac{13}{12}$ accipe igitur $\frac{2}{3}$ de 12 & ſunt 8. & poſſe ſupra 13. & fient $\frac{8}{13}$ accipe etiam $\frac{1}{4}$ de 12. & ſunt 3. pone ſupra 13. & fient $\frac{3}{13}$ accipe etiam $\frac{1}{6}$ de 12 & ſunt 2. pone ſupra 13. fiunt $\frac{2}{13}$ & hæ ſunt portiones eius quis vult ex vnaquaque re videlicet $\frac{8}{13}$ ex panno $\frac{3}{13}$ ex ſerico $\frac{2}{13}$ ex tela, poſt dices pro panno ſi 10. ponitur 11. quid ponemus 6. valorem lanæ & fiet per regulam 3 pretium lanæ 6 $\frac{3}{5}$ & ſimiliter dicemus ſi 5. ponitur 6. in ſerico ponemus lanam 7 $\frac{1}{5}$ per regulam 3. & per eandem ponemus telam 8. deinde multiplicabimus 6 $\frac{3}{5}$ per 8. & eſt pars quota de 13. & fiet 52. $\frac{4}{5}$ & ſimiliter multiplicabimus pro ſerico 7 $\frac{1}{5}$ per 3. & fient 21. $\frac{3}{5}$ & ſimiliter multiplicabimus 8. per 2. & fient pro tela 16. deinde iungemus has tres multipli-

Pannus	Sericum	Tela.
6 $\frac{3}{5}$	7 $\frac{1}{5}$	8
8	3	2
52 $\frac{4}{5}$	21 $\frac{3}{5}$	16

52 $\frac{4}{5}$ | 90 $\frac{2}{5}$
21 $\frac{3}{5}$ | 13
16 | 6 $\frac{62}{65}$ Pretium lanæ
90 $\frac{2}{5}$

cationes & fient 90. $\frac{2}{5}$ & hoc diuidemus per 13. & eſt totum ſine denomiator & exibit 6 $\frac{62}{65}$ & tot aur eis debet poni lana ſimilẽ ponit Frater Lucas d. nona t. tertio q. vigeſima quinta ſed ita difficilẽ ſolutionẽ adducit

O vt

vt etiã expertũ grauet tot fractorũ aggregatio & multiplicatio, intelligitur autem hæc quæſtio de partibus illis in pretio & non in re.

Quod ſi dicat volo $\frac{1}{2}$ in panno & $\frac{1}{4}$ in ſerico & $\frac{1}{6}$ in tela & ſit in brachiis & non in pretio tunc dices igitur pro omnibus 8. brachiis Panni vult lib. 3. ſerici & lib. 2. Telæ multiplicabis igitur brachia in pretium ſuum & pones pro panno 80. pro ſerico 15. pro tela 6.& pretia aucta ſimiliter, deinde iunges 80. 15. & 6. & fiunt 101. iunge etiam pretia appretiata & ſunt 88. 18. & 8. & fient 114 dic igitur ſi 101. ponitur 114. quid ponetur lana quæ valet 6. multiplica per regulam 3. ipſum 6. in 114. fit 684. diuide per 101. exit $\frac{78}{101}$ & tantum ponetur lana.

80	15	6
88	18	8
101	114	6
	6	
	684	
	101	
	$6\frac{78}{101}$	

75 Quidam luſit die prima & vicit ducatos 9. die ſecunda vicit proportionaliter die autem tertia vicit etiam proportionaliter & vicit ducatos 16. quæritur cum quot aureis cepit ludere & quantum lucretus eſt quia igitur proportionaliter vicit igitur etiam lucra fuêre proportionalia ex dictis in quadrageſimo ſecundo capitulo igitur die ſecũda lucratus eſt quantitatẽ medio modo proportionalẽ inter 9.& 16. duc igitur 9. in 16. fit 144. & ℞. 144. quæ eſt 12. erit lucrum ſecundæ diei pone igitur quod prima die habuerit 1 co. igitur ſecunda die habebit tantum quod erit proportionale ad 1 co. ſicut ℞. 144. ad 9. dic igitur ſi 9. producit ℞. 144. quid producet 1 co. multiplica 1 co. in ℞. 144. fit ℞. 144, ce. diuide per 9. exit quadrando 9. fit 81. diuide 144 ce. fiunt ℞. $1\frac{7}{9}$ ce. quare per 9. regulam 51. capituli ſecũda quantitas eſt co. ℞. $1\frac{7}{9}$ & quia ſecunda differt à prima in 9. nam in prima die habebat 1 co. in ſecunda die 1 co. p̄. 9. qua lucratus eſt 9. igitur co. ℞. $1\frac{7}{9}$ æquantur 1. co. p̄. 9. pone igitur per regulam octauam 51. capituli ℞. $1\frac{7}{9}$ m. 1. & per ipſum diuide 9. per regulam diuiſionis ſurdorum & exibit ℞. $238\frac{1}{49}$ p̄. $11\frac{4}{7}$ & hic eſt valor rei videlicet 27.

Prima 1 co.	9
Secunda ℞. $1\frac{7}{9}$ ce. ℞.	144.
Tertia	16
9. ℞. 144. 1 co.	co. ℞. $1\frac{7}{9}$

℞. $1\frac{7}{9}$ m̄. 1. 9

℞. $1\frac{7}{9}$ p̄. 1. ℞. $1\frac{7}{9}$ p̄. 1.

$\frac{7}{9}$ ℞. 144. p̄. 9.

$\frac{7}{9}$

℞. $238\frac{1}{49}$ p̄. $11\frac{4}{7}$

& tantum habuit prima die nam ℞. $238\frac{1}{49}$ eſt $15\frac{3}{7}$ quibus additis $11\frac{4}{7}$ fit valor rei 27. vel aliter vt facit Frater Lucas dic prima die habuit 1 co. p̄. 9. multiplica in crucem 1 co. p̄. 81. item multiplica ℞. 144. in 1 co. fit ℞. 144 ce. & hæc debent eſſe æqualia quadra vtramque partem fient 144. ce. æquales 81 ce. p̄. 1458 co. p̄. 6561. reduc ad 1 ce. fiet 1 ce. æqualis $23\frac{1}{7}$ co. p̄. $104\frac{1}{7}$ ſequrere æquationem cerno & fiet valor rei prius ℞. $238\frac{1}{49}$ p̄. 11. $\frac{4}{7}$.

Eſt piſcis cuius caput eſt lib. 12. corpus eſt $\frac{2}{3}$ capitis & caudæ at cauda eſt $\frac{2}{11}$ corporis & capitis quæritur quanta eſt cauda & quãtum eſt corpus & quantum eſt totum pone quod corpus ſit 1 co. cum igitur ſit $\frac{2}{3}$ reſidui erit reſiduum $1\frac{1}{2}$ co. & totum $2\frac{1}{2}$ co. & quia cauda eſt $\frac{2}{11}$ reſidui reſiduum autem fuit 1 co. p̄. 12. igitur cauda eſt $\frac{2}{11}$ co. p̄. 2. $\frac{2}{11}$ iunge omnia ſimul videlicet caput quod eſt 12. & corpus quod eſt 1 co. & caudam quæ eſt $\frac{2}{11}$ co. p̄. $2\frac{2}{11}$ fiet totus piſcis $1\frac{2}{11}$ co. p̄. 14. $\frac{2}{11}$ & quia etiam totus piſcis fuit $2\frac{1}{2}$ co. igitur $1\frac{2}{11}$ co. p̄. $14\frac{2}{11}$ æquantur $2\frac{1}{2}$ co. quare detrahendo fiunt $1\frac{7}{22}$ co. æqualia $14\frac{2}{11}$ integra fiet 29 co. æquales 312. quare res valet $10\frac{22}{29}$ & tantum fuit corpus igitur corpus cum capite fuit $22\frac{22}{29}$ & quia totus piſcis erat $2\frac{1}{2}$ co. igitur erit $26\frac{26}{29}$ quare cauda fuit $4\frac{4}{29}$ fuit igitur caput 12. corpus $10\frac{22}{29}$. Aliter & facilius in talibus pone vt vides in Figura deinde quia ſunt partes reſidui per regulam trigeſimam quadrageſimi ſecundi capituli addes denominatori numeratorem & fient corpus $\frac{2}{5}$ totius ſicut erat $\frac{2}{3}$ reſidui & cauda $\frac{2}{13}$ totius quia erat $\frac{2}{11}$ reſidui, iunge per modum incruciationis & fient corpus & cauda $\frac{36}{65}$ totius quare caput erit $\frac{29}{65}$ totius & quia caput eſt 12. libræ igitur libræ 12. ſunt $\frac{29}{65}$ totius multiplica 12. in 65. fiunt 780. diuide per 29. exeunt $26\frac{26}{29}$ & tantus fuit piſcis quo cognito habes partes eius quia cauda eſt $\frac{2}{13}$ totius igitur erit $4\frac{4}{29}$ & corpus eſt $\frac{2}{5}$ totius igitur $10\frac{22}{29}$. 76

Corpus ,	Cauda ,	Caput ,
$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{11}$	lib. 21.
$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{13}$	lib. 12.
$\frac{36}{65}$		$\frac{29}{65}$
		$\frac{65}{780}$

Diuide 10. in partes 3. continue proportionales ita quod diuiſo 10. per vnãquanque earum & congregatis prouenientibus fiat totum 20. ſoluitur hæc faciliter ex nonageſima regula 42. capituli, nam ℞. 20. neceſſario erit prouentus 10. diuiſi per ſecundam partem proportionalem igitur diuiſo 10. per ℞. 20. exit ℞. 5. pars proportionalis ſecunda, dices igitur diuide 10. m̄. ℞. 5. in duas partes inter quas cadat medio modo proportionalis ℞. 5 & hoc per algebra vel per 116. regulam hoc modo dimidia 10. m̄. ℞. 5. fit 5. m̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ duc in ſe fit $26\frac{1}{4}$ m. ℞. 125. detrahe 5. ex hoc quadrato fit $21\frac{1}{4}$ m. ℞. 125. huius ℞. V. addita & diminuta à medietate quæ fuit 5. m. ℞ $1\frac{1}{4}$ oſtendit partes, erit igitur pars maior 5. m. ℞. $1\frac{1}{4}$ p̄. ℞. V. 21. $\frac{1}{4}$ m. ℞. 125. media autẽ ℞. 5. minor 5. m. ℞. $1\frac{1}{4}$ m. ℞. V. $21\frac{1}{4}$ m. ℞. 125. 77

Diuide 14. in tres partes cõtinue proportionales ita quod prima multiplicata per 2. ſecũda per 3. tertia per 4. faciant multiplicationes hæ iunctæ 36. pone quod pars media ſit 1 co igitur reſiduum eſt 14. m. 1 co. diuide 14. m. 1 co. in duas partes proportionales inter quas cadat 1 co. in medio per regulam centeſimã decimam ſextam quadrageſimi ſecundi capituli & erit vna pars 7. m. $\frac{1}{2}$ co. p̄. ℞. V. 49. m. $\frac{1}{4}$ cen. m. 7 co. & alia erit 7. m. $\frac{1}{2}$ co. m. ℞. V. 49. m. $\frac{1}{4}$ cen. m. 7. co. multiplica has partes vt vides infra & iunge.

Prima

2
14 m̄.1 co.p̄.℞.V.196.m̄.3 ce.m̄. 28co.
Tertia.7.m̄. $\frac{1}{2}$ co.m̄.℞.V.49.m̄. $\frac{1}{4}$ ce.m̄.7.co.
Secunda.
| 1 co.
3
3 co.
Prima.
7.m̄. $\frac{1}{2}$ co.p̄.℞.V.49.m̄. $\frac{1}{4}$ ce.m̄.7 co.
4
28.m̄.2 co.m̄.℞.V.784.m̄.12 ce.m̄.112 co.

28.m̄.2 co.m̄.℞.V.784m̄..12 ce.m̄.112 co.
14.m̄.1 co.p̄.℞.V.196.m̄.3 ce.m̄.28 co.
p̄.3 co.

---

42. m̄.℞.V.196.m̄.3 ce.m̄.28 co.
æqualia 36

Talis autem additio eſt quantum habes 3 co. p̄. in ſecunda parte & 3 co. m. in reliquis duabus igitur remanet ſolus numerus & quia ℞.V. inferior per p̄. eſt quarta pars ſecundum omnes partes ℞.V. ſuperioris quæ eſt m. igitur inferior ℞. V. eſt dimidium ſuperioris igitur detracta à ſuperiore remanebit ipſa ℞. inferior præciſe per m. igitur habens 42. m. ℞. V. 196. m. 3 ce. m. 28 co. æqualia 36. igitur 6. æquantur ℞.V.196. m. 3 ce.m.28 co. igitur quadrando fient 36. æqualia 196. m. 28 co. m. 3 ce. igitur 160. æquantur 28 co.p̄.3 ce. igitur 1 ce.p̄.9 $\frac{1}{3}$ co. æquantur 53 $\frac{1}{3}$ quare res valet ℞. 75. $\frac{1}{9}$ m. 4. $\frac{2}{3}$ ℞. autem 75 $\frac{1}{9}$ eſt 8 $\frac{2}{3}$ igitur detractis 4 $\frac{2}{3}$ ex 8 $\frac{2}{3}$ remanent 4. & hic eſt valor ſecundæ quantitatis vnde per centeſimamdecimamſextam regulam quadrageſimiſecundi capituli habebis reliquas partes.

79 Diuide 14. in 3. partes continuè proportionales ita quod prima ducta per 2. ſecunda per 3. iunctæque hæ multiplicationes æquentur tertiæ multiplicatæ in 7. pone quod ſecunda ſit 2 co. erit reſiduum 14. m. 2 co. diuide 14. m. 2 co. fit 7. m. 1 co. quadra fit 49. m. 14 co. p̄.1 ce. detrahe quadratum partis mediæ & eſt 4 ce. remanebit 49.m.14 co.m.3 ce. huius ℞. Vniuerſalis addita & detracta à 7. m. 1 co. facit partes quæſitas ſequere propoſitum multiplicando.

Prima
7.m̄.1 co.p̄.℞.V.49.m̄.14 co.m̄.3 ce.
Secunda.
| 2 co.
3
6 co.
2
14.m̄.2 co.p̄.℞.V.196.m.56 co.m.12 ce.
Tertia.7.m.1 co.m.℞.V.49.m.14 co.m.3 ce.
7
49.m.7 co.m.℞.V.2401.m.686 co.m.147 ce.

iunge primam & ſecundam & detrahe tertiam, vt vides, & ex parte numeri & co. clara eſt detractio ex parte autem ℞. V. vides quod ſunt eædem, ſed vna fuit multiplicata per 2. alia per 7. & quia vna eſt p̄. alia m. iungi debent hoc modo quadra 7. fit 49. iunge 7. & 2. fiunt 9. quadra 9. fit 81. deinde dic per regulam 3. ſi 49. fit 81.

Prima, & Secunda, | 14.p̄.4 co. p̄.℞.V.196. m̄.56 co.m̄.12 ce.
Tertia, | 49. m̄. 7 co. m̄.℞.V.2401.m̄.686 co.m̄.147 ce.
Prima, & Secunda, | 11 co. p̄.℞.V.3969.m̄. 1134 co.m̄.243 ce.
Tertia, | 35

1225.p̄.121 ce.m̄.770 co.
3969.m̄.243 ce m̄.1134

2744. æqualia 364 ce.p̄.364 co.

quod fiet ℞. V. 2401. m. 686 co.m.147 ce. multiplica per 81. & fit ℞. V. 194481. m. 55566 co.m.11907 ce. diuide per 49. & exit ℞.V.3969.m.1134 co.m.243 ce. & hoc eſt coniunctum ex illis radicibus vniuerſalibus, vel aliter vt facit Frater Lucas.

Multiplica omnia per ſuos numeros deinde pro ℞.V. quia vna eſt p̄. quæ multiplicatur per 2. alia m̄. quæ multiplicatur per 7. ideo ſufficiet illam quæ eſt m. multiplicare per 9. nam addito 2. & 7. fiunt 9. quadra igitur 9. fit 81. duc in ℞.V.49.m.14 co.m.3 ce. fit 3969. m. 1134 co. vt prius & eſt leuior modus m. 243 ce. hoc igitur æquatur cum 35.m.11 co. quadra vtramque partem & fit 1225.p̄.121 ce.m.770 co. æqualia quadrato ℞.V. & eſt 3969.m.1134.co.m.243 ce. detrahe vnum ex alio vt vides in Figura & reduc ad 1 ce. fiet 1 ce p̄.1 co. æqualia 7 $\frac{7}{11}$ ſequere capitulum (*necro*) fiet valor rei ℞. L. 7 $\frac{39}{44}$ m. $\frac{1}{2}$ & quia poſuimus ſecundam quantitatem 2 co. erit ſecunda quantitas ℞. L. 31 $\frac{2}{11}$ m. 1. habita ſecunda quantitate habebis per centeſimam regulam quadrageſimiſecundi capituli reliquas nec credas aliquam quæſtionem in Fratre Luca huic eſſe ſimilem, licèt videatur 7. q. tract. 6. d. ſexta huic ſimilis multum, tamen illa leuior eſt, quia non operatur per regulam hanc tertio, à me inuentam in ſimilibus caſibus ſed ipſe præſupponit numeros multiplicatores primæ & tertiæ partis eſſe æquales.

Diuide 14. in 3. partes continuè proportionales ita quod quadrata primæ & ſecundæ æquentur quadrato tertiæ diuide 14 ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema per ſecundam regulam quadrageſimiquarti capituli & fient partes ℞. 245. m. 7. & 21. m. ℞. 245. multiplica vnam in aliam & fiunt per regulam præcedentis quæſtionis ℞. 192080. m. 392. igitur ℞. V. ℞. 192080. m. 392. eſt quantitas ſecunda & quadratum huius cum quadrato minoris partis æquabuntur quadrato maioris per regulam trigeſimamſecundam quinquageſimi primi capituli quadra vnamquamque vt vides. 80

Prima minor.
Par. 21. m̄. ℞. 245.
Quadr. 686. m̄. ℞. 432180.
Secunda media.
℞.V.℞.192080.m̄.392.
Quadr. ℞.192080. m̄.392.
Tertia maior.
℞.245.m̄.7.
Quadr. 294.m̄.℞.48080.

Deinde iunges quadratum primæ & ſecundæ per regulam præcedentis capituli & fiet 294. m̃. ℞. 58020. habes igitur quæſitum, ſed hæ partes iunctæ non ſunt 14. ſed 14. p̃. ℞. 192080. m̃. 392. quod eſt diceretur ℞. 192080. m̃. 378. dic igitur per regulam 3. ſi ℞. 192080. m̃. 378. foret 14. quid eſſet v. 245. m̃. 7. & ℞. 192080. m̃. 392. & 21. m̃. ℞. 245. multiplica omnia pre 14. & diuide per ℞. 192080. m̃. 378. per regulam tertiam vigeſimi primi capituli & prodeuntia erunt partes quæſitæ & per hanc ſciuntur latera trigoni ortogonij cuius tria latera ſunt continue proportionalia nam erunt in proportione trium quantitatum inuentarum.

81 Quidã locauit domum ad 5. annos per lib. 200. ſingulo anno locator vult omnes pecunias in initio locationis ille qui vult eas exburſare Quia res procedit pro 100. pone quod exburſet 100 co. igitur in fine primi anni habebit 100. co. p̃. 10 co. quia lucratur ad 10. pro 100. dico igitur quod promereri debes 100 co. In 5. annis cum 6. terminis vt vides & huius accipe vltimum terminum

100 co.	lib. 200
110 co.	lib. 220
121 co.	lib. 242
$133\frac{1}{10}$ co.	lib. $266\frac{1}{5}$
$146\frac{41}{100}$ co.	lib. $292\frac{41}{50}$
$161\frac{51}{1000}$	
	lib. $1221\frac{1}{50}$

qui eſt $161\frac{51}{1000}$ co. item promerere lib. 200. ad caput anni in 4. annis vno videlicet minus & in 5. terminis vt vides ad 10. pro 100. & fient, vt vides iunge omnes terminos & fient lib. $1221\frac{1}{50}$ reduc omnia ad integra & hoc multiplicando per 1000. fient 161141 co. æquales lib. 1221020. & quia in initio poſuiſti 100 co. multiplica per numerum lib. ipſum 100. & fient 122102000. lib. æquales 161141 co. diuide lib. per co. exit libi $757\frac{121663}{161141}$ proba & inuenies. Quidam volunt facere redditum pecuniarũ ſimplicem ſed non intelligunt quia lib. 200. excedunt libras redditus pecuniæ mutuatæ. Et ideò euenit poſtmodum res abſurda ſi tamen velis hoc facere fiet præcisè eodem modo niſi quod le co. promerentur ſimpliciter & fiunt in 5. annis 150 co. deinde lib. $1221\frac{1}{50}$ multiplicatum per 100. & ſunt 122102. per 150. & exit numerus pecuniæ, ſed vt dixi in probatione oportet te multum eſſe cautum propter abſurditatem aut enim faciliter errares aut ſolutio tibi videretur falſa cum tamen eſſet vera.

Frater Lucas in conſimili grauiter errat vt ſolet in tractatu de Domorum appenſionibus dicit enim quod in 5. annis ad 10. pro 100. poſito quod domus ſoluat lib. 10. pro anno & ex conſequenti in 5. annis lib. 50. quod debet exburſare lib. $33\frac{1}{3}$ videlicet $\frac{2}{3}$ totius quod falſiſſimum eſt, nam ad caput anni haberet exburſare plus quam 37. 37. libras & ferè 38. & ad redditum ſimplicem pluſquam 40. libras quare patet error proba tamen & inuenies ipſum conuictum vltimis verbis & hic eſt error ad 8. pro 100. ad minus cogita modo in alijs.

In regula autem de modo ſic facies promerere 100. numerum ſemper ad caput anni ſi pactum ſit ad caput anni vel ſimpliciter ſi ſit ſimpliciter in terminis vno plus annis vtpote ſi ſint anni 5. in 6. terminis & ſi ſint anni 3. in quatuor terminis vt vides in exemplo, deinde in vtroque caſu promerere penſionem vnius anni ad modum qui dicitur ad caput anni ſiue primum meritum ſit ad caput anni ſiue primum meritum ſit ad caput anni ſiue ſimpliciter & hoc in tot terminis quot ſunt anni, deinde aggrega ſummam omnium terminorum & hanc ſummam multiplica per 100. ſemper & prouentum diuide per vltimum terminum numeri promeriti & quod exit ſunt pecuniæ exburſandæ.

Exemplum quidam accepit agrum à locatore 400. librarum perſoluendarum ſingulis annis computo, & pro annis 5. ille vult pecunias omnes initio locationis ille vult dare ad rationem librarum 7. pro anno vtilitatis ad caput anni quia vt res confuſa aliter apparet promere 100. ad 7. pro 100. ad caput anni in 6. terminis pro quo nota hunc modum promerere 100. pro vno anno & fit 107. deinde multiplica 107. in ſe fit 11449. diuide per 100. exit $114\frac{49}{100}$ deinde multiplica $114\frac{49}{100}$ in

100
107
$114\frac{49}{100}$
$122\frac{539601}{1070000}$
$131\frac{79601}{1000000}$
140[illegible]

ſe & fit $13107\frac{9601}{10000}$ hoc diuide per 107. exit quartus terminus $122\frac{539601}{1070000}$ diuide etiam idem productum per 100. exit quintus terminus $131\frac{79601}{1000000}$ deinde multiplica quartum terminum in ſe quod eſt $122\frac{539601}{1070000}$ & producitur 15015[illegible] diuide per 107. exit 140[illegible] habes igitur 6. terminos & vltimus eſt diuiſor deinde quadrupla

400	
428	
457	$\frac{96}{100}$
490	$\frac{18404}{1070000}$
524	$\frac{318404}{1000000}$
2300	[illegible]

5. primos terminos fiunt vt vides nam ſi 100. producit 107. & 114. & reliqua igitur 400. qui eſt redditus producit 428. & 457. & reliqua dimittendo vltimum terminum ex illis 6. habebis quadruplando 5. primos terminos vt vides quinque alios terminos in eadem proportione quos iunges vt vides & fiunt 2300[illegible] hoc totum multiplica in 100. quia aſſumpſiſti 500. fit 230029[illegible] hoc igitur diuide per 140[illegible] exit 1638[illegible] & tot libras dabit probata eſt.

Quidam emit croci lib. 1. cinnamomi lib. 82
2. piperis lib. 5. pro aureis & fuit pretium 1. lib. croci talis pars pretij 2. lib. cinnamomi qualis pars fuit pretium lib. 2. cinnamomi, 5. lib. piperis. Eodem autem pretio emit croci lib. 30. piperis lib. 40. cinnamomi lib. 50. aureis

aureis 100. quæritur pretium vniuſcuiuſque ſcias quod licet Frater Lucas dicat quæſtionem eſſe difficilem ac vix inextricabilem

Crocus	Cinnamomum	Piper.	
1	2	5.	6
30	50	40.	100
30	25	8	100

non eſt tamen difficilior fere ſua, ſed ipſe non intellexit radices Arithmeticæ, nam cum dicis quod pretia 5. 2. 1. ſunt continue proportinalia vbi diuerſis vnumquoque per ſuum genus vt vides erunt etiam reſpectu 5. 2. 1. pretia continue proportionalia & ideò non accidit alia difficultas niſi quod diuides libras 30. croci per lib. 1. croci & libras 50. cinnamomi per lib. 2. cinnamomi & lib. 40. piperis per lib. 5. piperis exibunt igitur lib. 30. croci liquidi 25. cinnamomi liquidi 8. piperis eſt igitur ac ſi diceres lib. 1. croci lib. 1. cinnamomi lib. 1. piperis valent 6. ducatos & pretia ſunt continue proportionalia quid igitur ſi valebunt lib. 30. croci & lib. 25. cinnamomi & lib. 8 piperis eodem pretio ducatos 150. quantum valebit crocus piper & cinnamomum excepto quod quando pones valorem in æquatione lib. 1. croci memento quod erit lib. 1. croci ſed quoniam pones valorem lib. 1. cinnamomi memento quod illud pretium non erit 1. lib. cinamomi ſed 2. & ſimiliter cum inueniris pretium 1. libræ piperis memento quod tale prætium 5. lib. piperis & non vnius tantum ideo cum volueris ſcire pretium vnius lib. cinnamoni diuides pretium inuentum per 2. & cum volueris ſcire pretium 1. lib. piperis diuide pretium inuentum per 5. ſoluamus igitur eam ſic, pone quod ſecunda pars proportionalis & eſt pretium cinnamoni ſit 2. co. detrahe 2. co. ex 6. pretio aureorum primo remanent 6. m. 2. co. diuide fiunt 3. m. 1. co. quadra fit 9. p̄. 1. ce. m. 6. co detrahe quadratum ſecundæ quod eſt 4. ce remanebit 9. m. 3. ce. m. 6 co cuius radix addita & diminuta à dimidio oſtendit partes fuit dimidium 3. m 1. co. igitur vna

Croc.

3. m̄. 1. co. m̄. ℞. V. 9 m̄. 3. ce. m̄. 6. co.

30

90. m̄. 30. co. m̄. ℞. V. 8100. m̄. 2700. ce. m̄. 5400. co.

Cinnamomum 2 co. 25. 50 co.

Piper

3. m̄. 1. co. p̄. ℞. V. 9. m̄. 3. co. m̄. 6. co.

8

24. m̄. 8 co. p̄. ℞. V. 576. m̄. 192 ce. m̄. 384 co.

pars erit 3. m. 1. co. p̄. ℞. V. 9. m. 3. co. m. 6 co. alia 3. m. 1. co. m. ℞. V. 9. m. 3. ce. m. 6. co. multiplica vnum quodque per id quod prouenit ex diuiſione videlicet pretium croci per 30. & cinnamomi per 25. & piperis per 8. & in hoc animaduerte quod maior quantitas eſt multiplicanda per numerum maiorem media per medium & minor per minorem ſi intendis augere pretium at hic econtra maior quantitas eſt multiplicanda per minorem numerum & minor per maiorem nam minor eſt proportio 100. pretij ſecundi ad 63. aggregatum ex croco cinnamomo & pipere in ſecunda emptione quam 6. pretij primi ad 3. aggregatum ponderum in prima emptionte poſt deductionem & hoc benè nota ſecunda autem quantitas ſemper manet ſuo loco & fient vt vides hoc facto iunge hæc pretia & quia radix vniuerſalis vna eſt p̄. & eſt minor & alia m. & eſt ma-

90. m̄. 30. co. m̄. ℞. V. 8100. m̄. 2700. ce. m̄. 5400 co. 50. co.

24. m̄. 8. co. p̄. ℞. V. 576. m̄. 192. ce. m̄. 384 co.

114. p̄. 12 co. m̄. ℞. V. 4356. m̄. 1452 ce. m̄. 2904 co.

ior ideo adiungendo detrahemus p̄. à m. & remanebit m. & quia vna fuit multiplicata per 30. alia per 8. ideò ſe habebunt in proportione 30. ad 8. detrahe igitur 8. à 30. remanet 22. igitur radices tales ſe habebunt in proportione 30. ad 22. quare quadrata in proportione quadratorum & ſunt 900. & 484. multiplicabimus igitur ℞. vniuerſalem quæ eſt maior per 484. & fiet ℞. V. 3920400. m. 1306800. ce. m. 2613600. co. hoc diuide per 900. exit ℞. V. 4356. m. 1452 ce. m. 2904 co. & hæc ℞. eſt m. & cum toto vt vides æquatur 100. numero ſuppoſito transfert ℞. V. per ſe & fiet detrahendo numerum à numero 14. p̄. 12. co. æqualia ℞. vniuerſali 4356. m. 1452 ce. m. 2904 co. quadra vtramque partem fient 196. p̄. 336. co. p̄. 144 ce. æqualia 4356. m. 2904 co. m. 1452 ce. quare æquando fient 4160. æqualia 3240. co. p̄. 1596 ce. igitur 2. $\frac{343}{399}$ æquantur 1. ce. p̄. 2 $\frac{4}{399}$ co. ſequere capitulum *necro dami* fiet valor rei ℞. 3 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ m. 1 $\frac{1}{133}$ & quia ſecunda quantitas poſita eſt 2. co. igitur valor mediæ

496. p̄. 336. co p̄. 144 ce.

4356. m̄. 2904. co. m̄. 1452. ce.

4160. æqualia 3240 co. p̄. 1596 ce.

quantitatis eſſet duplus ad hoc ſcilicet quia diximus quod valor 2. co. eſt valor in cinnamomum fuit lib. 2. igitur valor 1. lib. cinnamomi eſt ℞. 3 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ m. 1 $\frac{1}{133}$ & valor lib. 2. Erit duplum quo habito habebis reliqua per centeſimamdeciman regulam detrahendo duplum valoris ideſt ℞. 14. $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ m. 2 $\frac{4}{133}$ ex 6. & remanet 8. $\frac{4}{133}$ quæ inuicem ductæ producant quadratum ℞. ſupra dictæ ideſt quod producant in numero 14 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ proba & inuenies & eſt pulchra quæſtio.

Prima	Secunda	Tertia
1	1 co.	1 ce.
	1	
	1 co.	1 ce.
1		1 ce.
1 co.		
1 co.		1 co.

1 1 co.
1 ce.

$\frac{1}{1\ ce.}$ $\frac{1}{1\ co.}$

1 ce.p̃.2 co.p̃. $\frac{2}{1\ co.}$ p̃. $\frac{1}{1\ ce.}$ | 13

1 ce.ce.p̃.2.cu. p̃.2.co.p̃.1. | 13 ce.
3 ce. | 3 ce.

1 ce.ce.p̃.2.cu. p̃.3.ce.p̃.2.co.p̃.1. | 16 ce.
℞. | ℞.
1.ce.p̃.1 co.p̃.1. | 4 co.

Prima	Secunda	Tertia
1	1 $\frac{1}{2}$ p̃.℞.1 $\frac{1}{4}$	3 $\frac{1}{2}$ p̃.℞.11.$\frac{1}{4}$

83 Inuenias 3. numeros continuè proportionales quorum aggregatum ſecundi & tertij diuiſum per primum item aggregatum primi & tertij diuiſum per ſecundum item aggregatum primi & ſecundi diuiſum per tertium iunctaque omnia faciant 13 pone 1. primam quantitatem & 1 co. ſecundam & 1 ce. tertiam diuide ſecundam & tertiam per primam exit 1 ce. p̃.1 co.diuide 1 ce. p̃. 1. per 1 co. videlicet primam & tertiam per ſecundam exit 1 co. p̃. $\frac{1}{1\ co.}$ diuide etiam 1 co. p̃. 1 per 1 ce exit $\frac{1}{1\ co.}$ p̃. $\frac{1}{1\ ce.}$ iunge omnia fiunt 1 ce.p̃.2 co. p̃. $\frac{2}{1\ co.}$ p̃. $\frac{1}{1\ ce.}$ æqualia 13. ex ſuppoſito multiplica omnia per 1 ce. fit 1 ce.ce.p̃.2.cu.p̃.2 co. p̃.1.æqualia 13. ce. adde communiter 3 ce. fiunt 1 ce. ce.p̃.2. cu.p̃.3.ce.p̃.2 co, p̃.1. æqualia 16 ce. accipe radicem vtriuſque partis & fiet 1 ce. p̃.1 co. p̃. 1. vna alia vero 4 co. & erunt æqualia quod ſi non haberet ℞. 16 ce. nihil refert, quia eſſet co.℞.16.vt patet per regulam nonam quinquageſimiprimi capituli, ſed poſui 13. vt fierent 16 ce. qui habent radicem diſcretam poteſt enim fieri in omni numero vt etiam ſequens : aufer igitur æquando partes habebis 1 ce. p̃.1.æqualia 3 co. quare res valet per capitulum ℞. 1 $\frac{1}{4}$ p̃.1 $\frac{1}{2}$ erunt igitur partes vt vides.

84 Inuenias 5. numeros continuè proportionales quorum quatuor aggregatum ſemper per reliquum diuiſum atque ille 20. diui-

1 1 co. 1 ce. 1 cu. 1 ce. ce.
1 1 co. 1 ce. 1. cu. 1 ce.ce.
1 ce.ce. 1.cu. 1 ce. 1 co.
1.cu. 1 ce. 1 co. $\frac{1}{1\ co.}$

1 ce. 1 co.
$\frac{1}{1\ co.}$ $\frac{1}{1\ ce.}$
1 co.
$\frac{1}{1\ co.}$ $\frac{1}{1\ ce.}$ $\frac{1}{cu}$
$\frac{1}{1\ co.}$ $\frac{1}{1\ ce.}$ $\frac{1}{cu.}$ $\frac{1}{1\ ce.ce.}$

1 ce.ce.2.cu.3.ce.4.co.
$\frac{4}{1\ co.}$ $\frac{3}{1\ ce.}$ $\frac{2}{1\ cu.}$ $\frac{1}{ce.\ ce.}$ | 356
1 ce.ce. | 1 ce.ce.

1 ce.ce.ce. | 2.Rel.Sec. 3 ce cu.
4.Rel.Pri. | 4.cu.3 ce. | 2 co. | 1 |
| 356 ce.ce.
5 ce ce. | ce ce.

1 ce.ce.ce. | 2.Rel.Sec. | 3 ce.cu. | 4.Rel.Pri.
5 ce.ce.4.cu. | 3 ce. | 2 co. | 1.
| 361 ce.ce.

℞. ℞.
1 ce.ce.p̃.1.cu.p̃.1 ce.p̃.1 co.p̃.1. | 19 ce.
1 $\frac{1}{4}$ ce. | 1 $\frac{1}{4}$ ce.

1 ce.ce.p̃.1.cu.p̃.2 $\frac{1}{4}$ ce.p̃.1 co.p̃.1.
| 20 $\frac{1}{4}$ ce.
℞. ℞.
1 ce.p̃. $\frac{1}{2}$ co.p̃.1. | 4 $\frac{1}{2}$ co.

1 ce.p̃.1. æquatur 4.co.

Prima.	Secunda.	Tertia.
1	1.p̃.℞.3.	4.p̃.℞.12.
Quarta.	Quinta.	
10.p̃.℞.108.	28.p̃.℞.768.	

ſiones ſiue potius 5. iunctæ ſimul faciant 356. poteſt etiam fieri vt dixi de quolibet numero pone primum 1 ſecundum 1 co. tertium 1 ce. quartum 1 cu. quintum 1 ce. ce. diuide provt vides vnamquamque partem per reliquam ordinatim incipiendo ab 1. deinde ab 1 co. deinde ab 1 ce. & fiet tandem ſumma quam vides æqualis 356. multiplica vtramque partem per 1 ce.ce.fient vt vides adde vtrique parti 5 ce.ce.& fient tandem 1 ce.ce.ce.p̃.2.Rel.Sec.p̃.3 ce. cu p̃. 4. Rel.Pri.p̃.5 ce. ce. p̃.4.cu.p̃ 3 ce.p̃.2.co.p̃.1. æqualia 361.ce.ce.quare accipe ℞.vtriuſque partis ſeorſum & fient 1 ce.ce.p̃.1.cu.p̃.1.ce. p̃.1 co.p̃.1. æqualia 19 ce. iterum adde vtrique parti, 1 $\frac{1}{4}$ ce. fient 1 ce. ce. p̃. 1. cu. p̃. 2 $\frac{1}{4}$ ce.p̃.1 co. p̃.1 æqualia 20 $\frac{1}{4}$ ce. accipe ℞. vtriuſque & eſt $\frac{1}{2}$ co. p̃ 1. & alia eſt 4 $\frac{1}{2}$ co. & hæ ſunt æquales inuicem igitur 1 ce.p̃.1. æquatur 4. co. quare per capitulum fiet valor rei 1. p̃. ℞. 3. vel ℞.3. m̃.1. in vtroque enim verificatur poſita igitur prima parte 1. ſecunda 1. p̃.℞.3. erit tertia quadratum ſecundæ expoſitione quia tertia pars ponitur 1 ce. vnde ducta tertia in ſecundam habebimus quartam quæ ſupponitur 1. cu. & ducta etiam tertia in ſe fiet cognita quinta quæ eſt 1 ce. ce. ex ſuppoſito & ſunt vt vides.

Fac ex 8. partes duas quarum aſſumptis quadratis atque iunctis ſimiliter aſſumptis 85
cubis & iunctis ductoque vno aggregato in alterum fiat numerus perfectus quæſtio hæc poteſt etiam fieri dicendo quod ex ductu vnius in alterum fiat 6000. aut 10000. & ita de aliis in hoc autem oportet conſiderare an quæſitum ſit poſſibile an non nam datur minimum quo minus non poteſt fieri & maximum quo non maius minimum autem fit diuidendo 8. per æqualia & fit 4. cubi igitur ſunt 64. & 64. qui iuncti faciunt 128. & quadrati ſunt 16. & 16. qui iuncti faciunt 32. ducto autem 32. in 128. fit 4096.& hic eſt minimus numerus qui poteſt produci maximus

4	4	
16	16	32
46	46	128
		1096
8		o
64		o
512		o. 32768.

maximus autem ſic inuenitur quadra totum quod eſt 8. fit 64. cuba totum fit 512. duc 512 in 64. fit 32768.

Et hic eſt maximus quem non poteſt tamen producere ex tali diuiſione ſed omnem minorem illo vſque ad 1096. nam ſicut maiore 32758. producere non poteſt talis diuiſio ita nec minorem 1096. hoc facto igitur quære an aliquis numerus perfectus ſit inter 1096. & 32768. per tertiam quadrageſimi ſecundi capituli & inuenies quod cadit inter eos 8128. quod ſi non caderet quæſtio non eſſet poſſibilis cum igitur 8128 ſit maior de 1096. & minor de 32768. conſtat caſum eſſe poſſibilem, quo facto diuide 8. in 4. p̃. 1 co. & 4. m̃. 1 co. quadra vtranque partem vt vides & fient 16. p̃. 8. co. p̃. 1 ce. & 16. m̃. 8 co. p̃. 1 ce. cum igitur iunguntur 8. co. m̃. nihi faciunt erunt igitur 32. p̃. 2. ce. cuba etiam vtranque partem vt vides & fient 64. p̃. 48. co. p̃. 12 ce. p̃. 1 cu. & 64. m̃. 48. co. p̃. 12 ce m̃. 1. cu. vnde iuncta facient 128. p̃. 24 ce. nam cu. p̃. & m̃. & co. p̃. & m̃. æquales numero nihil

4. p̃. 1 co. 4. m̃. 1 co.

16. p̃. 8 co. p̃. 1 ce. | 16. m̃. 8 co. p̃. 1 ce.

16. p̃. 8 co. p̃. 1 ce.
4. p̃. 1 co.

64. p̃. 48 co. p̃. 12 ce. p̃. 1 cu.

16. m̃. 8 co. p̃. 1 ce.
4. m̃. 1 co.

64. m̃. 48 co. p̃. 12 ce. m̃. 1 cu.

128. p̃. 24 ce.
32. p̃. 2 ce.

4096. p̃. 1024 ce. p̃. 48 ce. ce.
8128.

4032. æqualia 1014 ce. p̃. 48 ce. ce.

faciunterit igitur ſumma cuborum partium 128. p̃. 24 ce. & quadratorum 32. p̃. 2 ce. multiplica inuicem & fiunt 4096. p̃. 1024 ce. p̃. 48 ce. ce. & hæc æquabuntur 8128. igitur detrahe 4096. ex 8128. remanent 4032. æqualia 1024 ce. p̃. 48. cen. cen. reduc ad 1 ce. fient 84. æqualia $21\frac{2}{3}$ ce. p̃ 1 ce. ce. ſequere capitulum de cõpoſitorũ *necro* dimidia $21\frac{1}{3}$ numerum cenſuũ fiunt $10\frac{2}{3}$ multiplica in ſe fit $113\frac{7}{9}$ adde ad 84. fient $197\frac{7}{9}$ cuius ℞. detractis $10\frac{2}{3}$ dimidio cenſuũ fit ℞. L. $197\frac{7}{9}$ m̃. $10\frac{2}{3}$ huius ℞. V. eſt valor rei igitur res eſt ℞. V. ℞. L. $197\frac{7}{9}$ m̃. $10\frac{2}{3}$ & hæc detracta & addita ad 4. dimidium 8. oſtendit partes pars igitur vna eſt 4. p̃. ℞. V. ℞. L. $197\frac{7}{9}$ m̃. $10\frac{2}{3}$ & alia eſt 4. m̃. ℞. V. ℞. L. $197\frac{7}{9}$ m̃. $10\frac{2}{3}$.

Eſt ſtatutum Mediolani in vſu quod ma- 86
ritus non poteſt relinquere vxori niſi quartam partem bonorum ſiue relinquat eam totam in ſtabilibus ſiue in vſufructu non poteſt tranſgredi, verum illius quartæ poteſt relinqui domina in totum ita quod percipit etiam fructus pro illa portione, quid ſedit quidam moriens reliquit vxorem vſufructuariam omnium bonorum ex quo ſequitur quod in longo tempore gaudet plus quam poſſit habere per ſtatutum, quæritur igitur in quanto tempore extinguetur hic vſusfructus quæſtio ſic ſoluitur quaſi per modum octuageſimæ primæ ſciendo quod vſus fructus in his cauſis & alus ferè omn.b⁹ præter quam in cauſa dotis, intelligitur ad 5. pro 100. Pone quod habeat 6400000000. igitur quarta pars eſt 1600000000. & quia capitale remanet firmum igitur fructus ſunt ſemper 320000000. ideſt $\frac{1}{20}$ totius hæreditatis & $\frac{1}{5}$ quartæ partis eſt igitur ac ſi diceres promerere ad caput anni 1600000000. pro $\frac{1}{20}$ & ſemper detrahe $\frac{1}{5}$ in quot annis finietur & ideò reducitur ad regulam generalem quod ſi dimiſiſſet fructus medietatis quia fructus medietatis ſunt $\frac{2}{10}$ quartæ partis capitalis ideò promereberis aliquam

Quar. par. c.	1600000000
Fr. quar.	80000000
Aggreg.	1680000000
Fruc. ca.	320000000
Primus	
Reſid.	1360000000
Fruc. re.	68000000
Aggreg.	1428000000
Fruc. ca.	320000000
Secundus	
Reſid.	1108000000
Fruc. re.	55400000
Aggreg.	1163400000
Fruc. ca.	320000000
Tertius	
Reſid.	843400000
Fruc. re.	42170000
Aggreg.	885570000
Fruc. ca.	320000000
Quartus.	
Reſid.	565570000
Fruc. re.	28278500
Aggreg.	593848500
Fruc. ca.	320000000
Quintus.	
Reſid.	273848500
Fruc. re.	13692825
Aggreg.	287541325
Fruc. ca.	320000000

quantitatem quam pro commoditate aſſumpſi 1600000000. & eſt quarta pars cuius quinta pars eſt 320000000. fructus totius capitalis fac igitur vt vides adde continue $\frac{1}{20}$ deinde ſubtrahe $\frac{1}{5}$ & inuenies quod in annis 5. diebus 327 $\frac{3100660}{3560000}$ conſumetur voluntas

luntas teſtatoris à ſtatuto nec amplius remanebit vſufructuaria ſiue velis dicere quod percipiet 5. vſus fructus integros & [illegible] vſus fructus ſexti anni habent tamen in vſu terminare talem vſumfructum in 7. annis quia raro redditus ſunt ad 5. pro 1000. eſſet tamen melius neminem fraudari ſequendo regulam.

Pro regula igitur ita facies pone quod promereatur 1600000000. vt prius deinde pone partem redditus ſiue fructuum ſecundum portionem vt pote ſi ſit totius $\frac{1}{5}$ ideſt 320000000. & ſi ſit medietatis vſufructuaria pone $\frac{1}{10}$ ideſt 160000000. & ſi ſit tertiæ partis $\frac{1}{15}$ & eſt 106666666$\frac{2}{3}$ deinde promerere vtramque ad caput anni ad 5. pro 100. videlicet 1600000000. & 320000000. vel aliam portionem pro eiſdem terminis, deinde iunge portiones quas promeruiſti & quartam partem accipe ſecundum vltimum terminum per modum octuageſimæ primæ quæſtioni & detrahe vnum ab altero ſi remanet minus portione tot habebit annos integros & quod ſupereſt eſt portio.

87 Quidam moriens reliquit vxorem grauidam & neſciens an haberet maſculum an fæminam reliquit in teſtamento ſi pepererit maſculum filius habet $\frac{4}{5}$ bonorum & vxor $\frac{1}{5}$ ſi vero fæminam puella habeat $\frac{1}{3}$ & vxor $\frac{2}{3}$ bonorum quod accidit pepererit vxor maſculum & fæminam eodem partu quæruntur partes fac ſic tu ſcis quod maſculus debuit habere quadruplum vxori & vxor duplum filiæ inuenias igitur tres numeros quorum maior ſit quadruplus medio & medius duplus minori tales ſunt 8. 2. & 1. iunge fiunt 11. igitur filio dabis $\frac{8}{11}$ matri $\frac{2}{11}$ & filiæ $\frac{1}{11}$ eoque modo proportionaliter diſtribuetur hereditas ex voluntate ſi non ſaltem proximius verbis teſtatoris & eſt communis opinio Arithmeticorum quia hæc quæſtio eſt etiam poſita ab aliis.

88 Nauta recepit tres viatores tribus aureis ea conditione vt ſi alius reciperetur in naui dimidia pars lucri eſſet nautæ alia dimidia pars diuideretur inter ſocios, quid accidit, aduenit vnus qui hac conditione ingreſſus eſt nauim quod ſolueret eâ conditione, quâ tres primi quæritur quantum quilibet debebat ſoluere ponè quod quartus debeat ſoluere 1 co. igitur Nauta debet habere $\frac{1}{2}$ co. & quia habuit 3. aureos igitur tota ſolutio fuit aurei tres p̃. $\frac{1}{2}$ co. & quia omnes æqualiter ſoluunt, diuide aureos 3. & $\frac{1}{2}$ co. in quatuor partes exeunt $\frac{3}{4}$ aurei p̃. $\frac{1}{8}$ co. Et quia quartus ſoluit 1 co. igitur 1 co. æquatur $\frac{3}{4}$ aurei p̃. $\frac{1}{8}$ co. quare $\frac{7}{8}$ co. æquantur $\frac{3}{4}$ aurei quare res valet $\frac{6}{7}$ vnius aurei. Et tantum quilibet perperſoluit.

Et ſimiliter ſoluitur ſi eſſent plures. Datur tamen exemplum ſub alia forma, verum redit ad idem & eſt tale. Duo conducunt nauim viginti libris eâ conditione vt ſi Nauta alios receperit dimidium lucri ſit nautæ reliquum diuidatur inter ſocios venerunt denuo tres alij dantes libras 30. nautæ eâ conditione vt ad ratam primorum retrò det. Et omnes æqualiter ſoluant fac ſic pone quod primi debeant recipere 1 co. pro ſingulo igitur tres alij debent recipere 3 co. Et quia nauta debet recipere tantum quantum primi duo igitur debet recipere 2 co. omnes igitur debent recipere 7 co. Et quia 30. eſt diuidendum diuide 30. per 7. exit 4 $\frac{2}{7}$. & tantum quilibe debet recipere primi ergo receperunt 8 $\frac{4}{7}$ alij tres receperunt 12 $\frac{6}{7}$ quorum ſumma eſt 21 $\frac{3}{7}$ Nautæ autem remanſerunt 28 $\frac{4}{7}$ Et quilibet eorum ſoluit 5 $\frac{5}{7}$ quare, &c.

Duo mercatores conduxerunt nauim primus impoſuit modios 40. frumenti Et perſoluit modios duos Nautæ. Et recepit à Nauta ſolidos 50. ſecundus impoſuit modios 25. & perſoluit Nautæ modium vnum 89

Primus		Secundus	
40		25	
2. m̃.	50	1. p̃.	20.
1 $\frac{3}{5}$.	32.	$\frac{1}{25}$	$\frac{20}{25}$

& ſolidos 20. quæritur quantum valuit frumentum fac ſic quaſi per modum exempli regulæ de modo diuide 1. p̃. 20. per 25. exit $\frac{1}{25}$ p̃. $\frac{20}{25}$ multiplica per 40. fit 1 $\frac{3}{5}$ p̃. 32. & hoc debet eſſe æquale 2. m̃ 50. quare iunge 50. & 32. fiunt 82. detrahe 1 $\frac{3}{5}$ ex 2. remanent $\frac{2}{5}$ reduc ad integra multiplica 82 in 5. fit 410. diuide per 2. exit 205 & tantum valuit modius frumenti. Et quia 40. modij perſoluebant modios 1. minus 50. ſolidis & modij 2. valebant 410. ſolidos igitur modij 40. ſoluebant 360. ſolidos quare ſolidos 9. pro modio.

Tres habebant diuidere quandam quantitatem primus debuit habere medietatem ſecundus $\frac{1}{3}$ tertius $\frac{1}{6}$ quid accidit irati ſunt & quilibet violenter abſtulit quicquid rapere potuit poſt reconciliati depoſuerunt primus $\frac{1}{2}$ ſecundus $\frac{1}{3}$ tertius $\frac{1}{6}$ eius quod habebat deinde diuiſerunt per æqualia totum depoſitum. Et habuit quiſque portionem ſuam primus $\frac{1}{2}$ ſecundus $\frac{1}{3}$ tertius $\frac{1}{6}$ ſicut propoſitum fuerat Et in omnibus iſtis diuiſionibus non cecidit fractio aliqua ſed fuerunt omnes numeri integri quæritur igitur quantus fuit aceruus. Et quantum quilibet rapuit, iſta quæſtio poteſt formari mille modis Et dicitur quæſtio ludorum quia per hanc quæſtionem habito aceruo poſſumus ſcire quantus ſit Et etiam ſi habeamus tres aceruos faſelorum, cicerum & fabarum poterimus ſcire per tranſpoſitionem partium quantitatem cuiuſlibet eorum Et ita poterunt fieri mille ludi certè valde mirabiles ſolue igitur hoc modo qui dicitur reuerſio, pone quod aceruus totus depoſitus fuit 1 co. igitur cum quilibet accipiat tertiam partem igitur quilibet accipit $\frac{1}{3}$ co. & quia poſtquam receperit primus $\frac{1}{3}$ habebit medietatem pone igitur quod habeat 6. quod eſt mediatas de 12. ſecundus cum receperit $\frac{1}{3}$ co. habebit 4. quod eſt $\frac{1}{3}$ de 12. tertius receperit $\frac{1}{3}$ co. habebit 2. quod 90

eſt

eſt $\frac{1}{6}$ de 12. igitur primus antequam receperit $\frac{1}{3}$ co. habuit 6. m̄. $\frac{1}{3}$ co. ſecundus 4. m̄. $\frac{1}{3}$ co. tertius 2. m̄. $\frac{1}{3}$ co.

Primus. Secundus. Tertius.
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$

1 co.
6. m̄. $\frac{1}{3}$ co. 4. m̄. $\frac{1}{3}$ co. 2. m̄. $\frac{1}{3}$ co.
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$
3. m̄. $\frac{1}{6}$ co. 1 $\frac{1}{3}$ m̄. $\frac{1}{9}$ co. $\frac{1}{2}$. m̄. $\frac{1}{12}$ co.

Et quia primus depoſuerat $\frac{1}{2}$ eius quod habebat igitur depoſuit $\frac{1}{2}$ eius quod remanſit ſed remanſit ei 6. m. $\frac{1}{3}$ co. igitur depoſuit 3. m. $\frac{1}{6}$ co. & quia ſecundus depoſuit $\frac{1}{4}$ eius quod habuit igitur depoſuit $\frac{1}{3}$ eius quod remanſit igitur depoſuit 1 $\frac{1}{3}$ m̄. $\frac{1}{9}$ co. & ſimiliter tertius depoſuit $\frac{1}{5}$ eius quod habebat igitur depoſuit $\frac{1}{4}$ eius quod remanſit, remanſit autem 2. m. $\frac{1}{3}$ co. igitur depoſuit $\frac{1}{2}$

3. m̄. $\frac{1}{6}$ co.
Depoſita 1 $\frac{1}{3}$ m̄. $\frac{1}{9}$ co.
$\frac{1}{2}$ m̄. $\frac{1}{12}$ co.

4 $\frac{5}{6}$ m̄. $\frac{13}{36}$ co.

m. $\frac{1}{12}$ co. iunge omnia ſimul & fiet totum depoſitum 4 $\frac{5}{6}$ m. $\frac{13}{36}$ co. & hoc æquatur ad 1 co. nam ſuppoſitum eſt quod depoſuerint 1 co. igitur 4 $\frac{5}{6}$ æquantur ad 1 $\frac{13}{36}$ co. reduc ad integra multiplicando per 36. fient 174. æqualia 49. co. igitur res valet. 3 $\frac{27}{49}$ ſed quia ſuppoſuimus non ingredi fractos multiplicabimus 3 $\frac{27}{49}$ in 49. & fiet 174. Et hoc eſt depoſitum. Et ſimiliter multiplicabimus 49. in 12. quod ſuppoſuimus fuiſſe aggregatum ſiue aceruum primum & fient 588. & fuit hic aceruus primus. Et primus debuit habere 294. ſecundus 196. tertius 98. primus

588

Primus.	Secundus.	Tertius.
354	184	50
118	46	10
236	138	40

118
46
10

174
58 58 58
294. 196. 98

igitur rapuit 354. ſecundus 184. tertius 50. Et primus depoſuit $\frac{1}{3}$ videlicet 118. ſecundus $\frac{1}{4}$ videlicet 46. tertius $\frac{1}{5}$ videlicet 10. quæ iuncta faciunt 174. quorum pars tertia eſt 18. remanſerant igitur primo 236. ſecundo 138. tertio 40. Quibus additis 58. tertia acerui parte fiunt primo $\frac{1}{2}$ ſecundo $\frac{1}{3}$ tertio $\frac{1}{6}$ totius aggregati.

91 Tres ludebant irati rapuerunt pecunias ſuas & alienas cum autem per amicum quieuiſſent primus dedit ſecundo 10. p̄. $\frac{1}{3}$ reſidui, ſecundus dedit tertio 7. p̄. $\frac{1}{4}$ reſidui & tertio iam remanſerant 5. nummi & primus habuit $\frac{1}{2}$ ſecundus $\frac{1}{3}$ tertius $\frac{1}{6}$ quæritur ſumma omnium, & quantum habuit quilibet, pone quod primus habuerit 1 co. ſecundus 1 quan, & tertius ſupponitur habere 5. & quia primus dedit ſecundo 10. p̄. $\frac{1}{3}$ remanentis igitur detrahe 10. ex 1 co. remanet 1 co. m. 10. accipe $\frac{1}{3}$ & eſt $\frac{1}{3}$ co. m. 3 $\frac{1}{3}$ detrahe 3 $\frac{1}{3}$ ex 10. remanent 6 $\frac{2}{3}$ primus igi-

Primus. Secundus.
1 co. 1 quan.
$\frac{2}{3}$ co. m̄. 6 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$ co. p̄. 6 $\frac{2}{3}$
m̄. $\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$ co. m̄. 6 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ co. p̄. $\frac{1}{4}$ quan. m̄. $\frac{1}{4}$
1 $\frac{1}{2}$

Tertius
5
7

$\frac{1}{4}$ quan. p̄. $\frac{1}{12}$ co. m̄. $\frac{1}{12}$
$\frac{1}{4}$ quan. p̄. $\frac{1}{12}$ co. p̄. 11 $\frac{11}{12}$
1 $\frac{1}{2}$ 3

$\frac{2}{3}$ co. m̄. 6 $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{8}$ co. p̄. 1. $\frac{1}{8}$ quan. m̄. $\frac{3}{8}$
$\frac{3}{4}$ quan. p̄. $\frac{1}{4}$ co. p̄. 35 $\frac{3}{4}$

tur dedit ſecundo $\frac{1}{3}$ co. p̄. 6 $\frac{2}{3}$ igitur remanſerunt primo $\frac{2}{3}$ co. m. 6. $\frac{2}{3}$ & ſecundus habuit. 1. quan. p̄. $\frac{1}{3}$ co. p̄. 6 $\frac{2}{3}$ aufer 7. & remanebit $\frac{1}{3}$ co. p̄. 1. quan. m. $\frac{1}{3}$ aufer $\frac{1}{4}$ & eſt $\frac{1}{4}$ quan. p̄. $\frac{1}{12}$ co. m. $\frac{1}{12}$ remanebit $\frac{1}{4}$ co. p̄. $\frac{3}{4}$ quan. m. $\frac{1}{4}$ adde tertio habebit tertius 11 $\frac{11}{12}$ p̄. $\frac{1}{4}$ quan. p̄. $\frac{1}{12}$ co. & quia primus habet $\frac{1}{2}$ ſecundus $\frac{1}{3}$ tertius $\frac{1}{6}$ & $\frac{1}{6}$ eſt tertia pars de $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ eſt $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ ideò ſi multiplicauerimus $\frac{1}{6}$ per 3. & $\frac{1}{3}$ per 1 $\frac{1}{2}$ fiet tantum quantum habet primus multiplicabimus igitur $\frac{1}{4}$ co. p̄. $\frac{3}{4}$ quan. m. $\frac{1}{4}$ per 1 $\frac{1}{2}$ & fiet $\frac{3}{8}$ co. p̄. 1. $\frac{1}{8}$ quan. m. $\frac{3}{8}$ & ſimiliter multiplicabimus $\frac{1}{4}$ quan. p̄. $\frac{1}{12}$ co. p̄. 11. $\frac{11}{12}$ per 3. & fient $\frac{3}{4}$ quan. p̄. $\frac{1}{4}$ co. p̄. 35 $\frac{3}{4}$ æqualia inuicem videlicet hæc tria vt vides detrahe $\frac{1}{4}$ co. ex omnibus fient $\frac{5}{12}$ co. m. 6. $\frac{2}{3}$ æqualia $\frac{1}{8}$ co. m. $\frac{3}{8}$ p̄. 1 $\frac{1}{8}$ quan. item ad 35 $\frac{3}{4}$ p̄. $\frac{3}{4}$ quan. adde m. ex numero ad p̄. & circa hoc nota quod maius m. quod eſt

$\frac{2}{3}$ co. m̄. 6 $\frac{2}{3}$
$\frac{3}{8}$ co. m̄. $\frac{3}{8}$ p̄. 1 $\frac{1}{8}$ quan.
$\frac{1}{4}$ co. p̄. 35 $\frac{3}{4}$ p̄. $\frac{3}{4}$ quan.

$\frac{5}{12}$ co. m̄. 6 $\frac{2}{3}$
$\frac{1}{8}$ co. m̄. $\frac{3}{8}$ p̄. 1. $\frac{1}{8}$ quan.
35 $\frac{3}{4}$ p̄. $\frac{3}{4}$ quan.

$\frac{5}{12}$ co.
$\frac{1}{8}$ co. p̄. 6 $\frac{7}{24}$ p̄. 1 $\frac{1}{8}$ quan.
42 $\frac{5}{12}$ p̄. $\frac{3}{4}$ quan.

10. co.
3 co. p̄. 151. p̄. 27. quan.
1018. p̄. 18. quan.

7 co. æquales 151. p̄. 27. quan.
10 co. æquales 1018. p̄. 18. quan.

1 co. æqualis 21. $\frac{4}{7}$ p̄. 3. $\frac{6}{7}$ quan.
1 co. æqualis 102. $\frac{4}{5}$ p̄. 1 $\frac{4}{5}$ quan.

80 $\frac{8}{35}$ æqualia 2 $\frac{2}{35}$ quan.

2008.

2008. æqualia 72. quan.
39. Valor quan.

6 $\frac{2}{3}$ addes vtrique adde igitur ad 35. $\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{4}$ quan. fiet 42. $\frac{5}{12}$ p̃. $\frac{1}{4}$ quan. adde 6. $\frac{2}{3}$ ad $\frac{1}{3}$ co. m̃. $\frac{3}{8}$ p̃. 1. $\frac{1}{8}$ quan. fiunt $\frac{1}{8}$ co. p̃. 6. $\frac{7}{24}$ p̃. 1 $\frac{1}{8}$ quan. & hoc eſt quia ex 6 $\frac{2}{3}$ auferre oportet $\frac{3}{8}$ nam m. de m. aufertur fient igitur $\frac{5}{12}$ co. æqualia $\frac{1}{8}$ co. p̃. 6 $\frac{7}{24}$ p̃. 1. $\frac{1}{8}$ quam item ad 42. $\frac{5}{12}$ p̃. $\frac{1}{4}$ quan. igitur detrahe $\frac{1}{8}$ co. ex $\frac{5}{12}$ co remanent $\frac{7}{24}$ co & hoc æquiualet 6. $\frac{7}{24}$ p̃. 1. $\frac{1}{8}$ quan. quare 7. co: æquiualent 151. 151. p̃. 27 quan. quare 1 co. æquialet 21 $\frac{4}{7}$ p̃. 3 $\frac{6}{7}$ quan. & quia $\frac{5}{12}$ co æquiualent etiam 42 $\frac{5}{12}$ p̃. $\frac{1}{4}$ quan. igitur 5. co. æquivalebunt 509. p̃. 9. quan. quare 1 co. æquiualet 101 $\frac{4}{5}$ p̃. 1. $\frac{4}{5}$ quan. igitur cum etiam æquiualeat 21 $\frac{4}{7}$ p̃. 3. $\frac{6}{7}$ quan. erunt 21. $\frac{4}{7}$ p̃. 3. $\frac{6}{7}$ quan. æqualia 101 $\frac{4}{5}$ p̃. 1 $\frac{4}{5}$ quan. igitur tandem detrahendo quan. ex quan. & numerum ex numero fiet valor quantitatis 39. & tantum habuit ſecundus: quia 5 co. æquiualent 509. p̃. 9. quan. & 9. quan. ſunt 351 igitur 5 co. æquiualent 860 quare res valet 172. & tantum rapuit primus & ſecundus rapuit 39. & tertius. 5. cum igitur primus dedit ſecundo 10. $\frac{1}{3}$ reſidui dedit in totum 64 & remanſerunt ei 108 & ſecundus habebat 103. dedit igitur 7. & $\frac{1}{4}$ reſidui dedit igitur 31 & remanſerunt ei 72. & tertius habuit 36 ſumma igitur erat 216. cuius 108. eſt medietas 72. eſt $\frac{1}{3}$ & 36. eſt $\frac{1}{6}$ vt proponebatur.

Et hæc eſt longe melior etiam precedente pro ludis faciendis. Alij tamen pro ludis faciunt multas mutatione addendi & minuendi vltimò rogant quid remanſerit vnicuique & ponamus quod primus habeat $\frac{1}{3}$ p̃. 7. totius ſecundus $\frac{1}{4}$ p̃. 13. tertius autem $\frac{1}{2}$ m. 28. iunge $\frac{1}{2\,3\,4}$ fiunt $\frac{13}{12}$ igitur habet $\frac{1}{12}$ p̃. integro iunge etiam numeros fiunt 8. m. igitur cum ſemper p̃. in numero æquetur m. in parte & m. in numero æquatur p̃. in parte igitur $\frac{1}{12}$ totius ſummæ æquatur 8. diuide 8. per $\frac{1}{12}$ fit 96. & hæc eſt ſumma & quia primus habet $\frac{1}{3}$ p̃. 7. habebit 39. & quia ſecundus habet $\frac{1}{4}$ p̃. 13 habebit 37 & tertius habebit 20. quod eſt $\frac{1}{2}$ m. 28.

	$\frac{1}{3}$ p̃. 7
	$\frac{1}{4}$ p̃. 13
	$\frac{1}{2}$ m̃. 28.
	$\frac{13}{12}$ 8 m̃.
	$\frac{1}{12}$ 8 96
39	$\frac{1}{3}$ p̃. 7
37	$\frac{1}{4}$ p̃. 13
20	$\frac{1}{2}$ m̃. 28.

92 Fac de 10. tres partes continue proportionales ita quod quadrata omnium iuncta faciant 60. hæc ſoluitur Geometricè ſi vis adiuuante decimaſexta ſexti Euclidis & & quadrageſima ſecunda primi faciendo quadratum totius quod eſt 100. & circa eandem diametrum tria quadrata quæ æquantur 60. deinde complebis ſuperficies 9. complentes quadratum totius & erunt omnes æqui diſtantium laterum & erit quadrato æqualis tribus ſuperficiebus mediis quæ fiunt ex tota linea in mediam illarum partium cum igitur ille quaſi gnomo ſit 20. erit illa ſuperficies 20. quare pars media erit 2. oblatio igitur 2. ex 10. remanet 8. fac de 8. duas partes ex quarum multiplicatione fiat 4. per centeſimam decimamſextam regulam & habebis quæſitum.

Aliter & non minus pulchre per regulam de medio in fine 51. capituli poſitam pone quod media ex illis quantitatibus ſit $\frac{1}{2}$ co igitur reſiduum erit 10. m. $\frac{1}{2}$, diuide 10. m. $\frac{1}{2}$ in duas partes ita quod $\frac{1}{2}$ co. ſit medio modo proportionalis inter illas partes & hoc per centeſimam ſextam decimam regulam quadrageſimi ſecundi capituli & erũt vt vides & poſtquã quadraueris fient quadrata

Prima 5. m̃. $\frac{1}{4}$ co. m̃. R. V. 25. m̃. $\frac{3}{16}$ ce. m̃. 2 $\frac{1}{2}$ co.
5. m̃. $\frac{1}{4}$ co. m̃. R. V. 25. m̃. $\frac{3}{16}$ ce. m̃. 2 $\frac{1}{2}$ co.

Quadr. 25. p̃. $\frac{1}{16}$ ce. m̃. 2 $\frac{1}{2}$ co. p̃. 25. m̃. $\frac{3}{16}$ ce. m̃. 2 $\frac{1}{2}$ co.
Secunda $\frac{1}{2}$ co.
Quadr. $\frac{1}{4}$ ce.
Tertia 5. m̃. $\frac{1}{4}$ co. p̃. R. V. 25. m̃. $\frac{3}{16}$ ce. m̃. 2 $\frac{1}{2}$ co.
5. m̃. $\frac{1}{4}$ co. p̃. R. V. 25. m̃. $\frac{3}{16}$ ce. m̃. 2 $\frac{1}{2}$ co.

Quad. 25. p̃. $\frac{1}{16}$ ce. m̃. 2 $\frac{1}{2}$ co. p̃. 25. m̃. $\frac{3}{16}$ ce. m̃. 2 $\frac{1}{2}$ co.

100. p̃. $\frac{1}{8}$ ce. m. co. p̃. $\frac{1}{4}$ ce. m. $\frac{6}{16}$ ce.

100. m̃ 10 co.

partium vt vides nam quatuor multiplcationes in crucem annihilant ſe, nam duæ ſunt p̃. & duæ m. & quantitates multiplicatæ æquales quare iungendo fient tandem 100. m. 10 co. æqualia 60. quia $\frac{1}{4}$ ce. p̃. quod eſt quadratum ſecundæ partis & $\frac{2}{16}$ p̃. cum $\frac{6}{16}$ m. nihil faciunt igitur per capitulum ſimplex detrahendo 60. ex 100. remanebit 40. æqualia 10. co igitur res valet 4. & quia poſuimus mediam quantitatem $\frac{1}{2}$ co. erit media quantitas 2. poteſt etiam ſolui per poſitionem ſimplicem ſed feci exercitationis cauſa

Aliter ſciendo hanc regulam quod ſi ex aggregato primæ & tertiæ quantatis proportionalis auferatur ſecunda quantitas reſiduum talem ad vnitatem habebit proportionem qualem habet aggregatum quadratorum trium quantitatum ad aggregatum ipſarum quantitatuꝫ ex quo ſequitur quod ducto aggregato trium quantitatum in aggregatum primæ & tertiæ detracta ſecunda producitur aggregatum quadratorum ſi igitur diuiſeris aggregatum quadratorum per aggregatum quantitatum primæ & tertiæ quantitatis dempta ſecunda, igitur ſi hoc detrahatur ex aggregato quantitatum reſiduum erit duplum ſecundæ quantitatis igitur dimidium erit ſecundæ quantitas in caſu igitur diuide 60. per 10. exit 6. detrahe 6. à 10. remanent 4. diuide 4. per æqualia exit 2. ſecunda quantitas.

Inuenias duos numeros quorum differentia ducta in differentiam quadratorum faciat 10. & aggregatum numerorum in aggregatum quadratorum multiplicatum faciat 20. hæc eſt clauis intelligendi regulam de medio nam cum ponis vnum numerum 1 co. & alium vnitatem illa vnitas gerit locum quantitatis ſurdæ in vniuerſalitate & locum vnitatis in æquatione & ideo habet æquationē per capitula algedræ poſita in 48. 49. 50. & 51. capitulo & quia ponere 1 co. & 1. adducit confuſionem & non poſſumus fugere vnitatem in quantitate ſurda ideo cogimur ponere co. in alio numero quam in vnitate & quia 1 gerit ibi vicem numeri & co. debet poni minor numero propter facilitatem operationis ideò oportet ponere $\frac{1}{2}$ co. quia $\frac{1}{2}$ eſt aliis fractionibus ſimplicius vel igitur ponimus $\frac{1}{2}$ co. & 1 quan. vel $\frac{1}{2}$ quan. & 1 co. ponere enim 1 co. & 1. quan. in multiplicationibus pareret confuſionem aliquando tamen cogimur vt hic in hac quæſtione ſoluenda pone igitur quod vnus ex his numeris ſit 1 co. alius 1. quan. ſiue vnitas erit igitur differentia 1 co. m. 1. quadra vtramque partem & fiet 1 ce. & 1. horum quadratorum differentia eſt 1 ce. m. 1. multiplica in differentia numerorum quæ fuit 1 co. m. 1. fit 1. cu. m. 1 ce. m. 1 co. p̄. 1. & hoc debet eſſe æquale 10. & poſt multiplica aggregatum numerorum & eſt 1 co. p̄. 1. in aggregatum quadratorum & eſt 1 ce. p̄. 1. fit 1. cu. p. 1 ce. p̄. 1 co. p̄. 1. & hoc debet eſſet æquale 20. igitur cum 20. ſit duplum ad 10. erit 1. cu. p̄. 1 ce. p̄. 1 co. p̄. 1. duplum ad 1.

1 co. differentia 1
1. co. m̄. 1.
1 ce. 1
differentia
1 ce. m̄. 1.

1 ce. m̄. 1.
1 co. m̄. 1.

1 cu. m̄. 1 ce. m̄ 1 co. p̄. 1. 10

1 ce. p̄. 1.
1 co. p̄. 1.

1. cu. p̄. 1 ce. p̄. 1 co. p̄. 1. 20
1. cu. m̄. 1 ce. m̄. 1 co. p̄. 1. 10

cu. m. 1 ce. m. 1 co. p̄. 1 quare cum ſubtraxeris vnum ex altero erit 1 ce. p̄. 1 co. additum vni & diminutum ab altero faciat vnum eſſe alteri duplum ſi igitur dicas 9. p̄. 3. eſt duplum ad 9. m. 3. conuenit vt 3. ſit $\frac{1}{3}$ de 9. & ſi dicas 10. p̄. 5. eſt triplum ad 10. m. 5. igitur oportet vt 5. ſit medietas 10. & duplum 5. ſit æquale 10. & ſi dicas 15. p̄. 9. eſt quadruplum ad 15. m. 9. igitur oportet quod 9. ſit $\frac{3}{5}$ de 15. & ita ſi dicas 5. p̄. 1. eſt ſex qui alterum ad 5. m. 1. oportet quod 1. ſit $\frac{1}{5}$ de 5. & ita de aliis quia igitur 1 cu. p̄. 1 ce. p̄. 1. co. p̄. 1. eſt duplum ad 1 cu. m. 1. ce. m. 1 co. p̄. 1. oportet quod 1 ce. p̄. 1. co. ſit $\frac{1}{3}$ de 1. cu. p̄. 1. igitur 3 ce. p̄. 3 co. æquantur 1. cu. p̄. 16. quare aſſumpto communi diuiſore qui eſt 1 co. p̄. 1. fiet per regulam 27. capituli 51. vt diuiſione facta proueniant 1 ce. m. 1 co. p̄. 1. æqualia 3. co. quare 1 ce. p̄. 1. æquatur 4 co. igitur res valet ℞. 3. p̄. 2.

1 cu. p̄. 1. 3 ce. p̄. 3 co.
1 co. p̄. 1. 1 co. p̄. 1.

1 ce. m̄. 1 co. p̄. 1. 3 co.

Poſito igitur minore numero 1. erit maior qui eſt valor rei 2. p̄. ℞. 3. fac igitur ſecundam poſitionem dicendo inuenias duos numeros in proportione 2. p̄. ℞. 3. ad 1. qui iuncti & multiplicati in aggregatum quadratorum faciant 20. pone quod primus ſit 1 co. igitur ſecundus erit co. 2. p̄. ℞. 3. quadra fient 1. ce. & 7 ce. p̄. ce. ℞. 24. quod eſt dicere ce. 7. p̄. ℞. 24. iunge numeros fient co. 3. p̄. ℞. 3. iunge quadrata fient ce 8. p̄. ℞. 24. multiplica

1 co. 2. p̄. ℞. 3. co.
1 ce. 7 ce. p̄. ce. ℞. 24.

ce. 8. p̄. ℞. 24.
co. 3. p̄. ℞. 3.

cu. 24. p̄. ℞. 72. p̄. ℞. 192. p̄. ℞. 216.

ca inuicem fiunt cu. 24. p̄. ℞. 72. p. ℞. 192. p̄. ℞. 216. æqualia 20. diuide 20. per modum 56 quæſtionis per 24. p̄. ℞. 72. p̄. ℞. 192. p̄. ℞. 216. & prouentus ℞. cubica vniuerſalis erit res quæſita, ideſt portio minor, maior autem inuenitur multiplicando eam per 2. p̄. ℞. 3. nam hoc quadrinomium ex cubis habet omnes tamen ℞. quadratas & non cubas ideò faciliter per reciſa ſit diuiſio poteſt & maior portio facilius inueniri per iteratam poſitionem ita vt 1 co. ſit maior portio & co. 2. m. ℞. 3. ſit minor & tunc valor 1 co. erit numerus maior, nam in rancor eueniunt duæ æquationes.

Inuenias duos numeros quorum differentia in ſe ducta æquet productioni vnius in alterum & eorum quadrata iuncta ſint 20. 94
certum eſt quod tale quæſitum faciliter ſoluitur ex capitulo quadrageſimoquarto quia tales numeri eſſent in proportione habente medium & duo extrema verumtamen ſoluitur per regulam de medio, pone igitur quod maior ſit $\frac{1}{2}$ co. minor 1. quan. differentia igitur eſt $\frac{1}{2}$ co. m. 1. quan. quare quadratum differentiæ eſt $\frac{1}{4}$ ce. p̄. 1. m. 1 co. & hoc æquatur productioni vnius in alteram & eſt $\frac{1}{2}$ co. nam $\frac{1}{2}$ co. in 1. quan. facit $\frac{1}{2}$ co. eo quod 1. quan. habet locum vnitatis vt dictum eſt quare $\frac{1}{4}$ ce. p̄. 1. æquatur 1 $\frac{1}{2}$ co. & 1 ce. p̄. 4. ad 6 co. igitur per rancor res valet 1. p̄. ℞. 5. & quia poſuimus quod maior quantitas eſſet $\frac{1}{2}$ co. erit maior quantitas 1 $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 1 $\frac{1}{4}$ fac igitur ſecundam poſitionem dicendo pone quod minor numerus ſit 1 co. maior co. 1 $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 1 $\frac{1}{4}$ horum quadrata debent æquari ad 20. ideſt cen. 4 $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 7 $\frac{1}{2}$ æquantur 20. duc in reciſum quod eſt 4 $\frac{1}{2}$ m. ℞. 7 $\frac{1}{2}$ fiet 90. m. ℞. 3000. diuidendum per 12 $\frac{3}{4}$ quod eſt productum reciſi in diuidentem fit 7 $\frac{1}{17}$ m. ℞. 18 $\frac{184}{867}$ & hic eſt valor cenſus igitur ℞. V. 7 $\frac{1}{17}$ m. ℞. 18 $\frac{184}{867}$ eſt valor rei & minor numerus, maiorem habebis iterando poſitionem ita quod maior

ior numerus ſit 1 co. 1 minor co. 1 $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 1 $\frac{1}{4}$.

95 Diuide 10. in quatuor quantitates continue proportionales quarum quadrata iuncta faciant 60. ſcias primo quod ſi diceret 100. aut plus quæſtio eſſet impoſſibilis, quia eſſet plus quadrato totius quod eſt 10. item ſi diceret quorum quadrata iuncta ſint 20. eſſet etiam impoſſibilis, quia eſſet minus quadruplo quadrati quartæ partis quarta pars 10. eſt 2 $\frac{1}{2}$ quadratum 6 $\frac{1}{4}$ & ideò quadruplum eſt 25. non igitur poteſt eſſe maius 100. nec minus 25. nunquam autem in diuiſione quadrata poſſunt excedere quadratum totius nec eſſe minora producto numeri partis vnde non poſſunt ſi ſint 3. eſſe minus triplo quadrati tertiæ partis & ſi ſint 5. partes non poſſunt eſſe minus quintuplum eſſet 20. igitur non poſſet eſſe minus 20. nec maius 100. cum igitur dixerit 60. quod eſt minus 100. & maius 25. quæſtio eſt poſſibilis hoc cognito nota has duas regulas.

Omnium quatuor quantitatum continuè porportionalium proportio aggregati quadratorum ex illis ad omnes quatuor quantitates ſimul iunctas eſt veluti producti ex prima in ſecundam item producti ex tertia in quartam iunctorum ad aggregatum ſe-

Aggrega : quadratorum. 1261.
Aggrega : numerorum. 65.
Aggrega: ductuum Primæ in Secundam & Tertiæ in Quartam.
582.
Aggrega: Secundæ & Tertiæ 30

cundæ & tertiæ quantitatis. Exemplum ſit 8. 12. 18. 27. quadrata iuncta ſunt 1261. quantitates autem ſunt 65. quod fit ex prima in ſecundam eſt 96. quod fit ex tertia in quartam eſt 486. aggregatum eſt 582. aggregatum ſecundæ & tertiæ eſt 30. dico igitur quod proportio 1261. ad 65. eſt veluti 582. ad 30. & eſt vtraque vt 19 $\frac{2}{5}$ ad 1.

Secunda regula quæ Geometrice differentiari poteſt per modum nonageſimætertiæ eſt quod talis eſt proportio aggregati quadratorum quatuor quantitatum ad aggregatum quatuor quantitatum qualis eſt ſubtrahendo aggregatum quadratorum ex quadrato aggregati 4. quantitatum & reſidui capiendo medietatem & ab hac medietate detrahendo quadratum aggregati ſecundæ & tertiæ dico quod proportio reſidui ad aggregatum ſecundæ & tertiæ eſt eadem dico igitur in exemplo quod proportio 1261. ad 65. vt prius eſt veluti quadrando aggregatum 4. quantitatum & eſt 56. fit 4225. & ab hoc detrahe 1261. remanet 2964. huius cape dimidium quod eſt 1481. & ab hoc detrahe 900. quadratum aggregati ſecundæ & tertiæ quantitatis remanet 582. proportio igitur 682. reſidui ad 30. aggregatum ſecundæ & tertiæ quantitatis eſt veluti 1261. aggregati omnium quadratorum ad 65. aggregatum 4. quantitatum vt declaratum eſt prius quia vtraque eſt veluti 19 $\frac{2}{5}$ ad 1.

His viſis ſuppono quod ſecunda & tertia quantitas ſint 1 co. cum igitur 60. aggregatum quadratorum contineat 10. aggregatum numerorum ſex vicibus igitur proportio reſidui ad 1 co. quod eſt aggregatum ſecundæ & tertiæ eſt ſexcupla & ideò quadra 10. aggregatum 4. quantitatum fit 100. detrahe 60. fit 40. diuide 40. fit 20. detrahe quadratum ſecundæ & tertiæ quod eſt 1 ce. fit 20. m̃. 1 ce. & hoc eſt ſexcuplum ad 1 co. quod eſt aggregatum ſecundæ & tertiæ igitur 6 co. æquantur 20. m̃. 1 ce. igitur 1 ce. p̃. 6. co. æquatur 20. igitur res valet per capitulum ℞. 29. m̃. 3. & hoc erit aggregatum ſecundæ & tertiæ quia poſuimus tale aggregatum fore 1 co. quare reſiduum de 10. erit 13. m̃. ℞. 29. & hoc erit aggregatum primæ & quartæ vnde ex regula decimatertia 51. capituli ſcitmus ſecundam & tertiam quantitatem hoc modo cuba ℞. 29. m. 3. fit ℞. 90944. m̃. 288. diuide per totam ſummam addito duplo aggregati ſecundæ & tertiæ quæ eſt 4. p̃. ℞. 116. & exit ℞. 1054 $\frac{9104}{15625}$ p̃. 11 $\frac{13}{25}$ m̃. ℞ 145 $\frac{5064}{10000}$ m̃. ℞. 962 $\frac{1504}{10000}$ quadra dimidium aggregati & eſt ℞. 7 $\frac{1}{4}$ m̃. 1 $\frac{1}{2}$ fit 9 $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 65 $\frac{1}{4}$ ex hoc detrahe dictum quadrinomium habebis ℞. 145 $\frac{189}{625}$ p̃. ℞. 962. $\frac{94}{625}$ m̃. 2 $\frac{1}{50}$ m̃. ℞. 1054 $\frac{594}{625}$ m. ℞. 65 $\frac{1}{4}$ & huius ℞. vniuerſalis detracta & addita ad ℞. 7 $\frac{1}{4}$ m. 1 $\frac{1}{2}$ facit ſecundam & tertiam quantitates vnde quadrata tertia & diuiſo producto per ſecundam habebimus quartam qua detracta ab aggregato primæ & quartæ remanebit prima.

Frater autem Lucas conſimilem ponit quæſtionem , in ſolutione autem tantum abeſt vt nihil magis eſt autem quæſtio pulcra & fortis.

Inuenias duos numeros qui tantum fa- 96
ciant aggregati quantum multiplicati & eorum quadrata iuncta cum numeris ipſis ſint. 20. poteſt hæc ſolui pluribus modis & caſus poſſunt formari plures vtpote quod addito maiore, aut minore tantum aut quod vnus in alterum multiplicatus faciat 20. ſed pulchrum eſt per regulam de medio ſoluere in vna poſitione pone igitur quod ambo numeri iuncti ſiue productum vnius in alterum ſit $\frac{1}{2}$ co. diuide $\frac{1}{2}$ co. fit $\frac{1}{4}$ co. quadra fit $\frac{1}{16}$ ce. aufer illud quod vis produci & eſt $\frac{1}{2}$ co. nam partes tantum faciunt multiplicatæ quantum iunctæ igitur fiet $\frac{1}{16}$ ce. m. $\frac{1}{2}$ co. huius accipe radicem & eſt ℞. V. $\frac{1}{16}$ ce. m. $\frac{1}{2}$ co. eam adde & minue à dimidio $\frac{1}{2}$ co. & fient partes $\frac{1}{4}$ co. p̃. ℞. V. $\frac{1}{16}$ ce. m. $\frac{1}{2}$ co. & $\frac{1}{4}$ co. m. ℞. V. $\frac{1}{16}$ ce. m. $\frac{1}{2}$ co. quadra igitur vtramque partem per modum nonageſimætertiæ quæſtionis eo quod incrucia-

Far. $\frac{1}{4}$ co. m̃. V. $\frac{1}{16}$ ce. m̃. $\frac{1}{2}$ co.
Quadr $\frac{1}{16}$ ce. p̃. $\frac{1}{16}$ ce. m̃. $\frac{1}{8}$ co.
Par. $\frac{1}{4}$ co m̃. ℞. V. $\frac{1}{16}$ ce. m̃. $\frac{1}{2}$ co.
Quadr. $\frac{1}{16}$ ce. p̃. $\frac{1}{16}$ ce. m̃. $\frac{1}{2}$ co.

Summa quadra $\frac{1}{4}$ ce. m̃. 1 co.
p̃. $\frac{1}{2}$ co.

tiones cadunt fient vt vides iunge quadrata fiũt $\frac{1}{4}$ ce. m. 1 co. & quia quadrata iuncta numeris faciunt 20. & numeri ſunt $\frac{1}{2}$ co. ex ſuppoſito igitur adde $\frac{1}{2}$ co. ad $\frac{1}{4}$ ce. m. 1 co. fiet totum $\frac{1}{4}$ ce. m. $\frac{1}{2}$ co. æqualia 20. igitur $\frac{1}{2}$ c e. æquatur 20. p̃. $\frac{1}{2}$ co. igitur 1 ce. æquatur

æquatur 80. p̃. 2. co. quare res valet ℞. 81. p̃. 1. quod eſt 10. & quia poſuimus aggregatum $\frac{1}{2}$ co. igitur aggregatum erit 5. & aggregatum quadratorum erit 20.m̃.5. quod eſt 15. & quia maior pars eſt $\frac{1}{4}$ co. p̃. ℞. V. $\frac{1}{16}$ ce. m̃. $\frac{1}{2}$ co. & ce. de 10. eſt 100. cuius $\frac{1}{16}$ eſt 6$\frac{1}{4}$ à quo detracto $\frac{1}{2}$ co. quod eſt 5. remanet 1$\frac{1}{4}$ huius igitur ℞. addita ad $\frac{1}{4}$ co. quod eſt 2$\frac{1}{2}$ oſtendit maiorem partem 2$\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 1$\frac{1}{4}$ & minor erit per idem 2$\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 1$\frac{1}{4}$ & ita de aliis. Probatio autem talis eſt; nam primo iunctæ hæ partes faciunt 5. quia ℞. p̃ræ & m̃. nihil faciunt, item quadrata ambarum iuncta faciunt 15. per regulam multiplicandi binomia dictam in capitulo de multiplicatione ſurdorum, addito aggregato fit 20. quantum aggregatum erat 5. ideo 15. & 5. faciunt 20. & hoc eſt ſecundum propoſitum, nam multiplicationes quæ accidunt quadrando nihil faciunt, tertium eſt quod ex multiplicatione vnius in alterum fit 5. etiam vt propoſitum fuerat.

2$\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 1$\frac{1}{4}$ | 5
2$\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 1$\frac{1}{4}$ |

97 Fuerunt quatuor homines quorum primus, ſecundus, & tertius habuerunt 34. Item primus, ſecundus, & quartus habuerunt 73. Item primus, tertius, & quartus habuerunt 72. Item ſecundus, tertius, & quartus habuerunt 88. quæritur quantum habuit quilibet, dico poſſet fieri per la co. ſed longè facilius per regulam iunge ſummas illorum vt vides fiunt 267. diuide

2 | Primus. Secundus. Tertius.
34 | 89 | 55. Quartus.
4 | Primus. Secundus. Quartus.
73 | 89 | 16. Tertius.
1 | Primus. Tertius. Quartus.
72 | 89 | 17. Secundus.
3 | Secundus. Tertius. Quartus.
88 | 89 | 1. Primus.
267
Summa $\frac{1}{3}$

per 1. m̃. numero hominum hoc eſt quia homines ſunt 4. diuide per 3. & ſi fuiſſent 3. diuiſiſſes per 2. & ſi fuiſſent 5. diuiſiſſes per 4. diuide igitur per 3. exit 89. & hæc eſt ſumma eius quod habent omnes detrahe igitur 34. & eſt ſumma trium priorum ex 89. remanet 55. & tantum habet quartus & ſimili detrahe 73. ex 89. remanent 16. pro tertio qui non eſt connumeratus inter illos tres, & ita detrahe 72. ex 89. remanent 17. pro ſecando. Item detrahe 88. ex 89. remanet 1. pro primo & hæc eſt regula generalis Fratris Lucæ tenens in omnibus terminis. Ita tamen quod aſſumantur omnes ſemper dimiſſo vno veluti ſi ſint 6. dicas omnes præter ſextum habuerunt 50. & omnes præter quintum habuerunt 70. & ita de aliis.

98 Et ex præcedente ſoluitur alia quæſtio tres viri inuenerunt burſam & volentes equum emere primus & ſecundus poterant emere cum $\frac{1}{2}$ denariorum burſæ, & ſecundus, & tertius cum $\frac{1}{3}$ denariorum burſæ, & primus & tertius poterant emere equum cum $\frac{1}{5}$ denariorum burſæ, quæritur quantum habuit quilibet quot nummos continuit burſa & quantum valuit equus, pone quod burſa habeat 1. co. igitur primus & ſecundus habuerunt valorem equi m̃. $\frac{1}{2}$ co. Item ſecundus & tertius habuerunt idem m̃. $\frac{1}{3}$ co. Item primus & tertius habuerunt idem m̃. $\frac{1}{5}$ co. igitur per præcedentem iunge ſummam eorum fit 3. quan. m̃. $\frac{31}{30}$ co. diuide per 1. m̃. numero hominũ quod eſt 2. exit 1$\frac{1}{2}$ quam m̃. $\frac{31}{60}$ co. & hæc eſt ſumma quæ debet æquari valori equi, ſed equus valet 1. quam igitur 1$\frac{1}{2}$ quã m̃. $\frac{31}{60}$ co. æquantur 1. quan. quare detrahe 1. quam, ex 1$\frac{1}{2}$ quam remanebit $\frac{1}{2}$ quam æquiualens $\frac{31}{60}$ co. igitur 1. quam æquiualet duplo quod eſt $\frac{31}{30}$ co. igitur dabis ex fracto valorem denominatoris qui eſt 30. ad co. & numeratorem ad quam igitur

Primus. Secundus.
1. quam m̃. $\frac{1}{2}$ co.
Secundus. Tertius.
1. quam m̃. $\frac{1}{3}$ co.
Primus. Tertius.
1. quam m̃. $\frac{1}{5}$ co.
3. quam m̃. $\frac{31}{30}$ co.
2
1$\frac{1}{2}$ quam m̃. $\frac{31}{60}$ co.

Primus. Secundus. $\frac{1}{2}$
31 16 Tertius 15
Primus. Tertius. $\frac{1}{3}$ 10
31 21 Secundus. 10
Secundus. Tertius. $\frac{1}{5}$ 6
31 25 Primus. 6
62
2
31

valor co. eſt 30. & valor quantitatis eſt 31. ſed valor co. eſt pecunia burſæ & valor quam eſt valor equi igitur equus valuit 31. & in burſa fuêre 30. dixit igitur primus & ſecundus quod ſi darent dimidium burſæ id eſt 15. quod haberent valorem æqui igitur habuerunt 16. & ita primus tertius habuerunt 21. & ſecundus & tertius habuerunt 25. quare per præcedentem primus habuit 6. ſecundus 10. tertius 15. omnes 31. & tantum etiam valuit equus & in burſa 30. fuere nummi.

Et ex præcedentibus ſoluemus hanc quæſtionem tres poſuerunt in ſocietate primus & ſecundus 200. primus & tertius 300. ſecundus & tertius 400. & lucrati ſunt 1600. primus vult ad rationem 10. pro 100. ſecundus ad rationem 12. pro 100. tertius vult ad rationem 15. pro 100. quæritur quantum quilibet habere debet ex nonageſimaoctaua apparet quod capitale primi fuit 50. ſecundi 150. tertij 250. quia igitur primus debet habere 10. pro 100. igitur quia poſuit 50. habebit 5. ſecundus debet habere 12. pro 100. & poſuit 150. igitur habebit 18. tertius debet habere ad 15. pro 100. igitur habebit pro 99

Primus. Secundus. 200 450
250 Tertius.
Primus. Tertius 300 450
150 Secundus.
Secundus. Tertius. 400. 450
50 Primus.

900 Primus 5
2 Secundus 18
450 Tertius 37$\frac{1}{2}$
60$\frac{1}{2}$

250. quos poſuit $37\frac{1}{2}$ igitur 1. habebit 5. 2. 18. tertius $37\frac{1}{2}$ totius ſummæ iunge fiunt 60. $\frac{1}{2}$ dic igitur ſi 60. $\frac{1}{2}$ dat 1600. quid dabit 5. & multiplica 5. in 1600. fit 8000. diuide per 60. $\frac{1}{2}$ exit 132. $\frac{28}{121}$ & tantum habebit primus & ſecundus habebit 476. $\frac{4}{121}$ & tertius 991. $\frac{89}{121}$

100 Quidam famulus aptauit ſe cum Domino pro duobus annis in primo anno dabat ei libras 20. & in ſecundo 30. ſtetit autem per tempus duorum annorum, deinde iterum ſtetit per alios duos annos ad ratam primorum quæritur quantum debet habere. Nota quod in hoc errat, & in ſimilibus grauiter Frater Lucas vt patet in capitulo decimi trac. diſp. nonæ de ſalariis famulorum volens procedere propter proportionem dicendo ſi ſecundo anno dedit dimidium pluſquam in primo igitur in tertio dabit dimidiũ plus quam in ſecundo & ita daret 45. & ita in quarto dimidium plus & ita daret 67. $\frac{1}{2}$ & hoc modo ſolueret Frater Lucas & quod hoc non ſit verũ intellige ex ſuo exemplo met nam dicit quod ſi pactus fuerit dare 10. in 1. anno & 60. in quarto anno quod in ſecundo dabit ℞. cu. 6000. & in tertio ℞. cu. 36000. videlicet proportionaliter hoc autem eſt falſum quis enim ſane mentis credat Dominos paciſci cum famulis in ℞. cu. aut res tam planas ad tam occultos ſenſus trahi, deinde ſequeretur quod frequenter in vſu euenit quod ſi quis paciſceretur cum famulo dare primo anno libras 4. ſecundo anno libras 12. deinde ad ratã famulus permaneret 7. annis quod oporteret dare ei 4372. libras ſalarij plus forte quam haberet Dñs in bonis, & ideo oportet vltra ſcientiã habere iudicium in talibus igitur vbi augmentum hominis aut induſtriæ non ſit proportionaliter, ſed progreſſiue etiam oportet talia intelligere progreſſiue quando igitur Dominus dedit 10. in in primo anno & 60. in quarto anno detrac. 10. ex 60. remanet 50. diuide per annos augmentique ſunt tres exeunt 16. $\frac{2}{3}$ dabit igitur primo anno 10. ſecundo 26. $\frac{2}{3}$ tertio 43 $\frac{1}{3}$ quarto 60. & ita intelliguntur æqualia augmenta & non proportionalia & ideo in quæſt. principali dico quod primo anno habebit 20. ſecundo anno 30. tertio anno 40. quarto anno 50. & hoc nota quantum accidit frequenter & ſolutio Fratris Lucæ eſt ridicula etiam neotericis.

20	Primus
30	Secundus
45	Tertius
$67\frac{1}{2}$	Quartus

4
12
36
108
324
972
2916
4372

101 Quidam emit oua 12. tot ſolidis minus de 10. quot eodem pretio emit oua 5. ſolidis minus de 11. hoc eſt ſi prius emit 12. oua 7. ſolidis qui ſunt 3. minus quam 10. eodem pretio emit oua 5. ſolidis 8. qui etiam ſunt 3. minus de 11. pro ſolutione igitur fac per quadrageſimum octauum capitulum pone quod ouum valeat 1. co. ſolidorum igitur 12. oua valent 12. co. ſolidorum detrahe ex 10. ſolidis remanent ſolidi 10. m̃. 12. co. & hæc eſt diff. pretij 12. ouorum à 10. ſolidis deinde dic 5. oua valent 5. co. ſolidorum igitur cum hoc ſit tanto minus de 11. ſolidis quantum eſt illa differentia igitur detrahendo 5. co. ex 11. ſolidis erit hæc differentia æqualis ſuperiori quæ eſt 10. ſolidi m̃. 12. co. habes igitur 11. ſolidos m̃. 5. co. æquales 10. ſolidiſ m̃. 12. co. adde viceuerſa m̃. ad aliam partem fient 11. ſol. p̃. 12. co. æquales 10. ſ. p̃. 5. co. detrahe vnum ex alio & fiet 1. ſ. p̃. 7. co. & hoc debet eſſe nihil igitur 1. ſ. in p̃. debet æquiualere 7. co. in m̃. ita quod ipſa res valet $\frac{1}{7}$ ſ. per capitulum, ſed hoc eſt m̃. id eſt quod qui dat oua cogitur pro ſingulo ouo dare $\frac{1}{7}$ vnius ſolidi qui igitur emit oua 12. habuit cum 12. ouis $\frac{12}{7}$ ſolidi & ita habuit cum ſolidis 10. quos habebat ſolidos 11. $\frac{5}{7}$ & qui emit oua 5. habuit vltra oua $\frac{5}{7}$ ſolidi & quia habebat 11. ſolidos igitur habuit ſolidos 11. $\frac{5}{7}$ vt alter & hæc quæſtio melius ponitur in ſabulo & lapidibus quam in ouis & conuenientius.

11. ſ. m̃. 5. co.
10. ſ. m̃. 5. co.
11. ſ. p̃. 12. co.
10. ſ. p̃. 5. co.
1 ſ. 7. co.

Aliter autem explicatur hæc quæſtio & facilius dicendo hoc modo & eſt idem quidam dedit 12. oua cum pretio tali qui iunctus 10. ſolidis tantum fecit quantum ſi dediſſet oua 5. eodem pretio & iunxiſſet pretium 11. ſolidis, & in his deſideratur ingenium Arithmetici potius quàm ars & perfecta verborum explcatio interrogantis.

Quidam emit 10. oua m̃. ſolidis 2. pro ſolidis 3. m̃. 12. ouis quæritur valor ouorum in ſimilibus adiunge m̃. ad reliquam partem & fient 22. oua valentia ſolidos 5. & ita ouum valet $\frac{5}{22}$ ſolidi & 10. oua valent ſolidos 2. $\frac{3}{11}$ detrahe ſolidos 2. remanent $\frac{3}{11}$ ſolidi vero 3. m̃. 12. ouis ſunt $\frac{3}{11}$ ſolidi. 102

Quod ſi dicat 10. oua m̃. ſolidis 3. æquiualent 12. ouis minus ſolidis 4. in hoc caſu detrahe vnum ex alio & erunt 2. oua æquiualentia ſolido 1. igitur ouum valet $\frac{1}{2}$ ſolidum & 10. oua minus 3. ſolidis valent 2. ſolidos & tantumdem valent 12. oua minus 4. ſolidis.

Oua 10. m̃. ſolidis 3.
Oua 12. m̃. ſolidis 4.
Oua 2. m. ſolido 1.

Quidam emit velutum aureo 1. & aurum contextum aureis 5. & in totum emit pro aureis 100. deinde vendidit velutum aureis 2. aurum contextum aureis 3. & lucratus eſt 2. pro 100. quæritur quantum emit ex vtroque pone quod emerit 1. co. veluti & quia emit aureo 1. igitur emit velutum 1. co. aureorum detrahe ex 100. remanent aurei 100. m̃. 1. co. aureorum & hoc eſt prætium auri contexti, & quia aurum contextum valuit 5. aureos igitur brachia auri contexti fuerunt $\frac{1}{5}$ pretij ſui & pretium fuit aurei 100. m̃. 1. co. igitur brachia auri contexti ſunt 20. m̃. $\frac{1}{5}$ co. habes igitur auri contexti brach. 20. m̃. $\frac{1}{5}$ co. & veluti brach. 1. co. vende velutum pro aureis 2. pro brachio fit 2. co. aureorum vende aurum contextum pro 3. aureis fit 60. aurei m̃. $\frac{3}{5}$ co. iunge pretia veluti & auri contexti fiunt aurei 60. plus 1. $\frac{2}{5}$ co. & hoc æquatur 102. nam ille eo quod lucratur 2. pro 100. facit ex 100. aureis 102. aureos igitur detrahe 60. ex 102. remanent 42. diuide per 1 $\frac{2}{5}$ exit 30. & hic eſt valor rei emit igitur veluti br. 30. & auri contexti br. 14. 103

Quidam

104 Quidam exburſauit ſolidos 10.& emit ficus ex quibus vendidit 300. dando 5.minus pro ſolido quam habuerat & ficus qui ſuperfuerunt cum ſolidis 300. ficuum venditorum iuncti in numero fuerunt 100.

Quæritur pretium ficuum & quot ficus ſuperfuerunt pone quod habuerit 1 co. ficuum pro ſolido igitur pro ſolidis 10.habuit 10 co.ficuum & quia vendidit 300.& dabat 5.m̃.quam habuiſſet & habuerat. 5.m̃.quam receperat & receperat 1 co.ficuum pro ſolido igitur dedit 1 co. m̃. 5. ficuum pro ſolido diuide 300. per 1 co.m̃. 5.exit $\frac{300}{1\ co.\ m\tilde{e}.\ 5.}$ & hi erunt ſolidi & quia vendidit 300.ficus & habebat 10 co. ficuum igitur remanſerunt ei ficus 10 co.m̃.300. & hoc cum ſolidis qui ſunt $\frac{300}{1\ co.\ m\tilde{e}.\ 5.}$ æquatur 100.vt proponit thema reduc ad integra multiplicando per 1 co. m̃. 5. fient 300. p̃. 10 ce. m̃. 350 co. p̃. 1500. æqualia 100 co. m̃. 500. reduc ad vnum cenſum & detrahe detrahenda fient 1 ce. p̃. 230. æqualia 45 co. igitur res valet 22 $\frac{1}{2}$ p̃. R. 276$\frac{1}{4}$ & tot ficus habuit pro ſolido.

105 Quidam vendidit br.10. veluti pro quadam quantitate aureorum deinde eodem pretio exburſauit aureos 15.emens velutum & fuit quantitas aureorum pretij 10. brachiorum quæ ſuperfuit exburſatis 15. aureis diuiſa per quantitatem brachiorum veluti empti 15. aureis 1$\frac{1}{15}$ quam facta diuiſione conuerſa ideſt, diuiſis br. veluti empti pro 15.aureis per aureos qui ſuperfuerunt exburſationi 15.aureorum de pretio 10.br.veluti venditorum quæritur igitur valor veluti.

Circa hanc nota hanc regulam Fratris Lucæ notabilẽ quod cum volueris inuenire duos numeros ex quorum diuiſione maioris per minorem proueniat 1$\frac{1}{15}$ gratia exempli plus quam ex diuiſione minoris per maiorem : tunc diuide illud plus quod eſt 1$\frac{1}{2}$ & fit $\frac{3}{4}$ quadra fit $\frac{9}{16}$ adde ei vnitatem ſemper pro regula fit $\frac{25}{16}$ huius R. quæ eſt 1$\frac{1}{4}$ m̃.$\frac{3}{4}$ quod eſt medium differentiæ eſt minor quantitas & alia erit 1$\frac{1}{4}$ p̃.$\frac{3}{4}$ vna erit igitur $\frac{1}{2}$ alia 2. id eſt quod maior habebit duplam proportionem ad minorem, & minor ſubduplam : dicemus igitur quod illi numeri erunt in proportione dupla & $\frac{1}{2}$ & 2. erunt numeri reſiduantes 1$\frac{1}{2}$.

Ex hac faciliter ſoluitur quæſtio diuide igitur per regulam 1$\frac{1}{15}$ fit $\frac{8}{15}$ duc in ſe fit $\frac{64}{225}$ adde vnitatem fit 1$\frac{64}{225}$ accipe radicem quæ eſt 1$\frac{2}{15}$ cui adde dimidium quod fuit $\frac{8}{15}$ fit 1$\frac{2}{3}$ & ita dicemus quod numerus aureorum ſuperfluentium ad brachia eſt in proportione 1$\frac{2}{3}$ ad 1.hoc cognito pone quod vendiderit velutum 1 co. aureorum pro brachio igitur vendidit 10 co. aureorum quare cum emerit velutum pro 15.aureis eodem pretio igitur ſi 1 co.aureorum valet 1 brach.veluti quid valebunt 15.aurei & valebunt $\frac{15.\ bra.}{1\ co.}$ & tot brachia habebit & quia ſupponitur ipſum habuiſſe 10 co. aureorum & exburſauit 15. aureos igitur remanſerunt ei 10 co. m̃. 15. & hoc debet eſſe in proportione 1$\frac{2}{3}$ ad 1. cum illo fracto videlicet $\frac{15.\ bra.}{1\ co.}$ quare multiplica $\frac{15.\ bra.}{1\ co.}$ per 1$\frac{2}{3}$ fit $\frac{25.\ bra.}{1\ co.}$ & hoc æquatur 10 co. m̃. 15. multiplica partes per 1 co.& habebis 25.æqualia 10 ce.m̃.15 co. quare 10 co. quare 10 ce.æquatur 25.p̃.15 co.& 1 ce.æquabitur 2$\frac{1}{2}$ p̃.1$\frac{1}{2}$ co. igitur res valet R.$\frac{49}{16}$ p̃.$\frac{3}{4}$ quod eſt dicere 2.$\frac{1}{2}$ & tantum valuit velutum pro brachio videlicet aureos 2$\frac{1}{2}$.

Quidam ſtante ſtatuto Mediolani vt in 106
octuageſimaſeptima quæſtione reliquit vxori vſumfructum medietatis omnium bonorum quæritur in quot annis extinguetur hic vſusfructus ſcias quod ſtante ſuppoſito redditus ad 5.pro 100.in toto vſufructu extingueretur vt dictum eſt in annis 5. & menſibus 10.diebus 27. & parte illa verum quia fructus non colliguntur niſi in capite anni ideò melius eſt dicere quod habebit vſumfructum 5. annorum & [illegible] ſexti anni & eſt quaſi ſed quia legiſtæ Mediolanenſes habentes conſiderationem quod fructus non ſunt æquales nec communiter attingunt ad 5. pro 100.ideo penſitatis omnibus reduxerunt terminationem vſusfructus ad 7. annos ita quod habent in communi vſu vt in 7. annis completis bona redeant ad hæredes.

Eſt etiam aliud ſciendum quod quantum ſtatuta ſunt ſtricti iuris & lex ſemper fauet iuri communi ideò licet tota hæreditas non gaudere intellgatur fructibus ad 5. pro 100. vt apparet ex illorum obſeruatione attamen quarta vxoris gaudet vſufructu ad 5. pro 100. quæritur igitur his ſtantibus primo vſusfructus hæreditatis ad quantum pro 100. dicitur ſtare ſuppoſito quod finiatur in 7.annis quarta vxoris trahente ad 5.pro 100.

Sic facito poſſe quod quarta pars capitalis ſit 1600000000 & prouentus totius capitalis ſit 1600000000 co. igitur prouentus quartæ erit $\frac{1}{4}$ totius adde ad quartam fiet 1680000000. à quo detrahe redditum primi anni & eſt vt dictum eſt igitur primo anno relinquetur creditum vxoris 1680000000. m̃. 1600000000 co.promerere ſecundo anno hoc ad 5. pro 100. & fiet totũ 1764000000. m̃.1680000000 co.& ita ſubduces prouentum totius hæreditatis & reſiduum vbi inſcribitur ſecundus annus eſt creditum mulieris & ita in 7. annis cum tunc nihil debeat habere æquabuntur infrà ſcripta 22513606762$\frac{1}{2}$ & 130272135250 co. quare integrando fient 45027213535.æqualia 260544270500 co. quare ſchiſando fient 9005442707.æqualia 52108854100 co. igitur res valet [illegible] & quia capitale ſupponitur 6400000000. quia quarta pars ſupponitur 1600000000. ideo cum ex capitali trahat 1600000000 co. trahit igitur $\frac{1}{4}$ in numero dele co. quare ex 100. trahet etiam $\frac{1}{4}$ in numero de co. trahet igitur 25 co. vel ſi non intelligis dic ſi ex 6400000000. trahuntur 1600000000 co. quod trahetur ex 100. & inuenies quod redditus erit 25 co. & quia 1 co.valet [illegible] multiplica hoc per 25. & fiet 4[illegible] pro 100. dicemus igitur quod vſus interpretantium ſtatutum quod vſusfructus extinguatur in 7. annis, præſupponnit quod fructus hæreditatis reſpondeant ad ratio-

Quarta pars	1600000000
Prouentus quartæ	80000000
Aggrega.	1680000000
Prouentus her.	1600000000 co.
Primus annus	1680000000
m̄. 1600000000 co.	
Prouentus quartæ	84000000
m̄. 80000000 co.	
Aggrega.	1764000000
m̄. 1680000000 co.	
Prouentus her.	
m̄. 1600000000 co.	
Secundus annus	1764000000
m̄. 3280000000 co.	
Prouentus quartæ	88200000
m̄. 164000000 co.	
Aggrega.	1852200000
m̄. 3444000000 co.	
Prouentus her.	
m̄. 1600000000 co.	
Tertius annus	1852200000
m̄. 5044000000 co.	
Prouentus quartæ	92610000
m̄. 252200000 co.	
Aggrega.	1944810000
m̄. 5296200000 co.	
Prouentus her.	
m̄. 1600000000 co.	
Quartus annus	1944810000
m̄. 6896200000 co.	
Prouentus quartæ	97240500
m̄. 344810000 co.	
Aggrega.	2042050500
m̄. 7241010000 co.	
Prouentus her.	
m̄. 1600000000 co.	
Quintus annus	2042050500
m̄. 8841010000 co.	
Prouentus quartæ	102102525 0
m̄. 442050500 co.	
Aggrega.	2144153025 0
m̄. 9283060500 co.	
Prouentus her.	
m̄. 1600000000 co.	
Sextus annus	2144153025 0
m̄. 10883060500 co.	
Prouentus quartæ	107207651 $2\frac{1}{2}$
m̄. 544153025 0 co.	
Aggrega.	225136067 $62\frac{1}{2}$
m̄. 114272135250 co.	
Prouentus her.	
m̄. 1600000000 co.	
Septimus annus	225136067 $62\frac{1}{2}$
m̄. 130272135250 co.	

nem $4\frac{648026051}{1084154164}$ pro 100. ſiue approximando $4\frac{8}{25}$ pro 100. muliere trahente ad 5. pro 100. ex ſua quarta.

Hoc viſo venio ad quæſtionem principalem & dico quod ſi hæreditas præſupponitur reddere $4\frac{8}{25}$ pro 100. igitur pro 10000. reddet 432. & quarta reddit 5. pro 100. igitur pro 2500. qui ſunt quarta pars de 10000 reddet 125. & quia ipſa gaudet tantum medietate quæ eſt 5000. trahet tantum 216. ſingulo anno ponemus igitur quartam 2500000000000. & redditum quartæ 125000000000. & redditum medietatis hæreditatis 216000000000. & perficiemus quæſtionem per modum 87. quæſtionis præciſè & inueniemus quod finietur talis vſusfructus in annis $17\frac{1}{11}$ fere & tunc illa medietas quam poſſidebat mulier etiam redibit ad hæredes.

Fac de 5. & 6. quatuor quantitates conti- 107
nuè proportionales ita quod 5. diuidatur in primam & tertiam & 6. in ſecundam & quartam, hanc ſoluit & bene Frater Lucas per poſitionem, ſed longe melius & pulchrius ſoluitur per regulam quia, vt aliàs dixi, regula non impedit poſitionem, ſed benè poſitio poſitioni impedimento eſt. Fac igitur ſic quadra 6. fit 36. quadra 5. fit 25. diuide 36. per 25. exit $\frac{11}{25}$ huic adde 1. pro regula fit $2\frac{11}{25}$ diuide 5. per $2\frac{11}{25}$ exit $2\frac{3}{61}$ & hæc eſt minor pars tertia erit reſiduum de 5. videlicet $2\frac{58}{61}$ & ſimiliter diuide 6. per $2\frac{11}{25}$ exit $2\frac{28}{61}$ & hæc erit ſecunda pars & quarta erit reſiduum ad 6. videlicet $3\frac{33}{61}$ & cauſa ex qua ego inueni regulam eſt quoniam aggregatum primæ & tertiæ eſt talis pars aggregati ſecundæ & quartæ qualis eſt prima ſecundæ ex coniuncta proportionalitate igitur prima eſt talis pars tertiæ qualis eſt aggregatum primæ & tertiæ aggregati ſecundæ & quartæ duplicata, igitur diuidendo illa aggregata per proportiones duplicatas exiſtentes inter ipſa aggregata exibunt partes, ſed diuidere per proportiones duplicatas non eſt niſi diuidere per proportionem quadratorum vt in 51. capitulo regula duodecima proportio autem quorumlibet numerorum inuicem eſt. Veluti eius quod exit diuiſo vno per alterum ad vnitatem, igitur per regulam 3. multiplicato numero per vnitatem & diuiſo per illud adueniens diuiſionis quadratorum p̄. 1. prouenient partes ſed multiplicare per 1. nihil addit vel minuit igitur ſufficit diuidere numerum per adueniens vnitate addita, additur autem vnitas per regulam ſocietatum nam in vtroque quæruntur partes per aggregatum.

Fac ex 5. & 6. quatuor quantitates conti- 108
nuè proportionales ita quod prima & ſecunda aggregent 5. & tertia & quarta aggregent 6. has ſoluit Frater Lucas per poſitionem, melius autem ſoluuntur per regulam diuide 6. per 5. exit $1\frac{1}{5}$ accipe ℞. eius quæ eſt ℞. $1\frac{1}{5}$ adde vnitatem pro regula & fit ℞. $2\frac{1}{5}$ p̄. 1. diuide 5. & 6. per ℞. $1\frac{1}{5}$ p̄. 1. & habebis partes primam ℞. 750. m̄. 25. ſecundam 30. m̄. ℞. 750. tertiam ℞. 1080. m̄. 30. quartam 36. m̄. ℞. 1080. ſoluitur etiam ex trigeſima regula 51. capituli.

Inuenias quatuor numeros continuè 109
propotionales quorum productum primi in tertium ſit 5. & productum ſecundi in quartum ſit 10. dico quod tales numeri neceſſario erunt in proportione ℞. 2. quæ aduenit diuidendo 10. per 5. & ſi prouenisset 3. eſſent in proportione ℞. 3. & ſimiliter idem eſt præciſe ſi dicat quod quadrata primæ

&

& tertiæ iuncta faciant 5. & ſecundæ & quartæ quadrata iuncta faciant 10. dico quod tales numeri erunt in proportione ℞. 2. vt prius diuidendo vnum per alterum, quod ſi dicat quod quadrata primæ & ſecundæ aggregent 5. & quadrata tertiæ & quartæ 10. vel quod prima in ſecundam faciat 5. & tertia in quartam faciat 10. dico quod in vtroque caſu debes diuidere 10. maiorem per 5. minorem exit 2. & eius ℞. ℞. eſt proportio talium numerorum & hoc eſt vniuerſale.

Ex hoc ſequitur quod ſi aliquis vltra hoc adiiciat conditionem quod illa conditio aut eſt neceſſaria aut eſt impoſſibiiis ideò habeatur pro non poſita, ſecundo ſequitur quod proportio productorum quartæ in tertiam ad productum ſecundæ in primam eſt veluti agregati quadratorum quartæ & tertiæ ad agregatum quadratorum ſecundæ & primæ ita dico de quarta & ſecunda reſpectu tertiæ & primæ.

Proponatur igitur exemplum tale inuenias 4. numeros continue proportionales quorum productum ex tertia in quartam ſit 10. & productum ſecundæ in primam ſit 5 igitur per antedicta erit proportio talium numerorum vt ℞. ℞. 2. ad 1. pone igitur quod primus numerus ſit 1. co. igitur ſecundus erit co. ℞. ℞. 2. & quia vnus in alterum ductus facit 5. multiplica 1. co. in co. ℞. ℞. 2. quadrabis vtrumque fiet primo 1. ce. ce. & ce. ce. 2. duc vnum in alterum fiunt 2. ce. ce. ce. huius ℞. ℞. eſt æqualis 5. igitur duc etiam bis 5. in ſe fiet primo 25. deinde 625. & hoc æquatur 2. ce. ce. ce. igitur reduc ad 1. ce. ce. ce. fit 1. ce. ce. ce. æquans 312. $\frac{1}{2}$ igitur res valet accipiendo ℞. ter de 1. ce. ce. ce. primo fit 1. ce. ce. deinde 1. ce. deinde 1. co. igitur 1. co. valet ℞. ℞. ℞. 312. $\frac{1}{2}$ & hæc eſt prima quantitas deinde quia ex hac in ſecundam fit 5. igitur diuiſo 5. per hanc exibit ſecunda, quadrabis igitur ter 5. & fiet quadratum 625. quod diuiſum per 312 $\frac{1}{2}$ exit 1250. & ℞. ℞. ℞. 1250. eſt ſecunda quantitas & ita facies poſitionem de duabus aliis ob facilitatem & inuenies quod tertia quantitas eſt ℞. ℞. ℞. 5000. & quarta eſt ℞. ℞. ℞. 20000. & ita ſi quæſtio proponeretur de 6. quantitatibus quarum tres primæ deberent inuicem multiplicatæ facere 5. & aliæ 10. dices quod proportio illa ideſt inter primam & ſecundam & tertiam & ita de reliquis eſt ℞. cu. 2. & ita de aliis & ſecunda quantitas erit ℞. cu. 5. & quinta quantitas ℞. cu. 10. & ita inuenies alias & hæc quæſtio eſt valde vtilis ad faciendas feneſtras mirabili artificio ita quod latera & ſuperficies erunt in continua proportionalitate.

10 Inuenias tres numeros continuè proportionales quorum primi & ſecundi quadratum æquentur quadrato tertiæ & productum primæ in ſecundam ſit 10. talis quæſtio poteſt ſolui per modum octuageſimæ nam inuenies proportionem inter numeros & tali proportioni addes 1. & diuides 10. per tale aggregatum per centeſimam ſeptimam quæſtionem ſed leuius ſoluitur per algebra vt à Fratre Luca pone primam partem 1. co. & quia ex prima in ſecundam fit 10. igitur ſecunda erit $\frac{10}{1\ co.}$ igitur quia tertia eſt in continua proportionalitate ipſa erit multiplicando $\frac{10}{1\ co.}$ in ſe & diuidendo per 1. co. fiet $\frac{100}{1\ cu.}$ habes igitur primam ſecundam & tertiam quantitatem & quia quadratum primæ & ſecundæ æquantur quadrato tertiæ quadra omnia fient vt vides erunt igitur 1. ce. p̄.

Prima.	Secunda.	Tertia.
1 co.	$\frac{10}{1\ co}$	$\frac{100}{1\ cu.}$
1 ce.	$\frac{100}{1\ ce.}$	$\frac{10000}{cu.cen.}$

$\frac{100}{1\ ce.}$ æqualia $\frac{10000}{1\ cu.ce.}$ integras partes ducendo per 1. cu. cen. fient 10000. æqualia 1. ce. ce. ce. p̄. 100. ce. ce. quare per quinquageſimum capitulum quia numerus & ce. ce. & ce. ce. ce. ſunt continue proportionalia per quintam igitur regulam quinquageſimi capituli diuide 100. ce. ce. fit 50. quadra fit 2500. adde ad 10000. fit 12500. à radice 12500. detrahe 50. fit ℞. 12500. m̄. 50. & huius ℞. ℞. V. eſt valor rei ideſt prima quantitas erit igitur ipſa prima quantitas ℞. ℞. V. ℞. 12500. m̄. 50. alias partes poteris inuenire diuidendo 10. per hanc primam exibit ſed longe facilius fit iterando poſitionem & ponendo ſecundam quantitatem 1. co. & prima erit $\frac{10}{1\ co.}$ & tertia erit $\frac{1}{10}$ cu. nam multiplicando ſecundam in ſe fit 1. ce. diuidendo per $\frac{10}{co.}$ ſemper multiplica denominatorem in diuidendum ideſt 1. co. in 1. ce. fit 1. cu. hoc diuide per numeratorem fit $\frac{1}{10}$ cu. vel ſic $\frac{1\ cu.}{10}$ in reliquis procede & inuenies.

Quæritur quantum ex Platonis opinione mundus durabit & quæ erunt eius viciſſitudines. 111

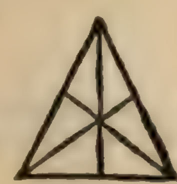
Reſpondeo apud eum triplicem mundi quantum, ad menſuram conſtitutionem intelligi, altera ſecundum quantitatem continuam altera ſecundum diſcretam vltima ſecundum harmonicam conſonantiam.

Accipit autem hoc tanquam ſuppoſitum ex minimis conſtare vt pote à ſapientiſſimo conditum & perfectiſſimis vt potentiſſimo ita nihil deſficiet aut erit ſuperfluum.

Conſtitutio autem animæ prout corporum eſt ſunt autem corpora 5. naturalia elementa 4 & cælũ totidem autem corpora ſunt regularia quibus terræ cubus tanquam ſolidiſſima & minime mobilis ſolidiſſimo & firmiſſimo corpori tribuitur duodecedron cælo vtpote quod 12. ſigna contineat 12. pentagonorum inſtar ſpecie, piramidem igni Vtpote maxime ſubtilem acutam & penetrantem mobilemque non quidem loco velut ignis ſed tanquam leuiorem nam æquali ambitu 5. corporum pyramis leuiſſima eſt minus corporis continens, octocedron autem aëri quoniam medio modo atque aliqua ſpecie pyramidi perſimilior eſt quæ igni dicatur, ycocedron autem 20. baſium figuram atque vt quaſi maxime mobilem & labilem non leuitate ſed forma dicauit.

Horum autem conſtitutio ex trigonis eſt inter quos ſolum ortogonium recipit vtpote quod potentiali æqualitate conſtet ob

lateris angulum rectum reſpicientis potentiam, ortogoniorum autem genera duo ſunt aut quod duo latera habet æqualia & Iſocelem vocat ex vi nominis, aut omnia latera habet inæqualia quod ſcalenum appellat; his igitur dimetitur corporum ambitiuum prout vnum quodque corpus in vniuerſa ſuperficie poteſt in trigonos diſtribui, circa quod ſciendum eſt vt in præſenti figura patet vnumquemque trigonum non orthogonium in ſex ortogonios reſolui cum igitur pyramis contineat 4. trigonos continebit 24. ortogonios, octocedron quantum continet



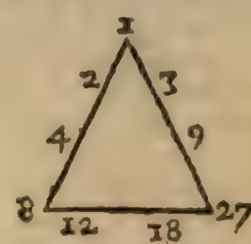
8. trigonos æquilateros continebit 48. ortogonios. Icocedron quantum 20. trigonos continet habebit 120. ortogonios cubi autem ſuperficies in 4. trigonos ortogonios & duorum laterum æqualium diſtribuitur quare in 24. trigonos partietur, duodecedron autem ex omni ſuperficie in 5. trigonos non ortogonios ſed bene duorum laterum æqualium diuiditur æquales quæ inuicem hoc enim ſupponitur in omni diuiſione vt areæ trigonorum partialium inuicem ſint æquales.

Cum igitur vnuſquiſque ex his trigonis in 6. ortogonios licet non omnino æquales diuidatur erunt in omni pentagono 30. ortogonij trigoni quare in duodecedro 360.

Pyramis	24
Octocedron	48
Cubus	24
Icocedron	120
Duocedron	360

erunt trigoni ortogonij, ad inſtar graduum ob quod etiam duodecedrum cælo configuratum eſt ſumma igitur horum trigonorum eſt 576. eſtque hic numerus tanquam mundi anima cuius radix eſt 24. qui numerus terre pro infimis igni pro ſupremis tribuitur tot enim trigonis & piramis & cubus eſt ſed quia vt dictum eſt cubi trigoni yſoceles ſunt ideo etiam conuenientius vim fundamenti ſumpſerunt quamobrem erit vniuerſi terra quæ cubo repræſentatur tanquam fundamentum vnde etiam à theologis ſcabellum pedum Dei ab Aſtrologis mundi centrum à Philoſophis medium appellatur, erit igitur quod ad elementa continue quantitatis attinet mundi anima 576. ac eius radix 24. quia ex illis tanta proportione conſtitutus eſt vt nec maximus liber horum numerorum admirabiles proprietates capere poſſet, eſt autem & in compoſitione numeri partium qui narij perfectio quantum hic dimidius eſt denarij profectiſſimi atque in eo, & naturæ & dimenſionis partes ac principia compleuiſſe Videtur.

Porrò quod ad diſcretum attinet genus ex minimis perfectiſſimiſque componitur porro inter minimas Figuras triangulus eſt inter numeros vnitas duplam igitur ex vno latere conſtituc proportionem vtpote minimam paremque & triplam ex altero minimam imparem ſi igitur quatuor terminos vtrinque perfeceris fient ex dupla 1. 2. 4. 8. ex tripla 1. 3. 9. 27. in quibus præter cætera tres perfectiones maximè continentur Prima eſt quantum vtrinque quaternario numeri conſtant qui numerus eſt perfectiſſimus tùm quia eius progreſſione denarius perficitur tum quia elementa quatuor ſunt & totidem primæ qualitates quadrata enim propoſitio temperatior eſt nec diſpar nec nimis contracta nec exuperans nam ſolus 4. ex ſuis medietatibus producitur nam 2. in 2. faciunt 4. & 2. cum 2. faciunt 4.



& hoc nulli alteri ex omni infinita numerorum ſerie conuenit igitur termini perfecti ſunt eſt & perfectio agregatinam ſeptenarium omnes implent 1. 2. 4. 8. 3. 9. 27. verum ſeptenarius ipſe perfectus eſt numerumque refert Planetarum ita etiam ſacer apud leges eſt hic numerus & fauſtus ſed tertiæ perfectio impletur exactis quatuor dimenſionum principiis vnitate quæ punctum quaſi indiuiſibilem refert dualitate quæ lineam cuius termini ſunt duo puncta de recta loquor & quaternario qui quadratum & ſuperficiem Et octonario qui cubum refert quantum tot ſolidis angulis conſtat idem & in ſerie imparium ternarius lineam nouenarius ſuperficiem 27. cubum ſignificat porrò inter 27. & 8. continuè proportionalia cadunt 12. & 18. vt ita trigonus vndequaque conſtet ex numeris continuè proportionalibus cuius tres apices omnes quaſi firmiores ſolidi ſunt 1. 8. 27. tota etiam ipſa baſis ſolida eſt nam 8. 12. 18. 27. omnes ſolidi ſunt igitur conſtat hic nihil niſi apprimè perfectum eſſe omnes autem numeri nouenarium aggregant vt triplicata triplex perfectio videretur nouem, igitur numeros 9. Sphæræ Cœleſtes coæquare videntur quòd tamen Platoni defuit cuius tempore tantum octo cognitæ fuerant ſic igitur mundi anima hoc perfectiſſimo trigono erit conſtituta cum igitur duxeris numeros vnius lateris fient 64. ex alio aut. 719. ex tertio latere 46656. quo perfecto numero non 36000. vt plato exiſtimabat mundus finem accipiet expleta baſis poteſtate, ducto enim 27. in 18. & producto in 12. & reliquo in 8. fiet numerus reuolutionis ſtellarum 46656. licet Alphonſus ob motus tarditatem 49000. annos crediderit in 46656. igitur annis mundus ab initio ſecundum hanc Platonis conſtitutionem finem habebit, porro mutationes totidem quot in ſingulis firmas quidem & fixas in cubis inferiorum videlicet maximam in 19683. annis qui eſt cubus 27. mediocrem in 5832. annis quod ſpatium cataclisma

aut

aut magna orbis deſolationes oſtendit. Cubus autem 12. minorem mutationem declarat in qua leges finiuntur aut reformantur ex toto & eſt in 1728. minime autem mutationes finiunt principatus & lineas dominantium & ſunt in 512. annis qui eſt cubus 8.porro alia latera nec ſuâ virtute carent ſed cubis & quadratis diſtinguntur.nam 81. qui eſt quadratus de 9. vitam & fortitudinem hominis terminat,iuxta illud dies noſtri ad plurimum octoginta cubus autem eius mutationes regionum oſtendit, ita tan-

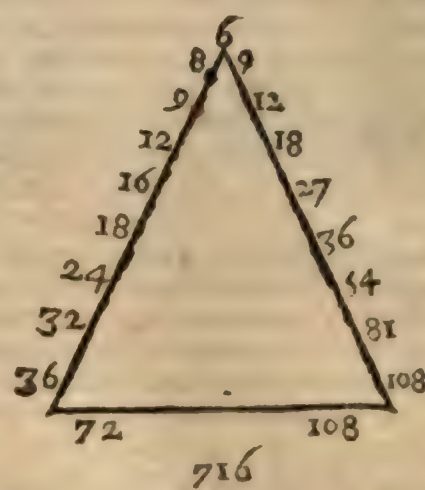
Simplices ,	Quadrati ,	Cubi ,
1	1	1
2 3	4 9	8 27
4 9	16 81	64 729
8 27	64 729	512 19683
1	64	512
12	144	1728
18	324	5832
27	729	19683
Anima ,	Mundi ,	Finis.
84		46656

dem ne prolixior ſim quam deceat vltima & breuiſſima mutatio ad 1.qui eſt cubus ſuimet terminatur , annua enim ſolis reuerſione cuncta reuiuiſcunt aut flaceſcunt , erunt igitur numeri conſideratione digni 27. nouem ſimplices nouem quadrati & nouem cubi verum licet ordinum diuerſorum aliqui ſimul conniueant manet tamen ſolida numerorum ſeries, atque multitudo diſtribuemus igitur eos in tres ordines tribus quaternatiis omnino diſtinctos, vt vides ac ordine directo ſibi inſeruientes , colliges autem & mundi animam ex priorum 9 coacervatione numerorúmque erit 84.& numerum quendam ex omnium multiplicatione prodeuntem in quo nihil prioris ſæculi tanquam omnino non fuiſſet relinquetur & hic eſt. 46656.

Planetarum autem circuitus in imparium latere conſtat. Nam primo numero qui eſt 1. circuitus Solis , Veneris , & Mercurij conſtat ſingulis enim annis reuertuntur. Mars autem ſecundum locum poſſidet,nam tertio anno reuertitur.Porro ſi addas 3. ad 9. qui tertio loco eſt Iouis curſus conficitur qui in duodecimo anno perficitur. Adde 3. etiam ad 27.fit 30. qui eſt annus in quo Saturnus ad locum ſuum reuertitur. Sed ſi 1. & 27.iungantur Lunæ perficitur Curſus 28. enim diebus Luna ad locum eundem retrocedit eſt igitur motus Iouis pronicha productio minor de 3. quæ eſt 12.Saturni pronicha media quæ eſt 30.mundi anima pronicha maior productio quæ eſt 84.provt in quinquageſimoprimo capitulo exemplificauimus.

Verum id in quo Senarium numerum principem conſtituit ac per 8. & 27. deducto extrema diſponit 48.& 162.ad muſicam pertinet conſonantiam. Vnde interualla per voces replet exoritur enim muſica proportionalitas vt viſum eſt tum ex Geometrica tum Arithmetica proportionalitate.

Verum nec illud prætereundum erit 46656.quadratum eſſe cubi. 6. cum iterum 216.cubum 6.in 46656. duxeris tunc fiet completus omnium ſæculorum ordo atque ad priſtinum cuncta redibunt aut denuò mundus generabitur aut omnino interibit poſito fine viciſſitudinis , nam tunc cubus cubi 6.perfectiſſimi numeri ac primi ab vnitate mundumqué hunc referentis abſolutus erit.



Tertius autem ordo quo mundi anima conſtat ex omnibus numeris conſonantibus perficitur per 6. facta priorum multiplicatione in hoc mundi anima harmonicè conſiſtit,nam & tonus & diateſſaron & diapente & diapaſon quatergeminatum inuenitur fundamento , Arithmeticè conſiſtente in proportionalitate continua vndequaque autem denarius perficitur vocum , vnde interualla nouem. Porrò aggregatum ipſum erit 716. anima eadem igitur Harmonicè eſt 716.Geometricè 576.Arithmeticè 84.

Inuenias quatuor quantitates continuè proportionales quarum prima ducta in ſecundam & productum in tertiam & productum in quartam faciat 81. & ex producto primæ in ſecundam fiat 6. tunc regula eſt quia tu ſcis quod productum primæ in ſecundam & in tertiam & in quartam eſt æquale quadrato producti ſecundæ in tertiam igitur productum ſecundæ in tertiam eſt 9. quod eſt ℞. 81. & iam productum ſecundæ in primam eſt 6. igitur talium quantitatum videlicet tertiæ & primæ eſt proportio veluti 9.ad 6.per vigeſimam octauam regulam quadrageſimiſecundi capituli & quia ſecunda eſt medio modo proportionalis igitur ſecunda erit veluti ℞.54. multiplicando 9.in 6.fit 54. & quia ex ſecunda in primam fit 6.accipias igitur primam 6 co. & ſecunda erit co. ℞. 54. multiplica inuicem fiunt ce. ℞.1944 & hoc eſt æquale 6.igitur diuide 6.per ℞.1944.exeunt ℞.$\frac{1}{54}$ & hic eſt valor cenſus & ideo la co. valet ℞℞.$\frac{1}{54}$ & quia poſui 6 co. in poſitione igitur prima quantitas eſt ℞℞. 24. & quia ex prima in ſecundam fit. 6. igitur diuiſo 6. per ℞. ℞. 24.exit ℞℞. 54. & tertia erit diuiſo. 9.per ℞.℞. 54. ℞℞. 121$\frac{1}{2}$ & ita inuenies quartum. 112

Inuenias quatuor numeros continue proportionales quorum primus in ſecundum ductus deinde productum in tertium & iterum productum in quartum faciat 64. & primus cum quarto faciat iunctus 9. tu ſcis 113

ex præcedente regula quod tale productum æquatur quadrato producti ſecundæ in tertiam vel primæ in quartam, nam hæc ſunt æqualia igitur productum primæ in quartam eſt ℞.64.igitur diuide 9. aggregatum primæ & quartæ in duas partes ex quarũ multiplicatione producatur 8. & hoc fiet per centeſimam regulam quadrageſimiſecundi capituli inuenta autem prima & quarta habebis ſecundam & tertiam quantitatem per decimamſextam regulam 51.capituli licet Frater Lucas in tali quæſtione magnum laborem exigat quia caruit hac decimaſexta regula quinquageſimi primi capituli quam nos inuenimus & coactus eſt operari per Algebra.

114 Inuenias numerum qui diuidi poſſit in duas partes quarum differentia ſit 7. & quadrata iuncta partium ſint 169. dico ſimilis proponitur in rectangulis à Fratre Luca & ſoluitur magno negotio, ſed hoc modo ſeruit quæſtio etiam rectangulis pone igitur quod vna pars ſit 1 co. alia erit 1 co. p̃. 7. quadra ſeorſum fiunt 1 ce.& 1 ce.p̃.14 co.p̃.49.æqualia 169.igitur 2 ce.p̃.14 co.p̃.49.æquantur 169.& ideo 2 ce.p̃.14.co.æquantur 120. quare 1 ce.p̃.7 co.æquabitur 60. quare res valet ℞.$72\frac{1}{4}$ m̃.$3\frac{1}{2}$ id eſt 5. & hæc eſt minor pars & maior igitur erit 12. quia eſt 7.p̃.& non meruit hæc quæſtio poni in hoc libro niſi quia Frater Lucas facit eam in Figura confuſam.

115 Fac ex 10. quatuor quantitates continuè proportionales ita quod aggregatum primæ & ſecundæ in aggregatum tertiæ & quartæ multiplicatum faciat 16.tu ſcis pro regula quod productũ aggregati primæ & ſecundæ in aggregatum tertiæ & quartæ eſt æquale quadrato aggregati ſecundæ & tertiæ igitur quadratum aggregati ſecundæ & tertiæ eſt 16.igitur tale aggregatum eſt 4.igitur cum omnes iunctæ ſint 10. erit aggregatum primæ & quartæ 6.quare per decimamtertiam regulam 51. capituli erit ſecunda quantitas $1\frac{1}{3}$ tertia $2\frac{2}{3}$ igitur prima erit $\frac{2}{3}$ & quarta erit $5\frac{1}{3}$.

116 Quidam miſcuit vnc.1. medicinæ calidæ in tertio gradu & medicinam vnc.3.calidam in primo gradu & medicinam vnc.4. frigidam in ſecundo gradu & medicinam vnc.5. calidam in ſecundo gradu & vnc.2.medicinæ temperatæ, & medicinæ frigidæ in quarto gradu vnc. 1. & medicinæ frigidæ in primo vnc. 13. & fermentatæ ſunt & ita quod eſt facta vna complexio ex eis quæritur in quo gradu caliditatis vel frigiditatis erit hæc Medicina.

Vnc.	1	Calid. tertio
Vnc.	3	Calid. primo
Vnc.	5	Calid. ſecundo
Vnc.	2	Calid. quarto
Vnc.	2	*Temperata*
Vnc.	4	frigid. ſecundo
Vnc.	1	frigid. quarto
Vnc.	13	frigid. primo

Scias quod quæſtio hæc Phyſica eſt & principium eius ad Medicum pertinet & in hoc diſcordant, alia enim eſt opinio Galeni alia Auerrois alia Alchindi Medici qui fecit de proportionibus inter 6. quantitates vt in capitulo quadrageſimoſexto dictum eſt poſitis autem principiis tunc ſolutio pertinet ad Arithmeticum.

Secundum poſitionem igitur Alchindi quia ipſa ponit quod primus gradus ſit duplus temperamento, & ſecundus primo, & tertius ſecundo, & quartus tertio eſſet quartus gradus ſex decuplus medicinæ temperatæ, deinde admiſcet in temperamento dimidium frigidi, & dimidium calidi, & in primo gradu caliditatis dimidium frigidi & duo dimidia calidi, idest vt facilius intelligas in primo temperamento eſt gradus vnus caliditatis & alius frigiditatis. In primo gradu eſt vnus frigiditatis & duo caliditatis. In ſecundo gradu eſt vnus frigiditatis & 4. caliditatis. In tertio gradu eſt vnus frigiditatis & 8.caliditatis. Et in quarto eſt vnus frigiditatis & 16. caliditatis vt vides & hæc poſitio vltra id quod eſt falſa eſt etiam con-

	Frigid.	Calidit.
Temperata	1	1
Calida in primo	1	2
Calida in ſecundo	1	4
Calida in tertio	1	8
Calida in quarto	1	16

fuſa in additione ſimplicium quia prouenit error neceſſario in hoc tamen modo oportet vt multiplices pondera per virtutes, nam licet non conſequatur virtus pondus medicinæ eſt tamen pondus proximius ad declarandum virtutem quam magnitudo & etiam ſi ſcias veram virtutem applica eam diſtinguendo pondus veluti ſi vncia Sandalorum æquiualet duabus vnciis mellis dato quod mel ſit æquè calidum vt ſandali frigidi. Rediges pondera ad virtutem & ita loco vnius vnciæ mellis & vnius vnciæ ſandali ſcribes mellis vnciam mediam ſandalorum vnciam vnam quantum virtutes ſunt in hac proportione deinde collige multiplicando vt vides virtutes per quantitatem & inuenies quod totum compoſitum habebit caliditatis 86. frigiditatis 71. ſed hæc proportio eſt proprior primo gradui igitur totum erit in initio primi gradus ſecundum Alchindum.

Calid.	Frigidit.
8	1
6	3
20	5
32	2
2	2
4	16
1	16
13	26
86	71

Opinio autem Galeni & Auerrois ſunt quod Medicinæ diſtant per æqualia interualla videlicet gradus primus à ſecundo tantum ſecundus à tertio & tertius à quarto & vult Galenus quod Medicina calida in primo reducit calidam in tertio ad ſecundum gradum, & poteſt quaſi demonſtrari ſic ſuppoſito quod gradus ſint æquales in diſtantia, cum igitur vncia vna piperis ſit calida in tertio igitur ſi illa caliditas diuideretur totum calidum in medio ſecundi gradus, & ſimiliter ſi caliditas primi gradus exiſtentis in vncia ſquinanti diffunderetur ad duas vncias illæ duæ vnciæ eſſent tantum calidæ in medio primi

primi gradus, igitur iunctis illis medicinis ſimul fiet totum calidum in ſecundo quia $\frac{1}{2}$ & 1. $\frac{1}{2}$ faciunt 2. ſi ſimul iungantur contra hoc dicit Auerrois igitur medicina frigitur medicina frigida in primo gradu mixta calidæ in tertio reducet ad ſecundum gradum vel ad minus puta ad primum ſi reducit ad ſecundum igitur tantum remittetur medicina calida in tertio à medicina calida in primo ſicut à frigida in primo & hoc eſt inconueniens maximum ſi verò reducet ad primum gradum igitur medicina calida in tertio & frigida in ſecundo component temperatam ſecundum Galenum autem quilibet gradus habet tres manſiones initium medium finem erunt igitur duodecim manſiones cum igitur volueris ſcire in via Galeni temperamentum non multiplica gradus in quantitates vt prius, ſed ſequendo principia Galeni & non fundamenta conciliatoris ſic facito multiplica vnumquodque pondus in ſuum gradum vt vides & pones ſeorſum calida à frigidis, temperata autem nulli addes niſi pondus earum. Deinde iunge gradus caliditatis & frigiditatis ſeorſum

Calida in Tertio	Vnc. 1	3	
Calida in Primo	Vnc. 3	3	
Calida in Secundo	Vnc. 5	10	
Calida in Quarto	Vnc. 2	8	
Temperata	Vnc. 2	24	Calidū
Frigida in Secundo	Vnc. 4	8	
Frigida in Quarto	Vnc. 1	4	
Frigida in Primo	Vnc. 13	13	
	31	25	
		24	
		$\frac{1}{31}$	

& ſubtrahe vnum ab altero & reſiduum diuide per aggregatum ponderis omnium medicinarum tam calidrarum quam frigidarum & temperatarum & gradus proueniens eſt quod quæris diuidendo per manſiones, exemplum vides caliditas iuncta eſt 24. frigiditas eſt 25. detrahe vnum ex alio remanet frigiditas 1. diuide 1. per 31. quod eſt pondus omnium medicinarum exit $\frac{1}{31}$ & ideò erit hæc medicina frigida in prima manſione primi gradus & propinqua temperamento & ex hoc ſequitur quod ſecundum mentem Galeni medicina multum compoſita rariſſimè excedit ſecundum gradum temperamenti & ad id quod dicit Auerrois igitur medicina frgida in primo gradu ſi remittit calidam in tertio ad ſecundum gradum medicina frigida in ſecundo remittit calidam in tertio ad temperamentum dico quod nec conſequentia valet ſed medicina frigida in primo reducit calidam in tertio ad primum gradum quod patet multiplicando vt vides in Figura fient gradus 2. caliditatis diuidendi per vncias duas & ita benefiet medicina calida in primo gradu in vltimo tamen tertiæ manſionis verum frigida in ſecundo reducit calidam in tertio ad medium primi gradus in ſecunda manſione nec hoc eſt inconueniens, quia multitudo materiæ tollit intentionem & dato quod eſſet nos nolumus nunc tu-

Calida in Tertio	Vnc. 1	3	
Figura in Primo	Vnc. 1	1	
	2	2	
		2	
		1	

Calida in Tertio	Vnc. 1	3	
Figura in Secundo	Vnc. 1	2	
	2	1	
		2	
		$\frac{1}{2}$	

tari Galenum ſed modum computi ſecundum eius opinionem oſtendere & dictum Galeni vltra hoc quod eſt naturale concordat cum experimento.

Opinio autem Auerrois eſt quod medecina frigida in primo remitit calidam in quarto ad tertium & calidum in tertio ad ſecundum & calidam in ſecundo ad primum & quod tres vnciæ medecinæ frigidæ in primo cum Vnc. vna calidæ in tertio componunt medicinam temperatam & quod duplicata portio medecinæ calidæ in tertio faceret medecinam vel opus medicinæ calidæ in quarto & eſſet venenum & quod medicina calida in primo remittit calidam in tertio minus quam temperata & multo minus quam frigida & ideò non remittit eam ad ſecundum gradum præciſè ſed ad ſecundum cum dimidio vel circa & quod calida in ſecunda etiam remitit calidam in tertio parum tamen & minus quam calida in primo.

Sed hæc poſitio eſt etiam repugnans veritati nam ſi duplum calidi in tertio æquatur in operatione calidæ in quarto igitur vncia vna ſuccari aut Maluæ aut rei calidæ in primo gradu erit venenum patet quia per ipſum duplum tertij æquatur quarto duplum ſecundi tertio & duplum primi, ſecundo igitur octuplum primi æquatur quarto ſed dragma euforbij eſt venenum igitur etiam vncia ſuccari tantumdem enim continet caliditatis vnum quantum aliud & eſt ex principiis eius, ſecundo repugnat ſibi in dictis nam ſi Vnc. tres frigidi æquiualent vnciæ vni calidi vbi frigidum ſit in primo & calidum in tertio igitur non oportebit duplicare calidum in tertio vt æquiualeat calido in quarto ſed ſufficiet ponere ex calido in tertio Vnc. 1. $\frac{1}{2}$ & æquiualebit Vnc. 1. calidæ in quarto, præterea non eſt verum vniuerſaliter quod gradus æqualiter diſtent nam vt in experimento apparet longè plus aqua feruens excedit aquam calentem quam calens tepidam, & tepida tepentem, & tepens coæqualem; nam licet modi operandi ſint tantùm 5. differentiæ tamen non ſunt æquales, ſicut ætates ſunt tres tantum non tamen æqualiter extenduntur vt tamen modum exponam, dico quod ſecundum Auerroim computari debent frigidæ calidis & licet in hoc non ſibimet conſtet quinimo recidat in opinionem Alchindi quam impugnat volens quod duplicata portio tertij gradus æquiualeat intenſiuè vni portioni ex quarto gradu ſtando tamen in eius principiis oppones calida frigidis vt vides & pro ſingulis pones ſuam contra-

ctionem

ctionem ſciendo quod medecina frigida in primo reducit calidam in tertio ad ſecundum gradum in fine & temperata reducit ad $2\frac{1}{4}$ & calida in primo reducit eam ad $2\frac{1}{2}$ & calida in ſecundo ad $2\frac{1}{4}$ & duplum calidæ in primo reducit calidam in tertio ad $2\frac{1}{2}$ & ita de aliis, multiplica igitur Vnc. in gradus quod fit diuide per alias Vnc. à quibus vis facere ſubtractionem & exiens ſubtrahe veluti in exemplo vides ſequente pone igitur in directo particulas ſingulas cum ponderibus & duces Vnc. 2. medicinæ temperatæ in temperamentum fit 2. temperati & quia vnc. 1. temperatæ reducit vnc. calidæ in tertio ad $2\frac{3}{4}$ igitur vnc. 2. medecinæ temperatæ reducet medicinam calidam in tertio ad $1.\frac{1}{2}$ fient igitur vnc. 3. calidæ in $1\frac{1}{2}$ & ſimiliter volo iungere medicinam calidam in primo vnc. 3. frigidam in ſecundo vnc. 4. multiplico 3. in 1. fit 3. diuido, per 4. exit $\frac{3}{4}$ detra-

Temperata Vnc. 2   2
Cal. Tertio Vnc. 1 $\frac{2}{1}$
$1\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ 2. $1\frac{1}{2}$
3. $1\frac{1}{2}$ Cal.

Vnc. 3. Ca. Primo 3
Vnc. 4. Frig. Secundo 4
$\frac{1}{4}$
$2\frac{3}{4}$ $1\frac{1}{4}$ 7. $1\frac{1}{4}$ Frig.

Vnc. 1 Frig. Quarto 4
Vnc. 5 Cal. Secundo 5
2    $\frac{4}{5}$
$\frac{4}{5}$
6. $1\frac{1}{5}$ Cal.

Vnc. 2. Cal. Quarto 8
Vnc. 13. Frig. Primo 13
1    $\frac{8}{13}$
$\frac{8}{13}$
15 $\frac{5}{13}$ Frig.

Vnc.|3. Cal. $1\frac{1}{2}$ $4\frac{1}{2}$
Vnc. 7. Frig. $1\frac{1}{4}$ 7
$1\frac{1}{4}$ $\frac{9}{14}$
$\frac{9}{14}$
$\frac{17}{28}$ Vnc. 10. Frig. $\frac{17}{28}$

Vnc. 15. Frig. $\frac{5}{13}$ $5\frac{10}{13}$
Vnc. 6. Cal. $1\frac{1}{5}$ 6
$1\frac{1}{5}$ $\frac{25}{26}$
$\frac{25}{26}$
$\frac{11}{110}$ Vnc. 21. Cal. $\frac{11}{110}$

Vnc. 21. Cal. $\frac{11}{110}$ 5.
Vnc. 10. Erig. $\frac{17}{28}$ 10
$\frac{17}{28}$ $\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{28}$ Vnc. 31. Frig. $\frac{3}{28}$

ho $\frac{3}{4}$ ex 2. qui ſunt gradus medecinæ frigidæ remanent $1\frac{1}{4}$ & ita compoſitum erit vnc. 7. medecinæ frigidæ in $1\frac{1}{4}$ gradus ideſt in initio ſecundi gradus habebis igitur tandem vnc. 3. calidæ in $1\frac{1}{2}$ item vnc. 7. frig. In $1\frac{1}{4}$ item vnc. 6. Cal. in $1\frac{1}{5}$ item vnc. 15. frig. in $\frac{5}{13}$ iterum igitur Complicabis vt vides vnc. 3. Cal. In $1\frac{1}{2}$ & vnc. 7. Frig. in $1\frac{1}{4}$ & conſurget medicina vnc. 10. Frig. $\frac{17}{28}$ & ſimiliter complicabis vnc. 15. Frig. $\frac{5}{13}$ & Vnc. 6. Cal. $1\frac{1}{5}$ & fiunt vnc. 21. Cal. $\frac{11}{110}$ prius igitur reduxiſti 8. medicinas ad 4. & 4. ad duas vltimo reduces ad vnam vt vides in vltima operatione multiplicando 21. in $\frac{11}{110}$ fit 5. & $\frac{1}{110}$ ſed fractiones has tam ſubtiles dimittere bonum eſt diuido 5. per 10. exit $\frac{1}{2}$ detraho $\frac{1}{2}$ ex $\frac{17}{28}$ & eſt frigiditas 10. vnciarum & tandem remanebunt vnc. 31. frigidæ in $\frac{3}{28}$ primi gradus, hoc eſt dicere in prima manſione primi gradus nam $\frac{3}{28}$ eſt $\frac{1}{9}$ ferè quare erit in prima manſione.

Et licèt aliquis diceret quod Medici circa medicinarum doſim ita ſubſtiles ſint Sophiſtæ vt dicit Auenzoar, dico intelligit in caſibus particularibus non in graduatione compoſitorum.

Et ſi dicas Auerrois non deducit ſe ad hanc ſubilitatem imò paruipendit operationem numerorum in rebus naturalibus dico quod non ponit numerum quia neſciuit, multa enim in generalibus dixit quæ nunquam poſtmodum ſciuit explicare & deducere ad effectum ſicut animæ vnitatem, motum celeſtem ſine eccentricis & epiciclis, & hanc compoſitionem, ad id de numeris dico quod non paruipendit conputationem, ad quid enim eſſet vtilis compoſitio ſi non poſſemus ſcire tandem gradum medecinæ compoſitæ nam medecina eſt propter particularia & non vniuerſalia bene autem paruipendit ſumentem principia compoſitionis ex numeris & in hoc bene dicit patet igitur quod hæc medicina ſecundum Alchindum erit calida in $\frac{16}{71}$ ſecundum Galenum autem erit frigida in $\frac{1}{16}$ & ſecundum Auerrorem erit frigida in $\frac{1}{28}$.

117 Fuit trigonus cuius baſis fuit 8. p̃. catheto & pars baſis maior ex vna parte tripla parti minori & quadratum lateris reſpicientis partem minorem & cathetum cum ipſo latera iunctum fuit 182. quæruntur reliqua ex illo trigono.

Debes primo ſcire quod hæc quæſtio licet videatur Geometrica adnumeratur tamen inter Arithmeticas tum quia poteſt fieri perfectè in numeris tum quia ſoluitur per la co. ſimpliciter ſine alia productione lienarum, ſcias ſecundo quo hæc quæſtio poteſt ſolui per regreſſum dicendo ſi latus trigoni cum ſuo quadrato eſt æquale 182. igitur 1. ce. p̃. 1. co. æquatur 182. igitur res eſt ℞. $182\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ igitur quadratum eius eſt $182\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $182\frac{1}{4}$ deinde pones baſim id eſt partem illam quæ eſt $\frac{1}{3}$ alterius partis quare $\frac{1}{4}$ totius eſt 1. co. p̃. 2. nam poſitâ baſi 4. co. p̃. 8. erit eius quarta pars 1. co. p̃. 2. Et qui cathetus eſt 8. m̃. baſi erit cathetus 4. co. multiplica in ſe vtramque partem fient 16. ce. & 1 ce. p̃. 4. co. p̃. 4. quæ iuncta ſimul faciunt 17. ce. p̃. 4. co. p̃. 4. Et hoc debet æquari $182.\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $182.\frac{1}{4}$ Et ideo ſolutio eſt clara ſed dicitur per regreſſum. Volo modo ſoluere eam directè per tertium genus poſitionis à me inuentum & dicitur proplitio per p̃. & m̃ proportionata.

Quia

Quia igitur dicis quod pars baſis eſt $\frac{1}{3}$ reliquæ partis & eſt $\frac{1}{4}$ totius & tota baſis eſt 8. p̄. quam cathetus igitur pars baſis eſt $\frac{1}{4}$ p̄. 2. ipſius catheti quare habeas pro regula notabili multiplica denominatorem $\frac{1}{4}$ in ſe & ei adde 1. deinde multiplica eundem denominatorem in numerum qui eſt p̄. & hoc quod prouenit diuide per numerum prius ſeruatum & quod exit minue ex 1 co. deinde hunc prouentum quem minuiſti multiplica per denominatorem & prouentum

1 co. $\frac{1}{4}$ co. p̄. 2

16 8

$\frac{8}{17}$

1 co. m̄ $\frac{8}{17}$ $\frac{8}{17}$
$\frac{1}{4}$ co. p̄. $\frac{32}{17}$
1 co. m̄. $\frac{8}{17}$
1 co. m̄. $\frac{8}{17}$

1 ce. m̄. $\frac{16}{17}$ co. p̄. $\frac{64}{289}$
$\frac{1}{4}$ co. p̄. $\frac{32}{17}$
$\frac{1}{4}$ co. p̄. $\frac{32}{17}$

$\frac{1}{16}$ ce. p̄. $\frac{16}{17}$ co. p̄. $\frac{1024}{289}$

adde parti de 1 co. vt pote ad $\frac{1}{4}$ co. & habebis partes vt in exemplo 4. eſt denominator de $\frac{1}{4}$ quadra 4. fit 16. adde 1. fit 17. deinde multiplica 4. in 2. fit 8. diuide 8. per 17. exit $\frac{8}{17}$ & hoc minue ex 1 co. fit 1 co. m̄. $\frac{8}{17}$ item multiplica $\frac{8}{17}$ per 4. fit $\frac{32}{17}$ & hoc adde ad $\frac{1}{4}$ co. habebis igitur quod cathetus eſt 1. co. m̄. $\frac{8}{17}$ & pars lateris minor eſt $\frac{1}{4}$ co. p̄. $\frac{32}{17}$ quadra igitur vtramque partem fiet vt vides 1. ce. m̄. $\frac{16}{17}$ co. p̄. $\frac{64}{289}$ & $\frac{1}{16}$ ce. p̄. $\frac{16}{17}$ co. p̄. $\frac{1024}{289}$ iunge ſimul fient 1 $\frac{1}{16}$ ce. p̄. $\frac{1088}{289}$ & ita habes ce. & numerum ſine rebus quare addendo ei radicem habebis 1 $\frac{1}{16}$ ce. p̄. 3. $\frac{211}{289}$ p̄. V. 1 $\frac{1}{16}$ ce. p̄. 3. $\frac{211}{289}$ æqualia 182. quare transferendo ſequitur quod 182. m̄. 1 $\frac{1}{16}$ ce. m̄. 3. $\frac{211}{289}$ & eſt dicere 178. $\frac{61}{289}$ m̄. 1 $\frac{1}{16}$ ce æquabuntur ℞. V. 1 $\frac{1}{16}$ ce. p̄. 3 $\frac{211}{289}$ quadra igitur vtranque partem & habebis ex vna parte ce. ce. & ce. & numerum æqualia ce. & numero æqua partes & reduc ad 1 ce. ce. habebis tandem rem valere 12. $\frac{8}{17}$ & quia cathetus eſt 1 co. m̄. $\frac{8}{17}$ auferes $\frac{8}{17}$ ex 12 $\frac{8}{17}$ remanebit cathetus 12. quare cum pars baſis ſit $\frac{1}{4}$ catheti p̄. 2. erit illa pars. 5 1. & latus erit & reliqua pars baſis erit 15. & reliquū latus 17. ſemper igitur ab eo quod poſuiſti 1 co. m̄. numero, memineris auferre numerum vt hic poſuiſti cathetum 1 co. m̄. $\frac{8}{17}$ poſtquam inueniſti valorem de laco, & eſt 12 $\frac{8}{17}$ aufer $\frac{8}{17}$ relinquetur valor catheti.

118 Inuenias duos numeros quorum quadratum primi diuiſum per ſecundum & quadratum ſecundi diuiſum per primum & prouenientia iuncta faciant duplum maioris numeri, ſcias quod intelligitur numeros illos inæquales eſſe aliter problema eſſet vanum nam omnes numeri æquales hoc faciunt pone igitur vt vites æqualitatem vnam partem 1 aliam 1. p̄. 1. co. quadra partes & fiunt vt vides, diuide quadratum primi per numerum, ſecundum fit vt vides, diuide quadratum ſecundi per numerum primum fracti & fit vt vides hoc æquatur duplo maioris quantitatis quod eſt 2 co. p̄. 2. quare reduc. ad integra multiplicando per 1 co. p̄. 1. partes habebis cu. p̄. 3. ce. p̄. 3. co. p̄. 2.

exit vt vides iunge per modum
1 cu. plu. 3. ce. plu. 3. co. plu. 2. &

1 ce. plu. 1.

1 1. p̄. 1 co.

1 1. p̄. 2. co. p̄. 1 ce.

1 p̄. 2 co. p̄. 1 ce. X 1
1 1 co. p̄. 1
1. cu. p̄. 3. ce. p̄. 3. co. p̄. 2.

1 co. p̄. 1.
2 co. p̄. 2.
1 co. p̄. 1.

2 ce. p̄. 4 co. p̄. 2.

æqualia 2. ce. p̄. 4. co p̄. 2. quare detrahe 2 ce. p̄. 4. co. p̄. 2. ex 1. cu. p̄. 3. ce. p̄. 3. co. p̄. 2. relinquentur 1. cu. p̄. 1 ce. æqualia 1 co. ſchiſa per 1 co. habebis. 1 ce. p̄. 1 co. æqualia 1. igitur res valet per capitulum ℞. 1 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ & quia poſuimus maiorem quantitatem 1 co. p̄. 1. & minorem 1. erit igitur maior quantitas addito 1. ad 1 co. hoc videlicet ℞. 1 $\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{1}{2}$ & minor 1. quadra vtranque partem fiunt 1 $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 1 $\frac{1}{4}$ & alia 1. diuide 1 $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 1 $\frac{1}{4}$ per 1. exit 1 $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 1 $\frac{1}{4}$ diuide, 1. per $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 1 $\frac{1}{4}$ exit ℞. 1 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ iunge ℞. 1 $\frac{1}{4}$ p̄. 1 $\frac{1}{2}$ & ℞. 1 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ fiunt ℞. 5. p̄. 1. & hoc eſt duplum maioris quod eſt ℞. 1 $\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{1}{2}$.

Circa hoc nota quod poſſes ponere maiorem 1. & minorem ℞. 1 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ & ſequitur idem effectus, nam ex diuiſione prouenit 2. quod eſt duplum 1. maioris numeri.

Inuenias quatuor numeros quorum duo primi iuncti tantum faciant quantum duo vltimi & multiplicatio primi in ſecundum ſit ſub quadrupla multiplicationi tertij in quartum cape primum pro libito & ſit 5. hunc ſemper multiplica per 1. p̄. duc. igitur 5. in 5. fit 25. duc etiam 5. in quadratum denominatoris proportionis quod eſt 16. nam quadratum 4. eſt 16. 119

igitur dicemus quod tertius numerus eſt 25. & quartus 80. iunge ambos fiunt 105. detrahe 5. ex 105. remanet 100. & ita 5. & 100. faciunt 105. & 25. & 80. faciunt 105. & productum 80. in 25. quod eſt 2000. eſt quadruplum ad 500. productum de 5. in 100.

5	25
100	80

Et hæc quæſtio dicitur Vallæ quantum Georgius Valla proponit eam & tenet in Figuris & Feneſtris quod ſi habeas feneſtram cuius vnum latus ſit 2. aliud ſit 20. & velis facere aliam que ſit dupla huic cuius latera etiam iuncta faciant 22. facies hoc per poſitionem, nam duplum de 40. eſt 80. igitur diuidemus 22. in duas partes ex quarum multiplicatione inuicem

uicem producatur 80. per Algebra.

120 Item ſit dicat diuide 20. in duas partes atque in alias duas ita quod productum primarum ſit ſubtriplum producto reliquarum duarum ponemus primam quantitatem 1. co. igitur ſecunda erit 20. m̃. 1 co. deinde per regulam præcedentem duc 1. co. in 4. quod eſt 1. p̃. denominatore proportionis fit 4. co. duc etiam 1. co. in 9. & eſt

18 $\frac{6}{13}$ 6 $\frac{1}{13}$

1 $\frac{7}{13}$ 15 $\frac{11}{13}$

28 $\frac{61}{169}$ 85 $\frac{35}{169}$

quadratum dedominatoris triplæ fit 9. co. igitur cum tertia & quarta faciant 20. erit 13. co. æqualia 20. & res valebit 1 $\frac{7}{13}$ erunt igitur vt vides.

Quod ſi dicat inuenias quatuor numeros quorum duo primi iuncti ſint tantum
121 quantum duo vltimi & primus ſit ℞. ſecundi aut tertij aut quarti aut ſit cubus aut cenſus & productum primi in ſecundum ſit ſubtriplum aut ſub quadruplum producto tertij in quartum ponamus quod dicam quod primus ſit ℞. cubica quarti & quod productum primi in ſecundum ſit ſubtriplum producto tertij in quartum ita facies pone primum 1 co. igitur tertius erit 4 co. & quartus erit 9 co. & quia quartus eſt cubus primi igitur 9 co. æquantur 1. cu. igitur 9. æquantur 1 ce. ſchiſando per 1. co. igitur ſi cenſus eſt 9. erit la co. 3. erit igitur prima quantitas, ſecunda 36. tertia 12. quarta 27. & ita prima eſt ℞. cu. quartæ, & prima & ſecunda faciunt 39. ſicut & tertia & quarta & productum tertiæ in quartam eſt 324. quod eſt triplum producto primæ in ſecundam quod eſt 108. & hæc regula tenet in non multiplicibus & in omnibus.

1. cu. p̃. 12. æquatur 3. co. p̃. 4. ce igitur ſequitur eo quod productum partium eſt
121 idem & aggregatum etiam idem quod partes ſunt etiam idem igitur cubus æquiualet 4. ce & 12. æquiualent 3. co igitur res eſt 4. & ce. 16. & cubus 64. & aggregatum 76. quod ſi dicat etiam 1. cu. p̃. 12. æquiualet 3. ce. p̃. 4. co. adhuc partes erunt æquales neceſſario nam productum eſt 12. cu. in vtroque & iam erant aggregata ipſa æqualia igitur cubus æquatur 3. ce & 12. æquatur 3. co. igitur res eſt 3. & ce. 9. & cubus 27. & aggregatum. 39.

Duo habebant pecunias dixit primus ſecundo ſi dederis talem tuorum partem qualis
123 5. eſt meorum habebo 7. pluſquam tu dixit ſecundus primo ſi dederis mihi talem tuorum partem qualir 16. eſt meorũ habebo 7. pluſquam tu iunge ſemper eas partes quas habe-

Primus Secundus

5 Pars 16 Pars

7 .... 29. p̃.

29 16

7 5

36 80

2

18

bunt plus & ſunt 7. & 29. fit 36. diuide fit 18. deinde multiplica partes quas petunt inuicem & ſunt 5. & 16. fiunt 80. diuide 18. in duas partes ex quarum multiplicatione, proueniat 80 per Algebra aut per regulam centeſimam quadrageſimi ſecundi capituli & erunt 10. & 8. iunge 10. cum 5. fit 15. & tantum habuit primus iunge 16. & fit 24. & tantum habuit ſecundus.

Dixit primus ſecundo & tertio ſi dederi- 124
tis $\frac{1}{4}$ veſtrorum p̃. 6. habebo 25. dixit ſecundus reliquis ſi dederitis $\frac{1}{5}$ veſtrorum habebo triplum reſidui p̃. 10. dixit tertius ſecundo & primo ſi dederitis 28. ex veſtris habebo duplum reſidui m̃. 8. dico ſoluuntur hæc per Algebra ſimilem proponit Frater Lucas quæſtione vigeſima quinta diſputationis nonæ tractatus noni, talis ſoluitur etiam per quinquageſimum primum capitulum, in principio. Soluere igitur ſic, ſi primus recipiendo 6. & $\frac{1}{4}$ reliquorum haberet 25, igitur recipiendo $\frac{1}{4}$ tantum non haberet niſi 19. pone igitur quod ſecundus habeat 1. co. & tertius 1. quam igitur primus habebat 19. m̃. $\frac{1}{4}$ co. m̃. $\frac{1}{4}$ quam, & quia tertius dixit ſecundo & primo ſi dederitis 28. habebo duplum reſidui m̃. 8. igitur tertius tunc habebit 1. quam p̃. 28. & quia deſunt 8. igitur ſi haberet 1. quam p̃. 36. haberet duplum reſidui igitur illorum reſiduum eſt $\frac{1}{2}$ quam p̃. 18. & quia primus habebat 19. m̃. $\frac{1}{4}$ co. m̃. $\frac{1}{4}$ quam & ſecundus habebat 1 co. & detraxiſti ab eis 28. igitur reſiduum ſecundi & primi eſt $\frac{3}{4}$ co. m̃. 9. m̃. $\frac{1}{4}$ quam & hoc æquatur $\frac{1}{2}$ quam p̃. 18. igitur detrahendo ſimile à ſimili fiet $\frac{3}{4}$ co. æqualia 27. p̃. 3. quam reduc ad integrum erit 1 co. æqualis 1. quam p̃. 36. quia igitur ſecundus habuit 1 co. & tertius 1. quam faciemus iterum poſitionem dando tertio 1. co. & ſecundo 1. co. p̃. 36. & quia primus dicit ſi dederitis $\frac{1}{4}$ veſtrorum p̃. 6. habebo 25. igitur petit $\frac{1}{2}$ co. p̃. 15. nam 9. eſt $\frac{1}{4}$ de 36. cui additis 6. fit 15. & tunc habebit 25. igitur prius habuit 10. m̃. $\frac{1}{2}$ co. igitur omnes habent 1 $\frac{1}{2}$ co. p̃. 46. nam iungendo 2. co. p̃. 36. cum 10. m̃. $\frac{1}{2}$ co. fit 1 $\frac{1}{2}$ co. p̃. 46. & quia ſecundus dixit primo & tertio ſi dederit $\frac{1}{5}$ veſtrorum habebo triplum reſidui p̃. 10. igitur cum primus & tertius habeant $\frac{1}{2}$ co. p̃. 10. eo quod ſecundus habebat 1 co. p̃. 36. igitur dando $\frac{1}{5}$ & auferendo 10. habebit ſecundus 1 $\frac{1}{10}$ co. p̃. 28. & hoc eſt triplum de $\frac{2}{5}$ co. p̃. 8. igitur 1 $\frac{1}{5}$ co. p̃. 24. æquatur 1 $\frac{1}{10}$ co. p̃. 28. igitur $\frac{1}{10}$ co. æquatur 4. igitur 1 co. æquatur 40. & primus habuit 10. m̃. $\frac{1}{2}$ co. igitur habuit 10. debiti & nihil crediti & ſecundus habuit 1. co. p̃. 36. igitur habuit 76. & tertius habuit 1. co. igitur habuit 40.

Eſt vas vinarium habens quatuor canu- 125
las à prima canula ſupra continetur $\frac{1}{3}$ totius vini à ſecunda ad primam continetur $\frac{1}{4}$ à tertia canula ad ſecundam $\frac{1}{6}$ à quarta canula ad tertiam reſiduum eſt, autem vltima canula in fundo vaſis prima canula effundit ſuam partem in horis 4. ſecunda in 3. tertia in 2. quarta in 1. quod poſſibile eſt ex canularum diuerſâ latitudine quæritur aperiendo omnes canulas in quanto tempore effunderetur vinum.

Debes

Debes in talibus conſiderare quod ſecunda canula adiuuat primam & non econtra & tertia adiuuat ſecundam & primam & non econtra & quarta adiuuat primam ſecundam & tertiam & à nulla illarum iuuatur pone igitur ad facilitatem quod vas contineat brentas 24. & quia ad primam canulam eſt $\frac{1}{3}$ igitur prima canula effundet brentas 8. in horis 4. & à prima ad ſecundam continuentur brentæ 6. quia $\frac{1}{4}$ igitur brentæ 6. effundentur in horis 3. & ſimiliter à ſecunda ad tertiam continetur $\frac{1}{6}$ igitur brentæ 4. quæ expoſitio effundentur in horis 2. & à tertia canula ad quartam continentur brentæ 6. quæ effundentur in hora 1. fac igitur in hora 1. prima canula vacuat 2. ſecunda 2. tertia 2. quarta 6. iungẽ ſimul fiunt 12. brentæ & nos volumus tantum 8. igitur in $\frac{2}{3}$ honore euacuabitur ſuprema pars ſimiliter ſecunda pars eodem modo in hora vna ſecunda canula euacuat 2. tertia 2. quarta 6. igitur in hora. 1. euacuabunt brentas 10. & nos volumus tantum 6. igitur euacuabunt $\frac{3}{5}$ horæ nam 6. eſt $\frac{3}{5}$ de 10. pro tertia parte in hora 1. parte in hora canula euacuat 2. quarta 6. igitur 8. & nos volumus tantum 4. igitur in $\frac{1}{2}$ hora euacuabitur tertia pars & iam quarta euacuatur in hora 1. expoſitio igitur totum vas euacuabitur in horis $2\frac{11}{30}$.

8	hór.	4
6	hór.	3
4	hór	2
6	hór.	1
$\frac{2}{3}$		
$\frac{3}{5}$		
$\frac{1}{2}$		
1		
$2\frac{11}{30}$		

123 Eſt fons lapideus in ſummitate habens tres canulas quarum prima per ſe impleret fontem in hór. 1. ſecunda in 2. tertia in 3. fons etiam habet tres canulas effundentes à quarum prima euacuaretur in horis à ſecunda in horis 5. à tertia in $\frac{1}{4}$ horæ aperiuntur igitur omnes canulæ tam in fundentes quàm effundentes quæritur in quanto tempore impletur vas ſic facito vt priùs vide in hora 1. quid infundetur & inuenies quod prima canula impleret totam ſecunda $\frac{1}{2}$ tertia $\frac{1}{3}$ iunge $1\frac{1}{2}\frac{1}{3}$ fiunt $1\frac{5}{6}$ ſimiliter fac de effundentibus prima canula quia in horis 4. effunderet totam aquam igitur in hór. effundet $\frac{1}{4}$ & ſecunda $\frac{1}{5}$ & tertia $1\frac{1}{3}$ iunge fiunt $1\frac{47}{60}$ effundetur igitur in hora vna fons $1\frac{47}{60}$ & implebitur $1\frac{60}{6}$ detrahe $1\frac{47}{60}$ ex $1\frac{5}{6}$ remanent $\frac{1}{20}$ & tantum implebitur de fonte in hora igitur in 20. horis implebitur vas & vbi $1\frac{47}{60}$ fuiſſet maius parte infuſa nunquam impleretur vas in perpetuum quia plus effunderetur quàm infunderetur.

Quidam dedit libras 60. mutuo alteri ad
127 8. menſes cum lucro d. 4. pro libra omni menſe: eadem autem die pœnituit eum qui dederat ex neceſſitate quadam & repetiit pecunias ab illo qui mutuauit dixit ille qui receperat nolo retrò dare eas ſine lucro & concordati ſunt vt recompenſarentur ad 2. d. pro libra omni menſe quæritur quantum debet reſtituere tu ſcis quod 2. d. pro menſe in 8. menſibus ſunt ſ. 1. d. 4. igitur libræ 60. fierent 64. dic igitur ſi 64. fieret 60. quid fiet 60. multiplica 60. in 60. fit 3600. diuide per 64. exit $56\frac{1}{4}$ ideſt libræ 56. ſ. & tot retro dabit muttatori, nam ſi iterum daret lib. 56 ſ. 5. ad 2. d. pro libra omni menſe vſque ad 8. fierent in dictis 8. menſibus lib. 60. igitur recompenſatæ ſunt lib. 60. ad 2. d. pro libra hæc eſt Fratris Lucæ & ſequens.

Quidam dedit lib. 60. ad 10. pro 100. 12
tribus annis & voluit vt redderentur in tribus annis æqualiter ita quod tantum reciperet primo anno quantum in ſecundo & ſecondo quantum in tertio & quod in tertio eſſet complete ſatisfactus, promerere lib. 60. primo anno ad 10. pro 100. fiunt lib. 66. aufer 1. co. remanebunt lib. 66. m̃. 1. co. promerere pro ſecundo anno ad 10. pro 100. lib. 66. m̃. 1. co. fiunt lib. $72\frac{1}{5}$ m̃. $1\frac{1}{10}$ co. aufer 1 co. fiunt lib. $72\frac{1}{5}$ m̃. $2\frac{1}{10}$ co. promerere tertio lib. $72\frac{1}{5}$ m̃. $2\frac{1}{10}$ co. ad 10. pro 100. fiunt lib. $79\frac{41}{50}$ m̃. $2\frac{31}{100}$ co. aufer 1 co. & remanent $79\frac{41}{50}$ m̃. $3\frac{31}{100}$ co. & hoc æquatur nihil igitur $79\frac{41}{50}$ æquantur $3\frac{31}{100}$ co. diuide numerum per co. exit valor rei $24\frac{92}{331}$ & tantùm dabit ſingulo anno.

Quando aureus valebat mozenighos ali- 139
quot & triplum valebat ambroxinorum ac 3. p̃. & columbinas valebat quadruplum & 4. p̃. dedit cambiator mozenighos 7. ambroxinos 16. columbetas, quæritur quantum valuit aureus pone quod valeret 1 co. mozenighorum igitur valebat 3 co. p̃. 3. ambroxinorum & 4. co. p̃. 4. columbinarum & quia 3 co. p̃. 3. ſunt $\frac{3}{4}$ de 4 co. p̃. 4. igitur per regulam 104. capituli quadrageſimi ſecundi erit columbina $\frac{3}{4}$ ambroxini, accipe igitur $\frac{3}{4}$ de 16. & eſt 12. ſi igitur cambiator dedit mozenighos 2. ambroxinos 7. columbinas 16. eſt ac ſi diceres cambiator dedit mozenighos 2. ambroxinos 19. eo quod 16. columbinæ æquiualent 12. ambroxinis habuit igitur à cambiatore 2. mozenighos & 19. ambroxinos & hæc æquiualent vni aureo habemus igitur petitionem quaſi dixiſſet aureus valet 1. co. mozenighorum & 3 co. p̃. 3. ambroxinorum, veni ad campſorem & habui 2. mozenighos & 19. ambroxinos quæritur valor aurei diſpone igitur vt vides 3 co. p̃. 3. ſub 19. & 1 co. ſub 2. ideſt valorem monetæ receptæ ſub numero eiuſdem monetæ & multiplica per modum addendi fractos

19	2
3. ce. p̃. 3.	1 co.

25 co. p̃. 6.
3. ce. p̃. 3. co.

in crucem habebis $\frac{25\ co.\ plu.\ 6.}{3\ ce.\ plu.\ 3.\ co.}$ & h. æquabitur vnitati aurei multiplica igitur omnia per diuiſorem habebis 3. ce. p̃. 3. co. æqualia 25. co. p̃. 6. quare 1. ce. æquatur $7\frac{1}{3}$ co. p̃. 2. igitur per capitulum res valet $3\frac{2}{3}$ p̃. R. $15\frac{4}{9}$ & tantùm valuit ex mozenighis & ex ambroxinis valuit triplum p̃. 3. & eſt 14. p̃. R. 139.

Et nota in hac quæſtione duo primum quod ſi 3. co. p̃. 3. non fuiſſet pars de 4. co. p̃. 4. vt pote quod dixiſſet 4. co. p̃. 5. aut 4. co. p̃. 6. ita quod non fuiſſet proportio co. ad co. veluti numeri ad numerum

tunc quæſtio redditur admodum difficilis ſed ſi dixiſſet quod valuit triplum p̃. 6. & quadruplum p̃. 8. adhuc fuiſſet ſolubilis quia 3. eſt talis pars de 4. qualis eſt 6. de 8.

Secundo nota quod ſi dixiſſet aureus valet ſolidos 110. & valet mozenighos neſcio quot & triplum p̃. 6. in ambroxinis & quadruplum p̃. 8. in columbinis veni ad campſorem & recepi 2. mozenighos 7. ambroxinos 16. columbinas & retinuit ſolidum 1. pro cambico, quæritur valor etiam aurei, dico quòd ſoluitur vt præcedens & eſt facilior licet videatur magis confuſa & ita in talibus ſemper procedes & hoc eſt initium tentandi aliquem ſi aliquid intelligat in Arithmetica ſi verò proponantur valores non proportionati ſoluitur alio modo & pulcherrimo ingenio veluti ſi quis dicat aureus valet teſtones neſcio quot & carlinos duplum p̃. 4. & groſſetos quincuplum p̃. 2. tunc veni ad campſorem & dedit mihi pro aureo vno teſtones 3. carlinos 4. groſſetos 8. quæritur valor aurei ſoluitur & inuenies quod valet teſtones 6. vel carlinos 16. vel groſſetos 32. ſolue modo & experiaris ingenium tuum quia ex hoc libro qui rectè ſciuerit operari nihil deſiderabit fruſtra quantum ad practicam Arithmeticæ aut Geometricæ.

190 Duo mercatores fecerunt ſocietatem primus poſuit duc. 1200. ſecundus 800. & acceperunt factorem cui dabant 12. pro 100. de lucro in capite autem trium annorum lucrati ſunt duc. 600. quæritur quantùm debet habere quilibet illorum ſic facies de lucro quod eſt 600. duc. aufer 12. pro centum & ſunt 72. & dabis factori deinde remanebunt ducati 528. lucri dic igitur ſi 2000. ſumma capitalis producit 528. quid producet 1200. primi & producent 316 $\frac{4}{5}$ & tantum habebit primus & ſecundus habebit reſiduum quod eſt 211 $\frac{1}{5}$.

131 Duo ineunt ſocietatem primus poſuit duc. 300. & debuit habere $\frac{1}{4}$ lucri ſecundus poſuit 700. & perſonam & debuit habere $\frac{3}{4}$ lucri primus autem vult ponere tantùm vt habeat $\frac{2}{3}$ lucri & ſecundus $\frac{1}{3}$ quæritur quantum debet addere ſic facito quia primus poſuit 300. & debuit habere $\frac{1}{4}$ igitur 300. eſt $\frac{1}{4}$ capitalis igitur capitale totum eſt 1200. & perſona æſtimatur duc. 200. qui ſunt reſiduum de 1000. ad 1200. vel ſecundum opinionem meam æſtimatur perſona $\frac{1}{6}$ totius ſocietatis ſecundum igitur communem opinionem quæ ſemper exiſtimat perſonam 200. ducatos ſecundus poſuit in prima vice duc. 900. & debet trahere $\frac{1}{3}$ igitur oportet vt totum capitale ſit 2700. nam 900. ſunt $\frac{1}{3}$ de 2700. ſed capitale iam fuit 1200. igitur ſupra ponendi erunt duc. 1500. à primo & tunc trahet primus $\frac{2}{3}$ & ſecundus $\frac{1}{3}$ & hæc eſt ſolutio communis.

Solutio verò noſtra eſt quod licet non ſit in vſu eſt tamen malè in tellecta hæc quæſtio, & dico quod ſecundus ſemper debet trahere $\frac{1}{6}$ pro perſona & quia debet habere $\frac{1}{3}$ in totum detrahe $\frac{1}{6}$ ex $\frac{1}{3}$ remanet $\frac{1}{6}$ & tantùm debet habere pro duc. 700. igitur ſi 700. ſunt $\frac{1}{6}$ capitalis erit totum capitale duc. 4200. & quia primus debet habere $\frac{2}{3}$ lucri igitur ponitur $\frac{4}{7}$ capitalis qui ſunt 2400. duc. & iam poſuerat duc. 300. ſuperaddet, duc 2100. & tunc trahit $\frac{2}{3}$ lucri & ſecundus $\frac{1}{3}$ & hoc intelligitur vbi non ſit aliud pactum.

Duo ponunt in ſocietatem primus ponit duc. 400. & debet trahere $\frac{2}{3}$ lucri ſecundus ponit 300. & debet habere $\frac{1}{3}$ poſt hæc ſecundus vult tantum ſuperaddere vt trahet $\frac{1}{2}$ totius lucri ſoluitur hæc ex quinquageſima nona quæſtione nam eo quod primus trahit $\frac{2}{3}$ lucri igitur habet dono à ſecundo vſum reſidui diuida igitur 700. per 3. exit 233. $\frac{1}{3}$ & quia ſecundus trahit pro $\frac{1}{3}$ eſt ac ſi ſecundus poſuiſſet 233 $\frac{1}{3}$ & primus 466. $\frac{2}{3}$ ſi igitur detraxeris 233 $\frac{1}{3}$ ex 466. $\frac{2}{3}$ remanebunt 233 $\frac{1}{3}$ qui debent addi à ſecundo vel ſupponi & trahet $\frac{1}{2}$ primus igitur ponit ducatos 400. ſecundus 533 $\frac{1}{3}$ & trahent pro dimidio & hoc eſt quia ſecundus dat primo vſum duc. 66 $\frac{2}{3}$ Frater autem Lucas in quæſtione 59. dicit quod ſecundus debet ſupraponere ducatos 420. & ita differentia eſt ducatorum 186. $\frac{2}{3}$ quos plus ſupraponendos exiſtimat Frater Lucas quam debeat quæſtio tamen vt dixi eſt potius iudicialis quam Arithmetica & ideò aſſimilatur ſolutio eius ſolutionibus iuriſtarum. 132

Quidam habebat lib. 5. argenti cuiuſdam perfectionis & lib. 6. alterius perfectionis & lib. 7. etiam alterius perfectionis & perfectiones iſtæ erant continuè proportionales fuſione facta maſſa facta eſt perfectionis 10. vnc. pro libra quorum perfectiones argenti fuſi, hæc ſoluitur pluribus modis per cathaim & per algebra ſimplicem & per regulam ſed leuiſſimè per algebra ita tamen vt obſerues quod proportio ſit quaſi ſimilis ponderibus & perfectione, pone igitur quod prima perfectio ſit co. ſecunda 6. co. tertia neceſſario erit 7 $\frac{1}{5}$ co. igitur multiplica per pondera perfectiones & iunge habebis 111 $\frac{2}{5}$ co. diuide per ſummam ponderum quæ eſt 18. erit perfectio 6 $\frac{17}{90}$ co. quare cum hoc ſit æquale 10. diuidemus 10. per 6 $\frac{17}{90}$ exibunt 1 $\frac{343}{557}$ & quia poſuimus quod lib. 5. haberent perfe- 133

5 6 7
5 co. 6 co. 7 $\frac{1}{5}$ co.
———————————
25 co. 36 co. 50 $\frac{2}{5}$ co.

50 $\frac{2}{5}$ co. 7
36 co. 6
25 co. 5
———————————
111 $\frac{2}{5}$ co. 18
18
———————
6 $\frac{17}{90}$ co.

ctionem 5. co. & lib. 6. de 6. co. & lib. 7 de 7 $\frac{1}{5}$ co. multiplicabimus 1 $\frac{343}{557}$ per. 5. 6. 7. $\frac{1}{5}$ & habebimus perfectionem 5. librarum 8 $\frac{44}{557}$ & librarum 6. perfectio erit 9. $\frac{387}{557}$ & librarum 7. perfectio erit 11 $\frac{353}{557}$ & ita poſſemus eſſet ponere maiorem perfectionem in minore

re pondere & minorem in maiore & ſoluere etiam ſub infinitis alijs proportionibus quia quæſtio eſt indeterminata.

134 Quidam habuit argentum perfectionis vnc. 2. & argentum perfectionis vnc. 5. & argentum perfectionis vnc. 6. & pondera illorum erant in continua proportione deinde miſcuit ea & facta eſt maſſa ponderis lib. 10. perfectionis vnc. 4. pro libra quæruntur pondera argenti hæc quæſtio ac ſi diceres diuide 10. in 3. partes continuè proportionales ita quod multiplicata prima per 2. ſecunda per 5. tertia per 6. ſumma illarum multiplicationum fit 40. & ſunt vnc. argenti fini exiſtentes in lib. 10. dando vnc. 4. pro libra & ideò eſt ſoluta in ſeptuageſima octaua quæſt. verum poteſt ſolui etiam alio modo ſic.

Pone quod prima quantitas ſit 1. ſecunda 1. co. tertia 1. ce. & quia dicis quod prima quantitas eſt perfectionis vnc. 2. ſecunda 5 tertia 6. eſt ac ſi diceres quod primæ quantitatis perfectio eſt $\frac{2}{12}$ ſecundæ $\frac{5}{12}$ tertiæ $\frac{6}{12}$ multiplica igitur vnamquanque partem in ſuam perfectionem igitur habebis $\frac{2}{12}$ p̄. $\frac{5}{12}$ co. p̄. $\frac{6}{12}$ ce. & h. æquabitur $\frac{1}{3}$ de 1 p̄. 1 co. p̄. 1. ce. quia poſitum eſt quod libra continet vnc. 4. argenti fini quæ ſunt $\frac{1}{3}$ de 12. vnc. vnius libræ igitur $\frac{2}{12}$ p̄. $\frac{5}{12}$ co. p̄. $\frac{6}{12}$ ce. æquantur $\frac{1}{3}$ p̄. $\frac{1}{3}$ co. p̄. $\frac{1}{3}$ ce. & eſt $\frac{1}{3}$ totius ſummæ aſſumptæ quare multiplicando omnia per 12. habebis 2. p̄. 5. co. p̄. 6. ce. æqualia 4. p̄. 4. co. p̄. 4. ce. igitur detrahendo fient 2. ce. p̄. 1 co. æqualia 2. quare 1. ce. p̄. $\frac{1}{2}$ co. erit æqualis 1. igitur res valet ℞. 1 $\frac{1}{16}$ m̄. $\frac{1}{4}$ & quia aggregatum quantitatum eſt lib. 10. & quantitates ſunt in proportione 1. & ℞. 1 $\frac{1}{16}$ m̄. $\frac{1}{4}$ & 1 $\frac{1}{8}$ m̄. ℞. $\frac{17}{64}$ hoc eſt dicere de 1. p̄. 1. co. p̄. 1. ce. iunge igitur ſimul fient 2 $\frac{7}{8}$ p̄ ℞. $\frac{17}{64}$ dices igitur per modum ſocietatis ſi 2 $\frac{7}{8}$ p̄ ℞. $\frac{17}{64}$ eſſent 10. quid eſſet & quid ℞. 1 $\frac{1}{16}$ m̄. $\frac{1}{4}$ & quid 1 $\frac{1}{8}$ m̄. ℞. $\frac{17}{64}$ multiplica has quantitates per 10. & diuide per 2 $\frac{7}{8}$ p̄. ℞. $\frac{17}{64}$ & prouenientia erunt lib. argenti perfectionis 2. 5. 6. circa quam multiplicationem nota quod debes pro facilitate diuidere 10. per 2 $\frac{7}{8}$ p̄. ℞. $\frac{17}{64}$ & prouentum multiplicabis per 1. & per ℞. 1 $\frac{1}{16}$ m̄. $\frac{1}{4}$ & per 1 $\frac{1}{8}$ m̄. ℞. $\frac{17}{64}$ & prouenientia erunt quæſita & hic modus eſt in virtute regulæ de medio ſi rectè conſiderans.

Duos inuenias numeros in proportione. 3.
155 & 2. ex quorum multiplicatione proueniat ℞. aggregati. In talibus quæſtionibus ſoluendis quia oportet vt perueniat ℞. aggregati igitur oportet vt aggregatum ſit hominius ℞. ſit igitur aggregatum 1 ce. diuide in duas partes quarum proportio ſit vt 3. ad 2 & erunt $\frac{3}{5}$ & $\frac{2}{5}$ vnius cenſus & hæc inuicem multiplicata debent producere 1. co. quod eſt ℞. aggegati multiplica igitur $\frac{3}{5}$ ce in $\frac{2}{5}$ ce fit $\frac{6}{25}$ ce. ce. & hoc eſt æquale 1 co. igitur 6. ce. ce. æquantur 25 co. igitur 6. cu. æquantur 25. igitur 1. cu. eſt 4 $\frac{1}{6}$ igitur cen. eſt cenſus ℞. cu. 4. $\frac{1}{6}$ & eſt ℞. cu. 17. $\frac{13}{36}$ huius cape $\frac{3}{5}$ & $\frac{2}{5}$ & hoc modo cuba ℞. cu. 4. $\frac{1}{6}$ fit 4 $\frac{1}{6}$ cuba 5. quia vis diuidere per 5. habes 125. ſi igitur diuideres 4 $\frac{1}{6}$ per 125. haberes prouentum cuius ℞. cu. eſſent $\frac{1}{5}$ ℞. cu 4 $\frac{1}{6}$ ſed quia vis $\frac{1}{5}$ cenſus ideo quadra 4 $\frac{1}{6}$ fit 17 $\frac{13}{36}$ diuide 17. $\frac{13}{36}$ per 125. exit $\frac{5}{36}$ & ℞ cu. $\frac{5}{36}$ eſt $\frac{1}{5}$ ce. ℞. cu. 4. $\frac{1}{6}$ ſed quia nos volumus $\frac{3}{5}$ & $\frac{2}{5}$ ideo duplicanda erit & triplicanda cuba igitur 2. & 3. fiunt 8. & 27. multiplica in numeritorem de $\frac{5}{36}$ & habebis quòd vna pars fuit ℞. cu. 1 $\frac{1}{6}$ & hæc eſt ℞. quadrata cenſus aggregati nam cenſus aggregati eſt ℞. cu. 17 $\frac{13}{36}$.

Quidam dixit multiplicaui numerum quendam in ſe deinde in productum & quod prouenit addito 1 diuiſi per illum numerum m̄. 1. & ſimiliter diuiſi eundem cubum detrahendo 1. per primum numerum 1. & prouenientia iunxi & fuerunt 10. pone quod primus numerus ſit 1. co. cuba igitur fit 1. cu. detrahe 1. fit 1. cu. m̄. 1. diuide per 1. exit per decimam quartam regulam vigeſimi ſecundi capituli 1 ce. p̄. 1. m̄. 1. co. m̄. 1 co. plu. 1. & ſimiliter diuide 1. cu. p̄. 1. per 1. co. m̄. 1. exit 1. ce. p̄. 1. co. p̄. 1 co. me. 1. iunge ſimul per viam fracti fient 2. ce. p̄. 2 p̄. 1 ce. me. 1. per duodecimum capitulum, multiplica omnia per denominatorem fient 2. ce. ce. p̄. 2. æqualia 10. ce. m̄. 10. quare 1. ce. ce. p̄. 6. æquatur 5. ce. igitur per capitulum res valet ℞. 2. cuba eam fit ℞. 8. p̄. 1. diuide per ℞. 2. m̄. 1. exit 5. p̄. ℞. 18. ſimiliter diuide ℞. 8. m̄. 1. per ℞. 2. p̄. 1. exit 5. m̄. ℞. 18. iunge 5. p̄. ℞. 18. cum 5. m̄. ℞. 18. fiunt 10. præcisè & eſt pulchra & ingenioſa operatio & ſuper illud capitulum formabis quæſtiones mirabiles. 136

Inuenias vnum numerum qui ductus in ſe deinde productum etiam in ſe ductum & detracto 1. & reſiduo diuiſo per primum numerum p̄. 1. & per eundem m̄. 1. aggregata faciant 10. vel reſiduata faciant 6. pone quod numerus ille ſit 1. co. ductus in ſe fit 1 ce. duc. 1. ce. in ſe fit 1 ce. ce. detrahe 1. fit 1 ce. ce. m̄. 1. diuide per 1. co. m̄. 1. & eſt primus numerus exit 1. cu. p̄. 1. ce. p̄. 1. co. p̄. 1. diuide etiam 1. ce. ce. m̄. 1. per 1. co. p̄. 1. exit 1. cu. m̄. 1. cen. p̄. 1. co. m̄. ſi igitur aggregaueris hos duos prouentus fient 2. cu. p̄. 2. co. æqualia 10. quare 1. cu. p̄. 1. co. erit æqualis 5. igitur res eſt ℞. pronica media 5. vt dictum eſt in capitulo quinquageſimo primo, ſi verò dicat vt reſiduata faciant 6. detrahe 1. cu. m̄. 1. ce. p̄. 1. co. m̄. 1. ex 1. cu. p̄. 1 ce. p̄. 1 co. p̄. 1. remanent 2. ce. p̄. 2. æqualia 6. igitur 1. ce. p̄. 1. æquatur 3. igitur 1 ce. æquatur 2. & ℞. 2. eſt valor rei & ita de alijs. 137

Inuenias ℞. cubam de 20. iam ſciuiſti quod 138 poteſt, inueniri per regulam quintam capituli vigeſimi tertij ſi rectè illa regula intelligatur ſecundò poteſt inueniri addendo nullationes plures ternatim vt 3. vel 6. vel 9. vel 12. nullationes & quanto plures addideris tantò præciſiorem radicem habebis vt patet ex ſexta regula ſupradicti capituli.

Circa hoc etiam nota quod ℞. 1. 2. 3. litterarum eſt vna littera & ℞. 4. 5. 6. litterarum eſt duæ litteræ & ℞. 7. 8. 9. litterarum ſemper eſt 3. litteræ, & ita pro quibuſlibet ordinibus trium litterarum ſemper addenda eſt vna littera, exemplum ſi quis dicat ℞. cubica 129. quot litteræ ſunt dices vna quia litteræ cubi non excedunt tres & ſi dicat ℞. cubica 1129. quot litteræ ſunt dices duæ quia

cubus excedit tres literas & ſi dicat ℞. cubica 172935. quot literæ ſunt dices duæ quia cubus qui eſt 172935. eſt ſex literæ tantum & ſi dicat ℞. cubica 729857214. quot litteræ ſunt dices 4. quia litteræ ſunt 10. diuide igitur numerum litterarum per 3. vt pote 10. litteras exit 3 $\frac{1}{3}$ igitur dices quod ℞. cubica ſunt 4. litteræ quia ſemper fractio in hoc caſu debet poni pro integro.

Per idem ℞. quadrata eſt ſemper dimidium literarum veluti ℞. 17397. eſt 3. litteræ quia 5. diuiſum per medium producit 2 $\frac{1}{2}$ & ideo erunt tres litteræ & ℞. quadrata de 147925371 1. eſt 5. litteræ quia dimidium 10. litterarum quæ ſunt in numero cuius vis accipere ℞. eſt 5.

Per idem ℞. ℞. quarumlibet quatuor litterarum eſt vna littera diuidendo igitur numerum cuius vis accipere ℞. ℞. per 4. quod exit eſt numerus litterarum radicis computando fractos pro integris veluti dicemus quod ℞. ℞. 13742567214 81. eſt 5. litteræ quia 17. litteræ diuiſæ per 4. producunt 4 $\frac{1}{4}$ & eſt regula Leonardi Piſani vera.

Ex hac regula faciliter cognoſces mediantibus terminationibus an numerus maximus habeat ℞. quadratam aut cubicam aut ℞. ℞. integram au non habeat vtendo iudicio & diſcretione.

Eſt etiam tertius modus approximationis qui elicitur ex vigeſima tertia regula 51. capituli in ℞. cuba talis, capere primo ℞. cubam integram de 20. quæ eſt 2. cuius cubus eſt 8. detrahe 8. ex 27. remanent 12. ſuppone 12. ad 19. fiunt $\frac{12}{19}$ detrahe $\frac{12}{19}$ ex 12. remanent 11 $\frac{7}{19}$ diuide ſemper hoc per 3. exit 3 $\frac{13}{19}$ deinde adde $\frac{12}{19}$ ad 2. radicem primam fit 2 $\frac{12}{19}$ multiplica in primam radicem quæ fuit 2. fit 5 $\frac{5}{19}$ diuide 3 $\frac{13}{19}$ per 5 $\frac{5}{19}$ exit $\frac{18}{25}$ adde ad 2. fit ℞. cuba 20. ſatis proxima 2 $\frac{18}{25}$ & ſimiliter volo ℞. cubam de 80. ℞. cuba integra eſt 4. cuius cubus eſt 64. detraho 64. ex proximo cubo qui eſt 125. exit 61. detraho ex 80. remanent 16. ſupperpono 16. ad 61. fit $\frac{16}{61}$ detraho ex 16 remanent 15 $\frac{45}{61}$ diuide ſemper vt dixi per 3. exit 5 $\frac{15}{61}$ deinde adde $\frac{16}{61}$ prius inuentos ad 4. fit 4 $\frac{16}{61}$ multiplica 4. priorem radicem in 4 $\frac{16}{61}$ ſecundam radicem fit 17 $\frac{3}{61}$ diuide 5 $\frac{15}{61}$ prius ſeruatos per 17 $\frac{3}{61}$ exit $\frac{4}{13}$ adde ad 4. fit ℞. cuba 80. hoc 4 $\frac{4}{13}$ cuius cubus eſt 79. $\frac{2053}{2197}$.

139 Inuenias duos numeros in proportione 3. ad 2. ex quorum multiplicatione fiat vnitas hæc poteſt ſolui per algebra ponendo vnam 1. co. alium 1 $\frac{1}{2}$ co. deinde multiplicare habebis 1 $\frac{1}{2}$ ce. æqualem vnitati, ſed longè pulchrius eſt inuenire hoc modo.

Scias hanc regulam quod cum duo numeri mutuo ſe diuidunt ſemper prodeuntia inuicem multiplicata producunt vnitatem. Item ſcis ex regula vigeſima nona capituli 42. quod quotiens duo numeri ſe mutuo diuiſerint prodeuntia habebunt proportionem duplicatam quam habent numeri mutuo ſe diuidentes igitur tales erunt aſſumendi in proportionem quæ eſt medietas ſexquialteræ vt poſt modum mutuo diuiſi producant exeuntia in proportione ſex qui altera dictum igitur eſt vt eſſent in proportione 2. ad 3. multiplica 2. in 3. fit 6. & ℞. 6. cum. 2. ſunt in proportione quæ eſt medietas ſexquialteræ, diuide igitur ℞. 6. per 2. exit ℞. 1 $\frac{1}{2}$ diuide 2. per ℞. 6. exit ℞. $\frac{2}{3}$ & ℞. 1 $\frac{1}{2}$ & ℞. $\frac{2}{3}$ ſunt numeri quæſiti qui ſunt in proportione 3. ad 2. & inuicem multiplicati producunt vnitatem.

Caſus nuper accidit quidam vendidit apothecam librorum aureis 600. in termino annorum 10. ſoluendis ita quod in fine primi anni ſoluat 60. & in fine ſecundi anni alios 60. aureos vſque ad decem annos venit vnus qui vult exburſare omnes pecunias à principio computando intereſſe temporis ad 5. pro 100. ad caput anni quæritur quot aureos debet potentialiter exburſare & eſt dicere quanti dicitur ad contatos vendidiſſe dictam apothecam, ſcias primo quod oportet ſcire reducere dictos terminos ſolutionum ad vnum terminum & licet poſſit hoc fieri per tertiam regulam quinquageſimi octaui capituli nihilominus quia ſolutio eſt æqualis videlicet 60. aurei pro ſingulo anno fit longè facilius in talibus caſibus per hanc regulam præſentem ſeruientem omnibus ſolutionibus æqualibus capias numerum annorum qui eſt 10. eius accipe progreſſionem vnitatum quæ eſt 55. diuide 55. per ipſum 40. exit 5 $\frac{1}{2}$ & in tot annis deberet ſoluere vniuerſam pecuniam ideſt 600. aureos vbi in vna ſolutione ſoluendi eſſent & ita ſi fuiſſet in 9. annis ſolutio eius progreſſio eſſet 45. quare diuiſo 45. per 9. exit 5. & in quinque annis eſſet reductio ſolutionis ad vnum terminum & ſi exburſaſſet à principio ducatos 120. deinde reliquos 480. in 8. annis ad 60. pro anno tunc caperes progreſſionem de 8. quæ eſt 36. deinde diuide 600. per 60. qui ſunt aurei ſoluendi ſingulo anno exit 10. diuide 36. per 10. exit 3. $\frac{3}{5}$ & in tot annis aſſent exburſandi 600. aurei volo dicere quod tantum valet & non accedit damnum danti nec recipienti dare alicui 120. aureos de præſenti deinde 60. aureos ſingulo anno vſque ad 8. annos vſque ad complemetum 600. aureorum quantum eſſet nihil exburſare præſentialiter & in capite annorum 3 $\frac{3}{5}$ exburſare omnes 600. aureos hac igitur regula generali intellecta bene quæ eſt valde bona dictum eſt quod ſolutio cadit in annis 5 $\frac{1}{2}$ quare per regulam ſeptimam capituli quinquageſimi ſeptimi promerere aliquem numerum pro an-

2560000000
128
2688000000
Primus.
1344
2822400000
Secundus.
141 1 2
2963520000
Tertius.
148176
3111696000
Quartus.
1555848
3267280800

Quintus.

Quintus.

16336404

343064840

Sextus.

85766121

35164110961

Septimus.

nis 6 $\frac{1}{2}$ vno videlicet plus ad 5. pro 100. & hoc facies per modum centeſimæ ſextæ regulæ ob facilitatem nam 5. pro 100. ſunt $\frac{1}{20}$ & quia non promereris ſeptimum annum niſi pro medietate quæ eſt $\frac{1}{40}$ ideo multiplicabis 20. ſexies in ſe & fit 64000000. hoc multiplica ſemel 140. fit 256000000. promerere igitur hoc pro ſex annis addendo ſemper $\frac{1}{20}$ & fit vt vides 3530644840. hoc igitur eſt meritum pro 6. annis integris promerere modo pro 6. menſibus habebis hoc 3516410961. dic igitur ſi 3516410961. fit ex 3430644840. ex quo fiet per dictam regulam 3430644840. multiplica hunc numerũ in ſe & productũ diuide per 3516410961. & exit [illegible] dic digitur ſi hoc fit ex 2560000000. in annis 5 $\frac{1}{2}$ ex quo fiet 600 multiplica 600. 1256000000 fit 1536000000000. diuide per ſupra dictam fractionem & exit 458. [illegible] & tot aureos debet ille exburſare præſentialiter, & facilitatur operatio dimittendo diuiſionem primam, vt vides deinde diuidendo per modum regulæ octauæ capituli 31. ſic enim facilitatur operatio hæc & abreuiatur.

Aureus eſt Mediolani lib. 4. ſecundum valet lib. 5. ſol. 12. Venetiis aureus eſt lib. 6. ſol 4. ſcutum valet lib. 6. ſol 15. in Sicilia ſcutum valet carlinos 15. ſol 3. Mediolanenſes riſma cartæ eſt foliorum 500. quidam emit riſmas tot Venetiis librorum ad lib. 4. venetas quod valor fuit ducatorum venetorum 40. venit Mediolanum & permutauit cum alio dando 12. ex ſuis libris pro aureo veneto quilibet liber erat folia 36. expenſæ conducendi libros ex Venetiis Mediolanum ſunt $\frac{1}{6}$ valoris librorum Venetiis, recipit autem in permutatione libros Mediolani ad lib 4. Mediolanenſes pro riſma: conductio librorum ex mediolano in Siciliam eſt $\frac{1}{2}$ pretij ſiue valoris Mediolani: libri quos accepit in cambium fuerunt trium modorum quidam 30. faciliorum quidam 40. quidam 60. quæritur volendo vendere dictos libros in Siciliam adauctos vt lucretur vltra omnes expenſas 20. pro 100. quomodo debet apretiare dictos libros.

Hæc quæſtio ſicut præcedens fuit in effectu præciſe vt ponitur & eſt quæſtio compoſita ſicut præcedens nam vt vides præcedens ſoluitur per quiquageſimum ſeptimum & quinquageſimum octauum capitulum quia habet merita & recompenſationem & reductionem ad vnum terminum & ita hæc præſupponit capitulum quinquageſimum ſextum de cambiis & capitulum quinquageſimum quintum de permutationibus & capitulum quinquageſimum nonum de lucris & damnis propter expenſas & propter venditionem & pretia ad terminatum lucrum & tales quæſtiones ſunt valde pulchræ & vtiles & beatus eſt mercator qui bene ſcit eas explicare nam nihil magis ditat hominem quam bene intelligere tales per tractationes commercia & fere nulli inueniuntur his temporibus qui rectè ſciant ſe bene in illis exercere ſed poſtmodum exercent ſe in execranda vſura quia lucra licita neſciunt bene intelligere. Ideo poſui hæc duo exempla vt per illa poſſis omnes compoſitas quæſtiones intelligere, ibi enim iacet lepus, & quidam qui ſunt magis fortunati quam ſolertes exiſtimant ſe eſſe peritiſſimos in his & admittunt errores ad 15. pro centum & in damnum ſuum quod eſt ſtultitia, & in damnum alterius quod eſt peccatum.

Do autem tibi tria præcepta in omnibus iſtis quæſtionibus ſoluendis compoſitis quorum primum poſitum eſt in capitulo de cambiis quod debes reducere omnia ad valorem ſcuti & non alterius monetæ fixę nam hæc eſt maxima pars erroris, ſecundum quod debes exquiſitè inuenire capitale tuum & ad ipſum habere oculos, nam quandoque homini videtur lucrari multum & perdit eo quod non ponit mentem ad capitale & in capitali intelliguntur omnes expreſſæ vſque quo homo diſpoſuerit merces in loco in quo vult vendere ita quod non defficit niſi emptor. Tertium quod ſoluendæ ſunt à parte ad partem tales quæſtiones in pluribus viribus nam hi qui volunt breuiter ſoluere & tranſgredi operantur cum maxima difficultate & committunt errores magnos in damnum proprium quia ſi minus apreciant quam oportet non lucrantur expenſas victus ſi autem nimis non inueniunt emptorem & merces remanent ibi ideo aduerte diligenter, dic igitur primo riſma valet Venetiis lib. 4. & duc. valet lib. 6. ſol. 4. igitur duc. vno habebo riſmas 1 $\frac{17}{20}$ nam 124. continent totiens 80. igitur prò 40. duc. habebit riſmas 40 $\frac{440}{20}$ & ſunt riſmæ 62. & quia vnus liber habet folia 36. igitur vna riſma continebit libros 13. $\frac{8}{9}$ & quia habuit 62. riſmas igitur habuit libros 861. & quia dat libros 12. pro ducato igitur habebit ducatos 71 $\frac{3}{4}$ Venetos & quia ducatus valet lib. 6. ſol. 4. igitur ducati 71 $\frac{3}{4}$ erunt ſolidi Veneti 9177. quos diuide per valorem ſcuti qui eſt 135. igitur habebit valorem ſcutorum 68. minus 3. ſolidis Venetis quare ſcuti 68. minus duobus ſolidis Mediolanenſibus fermè ſunt lib. 380. ſol. 14. Mediolanenſes dando ſolidos 112. pro ſcuto, & quia pro quibuſlibet 4. libris Mediolanenſibus habet vnam riſmam papiri igitur pro libris 380. ſol. 14. habebit diuidendo per 4. riſmas 95 $\frac{7}{40}$ ſiue riſmas 95. folia 88. & quia pretium Venetiarum eſt duc. 40. & creſcit ex expenſis $\frac{1}{6}$ igitur capitale eſt duc. 46 $\frac{2}{3}$ & ſunt ſcuti 42. $\frac{117}{135}$ & quia expenſæ à Mediolano in Siciliam ſunt $\frac{1}{2}$ pretij appretiati Mediolani & pretium appretiatum fuit ſcutorum 68. minus duobus ſolidis Mediolanenſibus igitur expenſæ erunt ſcuti 34. minus ſolido vno, quos adde ſcutis capitalis qui fuerunt 42. $\frac{117}{135}$ & fient ſcuti 76. ſolidi 96. Mediolanenſes fermè & ſunt ſcuti 76. $\frac{6}{7}$ & quia volumus lucrari 20. pro 100. & eſt $\frac{1}{5}$ capiemus $\frac{1}{5}$ de 76. $\frac{6}{7}$ & eſt 15 $\frac{13}{35}$ & addemus ad 76 $\frac{6}{7}$ fient

ſcuti 92 $\frac{8}{15}$ & tantum oportebit vendere dictas riſmas, 95. folio 88. pro quo reduc ſcutos ibi ad valorem ſuæ monetæ & eſt carlini. 15. ſ. 3. & carlinus valet ſolidos 7. $\frac{2}{3}$ igitur ſcutum valebit ſolidos 115 $\frac{1}{2}$ ſed tu in vendendo pone ſemper valorem ſcùti aliquid plus quia in redimendo ſcutos per moneta oportet aliquando aliquid dare campſoribus. Pone igitur quod ſcutum valeat ſolidos 116. multiplica 116. in 92. $\frac{8}{15}$ fiunt ſolidi 1698. $\frac{18}{15}$ quos diuide per 95. $\frac{9}{30}$ fermè exeunt ſolidi 112. $\frac{1017}{4239}$ deinde dic ſi folia 500. vnius riſmæ venduntur ſolidis 112. nummis 5. ferme: nam in talibus minutiſſima omnino præciſio magis parit periculum errandi in mercatore, quam vtilitatem vbi fractiones nummi cadunt ſupra ſummam & non ſupra particulare, nam ſic poſſent tales minutiæ quantumcumque minimè magnum parere errorem & hoc habeas pro regula dices igitur quid valebunt folia 30. & 40. & 60. & pro facilitate diuide omnia per 10. dicendo ſi 50. valet ſolidos 112. nummos 5. quid valebunt 3. 4. & 6. multiplica 112 $\frac{5}{12}$ per 3. & per 4. & per 6. & fiunt 337 $\frac{1}{4}$ & 449 $\frac{2}{3}$ & 674 $\frac{1}{2}$ diuide per 50. habebis valorem libri 30. foliorum ſolidi 6 $\frac{149}{200}$ & 40. foliorum ſolidi 8 $\frac{149}{150}$ & foliorum 60. ſolidi 13 $\frac{49}{100}$ totum autem quod plus vendet erit vltra inſtitutam lucrum, quamuis librarij ponunt minimum lucrum 50. pro 100. eo quod tota ſumma librorum non videtur nec in ſpacio decem annorum & victus & aliæ expenſæ plurimum important in tãto tempore.

Inuenias quatuor quantitates continuè proportionales quarum productum primæ in ſecundam ſit 10. & productum aggregati primæ ſecundæ & tertiæ in aggregatum primæ & quartæ dempta tertia & dempto quadrato primæ ſit 30. ſcias hanc regulam in 4. quantitatibus cõtinuè proportionalibus quod ſemper illud quod producitur ex aggregato primæ ſecundæ & tertiæ in aggregatum primæ & quartæ dempta tertia ſi ab eo producto auferatur quadratum primæ reſiduum erit æquale productioni primæ quantitatis in ſecundam & tertiæ in quartam ſimul iunctis exemplum capio 4. quantitates continuè proportionales quas volueris & ſint 8. 12. 18. 27. & iungo primam ſecundam & tertiam & fiunt 38. iungo primam & quartam & ſunt 35. aufero tertiam quæ eſt 18. remanent 17. duco 17. in 38. fiunt 646. aufer quadratum primæ quantitatis & eſt 64. remanent 582. dico quod ſi multiplicaueris primam in ſecundam & fiunt 96. & tertiam in quartam & fiunt 486. quod hæ multiplicationes faciunt 582. ſimul iunctæ & ita eſt, quia igitur in petitione debent facere 30. igitur multiplicatio primæ in ſecundam & tertiæ in quartam ſimul iunctæ faciunt 30. ſed quia in petitione ſupponitur quod multiplicatio primæ in ſecundam faciat 10 igitur multiplicatio tertiæ in quartam faciet reſiduum quod eſt 20. quare per centeſimam nonam quæſtionem ipſa res ſiue prima quantitas erit ℞. ℞. ℞. 5000. & ſecunda erit in proportione ad eam vt eſt ℞. ℞. 2. ad 1. quare erit ℞. ℞. ℞. 20000. & tertia erit ℞. ℞. ℞. 80000. & quarta erit ℞. ℞. ℞. 320000. & ita mediantibus his regulis ſoluuntur quæſtiones quæ videntur impoſſibiles ſolutione pro quo volo alias 7. regulas hic ſubiungere per quas poterunt formari infinitæ quæſt. pulchræ & mirabiles & difficiles.

Prima eſt cum fuerint 4. quantitates quomodolibet continuè proportionales quod productum ex aggregato primæ ſecundæ & tertiæ in aggregatum primæ & quartæ dempta tertia & ab hoc producto dempto quadrato primæ reſiduum æquatur ei quod fit capiendo aggregatum 4. quantitatum & quadrando & ab hoc quadrato auferendo quadrata omnia 4. quantitatum & reſidui capiendo dimidium & ab hoc dimidio detrahendo quadratũ aggregati ſecundæ & tertiæ veluti poſuimus in præcedente exemplo quod tale reſiduum eſſet 582. quadratum aggregati 8. 12. 18. & 27. eſt quadratum de 65. quod eſt 4225. ab hoc aufero quadrata ſingularum 4. quantitatum remanent 2964. huius capio dimidium quod eſt 1482. ab hoc detraho 900. quod eſt quadratum 30. quod eſt aggregatum ſecundæ & tertiæ remanent 582. vt dictum eſt.

Secunda omnium 4. quantitatum continuè proportionalium proportio primæ ad aggregatum ſecundæ tertiæ & quartæ eſt veluti quadrati ſecundæ ad productum ex tertia in aggregatum ſecundæ tertiæ & quartæ veluti 8. 12. 18. 27. ponatur 8. prima proportio 8. ad 57. aggragatum reliquarum eſt veluti 144. ad 1026. productum ex 18. quæ eſt tertia quantitas in 57. aggregatum ſecundæ tertiæ & quartæ quantitatis, & ſimiliter poſito 27. prima quantitate proportio 27. ad 38. aggregatum reliquarum eſt veluti 324. quadrati ſecundæ ad 456. productum ex 12. quantitate tertia in 38. aggregatum ſecundæ tertiæ & quartæ, nam in primo exemplo 18. multiplicat ambas quantitates & in ſecũndo exemplo 12. multiplicat ambas quantitates igitur producta erunt in proportione multiplicatorum.

Tertia omnium 4. quantitatum continuè proportionalium productum omnium earum eſt æquale quadrato quartæ producto in quadratum primæ exemplum capio 8. 12. 18. 27. quadratum 8. eſt 64. quadratum 27. eſt 729. & 729. in 64. facit 46656. & tantum facit ducendo 27. in 18. & productum in 12. & productum poſt modum in 8. producitur enim 46656.

Quarta omnium 4. quadratũ continuè proportionalium productum primæ in differentiã tertiæ & quartæ æquatur producto ex ſecunda in differentiam ſecundæ & tertiæ exemplũ ſint quantitates 8. 12. 18. 27. productum ex prima quæ eſt 8. in differentiã tertiæ & quartæ quæ eſt 9. eſt 72. & tantum facit ducendo 12. quantitatem ſecundam in 6. differentiam ſecundæ & tertiæ quantitatis nam producitur 72. & ſimiliter productio ſecundæ in differentiam tertiæ & quartæ æquatur productioni tertiæ quantitatis in differentiam ſecundæ & tertiæ veluti in exemplo ſecunda fuit 12. in differentia tertiæ & quartæ eſt 9. & 12. in 9. faciunt 108. & tantum fit ducta 18. quantitate tertia in 6. differentiam ſecundæ & tertiæ quantitatis.

Quinta

Quinta in omnibus quantitatibus 4. continue proportionalibus ab vnitate ſemper proportio aggregati omnium quadratorum quatuor quantitatum ad aggregatum ipſarum quantitatum eſt veluti 1. ce. p̃. 1. ad 1. co. p̃. 1. in eadem proportione veluti capio 1. 2. 4. 8. aggregatum quadratorum eſt 85. aggregatum quantitatum eſt 15. proportio 85. ad 15. eſt $6\frac{2}{3}$ ad 1. & talis eſt proportio 17. quod eſt 1. ce. ce. p̃. 1. ad 3. quod eſt 1. ce. ce. p̃. 1. ad 3. quod eſt 1. co. p̃. 1. nam ſecunda quantitas quæ eſt 2. ſemper ſupponitur eſſe eſt la co. quando quantitates habent initium ab vnitate & hoc eſt quia ſecunda eſt ℞. quadrata tertiæ & cubica quartæ.

Sexta proportio aggregati omnium quadratorum 4. quantitatum continue proportionalium ad quadratum vniuerſale aggregati 4. quantitatum dēpto aggregato quadratorum 4. quantitatum & reſidui ſumpto dimidio veluti 1. ce. ce. p̃. 1. ad. 1. cu. p̃. 1. ce. p̃. 1. co. veluti in exemplo quantitates fuere 1. 2. 4. 8. aggregatum quadratorum eſt 85. quadratum de 15. aggregati 4. quantitatum eſt 215. detrahe 85. remanent 140. cuius dimidium eſt 70. proportio 85. ad 70. eſt veluti 17. quod componitur ex 1. ce. ce. p̃. 1. ad 14. quod componitur ex 1. cu. p̃. 1. ce. p̃. 1. co. nam 8. eſt cubus 4. cenſus 2. la co. quæ ſimul iuncta faciunt 14.

Septima proportio dimidij reſidui quadrati aggregati 4. quantitatum dictarum dempto aggregato quadratorum 4. quantitatum ad ipſas quantitates iunctas eſt veluti 1. cu. p̃. 1. ce. p̃. 1. co. ad 1. co. p̃. 1. exemplum quadratum aggregati fuit 225. dempto aggregato quadratorum quod fuit 85. remanſerunt 140. cuius dimidium eſt 70. proportio 70. ad 15. aggregatum 4. quantitatum eſt veluti 14. ad 3. eſt autem 14. vt dixi 1. cu. p̃. 1. ce. p̃. 1. co. in proportione dupla inchoando ab vnitate & 3. eſt 1. co. p̃. 1. quare cum ita ſit in omnibus aliis proportionibus ſiue multiplicibus ſiue non ſiue etiam irrationalibus patet propoſitum.

143 Quidam habebat argenti marchas 50. vnc. 6. ad ligam vnc. 7. d. 8. pro libra ſiue ad ligam d. 7. granorum 8. pro qualibet media vncia quod idem eſt, & voluti affinare vnam partem huius argenti ita quod addita reſiduo non affinato fieret totum argentum ad ligam vnc. 10. d. 16. pro libra, quæritur quantam portionem argenti debet affinare & quantum reuertetur totum argentum ſic affinatum, ſcias quod in capitulo quadrageſimooptimo dictum eſt duplicem eſſe affinationem vnam in qua additur argentum purum argento de liga, & in tali affinatione argentum creſcit, & ita dico de auro & de tali ſupra exemplificauimus, alia in qua nihil additur, ſed ponitur argentum vel aurum ad ignem, & conſumitur æs quod eſt in eo

Mār.	50	Vnc.		6
Liga.	Vnc.	7	d.	$8\frac{11}{18}$
Liga.	Vnc.	18	d.	$16\frac{8}{9}$
Mār.	34.	Vnc.		$7\frac{1}{8}$

& hæc vocatur ad copellam, & in hac argentum minuitur in pondere, & de tali affinatione eſt propoſita quæſtio nunc quam ſolues per regulam demon generalem in omnibus talibus ſic. Vide ligam vnc. 7. d. 8. qualis pars eſt de vnc. 12. & eſt $\frac{11}{18}$ vide ſimiliter ligam de vnc. 10 d. 16. qualis pars ſit de vnc. 12. & eſt $\frac{8}{9}$ diuide primam per ſecundam id eſt $\frac{11}{18}$ per $\frac{8}{9}$ exit $\frac{11}{16}$ multiplica $\frac{11}{16}$ in mār. 50. vnc. 6. fiunt mār. 34. vnc. $7\frac{1}{8}$ & tantum erit totum argentum ad ligam vnc. 10. d. 16. pro libra poſtquam fuerit affirmatum & hoc eſt ſecundum propoſitum: deinde ſubtrahe $\frac{11}{18}$ de vnitate per regulam remanent $\frac{7}{18}$ deinde detrahe mār. 34. vnc. $7\frac{1}{8}$ ex mār. 50. vnc. 6. remanent mār. 15. vnc. $6\frac{7}{8}$ diuide hoc per $\frac{7}{18}$ exeunt mār. 40. vnc. $6\frac{1}{4}$ & tanta pars debuit affinari de mār. 50. vnc. 6. & ita mār. 40. vnc. $6\frac{1}{4}$ rediguntur ĩ copella ad mār. 24. vnc. $7\frac{7}{8}$ quæ additæ ad mār. 9. vnc. $7\frac{1}{4}$ reſiduum de mār. 50, vnc. 6. quod non fuit affinatum conficiunt maſſam argenti mār. 34. vnc. $7\frac{1}{8}$ ad ligam vnc. 10. d. 16. quod fuit primum propoſitum.

Inuenias tres numeros continue proportionales ex quorum ductu primi in ſecundũ 144
producatur tertius & quadrata primi & ſecundi æquentur quadrato tertij, debes ſcire quod ſi ex ductu primi in ſecundum producitur tertius quod primus erit ℞. cubica tertij & ℞. quadrata ſecundi; nam ſic ex primo in ſecundum producetur tertius, igitur ponemus primum 1. co. ſecundum 1. ce. tertium 1. cu. quadra vnumquemque per ſe fient 1 ce. & 1. ce. ce. & 1. cu. ce. erunt 1. ce. p̃. 1. ce. ce. æqualia quadrato tertij quod eſt 1. cu. ce. quare ſchiſando per 1. ce. fient 1. ce. p̃. 1. æqualia 1. ce. ce. quare per capitulum quinquageſimum res valet ℞. V. ℞. $1\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ quare ce. erit ℞. $\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ & cubus erit ℞. V. ℞. 5. p̃. 2. prima igitur quantitas eſt ℞. V. ℞. $1\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ ſecunda ℞. $\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ tertia ℞. V. ℞. 5. p̃. 2. & ex prima in ſecundam producitur tertia & quadratum tertiæ eſt 2. p̃. ℞. 5. & hoc æquatur quadratis duarum primarum quæ ſunt ℞. $1\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ & ℞. $1\frac{1}{4}$ p̃. 1. $\frac{1}{2}$ quæ ſimul iuncta faciunt 2. p̃. ℞. 5.

Habeo corpus 24. baſium triangularium 145
& 48. quadrilaterarum vellem ſcire quot habebit latera & angulos, fac ſic quia dicit quod habet 24. ſuperficies trigonas multiplica 24. in 3. fit 72. deinde quia dicit quod habet 48. ſuperficies quadrangulas multiplica 4. in 48. fiunt 192. iunge cum 72. fiunt 264. huius ſemper accipe dimidium quod eſt 132. & tot habebit latera, & ſimiliter ſi dicat corpus 20. baſium triangularium quod habebit latera multiplica 20. in 3. fiunt 60. huius dimidium eſt 30. & tot habebit latera, & ſimiliter corpus 13. baſium exagonarum habebit latera 39. quia 13. in 6. facit 78. cuius dimidium eſt 39.

Pro angulis ita facies multiplicabis ſuperficies per numerum laterum vt prius vt in corpore 20. baſium triangularium multiplicabis 20. in 3. fiunt 60. & in corpore duodecim baſium pentagonarum multiplicabis 12. in 5. fiunt 60. ſicut feciſti in inuentione laterum, deinde vide quot anguli plani conſtituunt ſolidum veluti in Figura 20. baſium quinque anguli plani faciunt vnum ſolidum

diuide igitur 60. per 5. & exeunt 12. & tot erunt anguli ſolidi corporis 20. baſium triangularium, & ita in corpore duodecim baſiũ pentagonarum tres anguli plani conſtituunt ſolidum diuide igitur 60. per 3. exit 20. igitur tale corpus 12. baſium pentagonarum habebit 20. angulos ſolidos, & ita in corpore 72. baſium quarum 24. ſunt trigonę & 48. quadrangulæ fuit ſummam multiplicationis 264. & quia omnes anguli ſolidi in eo conſtant ex 4. angulis planis exceptis duobus extremis qui conſtant ex 12. planis ſinguli multiplica 2. in 12. fiunt 24. aufer à 264. remanent 240. diuide 240. p̄. 4. quia conſtant ex 4. angulis planis exeunt 60. anguli ſolidi quibus additis 2. qui conſtant vt dictum eſt ex 12. planis ſinguli fiunt omnes anguli ſolidi corporis 72. baſium 62. & hæc eſt regula generalis pro omnibus corporibus ſiue regularibus ſiue non, ſiue æquilateris ſiue non, quam poſuit Hipſiclus Alexandrinus Philoſophus Græcus & eſt veriſſima.

146 Auferas ex 7. & 5. duos numeros in proportione 13. ad 9. ita quæ reſidua remaneant æqualia, ſcias duo primum quod neceſſarium eſt vt numeri auferendi ſint in proportione maiore quam illi à quibus auferetur quare erunt 13. ad 9. in proportione maiore quam 7. ad 5. & hoc vbi detractio fienda ſit ex ordine videlicet vt maior à maiore & minor à minore ſi detrahendus & hoc eſt quia duorum numerorum quorum differentia eſt eadem cum differentia aliorum duorum proportio minorum maior eſt & maiorum minor, nota ſecundò quod hæc quæſtio poteſt ſolui per algebra faciliter, & per regulam de modo verumtamen admiror ſtupiditatem illorum quibus videtur inueniſſe quod magnum cum inuenerint regulas nullius vtilitatis, fac igitur vt vides detrahendo 5. à 7. remanent 2. detrahendo 9. à 13. remanent

7		13
2		4.2
5		9
13		9
2		2
$6\frac{1}{2}$		$4\frac{1}{2}$
7		5
$6\frac{1}{2}$		$4\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$

4. diuide 4. per 2. exeunt 2. diuide igitur per hoc exiens quod eſt 2. ipſum 13. exit $6\frac{1}{2}$ & ſimiliter diuide 9. per 2. exit $4\frac{1}{2}$ detrahe igitur $6\frac{1}{2}$ à 7. & $4\frac{1}{2}$ à 5. remanent $\frac{1}{2}$ ex vtraque parte quod eſt propoſitum, & ita detraxiſti $6\frac{1}{2}$ & $4\frac{1}{2}$ qui ſunt in proportione 13. ad 9. & à 7. & 5. remanſerunt quantitates æquales videlicet $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{2}$

Poſſes etiam dicere detrahe eandem quantitatem ex 7. & 5. vt reſidua ſint proportione 13. ad 9. nam cum inueniſti quod detractis $6\frac{1}{2}$ & $4\frac{1}{2}$ vtrinque remanent $\frac{1}{2}$ igitur detracto $\frac{1}{2}$ ab vtroque remanebunt $6\frac{1}{2}$ & $4\frac{1}{2}$ quæ ſunt in proportione 13. ad 9. quod eſt propoſitum & eſt quaſi controuerſum.

Diuide 10. per 3. p̄. ℞. cu. 5. in capitulo quinquageſimo primo regula decimaſeptima demonſtratum eſt qualiter diuiditur 10. per 3. m̄. ℞. cu. 5. hic autem quæritur, quomodo per 3. p̄. ℞. cu. 5. inuenias igitur ſuum reciſum quod eſt 3. m̄. ℞. cu. 5. deinde proportionale quod eſt quadrando ℞. cu. 5. fit ℞. cu. 25. diuide per 3. cubatum quod eſt 27. exit proportionale ℞. cu. $\frac{25}{27}$ vt prius hoc adde ſemper reciſo fiet reciſum 3. m̄. ℞. cu. 5. p̄. ℞. cu. $\frac{25}{27}$ multiplica igitur reciſum per diuidendum exit 30. m̄. ℞. cu. 5000. p̄. ℞. cu. 147

Diuidendus 10.
Diuiſor 3. p̄. ℞. cu. 5.
Reciſum 3. m̄. ℞. cu. 5 p̄. ℞. cu. $\frac{25}{27}$
30. m̄. ℞. cu. 5000. p̄. ℞. cu. 925. $\frac{25}{27}$
9. p̄. ℞. cu. $\frac{125}{27}$ quod eſt $10\frac{2}{3}$

$925\frac{25}{27}$ multiplica in diuiſorem fit abiectis ſuperfluis productum 9. p̄. ℞. cu. $\frac{125}{27}$ & hoc neceſſario ſemper habet ℞. cubicam quæ eſt $1\frac{2}{3}$ quare diuiſor eſt $10\frac{2}{3}$ & hoc differt neceſſario tantùm ab. 9. quadrato 3. quantum differt $7.\frac{1}{3}$ vbi diuiſio eſſet fienda per 3. m̄. ℞. cu. 5. & ſimiliter diuidendum eſt 30. m̄. ℞. cu. 5000. p̄. ℞. cu. 925. $\frac{25}{27}$ & differt tantum à diuidendo alio, quia hic ponitur ℞. cu. 5000. m̄. & ibi ponitur p̄. diuide igitur 30. m̄. ℞. cu. 5000. p̄. ℞. cu. 925. $\frac{25}{27}$ per 10. $\frac{2}{3}$ vt feciſti in regula decimaſeptima & exiens eſt quod prouenit diuiſo 10. per 3. p̄. ℞. cu. 5.

Quidam iuit in mercaturam cum quantitate balarum ſerici & lucratus eſt duas radices eius quod attulit, deinde dedit mutuo alteri dimidium lucri, & ille lucratus eſt cubum & cenſum cenſus eius quæ mutuo accepit, facta autem reſtitutione ſecundus habuit 2. p̄. quam primus, & valor omnium balarum ſetæ lucratarum fuit ducati mille, hic animaduerto duo ne hallucineris, primum quod cum dico quod ſecundus habuit 2. p̄. quam primus, non intelligo quod habeat ducatos 2. plus ſed duas balas ſetæ quod ſe habent ad rem per modum vnitatis ſecundo animaduerte quod cum dico lucrum totum excipio capitale primi, cum igitur ſecundus habuerit 1. cu. p̄. 1. ce. ce. & habuit 2. p̄. quam primus, habebat autem primus 1. ce. p̄. 2. co. igitur 1. ce. ce. p̄. 1. cu. æquatur 1. ce. p̄. 2. co. p̄. 2. igitur tranſponendo fiet 1. cu. m̄. 1. æqualis 1. ce. p̄. 2. co. p̄. 1. m̄. 1. ce. ce. quia illud 2. p̄. diuiditur dando vnitatem alteri parti quæ fit m̄. quare quæres communem diuiſorem qui eſt 1. ce. p̄. 1. co. p̄. 1. diuiſo igitur 1. cu. m̄. 1. per dictum diuiſorem exit 1. co. m̄. 1. diuiſo etiam 1. ce. p̄. 2. co. p̄. 1. m̄. 1. ce. ce. per 1. ce. p̄. 1. co. p̄. 1. exit 1. co. p̄. 1. m̄. 1. ce. igitur dicta exeuntia ſunt æqualia videlicet 1. co. m̄. 1. & 1. co. p̄. 1. m̄. 1. ce. quare de- 148

1. cu. m̄. 1.
1. ce. p̄. 1. co. p̄. 1. | 1. co. m̄. 1.
1. ce p̄. 2. co. p̄. 1. m̄. 1. ce. ce.
1. ce. p̄. 1. co. p̄. 1. | 1. co. p̄. 1. m̄. ce.

trahendo vnum ex alio fiet 1. ce æqualis 2. igitur la co. valet ℞. 2. primus igitur habuit primo cenſum id eſt 2. & lucratus eſt duas ℞. eius quod eſt ℞. 8. habebat igitur in totum ℞. 8. p̄. 2. & quia ſecundus habuit 2. p̄.

p̃.quam primus igitur habuit ℞.8. p̃. 4. & ita eſt, nam habuit cen. cen. ℞. 2. & eſt 4. & cubum ℞. 2. quod eſt ℞. 8. quod bene ſe habet : ambo igitur habuerunt 6.p̃. ℞. 32. & quia capitale fuit 2. qui eſt cenſus igitur lucrum eſt 4. p̃.℞.32. & quia poſui quod lucrum 1000. ducati dices ſi 4. p̃. ℞. 32. foret 1000. quid eſſet 2. capitale, duc 2. in 1000. fit 2000. diuide per 4. p̃. ℞.32.exit 163265. $\frac{25}{49}$ m̃.285. $\frac{5}{7}$ & tantum fuit capitale & eius 2.℞. non ſunt lucrum primum, ſed reliqua inuenies iterando regulam 3. & bala vna ſetæ valuit ducatos ℞. 40816. $\frac{16}{49}$ m̃. 142. $\frac{6}{7}$

Poſui etiam hanc vt intelligeres quæſtionem de medio & duplo cum omni poteſtate quantitatis ſurdæ, nam bala ſetæ habet rationem quantitatis ſurdæ.

149 Inuenias tres numeros continue proportionales ita quod primus ſit ℞. quadrata ſecundi, & ℞. cubica tertij. ita quod ex primo in ſecundum producatur tertius, & ex primo & ſecundo iunctis ſimul fiat tertius, hæc eſt facilis quantum eo quod dicit quod primus & ſecundus iuncti ſimul æquentur tertio igitur cum ſint continue proportionales erunt tales quantitates in proportione habente medium & duo extrema, & quia primus eſt ℞. ſecundi & ℞. cubica tertij igitur erunt ab vnitate continue proportionales, & primus erit igitur 1.co. ſecundus erit neceſſario 1.ce. & tertius 1.cu.& quia primus & ſecundus æquantur tertio igitur 1.cu. æquatur 1. ce. p̃. 1. co. igitur ſchiſa per 1.co. erit 1. ce. æqualis ad 1. co. p̃. 1. quare valor rei id eſt prima quantitas erit $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 1 $\frac{1}{4}$ & ſecunda quadratum eius videlicet 1 $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 1 $\frac{1}{4}$ & tertia 2.p̃.℞.5.

150 Dixit primus ſecundo ſi dederis ℞. tuorum habebo 3. plus quam tu dixit ſecundus primo ſi dederis ℞. tuorum habebo 5. plus quam tu quæritur quantum habebat quilibet illorum, quia igitur dicunt quod detur ℞.ſuppone quod ſecundus habeat 1. ce. dando ℞.dabit 1.co. & remanebit cum 1.ce. m̃. 1.co. & quia tunc habebit 3.m̃. quam primus, igitur primus habebit 1.ce.p̃.3.m̃.1.co. & quia accepit 1.co. igitur primus habebat de per ſe 1.ce. p̃. 3. m̃. 2. co. & quia dando ℞. ſuorum ſecundo ipſe ſecundus habebit 5. p̃. igitur cum tunc 2. habeat 1. ce. p̃.℞. V. 1.ce.p̃.3.m̃.2.co.erit vt detracta tali ℞.à primo & additis 5.partes ſint æquales, igitur 1. ce.p̃.℞. V.1. ce.p̃.3.m̃.2.co. æquabitur 1.ce. p̃.8.m̃.2.co. m̃.℞. V.1.ce.p̃.3.m̃.2.co. quare detrahendo cenſum ex vtraque parte remanebit ℞.V.1.ce.p̃.3.m̃. 2.co. æqualis 8. m̃.2. co.m̃.℞. V.1.ce.p̃.3.m̃.2.co.quare adde hanc radicem quæ eſt m̃. alteri parti & fient duæ ℞. V. 1.ce. p̃. 3. m̃.2.co.& ſunt per regulam duplandi radices ℞. V.4. ce. p̃. m̃. 12. 8. co. æquales 8. m̃. 2. co. quadra partes habebis 64.p̃.4. ce. m̃. 32. co.æquales 4.ce.p̃.12. m̃. 8.co. auferes ab vtraque parte 4.ce.& numerum detrahe à numero & res tranſpone habebis 24. co.æquales 52. quare res valet per 48.capitulum 2 $\frac{1}{6}$ & quia ſecundus ponitur habere 1.ce. igitur ſecundus habebit 4 $\frac{35}{36}$ & quia detracta ei radice & data primo primus habet 3. p̃. aufer ℞. quæ fuit vt dictum eſt 2 $\frac{1}{6}$ ex 4 $\frac{35}{36}$ remanent 2 $\frac{19}{36}$ adde 3. fit 5 $\frac{19}{36}$ & tantum habuit primus accepta ℞. ſecundi igitur detrahe 2 $\frac{1}{6}$ ex 5 $\frac{19}{36}$ remanent 3 $\frac{13}{36}$ & tantum habuit primus, igitur primus habuit 3 $\frac{13}{36}$ & ſecundus habuit 4 $\frac{35}{36}$

Si quis dicat diuide 10. in tres partes continue proportionales quod media ducta in aggregatum primæ & tertiæ faciat puta 21. diuide 10. in duas partes ex quarum multiplicatione producatur 21.per regulam vel per Algebra & erunt 7. & 3. deinde dic fac ex 7.duas partes in quarum medio cadat 3.per Algebra, vel per regulam ſuam erit igitur pars minor 3 $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 3 $\frac{1}{4}$ & media 3. & maior 3 $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 3 $\frac{1}{4}$ pariformiter faciemus de 10. partes tres continue proportionales ita quod ex prima in aggregatum ſecundæ & tertiæ fiat puta 21. diuide primo 10. in duas producentes 21. & erunt 7. & 3. deinde diuide 7. in duas partes in continua proportionalitate exiſtentes cum 3. per regulam vel per Algebra, & erit pars maior 8 $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 23. $\frac{1}{4}$ & media ℞. 23. $\frac{1}{4}$ m. 1 $\frac{1}{2}$ & minor 3. 151

Fac de 10. quinque partes continuè proportionales quarum quadrata iuncta faciant 40. pro hac nota has duas regulas quas ego inueni, prima cum fuerint 5. quantitates continuè proportionales erit vt dimidium reſidui remanentis facta detractione omnium quadratorum 5. quantitatum, ex quadrato aggregati dictarum 5. quantitatum æquetur productioni aggregati dictarum 5. quantitatum in aggregatum ſecundæ & quartæ quãtitatis, ſecunda quod quadratum aggregati ſecundæ & quartæ quantitatis æquatur producto ex tertia quantitate in ſe ipſam & etiam in aggregatum primæ tertiæ & quintæ quantitatis ſimul iunctis & ambæ hæ regulæ poſſunt demonſtrari Geometrice. 152

His viſis quadra 10. fit 100. detrahe aggregatum quadratorum 5.quantitatum quod dicis eſſe 40. remanet 60. cape dimidium quod eſt 30. igitur productum ex aggregato 5. quantitatum in aggregatum ſecundæ & quartæ facit 30. igitur diuiſo 30. per 10. aggregatum 5.quantitatum exibit 3. aggregatum ſecundæ & quartæ quantitatis, quare detracto 3. à 10. remanent 7. aggregatum primæ tertiæ & quintæ quantitatis, & hoc per primam regulam.

Deinde dic habeo 3. aggregatum ſecundæ & quartæ quantitatis & 7. aggregatum primæ tertiæ & quintæ quantitatis igitur per ſecundam harum regularum quadratum de 3. quod eſt 9. eſt æquale productioni tertiæ quantitatis in ſe ipſam & in aggregatum primæ tertiæ & quintæ quantitatis, poſita igitur tertia quantitate 1. co. multiplica in ſe fit 1.ce. multiplica in 7. fit 7.co. igitur 1. cen.p̃.7.co. æquatur 9.quare valor rei eſt ℞. 21 $\frac{1}{4}$ m. 3. $\frac{1}{2}$ & hæc eſt tertia quantitas, quadra eam fit 33. $\frac{1}{2}$ m.℞. 1041. $\frac{1}{4}$ fac igitur ex 10. $\frac{1}{2}$ m. ℞. 21 $\frac{1}{4}$ reſiduo & ſimiliter ex 3. duas partes quarum multiplicatio vnius in alteram faciat 33 $\frac{1}{2}$ m. ℞. 1041 $\frac{1}{4}$ dimidia 3. fit 1 $\frac{1}{2}$ quadra fit 2 $\frac{1}{4}$ auferas 33. $\frac{1}{2}$ m. ℞. 1041 $\frac{1}{4}$ fit ℞. 1041 $\frac{1}{4}$ m. 31 $\frac{1}{4}$ & huius ℞. vniuerſalis addita & detracta ab 1 $\frac{1}{2}$ oſtendit ſecundam & quartam quantitates, ſimiliter diuide 10 $\frac{1}{2}$ m.℞. 21 $\frac{1}{4}$ fiunt 5 $\frac{1}{4}$ m. ℞. 5 $\frac{5}{16}$ quadra fiunt 32 $\frac{7}{8}$ m. ℞. 585 $\frac{15}{64}$ detrahe

trahe ex hoc quadratum tertiæ partis id eſt 33 $\frac{1}{3}$ m. ℞. 1041 $\frac{1}{4}$ remanent ℞. 1041 $\frac{1}{4}$ m. ℞. 585 $\frac{43}{64}$ m. $\frac{1}{8}$ & huius ℞. vniuerſalis addita & detracta à 5 $\frac{1}{4}$ m. ℞. 5 $\frac{5}{16}$ oſtendit primam & quintam quantitatem erunt igitur quantitates vt infrà.

Prima 5 $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 5 $\frac{5}{16}$ m̄. ℞. V. ℞. 1041 $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 585. $\frac{43}{64}$ m̄. $\frac{1}{8}$
Secunda 1 $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. V. ℞. 1041 $\frac{1}{4}$ m̄. 31 $\frac{1}{4}$
Tertia ℞. 21 $\frac{1}{4}$ m̄. 3 $\frac{1}{2}$
Quarta 1 $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. V. ℞. 1041 $\frac{1}{4}$ m̄. 31 $\frac{1}{4}$
Quinta 5 $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 5. $\frac{5}{16}$ p̄. ℞. V. ℞. 1041. $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 585. $\frac{43}{64}$ m̄. $\frac{1}{8}$

Nota etiam ad ſimilitudinem ſecundæ regulæ ſupradictæ in 4. quantitatibus continue proportionalibus quod ſi ex quadrato aggregati omnium 4. quantitatum detrahatur aggregatum quadratorum dictarum 4. quantitatum & reſidui ſumatur dimidium tale dimidium producetur ex aggregato ſecundæ & quartæ quantitatis in aggregatum primæ ſecundæ & tertiæ vel ex aggregato primæ & tertiæ in aggregatum ſecundæ tertiæ & quartæ quantitatis exemplum ſint quantitates 8. 12. 18. 27. quadratum aggregati eſt 4225. aggregatum quadratorum 1261. reſiduum eſt 2964. huius dimidium eſt 1482. hoc igitur producitur ex aggregato ſecundæ & quartæ & eſt 39. in aggregatum primæ ſecundæ & tertiæ quod eſt 38. nam ex 38. in 39. fit 1482. & ſimiliter idem 1482. producitur ex aggregato primæ & tertiæ & eſt 26. in aggregatum ſecundæ tertiæ & quartæ quod eſt 57. nam 26. in 57. facit 1482.

153 Fac de 29. partes 5. continue proportionales ita quod media illarum ſit 1. hæc patet ex præcedenti, habeas tamen pro regula ad facilius operandum vt addas illum numerum quem vis eſſe mediam quantitatem proportionalem & eſt 1. ad 29. fit 30. item minue ab eo 1. co. fit 30. m̄. 1. co. hoc ſemper multiplica in dictum numerum quem vis vt ſit media quantitas & eſt 1. fit 30. m̄. 1. co. & hoc ſemper eſt æquale 1. ce. igitur ſi 1. ce. p̄. 1. co. æquatur 30. res valebit 5. per capitulum, & hoc ſemper eſt aggregatum ſecundæ & quartæ quantitatis, igitur aggregatum primæ tertiæ & quintæ eſt 24. & quia 1. eſt tertia quantitas igitur 23. erit aggregatum primæ & quintæ quantitatis, & per præcedentem quæſtionem habebis quantitates hoc modo diuidendo 5. & 23. in duas partes [p]roducentes 1. Et ita ſi diceret fac de 33.

Prima 11 $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. 131 $\frac{1}{4}$
Secunda 2 $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. 5 $\frac{1}{4}$
Tertia 1
Quarta 2 $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 5 $\frac{1}{4}$
Quinta 11 $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 131 $\frac{1}{4}$

partes 5. continue proportionales ita quod media ſit 3. addde 3. ad 33. fit 36. minue 1. co. fit 36. m̄. 1. co. multiplica in 3. quod vis vt ſit tertia quantitas fit 108. m̄. 3. co. & hoc æquatur 1. ce. igitur res valet 9. & hoc eſt aggregatum ſecundæ & quartæ quantitatis quare aggregatum primæ & quintæ eſt 21. ideo ſolue vt ſupra.

Quidam famulus fugiebat à Mediolano iens Neapolim & ibat ita quod ſingulo die 154

Primus	Secundus	
$\frac{1}{10}$	3	
	2	Dies
	14	
	3	
	4 $\frac{2}{3}$	

perficiebat $\frac{1}{10}$ totius itineris Dominus cognouit hoc infra biduum, & ita tertia die incepit ſequi famulum & inſecutus eſt eum ita quod qualibet die perficiebat $\frac{1}{7}$ totius itineris, & neſcio quot milliaria ſint à Mediolano Neapolim quæro igitur quando & vbi iunget eum, ſic facies detrahe 7. à 10. fit 3. deinde multiplica 2. dies itineris primi anticipantis in 7. denominatorem ſecundi fiunt 14. diuide 14. per 3. exit 4 $\frac{2}{3}$ adde ei 2. dies fient dies 6 $\frac{2}{3}$ & in tot diebus coniungentur probatio eſt quantum primus in diebus 6 $\frac{2}{3}$ perfecit $\frac{20}{30}$ totius itineris præciſe, ſed ſecundus in diebus 4 $\frac{2}{3}$ perfecit $\frac{14}{21}$ totius itineris, ſed $\frac{20}{30}$ & $\frac{14}{21}$ ſunt $\frac{2}{3}$ totius itineris igitur erunt iuncti.

Poſſes per hoc facere quæſtionem de ſtellis quarum vna poſt aliam deſcendit: item euntibus à Neapoli Mediolanum & à Mediolano Romam vbi coniungentur & eſt pulchra interrogatio, ſed faciliter ſoluitur per la co.

Quidam iuit peregre cum quantitate pecuniarum & lucratus eſt cubum decimæ partis capitalis & fuit lucrum 3. p̄. quam capitale quæruntur capitale & lucrum, dices igitur quia 1. cu. m̄. 3. æquatur 10. co. adde 30. de communi fient 1. cu. p̄. 27. æqualia 10. co. p̄. 30. diuide per 1. co. p̄. 3. quinquageſimum primum capitulum fiunt 1. ce. m̄. 3. co. p̄. 9. æqualia 10. quare 1. ce. æquatur 3. co. p̄. 1. igitur res valet 1 $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 3 $\frac{1}{4}$ cape igitur 10. co. erunt 15. p̄. ℞. 325. & hoc fuit capitale, & quia lucrum fuit 3. p̄. igitur lucrum debet eſſe 18. p̄. ℞. 325. & tantus erit cubus, 155

1 $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 3 $\frac{1}{4}$
5 $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 29 $\frac{1}{4}$
8 $\frac{1}{4}$ p̄. ℞. 95 $\frac{1}{16}$
p̄ ℞. 98 $\frac{5}{16}$ p̄. ℞.
65. $\frac{11}{16}$

cuba igitur 1 $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 3 $\frac{1}{4}$ primo quadra fit 5 $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 29 $\frac{1}{4}$ multiplica igitur hoc in 1 $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 3 $\frac{1}{4}$ fit vt vides 8 $\frac{1}{4}$ p̄. ℞. 95 $\frac{1}{16}$ p̄. ℞. 98 $\frac{5}{16}$ p̄. ℞. 65 $\frac{11}{16}$ ſed ℞. 95 $\frac{1}{16}$ eſt 9 $\frac{1}{4}$ igitur additis 8 $\frac{1}{4}$ & 9 $\frac{1}{4}$ fiet hic cubus 18. p̄. ℞. 65 $\frac{11}{16}$ p̄. ℞. 98 $\frac{5}{16}$ & hoc æquatur 18. p̄. ℞. 325. igitur ℞. 325. æquatur duabus radicibus quæ ſunt ℞. 65 $\frac{11}{16}$ & ℞. 98 $\frac{5}{16}$ quod ſcies quadrando ℞. 325. fit 325. quadra ℞. 65 $\frac{11}{16}$ p̄. ℞. 98 $\frac{5}{16}$ fit 325. quod eſt propoſitum.

Diuide 10. per talem numerum quod exeat 6. plus diuiſore, fac ſic ſemper cape dimidium 6. quod eſt 3. quadra fit 9. adde ad 10. fit 19. cape ℞. 19. eſt ℞. 19. huic adde & minue dimidium numeri differentiæ quod 156

eſt

eſt 3. fit ℞. 19. m̄. 3. vna pars, alia ℞. 19. p̄. 3. etenim diuiſo 10. per ℞. 19. m̄. 3. exit ℞. 19. p̄. 3. quæ eſt 6. p̄. quam ℞. 19. m. 3. & eſt regula de modo in qua latet vis Algebræ ideo propoſita non habenti algebra dum conaret homo facere per viam fractorum induceret deſperationem.

157 Diuide 12. in 4. partes continue proportionales ita quod quadrata primæ & quartæ partium ſint duplum quadratorum ſecundæ & tertiæ partis, ſcias quod hæc poſita eſt propter duo primum propter errorem 120. regulæ quadrageſimiſecundi capituli, nam illa regula deficit, nam ſi ſane intelligatur ipſa eſt vniuerſalis & tenet in conuerſis & aliis fractis & ſurdis & eſt ſenſus cum fuerint 4. numeri quomodolibet tales quod differentia ſecundi à tertio ſit æqualis primo & quod ſecundus & tertius æquentur quarto & eſt dicere cum fuerint 4. numeri quorum primus & ſecundus iuncti æquantur tertio atque ſecundus & tertius æquentur quarto tunc ſemper quadrata primæ & quartæ quantitatis ſunt duplum quadratorum ſecundæ & tertiæ quantitatis, & hoc ſemper verum eſt pone igitur quod prima quantitas ſit 1. co. igitur reſiduum erit 12. m. 1. co. & hoc æquabitur ſecundæ tertiæ & quartæ quantitati igitur per regulam quarta quantitas eſt 6. m. $\frac{1}{2}$ co. adde ei 1. co. fit 6. p̄. $\frac{1}{2}$ co.

Prima 1. co.
Secunda 3. m̄. $\frac{1}{4}$ co.
Tertia 3. p̄. $\frac{1}{4}$ co.
Quarta 6. m̄. $\frac{1}{2}$ co.

6. co. m̄. $\frac{1}{2}$ cen.
9. m̄. 1 $\frac{1}{2}$ co. m̄. $\frac{1}{16}$ cen.

Prima 12. m̄. ℞. 115. $\frac{1}{5}$
Secunda ℞. 64 $\frac{4}{5}$ m̄. 6.
Tertia 6. m̄. ℞. 7 $\frac{1}{5}$
Quarta ℞. 28 $\frac{4}{5}$

cape dimidium quod eſt 3. p̄. $\frac{1}{4}$ co. & hoc erit tertia quantitas detrahe eam à quarta remanet ſecunda 3. m. $\frac{1}{4}$ co. cum igitur ſint continuè proportionales duc primã in quartam fiunt 6. co. m. $\frac{1}{2}$ ce. duc ſecundam in tertiam fiunt 9. m. 1 $\frac{1}{2}$ co. m. $\frac{1}{16}$ cen. quare tandem fient 1. ce. p̄. 28. $\frac{4}{5}$ æqualia 24. co. quare res valet 12. m. ℞. 115 $\frac{1}{5}$ & hæc eſt prima quantitas hanc detrahe ex 12. remanent ℞. 115 $\frac{1}{5}$ cuius dimidium eſt ℞. 28 $\frac{4}{5}$ quantitas quarta, huic adde primam fit 12. m. ℞. 28. $\frac{4}{5}$ huius cape dimidium quod eſt 6. m. ℞. 7 $\frac{1}{5}$ tertia quantitas, hanc detrahe ex quarta remanet ℞. 64. $\frac{4}{5}$ m. 6. hæ igitur quantitates ſunt continuè proportionales & quadratum primæ & quartæ ſunt duplum quadratorum ſecundæ & tertiæ quod eſt propoſitum. Similiter ſi dicat inuenias 4.

Prima 1. co.
Secunda 4.
Tertia 4. p̄. 1. co.
Quarta 8. p̄. 1. co.

Prima ℞. 20. m̄. 2.
Secunda 4.
Tertia ℞. 10. p̄. 2.
Quarta ℞. 20. p̄. 2.

quantitates continuè proportionales quod ſecunda ſit 4. & quadrata primæ & quartæ ſint duplum quadratorum ſecundæ & tertiæ tunc habes 4. ſecundam quantitatem pone primam 1. co. igitur tertia quia componitur ex ſecunda & prima erit 4. p̄. 1. co. & 4. erit 8. p̄. 1. co. quia componitur ex ſecunda & tertia: ſequere æquationem habebis primam & reliquas vt vides, & ita plures potes formare caſus.

Diuide 10. in 3. partes continuè propor- 158
tionales ita quod quadrata primæ & tertiæ ſimul iuncta faciant 40. ex nonageſimaſecunda quæſtione, hoc modo, quadra 10. fit 100. duplica ſemper fit 200. auferas numerum quem vis vt aggregent quadrata & eſt 40. remanent 160. accipe ℞. fit ℞. 160. ab ipſa detrahe numerum diuidendum & eſt 10. fit ℞. 160. m. 10. & hæc eſt ſecunda quantitas deinde, aufer eam ex 10. remanet 20. m. ℞. 160. aggregatum primæ & tertiæ, diuide igitur 20. m. ℞. 160. in duas partes ex quarum multiplicatione inuicem producatur 260. m. ℞. 64000. per centeſimam vel centeſimam decimamſextam regulam quadrageſimiſecundi capituli, diuide igitur 20. m. ℞. 160. per æqualia fit 10. m. ℞. 40. quadra fit 140. m. ℞. 16000. detrahe 260. m. ℞. 64000. fit ℞. ℞. 16000. m. 120. cuius ℞. vniuerſalis addita & diminuta à 10. m. ℞. 40. oſtẽdit partes erunt, igitur partes vt vides probationem. Nã probatio facilis eſt quia omnes incrutiationes radicis vniuerſalis cadunt, tam in aggregatione quam etiam in multiplicatione, productum enim primæ partis eſt 140. m. ℞. 16000. p̄. ℞. 16000. m. 120. productum tertiæ eſt 140. m. ℞. 16000. p̄. ℞. 16000. m. 120. eo quod incruciationes cadunt vtrinque igitur aggregatum primæ & tertiæ eſt

Prima 10. m̄. ℞. 40. m̄. ℞. V. ℞. 16000. m̄. 120.
Secunda ℞. 160. m̄. 10.
Tertia 10. m̄. ℞. 40. p̄. ℞. V. ℞. 16000. m̄. 120.

280. m. 240. m. ℞. 64000. p̄. ℞. 64000. igitur hoc totum eſt 40. præciſe. Duæ enim ℞. 4000. faciunt ℞. 16000. & duæ ℞. 16000. faciunt ℞. 64000. & ſimiliter multiplicatio primæ in tertiam eſt 140. m. ℞. 16000. p̄. 120. m. ℞. 16000. quod eſt dicere igitur 260. m. ℞. 64000. & hoc eſt quadratum de ℞. 160. m. 10.

Cum fuerint 6. quantitates continue proportionales, ſi aggregatum quadratorum 6. quantitatum minuatur ex quadrato aggregati dictarum quantitatum & reſidui ſumatur dimidium & tale dimidium diuidatur per aggregatum omnium detracta prima quantitate exibit aggregatum primæ tertiæ & quintæ quantitatis, ſi vero diuidatur per aggregatum omnium detracta ſexta quantitate, exibit aggregatum ſecundæ quartæ & ſextæ quantitatis, & hæc regula eſt vniuerſalis vt reliquæ & inuenta geometricæ, demonſtratur enim ex quadrageſimatertia primi ellucratorum vt & omnes reliquæ exemplum capio 1. 2. 4. 8. 16. 32. aggregatum eſt 63. quadratum eius 3969. ſumma quadratorum

torum 1365. detracta à 3969. remanent 2604. diuide per æqualia exit 1302. diuide 1302. per 62. quod eſt aggregatum omnium dempto 1. prima quantitate exit 21. aggregatum primæ tertiæ & quintæ quantitatis & ſimiliter ſi diuiſeris 1302. per 31. quod eſt aggregatum omnium dempta ſexta quantitate exibit 42. aggregatum ſecundæ quartæ & ſextæ quantitatis.

Primum Exemplum.

℞. cu. 3. p̃. ℞. cu. 2.
℞. cu. 9. m̃. ℞. cu. 6. p̃. ℞. cu. 4.

3. p̃. 2. productum.

Secundum Exemplum.

℞. cu. 3. m̃. ℞. cu. 2.
℞. cu. 9. p̃. ℞. cu. 6. p̃. ℞. cu. 4.

3. m̃. 2. productum.

Tertium Exemplum.

℞. cu. 10. p̃. 2.
℞. cu. 100. m̃. ℞. cu. 80. p̃. 4.

10. p̃. 8. productum.

Quartum Exemplum.

℞. cu. 10. m̃. 2.
℞. cu 100. p̃. ℞. cu. 80. p̃. 4.

10. m̃. 8. productum.

Quintum Exemplum.

℞. cu. ℞. 100. p̃. 2.
℞. cu. 100. m̃. ℞. cu. 80. p̃. 4.

℞. cu ℞. 1000000. quod eſt 10. p̃. 8. pro.

Sextum Exemplum.

℞. cu. ℞. 100. m̃. 2.
℞. cu. 100. p̃. ℞. cu. 80. p̃. 4.

℞. cu. ℞. 100000. quod eſt 10. m̃. 8. pro.

159 Diuide 10. per ℞. cu. 3. p̃. ℞. cu. 2. item per ℞. cu. 3. m̃. ℞. cu. 2. Item per ℞. cu. 10. p̃. 2. Item per ℞. cu. 10. m̃. 2. Item per ℞. cu. ℞. 100. p̃. 2. Item per ℞. cu. ℞. 100. m̃. 2. Item per ℞. cu. 24. p̃. ℞. cu. 6. p̃. ℞. cu. 1 $\frac{1}{2}$ Item multiplica ℞. 10. m. ℞. cu. 10. m. 2. hæ ſunt 8. petitiones euacuantes totam rem ℞. cu. & quadratarum, & nihil aliud volunt niſi quod inuenias reciſa & binomia ſua aut trinomia id eſt tales numeros qui multiplicati per dictos diuiſores faciant numeros integros aut factos non ſurdos, tales enim ſunt diuiſores boni.

Pro primis 6. caſibus dico quod procedunt eodem modo fermè quadra vtrumque extremum & pone pro extremis, deinde multiplica vnum quadratum per alterum & producti accipe ℞. & pone eam in medio per p̃. ſi diuiſor eſt reciſum, vel per m̃. ſi eſt binomium, & tale trinomium ſimplex aut trinomium reciſum ſi multiplicetur in diuiſorem producit numerum ſanum, qui ponitur pro diuiſore: deinde multiplicabis idem trinomium per 10. numerum diuidendum & producetur trinomium diuidendum.

In primo igitur caſu quadra ℞. cu. 3. fit ℞. cu. 9. quadra ℞. cu. 2. fit ℞. cu. 4. multiplica ℞. cu. 9. in ℞. cu. 4. fit ℞. cu. ℞. 36. quod eſt ℞. cu. 6. hanc pone m̃. quia ℞. cu. 3. p̃. ℞. cu. 2. fuit binomium.

Et nota quod productum erit illud quod producitur ex extremis tantum inuicem, nam aliæ cruciationes cadunt quare multiplica ℞. cu. 3. in ℞. cu. 9. fit ℞. cu. 27. quod eſt 3. multiplica ℞. cu. 2. in ℞. cu. 4. fit ℞. cu. 8. p̃. quod eſt 2. igitur productum erit 3. p̃. 2. quod eſt 5. & ita vides in exemplo ſecundo quod trinomium eſt per p̃. quia diuiſor fuit ℞. cu. 3. m. ℞. cu. 2.

Et ita in tertio exemplo quadra ℞. cu. 10. fit ℞. cu. 100. quadra 2. fit 4. multiplica 4. in ℞. cu. 100. cuba 4. fit 64. multiplica 64. in 100. fit 6400. cape ℞. 6400. quæ eſt 80. & ℞. cu. 80. eſt media quantitas erit igitur hæc minuenda & fiet trinomium reciſum ℞. cu. 100. m. ℞. cu. 80. p̃. 4. quare in quarto exemplo erit etiam idem, ſed per p̃. & ita productum exit ex extremis in tertio exemplo 18. & in quarto erit 2.

Pro quinto exemplo ſimiliter quadra ℞. cu. ℞. 100. fit ℞. cu. 100. quadra 2. fit 4. multiplica vnum per aliud cubando 4. fit ℞. cu. ℞. 6400. quod eſt ℞. cu. 80. vt prius & ita fit trinomium ℞. cu. 100. m. ℞. cu. 80. p̃. 4. & poſui ℞. cu. ℞. 100. quia idem eſt quod ℞. cu. 10. vt videres veritatem, & ita dicemus in ſexto exemplo quod trinomium reciſum erit ℞. cu. 100. p̃. ℞. cu. 80. p̃. 4. ſunt & in his ſex modis aliæ regulæ inueniendi reciſa veluti reciſum de ℞. cu. 3. p̃. ℞. cu. 2. eſt ℞. cu. 243. m̃. ℞. cu. 162. p̃. ℞. cu. 108. m. ℞. cu. 72. p̃. ℞. cu. 48. m. ℞. cu. 32. & productum eſt ex extremis videlicet ℞. cu. 729. quod eſt 9. m. ℞. cu. 64. quod eſt 2. & ita eſt 7.

Modus inueniendi tale reciſum eſt vt inuenias primum relatum de 3. & eſt 243. quia fit ex cubo 3. quod eſt 27. in quadratum 3. quod eſt 9. & ita inuenies primum relatum de 2. quod eſt 32. deinde interpone 4. numeros continuè proportionales inter eos quorum primus eſt ex ce. ce. 3. in 2. ſecundus ex cubo 3. in quadratum 2. tertius ex cubo 2. in quadratum 3. quartus ex ce. ce. 2. in 3.

℞. cu. 3. m̃. ℞. cu. 2.
℞. cu. 243. m̃. ℞. cu. 162. p̃. ℞. cu. 108.
m̃. ℞. cu. 72. p̃. ℞. cu. 48. m̃. ℞. cu. 32.
℞. cu. 729. m̃. ℞. cu. 64. quod eſt 7.

Eſt & alius modus in his 6. exemplis talis accipe ℞. 3. tanquam 3. non ſit cubus deinde dic ſi 3. eſſet 2. quod eſſet ℞. 3. multiplica ℞. 3. in 2. fit ℞. 12. diuide per 3. quadratum, exit ℞. 1 $\frac{1}{3}$ & ſimiliter dic ſi 3. fieret 2. quod eſſet ℞. 1 $\frac{1}{3}$ & fiet ℞. $\frac{16}{27}$ his tribus numeris habitis qui ſunt ℞. 3. ℞. 1 $\frac{1}{3}$ ℞. $\frac{16}{27}$ adde eis ℞. cu. fient ℞. cu. ℞. 3. ℞. cu. ℞. 1 $\frac{1}{3}$ ℞. cu. ℞. $\frac{16}{27}$ & hoc eſt conuerſum de ℞. cu. 3. p̃. ℞. cu. 2. vel de ℞. cu. 3. m̃. ℞. cu. 2. ponendo ℞. cu. ℞. 1 $\frac{1}{3}$ è contrario vt vides in exemplis, hic tamen modus eſt confuſior & producit ad ℞. quadratam.

℞. cu. 3. p̃. ℞. cu. 2.
℞. cu. ℞. 3. m̃. ℞. cu. ℞. 1 $\frac{1}{3}$ p̃. ℞. cu. ℞. $\frac{16}{27}$

℞. 3.

R. 3. p. R. 1 $\frac{1}{3}$ productum.
hæ iunctæ faciunt R. 8 $\frac{1}{3}$

R. cu. 3. m. R. cu. 2.
R. cu. R. 3. p. R. cu. R. 1 $\frac{1}{3}$ p. R. cu. R. $\frac{16}{27}$

3. m. R. 1 $\frac{1}{3}$ productum
hæ iunctæ faciunt R. $\frac{1}{3}$.

R. cu. 24. p. R. cu. 6. p. R. cu. 1 $\frac{1}{2}$
R. cu. 576. m. R. cu. 144.

24. m. 6. productum.
quod eſt 18.

R. cu. 24. m. R. cu. 6. p. R. cu. 1 $\frac{1}{2}$
R. cu. 576. p. R. cu. 144.

24. p. 6. productum
quod eſt 30.

Et ex hoc patet quod infinita ſunt eiuſdem numeri binomij reciſa, ſiue quadrati ſiue cubici attamen primus modus eſt facilior & etiam abſolutior quandoque tamen indigemus alijs.

Ex hoc tamen vltimo modo elicitur facilius reciſum de R.cu.24.p.R.cu.6. p.R. cu.1. $\frac{1}{2}$ nam quadra 24. fit 576. & eius R.cu. eſt primus numerus deinde multiplica 24. in 6. fit 144.& huius R.cu.eſt numerus ſecundus ponendus per m. ſi R.cu.6. eſt p. vel è contra vt vides in Figura: nam ſi reciſum de R.cu. 576.m.R. cu.144. eſt per vltimũ modum R. cu.R.576.p R.cu. R.36 p R. cu.R. 2 $\frac{1}{4}$ ſed R.cu.R.576 p.R.cu.R.36. p.R. cu.R. 2 $\frac{1}{4}$ eſt R.cu.24. p.R.cu.6.p. R.cu.1 $\frac{1}{2}$ igitur binomium de R.cu.24.p.R. cu.6.p. R.cu.eſt 1 $\frac{1}{2}$ R.cu.576.m.R.cu. 144. quod erat manifeſtandum.

R. cu. 10. m 2.
R. cu. 10. m. 2.

R.cu. 100. p. 4. m. R.cu. 80. m. R. cu. 80. quod eſt. R. cu. 640.

Quòd ſi velis multiplicare R.10.in R.cu. 10.m.2.tunc quadra vtramq; partem & primo quadrando R.10.fiet 10.& hoc eſt clarum deinde quadra R.cu.10. m.2. multiplicando quamlibet partẽ in ſe fiet primo R. cu. 100. p. 4. deinde multiplica in crucem cubando 2. habebis m. R. cu. 80. bis, hoc autem eſt æquale multiplicationi per 8. nam duplicare R. cu. 80. eſt multiplicare per 8. igitur ex tali quadratura proueniet R. cu.100. p.4.m. R. cu.640.quare multiplicando hoc per 10. fiet productũ R.quadrata V.40.p.R.cu. 100000. m. R. cu. 640000.

160 Maſſa auri de liga ponderis dragmarũ 10. & habentis argenti R. cu. 10. valet ducatos 10. & alia maſſa eiuſdem ponderis videlicet dragmarum 10.habens argenti R.10. eadem ratione valet ducatos 9. quæritur valor auri & argenti hæc ſoluitur per vigeſimam quartam regulam 51. capituli 1. exemplo finali abreuiando ipſum, pone vt vides & diuide R.10. per R.cu.10.exit R. cu. R. 10. & hoc multiplica per 10. m.R. cu.10. & per 10. & exeunt R.cu.R.10000000.m.R.10. & R.cu. R.10000000. nam hoc eſt ac ſi diuiſiſſes per R.cu.10. & poſt multiplicaſſes prouenientia per R. 10. ab his igitur per dictam regulam auferes 10.m.R.10.& 9. quæ ſunt poſita inferius habebis igitur pro diuiſore R. cu. R. 10000000.m.10.& pro diuidendo R. cu. R. 10000000. m. 9. quadra igitur per ſextum exemplum R. cu. R. 10000000. fit R. cu. 10000000.p.R.cu.100000000000000. p. 100. igitur productum erit ex extremis videlicet R.10000000.m. 1000. quare reciſum etiam eius erit R.10000000. p.1000. & productum erit 9000000. quod eſt diuiſor, & ideo multiplicabimus primum reciſum quod fuit trinomium videlicet R.cu.10000000.p. R. cu. R. 100000000000000.p.100.in R.10000000. p. 1000.& productum multiplicabimus per R. cu.R.10000000,m 9.& quod producitur diuidemus per 9000000. & exiens eſt valor vnius dragmæ auri puri.

10. m. R. cu. 10.	R. cu. 10.	10
10. m. R. 10.	R. 10.	9
	R. cu. R. 10.	

R. cu. R. 10000000. m. R. 10.
R. cu. R. 10000000.
10. m. R. 10. 9

R. cu. R. 10000000. m. 10.
R. cu. R. 10000000. m. 9.

R. cu. 10000000. p. R. cu. R. 100000000000000. p. 100.

Productum R. 10000000. m. 1000.
Reciſum R. 10000000. p. 1000.
Productum 9000000. & eſt diuiſor.

11 10. 200	181 $\frac{9}{11}$
11 10. 181 $\frac{9}{11}$	165 $\frac{35}{121}$
11 10. 165 $\frac{35}{121}$	150 $\frac{350}{1331}$
11 10. 150 $\frac{350}{1331}$	136 $\frac{8314}{14641}$
11 10. 136 $\frac{8314}{14641}$	124 $\frac{19546}{161051}$

Quidam locauit agrum pro lib. 200. ſingulis annis ad 5. annos & vult omnes pecunias in initio locationis, emphiteota vult dare ad meritum 10. pro centum quæritur quantum debet esburſare, hæc poſita fuit in quæſtione octuageſimaprima & vtraque regula ſoluendi eſt bona attamen quia cecidit modicus error in operando licet leuiſſimus, & quia hic modus eſt facilior viſum eſt vt ponerem ipſum quia igitur lucratur 10. pro 100. igitur ex 10.facit 11.multiplica igitur 10 in 200.fit 2000.diuide per 11. exit 181 $\frac{9}{11}$ & hoc poteſt pro primo, deinde multiplica idem 181 $\frac{9}{11}$ in 10.fit 1818 $\frac{2}{11}$ diuide per 11.exit 165 $\frac{35}{121}$ hoc pone pro ſecundo, & ſimiliter multiplica 165 $\frac{35}{121}$ in 10. fit 1652 $\frac{118}{121}$ diuide per 11. exit 150 $\frac{350}{1331}$, pro tertio, ſimiliter hoc multiplica per 10. habebis 1502 $\frac{802}{1331}$ diuide per 11.exit 136 $\frac{8314}{14641}$, pro quarto, ſimiliter pro quinto multiplica 136 $\frac{8314}{14641}$, in 10. fit 1365 $\frac{[illegible]}{14641}$, diuide per 11. exibit 124 $\frac{19546}{161051}$ pro 5. tot enim ſunt anni locationis iunge hos quinque redditus vt vides & habebis lib. 758 [illegible] 161

Inuenias R. de 9. p. R. 80. item R. de 8. m. R. 60. item R. de R. 20. m. 4. item de R. 20. p. R. 8. ſuperius in capitulo vigeſimoquinto declarauimus, 162

quod tales quæſtiones ſoluuntur per antepoſitionem ℞. dicendo quod ℞. de 9. p̄. ℞. 80. eſt ℞. ℞. V. 9. p̄. ℞. 80. nunc autem volo docere modum habendi radices tales appropriatum ex quo etiam rite intellecto habebitur modus habendi ℞. binomiorum cubicorum & ℞. ℞. & trinomiorum, & regula eſt vna in omnibus exemplis licet appareat variata ſecundum diuerſitatem exemplorum. Pro primo igitur exemplo dimidia ℞. 80. & eſt diuidere per 4. fit ℞. 20. quadra fit 20. diuide 9. in duas partes ita quod vna diuiſa per alteram fiat 20. & inuenies per centeſimam regulam vnam eſſe 4. aliam 5. horum igitur ℞. ligatæ iunctæ ſunt ℞. V. 9. p̄. ℞. 80. & erũt L. ℞. 5. p̄. ℞. 4. ſed quia 4 habet ℞. quæ eſt 2. dicemus qd. ℞. V. 9. p̄. ℞. 80. eſt ℞. 5. p̄. 2.

Et ſimiliter pro ſecundo exemplo diuide ℞. 60. per æqualia fit ℞. 15. quadra fit 15. diuide per eandem regulam 8. in duas partes ex quarum multiplicatione vnius in alteram fiat 15. & erunt partes 5. & 3. quare ℞. harum erunt ligatæ ℞. V. 8. m̄. ℞. 60. erit igitur ℞. talis L. ℞. 5. m̄. ℞. 3.

Et ſimiliter pro tertio exemplo diuide 4. per æqualia fit 2. quadra fit 4. diuide ℞. 20. in duas partes ex quarum multiplicatione producatur 4. & fient ℞. 5. m̄. ℞. 1. & ℞. 5.

℞. V. L. ℞. 5. p̄. ℞. 1. | m̄. ℞. V. L. ℞. 5. m̄. ℞. 1.

X

℞. V. L. ℞. 5. p̄. ℞. 1. | m̄. ℞. V. L. ℞. 5. m̄. ℞. 1.

L. ℞. 5. p̄. ℞. 1.

m̄. ℞. V. 20. m̄. 4. & eſt ℞. 16.

m̄. ℞. V. 5. m̄. 1.

m̄. ℞. V. 5. m̄. 1.

L. ℞. 5. m̄. ℞. 1.

p̄. L. ℞. 5. p̄. ℞. 1.

p̄. L. ℞. 5. m̄. ℞. 1.

m̄. ℞. V. 20. m̄. 4.

℞. 20. m̄. 4.

℞. V. L. ℞. 5. m̄. ℞. 3. X p̄. ℞. V. L. ℞. 5. p̄. ℞. 3.

℞. V. L. ℞. 5. m̄. ℞. 3. X p̄. ℞. V. L. ℞. 5. p̄. ℞. 3.

℞. 5. m̄. ℞. 3.

p̄. ℞. V. 20. m̄. 12. quod eſt ℞. 8.

p̄. ℞. V. 5. m̄. 3.

p̄. ℞. V. 5. m̄. 3.

℞. 5. p̄. ℞. 3.

p̄. ℞. 5. m̄. 3.

p̄. ℞. 5. p̄. 3.

p̄. ℞. 8.

℞. 20. p̄. ℞. 8.

p̄. ℞. 1. accipe igitur ℞. harum partium & habebis ℞. V. L. ℞. 5. m̄. ℞. 1. & ℞. V. L. ℞. 5. p̄. ℞. 1. hæ igitur ſimul ligatæ ſunt radix propoſita, & quia ℞. 20. m̄. 4. eſt ligata per m̄. ligabimus etiam has radices per m̄. ponendo maiorem ante & fiet ℞. V. L. ℞. 5. p̄. ℞. 1. m̄. ℞. V. L. ℞. 5. m̄. ℞. 1. vt igitur videas productionem huius ℞. appoſui Figuram.

Et ſimiliter in quarto exemplo diuide ℞. 8. per æqualia fit ℞. 2. quadra fit 2. diuide ℞. 20. in duas partes ex quarum multiplicatione proueniat 2. & erunt ℞. 5. m̄. ℞. 3. & ℞. 5. p̄. ℞. 3. accipe igitur ℞. V. harum partium eruntque ℞. V. L. ℞. 5. m̄. ℞. 3. & ℞. V. L. ℞. 5. p̄. ℞. 3. hæ igitur iunctæ vt priùs faciũt ℞. V. L. ℞. 5. m̄. ℞. 3. p̄. ℞. V. L. ℞. 5. p̄. ℞. 3.

163 Inuenias 3. quantitates continuæ proportionales & ſecunda ſit 3. ℞. cu. aggregati primæ & tertiæ, & multiplicationes vnius in alteram omnes ſimul iunctæ faciant 12. dices igitur quia ſecunda eſt 3. ℞. cu. aggregati primæ & tertiæ igitur poſito aggregato primæ & tertiæ 1. cu. erit ſecunda 3. co. igitur tota ſumma erit 1. cu. p̄. 3. co. & quia diuiſo dimidio omnium multiplicationum trium quantitatum aggregatum earum exit ſecunda quantitas per nonageſimamſecundã quæſtionem ſolutione primã, igitur diuiſo 6. per 1. cu. p̄. 3. co. exibit 3. co. igitur multiplicato 3. co. in 1. cu. p̄. 3. co. fiet 6. multiplica igitur 1. cu. p̄. 3. co. in 3. co. fit 3. ce. ce. p̄. 9. cen. & hoc eſt æquale 6. quare 1. ce. ce. p̄. 3. cen. æquatur 2. quare res valet ℞. V. ℞. 4 $\frac{1}{4}$ m̄. 1 $\frac{1}{2}$ & triplum eius eſt ſecunda quantitas & cubus eius eſt aggregatum 1. & 3. & hæc eſt Franciſci Leonardi de Caligariis cum ſequente.

Inuenias 3. quantitates continuè proportionales quarum ſecunda ſit ℞. cu. aggregati primæ & tertiæ & ſumma quadratorum omnium ſit tripla ei quod fit ex ſecunda quantitate in aggregatum omnium, pone quod ſecunda ſit 1. co. igitur aggregatum primæ & tertiæ eſt 1. cu. igitur ſumma omnium eſt 1. cu. p̄. 1. co. pro inuenienda autem

ſumma

ſumma quadratorum trium quantitatum continue proportionalium nota hanc regulam. Quadra aggregatum primæ & tertiæ trium quantitatum continue proportionalium & à producto auferes quadratum ſecundæ quantitatis reſiduum eſt quod quæris: quadra igitur 1. cu. quod eſt aggregatum primæ & tertiæ fit 1.ce. cu.detrahe 1.ce. quadratum 2.remanet 1.ce. cu. m̃. 1. cen.pro aggregato trium quadratorum hoc autem debet eſſe triplum producto ſecundæ in totum aggregatum tale autem productum eſt 1.ce. ce. p̃. 1. ce igitur 1. ce. cu. m̃. 1.ce. æquatur 3.ce. ce. p̃. 3.ce. quare 1.ce. cu. æquatur 3. ce.ce. p̃. 4. ce. ſchiſando igitur per 1. ce. fiet 1. ce. ce. æqualis 3. ce. p̃. 4. quare res valet ℞. V. ℞ 6 $\frac{1}{4}$ p̃. 1$\frac{1}{2}$ quod eſt 2. & hæc eſt ſecunda quantitas primam & tertiam inuenies eſſe 8. quia eſt cubus de 2. igitur fac de 8. duas partes in quarum medio cadat 2. per centeſimam regulam habebis igitur. Primam 4.
165 m̃.℞.12. Secundam 2. Tertiam 4.per ℞.12.

Quæritur quomodo inueniantur duo motores qui nunquam iungentur in eiſdem punctis vſque in æternum & dimittent infinita puncta in quibus non coniungentur & vltra hoc dimittent in finites infinita puncta in quibus non coniungentur hæ ſunt tres conditiones, & dicitur quæſtio hæc quæſtio infiniti de infinito, & eſt ex libro de miſteriis æternitatis. Reſpondeo igitur quod ſi ſint duo mobilia quæ perficiant reuolutiones in temporibus inuicem incommenſurabilibus quod talibus eueniet prædicta omnia, quod enim non coniungantur in eodem puncto vſque in æternum patet ex vigeſima quæſtione & hoc eſt primum, ſecundum, ſic ſit quod vnum moueatur in ℞.7. reliquum in ℞.5. dierum & primum vocetur A ſecundum b, & patet quod talia tempora erunt incommenſurabilia quia 7.in 5. non producit numerum quadratum ſint igitur iuncta in puncto A dico quod non coniungentur in aliquo puncto diſtante ab A per partem toti commenſurabilem id eſt nec per medietatem circuli aut tertiam partem aut quartam & ſic in infinitum cum igitur ſint infinita puncta diſtantia ab A per partes commenſurabiles & in nullo eorum coniungentur patet ſecundum propoſitum: ex hoc patet tertium nam cum ſemper coniungantur in punctis diuerſis vſque in infinitum per primam conditionem & cuilibet puncto correſpondent infinita puncta in quibus non coniungentur igitur dimittent infinities infinita puncta in quibus vſque in æternum non coniungentur, nec poteſt dici quod commenſurabilia puncta vnius coincidant commenſurabilibus alicuius alterius nam ſic ſequeretur quod puncta principalia diſtarent per partes commenſurabiles quod eſt contra poſitum, patet ſequela ex octaua decimi Euclidis: quod autem non poſſint coniungi in aliquo puncto commeſurabili amplius patet: nam ſi ſic coniungantur in c. diſtante ab a. per tertiam partem circuli in annis 1000. igitur in annis 3000. iterum coniungentur in A quod eſt contra poſita in vigeſima quæſtione quæ fūdatur ſuper decimamſextam decimi Euclidis.

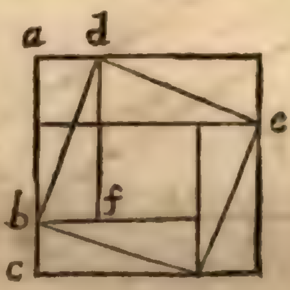
Patet igitur concluſio quod a & b mouebuntur vniformiter in aliquo circulo, & nunquam coniungentur in eodem puncto, ſed coniunctio eorum erit diuerſa in infinitum ita quod in infinitim punctis coniungentur diuerſis & quod infinita erunt puncta, in quibus non coniungentur, & quod infinities infinita puncta erunt omnino diuerſa in quibus non coniungentur, & ita erit infinitum triplicatum. Ex quo ſequitur quarta quod ſi eſſent infinita mobilia in eodem puncto quorum quodlibet moueretur temporibus incommenſurabilibus alteri, quod vltra prædicta nullum eorum vnquam coniungeretur cum duobus ex aliis vſque in æternum neque in vno eodem tempore neque in diuerſis & hoc fere tranſcendit cogitationem humanam.

Ex his liquet infinities infinita eſſe poſſibilia ſecundum cauſas materias & ſecundum efficientes in vniuerſali quæ tamen nunquam erunt vſque in æternum, & tamen vſque in æternum nunquam idem aliquid redibit in quo opus abyſſus diuinæ ſapientiæ laudatur.

Caput LXVII.

De Geometricis quæſtionibus.

Cum dixerit duos habeto numeros qui tantum aggregent quantum multiplicent & eorum quadrata iuncta ſint 24. geometrice, accipe igitur lineam maiorem a. b. & minorem b.c. & ponatur a. d. æqualis b.c. igitur b.d. eſt ℞.24. æquatur enim quadratis a.b. & a.d, quare quadratum b.e. eſt 24. & quadratum a. c, ſuperat quadratum b.e. in quatuor trigonis a, b, d, quare in duabus



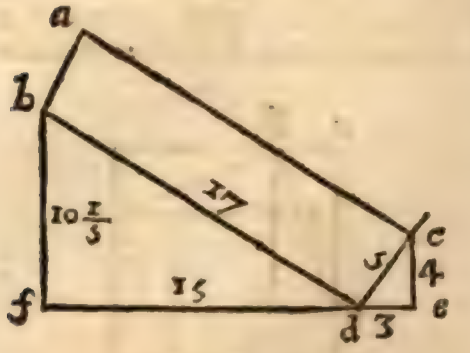
ſuperficiebus a, d, b, f, ſed hæc ſupponitur in numero æqualis a, c, lineæ propterea quod tantum aggregant quantum multiplicant a, b, & b, c, ideo a, c, eſt ℞. V. 24. plus duplo ſuimet, & eſt 6. quia cenſus æquatur 24. & duabus radicibus, diuide igitur 6. in duas partes quarum quadrata ſint 24. & erit per quadrageſimum nonum capitulum a. b, maior 3. p̃.℞.3. & b, c, minor 3. m̃. ℞. 3. & per hunc modum ſolues alias innumerabiles quæ ſunt in duobus numeris quærendis.

Cum dixerit quis habita diametro alicuius circuli da mihi aream & latera circunſcriptibilium figurarum tunc ex diametro habes latera conſimilis figuræ inſcriptibilis ex capitulo ſexageſimotertio, deinde quære katetū ad latus figuræ inſcriptibilis qui cognoſcitur per capitulū 63. verum ad maiorem facilitatem deſcripſi katetū à centro circuli circunſcribentis ad latus cuiuſlibet figuræ vt vides.

Semidiameter circuli.	5000
Katetus trigoni.	2500
Katetus quadrati.	3536
Katetus pentagoni.	4045
Katetus exagoni.	4330
Katetus eptagoni.	4504
Katetus octogoni.	4619
Katetus nonagoni.	4698
Katetus decagoni.	4750
Katetus vndecagoni.	4797
Katetus duodecagoni.	4829
Katetus tredecagoni.	4854
Katetus quatuordecagoni.	4874
Katetus quindecagoni.	4890

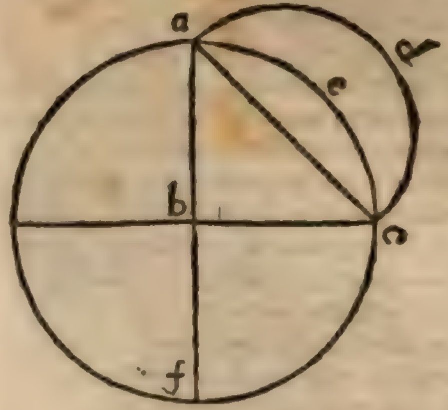
Eo igitur inuento duc ſemidiametrum circuli in latus figuræ inſcriptibilis: & productum diuide per chatetum: quod exit eſt latus figuræ circunſcriptibilis quo inuento habes aream per ſexageſimumtertium capitulum, exemplum volo aream eptagoni circunſcriptibilis circulo cuius diameter eſt 10. igitur per ſexageſimumtertium capitulum erit latus eptagoni inſcriptibilis $4\frac{819}{1000}$ & katetus $4\frac{63}{125}$ duco igitur ſemidiametrum in $4.\frac{339}{1000}$ fiunt $21\frac{819}{302}$ diuido per $4\frac{63}{125}$ exeunt $4.\frac{3679}{4101}$ & tantum erit latus circunſcriptibilis eptagoni quo habito habes aream.

3 Fuit ſuperficies a.b.c.d. paralelograma latus b.d. 17. d.e. 5. c.e. chatetus 4. quæritur b. f. quanta ſit, erit igitur angulis c.d.f. æqualis duobus d.e.c. & d.c.e. per trigeſimam ſecundam primi euclidis, & quia b. d. c. & e.

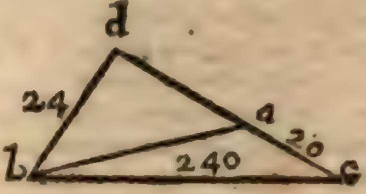


ſunt recti erit angulus d.c.e. æqualis b. d. f. quare trigoni ſimiles b.d.f. & c.d.e. & ex his proportio b.d. ad b. f. vt c. d. ad d.e. eſt autem d.c. per quadrageſimamſextam primi 3. ducta in b. d. fit 51. diuide per c. d. quæ eſt 5. exit b.f. $10\frac{1}{5}$

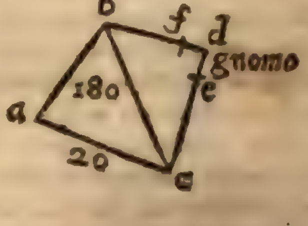
4 Si ſit a. c. latus quadrati inſcripti circulo a.c. f. volo cognoſcere. Figuram lunarem a. d.c.e. erit enim æqualis areæ trigoni a.b.c. eo quod tam ſemi circulus a.d.c. quam ſuperficies a.b.c.e. eſt quarta pars circuli a.f.c. Vnde detracta de communi ſuperficie a.e.c. remanebit trigonus a.b.c. æqualis lunari ſuperficiei a.d.c.e. ſit igitur diameter a.f. 10. igitur quadratum inſcriptibile erit 50. quare trigonus a.b.c. erit $12\frac{1}{2}$ & ſuperficies linaris a.d. c.e. erit etiam $12\frac{1}{2}$ præciſe.



Sit Caſtellum a. b. c. aqua cintum cuius 5 vnum latus a.c. cognoſcam & ſit 20. pedum ſit autem formæ triangularis reliqua autem



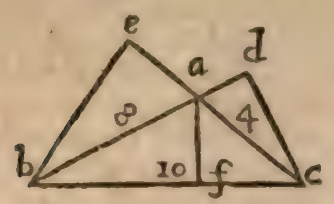
duo latera a.b. & b.c. neſciam quanta ſint, nec poſſim menſurare, volo ſcire quantæ ſit magnitudinis area a. b. c. ponam oculum meum in directo lineæ a. c. ita quod murus a.c. poſſit ſimul per longitudinem ſuam videri deinde elongabo me tantum donec gnomo poſitus ſuper d.c. reſpiciat altero latere punctum b. & ſit punctus ille d. in quo gnomo vno latere ſtat ſuper d. c. & reliquo reſpiciat punctum b. deinde menſurabo d.b. vt docebo infra quæ ſit 24. gratia exempli cuius medietatem videlicet 12 multiplicabo in a. c. ſit 240. & tanta eſt area trigoni a. b. c. quæſita. Eſt autem gnomo Figura capiens rectum angulum qua lignarij omnes vtuntur ad quadrandas aſſeres & tabulas.



Si autem trigonus ille eſſet acutorum angulorum conſtitue gnomonem iuxta angulum oppoſitum lateri cognito ita quod de directo talem angulum reſpiciat vno latere at altero perpendiculariter reſpiciat latus, cognitum in extremitate & talem lineam menſurabis cuius dimidium multiplicabis in latus cognitum veluti in trigono a. b. c. latus a.c. ſit 20. paſſus pono gnomonem in d. & ita quod per vnum latus perpendiculariter reſpiciat a. c. per aliud punctum b. & menſurabo d. c. quæ ſit 18. exempli gratia capio dimidium 18. & eſt 9. duco in 20. ſit 180. area trigoni.

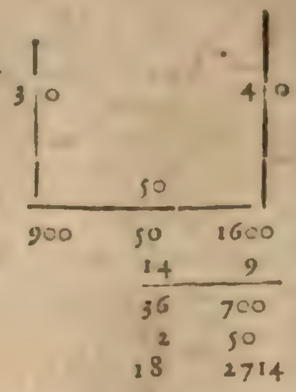
Sit

6 Sit trigonus a. b. c. qualiſcunque formæ cuius puta vnum latus ſit 10. aliud 8. aliud 4. volo ſcire in quibus locis cadant kateti per vnam regulam ſolam & eſt centeſima quadrageſimaſexta quadrageſimiſecundi capituli & primo à puncto a ſuper lineam b. c. quadra latera continentia punctum & ſunt a. b. & a. c. & fiunt 64. & 16. ſubtrahe minus de maiore remanet 48. diuide 48. per baſim quæ eſt 10. exit $4\frac{4}{5}$ & quia $4\frac{4}{5}$ eſt minus quam 10. detrahe $4\frac{4}{5}$ de 10. remanent $5\frac{1}{5}$ diuide $5\frac{1}{5}$ per medium exit $2\frac{1}{5}$ & tantum diſtans cadet katetus a. f. a latere minore continentium punctum à & eſt a. c. erit igitur f. c. $2\frac{3}{5}$ & nota quando $4\frac{4}{5}$ quod eſt exiens ex prima diuiſione eſt minus baſi quæ opponitur angulo, a. à quo trahis katetum ſemper katetus cadit intra trigonum, ſi vero eſſet æqualis latus minus ex continentibus eſſet præciſè katetus, ſi vero exiens eſſet maius baſi katetus caderet extra trigonum tantum diſtans à minore latere continentium quantum eſt medietas exceſſus exeuntis ſupra baſim. Exemplum volo katetum à puncto, b. ſuper latus a. c. quadro latera continentia b. & fiunt 100. & 64. detraho vnum ex altero & remanent 36. diuido per baſim id eſt latus oppoſitum angulo, b. à quo volo ducere katetum & eſt a. c. quod eſt 4. exit 9. & quia 9. eſt maius quam 4. katetus cadet extra trigonum detrahe igitur 4. ex 9. remanent 5. diuide per medium exit $2\frac{1}{2}$ & tantum diſtans cadet katetus à puncto à. Et ſimiliter volo ducere katetum à puncto c. ſuper a. b. quadro latera continentia punctum c. & fiunt 100. & 16. detraho 16. ex 100. remanent 84. diuido per baſim ſuper quam volo ducere katetum & eſt a. b. quæ eſt 8. exit $10\frac{1}{2}$ & quia hoc excedit 8. cadet katetus extra trigonum ſubtraho igitur 8. baſim ex $10\frac{1}{2}$ exeunte prouenit $2\frac{1}{2}$ cuius medietas eſt $1\frac{1}{4}$ & tantum erit diſtans katetus c. d. à puncto, a. & erit a. d. $1\frac{1}{4}$

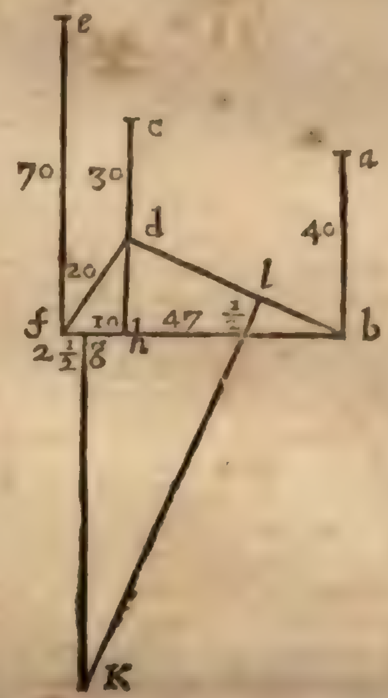


7 Et ex hoc habebitur quilibet katetus quantus ſit nam detracto quadrato a. d. quod eſt $1\frac{9}{16}$ ex quadrato a. c. quod eſt 16. relinquitur quadratum c. d. $14\frac{7}{16}$ igitur c. d. eſt ℞. $14\frac{7}{16}$ & ſimiliter detracto quadrato f. c. quod eſt $6\frac{19}{25}$ ex quadrato a. c. quod eſt 16. remanet quadratum a. f. $9\frac{6}{25}$ quare katetus a. f. eſt ℞. $9\frac{6}{25}$ Et ſimiliter detracto quadrato a. e. quod eſt $6\frac{1}{4}$ ex quadrato a. b. lateris contermini trigoni quod eſt 64. remanet quadratum b. e. $57\frac{3}{4}$ cuius ℞. eſt b. e. katetus videlicet ℞. $57\frac{3}{4}$

8 Et ex hoc habebitur area trigoni nam ſemper ducta medietate baſis ſuper quam cadit katetus in katetum quod producitur eſt ſuperficies trigoni veluti katetus a. f. eſt ℞. $9\frac{6}{25}$ duco in dimidium b. c. fit ℞. 231. & ℞. 231. eſt area trigoni ſimiliter capio katetum c. d. qui fuit ℞. $14\frac{7}{16}$ & duco in dimidium a. b. baſis ſuper quam cadit & fit ℞. 231. vt prius & ſimiliter duco katetum b. e. qui fuit ℞. $57\frac{3}{4}$ in dimidium a. c. & eſt 2. fit ℞. 231. vt prius & hic eſt alius modus menſurandi trigonos alius à ſexageſimotertio capitulo.



Sint duæ turres vna altitudinis pedum 40. alia 30. diſtantes pedibus 50. & duæ aues ab 9
earum ſummitatibus æqualiter volantes deſcendant ſuper planum quæro vbi iungentur



& eſt dicere inuenire punctum inter eas æqualiter diſtans ab vtraque ſummitate, hæc ſimiliter fit per centeſimam trigeſimam ſextam quadrageſimiſecundi capituli quadra 40. fit 1600. quadra 30. fit 900. ſubtrahe 900. de 1600. remanent 700. diuide per 50. exit 14. detrahe 14. ex 50. remanet 36. accipe dimidium quod eſt 18. & tantum diſtabit punctus ille à pede maioris turris.

Sint tres turres a. b. c. d. e. f. quarum a. b. 10
altitudo ſit 40. pedes c. d. 30. e. f. 70. diſtantia autem a. b. & c. d. ſit pedum 50. diſtantia autem a. b. & e. f. ſit pedum 60. diſtantia autem C. D. & E. F. ſit pedũ 20. volo protentorio extendendo inuenire punctum æqualiter diſtantem à ſummitatibus illarum trium turrium in plano. In hoc conſidera maius latus in trigono, b. d. f. & ſcis quod ex ſuppoſito maius latus eſt b. f. quia eſt 60. quære igitur per modum 10. quæſtionis præcedentis punctum in linea f. b. æqualiter diſtantem à ſummitatibus turrium a. b. & e. f. & erit di-

ſtans à puncto f. $2\frac{1}{2}$ & ſit punctus g. erit igitur f.g. $2\frac{1}{2}$ & ſimiliter quæres per eandem punctum in linea b. d. vbi duæ turres concurrunt a.b.& c. d. æqualiter & ille punctus erit 18. diſtans à turri a.b. & ſit l. igitur dico quod cum protraxeris duas perpendiculares ſuper dicta puncta inuenta videlicet vnam ſuper g. aliam ſuper l. quod punctus concurſus illarum erit punctus æqualiter diſtans à ſummitatibus turrium & ſit punctus ille k dico igitur quod k eſt inuentus quantum ad operationem geometricam non tamen eſt cognitus arithmetice quia neſcio quantum k diſtent à puncto g. nec etiam a, b, f, nec à ſummitatibus turrium a.c.e.

Pro hoc igitur ſciendo quære per ſeptimam quæſtionem huius vbi cadat katetus ſuper b. f. & inuenies quod per $12\frac{1}{2}$ diſtans à puncto f. & ſit locus vbi cadit h, erit igitur f. h. $12\frac{1}{2}$ quare g. h. erit 10. ſimiliter quia f. h. eſt $12\frac{1}{2}$ erit per octauam quæſtio-

e. f. 70. 4900
f. g. $2\frac{1}{2}$ $6\frac{1}{4}$

$4906\frac{1}{4}$

c. d. 30. 900
g. h. 10. 100

1000

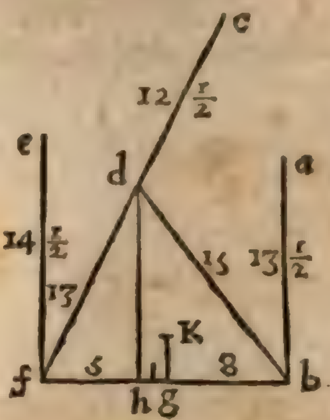
$4906\frac{1}{4}$
1000

$3906\frac{1}{4}$
$243\frac{1}{4}$

$3662\frac{1}{2}$

nem huius katetus d.h. ℞. $243\frac{1}{4}$ hoc inuento per eandem centeſimātrigeſimamſextam regulam quadrageſimiſecundi capituli ſic operaberis, quadra turrim ſemper propinquiorem puncto g, quam h, & eſt e. f. & iunge ei quadratum diſtantiæ turris id eſt quadratum f.g. & fiet $4906\frac{1}{4}$ quadra etiam turrim kateti & eſt c. d. & iunge ei quadratum differentiæ inter punctum g æqualitatis & katetum id eſt quadratum g.h & hæc ambo quadrata aggregant 1000. detrahe aggregatum minus à maiore qualecunque ſit minus, ſiue primum aggregatum ſiue ſecundum detrahe igitur 1000. ex $4906\frac{1}{4}$ remanent $3906\frac{1}{4}$ deinde conſidera an hoc reſiduum ſit maius quadrato kateti d. h. vel minus. Si maius vt hic nam $3906\frac{1}{4}$ maius eſt quam $243\frac{1}{4}$ tunc punctus k cadet extra trigonum ſemper & tunc detrahe quadratum kateti d.h quod eſt $243\frac{1}{4}$ ex reſiduo ſeruato quod fuit $3906\frac{1}{4}$ & remanent $3662\frac{1}{2}$ hoc autem ſemper diuides per duplum kateti d.h & eſt ℞. 975. quadra igitur $3662\frac{1}{2}$ fit $13413906\frac{1}{4}$ quadra ℞. 975. fit 975. diuide $13413906\frac{1}{4}$ per 975. exit $13757\frac{111}{117}$ & eius ℞. eſt quantitas g. k. Et ſi voluerimus habere diſtantiam puncti k à puncto f addemus quadratum f. g. quod eſt $6\frac{1}{4}$ & fiet ſumma $13764\frac{1}{16}$ & eius ℞. eſt diſtantia puncti k, à puncto f, quod ſi vellem diſtantiam puncti k, à puncto e, addam huic ſummæ quadratum e. f quod eſt 4900. & fiet diſtantia K, à puncto e. ℞. $18664\frac{1}{16}$ & hic modus ſatisfacit quando reſiduum eſt maius quadrato chateti, & facit punctum K, eſſe extra trigonum.

Quod ſi punctus K caderet intra ipſum vt in exemplo Fratris Lucæ ponatur d.f. 13. d.b. 15. f.b. 14. f. e. $14\frac{1}{2}$ c. d. $12\frac{1}{2}$ a. b. $13\frac{1}{2}$ erit f.g. 6. g.b. 8. f. h. 5. ſic enim inueniuntur per prædictas regulas f. h. & f. g. quare h. g. erit 1. & d.h. erit 12. quadra igitur vt prius



turris a. b. altitudinem, quoniam eſt propinquior puncto æqualitatis g. quam chateto h. ſicut in præcedenti Figura latus propinquius æqualitati g. quam chateto d. h. fuit e. f. turris, quadro igitur turrim a. b. & fit $182\frac{1}{4}$ quadro b.g. fit 64. iunge fiunt $246\frac{1}{4}$ quadro ſimiliter c. d. quæ eſt turris chateti vt etiam in præcedenti exemplo adiungendo ei quadratum differentiæ h.g. vt prius & fit totum $157\frac{1}{4}$ detraho ex $246\frac{1}{4}$ rema-

a. b. $13\frac{1}{2}$ $182\frac{1}{4}$
b. g. 8 64

$246\frac{1}{4}$
c. d. $12\frac{1}{2}$ $156\frac{1}{4}$
h. g. 1 1

$157\frac{1}{4}$

$246\frac{1}{4}$
$157\frac{1}{4}$

89
12

$7\frac{5}{12}$

$4\frac{7}{12}$
$2\frac{7}{24}$

nent 89. quia igitur 89. non eſt maius, ſed minus quadrato chateti d.h. nam quadratum d.h. eſt 144. quod eſt maius quam 89. Ideo indicat punctum K cadere intra trigonum quare tunc diuide 89. per 12. & eſt quantitas chateti d.h. exit $7\frac{5}{12}$ hanc detrahe ex d. h. remanent $4\frac{7}{12}$ diuide per æqualia exit K, g. $2\frac{7}{24}$ quæſita. Et vt vides operaris per centeſimamtrigeſimamſextam regulam quadrageſimiſecundi capituli in vtroque caſu, ſed differenter, & nunquam fallunt hi modi mon operis diſtincte inter ipſos & non confundas

fundas nam pluribus modis poteſt proponi hoc quando & ſuper reducitur ad alterum illorum.

11 Quidam fecit veſtem ex panno cuius latitudo ſit br. 2 $\frac{1}{2}$ veſtis longitudo br. 2. latitudo in fundo br. 10. in ſummitate br. 1. multi ſoluunt & malè, fac igitur vt colligitur ex demonſtratione noſtra ſuper decimam nonam quinti Euclidis in libro ſecundo annotationum ſuper Euclidem hoc modo quod generalis eſt omnibus veſtibus exiſtentibus ſine ſutura per latum ideſt quæ non habent buſtum vt dicunt vulgariter valet igitur hæc ratio in togis vt ſunt veſtes Venetorum & paliis & lacernis & generaliter in omnibus

10 1 2 2 $\frac{1}{2}$
$\frac{1}{9}$ 1 2 $\frac{2}{9}$
2 $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{2}$
5 $\frac{2}{9}$

11 $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9}$
$\frac{1}{9}$
11

veſtibus longis & breuibus quas homines portant extra domum detraho, 1. ex 10. remanent 9. dico per regulam ſi 9. facit 1. quid faciet 2. & facit $\frac{2}{9}$ addo ad 2. quod eſt longitudo ſit 2 $\frac{2}{9}$ multiplico 2 $\frac{2}{9}$ in dimidium 10. quod eſt 5. fit 11 $\frac{1}{9}$ & ſimiliter multiplico $\frac{2}{9}$ in dimidium 1. quod eſt $\frac{1}{2}$ ideſt fuit latitudo ſuperior fit $\frac{1}{9}$ detraho $\frac{1}{9}$ ex 11 $\frac{1}{9}$ remanent 11. diuido 11. per 2 $\frac{1}{2}$ & eſt latitudo panni exeunt 4 $\frac{2}{5}$ & tantum panni ineſt palio illi videlicet br. 4 $\frac{2}{5}$.

Si vero ſit veſtis compoſita vt petaſus exparto quadrata ſupra toracem & rotunda infra quære partem inferiorem per viam deſcriptam & ſuperiorem per viam quadrati ideſt multiplicando longitudinem in latitudinem deinde iunge omnia & diuide per latitudinem panni.

Exemplum petaſus ex panno latitudinis br. 2. in parte inferiore latus br. 9. in ſuperiore vbi annectitur cingulo & reliquæ parti thoraticis latitudo eſt br. 5. longitudo autem à cingulo ad finem eſt br. 1. pars autem ſuperior ex vtraque parte lata br. 2. & longa $\frac{3}{4}$ volo ſcire quantum panni contineat pro

9 5 1 2
4 5 1 1 $\frac{1}{4}$
2 $\frac{1}{4}$ 1 $\frac{1}{4}$

10 $\frac{1}{8}$ 3 $\frac{1}{8}$
3 $\frac{1}{12}$

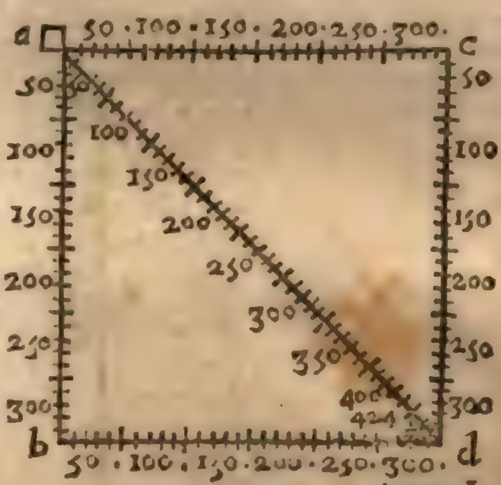
7
7 $\frac{1}{4}$
1 $\frac{1}{2}$ 2

8 $\frac{1}{12}$ 1 $\frac{1}{2}$
2

br. 4 $\frac{1}{4}$

inferiore fac vt in præcedente detrahe 5. a 9. remanent 4. deinde dic. ſi 4. producit 5. quid producet 1. producet 1 $\frac{1}{4}$ adde ad 1. fit 2 $\frac{1}{4}$ multiplica 2 $\frac{1}{4}$ in 4 $\frac{1}{2}$ fit 10. $\frac{1}{8}$ multiplica 1 $\frac{1}{4}$ in 2 $\frac{1}{2}$ fit 3 $\frac{1}{8}$ detrahe 3 $\frac{1}{8}$ ex 10. $\frac{1}{8}$ remanent 7. p. inferiore parte deinde pro ſuperiore multiplica 2. quod eſt latitudo in $\frac{3}{4}$ quod eſt longitudo fit 1 $\frac{1}{2}$ adde ad 7. fit 8 $\frac{1}{2}$ diuide per 2. quod eſt latitudo panni exit 4 $\frac{1}{4}$ & tot brachia habet petaſus ille.

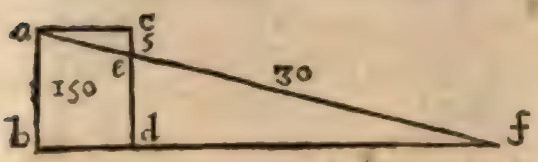
Quidam volebat ſcire latitudinem fluminis non potens pertranſire eum, ſcias quod menſura per inſtrumenta in hoc & aliis tribus ſequentibus quæſtionibus fit per aſtrolabium & per quadrantem & per vmbram ſolis & per ſpeculum & per virgulam & per baculum Iacob ſed nihil melius nihil certius nihil facilius aut exactius aut plurium vtilitatum quam inſtrumentum dictum gnomo viuens appellari debet ſic quantum & quadratus eſt & per ſe ſtat forma igitur eius talis, eſt facias quadratam tabulam perfectam longitudinis vnius paſſus vel dimidij paſſus vel $\frac{1}{4}$ nam aliter indigeres laborioſa ſupputatione & ſit ille a. b. c. d. diuidemus latera omnia gnomotis in quotquot voluerimus partes vt pote 120. vel. 300. vel 600. ſi ſit magnus in 600. ideſt ſi ſit vnius paſſus vel duorum ſi $\frac{1}{2}$ paſſus diuidemus in 300. ſi exiguus in 120. partes æquales deinde in latere oppoſito in puncto c. figemus lineam a. d. rectiſſimam ex calibe ita quod medium talis lineæ ſit præciſe in linea a. c. & ideo oportet vt clauus quo infigitur ſit fundatus pro dimidio in additamento quodam paruo extra lineam a. c. vt vides pro dimidio in quadrato a. b. c. d. & ſit linea a. d. lata parum vt non flectatur & ſint ſuper eam pinnulæ duæ altera ſuper a. altera ſuper d. & ſint ſicut pomoliacus, & ſit diuiſa in partes æquales etiam vt ſunt b. d. & c. dita quod ſi c. d. ponitur 120. ponemus a. d. 169 $\frac{1}{2}$ ſi ſit c. d. 300. ponemus a. d. 424 $\frac{1}{4}$ ſi vero ponatur c. d. 600. ponemus a. d. 8 $\frac{1}{2}$ & ſint ſignatæ diuiſiones à puncto verſus d. & a. b. verſus d. 12



d848 $\frac{1}{2}$

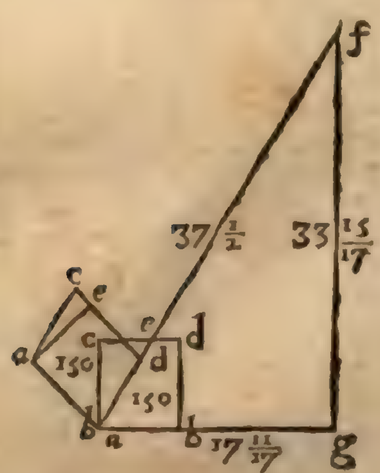
ad 5. ad 5. per numeros ſuos ita vt 5. ſit iuxta c. & 120. vel 300. vel 600. ſit iuxta punctum d. & ſimiliter ab a verſus b. & c. procedant & faciam in punctis a. b. c. d. prominentiam ad modum exiguam cui poſſit annecti filum cum modico plumbi ita vt ſi figam ipſum ſuper planum vt iacet po-

nam filum in puncto A ſi igitur filum hæret lateri a. b. tunc gnomo viuens eſt erectus perpendiculariter ſuper planum ſi autem non hæret æquidiſtanter ſed in vna parte magis remouetur filum à linea a. b. quam in alia tunc non ſtat perpendiculariter ſuper planum & operatio tua erit falſa adde etiam tabulam à parte poſteriore vt poſſit quieſcere ſuper ipſum à lateribus b. d. & a. b. Hoc facto volo ſcire latitudinem fluminis pono gnomonem in plano per lineam b. d. & pono oculum ſeu per ad punctum a & moueo regulam a. d. verſus c. donec per ambas pinulas videam ripam alteram fluminis & noto numerum vbi eſt regula & per hunc diuido nume-



rum in medio quadrantis & exiens ſunt tot paſſus. Exemplum ſit gnomo prædictus longitudinis $\frac{1}{2}$ paſſus diuiſus in partes 300. ſecundum duo latera prædicta quare cum 300. in $\frac{1}{2}$ ductum faciat 150. ſignabimus 150. in medio gnomonis & ita ſi fuiſſet longitudo $\frac{1}{2}$ paſſus & diuiſio in 300. partes ſignaremus in medio 75. & ita de reliquis cadat igitur a. d. linea ſuper 5. in puncto, e. quando video ripam fluminis diuido 150. per 5. exit 30. quarum tot paſſus erit ideſt paſſus 30. latitudo fluminis.

13 Et ponamus quod velis ſcire altitudinem turris f. g. te exiſtente in puncto b. & abſque cognitione diſtantiæ b. g. a. pede turris qui poſſes ſcire ſi velles per præcedentem ſed ad quid poſt poſſumus facere vnum abſque altero & etiam quia accedit quod non poſſumus videre pedem turris tunc igitur fige punctum b. ſuper planum vt pote ſuper tripodem ita vt linea c. d. reſpiciat cacumen turris nam hoc eſt generale vt ſemper latus c. d. reſpiciat rem quam volumus c gnoſcere ſiue alta ſit ſiue profunda deind: inclina-

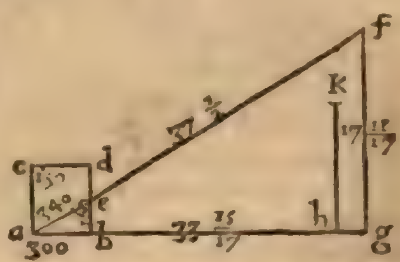


bo latus b. d. ita vt per ipſum poſſim videre ſummitatem turris poſito oculo in b. deinde fixo inſtrumento pono oculum in a & moueo a. d. donec per pinulas eius videam ſummitatem turris f. & ſit tunc regula in e diuide igitur 150. per c. e. quæ ſit 4. gratia exempli habebis b. f. paſſus $37\frac{1}{2}$.

Pono iterum gnomonem in plano b. g. ita vt punctus a cadat ſuper punctum b. & linea a. b. cadat ſuper lineam b. g. & videbo per ad punctum f. videbo quanta ſit b. e. quæ ſit gratia exempli 340. dicam igitur ſi 340. producit $37\frac{1}{2}$ quid producet 300. & eſt a. e. duc $37\frac{1}{2}$ in 300. fiunt 11250. diuide per 340. exit 33. $\frac{15}{17}$ & tanta erit altitudo turris f. g. ponemus etiam a. g. cognitam detracto quadrato f. g. ex quadrato a. f. relinquetur quadratum a. g. vel per regulam 3. dicendo ſi a. e. quæ eſt 340. producit a. f. quæ eſt $37\frac{1}{2}$ quid producet c. e. quæ ſit 160. duc. 37. $\frac{1}{2}$ in 160. fit 6000. diuide per 340. exeunt 17 $\frac{11}{17}$ & tanta erit a. g. & ita venatus es altitudinem turris & diſtantiam vnica operatione.

Animaduerte quod ſemper a. c. vel b. d. referunt altitudinem turris quoniam ſunt æqui diſtantes ei, a. b. vero & c. d. longitudinem plani a g. ſiue diſtantiam a. turri quia lineæ a. b. & c. d. ſunt vna cum linea a. g. vel æqui diſtantes ei.

Animaduerte ſecundo quod linea a. d. cadit aliquando non ſuper lineam c. d. ſed ſuſuper lineam b. d. & hoc eſt quando diſtantia a. g. maior eſt altitudine f. g. vt vides hic quandoque cadit ſupra punctum d. præciſè & tunc a. g. diſtantia æqualis eſt f. g. altitudini ſi vero altitudo f. g. ſit maior diſtantia a. g. tunc a. d. linea cadit ſuper lineam c. d. ſi igitur caderet vt hic linea a. d. ſuper e &



foret b. e. 160. dicam vt priùs vbi a. e. ſit 340. ſi 340. producit $37\frac{1}{2}$ vbi a. f. ſi $37\frac{1}{2}$ quid producet b. e. quæ eſt 160. duc 160. in 37. fit $\frac{1}{2}$ 6000. diuide per 340. exit 17 $\frac{17}{17}$ & tanta erit altitudo turris, & ſimiliter dices ſi 340. producit $37\frac{1}{2}$ quid producet a. b. quæ eſt 300. multiplica 300. in $37\frac{1}{2}$ & fiet 11250. diuide per 340. exit 33 $\frac{15}{17}$ & tanta erit diſtantia a. g.

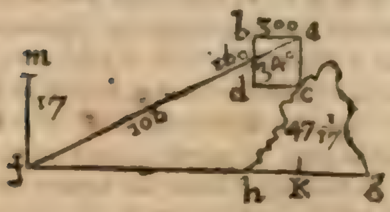
Et ex hac ſciemus diſtantiam aut altitudinem turris ſupra montem exiſtentis quære altitudinem montis per hanc altitudinem turris cum monte per eandem ſubtrahe primam à ſecunda & remanebit altitudo turris.

Et ſimiliter per hanc ſcies duas turres quarum non vides niſi ſummitatem quantùm diſtent ab imo nam pones te in vna linea recta cum illis & viſa ſummitate cognoſces diſtiam vt pote a. g. quanta ſit & a h. quanta ſit per eandem vnde detracta a. h. ex a. g. remanebit g. h.

Et ſimiliter cogneſces hoc facilius expendente decima tertia quæſtione vbi puncta h. & g. videri poſſent.

Et ſi quis exiſtens in ſummitate montis
videat aliquem lacum velit cognoſcere lati- 14
tudinem

tudinem lacus item veram altitudinem montis & hoc eſt pulchrum & non poſſit tamen videre imum montis quia mons eſt accliuis tunc ſic faciemus quæremus a. f. quanta ſit per modum decimæ quartæ quæſtionis inclinando gnomonem & ſit puta 100. paſſus deinde erigam gnomonem perpendiculariter ſuper ſuperficiem montis mediante plumbo poſito in puncto a & mouebo regulam a.d. ita vt per pinnulas videam punctum f. & ſit a. e. 340. & b. e. 160. dicam igitur ſi 340. producit 100. quid producet 160. duc. 160. in 100. 16000. diuide per 340. exit 47 $\frac{1}{17}$ & tanta eſt altitudo montis perpendiculariter ſumpta & ſimiliter dices ſi

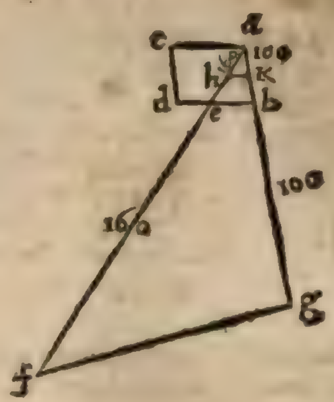


340. producit 100. quid producet 300. duc. 300. in 100. fit 30000. diuide 30000. per 340. exit 88 $\frac{4}{17}$ & tanta erit diſtantia k. f. ſed dices volo f. h. & non k. f. dico ſimiliter quæres quanta ſit h. k. eodem modo vnde detracta h. k. ex k. f. relinquetur h.f. latitudo lacus.

Nota quod vbi k.F. eſſet minor altitudine montis a. d. linea non caderet ſuper lineam b. d. ſed ſuper d. c. & operareris vt priùs ponendo a.c. altitudinem montis & c. e. poſtmodum eſſet diſtantia.

15 Et ſi velles cum hoc ſcire altitudinem turris f. m. inuenires vt priùs lineam a.m. quanta eſſet & ſimiliter a. f. deinde pones latus a. b. ſuper lineam a. m. ita quod per illud latus videas punctum m. & pones ſtante a. b. fixo regulam a. d. ita vt per ipſam videas punctum f. deinde quære in linea a. b. numerum proportionalem a. m. & in a. e. proportionalem a. f. & ſit a. m. 90. erit igitur ab. 90. aſſumendum & in a.e. 100. menſurabo eum circino quanta ſit linea tranſuerſalis manente a.d. fixa in puncto e. per quem videres punctum f. & quot diuiſiones capiet circinus vnâ linearum vt pote in a.b. vel a. d. nihil refert tanta erit m. f. turris altitudo vnde ſi linea tranſuerſalis ſit 17. & 17. paſſus erit altitudo f.m.

16 Quod ſi proponatur latitudo in terrâ & velim ſcire quanta ſit me exiſtente in terrâ vel in cacumine montis vel ſim in terrâ & velim ſcire quantum diſtent cacumina duarum turrium in omnibus ſcies vtriuſque termini quantitatem lineæ viſualis vt pote volo ſcire quanta eſt latitudo lineæ g. f. capio longitudinem lineæ a. g. ſiue a. ſi in plano ſiue ſuper montem & ſimiliter longitudinem a. f. eodem modo ſit igitur a. g. 100. a. f. 160. capio tunc gnomonem a. b. c. d. & pono a. b. latus ſuper lineam a. g. ideſt ita conſtituo vt per lineam a. b. videam punctum g. & dirigo a. e. ſuper a. f. eritque vt poſito oculo in a. videam per pinnulas a. d. punctum f. capio igitur a. h. quæ ſit 160. vt eſt a. f. & capio a. k. quæ ſit 100. vt eſt a. g. erit igitur menſurando à puncto h. in k. &



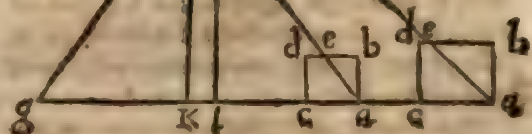
ſit 110. linea f. g. 110. quod eſt intentum & hoc ſeruit omnibus diſtantiis latitudinalibus quærendo ſemper longitudinem radij viſualis vtriuſque termini deinde ſuperponendo latus a. b. vel a. c. prout contigerit vni radio & poſt regulam a.d. extendendo ſuper alium radium ita vt ponendo oculum in a videas vtrumque extremum lineæ g. f. alterum per lineam a. b. vel a. c. alterum per lineam a. d.

Quod ſi contigerit partes a. h. & a. k. maiores eſſe numeris deſignatis vt pote 400. aut 500. tunc cape proportionatas partes exemplum ſit a. f. 700. a. g. 400. capiam a. h. 70. & a. k. 40. & ſit tunc h. k. 50. dicam igitur ſi 70. producit 700. quid producet 50. & producet 500. & tanta erit g. f. regula igitur eſt generalis de latitudinibus. 17

Et ſi volueris habere profunditatem putei H. G. pones inſtrumentum erectum perpendiculariter ſuper B. H. & poſito oculo in a videbis A. G. & ſit B. H. paſſus 2. & B. E. partes 30. multiplicabis 2. in totam longitudinem quadrantis & eſt 300. fit 600. diuide per B. E. quæ eſt 30. exit 20. & erit altitudo A. F. paſſus 20. aufer igitur A.B. quæ eſt paſſus $\frac{2}{3}$ remanebit H.G. paſſus 19 $\frac{1}{3}$ in omnibus autem operationibus meminiſſe oportet gnomonis addendi aut minuendi prout oportebit ſi præciſionem magnam curas maximè ſi gnomo ſit magnus.

Sit planta f. g. inclinata vt vides 18





ſuper plantam cuius volo ſcire altitudinem & diſtantiam pedis ideſt puncti g. à puncto a in

in quo ſum & etiam inclinationem ipſius plantæ ſuper planum ideſt angulum f. g. a. & ſuppono quod pes plantæ ideſt punctus g. non poſſit videri hæc eſt pulchra quæſtio pono gnomonem vt vides ita quod videam

f. l. 50 l. a. 56
h. K. 42 a. K. 32
f. m. 8 a. a. 30
a. k. 62
l. a. 56
K. l. 6

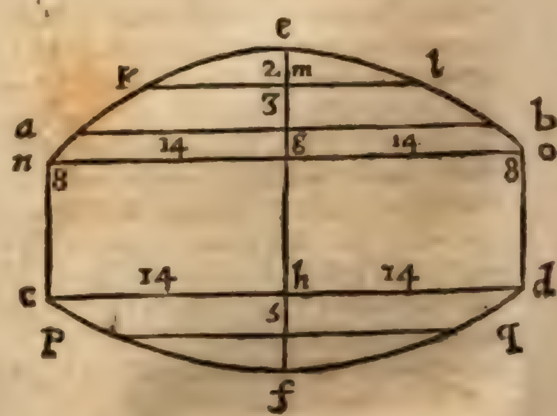
deam punctum f. & per decimam quartam quæſtionē ſciam quanta erit f. l. & l. à eo quod punctus f. eſt reſpectu puncti l. vt ſummitas turris eo quod f. l. eſt perpendicularis ſuper planum & ſit f. l. 50. & l. a. 56. deinde accedo vel recedo à puncto l. magis donec videam aliud punctum in linea f. g. & ſit h. non curans ſcire quanta ſit f. h. & ſit punctus ille in quo ero iterum punctus à verſus l. & propinquior & ſit tunc h. K. per decimam quartam quæſtionem 42. & a. K. 32. cui addo diſtantiam à puncto A. primo ad punctum A. ſecundum & ſit 30. & fiet a. K. tota 62. ſubtraho igitur a. l. ex a. K. fiet 6. ſubtraſſo h. K. ex f. l. fit 8. multiplico 8. in ſe fit 64. multiplico 6. in ſe fit 36. iungo ſimul fiunt 100. cuius ℞. eſt 10. videlicet longitudo h. f. deinde dic per regulam 3. ſi 8. producit 50. quid producet 10. multiplica 10. in 50. fit 500. diuide per 8. & fuit reſiduum duarum altitudinum exit 62. $\frac{1}{2}$ & tanta eſt f. g. deinde multiplica f. g. in ſe quæ eſt 62. $\frac{1}{2}$ fit 3906. $\frac{1}{4}$ multiplica f. l. in ſe fit 2500. detrahe 2500. ex 3906. $\frac{1}{4}$ remanent 1406. $\frac{1}{4}$ & ℞. eius quæ eſt 37. $\frac{1}{2}$ eſt longitudo g. l. quæ addita ad l. a. quæ fuit 56. fiet tota a. g. 93 $\frac{1}{2}$ ex his per

f. m. 8 64
K. l. 6 36
100
℞. 100. ē 10. f. h.
f. m. 8 f. g. 3906 $\frac{1}{4}$
f. l. 50 f. l. 2500
f. h. 10 1406 $\frac{1}{4}$
500 g. l. 37 $\frac{1}{2}$
8
f. g. 62 $\frac{1}{2}$

tabulam de corda & arcu cognoſcitur quantus ſit angulus g. eo quod ſupponitur arcui cuius corda eſt f. l. in circulo cuius diameter eſt f. g. Vnde per regulam 3. ſi f. g. quæ eſt 62 $\frac{1}{2}$ eſſet 120. quid eſſet f. l. quæ eſt 50. & eſſet 96. & angulus g. ſupponeretur arcui cuius corda eſſet 96.

19 Pro ſumma ſiue deffectu vaſorum vinariorum id eſt quantum deſficit vini in vaſe ad implendum ipſum ſic facito ſit gratia exempli vas vinarium a. b. c. d. & ſit longitudo a. b. 28. & altitudo in medio 18. & in extremis 8. quare cum voluerimus ſcire capacitatem iungemus 8. cum 18. & fiet 26. & huius accipiemus dimidium quod eſt 13. & quadrabimus & fiet 169. Et hoc multiplicabimus per 28. & fiet 4732. tot igitur continebit brentas & partes brentæ quoties numerus brentæ expertus à te continebitur in hoc numero & hoc per ſecundum modum ſciendi continentiam vaſorum vinariorum qui magis deſeruit ad ſciendum deffectum vini in vaſe quam primus licet primus ſit abſolutior, ponamus igitur gratiâ exempli 676. facere vnam brentam igitur hoc vas continebit brentas 7. detraho a. c. quæ eſt 8. ex e. f. quæ eſt 18. remanet 10. & hoc diuide per æqualia ſit 5. Et hæc eſt longitudo e. g. erit igitur e. g. 5. g. h. 8. f. h. 5. Et ſecundum hoc diuidetur vas in tres partes quarum duæ ſunt omnino ſimiles videlicet e. a. b. Et c. f. d. tertia pars eſt cæteris diſſimilis videlicet a. b. c. d. Cum igitur vis ſcire deffectum vini vel vinum deſficit tantùm vſque ad g. puta in m. vel in g. Et tunc operaberis per vnam regulam ſciendo quid deeſt vel vinum aſcendit ſupra h. Et infra g. & tunc quæremus deffectum e. a. b. deinde deffectum infra g. Et ſit gratia exempli a. b. n. o. & adiiciemus cum e. a. b. Et ſciemus quantum deſficit quod ſi deffectus fuerit infra h. ſciemus per modum deffectus e. K. l. præciſè quantitatem vini p. f. q. quamorbem ſciemus etiam quod deſficit ex vino in toto vaſe.

Sit igitur primò e. m. 2. volo ſcire deffectum e. K. l. primò ſcies quantitatem diametri circuli a. e. b. hoc modo multiplica a. g. in g. b. quod eſt 14. in ſe fit 196. diuide per e. g. quæ eſt 5. exit 39 $\frac{1}{5}$ & huic adde e. g. fit 44 $\frac{1}{5}$ & tanta eſt diameter, habetur autem longitudo a. b. non menſurando vas ſed terminos ipſius in terrâ planâ ne propter conuexitatem incideres in errorem: habita dia-



metro ſubtrahe e. m. & reſiduum quod eſt 42 $\frac{1}{5}$ multiplica in e. m. quæ eſt 2. & fient 84 $\frac{2}{5}$ cuius ℞. eſt quaſi 9 $\frac{3}{16}$ & eſt linea m. l. igitur tota K. l. eſt 18 $\frac{3}{8}$ poſt cape dimidium e. f. & eſt 9. quadra fit 81. item cape dimidium e. f. & eſt 9. detrahe e. m. quæ eſt 2. fit 7. quadra 7. fit 49. detrahe 49. ex 81. remanet 32. huius ℞. eſt quaſi 5 $\frac{2}{3}$ & hæc ſagitta quæ cadit à puncto m. perpendicularis ſuper K. l. cuius duplum eſt linea tranſuerſalis ſuper k. l. & eſt 11 $\frac{1}{3}$ quaſi diameter

meter altera ſupeficiei vini nam vna eſt linea K. l. & eſt 18 $\frac{1}{8}$ & alia eſt 11 $\frac{1}{5}$ tranſuerſalis. Ex hoc quære diametrum vtriuſque Figuræ oualis hoc modo quadra m. l. fit vt dictum eſt 84 $\frac{1}{5}$ diuide per 5 $\frac{1}{3}$ exit 14 $\frac{76}{81}$ huic adde 5 $\frac{1}{3}$ & habebis diametrum circulorum continentium Figuram oualem & eſt 20 $\frac{11}{16}$ fermè quà habita quære in capitulo ſexageſimo tertio regula quadrageſima ſeptima aream talis ſuperficiei oualis ponendo vt dictum eſt in Figura illa lineas ſecundum magitudinem deſcriptam hic, habes igitur arcum dimidiæ Figuræ oualis circumambientem vini ſuperficiem pro medietate 67. 33. deinde dic ſi 60. producit 67. 33. quid producet 20 $\frac{11}{16}$ multiplica & diuide & habebis arcum 22 $\frac{47}{87}$ & eſt quaſi $\frac{6}{11}$ multiplica dimidium eius quod eſt 11 $\frac{3}{11}$ in dimidium diametri quæ eſt 10 $\frac{11}{32}$ fit 114 $\frac{7}{11}$ detrahe eſſet 5 $\frac{1}{3}$ ex dimidio b. f. fiet ſagittæ reſiduum e. d. 4 $\frac{17}{73}$ hanc multiplica in dimidium a. c. habebis 41. $\frac{6}{11}$ fermè detrahe 41 $\frac{6}{11}$ ex. 114 $\frac{7}{11}$ remanebit area dimidia ſuperficiei vini ideſt vacui 73 $\frac{2}{11}$ quare tota ſuperficies erit duplum eius videlicet 146 $\frac{4}{11}$ hanc ſemper multiplica per altitudinem vacui quæ eſt e. m. & fuit 2. fiet corpus vacui erectum 292 $\frac{8}{11}$ hoc habito multiplica lineas Figuræ oualis & ſunt K. l. eſt 18 $\frac{1}{8}$ & alia quæ poſita eſt 11 $\frac{1}{5}$ in m. e. quæ eſt 2. & fiunt vt vides 36 $\frac{1}{4}$ & 22 $\frac{2}{5}$ multiplica vnam per aliam fit 833. & hoc ſerua pro diuiſore, deinde quære arcus k. e. l. quæ eſt dictam regulam 24 $\frac{11}{16}$ fermè deinde quære aream tranſuerſalem portionis vnius cuius corda eſt 11 $\frac{1}{5}$ & diameter eſt 18. nam illa portio eſt portio circuli maximi ipſius vaſis cuius diameter eſt e. f. multiplica igitur 11 $\frac{1}{5}$ in 60. & diuide per 18. & exibit 37 $\frac{1}{3}$ & ſunt 37. 47. quos quære in tabula & habebis arcum 40. 53. dic igitur iterum ſi 60. producit 18. quid producet 40. 53. tu ſcis quod 18. eſt $\frac{3}{10}$ de 60. cape $\frac{3}{10}$ de 40. 53. habebis talem arcum 12. 16. multiplica dimidium eius quod eſt 6. 8. in 9. dimidium diametri fient 55 $\frac{1}{3}$ nam 6. 8. ſunt gradus & minuta multiplica 7. reſiduum ſemidiametri dempta m. e. in 5 $\frac{3}{5}$ dimidium cordæ tranſuerſalis fit 39 $\frac{1}{5}$ detrahe ex 55 $\frac{1}{3}$ remanent 15 $\frac{2}{15}$ multiplica igitur 15 $\frac{2}{15}$ aream circuli tranſuerſalis in 24 $\frac{11}{16}$ aream circuli k. e. l. & fient 383 $\frac{41}{60}$ habes tres

Figuram 63. capituli regula quadrageſima ſeptima vide.

b. f.	20 $\frac{11}{16}$
a. c.	18 $\frac{1}{8}$
b. d	5 $\frac{1}{3}$

Conuerſiones per tabulam ibidem.

b. f.	60
a. c.	54 9
Arcus	67. 33

Vide Figuram eandem vt hic ponendo magnitudines.

b. f.	20 $\frac{11}{16}$
a. c.	18 $\frac{1}{8}$
Arcus	22 $\frac{6}{11}$
e. d.	4 $\frac{14}{73}$

numeros corpus vacui quaſi conforme & eſt oualis Figuræ æqualis tamen altitudinis & eſt 292 $\frac{8}{11}$ & diuiſorem & eſt corpus quadrilaterum cuius altitudo eſt e. m. longitudo K. l. latitudo linea tranſuerſalis & eſt 833. & corpus productum ex duabus portionibus & eſt 383 $\frac{41}{60}$ multiplica igitur 383 $\frac{41}{60}$ in 292 $\frac{8}{11}$ & fit 112296 $\frac{141}{165}$ diuide per 833. exit 135. fermè & quia brenta ſupponitur eſſe in numero 676. igitur erit vacuum hoc $\frac{135}{676}$ vnius brentæ ſi vis ſcire quot bocalia ſit multiplica 135. in bocalia vnius brentæ quæ ponuntur Mediolani 96. fiunt 12960. diuide per 676. exeunt bochalia 19 $\frac{29}{169}$.

Et hic modus eſt valde præciſus & pulcher verum quia eſt laborioſus oporteret volenti vti ſicut in reliquis rebus difficilibus facere tabulas & aliqui faciunt eas verum non ſunt ſecundum hunc modum, & etiam quia ſunt de re vili ideò dimiſſi eas eſt tamen inuentio ſatisfaciens volenti ſcire veritatem, nota quod hic ſupponuntur tres portiones circulorum vna oualis & eſt ſuperficies vini & illam probauimus eſſe 146 $\frac{4}{11}$ ſecunda eſt per longum poſita ſuper illam ortogonaliter & eius corda eſt linea K. m. l. & arcus eſt K. e. l. & ipſam probauimus eſſe 24 $\frac{11}{16}$ tertia eſt portio cuius corda eſt linea tranſuerſalis ſecans ſuperficiem oualem per medium vbi ipſa eſt latiſſima & ipſa corda eſt 11 $\frac{1}{5}$ & ipſa portio ſtat ſuper ſuperficiem vini ortogonaliter & eſt 15 $\frac{2}{15}$.

Aliqui etiam ob facilitatem diuidunt per modum pyramidis corpus quod eſt 292. $\frac{8}{11}$ ſemper per 3. & exit 97 $\frac{31}{33}$ & ſunt bochalia 14. fermè & manifeſtum quod errant errore magno cum ſint 19 $\frac{29}{169}$ videlicet plus vnâ tertiâ parte plus & hoc eſt quia credunt eam eſſe pyramidem & non eſt pyramis ſed corpus tale componitur ex multiplicatione baſis quæ eſt ſuperficies oualis in talem partem lineæ e. m. qualis pars eſt multiplicatio duarum portionum circulorum perpendicularium ſuper dictam ſuperficiem oualem vnius numeri producti ex vtraque corda ducta in altitudinem deinde inuicem multiplicatis productis & hoc eſt quia proportio illa vacui ad corpus nauiculare æquale componitur ex duabus proportionibus quarum vna eſt portionis longitudinalis ad parallelogrammum cui inſcribitur & portionis tranſuerſalis ad ſuum parallelogrammum cui etiam ipſa inſcribitur.

Pro reliquis autem modis habes portiones omnes vſque ad a. e. b. eodem modo & ſimiliter in proportione c. f. d. ſcies eodem modo vt puta portionem p. f. q. ſicut ſciuiſti portionem K. e. l. ſed ſicut dixiſti portionem K. e. l. eſſe vacuum & reſiduam continentiam vaſis eſſe vinum ita dices hic E conſo videlicet portionem P. F. Q. eſſe vinum reſiduum autem vaſis eſſe totum vacuum & ideò vnum vinum eſt ſupra lineam mediam vaſis ſemper computabis vacuum & ex hoc ſcies vinum quod eſt in vegeta ſi verò ſit infra dimidium vas ſcies vinum quod eſt in vaſe quo cognito reſiduum ad totalem vaſis continentiam erit vacuum vaſis & tantumdem dices fuiſſe conſumptum ex vino vſque ad horam illam.

Super

Superest igitur vt cognoſcas vacuum à linea A. B. ad lineam C. D. & ſcies illud vſque ad medium vaſis pro vacuo, & infra eodem modo ſcies pro pleno: nam ſicut portio A. E. B. reſpondet portioni C. F. D. ita medietas A. B. C. D. ſuperior reſpondet ſuæ inferiori ſit igitur gratia exempli vacuum N. A. E. B. O. portio & ſit N. O. 28. vt ſupponitur quia ipſa eſt ſemper æqualis A. B. & C. D. ſi vas ſit benè factum & non malicioſè & ſit E. G. gratia exempli 7. primo ſcies per præcedentem modum portionem A. E. B. quæ ſit exempli gratia 800. nam de hoc non curo veritatem quia ſcis modum inueniendi eam oportet ſcire portionem A. B. N. O. nam ea cognita cum addideris ei 800. vacuum portionis A. E. B. habebis vacuum totum portionis N. A. E. B. O.

Pro habenda igitur continentiâ portionis A. B. N. O. ſic facito detrahe 7. quæ eſt quantitas E. G. ex tota altitudine quæ eſt 18. remanet 11. ibi ſumpta altitudine à terra 11. adiectâ etiam craſſitudine aſſeris in directo puncti N. menſurabis latitudinem vaſis & poſſes etiam inuenire eam hoc modo detrahe C. A. ex E. F. remanet 10. diuide 10. fit 5. detrahe 5. ex 7. remanet 2. detrahe 2. ex 8. remanet 6. multiplica 6. in 2. fit 12. & hoc quadrupla ſemper fit 48. accipe ℞.

A. | 16 $\frac{1}{33}$ | 16 $\frac{1}{11}$ | 8 $\frac{1}{50}$
N. 6 $\frac{91}{100}$ | 17 $\frac{29}{50}$ | 24 $\frac{51}{100}$ | 12 $\frac{58}{100}$

20 $\frac{61}{100}$

10 $\frac{61}{400}$

quæ eſt 6 $\frac{91}{100}$ & poſt quære eandem latitudinem in medio in directo A. & N. multiplicando 5. in 13. fit 65. quadrupla fit 260. eius ℞. eſt 16 $\frac{1}{33}$ & ſimiliter multiplica 7. in 11. fit 77. videlicet partem diametri in directo N. ſuperiorem in inferiorem quadrupla eam fit 308. accipe ℞. quæ eſt 17 $\frac{29}{50}$ accipe dimidium ſuperioris in directo a. quia in extremitate caret latitudine & habebis 8 $\frac{1}{50}$ item 6 $\frac{91}{100}$ cum 17 $\frac{29}{50}$ fit 24 $\frac{51}{100}$ diuide per æqualia fit 12 $\frac{58}{100}$ iunge hoc cum 8 $\frac{1}{50}$ habebis 20. $\frac{61}{100}$ huius cape dimidium quod eſt 10 $\frac{61}{400}$ hoc multiplica in 28. ideſt in A. B. fit 284 $\frac{41}{100}$ hoc multiplica in altitudinem quæ eſt 2. differentia videlicet 7. A. 5. fiunt 568 $\frac{41}{50}$ & hic erit numerus continentia cui adde 800. vacuum A. E. B. habebimus totum vacuum N. A. E. B. O 1368 $\frac{41}{50}$ quem numerum ſi diuiſeris per 676. habebis brentas 2 $\frac{4}{169}$ ferme & ſi quis dicat quod hæc ratio non eſt omnino præciſa reſpondeo quod eſt verum at nec verum eſt quod vas vinarium componatur ex duabus pyramidibus curtis nam curtæ pyramides habent omnes lineas à ſummitate ad baſim rectas licet ſint rotundæ & circulares, vaſa autem vinaria non habent lineas rectas à medio ad extrema ſed & illæ ſunt partes circumferentiarum circulorum & tamen Orontius credit benè feciſſe demonſtrare continentiam vaſis vinarij per duplam pyramidis curtæ & ideo in talibus cum præciſam … poſſibile eſt in tali re & non ſequitur error qui comprehendi poſſit tunc laudandi ſumus & non vituperandi non eſt enim in tota Geometria & Arithmetica res magis anomala & difficilis quam conſtructio vaſis vinarij etiam optime compoſiti ſi diligenter conſideretur.

Pro menſuratoribus autem accipe regulam non præciſam ſed ſatis propinquam veritati cape dimidium continentiæ vaſis & dimidium diametri & eius progreſſionem & progreſſionem defficientiæ vaſis ſi ſit ſupra medium vel altitudinis vini ſi ſit infra medium & hanc multiplica per dimidium continentiæ vaſis, & productum diuide per progreſſionem dimidiæ diametri & quod exit eſt vacuum ſi fuit ſupra dimidium vel eſt vinum ſi fuit infra dimidium.

18. 9. | 45
4 | 10
3 $\frac{1}{2}$
35
45

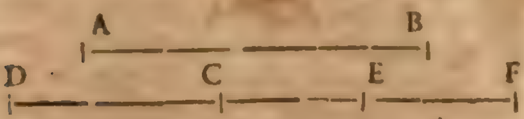
Exemplum ſit vas prædictum cuius altitudo ſit vlnæ 18. eius igitur dimidium eſt 19. igitur progreſſio eſt 45. continentia ſit brentarum 7. cape dimidium quod eſt 3 $\frac{1}{2}$ defficiat igitur vinum per vlnas 4. cape progreſſionem de 4. quæ eſt 10. multiplica in dimidium continentiæ vaſis quod eſt brentæ 3 $\frac{1}{2}$ fit 35. diuide per 45. progreſſionem dimidij diametri exit $\frac{35}{45}$ vnius brentæ quod eſt $\frac{7}{9}$ & tantum dices defficere de vino in vaſe illo vinario & ſimiliter ſi vinum haberet altitudinem 6. vlnarum eius progreſſio eſſet 21. multiplica 21. in 3 $\frac{1}{2}$ fit 73 $\frac{1}{2}$ diuide per 45. exit 1 $\frac{19}{30}$ & tantum vini dices eſſe in vaſe illo & ita de omnibus aliis nota tamen quod omnibus formis vaſorum conuenit progreſſio propria, vt pote vaſis Mediolanenſibus competet progreſſio de 1. 2. 3. 4. aliis de 3. 4. 5. 6. ita quod non inchoabunt ab vnitate aliis de 3. 5. 7. 9. aliis de 1. 2. 4. 8. & tamen ſunt vniformes vel æqualiter augentes cognita autem progreſſione vaſorum vinariorum vnius loci poteris poſtmodum menſurare vacuum omnium vaſorum illius regionis cum maxima facilitate vt vides. Cognoſces autem progreſſionem vaſis hoc modo ſcias continentiam totius vaſis & vſque ad $\frac{1}{8}$ diametri & ad $\frac{1}{4}$ & ad $\frac{1}{2}$ diametri quorum habita comparatione inter ſe & ad continentiam dimidij vaſis inuenies progreſſionem.

Quod ſi quis dicat in vaſe vinario cuius medietas eſt pyramis curta quomodo faciemus nam ibi ſupponitur A. E. & E. B. eſſe rectas ideò pro inuenienda linea K. L. ſic facies multiplica E. M. in G. B. fit 28. diuide per E. G. quæ eſt 5. exit 5 $\frac{3}{5}$ & tanta eſt K. M. & duplum eius erit K. L. videlicet 11 $\frac{1}{5}$ & tantum erit etiam ſuperficies K. E. L. directa ſuper ſuperficiem oualem linea autem tranſuerſalis Figuræ oualis manet eandem videlicet 11 $\frac{1}{5}$ ſicut prius quibus cognitis ſcies quantitatem Figuræ oualis eodem modo excepto quod K. L. quæ ſupponitur 18 $\frac{1}{8}$ ſupponetur 11 $\frac{1}{5}$ habita Figura ouali multiplica eam in altitudinem vt prius videlicet in E. M. tale autem productum ſerua. Deinde multiplica altitudinem

nem ind.ctas lineas vt prius quæ ſunt 11 $\frac{1}{5}$ & 11 $\frac{1}{5}$ fiunt 22 $\frac{2}{5}$ & 22 $\frac{2}{5}$ deinde inuicem & fiunt 507 $\frac{11}{15}$ & hoc ſerua pro diuiſore.

Deinde quære aream Figuræ latitudinalis quæ manet eadem videlicet 15 $\frac{8}{15}$ & aream K. E. L. quæ eſt vt dictum eſt 11 $\frac{1}{5}$ eo quod fit ex multiplicatione E. M. in M. L. eo quod K. E. L. eſt trigonus rectarum linearum multiplica igitur 11 $\frac{1}{5}$ in 15 $\frac{8}{15}$ fit 173 $\frac{71}{75}$ hoc multiplicabis in productum ex Figura ouali in altitudinem & quod producetur erit diuidendum per 507 $\frac{11}{15}$ prius ſeruatum & exiens eſt quantitas vacui continens tot brentas aut talem partem brentæ quotiens numerus exiens continetur aut continet 676. aut alium numerum ſub quo ſtatuiſti continentiam brentæ Inter lineas autem A. B. & C. D. ratio eadem manet vt prius & verior nam certius conſurgit medium per aggregationem in rectis quam in obliquis ideo operaberis ibi vt dictum eſt ibi, pro habenda continentia portionis, A. B. N. O. regula autem progreſſionis communis & melius ac præciſius inſeruit huic modo quàm primo in quo ponitur linea A. E. B. portio circuli.

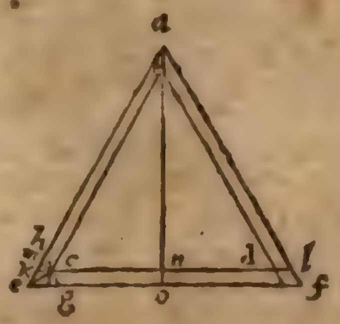
20 Fac Geometrice ex A. B. diuidendo tres lineas continue proportionales quæ iunctæ componant trigonum ortogonium fac, ſic cape lineam C. D. quamuis & eam diuide ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema per vndecimam ſecundi Euclidis in puncto E. deinde per doctrinam nonæ ſexti inuenies lineam C. F. medio modo proportionalem inter D. E. & E. C. hanc



iunge in directum cum linea C. D. & fiet tota linea D. F. deinde diuide A. B. in partes habentes eandem proportionem quam habent D. E. E. C. C. F. per doctrinam duodecimæ ſexti quare per decimam ſeptimam ſexti & quadrageſimam primi elementorum erunt illæ partes continue proportionales & angulum rectum minores duæ continebunt conſtituent igitur trigonum ortogonium proportionalium laterum.

21 Sit alicuius quadranguli cuius area ſit 120 aggregatum ex lateribus duobus & diametro ſit 40. ſcìemus latera per regulam Geometricam talem quadra 40. aggregatum fit 1600. diuide per æqualia fit 800. detrahe 120. remanent 680. diuide per 40. exit 17 & hic eſt diameter reſiduum igitur eſt 23. fac de 23. duas partes quarum quadrata iuncta æquentur quadrato 17. & inuenies vnum latus fore 8. aliud 15. & ita de omnibus aliis.

Sit trigonus ex muro A. E. F. æquilaterus
22 12. ℔. pro ſingulo latere Volo introducere murum craſſitudinis 2. ℔. vndequaque volo ſcire quantum erit latus intrinſecum & A. quibus punctis debeo producere murum protrahe A. O. perpendicularem ſuper E. F. eritque A. O. ℞. $\frac{3}{4}$ quadrati A.F. quare ℞. 108. ex dictis in decima regula ſexageſimi tertij capituli nam Katetus trigoni æquilateri inuenitur quadrato latere vno & aſſumptis $\frac{3}{4}$ ℞. eius eſt katetus eſt igitur A. O. ℞. 108. & ex hac aufero O. N. quæ eſt 2. remanet A. N. ℞. 108. m̃. 2. produco ex puncto N. æquidiſtantem K. N. L. eritque per quartam ſexti elementorum proportio O. A. ad N. A. veluti E. F. ad k. L. multiplica igitur N. A. quæ eſt 108. m̃. 2. in E. F. fit ℞. 15552. m̃. 24. diuide per A. O. & eſt ℞. 108. exibit 12. m̃. ℞. 5. $\frac{1}{3}$ & quia producta H. G. æquidiſtanti A. F. Fiet trigonus E. H. G. æqualiterus & ſimilis totali trigono A. E. F. per vigeſimam



nonam primi Euclidis quare cum k. L. æquidiſtet E. F. erit ex eadem vigeſima nona trigonus paruus C. H. k. æquilaterus & ſimilis trigono A. E. F. quia eſt æquiangulus & quia Katetus C. M. eſt 2. quia tanta eſt craſſitudo muri igitur quadra 2. fit 4. adde ei tertiam partem ſemper fit 5 $\frac{1}{3}$ & ℞. 5 $\frac{1}{3}$ eſt longitudo laterum trigoni C. h. K eſt igitur C. K. ℞. 5 $\frac{1}{3}$ & tanta eſt L. D. igitur deme bis ℞. 5 $\frac{1}{3}$ ex 12. m̃. ℞. 5 $\frac{1}{3}$ fiet 12. m̃. triplo ℞. 5 $\frac{1}{3}$ & triplum eius per ſuas regulas eſt 48. nam 9. quadratum 3. in 5 $\frac{1}{3}$ facit 48. igitur longitudo laterum trigoni B. C. D. eſt 12. m̃. ℞. 48. & eſt quaſi parum plus, 5. & Frater Lucas errauit grauiter in hac quæſtione ponens in D. octaua q. 45. de Geometricis quod latus C. D. eſſet ℞. V. 69. $\frac{1}{4}$ m̃. ℞. 1365 $\frac{1}{4}$ & eſſet quaſi 6. & accidit ei error in hoc quod poſuit C. H. 2. quod eſt falſum quia craſſitudo muri attenditur penes perpendicularem & C. H. non eſt perpendicularis & hæc ſunt de de ſuis cum igitur H. G. ſit ℞. 21 $\frac{1}{3}$ quia duplum ad C. H. & E. H. G. trigonus æquilaterus, erit igitur E. C. ℞. 16. præciſè quod eſt 4. igitur A. B. etiam erit 4. & D. F. & ita inchoabitur murus in punctis diſtantibus: b A. E. F. per 4. & producendo æqualiter murum fiet vbique craſſitudinis ℔. 2

Pro regula aut ita facito quadra 2. craſſitudinem muri fit 4. multiplica per 12. ſemper ſit 48. huius ℞. aufer a latere trigoni propoſiti quod fuit 12. remanet longitudo laterum trigoni interioris 12. m̃. ℞. 48. linea vero A. B. & reliquę angulares ſemper ſunt duplum craſſitudinis muri.

Sit iterum trigonus A. O. F. ortogonius cu- 23
ius area cum latere A. F. ſit 11. & A. O. ſit 1. p̃. quæ O. F. quæritur quantitas laterũ pone quod A. O. ſit 1. co. p̃. $\frac{1}{2}$ & O. F. ſit 1. co. m̃. $\frac{1}{2}$ & erit differentia 1. vt proponitur multiplica inuicem fient 1. ce. m̃. $\frac{1}{4}$ & hoc erit duplum areæ erit igitur area $\frac{1}{2}$ ce. m̃. $\frac{1}{8}$ quadra etiam 1. co. p̃. $\frac{1}{2}$ fit 1. ce. p̃. 1. co. p̃. $\frac{1}{4}$ quadra 1. co. m̃. $\frac{1}{2}$ fit 1. ce. m̃. 1. co. p̃. $\frac{1}{4}$ iunge ſimul fient

2. ce. p̄. $\frac{1}{2}$ & huius radix eſt A. F. per 46. primi Euclidis, adde igitur cum area fiet $\frac{1}{2}$ ce. m̄. $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. V. 2. ce. p̄. $\frac{1}{2}$ æqualia 11. detrahe conuertendo fiet 11 $\frac{1}{2}$ m̄. $\frac{1}{2}$ ce. æqualis ℞. V. 2. ce. p̄. $\frac{1}{2}$ quare quadrando vtramque partem per ſe fiet, 2. ce. p̄. $\frac{1}{2}$ æquale 123 $\frac{1}{64}$ p̄.

11. æqualis $\frac{1}{2}$ ce. m̄. $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. V. 2. ce. p̄. $\frac{1}{2}$
11 $\frac{1}{2}$ m̄. $\frac{1}{2}$ ce. æqualis ℞. V. 2. ce. p̄. $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4}$ ce. ce. m̄. 11 $\frac{1}{2}$ ce. hoc m̄. adde ad alteram partem fiet 13 $\frac{1}{2}$ ce. æquale $\frac{1}{4}$ ce. ce. p̄. 123 $\frac{1}{64}$ reduc ad 1. ce. ce. fit 1. ce. ce. p̄. 493 $\frac{1}{16}$ æqualia 52 $\frac{1}{2}$ ce. ſequere capitulum de compoſitorum fiet valor rei ℞. V. 26 $\frac{1}{64}$ m̄. ℞. 196. & quia poſuimus A. O. 1. co. p̄. $\frac{1}{2}$ & O. F. 1. co. m̄. $\frac{1}{2}$ erit A. O. $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. V. 26 $\frac{1}{4}$ ℞: 196. & O. F. ℞. V. 26 $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 196. m̄. L. $\frac{1}{2}$.

Probatio operationis talis eſt multiplica ℞. vniuerſales dimittendo incruciationes cum p̄. $\frac{1}{2}$ & m̄. $\frac{1}{2}$ quia p̄. & m̄. annihilant ſe fiet

℞. V. 26 $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 196. p̄. $\frac{1}{2}$
℞. V. 26 $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 196. p̄. $\frac{1}{2}$
26 $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 196. p̄. $\frac{1}{4}$

℞. V. 20 $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 196. m̄. $\frac{1}{2}$
℞. V. 26 $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 196 m̄. $\frac{1}{2}$
26 $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 196. p̄. $\frac{1}{4}$

quadratum primæ 26 $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. 196. & quadratum ſecundæ 26 $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. 196. igitur ambo iuncta erunt 53. m̄. ℞. 784. & huius ℞. vniuerſalis eſt latus A. F. deinde quære aream per multiplicationem incruciatam quæ erit 26. m̄. ℞. 196. nam aliæ incruciationes cadunt huius cape dimidium quod eſt 13. m̄. ℞. 49. igitur area cum latere erit 13. m̄. ℞. 49. p̄. ℞. V. 53. m̄. ℞. 784. & hoc eſt æquale 11. igitur detrahe vnam partem ℞. L. illius ex 11. & ſit illa pars reciſum videlicet 13. m̄. ℞. 49. detrahe igitur 13. m̄. ℞. 49. ex 11. fit ℞. 49. m̄. 2. & hoc debet eſſe æquale ℞. V. 53. m̄. ℞. 784. eo quod ab æqualibus æqualia ſubtraxiſti erit igitur quadratum ℞. 49. m̄. 2. hoc videlicet 53. m̄. ℞. 784. ſed idem fit ex capitulo ſuo multiplicando ℞. V. 53. m̄. ℞. 784. quare idem ſunt & hanc extraximus à Fratre Luca in quadrageſima nona quæſtione octauæ diſt. & eſt pulchra, erit igitur vnum latus trigoni A. O. 4. & O. F. 3. & ſuperficies 6. & latus A. F. 5. quæ iuncta faciunt 11.

24 Eſt Paralelogrãmum rectangulum cuius productum diametri in latus maius eſt 80. & latus minus eſt 6. quæritur quantitas diametri & lateris maioris, idem quæſitum in ortogonio trigono fieri poteſt pone quod latus maius ſit 1. co. habes igitur latus maius 1. co. & minus 6. quadra vtrũque fient 1. c. p̄. 36. & huius ℞. eſt diameter vel latus oppoſitũ angulo recto multiplica igitur diametrum in latus maius ideſt ℞. 1. ce. p̄. 36. in 1. co. fit ℞. V. 1. ce. ce p̄. 36. ce. & hoc æquatur 80. igitur quadra vtrumque habebis 1. ce. ce. p̄. 36. ce. æqualia 6400. ſequere capitulum de compoſitorum (necto) & habebis rem valere ℞. ℞. V. 8724. m̄. 18. quod eſt dicere 8. & hoc eſt latus maius & diagonalis erit 10. quia ducta in 8. facit 80.

1 co. 6
1 ce. 36
℞. 1. ce. p̄ 36
1 co.

℞. V. 1. ce. ce. p̄. 36. ce. | 80.
1 ce. ce. p̄. 36. ce. | 6400.

Pro Rubis diuidendis & ſunt Figuræ æqualium laterum ſed non æqualium angulorum & ſunt quadrilateræ & ipſæ diuiſæ per duas diametros reſoluuntur in quatuor trigonos ortogonios æquilateros inuicem & æquiangulos non tamen ipſi conſtant ex æquis lateribus eſt enim hoc impoſſibile in ortogonio trigono quare ſi bene intellexiſti quæ de ortogoniis trigonis diximus per Algebra ſolues quæſtiones de Rubris ſi igitur dicat eſt Rumbus cuius area eſt 120. & diametri iunctæ ſunt 34. dices igitur diuidendo aream per 4. eſt trigonus ortogonius cuius area eſt 30. & latera continentia angulum rectum ſunt 17. & quia ex lateribus trigoni ortogonij angulum rectum continentibus ſemper producitur duplum areæ trigoni dices igitur diuide 17. in duas partes ex quarum multiplicatione fiat 60. duplum areæ trigoni & erunt partes 12. & 5. per centeſimam regulam quadrageſimi ſecundi capituli quare latus Rumbi erit. 13. radix aggregati quadratorum laterum continentium rectum angulum. 25

Eſt arbor nauis piramidalis Figuræ rotundæ cuius baſis eſt ℔. 3 diametri: ſummitas eſt ℔. 1. longitudo per katetum eſt ℔. 25. volo diuidere per medium tu ſcis quod eſt Pyramis curta quare inuenies eius complementum per vndecimam capituli ſexageſimi quarti animaduertendo tamen quod ibi ſupponitur tantum cognita linea A. B. quæ eſt exterior hic ſupponitur vera longitudo per katetum ideſt linea C. D. pro altitudine igitur ſemper aufer latitudinem ſuperiorem quæ eſt 1. ex inferiore quæ eſt 3. remanet 2. deinde multiplica 25. altitudinem per 3. fit 75. diuide per 2. exit 37 $\frac{1}{2}$ & hæc eſt altitudo tota vbi arbor compleretur: quare per trigeſimam regulam eiuſdem capituli habebimus corpus totius Pyramidis 88 $\frac{13}{28}$ vbi eſſet completa & eadem ratione corpus Pyramidis deſſicientis 3 $\frac{33}{84}$ quare arbor erit 85. $\frac{5}{42}$ huius cape dimidium quod eſt 42 $\frac{47}{84}$ & adde ei Pyramidem deſſicientem quæ eſt 3 $\frac{1}{84}$ fiet 45 $\frac{5}{6}$ & quantum tu ſcis quod in omni Pyramide proportio partis axis ad ſuam baſim tanta eſt quanta totius axis ad ſuam baſim axis autem continet baſim per 12 $\frac{1}{2}$ nam $\frac{1}{2}$ in 3. facit 37 $\frac{1}{2}$ ponam igitur diametram baſis Pyramidis vbi fienda eſt ſectio 1. co. quare axis erit 12 $\frac{1}{2}$ co. & area circuli $\frac{11}{14}$ ce. per decimam tertiam ſexageſimi quarti capituli quare multiplica aream in axem fiet 9 $\frac{1}{28}$ cu. cuius accipe $\frac{1}{3}$ ex regula 30. capituli ſexageſimi quarti habebimus corpus Pyramidis ſuperioris 3 $\frac{23}{84}$ cu. Et vniuerſaliter vbi poſueris diametrum tot co. qualis eſt numerus diametri arboris in ſuperiore ſemper habebis tot cubos pro Pyramide abſcindenda quantus eſt numerus pyramidis deſſicientis veluti hic fuit diameter

meter ſuperior 1. & prouenit Pyramis defficiens 3 $\frac{11}{14}$ igitur quia poſuimus diametrum Pyramidis abſcindendæ 1. co. erit Pyramis abſcindenda 3 $\frac{11}{14}$ cu. habes igitur 3 $\frac{11}{14}$ cu. æqualia 45 $\frac{1}{6}$ reduc ad 1. cu. fit valor rei ℞. cu. 14. & quia axis continet diametrum per 12 $\frac{1}{2}$ igitur multiplica 12 $\frac{1}{2}$ in ℞. cu. 14. fiet ℞. cu. 27343 $\frac{3}{4}$ à quo aufer 12 $\frac{1}{2}$ pro axe defficientis Pyramidis erit ſectio facienda in diſtantia à capite ſubtiliori vbi axis pars intercipitur per ℞. cu. 27343 $\frac{3}{4}$ m̄. 12 $\frac{1}{2}$ vel ſi vis capere à latere craſſiore dices quod fiet ſectio in diſtantia 37 $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. cu. 27343 $\frac{3}{4}$ vt autem ſcias à parte exteriore vbi ſectio eſt fienda quadra ℞. cu. 27343 $\frac{3}{4}$ m̄. 12 $\frac{1}{2}$ & quadrato adde quadratum dimidij diametri loci abſcinendi & eſt ℞. cu. 3 $\frac{1}{16}$ & totius accipe ℞. & ſecundum proximum dic quod ℞. cuba 27343 $\frac{3}{4}$ eſt quaſi 30 $\frac{1}{16}$ aufer 12 $\frac{1}{2}$ remanet 17 $\frac{11}{16}$ & tanta eſt diſtantia in axe, exterius autem eſt parum maior quia ℞. cu. 3 $\frac{1}{16}$ addita illi ſummæ parum auget & reliqua pars erit 7 $\frac{9}{16}$ & error Fratris Lucæ in quo perſeuerauit in ſexageſima quinta quæſtione octauæ diſt. à medio quæſtionis vſque in finem non computatur à me quia eſt error operationis & non modi, & ideò ſua ſolutio eſt tota falſa.



27 Eſt rota habens diametrum pedum 5. quatuor volunt eam atterendo æqualiter conſumere ſed ita quod pes vnus circa centrum pro nihilo habeatur quæritur quantum quilibet debet conſumere quadra 5. fit 25. multiplica per 11 fit 275. diuide per 14, exit 19 $\frac{9}{14}$ & hæc eſt area deinde quære aream eius quod non cadit in vſum & eſt $\frac{11}{14}$ detrahe ex 19 $\frac{9}{14}$ remanet 18 $\frac{6}{7}$ & hoc debet diuidi in 4. partes æquales quare quilibet conſumet de rota 4 $\frac{5}{7}$ adde igitur 4 $\frac{5}{7}$ ad $\frac{11}{14}$ quod eſt illud quod eſt inutile fit 5 $\frac{1}{2}$ multiplica per 14. fit 77. diuide per 11. exit & 7. ℞. 7. eſt diameter quando vltimus recipiet eam conſumendam ſimiliter adde 4 $\frac{5}{7}$ ad 5 $\frac{1}{2}$ ſit 10 $\frac{3}{14}$ multiplica per 14. fit 143. diuide per 11. exit 13. & ℞. 13. erit diameter rotæ quando tertius recipiet vt vtatur ea pro ſecundo adde 4 $\frac{5}{7}$ ad 10 $\frac{3}{14}$ fit 14 $\frac{13}{14}$ multiplica in 14. fit 209. diuide per 11. exit 19. & ℞. 19. erit rotæ diameter quando primus recipiet eam conſumendam primus igitur conſumet eam ab initio quando diameter eſt 5. donec remaneat ℞. 19. ſecundus conſumet donec remaneat ℞. 13. tertius donec remaneat ℞. 7. & quartus donec remaneat 1. vel facilius aufer partem diametri quadratam quam vis auferre à quadrato diametri & reſiduum diuide per perſonas accipiendo ℞. exemplum ponamus quod velim relinquere pedes 2. inutilis & diameter ſit 5. quadra 2. fit 4. quadra 5. fit 25. detrahe 4. remanet 21. diuide 21. in 4. quoniam ſunt perſonæ 4. igitur exit 5 $\frac{1}{4}$ detrahe 5 $\frac{1}{4}$ ex 25 remanet 19 $\frac{3}{4}$ & primus habebit rotam vſque quo diameter ſit ℞. 19. $\frac{3}{4}$ ſecundus habebit donec diameter ſit ℞. 14 $\frac{1}{2}$ tertius habebit donec diameter ſit ℞. 9 $\frac{1}{4}$ quartus habebit donec diameter ſit ℞. 4. & tunc ſupponitur inutilis & ita ſi eſſent tantum tres, & totæ diameter eſſet pedum 4. & deberet conſumi tota quadra 4. fit 16. diuide per 3. exit 5 $\frac{1}{3}$ igitur primus habebit donec diameter rotæ ſit ℞. 10 $\frac{2}{3}$ ſecundus donec diameter ſit ℞. 5 $\frac{1}{3}$ tertius vſque in finem.

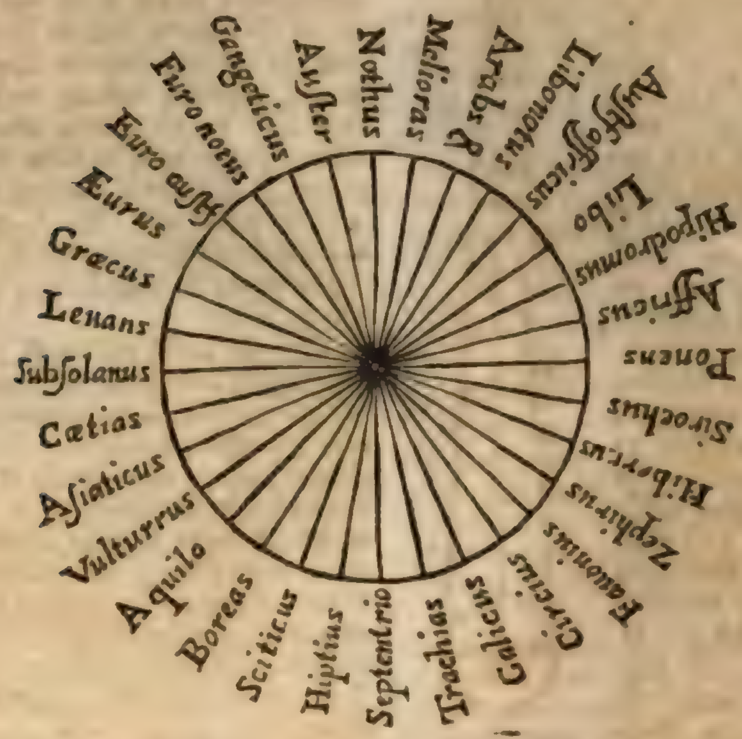
Ego volo facere pallium ħ. 5. longitudinis & tantæ latitudinis vt plicatum habeat eandem proportionem longitudo ad latitunem quam prius habuerat, tu ſcis quod cùm plicatur latitudo fit longitudo & illud quod fuit longitudo dimidiatur & fit latitudo igitur hoc eſt dicere inuenias medium proportionale inter 5 & 2 $\frac{1}{2}$ quod eſt eius medietas & hoc habetur ex decima ſexta regula quinquageſimi primi capituli & erit ℞. 12 $\frac{1}{2}$ eius latitudo: & ſimiliter, ſi diceres quod plicato $\frac{2}{3}$ remaneret in eadem proportione igitur plicato $\frac{1}{3}$ de 5. remaneret 3 $\frac{1}{3}$ quare multiplica vt prius 3 $\frac{1}{3}$ in 5. fit 16 $\frac{2}{3}$ & huius ℞. eſt latitudo. 28

Eſt tentorium altitudinis ħ. 8. rotundum cuius diameter baſis eſt ħ. 12. factum ex panno altitudinis ħ. 1 $\frac{1}{2}$ quæritur quantum pāni ineſt quadra 8. fit 64. quadra 6. dimidium diametri fit 36. iunge ſimul fiunt 100. accipe ℞. quæ eſt 10. eam multiplica in 18 $\frac{6}{7}$ dimidium circumferentiæ baſis fit 188 $\frac{4}{7}$ diuide per 1 $\frac{1}{2}$ altitudinem panni exit 125 $\frac{5}{7}$ & tot brachia panni requiruntur ad faciendum tentorium tale, quia eſt Pyramis rotunda ideò habetur hoc modo eius ſuperficies ex regula vigeſima quinta ſexageſimi quarti capituli. 29

Eſt cumulus frumenti aut feni Pyramidalis ita enim ſolet conſtitui & eius circuitus eſt ħ. 44. altitudo in medio ħ 2 $\frac{1}{2}$ & 1 ħ. per longum latum & profundum ſolet continere $\frac{1}{2}$ modium frumenti vel in ferio valet ſolidos 2. volo ſcire frumentum quantum ſit aut fenum per vigeſimam nonam regulam ſexageſimi tertij capituli quadra 44. fit 1936. multiplica per 7 fit 13552. diuide per 88. exit 153. & hæc eſt area baſis frumenti vel feni, duc in altitudinem quæ eſt 2 $\frac{1}{2}$ fit 385. accipe $\frac{1}{3}$ huius quod eſt 128 $\frac{1}{3}$ & tot $\frac{1}{2}$ modij frumenti erunt aut tot 2. ſolidos valebit fenum. 30

Ponamus quod duæ naues ſint in portu Alexandriæ quæ eſt in Ægipto & vna vadat verſus Conſtantinopolim quæ eſt in Græcia per auſtrum Africum diſtantem ab Alexandria milliaria 950. ſingulo die milliaria 60. Alia verò vadat pro nothum Venetias diſtentque Venetiæ ab Alexandria milliaribus 1700. ſingulo die 100. milliaribus, & hoc eſt quaſi neceſſarium quod inæqualiter moueantur quia & ſi eodem vento moueantur quia eodem die diſcedunt è portu nihil minus quia ventus vni eſt directior quam alteri poterit moueri vna nauis ad vnam partem omni die 100. milliaribus & alia 31

Anemographia.

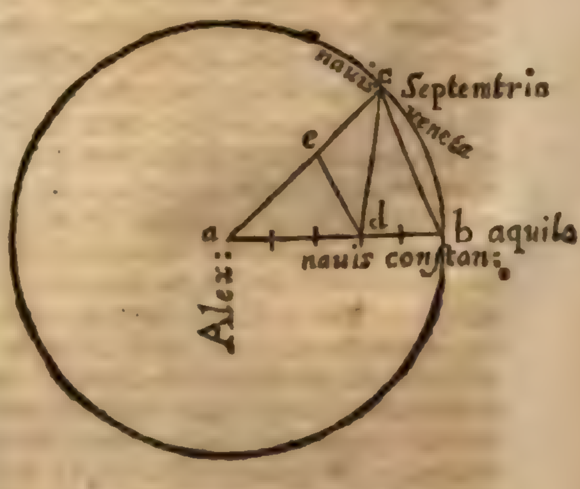


tantum 60, Imo vni erit quaſi contrarius alteri propitius hoc poſito quæritur in 10. diebus quantum diſtabunt & ſi vna nauis vt pote

Prima deberet ire ad aliam in quo vento deberent firmari vela & temo dirigi, hæc quæſtio eſt mota à pluribus, ſed confusè ſoluta, ſequens autem quæ eſt valde fortior non eſt ſcripta ab aliquo licèt ſit vtilior, pro hoc igitur ſciendo oportet præſupponere tria, Primum quod quando dicimus nauim ire tali vento aut oportere ire eo vento, non eſt quod talis ventus ſit neceſſarius aut quod tunc flat ille ventus, ſed volumus dicere quod temo & vela ita aptata ſunt vt dirigant nauim ad eam viam, ad quam dirigeret ille ventus ſi flaret, nam ventos adducere non eſt in noſtra poteſtate vela autem & temonem dirigere, ita vt nauis mota à Græco dirigatur, ac ſi flaret ſubſolanus hoc eſt artis periti gubernatoris. Cùm igitur dicimus quo vento debet ire vult dicere, quomodo debent aptari vela & temo ideſt ad modum cuius venti debent dirigi licèt ille ventus non flauerit tunc.

Nota ſecundo quod vela & temo non aptantur flante Euro dato quod velis dirigere per leuantem ſicut quando vis dirigere per leuantem flante leuante, ideo quilibet ventus reſpectu cuiuſlibet alterius ad cuius iter dirigitur habet proprium modum aptandi vela & temonem.

Tertio nota quod oportet ſcire alterum duorum vel quibus ventis itur ab vno loco ad alium per cartam nauigationis, aut ſcire longitudinem & latitudinem cuiuſlibet loci propoſiti, ſcire autem hoc per viam longitudinis & latitudinis eſt difficile per variationem poli mundi à polo Calamitæ. His ſtantibus licet non ignorem nomina à Vitruuio & numerum anemographiæ eſſe variatum, quia tum res concordat & numerus 32. ventorum eſt in viridi obſeruantia & nomina à recentioribus pleraque hoc modo ſunt in vſu malui vtilitati hominum conſulere, quam vanè de antiquis nominibus iactantiæ indulgere. Ponam igitur punctum A. Alexandriam & centrum circuli B.C. & multiplicabo dies itineris qui ſunt 10. in maius iter quod eſt 100. milliaria verſus Venetias & fit 1000. & ponam A.B. 1000. quæ eſt ſemidiameter, deinde ſubtraho 236. $\frac{1}{4}$ qui ſunt in directo auſtri Affrici A 281 $\frac{1}{4}$ qui ſunt in directo noti remanent 45. qui ſunt $\frac{1}{8}$ totius circuli ſignabo igitur punctum C. in circulo B.C. diſtantem per $\frac{1}{8}$ totius circuli à puncto B. & protraham A.C. deinde conſiderabo ex duobus punctis quis ſit propior Orienti aut Occidenti, & video

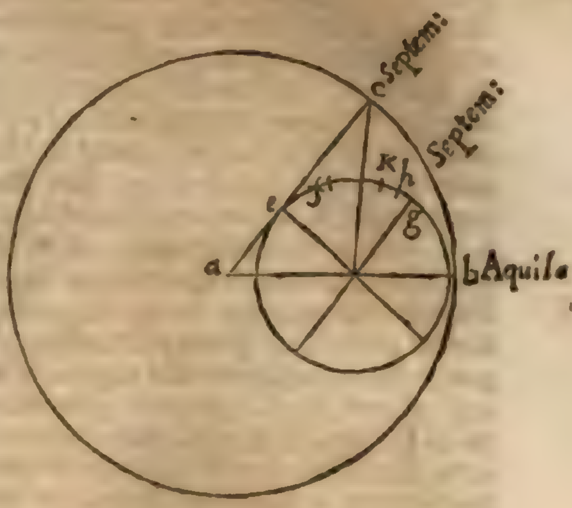


quod punctus B. eſt propior, quare ſignabo ibi verum oppoſitum auſtro Africo & eſt Aquilo quia auſter Africus propior eſt Occidenti quam nothus & ſignabo in puncto C. ſeptentrio qui opponitur notho & vniuerſa

vniuerſaliter faciam circulum B. C. ſimilem circulo ventorum, & ſupponam ſemidiametrum 1000. ideſt iter maius quod fecit nauis quia igitur A. B. eſt linea vadens ab Alexandria per auſtrum Africum ad Aquilonem, igitur cum iter ab Alexandria Conſtantinopolim ſit per auſtrum Africum vt ſupponitur erit Conſtantinopolitana nauis in linea A. B. & Veneta in linea A. C. & quia Veneta diſtat 1000. milliaria à puncto A. erit Veneta nauis in puncto C. præciſè hoc poſito multiplica 10. per 60. fit 600. Nam peragrauit ſingulo die 60. milliaria igitur nauis Alexandrina diſtat à puncto A. in linea A. B. milliaribus 600. qui ſunt $\frac{3}{5}$ de 1000. quare $\frac{3}{5}$ etiam lineæ A. B. cum A. B. & A. C. ſint æquales ſignabo igitur punctum D. in linea A. B. diſtantem per $\frac{3}{5}$ totius A. B. à puncto A. & producam lineam D. C. quam menſurabo cum compaſſu & inueniо eam ferre plus $\frac{3}{5}$ lineæ A. B. igitur à puncto C. ad punctum D. ſunt pluſquam milliaria 600. ſed oportet in talibus menſurare valde præciſè.

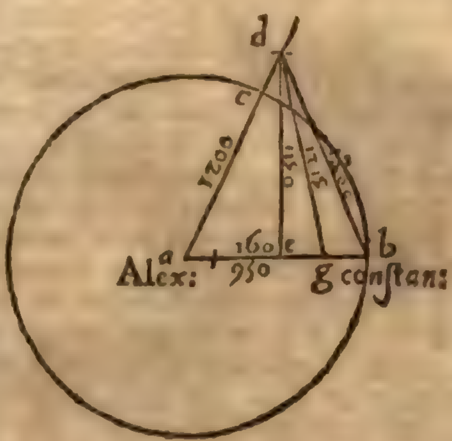
Per Arithmeticam autem ſcitur quantitas D. C. hoc modo per regulam quadrilateri Ptolomæi etiam à nobis differentiam in libro ſuper Euclidem fiat A. E. æqualis A. D. erit igitur A. E. 600. milliaria & quia quadratum C. D. æquatur ei quod fit ex E. D. in E. B. & ex E. C. in D. B. eſt autem E. C. & D. B. 200. quare productum 40000. item quia arcus B. C. eſt 45. gradus erit C. B. & E. D. cognitæ per tabulam de corda & arcu ſupra poſitam vel per tabulam Ptolomæi quæ in hoc caſu vbi areæ non quæruntur eſt facilior eſt igitur corda arcus 45. graduum 45. 55. 20. fermè ſuppoſita diametro 120. ſed hic ſupponitur in vna 2000. quia A. C. eſt 1000. & in alia 12000. quia A. D. eſt 600 igitur per regulam trium inuenies D. E. 459. 13. 20. & B. C. 765. 22. 13. multiplica igitur vnam in alteram fient 351494. 23. 13. quibus addantur 40000. fient 391494 $\frac{1}{3}$ fermè cuius radix eſt vera diſtantia 625 $\frac{1}{12}$.

Hoc viſo ſciendum eſt quomodo, & quo vento vna debeat ad aliam peruenire hoc modo faciemus circulum iterum B. C. cuius centrum ſit A. & ponemus B. C. 45. in ſuo arcu & faciemus circulum B. C. maiorem quam prius, deinde protrahemus D. C. ſuper A. C. perpendicularem cum omni diligentia poſſibili & poſt ſecundum quantitatem lineæ D. E. ſemidiametri faciemus, circulum E. G. & ſi ceciderit extra punctum B. producemus A. D. B. & punctus in quo A. D. B. interſecat circulum eſt aquilonis ventus veluti in circulo magno deinde diuidemus circulum E. G. B. in 32. partes æquales ſicut prius & cadet ſeptentrio ſuper lineam D. G. æquidiſtantem E. C. & perpendicularem ſuper E. D. habitis igitur duobus ventis ſeptentrione & aquilone habebimus per ordinem vt in Figura prima Anemographiæ quod linea C. D. cadit inter ventum qui vocatur Circius ac Fauonium quare per ventos oppoſitos defferetur nauis Conſtantinopolitana ex D. in C. per ventum inter Euro-Nothum & Euro-Auſtrum adhærebit tamen magis Euro Notho quam Euro-Auſtro quia linea



C. D. propinquior eſt puncto K. Circij quam F. Fauonij vt vides.

Vna nauis diſcedebat ex Alexandria & ibat Conſtantinopolim per auſtrum Africum ſingulo die faciens 60. milliaria peruenit nuntius ad Andream Daurienſem per ſcapham in fine tertiæ diei is erat Corciræ ſiue ad Corfu diſtat autem Corcira ab Alexandria milliaribus 1200. & Corcira à Conſtantinopoli milliaribus 1300. & Alexandria à Conſtantinopoli vt dictum milliaribus 950. itur autem ab Alexandria Conſtantinopolim per ventum Auſtrum Africum & à Corcira in Alexandriam per Trachiam & à Corcira Conſtantinopolim per Libonem quæruntur igitur quatuor primum dato quod in fine tertiæ diei ſequerentur ipſam an poſſit attingere antequam perueniat ad portum. Secundum dato quod poſſit attingere vbi eas attinget. Tertium in quanto tempore. Quartum quo vento debet dirigere naues vt eas attingat. Et nota quod hæc ponuntur gratia exempli non quod ita ſit, item nota quod nautæ & pilotæ ſicut homines rudes aliter computant: tertio nota quod hæc oportet ſcire per ordinem, ad effectum autem volenti venire oportet cognoſcere vera itinera 32



& diſtantias quæ habẽtur in carta nauigationis bonum etiam eſt ſcire itinera quo vento agãtur faciam

faciam igitur circulum B,C,ſuper centro A,& ponam A,Alexandriã & B,Conſtantinopolim eritque A,B,linea auſtri Africi 950.milliariorum deinde quia A,Corcira itur Alexandriam per Trachiam : Trachias autem diſtat à Vulturno qui opponitur Liboni gradibus 67 $\frac{1}{2}$ verſus Occidentem faciemus arcum B, C, graduum 67 $\frac{1}{2}$ & ſunt $\frac{3}{4}$ de 90. quia ſunt quarta circuli, deinde ducemus lineam donec A, D, ſit 1200. in partibus quibus A, B, eſt 950. nam A,Corcira in Alexandriam ſuppoſita ſunt milliaria 1200. & erit D, punctus Corcira, vide igitur quanta eſſet katetus trigoni A, D, B, nam latera ſunt cognita A, B, 950. ad 1200. B, D, 1300. erit igitur katetus ex D, ſuper A, B, 1150. primo igitur vide in quot diebus illæ naues peruenient Conſtantinopolim & manifeſtum eſt quod in 16. diebus ferè à quibus aufer 3.dies quibus iam diſceſſerat ante nuntium receptum remanent 13. dies vide igitur an poſſit peruenire à puncto D.ad punctum B, ideſt à Corcira ad Conſtantinopolim in paucioribus diebus quam 13. ſi non numquam poterit aſſequi eas eo quod perpendicularis eſt valde longa & propinqua puncto A,ſecus vbi eſſet breuis oporteret conſiderare an per tres dies ante perueniremus ex D, in E, quam ex A, in E, & ita poſſent iungi aliter non.

Ponamus igitur quod ex Corcira in Cõſtantinopolim naues faciant milliaria 150.ſingulo die & ex D, in E, faciant 100. quæritur vbi iunget eas ſcies A, E, quæ eſt 340. fermè nam in his negligimus 3. aut 4. milliaria & E, B, erit 610. & ſignabo punctum F, locum in quo hora nuntij naues erant, & diſtabit ab A, 180. milliaribus pone igitur quod debeat attingere eas in G, quia igitur ex D, in E, peruenitur in diebus 11 $\frac{1}{2}$ faciendo milliaria 100. ſingulo die & in eo tempore nauis quæ eſt in F, facit 690. quia 60. milliaria ſingulo die igitur detracta F, E, quæ eſt 160. remanebit, iter vltra E, 530. milliaria ſi igitur nauis veniret per D, E, remaneret 530. milliaria retrò : ponamus modo quod iret per D, B, cum igitur vadat 150. milliaribus ſingulo die perueniret ad B, in diebus 8 $\frac{2}{3}$ & in eo tempore nauis quæ eſt in F, perambularet 520. milliaribus quare cum tota F, B, ſit 770. milliaria,igitur nauis Alexandrina nondum attigiſſet punctum B. imo diſtaret ab eo 250. milliaribus, pro ſciendo igitur quantitatem F, G, ita facies reduces omnia ad minores numeros diuidendo per 10. & erit F, E, 16. E, B, 61. D, E, 115. D, B, 130. iter ex D, in E, 10. milliaria ſingulo die iter ex D, in B, 15. milliaria ſingulo die iter ex F. in B, milliaria 6. ſingulo die vt hic vides pone igitur quod vadat in 1. co. dierum ex F, in G, igitur cum vadat 6. ſingulo die ibit 6. co. & erit F, G, co. 6. quare detrahe F, E, quæ eſt 16. remanebit E, G, co. 6. m̄. 16. quadra 6. co. m̄. 16. fiet 36. ce. p̄. 256. m̄. 192. co. quadra D, E, fiet 13225. adde ad 36. ce. p̄. 256. m̄. 192. co. fiet quadratum D, G, 36. ce. p̄. 13481. m̄. 192. co. & ſupponitur quod eundo verſus B, ex E, proportionaliter qualis pars eſt E, G, ipſius E, B, talis eſt portio addenda ad iter per D,E, quod

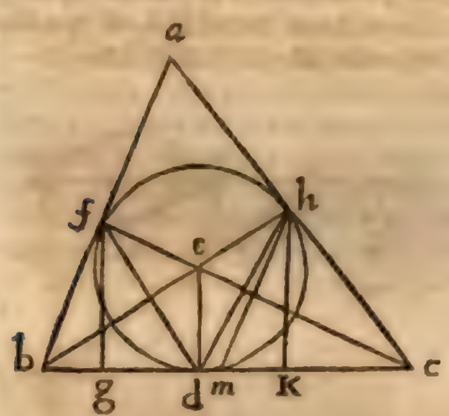
f. b	77
f. e	16
e. b	61
d. e	115
d. b	130
Iter ex F, in 6.	6
Iter ex D, in E,	10
Iter ex D, in 6.	15

eſt 10. vſque ad 15. differentia autem eſt 5. dicemus igitur ſi E, B, quæ eſt 61. producit E, G, quæ eſt 6. co. m̄. 16. quid producet 5. differentia multiplica 5. in 6. co. m̄. 16. fient 30. co. m̄. 80. diuide per 61. exit $\frac{30}{61}$ co. m̄. 1 $\frac{19}{61}$ & tantum ibit vltra 10. milliaria, adde 10. ad $\frac{30}{61}$ co. m̄. 1 $\frac{19}{61}$ fiet iter ſingulo die 8 $\frac{42}{61}$ p̄. $\frac{30}{61}$ co, & quia peruenit ex D, in G, in 1. co. dierum igitur multiplica 1 co in 8 $\frac{42}{61}$ p̄. $\frac{30}{61}$ co. fiet $\frac{30}{61}$ cen. p̄. 8 $\frac{42}{61}$ co. & tanta erit D,G, & quia D,G,fuit ℞.V.36.ce.p̄.13481. m̄. 192. co. igitur quadrando $\frac{30}{61}$ ce. p̄. 8 $\frac{42}{61}$ co. fiet productum æquale 36. ce. p̄. 13481. m̄. 192. co. quadra igitur $\frac{30}{61}$ ce. p̄. 8 $\frac{42}{61}$ co. fiunt $\frac{900}{3721}$ ce. ce. p̄. $\frac{31800}{3721}$ cu. p̄. $\frac{280900}{3721}$ co. multiplica omnia per 3721. fient 900. ce. ce. p̄. 31800. cu. p̄. 280900. ce. æquales 133956. ce. p̄. 50162801. m̄. 714432. co. quare 900. ce. ce. p̄. 31800. cu. p̄. 146944. ce. p̄. 714432 co. æquantur 50162801. reduc. ad 1. ce. ce. fient 1. ce. ce. p̄. 35 $\frac{1}{3}$ cu. p̄. 163 $\frac{61}{225}$ ce. p̄. 793 $\frac{61}{75}$ co. æqualia 55736. $\frac{401}{900}$ & quia hoc non habet capitulum, inuenies per viam aproximationis ponendo quod 1. co. valeat 8. igitur cenſus eius eſt 64. cubus 512. & cenſus, cenſus eſt 4096. multiplica igitur 8. in 793 $\frac{61}{75}$ fiet 6350. $\frac{38}{75}$ multiplica 64. in 163 $\frac{61}{225}$ fiunt 10449 $\frac{79}{225}$ multiplica 512. in 35 $\frac{1}{3}$ fiunt 18090 $\frac{2}{3}$ multiplica 4096. in 1. fiunt 4096. iunge ſimul fiunt 38986. $\frac{118}{225}$ nos autem volebamus 55736 $\frac{401}{900}$ differentia igitur eſt minor 16749 $\frac{829}{900}$ capiemus igitur quod 9. ſit la co. igitur 81. eſt cenſus & 729. cubus & 6561. cenſus cenſus multiplicabimus igitur vt prius & fient 7144 $\frac{2}{25}$ & 13224. $\frac{216}{225}$ 25758. & 6561. quæ iuncta ſimul ſunt 52688 $\frac{7}{25}$ & hoc etiam eſt minus 55736 $\frac{408}{900}$ in 3048 $\frac{140}{900}$ per vnitatem igitur additam ſupra 8. aquiſita eſt differentia 13701 $\frac{14}{45}$ diuide igitur ſemper minorem numerum qui eſt 8. per maiorem qui eſt 9. fit $\frac{8}{9}$ dic igitur ſi 13701 $\frac{14}{45}$ fit ex $\frac{8}{9}$ ex quo fiet 3048 $\frac{140}{900}$ multiplica hoc in $\frac{8}{9}$ fiunt 2709 $\frac{973}{2025}$ hoc diuide per 13701 $\frac{14}{45}$ exit $\frac{371}{1370}$ diei ferme adde ad dies 9. fient dies 9 $\frac{371}{1370}$ nam in his exquiſita præciſio non requiritur multiplica igitur dies 9 $\frac{371}{1370}$ in 60. milliaria habebis F,G, milliaria 552. ferme habito puncto G, habebis D, G, 1215, ferme quare cum E, G, ſit $\frac{39}{61}$ ferme ipſius E, B, igitur capiemus $\frac{39}{61}$ de 50. & ſunt 32. ferme quos addemus ad 100. fiet iter per D, G, 132. milliaria ſingulo die diuide 1215. per 132. exibit 9 $\frac{27}{132}$ numerus dierum & hoc ferme eſt idem cum 9 $\frac{374}{1370}$ in ſenſibiliter differens quare ratio eſt bona non enim quæ in ſurdos terminantur vnquam preciſionem ſortitri poſſunt, dicemus igitur quod iungentur in diebus 9. horis 5. ferme & quo in puncto G, & diſtanter milliaribus 732. à puncto A, Alexandriæ & quod D,G, erit

erit 1215. & nauis ibi ferme mouebitur 132. milliaribus ex D, in G, quibus habitis ſcies quo vento ibitur ex fine trigeſimæ ſecundæ quæſtionis ſunt & modi faciliores ſed longius errant hic ſolus præciſus eſt.

Ex hoc habes modos per capitula ignota ſi bene notaſti vbi ſunt ce. ce. cu. ce. Rel. P. & co. & numerus & talia perueniendi ad maximam propinquitatem cum leuitate & eſt vtiliſſimum in rebus mercantilibus & rebus in quibus peruenire oportet ad actum practicum nam quantum eſt de actu practico ferme ex hac regula tantam ſuſcipies vtilitatem in capitulis ignotis quantum in notis cum ſua regula æquationis modus eſt igitur vt capias numerum proxime minorem & alium vnitate minorem & vide differentiam deinde diuide minorem per maiorem & quod exit multiplica in differentiam vltimam quæ remanet & prouentum diuide per differentiam quæ prouenit ex additione vnitatis & quod exit eſt pars addenda numero maiori exemplum 1. ce. ce. p̄. 2. cu. æquatur 200. pone quod res ſit 2. igitur ce. ce. p̄. 2. cu. erit 32. item pone quod ſit 3. igitur 1. ce. ce. p̄. 2. cu. eſt 135. & differentia primi à ſecundo eſt 103. per vnitatem deinde differentia ſecunda eſt 65. diuide igitur 2. per 3. exit $\frac{2}{3}$ dic ſi 103. ſit ex $\frac{3}{3}$ ex quo fiet 65. multiplica 65. in $\frac{2}{3}$ fit $\frac{130}{3}$ diuide per 103. exit $\frac{130}{309}$ adde ad 3. fiet valor rei proximus $3\frac{130}{309}$ & licèt hoc ſit modico maius quàm oportet quanto tamen la co. ſit maior ſemper euadit præciſior, veluti ſi dicam de 8000. loco quod dixi de 200. eſt regula aurea.

33 Sit trigonus A, B, C, cuius baſis ſit B, C, 14. & ſit in eo circulus D, F, H, cuius ſemidiameter ſit 4. & ſit portio B, D, 6. quare



D, C, erit 8. hoc totum ſupponitur volo ſcire quanta ſit A, C, & quanta ſit A, B, producam perpendiculares E, H, & E, F, quæ cadent in punctis contactuum & producam perpendiculares E, D, F, G, H, K, & producam E, C, & E, B, & producam F, D, & D, H, vt vides & erunt duo trigoni F, E, B, & B, E, D, æquilateri quare F, B, erit 6. vt eſt B, D, & ſimiliter H, C, erit 8. vt eſt D, C, & quia anguli ad D, ſunt recti quadrabo, B, D, fiet 36. quadrabo E, D, fiet 16. iungam ſimul fient 52. & ℞. 52. eſt B, E, & ſimiliter quadrabo C, D, fit 64. & D, E, fit 16. iunge ſimul fiunt 80. & ℞. 80. eſt E, C, & quia anguli ad D, & H, & F. omnes ſunt recti erunt duo anguli F, E, D, & B, æquales duobus rectis & ſimiliter duo anguli H, E, D, & C, æquales duobus rectis, quare vterque duorum quadrilaterorum F, E, D, B, & H, E, D, C, eſſet in ſcriptibile circulo per conuerſam vigeſimæ primæ tertij Euclidis cumque B, D, & B, F, ſint æquales item F, E, & E, D, erit duplum eius quod fit ex B, D, in E, F, æquale ei quod fit ex F, D, in E, B, duco igitur B, D, in F, E, fit 24. duplico 24. fit 48. diuido per B, E, fit F, D, ℞. $44\frac{4}{13}$ per idem duco D, C, in H, E, fit 32. duplico fit 64. diuido 64. per E, C, quæ, eſt ℞. 80. exit D, H, ℞. $51\frac{1}{5}$ & quia vt ſepe dictum eſt cum producitur perpendicularis ab angulo trigoni ad baſim differentia quadratorum partium baſis eſt tanta quanta eſt differentia quadratorum laterum continentium angulum à quo deducitur perpendicularis quadro igitur F, D, fit $44\frac{4}{13}$ quadro F, B, fit 36. differentia eſt $8\frac{4}{13}$ diuide igituper vigeſimũ nonam quæſtionem ſexageſimi ſexti capituli B, D, que eſt 6. ita quod quadrata partium differant in $8\frac{4}{13}$ & inuenies quod B, G, eſt $2\frac{4}{13}$ & G, D, $3\frac{9}{13}$ & ſimiliter inuenies

E, D, 4.
D, B, 6
B, C, 14.
D, C, 8.

F, B, 6.
E, H, 8.

B, E, ℞. 52.
E, C, ℞. 80.

F. D, ℞. $44\frac{4}{13}$
D, H, ℞. $51\frac{1}{5}$

B, G, $2\frac{4}{13}$
G, D, $3\frac{9}{13}$
F, G, $5\frac{7}{13}$
C, K, $4\frac{4}{5}$
K, D, $3\frac{1}{5}$
H, K, $6\frac{2}{5}$

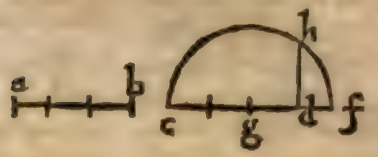
K, M. $2\frac{2}{3}$
C, M. $7\frac{7}{15}$
H, M. $6\frac{14}{15}$

A, C, 15.
A, B, 13.

quia differentia quadrati H, C, ſuper quadratum H, D, eſt $12\frac{4}{5}$ quod D, K, eſt $3\frac{1}{5}$ & K, C, $4\frac{4}{5}$ quare detrahendo quadratum B, G, ex quadrato F, B, remanebit F, G, ℞. $30\frac{114}{169}$ & eſt $5\frac{7}{13}$ & ſimiliter detrahendo quadratum K, C, ex quadrato H, C, remanebit H, K, ℞. $40\frac{24}{25}$ quod eſt $6\frac{2}{5}$ poſt dices ſi F, G, perpendicularis quæ eſt $5\frac{7}{13}$ vult G, B, baſim quæ eſt $2\frac{4}{13}$ quid volet H, K, perpendicularis quæ eſt $6\frac{2}{5}$ multiplica $6\frac{2}{5}$ in $2\frac{4}{13}$ fiunt $\frac{960}{65}$ diuide per $5\frac{7}{13}$ exit $2\frac{2}{3}$ & tantam faciam k, M, erit igitur proportio H, k, ad K, M, veluti F, G, ad G, B, ſed anguli G, & k, ſunt ſimiles igitur pro tracta H, M, erunt duo trianguli H, K, M, & F, G, B, ſimiles quare angulus H, M, C, eſt æqualis angulo B, igitur duorum triangulorum A, B, C, & H, M, C, duo anguli B, & C, æquantur duobus angulis H, & C, igitur reliquus reliquo & trigoni ſunt ſimiles & quia C, k, eſt $4\frac{4}{5}$ & K, M, $2\frac{2}{3}$ igitur tota C. M, eſt $7\frac{7}{15}$ dic igitur ſi $7\frac{7}{15}$ producit 14, quid producet 8. & eſt H, C, multiplica 8. in 14. fiunt 112. diuide per $7\frac{7}{15}$ exeunt 15. & tanta eſt A, C, ſimiliter quadra K, M, fit $7\frac{1}{9}$ quadra H, k, fit $40\frac{24}{25}$ iunge ſimul fiunt $48\frac{16}{225}$ ℞. huius eſt $6\frac{14}{15}$ & tanta eſt H, M, dic igitur ſi $7\frac{7}{15}$ foret 14. quid eſſent $6\frac{14}{15}$ multiplica 14. in $6\frac{14}{15}$ fit $97\frac{1}{15}$ diuide $97\frac{1}{15}$ per $7\frac{7}{15}$ exit 13. & tanta eſt A, B, quod eſt propoſitum hæc etiam ponitur in vltimo libri de diuina proportione à Fratre Luca.

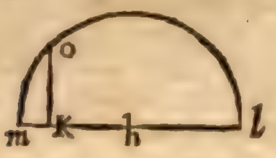
Reducas omnes operationes Arithmeticas ad Geometricam, ita quòd cum compaſſu ac linea poſſunt deduci ad effectum, hoc non eſt aliud dicere quàm illas radices ſcire deducere ad actum practicum cum compaſſu & ſit exemplum. 34

Volo ponere ℞.℞.7.p̄.℞.5.p̄.3.in Figura ponamus enim quod ℞.℞.7.p̄.℞.5.p̄.3. ſit latus tetragonicum alicuius Figuræ multilateræ cuius latus ſit 4.exēpli gratia:volo igitur inuenire ℞.℞.7.p̄.℞.5.p̄.3.in Figura cū igitur A.B. latus ſit 4.diuido ipſum in vnitates per vndecimam ſexti Euclidis vel pratice diuidendo eam

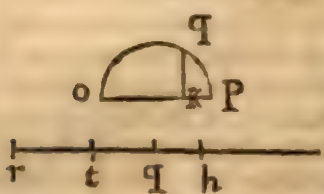


in 4. partes æquales quo facto accipe lineam C, D, quæ ſit 5.adde ei vnitatem id eſt vnam partē ex A.B.diuiſa in quatuor & hoc pro regula & fiat C, F, diuide C,F,per æqualia in pūcto G, & lineabis ſemicirculum C,H, F, & eriges perpendicularem à puncto contactus inter vnitatem & lineam cuiuſuis radicem accipe videlicet lineam D,H,& erit D.H,℞.5.ſiue ℞.C, D.poſt capio eadem ratione.7.cuius

Volo ℞.℞.accipere accipiendo totam A.B.& $\frac{3}{4}$ eius cum compaſſu & ſit linea K, huic addo vnitatem vt prius & fiat linea L,M,hanc diuido per æqualia in N.& lineabo ſemicirculū,vt

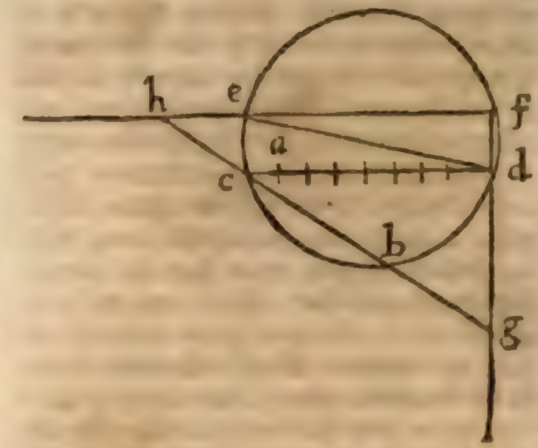


prius M.O.L. & producam à puncto k.& perpendicularem vt prius k.O.eritque k.O.℞.7. capiam igitur K.O.& addam ei vnitatem ſumptam ex A.B.vt prius & fiet O.P.& educam ex puncto contermino vnitatis & K.O. lineam ad ſemicirculum vt prius factum ſecundum medietatem O.P. quę ſit perpendicularis k.Q. eritque K.Q.℞.℞.7.ſiue k.L. habes igitur D.

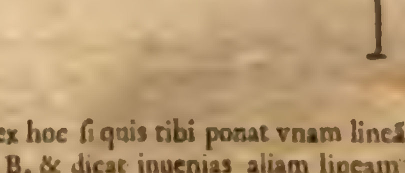


H.℞.5.& K Q ℞.℞.7.pone igitur R.T. 3. & iunge ei per tertiam primi Euclidis protrahēdo lineam R.T.in continuum & directum lineas k.Q.& D.H. & erit tota linea R. H. compoſita 3.p̄.℞.5.p̄.℞.℞.7.

Quod ſi velles extrahere ℞. cubicam,gratia exempli de 8. ſcias quod dictum eſt in capitulo quadrageſimo ſecundo regula ſexageſima ſecunda quod cum fuerint quatuor numeri continuè proportionales ab vnitate ſecundus eſt R. cubica quarti ſit igitur linea C. D. 8. cuius volo ℞. cubicam quia igitur eſt 8. diuide eam in 8. partes æquales quarum vna ſit C. A. igitur C.A. eſt vnitas & ita ſi C.D.fuiſſet 10. cuius voluiſſē accipere ℞.cubicam diuiderē C.D. in 10. partes æquales quarum vna eſſet C. A. eſſetque C.A.vnitas & ita ſemper inuenio vnitatem , erigo igitur C.E. æqualem C.A. vnitati perpendiculariter ſuper C.D. & produco D.E.& diuido D.E.per æqualia & in eius medio facto centro circunſcribo trigono C. D.E. circulum vt vides qui neceſſario pertranſibit per punctum C.eo quod angulus C.rectus eſt deinde protraham. E.F. æquidiſtantem C. D. & producam eam multum extra verſus H. & producam F.D. in directo multum verſus G. vt vides eritque quadrilaterum C.D.E F.rectorum angulorū ex vigeſima nona & quadrageſima ſecunda primi Euclidis & hoc dico,vt cognoſcas an benè protraxeris dictas lineas deinde pone



regulam ſuper punctum C. circunuoluens eam tantum quod menſurando à puncto H.ad punctum C.æquetur lineæ à puncto B.ad punctum G cumque hoc inueneris circunuoluendo regulam circa punctum C. produces lineam H. C. G.eritque E.H.℞.cubica C.D.eo quod quatuer lineæ C. D. & D. G. & E. H. &. E. C. ſunt continue proportionales & E.C.eſt vnitas igitur ſecūda quantitas quæ eſt H.E. eſt ℞.cubica quartæ quæ eſt C.D.quod erat probandum.



Et ex hoc ſi quis tibi ponat vnam lineā puta A , B, & dicat inuenias aliam lineam per hanc quæ faciat cubum vtpote duplum aut triplum cubo ipſius A , B, vtfuit in themate platonis pone quòd ſemper A,B,ſit 1. eius cubus igitur eſt 1.& quia volo cum duplum igitur ille cubus erit 2.accipienda igitur eſt linea B.C. quæ erit dupla ad A. B. & iungemus eas ad rectos angulos vt prius & producemus A.C. & circunſcribemus circulum deinde circunuoluendo regulam ſuper punctum B. faciemus B. E. æqualem F. G. cumque hoc fuerit producta linea E. B. G. F. habebimus A. E. ℞. cubam B. C. ex qua facto cubo perueniet

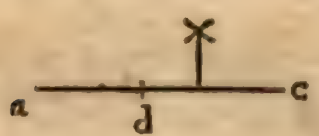
cubus

cubus duplus ad cubum factum ex A.B.

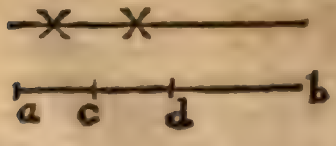
Et ita memento in omnibus ſi proponatur minor quantitas vt eam ponas, pro vnitate deinde operare arithmeticè & inuentis quadratis vel cubis, nam regula generalis eſt inuenies poſt modum ℞. earum quantitatum cubicam vel quadratam & habebis intentum ℞. cubicæ vel quadratæ vel ℞. ℞. provt volueris ſi vero proponatur quantitas maior reduces eam ad cubum, aut quadratum prout vis, & ſecundum numerũ illius lineæ inuenies vnitatẽ quã inuenta per modos prædictos elicies ℞. quadratã vel cubam vel ℞. ℞. vt ſi velles triplare cubum de 4. pone lineam quæ eſt 4. pro vnitate & aſſume ei lineam triplam deinde quadra duas lineas medio modo proportionales & earum minor eſt linea quæſita & ſimiliter ſi velles inuenire lineam quæ faceret quadratum triplum ad aliquam lineam puta A. B. adiunge ad A.B. in directum triplam lineam deinde ſemicirculum ſuper totam lineam coniunctam & à puncto vbi coniunguntur illæ duæ lineæ, erige perpendicularem ad ipſum circulum id eſt ad circunferentiam talis, lineæ quadratum erit triplum quadrato lineæ A. B. propoſitæ.

Hic volo docere quædam neceſſaria ad exercitium geometricum, vt cõmodius fiat & melius figuræ & reliqua talia & primo linea recta deducitur cum regula calibea parum ſubtus cauata, ſed longè exactius, cum capillo, vel filo ſericeo forti benè extenſo tincto encauſtro vnde ℞. cubica hoc modo longè melius extrahitur quam cum regula & reliqua in quibus ſubtilitas & rectitudo magna deſiderantur

Circulus fit cum circino leuiter & ſubtiliter cauato in vna ſummitate: fit etiã cum regula ſubtili fixa cum clauiculo & circumducta nam non inclinatur tantũ & ſubtilior euadit. Linea perpendicularis ſic educitur continua rectam lineam parum veluti volo ex linea A. B. ex puncto B. educere perpendicularem continuabo A.B. ſine encauſtro, putà ad punctum C. directe vt vides deinde menſurabo cum compaſſu B.C. & tantundem faciam B. D. deinde aperto compaſſu ponam in puncto D. & extendam verſus directum B. lineando modicam

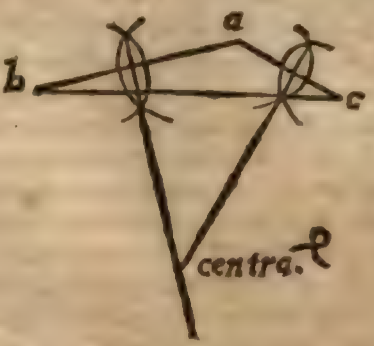


partem circuli ſine encauſtro & ſimiliter figam in puncto C. cum eadem latitudine & extendam ad directum B. & vbi lineando modicam portionem circuli ſine encauſtro ſe interſecabunt ab eo puncto deduces lineam ad punctum B. & erit perpendicularis ſuper eum ego tamen feci circulos cum encauſtro vt poſſes videre.



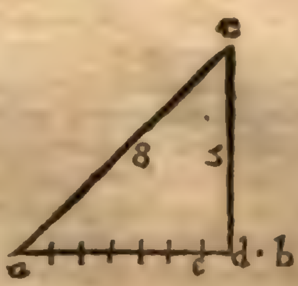
Cum volueris ducere æquidiſtantem A. B. pone pedem circin in A & procedendo cum eadem latitudine ſine encauſtro ſignabis duo puncta quæ ſunt C. & D. & circumuolues circinum cum eadem latitudine vt vides faciendo 4. portiones circulorum binas & binas ſe ſecantes ſine encauſtro & per puncta ſectionum educes lineam æquidiſtantem.

Cum volueris circa datum trigonum circulum deſcribere vt pote circa trigonum A.B.C. deſcribere circulum pones pedem circini in puncto C. & lineabis portionem circuli verſus A. ſine encauſtro & cum eadem latitudine pones in puncto A. & lineabis verſus punctum C. portionem circuli ita vt ſe intercerent vt



vides ex quo patet quod oportet circinum eſſe latiorem medietate lineæ A.C. hoc idem facies in altero latere puta A. B. cum eadem vel alia latitudine ſi oportuerit cum qua feciſti in A. C. tamen quod circuli deſcripti ſuper latus A. B. licet non concordent in latitudine circini cum latitudine circini ſuper A. C. attamen concordabunt inuicem videlicet circulus ex A verſus B. & ex B. verſus A. deinde lineabis ſine encauſtro duas lineas per quatuor puncta ſectionum circulorum & vbi ſe interſecabunt ibi erit centrum circuli circunſcribentis.

Cum volueris facere trigonum cuius puta vnum latus ſit 8. aliud 5. & baſis ſit 6. lineabis A. . ſine encauſtro in qua facies ſectiones ſecundum numerum lateris maioris puta 8. deinde protrahes lineam cum encauſtro ad continentem. 6. ex illis ſectionibus quia tot debet eſſe baſis & ſignabis ibi punctum D. & poſt habebis duos circinos alterum aperies ſecun-



dum quantitatem AB. . videlicet 8. ſectionum alterum ſecundum quantitatem A.E. quæ eſt 5. ſectionum deinde pones vnum in A. alterum in D. & circumuoluens donec ſe tangant & punctus qui eſt C. eſt ille à quo deductis lineis C.A. & C.D. vna erit 8. alia 5. his ſex auxiliis inſeruies tibi in actu practico in omnibus quæ volueris & etiam in aliis quibuſlibet faciendis.

Cap.

Capvt Vlt.

De erroribus Fratris Lucæ.

NOn cauſa reprehenſionis, aut lactantiæ, ſed ne quis aut fruſtra laboret quærendo veritatem in rebus falſis, aut decipiatur grauiter, non ſine iactura: tantum manifeſtiores & periculoſos recenſebo errores, quos vel transferendo non diligenter examinauit, vel deſcribendo per incuriam preteriit, vel inueniendo deceptus eſt.

1 Eſt in diſtinctione nona tractatu ſecūdo capitulo de appenſionibus ibi enim ſiue errore calcographi, ſiue proprio, dixit quod decima pars 16. $\frac{18}{25}$ eſt 1 $\frac{78}{146}$ debet dicere 1 $\frac{79}{25}$ vt patet. & hoc errore perſeuerat vſque in finem: deinde dicit quæ 17. $\frac{88}{125}$ ſunt $\frac{1300}{6100}$ de 20. quod eſt abſurdiſſimum, nam accipere quotientem non eſt niſi multiplicare per denominatorem fractionis vnde dato quòd ſint 17. $\frac{88}{125}$ ducemus 20. per 129. & fient 2500. & ducto 125. in 17. fiunt 2125. adde 88. vel verius 86. fiunt 2211. & ita 17. $\frac{87}{125}$ vel $\frac{86}{125}$ erūt $\frac{2211}{2500}$ de 20. his ſunt errores qui forte imponi poſſent, impreſſori, licet in ea impreſſione ipſe affuerit, & etiam factis operationibus additionum, manent: quod non accidit in tranſcriptione, verum vltimus eſt error nimis grauis, nam accipit totum redditum vnius anni in cenſu, vel vſura, & eam tribuit proportionali temporis, nam ſicut menſes 10. dies 29. $\frac{143}{160}$ ſunt pars 12. menſium, ita lucrum debuit eſſe lucri, & ideo illa quæſtio eſt valde falſa, & ab eo male ſoluta.

2 Error eſt in eodem caſu, ibidem in quinto exemplo, nam aſſes 14. pro totius anni redditu vult augeri. Cum tamen finem in tempore ſolutionis conſequantur: Verum hic error aliquo modo ex conditione alleuiari poteſt, deffendi non poteſt, Vnde exiſtimo non plene hanc perdocuiſſe rationem.

3 Eſt cum exiſtimauerit. D. ſexta T. ſexto gemmas augeri eodem pretio, proportione geometrica, cum hoc ſit falſum & ſi gemmarij hæc in vſum ducerent, in maxima detrimenta incurrerent: nam ſi margarita ponderis k. 2. valeat aureos 4. & alia k. 4. valeat aureos 8. dicit quod tertia quæ ſit k. 16. valebit 32. eo quod dupla proportione ſemper pretium augetur quod tamen falſum eſt: nam talis valebit aureos 96. ſuppoſita æquali bonitate: & in hoc ſciendum eſt quod in gemmis quæ magnitudinem frequenter aſſequuntur vt Cryſtallus, & Topatius, & Ballaſſius, nulla poteſt aſſignari ratio, niſi auctionis extimatiuè ſuppoſita ſemper æquali perfectione ſecundum proportionem duplam, ad augmentum duplum, & ſecundum triplam ad triplum: in his vero quæ rara magnitudine ſunt, veluti carbunculus, ſmaragdus, margarite, adamas, licet etiam perfectione æquali ſuppoſita nó poſſit haberi firmū pretium, decimus tamen in talibus rem propinquiorem & eſt: ſingulis auctionibus æqualibus, adde ſequentem proportionem geometricam, veluti ſit margarita ponderis k. 2. valens aureos 5. alia ponderis k. 4. valens aureos 10. dico quod his ſtantibus margarita ponderis k. 16. valebit aureos 120. nam k. 8. valebit triplum. 10. & K. 16. quadruplum 30. igitur caſu ſuppoſito valebit 120. de his tamen præciſam reddere rationem, cum hominum conſuetudine non natura conſtent eſt impoſſibile.

4 Eſt in diſtinctione nona à tractatu quinto capite primo & cap. tertio, quæſtionibus. 17. 18. 19. 20. & pluribus aliis: nam eaſdem quæſtiones ſoluit in capite primo per compenſationem, & in tertio per algebra, ita quod reſultat differentia valde ſenſibilis, dato etiam quod ſolutio primi capituli eſt confuſa, & ideo debuit adiicere quod modus primi capituli eſt ſecundum propinquum, ſecundus autem modus eſt verus pro quo vide in capite ſexageſimoſexto in quæſtionibus ſuper 57. capitulum.

5 Et errauit ludorum determinatione errore, manifeſtiſſimo, & à puero etiam cognoſcibili, dum alios arguit & ſuam laudat exquiſitā opinionem; vnde ludentibus ad 6. & habenti 5. alteri 2. dat poſt multas ſuperfluas ſupputationes partes 5. & 2. ita quod totam ſummā diuidit in 7. ponamus igitur quod duo ludant ad 19. & vnus habeat 18. alius tantum 9. habet igitur primo $\frac{2}{3}$ totius ſummę, & ſecundo $\frac{1}{3}$, ſit igitur depoſitum aurei 12. ſummæ amborum erit 24. quibus 16. primo & 8. ſecundo contingent: non igitur ille qui habet 18. ludos lucratus eſt niſi aureos 4. & ex aduerſario, qui ſunt tertia pars depoſiti, & tam ad cōplendum non deeſt niſi vnus ludus, ſecūdo autē deſunt 10. hoc autē eſt abſurdiſſimū præterea illā partē quiſque debet aſſumere, quam æqua ratione deponere poſſet ea conditione, ſed habens 18. cum habente 9. poteſt eundo ad 19. deponere 10. contra 1. imo 20. contra vnum: igitur in diuiſione debet habere partes 20. & ille tantum vnam, tertio ſi ludimus ad 19. & vnus habeat 2. alter nullum, per ſuam rationem qui habet 2. debet acquirere totum depoſitum, patet ex ſuo computo, hoc autem quale ſit inconueniens non eſt dubitandum, cum ex tam modica ſuperatione, cum tanta remotione à fine debeat acquirere tantum, quantum ſi lucratus fuiſſet 19. ludos: ſecundo quia ad deterius ille non poteſt venire qui perdit depoſitum, ſed dato quod haberet 18. ludos primus, & ſecundus nullos, adhuc non debentur omnes, quia vltimus eſſet ſuperfluus, quanto igitur minus debet habere totum per duos tantum acquiſitos, quarto ad principale ſi vnus habeat 3. alius 1. eundo ad 13. primo contingent partes ſi ſecundo 1. & ſi primus haberet 12. ſecundus 9. darentur primo $\frac{4}{7}$, & ſecundo $\frac{3}{7}$, & ita multo deterior eſſet conditio primi in ſecundo caſu, quam in primo, quod eſt abſurdiſſimum, cum in ſecundo caſu non continget primo perdere in ſex vicibus ſemel, & in primo non ſit magna diſparitas & hoc iam declarauimus in capitulo ſexageſimo primo. 6

Et errauit in diſtin. nona trac. octauō. quæſtione decimanona grauiſſime: quoniam licet ſolutio quæſtionis ſit vera, eſt tamen in illo caſu tantum & nullo alio.

7 Et errauit in diſt. ſeptima, trac. ſecundo, articulo quarto c. vndecimo quoniam dixit quæſtionem de porcis, aſinis, capris, & pecudibus, poſſe ſolui per ſecundam poſitionem cathaim & non eſt verum.

Et

8 Et errauit in diſt. nona trac. tertio, a capite
trigeſimoſeptimo inchoando, vſque ad caput
43. ita quod omnes illæ tranſmutationes cum
maxima iactura partium ſunt & hoc declara-
ui in ſuo capitulo.

9 Et errauit in diſtinctione octaua capitulo
quinquageſimoſeptimo grauiter, credens pro-
bare quod ſuperficies ambiẽs ſphęram ſit qua-
drupla circulo maximo ipſius ſphæræ, nam
non concludit vt bene intelligenti patet.

10 Et errauit in diſtinctione ſecunda tractatu
quinto, in ſolutione 30. quæſtionis, pro quo
vide c. ſexageſimoſeptimo in fine quæſtionis
ſupra trigeſimum capitulum.

11 Et errauit in diſtinctione 9. T. 3. quæſtioni-
bus 13. 14. 15. 16. 17. 18. prout demonſtraui
in quæſtione ſexageſima ſexta, ſexageſimi
ſexti capituli.

12 Et errauit in diſtinct. ſexta tract. quæſtione
vigeſimaſexta dum dixit quòd talis æquatio
habet capitulum, cum nec ipſe aſſignauerit
nec credat eſſe poſſibile, nam cũ dixit 1275.
p̃. 170. coæquantur 2. ce. p̃. 225. m̃. 30. co. p̃. 1.
cu. facta æqualitate fiũt 1050. p̃. 200. co. æqua-
les 2. ce. p̃. 1. cu. & tale capitulum ab ipſo non
eſt poſitum, ratio etiam falſa eſt nam cum 1.
co. ſit 6. in illo caſu erit 1. cu. p̃. 2. ce. tantum
288. & non 2250. & ideo fuit duplicatus error.

13 Et errauit in diſtinctione 9. T. ſecũdo capitu-
lo de appenſionibus domorum quæſtione ter-
tia & quarta errore in regula ſi intelligatur ad
caput anni regula eſt falſa pluſquam ad 8. pro
100. ſi intelligatur regula de reditu ſimplici
error eſt ad 16. pro 100. ita iſte non cogitat
quod conductor domus debet ſoluere domino
locatori fictum annualem ſingulis annis &
quod pro tali portione poſtquam ſoluit non
tenetur ſoluere vſuram de eo quod non poſſi-
det ſed recepit nomine locationis exemplũ ſi
accipio à te libras 1000. ad 10. pro 100. ſiue ad
caput anni ſiue ſimpliciter & tu poſſideas do-
mum de qua ſoluas mihi lib. 200. ſingulis
annis in fine primi anni certum eſt quod de-
beo dare lib. 1100. ſed quia tu teneris poſt-
modum dare vel recompenſare lib. 200. pro
ficto annuali domus quam poſſides detractis
lib. 200. ex 1100. certum eſt quod in ſecundo
anno non debes trahere niſi vſurã de lib. 900.
ideſt 90 libras & non 100, prout explicauit in
quæſtione octuageſimaprima propterea ho-
mo hic bonus in ſcientia veriſſima con-
ſtruxit infinitas falſitates & graues ita quod
in 200. libris annuæ penſionis poteſt accede-
re error vno modo 80. librarum & plus in 5.
annis & alio modo librarum pluſque 160. &
ideo res eſt multum animaduertenda cogi-
tando ſtuporem viri.

14 Et errauit in quæſtione vigeſima prima D: 6.
T. 6. de maſtice croco & cinamomo dupli-
citer primo quia poſuit primam quantita-
tem cinamomum quæ eſt ſecunda quanti-
tas nam ponit pretium croci cinamomi &
maſticis continue proportionalia & ideo ci-
namomum eſt ſecunda quantitas & poſt fa-
cit eam primam vnde quæſtio ſit falſa neceſ-
ſario.

15 Secundus error eſt quia dicit non referre
quę ponatur prima quantitas aut ſecunda aut
tertia imo maxime refert vt patet in quæ-
ſtione noſtra octuageſima tertia nam ſi di-
cam quod pretium primæ ſit minimum &
velim facere quantitatum magnam oportet
vt maior numerus multiplicetur per tertiam
& non per primam & econtra ſi quæramus
paruam quantitatem de ſecunda aut certum
eſt quod non poteſt vnquam mutare locum
quin quæſtio ſit poſtmodum falſa.

Et errauit in diſt. nona. 10. capitulo tri- 16
geſimo quarto cum dixit quod ℞. cenſuum
& ℞. co. habent æquationes ſimiles numeris
nam declaratum eſt in quinquageſimo pri-
mo capitulo regula octaua & nona quod be-
ne co. & cen. numero ℞. deſignatę habẽt ſimile
capitulum ſed non ℞. ce. & ℞. co. imo vt
ibi dictum eſt ℞. cenſuum habet æquationem
in capitulo co. numero ℞. illius numeri ſed
℞. co. non habet capitulum cum comparan-
tur cenſui & numero ſed fit res impropor-
tionata tanto minus cum adeſt etiam co. nam
vt ibi dictum eſt ℞. cen. eſt co. & ℞. co. eſt de-
nominatio ſeparata ab omnibus.

Et errauit in capitulo de ſalariis famulo- 17
rum eiuſdem tractatus in quæſtione de ſalariis
famulorum quoniam debent intelligi progreſ-
ſiuè & non proportionaliter vt apparuit quæ-
ſtione centeſimaprima.

Et errauit in quæſtione quadrageſimaquin- 18
ta diſtinctione octaua de muro triangulari in
$\frac{1}{9}$ totius longitudinis fere ſicut apparet quæ-
ſtione vigeſimatertia 67. capituli.

Et errauit in aſſignatione quantitatum 19
irrationalis alium ſuper decimum Euclidis
eo quod credidit omnem quantitatem irratio-
nalem eſſe medialem quod eſt omnino falſum
& ſuper hoc fundamẽto fecit innumeros erro-
res & voluit quod productũ tale ℞. 40. p̃. 3. vel
ſimile binomium eſſet ſuperficies medialis
quod eſt omnino repugnans Euclidi: nam
Euclides vult quod ſuperficies medialis ſit tan-
tum illa quæ poteſt deſignari per ℞. numeri
ſimplicis ſurdi veluti ℞. 5. vel ℞. 15. ſicut de-
clarauimus nos in libello qui dicitur ſupple-
mentum practicæ in quo oſtendi omnia ca-
pitula algebre poſſibilia & impoſſibilia vſ-
que in infinitum & quæ ſint generalia &
quæ non ita quod non eſt aliquid deſidera-
bile in tota arte quantumcumque difficile
quod non habeat radicem dantem cogni-
tionem in illo libro & addidi plura capitula
noua in ipſo & non potui edere ipſum pro-
pter nimiam magnitudinem huius libelli eo
quod eſt impreſſus in forma parua licèt liber
ille non tranſcendit tria aut quatuor folia &
eſt conſummatio totius artis & eſt extractus
ex decimo Euclidis & ita reuertendo ad pro-
poſitum aſſignauit vnam irrationalem com-
poſitam ex talibus partibus ℞. ℞. 80. p̃.
℞. 48. & ℞. ℞. 80. m̃. ℞. 48. & non conſiderat
quod tales partes non poſſunt eſſe in actu
nam ℞. ℞. 80. eſt fere 3. ℞. 48. eſt fere 7. quan-
do igitur ponemus ℞. ℞. 80. m̃. ℞. 48. eſt ac ſi
diceres 3. m̃. 7. ſi vero intelligitur ad hunc ſen-
ſum ℞. V. ℞. 80. m̃. ℞. 48. tunc male diſpoſuit
& ſi bene conſideras tota illa pars eſt ita falſa
& confuſa quod etiam valde peritũ in Eucli-
de deiiceret ex recta ratione quam obrem ſu-
pra totum illa pars eſt dimittenda quoniam
cum in aliis errauerit frequentiſſime & gra-
uiter ibi tandem ſuperat omnem humanum
lapſum cum totum peruerterit Euclidem ita

vt

vt dixi vt non ſolum nihil ibi vtile poſſis diſcere ſed & ſi iam eruditus ſis deiicies te ex eruditione quam habes, hæc certe non ex odio illius dixi qui fuit & amator virtutum & laborioſus & qui ſi non fuiſſet ego forte non potuiſſem complere artem ad modum quem feci, ſed ne quiſquam ſtuderet illi parti quoniam in æternum non exiret ex illa confuſione & adduceretur in deſperationem & ignorantiam rectæ doctrinæ & tandem caderet neceſſario in opinionem Euclidis erraſſet in ſua compoſitione quia neceſſario ex interpretatione illius cadit in infinitas contrarietates & & hæc ſufficiant prælibaſſe ex infinita illa congerie errorum quæ patrauit in ſuo opere.

Finis Libri Practicæ Arithmeticæ.

LIBELLVS QVI DICITVR, COMPVTVS MINOR.

1 QVOT libras lucratur aliquis in anno, ſi multiplicaueris per 2. & diuiſeris per 3. quod exit, eſt numerus denariorum in die exemplum libræ 80. in anno lucrantur libras 7. duc 7. in 2. fit 14. diuide per 3. fit $4\frac{2}{3}$ & tot nummos paruos lucrantur libræ 100. in die videlicet d. $4\frac{2}{3}$.

2 Quot libras lucratur aliquis in anno ſi per 18. diuiſeris tot ſolidos, lucratur idem in die Exemplum libræ 60. lucrantur in anno libras 7. diuide 7. per 18. exit $\frac{7}{18}$ & $\frac{7}{18}$ vnius ſolidi lucrantur libræ 100. in die ſunt autem $\frac{7}{18}$ vnius ſolidi d. 4. $\frac{2}{3}$ & eſt idem cum priore in re.

3 Quot libras lucratur aliquis in anno, ſi multiplicaueris per 5. & diuiſeris per 3. tantum lucrantur ex ſolidis in menſe exemplum lib. 100. in anno lucrantur lib. 7. multiplica in 5. fit 35. diuide per 3. exit $11\frac{2}{3}$ & tot ſolidos lucrabuntur lib. 100. in menſe & ſunt ſolidi 11. d. 8.

4 Quot ſolidos lucratur aliquis in anno totidem d. lucratur in menſe Exemplum lib. 100. lucrantur ſolidos 17. in anno, igitur lucrabuntur d. 17. ſingulo menſe idem tenet etiamſi lucrum non ſit ex 100. veluti ducatus lucratur 13. ſolidos in anno igitur ducatus lucrabitur d. 13. in ſingulo menſe.

5 Quot d. lucratur aliquis in menſe tot ſolidos lucratur in anno veluti 70. libræ lucrantur 37. d. omni menſe igitur lucrabuntur 37. ſolidos omni anno. Et nota quod hic intelliguntur omnes menſes æquales dierum 30. quaſi annus conſtaret 360. diebus.

6 Quot ſolidos lucratur aliquis in menſe multiplica per 3. & diuide per 5. tot libras lucrabitur in anno veluti lib. 100. lucrantur 17. ſolidos in menſe multiplica 17. per 3. fit 51. diuide per 5. exit $10\frac{1}{5}$ & tot lib. lucrabitur
7 100. librarum in anno videlicet lib. 10 ſ. 4.

Quot denarios lucratur aliquis in menſe, diuide per 20. tot lib. lucratur in anno veluti lib. 70. lucrantur denarios 47. in menſe diuide per 20. exit $2\frac{7}{20}$ & tot libras lucrabuntur dictæ libræ 70. in vno anno.

8 Quot libras lucraris in anno ſi multiplicaueris per 20. tot d. lucraberis in menſe veluti aliquis habet 170. lib. in anno ſtipendij multiplica per 20. fiunt 3400. d. & tot habebit in menſe ſiue ſolidos 283. d. 4. ſiue lib. 14 ſ. 3. d. 4.

Quot ſolidos lucratur aliquis in die, multiplica per 18. tot libras lucratur in anno veluti aliquis lucratur ſolidos 13. in die multiplica 13. in 18. fiunt 234. & tot libras lucratur in anno dico præſupponitur quod lucretur etiam in diebus feſtis. 9

Quot nummos lucratur in die multiplica per 3. & diuide per 2. quod exit eſt numerus librarum quas lucratur in anno veluti quidam lucratur nummos. 15. in die multiplica per 3. fit 45. diuide per 2. exit $22\frac{1}{2}$ & tot libras lucratur in anno, & nota quod omnis d. in die producit lib. 1. ſ. 10. in anno & ſ. 2. d. 6. in menſe. 10

Quot nummos lucratur in menſe libra, multiplica per 5. tot libras lucrantur libræ 100. in anno veluti lib. vna lucratur 7. d. in menſe multiplica per 5. fit 35. & 35. libras lucrabuntur lib. 100. in anno & ita omnis d. in menſe pro libra importat lib. 5. pro 100. 11

Quot nummos lucratur libra in menſe, multiplica per 10. & diuide per 3. quod exit erit lucrum d. quos lucrantur lib. 100. in die veluti libra in menſe lucratur d. 7. multiplica 7. in 10. fit 70. diuide per 3. exit $23\frac{1}{3}$ & tot nummos lucrabuntur lib. 100. in die. 12

Quot nummos lucrantur lib. 100. in die multiplica per 3. & diuide per 10. quod exit eſt numerus d. quos lucratur lib. 1. in menſe veluti lib. 100. lucrantur d. 15. in die multiplica. 15. in 3 fit 45. diuide per 10. exit $4\frac{1}{2}$ & denarios $4\frac{1}{2}$ lucratur libra omni menſe. 13

Quot libras lucrantur lib. 100. in anno ſ. diuidatur numerus per 5. tot ſolidos lucratur lib. in menſe exemplum lib. 100. lucrantur lib. 7. in menſe diuide 7. per 5. exit $1\frac{2}{5}$ & tot ſolidos lucratur libra vna in menſe quod eſt ſ. 1. d. $4\frac{4}{5}$. 14

In tot annis reduplicatur capitale quantus eſt numerus qui exit diuiſo 20. per nummos quos lucratur libra in menſe veluti ſi libra lucratur d. 4. in menſe reduplicabitur capitale in 5. annis nam diuiſo 20. per 4. exit 5. & ſi lucratur d. 6. reduplicabitur in annis $3\frac{1}{3}$ nam diuiſo 20. per 6. exit $3\frac{1}{3}$ & ita de aliis. 15

Quot d. venditur libra tot ſ. 8. d. 4. venditur 100. 16

100. veluti vendo libram ferri 13. denariis igitur vendo 100. ferri ſolidis 108 d. 4.

17 Quot ſ. venditur libra tot 5. libris venditur 100. veluti piper venditur 32. ſolidis pro libra igitur venditur lib. 160. pro 100.

18 Quot d. venditur libra tot lib. 4. ſ. 3. d. 4. venditur milliare veluti libra calcis venditur d. 5. igitur milliare venditur lib. 20. ſ. 15. d. 20. & ſunt lib. 20. ſ. 16. d. 8.

19 Quot ſolidis venditur libra tot 50. lib. venditur miliare veluti libra zinziberis venditur 47. ſolidis & d. 4. igitur miliare venditur 2350. libris & $\frac{200}{12}$ vnius libræ nam d. ſunt $\frac{1}{12}$ vnius ſolidi igitur 4. d. ſunt $\frac{4}{12}$ igitur $\frac{200}{12}$ vnius libræ ſunt lib. $16\frac{2}{3}$ venditur igitur milliare zinziberis libris 2366. ſ. 13. d. 4. vel fac de denariis per decimam octauam regulam.

20 Quot d. venditur vntia tot ſolidis venditur libra veluti vntia cinamomi valet 34. d. igitur libra cinanomi valet ſ. 34.

21 Quot d. valet vntia tot 5. libre valet 100. librarum veluti vntia cinanomi valet d. 34. igitur libre 100. valent lib. 170.

22 Quot d. valet vntia tot 50. lib. valet milliare. Patet per ſe.

23 Quot ſolidos valet vntia multiplica per 3. & diuide per 5. quod exit eſt valor libræ in libris. Exemplum crocus valet 13. ſolidos pro vntia multiplica per 3. fiunt 39. diuide per 5. exit $7\frac{4}{5}$ & ita valebit lib. 7. ſ. 16. pro libra.

24 Quot ſolidos valet vntia multiplica per 60. tot libras valet 100. librarum veluti crocus valet ſolidos 13. pro vntia multiplica per 60. fit 780. & tot libras valet 100. librarum croci.

25 Quot ſolidos valet libra tot d. valet vntia. Patet per ſe.

26 Quot ſolidos valet 100. librarum multiplica per 3. & diuide per 25. tantum valebit lib. in d. Exemplum calx valet 13. ſolidios pro 100. libris multiplica 13. per 3. fit 39. diuide per 25. exit $1\frac{14}{25}$ & ideo libra calcis valet d. $1\frac{14}{25}$.

27 Quot ſolidos valent lib. 100. tot $\frac{1}{100}$ d. valet vntia veluti 100. libræ calcis valent 13. ſolidos igitur vntia calcis valet $\frac{13}{100}$ vnius denarii, nam diuiſo 13. numero ſolidorum per 100. exit numerus d.

28 Quot libras valet 100. librarum tot $2\frac{2}{5}$ d. valet libra. Exemplum 100. libræ carnis valent 7. libras d. igitur libra carnis valet 14. d. $\frac{14}{5}$ d. & ita valet d. $16\frac{4}{5}$.

29 Quot libras valet 1000. libræ multiplica per 6. & diuide per 25. quod exit valet libra in denariis. Exemplum lib. 1000. zucari valent 220. libras, multiplica 220. per 6. fiunt 1320. diuide per 25. exeunt $52\frac{4}{5}$ & tot d. valebit libra zucari.

30 Quot libras valet 100. librarum ſi diuiſeris per 5. habebis valorem vntiæ in d. Exemplum 100. libræ zucari valent libras 23. igitur vntia valet d. $4\frac{3}{5}$ diuiſo enim 23. per 5. exit $4\frac{3}{5}$.

Circa operationem igitur mercaturæ proponitur tale Exemplum. Milliare æris valet lib. 127. ſ. 13. d. 5. quæritur quantum valent lib. 4727. onz. 7. æris.

Nota quod poteſt ſolui hæc quæſtio tripliciter primo regulariter per regulam 3. hoc modo reduces totum pretium quod fuit lib. 127. ſ. 13. d. 5. ad denarios item totum æs ad vntias & milliare æris ad vntias hoc modo. Primo multiplico lib. 127. per 2. fiunt 254. adde 0. quia libra componitur ex ſ. 20. & tu non multiplicaſti niſi per 2. fiunt igitur ſolidi 2540. quibus adde ſolidos 13. quos habebas vltra 127. lib. fiunt ſolidi 2553. hos multiplica in 12. & fient tot nummi videlicet 30636. d. quibus adde d. 5. quos habuiſti vltra ſolidos 13. & lib. 127. fient igitur d. 30641. & hi ſunt valor vnius milliaris.

127
2
2540
13
2553
12
30636
5
30641

Deinde reſolue lib. 4727. onz. 7. in vnt. multiplicando per 12. & fiunt 56724. quibus ſi addantur onz. 7. vltra lib. 4727. habitæ fiet ſumma æris cuius pretium quæritur onz. 56731. deinde reſolues vnum milliare æris & ſunt lib. 1000. in vntias multiplicando per 12. nam lib. continet onz. 12. fient igitur vntiæ 12000. & hoc eſt vt operatio fit inter res eiuſdem naturæ.

4727
12
56724
7
56731

Poſt hec dices per regulam 3. ſi onz. 12000. valent d. 30641. quid valebunt onz. 56731. multiplica ſecundum per tertium ideſt 30641. per 56731. & fiunt vt vides 1738294571. quem numerum diuide per primum & fuit 12000. abſcindendo 000. à diuiſore remanet diuiſor 12. & totidem litteras à dextra ſimiliter diuidendi auferendo remanet diuidendus 1738294. vnde diuiſus per 12. exit 144857. & ſuper ſunt 10. quos ante pones ad 571. iam abſciſſum fient $\frac{10571}{12000}$ erũt igitur denarii 144857. $\frac{10571}{12000}$ hos reduces ad ſolidos diuidendo per 12. exeunt ſolidi 12071 & ſuperſunt nummi 5. aufer igitur primam litteram à dextra ſolidorum & remanent 1207. quos diuide per 2. exeunt libræ 603. & supereſt 1. quem ante pone ad 1. ſeruatum fient ſolidi 11. eſt igitur pretium lib. 603. ſ. 11. d. 5 $\frac{10571}{12000}$. Alius modus per practicam ſeruiens in omnibus talibus leuior eſt hic. Pone libras 4727. onz. 7. ſuperius & lib. 27. ſ. 13. d. 5. infra & quia hoc eſt pretium vnius milliaris capies 4. qui eſt numerus

1000
12
12000

56731
30641
56731
226924
340386
00000
170193
1738294 571
12 000
d. 144857 $\frac{10571}{12000}$
12
ſ. 12071 5
1207
2 11
603

lib. 4727. onz. 7.

lib. 127. ſ. 13. d. 5.
4.

4000. lib.	510. ſ.	13. d.	8.
500. lib.	63. ſ.	16. d.	$8\frac{1}{3}$.
200. lib.	25. ſ.	10. d.	$8\frac{1}{5}$.
20. lib.	2. ſ.	11. d.	$0\frac{4}{5}\ \frac{1}{50}$.
5. lib.	0. ſ.	12. d.	$9\frac{1}{5}\ \frac{1}{200}$.
$2\frac{1}{2}$ lib.	0. ſ.	6. d.	$4\frac{3}{5}\ \frac{1}{400}$.
onz. 1. lib.	0. ſ.	0. d.	$2\frac{1}{15}\ \frac{1}{50}\ \frac{1}{12000}$.
			2

lib. 603. ſ. 11. d. 5.

6000.
2400.
9600.
2400.
7200.
6400.
240.
60.
30.
240.
1.
34571.

rus milliariorum & multiplicabis in pretium & fiet pretium 4. milliariorum lib. 510. ſ. 13. d. 8. deinde capies 500. libras quod ſunt dimidium milliaris, & valebũt etiam dimidium lib. 127. ſ. 13. d. 5. & eſt lib. 63. ſ. 16. d. $8\frac{1}{3}$. & hoc ſuppones præcedentibus lib. 510. ſ. 13. d. 8. vt vides iam igitur ſuſtuliſti lib. 4000. & 50. ſunt 4500. ex libris 4727. onz. 7. remanebunt igitur libræ 227. onz. 7. capias igitur 200. libras qui ſunt quinta pars vnius miliaris & pro his capies etiam quintam partem de lib. 127. ſ. 13. d. 5. & eſt lib. 25. ſ. 10. d. $8\frac{1}{5}$ & ſuppones prædictis. Remanſerunt igitur libræ. 29. onz. 7. ex quibus capio 20. qui ſunt decima pars de 200. & ita capio etiam decimam partem valoris 200. librarum qui proximè deſcriptus eſt & fuit lib. 25. ſ. 10. d. $8\frac{1}{5}$ & erit erit eius decima pars lib. 2. ſ. 11. d. $\frac{4}{5}\ \frac{1}{50}$. deinde quia remanſerunt libræ 7. onz. 7. capio libras 5. & ſunt quarta pars de lib. 20. & ita capio etiam quartam partem pretij librarum 20. proximè poſiti quod fuit lib. 2. ſ. 11. d. $\frac{4}{5}\ \frac{1}{50}$ & erit eius quarta pars ſ. 12. d. $9\frac{1}{5}\ \frac{1}{200}$ remanſerunt igitur libræ 2. onz. 7. quæ ſunt plus quam medietas de lib. 5. proximè acceptarum; capio igitur lib. 2. onz. 6. & ſunt medietas lib. 5. proximè acceptarum, quare capio etiam dimidium pretij 5. librarum & erit ſ. 6. d. $4\frac{3}{5}\ \frac{1}{400}$. remanſit onz. 1. tantùm & eſt trigeſima pars de lib. 2. onz. 6. vnde capiam trigeſimam partem pretij proxime aſſignati lib. 2. onz. 6. & erit d. $2\frac{1}{15}\ \frac{1}{50}\ \frac{1}{12000}$ iunge etiam hæc ſimul & primò fractos ſed ſunt aliqui qui non curant eos, ſed ſi vis cape maiorem denominationem & ſemper diuide eam per reliquos denominatores, & multiplica per numeratorem fiet igitur ſumma fractorum 34571. & ſunt denarij 2. & $\frac{10571}{12000}$ ſuppone igitur 2. ad reliquos & erit ſumma vt vides lib. 603. ſ. 11. d. $5\frac{10571}{12000}$. Et hæc ratio eſt longè facilior primâ & ſecurior quia homo videt operationem per partes & mihi placet facere vtamque.

Tertius modus eſt per regulas ſupraſcriptas dicendo ſic milliare valet lib. 127. ſ. 13. d. 5. igitur libræ 4000. valent lib. 510. ſ. 13. d. 8. deinde dices igitur 100. libræ valent decimam partem de lib. 127. ſ. 13. d. 5. & ſunt libræ 12. ſ. 15. d. $4\frac{1}{10}$ & quia ſunt libræ 700. ſupra 4000. fient libræ

lib. 167. ſ. 13. d. 5. | lib. 4727. onz. 7.

4000.	510.	13.	8.
700.	89.	7.	$4\frac{7}{10}$
27.	3.	8.	$11\frac{107}{1000}$
onz. 7.		8.	$5\frac{10487}{12000}$
			$\frac{21510}{12000}$
			$\frac{10571}{12000}$

lib. 603. ſ. 11. d. 5. $\frac{10571}{12000}$

12. ſ. 15. d. $4\frac{1}{10}$ multiplicandæ per 7. fiunt lib. 89. ſ. 7. d. $4\frac{7}{10}$ deinde quia 100. libræ valent lib. 12. ſ. 15. d. $4\frac{1}{10}$ igitur per vigeſimamoctauam & vigeſimam ſextam regulam libra valet ſ. 2. d. $11\frac{107}{1000}$ multiplica in 27. fiunt lib. 3. ſ. 8. d. $11\frac{107}{1000}$ & quia libra valet ſ. 2. d. $6\frac{664}{1000}$ igitur vncia valet d. $2\frac{661}{12000}$ per vigeſimam quintam regulam: multiplica per 7. nam tot vnciæ ſupererant fiet valor vnt. 7. ſ. 1. d. $5\frac{10487}{12000}$ manifeſtum eſt quod hic modus eſt etiam bonus & breuis, vnde facta ſumma prouenit idem.

Modus multiplicandi per crucetam valens in pluribus maximè vbi litteræ multiplicatoris & multiplicandi ſint pares ſic fit, multiplica primò litteras primas à dextra videlicet 7. in 9. fit 63. depone 1. & ſerua 6. deinde multiplica 7. in 7. fit 49. & 9. in 5. fit 45. iunge fit 94. adde 6. fit 100. multiplica 4. in 3. fit 12. adde ad 100. fit 112. depone 2. vltimam litteram & ſerua 11. deinde multiplica 7. in 3. fit 21. & 2. in 9. fit 18. iunge fiunt 39. adde 11. fit 50. multiplica etiam 3. in 7. fit 21. & 4. in 5. fit 20. totum eſt 41. adde ad 60. fit 91. depone 1. & ſerua 9. deinde multiplica 3. in 3. fit 9. & 4. in 2. fit 8. iunge fiunt 17. ad 9. prius ſeruatos fiunt 26. deinde multiplica 5. in 7. fit 35. adde ad 26. fiunt 61. depone 1. & ſerua 6. deinde multiplica 5. in 3. fiunt 15. & 2. in 7. fiunt 14. iunge cum 6. prius ſeruatis fiunt 35. depone 5. & ſerua 3. vltimo multiplica 3. in 2. extremas litteras à ſiniſtra fiunt 6. adde ad 3. fiunt 9. depone 9. & eſt perfecta. Bonum autem eſt ſcire multiplicare vſque ad 20. memoriter & pro hoc feci in fine hunc libellum vt homo nullius alterius auxilio indigeat nam in 20. comprehenduntur libræ & ſolidi & reliqua neceſſaria.

3749.
2537.
9511123.

0	0	0	0	13	0
0	1	0	0	14	0
0	2	0	0	15	0
0	3	0	0	16	0
0	4	0	0	17	0
0	5	0	0	81	0
0	6	0	0	19	0
0	7	0	0	20	0
0	8	0			
0	9	0	1	0	0
0	10	0	1	1	1
0	11	0	1	1	2
0	12	0	1	3	3

1

1	4	4
1	5	5
1	6	6
1	7	7
1	8	8
1	9	9
1	10	10
1	11	11
1	12	12
1	13	13
1	14	14
1	15	15
1	16	16
1	17	17
1	18	18
1	19	19
1	10	20
2	0	0
2	1	2
2	2	4
2	3	6
2	4	8
2	5	10
2	6	12
2	7	14
2	8	16
2	9	18
2	10	20
2	11	22
2	12	24
2	13	26
2	14	28
2	15	30
2	16	32
2	17	34
2	18	36
2	19	38
2	20	40
3	0	0
3	1	3
3	2	6
3	3	9
3	4	12
3	5	15
3	6	18
3	7	21
3	8	24
3	9	27
3	10	30
3	11	33
3	12	36
3	13	39
3	14	42
3	15	45
3	16	48
3	17	51
3	18	54
3	19	57
3	20	60
4	0	0
4	1	4
4	2	8
4	3	12
4	4	16
4	5	20
4	6	24
4	7	28
4	8	32
4	9	36
4	10	40
4	11	44
4	12	48
4	13	52
4	14	56
4	15	60
4	16	64
4	17	68
4	18	72
4	19	76
4	20	80
5	0	0
5	1	5
5	2	10
5	3	15
5	4	20
5	5	25
5	6	30
5	7	35
5	8	40
5	9	45
5	10	50
5	11	55
5	12	60
5	13	65
5	14	70
5	15	75
5	16	80
5	17	85
5	18	90
5	19	95
5	20	100
6	0	0
6	1	6
6	2	12
6	3	18
6	4	24
6	5	30
6	6	36
6	7	42
6	8	48
6	9	54
6	10	60
6	11	66
6	12	72
6	13	78
6	14	84
6	15	90
6	16	96
6	17	102
6	18	108
6	19	114
6	20	120
7	0	0
7	1	7
7	2	14
7	3	21
7	4	28
7	5	35
7	6	42
7	7	49
7	8	56
7	9	63
7	10	70
7	11	77
7	12	84
7	13	91
7	14	98
7	15	105
7	16	112
7	17	119
7	18	126
7	19	133
7	20	140
8	0	0
8	1	8
8	2	16
8	3	24
8	4	32
8	5	40
8	6	48
8	7	56
8	8	64
8	9	72
8	10	80
8	11	88
8	12	96
8	13	104
8	14	112
8	15	120
8	16	128
8	17	136
8	18	144
8	19	152
8	20	160
9	0	0
9	1	9
9	2	18
9	3	27
9	4	36
9	5	45
9	6	54
9	7	63
9	8	72
9	9	81
9	10	90
9	11	99
9	12	108
9	13	117
9	14	126
9	15	135
9	16	144
9	17	153
9	18	162
9	19	171
9	20	180
10	0	0
10	1	10
10	2	20
10	3	30
10	4	40
10	5	50
10	6	60
10	7	70
10	8	80
10	9	90
10	10	100
10	11	110
10	12	120
10	13	130
10	14	140
10	15	150
10	16	160
10	17	170
10	18	180
10	19	190
10	20	200
11	0	0
11	1	11
11	2	22
11	3	33
11	4	44
11	5	55
11	6	66
11	7	77
11	8	88
11	9	99
11	10	110
11	11	121
11	12	132
11	13	143
11	14	154
11	15	165
11	16	176
11	17	187
11	18	198
11	19	209
11	20	220
12	0	0
12	1	12
12	2	24
12	3	36
12	4	48
12	5	60
12	6	72
12	7	84
12	8	96
12	9	108
12	10	120
12	11	132
12	12	144
12	13	156
12	14	168
12	15	180
12	16	192
12	17	204
12	18	216
12	19	228
12	20	240
13	0	0
13	1	13
13	2	26
13	3	39
13	4	52
13	5	65
13	6	78
13	7	91
13	8	104
13	9	117
13	10	130
13	11	143
13	12	156
13	13	169
13	14	182
13	15	195
13	16	208
13	17	221
13	18	234
13	19	247

13	20	260
14	0	0
14	1	14
14	2	28
14	3	42
14	4	56
14	5	70
14	6	84
14	7	98
14	8	112
14	9	126
14	10	140
14	11	154
14	12	168
14	13	182
14	14	196
14	15	210
14	16	224
14	17	238
14	18	252
14	19	266
14	20	280
15	0	0
15	1	15
15	2	30
15	3	45
15	4	60
15	5	75
15	6	90
15	7	105
15	8	120
15	9	135
15	10	150
15	11	165
15	12	180
15	13	195
15	14	210
15	15	225
15	16	240
15	17	255
15	18	270
15	19	285
15	20	300
16	0	0
16	1	16
16	2	32
16	3	48
16	4	64
16	5	80
16	6	96
16	7	112
16	8	128
16	9	144
16	10	160
16	11	176
16	12	192
16	13	208
16	14	224
16	15	240
16	16	256
16	17	272
16	18	288
16	19	304
16	20	320
17	0	0
17	1	17
17	2	34
17	3	51
17	4	68
17	5	85
17	6	102
17	7	119
17	8	136
17	9	153
17	10	170
17	11	187
17	12	204
17	13	221
17	14	238
17	15	255
17	16	272
17	17	289
17	18	306
17	19	325
17	20	340
18	0	0
18	1	18
18	2	36
18	3	54
18	4	72
18	5	90
18	6	108
18	7	126
18	8	144
18	9	162
18	10	180
18	11	198
18	12	216
18	13	234
18	14	252
18	15	270
18	16	288
18	17	306
18	18	324
18	19	342
18	20	360
19	0	0
19	1	19
19	2	38
19	3	57
19	4	76
19	5	95
19	6	114
19	7	133
19	8	152
19	9	171
19	10	190
19	11	209
19	12	228
19	13	247
19	14	266
19	15	285
19	16	304
19	17	523
19	18	342
19	19	361
19	20	380
20	0	0
20	1	20
20	2	40
20	3	60
20	4	80
20	5	100
20	6	120
20	7	140
20	8	160
20	9	180
20	10	200
20	11	220
20	12	240
20	13	260
20	14	280
20	15	300
20	16	320
20	17	340
20	18	360
20	19	380
20	20	400

Potes etiam ſi vis diuidere per hanc Tabulam quærendo diuidendum in tabula diuiſoris quod eſt in directo erit exiens.

HIERONYMI

HIERONYMI CARDANI, ARTIS MAGNÆ, *SIVE* DE REGVLIS ALGEBRAICIS, LIBER VNVS.

ANDREÆ OSIANDRO viro eruditiſſ. S. P. D.

NIHIL tam animo vnquam verſaui, Andrea doctiſs. quàm vt eorum, qui de bonis litteris bene merentur, nomina poſteritati commendarem. Tum verò præcipuam quandam diligentiam adieci, ſi tales cum eruditione humanitatem coniunxiſſent. Quamobrem cùm te non ſolùm Hebræarum, Græcarum ac Latinarum litterarum ſcientiam haud mediocrem, ſed etiam Mathemeticarum habere intelligam, humaniſſimum quoque ſemper expertus ſim, viſum eſt, hoc meum Opus nulli melius poſſe dedicari, quàm tibi, à quo poſſit & emendari, (ſi manus mea imperium mentis tranſgreſſa fefelliſſet) & legi cum voluptate, & intelligi, tum verò etiam cum authoritate commendari. Hoc exemplum, niſi fallor, & alij ſequentur, ac opera ſua, non niſi in ea quam tractant arte eruditis dedicabunt. Accipe ergo amoris erga te mei, & officij in me tui, tum præclaræ ſimul eruditionis tuæ perpetuum teſtimonium. Et quanquam tu talis ſis, quem tua virtus omnibus notum faciat, tamen cum Alexander, & Cæſar, factis ſuis notiſſimi, aliorum monumentis inſcribi deſiderauerint, cumque Plato, qui mira illa per ſeſe conderet, aliorum tamen ſcriptis laudari concupiuerit, ſpero meum hoc qualecunque officium tibi quoque non ingratum eſſe futurum, quòd & in his fortuna quædam dominetur, pereantque meliora ſæpè ſeruatis deterioribus. Et ſit modo de hoc qualecunque iudicium tuum, certum mihi tamen

eſt, officio meo me ſatisfacere debere. Atque vtinam contingat illuſtriore exemplo, animum meum erga omnes oſtendere, qui eo animi candore ſunt, quo te in ſtudioſos noſtri temporis fuiſſe ſemper agnoui. Sed dabitur forſan occaſio melior, etſi non detur, hanc tamen, qualiſcunque ſit, periiſſe mihi nolim. Vale. 5. Idus Ianuarias, M. D. XLV. Papiæ.

LECTORI.

HABES in hoc libro, ſtudioſe Lector, Regulas Algebraicas (Itali, de la Coſſa vocant) nouis adinuentionibus, ac demonſtrationibus ab Authore ita locupletatas, vt pro pauculis antea vulgò tritis, iam ſeptuaginta euaſerint. Neque ſolùm, vbi vnus numerus alteri, aut duo vni, verumetiam, vbi duo duobus, aut tres vni æquales fuerint, modum explicant. Hunc autem librum ideò de nouo edere placuit, partim vt hoc abſtruſiſſimo, & planè inexhauſto totius Arithmeticæ theſauro in lucem eruto, & quaſi in theatro quodam omnibus ad ſpectandum oppoſito, Lectores incitarentur, vt reliquos Operis Perfecti libros, tanto auidiùs amplectantur, ac minore faſtidio perdiſcant: partim quia ab Authore recens diligenter recognitus & auctus ſit.

CAPVT PRIMVM.

De duabus æquationibus in ſingulis capitulis.

1 HÆc Ars olim à Mahomete, Moſis Arabis filio initium ſumpſit. Etenim huius rei locuples teſtis Leonartus Piſanus. Reliquit autem capitula quatuor, cum ſuis demonſtrationibus, quas nos locis ſuis aſcribemus. Poſt multa verò temporum interualla, tria capitula deriuatiua addita illis ſunt, incerto authore quæ tamen cum principalibus, à Luca Pacciolo poſita ſunt. Demum etiam ex primis, alia tria deriuatiua, à quodam ignoto viro inuenta legi, hæc tamen minime in lucem prodierant, cum eſſent alijs longe utiliora nam cubi & numeri & cubi quadrati æſtimationem docebant. Verùm temporibus noſtris, Scipio Ferreus Bononienſis, capitulum cubi & rerum numero æqualium inuenit, rem ſanè pulchram & admirabilem. Cum omnem humanam ſubtilitatem, omnis ingenij mortalis claritatem ars hæc ſuperet, donum profectò cœleſte, experimentum autem virtutis animorum, atque adeò illiſtre, ut qui hæc attigerit, nihil non intelligere poſſe ſe credat. Huius æmulatione Nicolaus Tartalea Brixellenſis, amicus noſter, cum in certamen cum illius diſcipulo Antonio Maria Florido veniſſet, capitulum idem, ne vinceretur, inuenit, qui mihi ipſum multis precibus exoratus tradidit. Deceptus enim ego verbis Lucæ Paccioli, qui ultra ſua capitula, generale ullum aliud eſſe poſſe negat (quanquam tot iam antea rebus à me inuentis, ſub manibus eſſet) deſperabam tamen inuenire, quod quærere non audebam. Inde autem, illo habito, demonſtrationem venatus, intellexi complura alia poſſe haberi. Ac eo ſtudio, auctaque iam confidentia, per me partim, ac etiam aliqua per Ludouicum Ferrarium, olim alumnum noſtrum, inueni. Porrò quæ ab his inuenta ſunt, illorum nominibus decorabuntur, cætera, quæ nomine carent, noſtra ſunt. At etiam demonſtrationes, preter tres Mahometis, & duas Ludouici, omnes noſtræ ſunt, ſingulæque capitibus ſuis præponentur, inde regula addita, ſubijcietur experimentum. Et quanquã longus ſermo de his haberi poſſet, ac longa capitulorum ſeries ſubiungi, finem tamen exquiſitæ conſiderationi in cubo faciemus, cætera, etiam ſi generaliter, quaſi tamen per tranſennam tractantes, namque cùm poſitio lineam, quadratum ſuperficiem, cubus corpus ſolidum referat, næ utique ſtultum fuerit, nos ultrà progredi, quò naturæ non licet. Itaque ſatis perfectè docuiſſe videbitur, qui omnia, quæ uſque ad cubum ſunt, tradiderit, reliqua quæ adijcimus, quaſi coacti aut incitati, non ultra tradimus. In omnibus autem præcedentium, ac maxime librorum tertij ac quarti, meminiſſe operæ precium fuerit, ne vel iterum tradendo nugax efficiar, aut obſcurior prætermittendo.

Iam enim docuiſſe nos meminimus, quæ ſint impares, aut pares denominationes. 2
Namque quadratum, & quadratum quadrati, cubumque quadrati, ac deinceps una ſemper intermiſſa pares, rem autem ſeu poſitionem, cubum, primum ac ſecundum. Relatum, impares vocamus denominationes. At vero quòd tam ex 3. quàm ex m. 3. fit 9. quoniam minus in minus ductum producit plus. Ac in imparibus denominationibus eadem ſeruatur natura: ſeu quòd dicimus debitum, expoſitione ulla numeri veri produci poteſt, iam meminiſſe oportet dilucidius explicatum.

Si igitur par denominatio, numero æqua- 3
lis

lis ſit, rei æſtimatio duplex eſt, m̃. & p̃. alteraque alteri æqualis, velut, ſi quadratum æquetur 9. res eſt 3. vel 3. m̃. & ſi æquetur 16. res eſt 4. vel m̃. 4. & ſi quadratum quadrati æquetur 81. rei æſtimatio eſt 3. vel m̃. 3. Componere autem pares denominationes non eſt admodum neceſſarium, quia quadrati quadratum ad deriuatiua capitula pertinet; verum ſi diligenter hæc, quæ ſcribam, animaduerteris, cum hac regula etiam voto tuo ſatisfacies, nam cum quadratum & quadrati quadratum numero æquantur, eadem erit ratio quæ in ſimplici, duplex æquatio ſcilicet, altera p̃. altera m̃. inuicemque æquales, velut 1. quadrati quadratum p̃. 5. quadratis æquantur 28. poſitio valet 2. vel 2. m̃. At vero, ſi quadrati quadratum & numerus, æqualia ſint quadratis, demonſtrabimus ſanè cap. 8. duas eſſe rei æſtimationes veri numeri, totidem autem habebit per m̃. ſingulas ſingulis correſpondentibus æquales, velut ſi dicam 1. quadrati quadratum p̃. 12. æquatur 7. quadratis, poſitionis æſtimatio eſt, vel 2. vel m̃. 2. vel ℞. 3. vel m̃. ℞. 3. & ſic ſunt quatuor æquationes. Quòd ſi caruerit æſtimatione vera, carebit etiam ea, quæ eſt per m̃. velut 1 quadrati quadratum p̃. 12. æquatur 6. quadratis, quia non poteſt æquationem verã habere, carebit etiam ficta, ſic enim vocamus eam, quæ debiti eſt ſeu minoris. At vero ſi quadrati quadratum numero & quadratis æquale ſit, una ſemper eſt rei vera æſtimatio, altera ei æqualis, ficta, vel per m̃. velut 1. quadrati quadratum æquatur 2. quadratis p̃. 80. rei æſtimatio eſt 2. vel m̃. 2. Eadem igitur ratio in cæteris paribus omnibus denominationibus inter ſe, cum numero iunguntur, at hoc per depreſſionem quomodo fiat, in quarto libro plenè docuimus.

4 At imparium denominationum, una tantum æquatio vera eſt, nulla ficta, cum ſolæ numero comparantur, velut duæ res æquantur 16. æſtimatio rei eſt 8. duo cubi æquantur 16 æſtimatio rei eſt 2. ſemper autem numerus cui comparantur denominationes, in hoc capitulo verus, non fictus ſupponitur. Quid enim tam ſtultum, quàm fundamentum ipſum infirmare, quanquam tamen ratio oppoſita in oppoſitis eſſet obſeruanda, eadem igitur eſt ratio, ubi plures denominationes numero comparantur, etiã ſi mille forent, una erit æſtimatio rei vera, & nulla ficta, velut 1. cubus p̃. 6. poſitionibus, æquatur 20. rei æſtimatio nulla eſt præter 2. neque vera neque ficta.

5 Cùm verò duæ denominationes cum numero comparantur, aut ambæ impares, & comparatio fiet ad extremam, vel ad mediam, (nam de ea quæ fit ad numerum, iam in præcedenti regula dictum eſt), vel altera impar, altera par, (nam de utraque pari in tertia regula generaliter diximus). Si igitur extrema denominatio, cubus ſcilicet, cum numero mediç, id eſt poſitionibus comparetur, vide an ex duabus tertijs numeri rerum in radicem tertiç partis eiuſdem numeri fiat ducendo, numerus propoſitus aut maior, aut minor, ſi igitur fiat numerus propoſitus ad vnguem, çſtimatio rei eſt duplex, & una vera, ſcilicet ℞. ipſa, quæ ducta eſt. Exemplum, cubus p̃. 16. æquatur 12. poſitionibus, ducto igitur 8. qui eſt $\frac{2}{3}$ de 12. numero rerum in 2. radicem 4. qui eſt $\frac{1}{3}$ numeri rerum, fit 16. numerus æquationis propoſitus, æſtimatio igitur eſt 2. radix 4. & alia eſt æſtimatio ficta, & eſt correſpondens verę, cubi ęqualis eiſdem rebus, & eidem numero, ut in exemplo, ſi cubus ęquatur 12. rebus p̃. 16. numero, vera ęſtimatio eſt 4. igitur ſi cubus p̃. 16. ęquatur 12. poſitionibus, ęſtimatio rei eſt m̃. 4. nam 12. res ſunt m̃. 48. & cubus m̃. 4. eſt m̃. 64. cui addito 16. fit m̃. 48. Qnod ſi productum ex $\frac{2}{3}$ numeri rerum in ℞. tertię partis eiuſdem numeri, ſuperet numerum æquationis propoſitum, tunc capitulum habebit tres æquationes, duas veras, & tertiam fictam. Exemplum, 1. cubus p̃. 9. æquetur 12. rebus, una ęquationum vera eſt 3. alia ℞. 5 $\frac{1}{4}$ m̃. 1 $\frac{1}{2}$, tertia ficta ex his ſemper aggregatur, & reſpondet ęſtimationi cubi æqualis eiſdem rebus & eidem numero verę, & eſt ℞. 5 $\frac{1}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$ & ita reliqua ficta, de qua diximus, in alio exemplo, aggregatur ex duabus veris, ſed quia verę ſunt inuicem æquales, ideo ficta ſemper dupla eſt verę. Manifeſtum eſt igitur, quòd falſę æquationes ſeu fictę, capituli cubi & numeri æqualium rebus, reſpondent ęquationibus veris capituli cubi æqualis rebus & numero, ubi res & numerus ſint idem. At verò ubi ex tali multiplicatione ℞. tertię partis numeri rerum, in duas tertias eiuſdem numeri fiat minus numero propoſito, tunc nulla erit ęquatio vera ſed una ficta, ęqualis verę capituli cubi ęqualis totidem rebus & eidem numero, velut 1. cubus p̃. 21. æquatur 2. rebus, quanquam careat vera ęquatione, ficta tamen eſt m̃. 3. & hæc eſt ęſtimatio vera cubi æqualis duabus rebus ac numero viginti uno.

Ex his non difficile eſt venari, quot ęquationes habeat capitulum cubi æqualis rebus & numero. Si igitur ex $\frac{2}{3}$ numeri rerum in radicem tertiæ partis eiuſdem, fit numerus propoſitus, capitulum habet duas ęquationes, veram æqualem fictę præcedentis regulæ, & fictam æqualem verę, ideo vera eſt dupla fictæ, quia ibidem ficta eſt dupla veræ, ut 1. cubus æquatur 12. rebus & 16. numero, æquatio vera eſt 4. & ficta eſt m̃. 2. quia ſi 1. cubus p̃. 16. æquatur 12. poſitionibus, æſtimatio vera eſt 2. & ficta m̃. 4. Quod ſi ex dicta multiplicatione proueniat plus numero æquationis, æſtimatio vera erit vna reſpondens falſę præcedentis regulę, & falſa duplex, vtraque reſpondens veræ precedentis regulę, ut ſi cubus æquetur 12. poſitionibus p̃. 9. æſtimatio falſa vtraque eſt ℞. 5 $\frac{1}{4}$ m̃. 1 $\frac{1}{2}$ m̃. & 3. m̃. & vera eſt ℞. 5 $\frac{1}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$ & ita vides, qualiter falſæ veris, & verę falſis ſibi inuicem reſpondent, ex ambabus autem falſis conflatur vera, nam ex ℞. 5 $\frac{1}{4}$ m̃. 1 $\frac{1}{2}$ & 3. fit ℞. 5 $\frac{1}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$. Quod ſi ex tali producto fiat minus numero æquationis, æſtimatio eſt una tantum, & vera, ſicut in precedenti regula eſt una tantum & ficta, velut ſi cubus æqualis ſit duabus rebus & 21. numero, æquatio eſt 3. ſicut in cubo p̃. 6

21. æquali duabus rebus æſtimatio ficta eſt m̃. 3.

7 In capitulis autem in quibus æquantur inuicē numerus & denominatio par & impar, aut par eſt extrema, vt quando quadratum & poſitio & numerus æquantur inuicē, aut denominatio extrema eſt impar, ut quando cubus & quadratum æquantur numero, ſi igitur quadratum æquatur poſitionibus & numero, habebit duas æquationes, unam veram æqualem fictæ, capituli quadrati & rerum earundem æqualium eidem numero, & aliam fictam æqualem veræ alterius capituli. Exemplum, ſi quadratum & 4. poſitiones æquentur 21. æſtimatio vera eſt 3. & ficta m̃. 7. & ſi quadratum æquatur 4. poſitionibus, & 21. æſtimatio vera eſt 7. & ficta m̃. 3. ideo habitis veris, mutuò habentur fictæ, quemadmodum in præcedenti regula, ſed diuerſo modo, nam hic extrema extremis, ibi media extremis comparantur. Nam ibi capitulum cubi & numeri æqualis rebus, comparatur capitulo cubi æqualis rebus & numero, hic capitulum quadrati & rerum æqualium numero, comparatur capitulo quadrati æqualis rebus & numero. At quando quadratum & numerus æquantur rebus, & caſus eſt poſſibilis, tunc ſunt duæ ſolutiones veræ, vt dicendo quadratum p̃. 12. æquatur 7. poſitionibus, poſitio poteſt eſſe 4. vel etiam 3. nam in vtroque verificatur, niſi quando numerus eſt æqualis quadrato dimidij numeri radicum, nam tunc ſolum eſt vna æquatio, ſcilicet dimidium numeri ipſarum radicum. In hoc autem capitulo nunquam poteſt eſſe ſolutio ficta, nec æquatio per minus, ſed vbi eſt ſolutio per verum numerum, eſt duplex, vbi caret ſolutione verâ, non tamen magis poteſt ſolui per æquationem fictam.

8 Si verò æquatio quæratur in capitulis cubi, quadratorum & numeri, tunc ſi cubus æquatur quadratis & numero, tunc eſt vna tantùm ſolutio vera: velut ſi dicam, cubus æquatur tribus quadratis p̃. 16. res valet 4. & non poteſt alia inueniri.

Notandum. NOTANDVM, quod in omnibus capitulis in quibus eſt vna tantùm ſolutio, æquatio eſt facilior inuentu, & nitidior, velut in capitulo cubi & rerum æqualium numero, & cubi æqualis quadrato & numero, & in capitulo cubi æqualis rebus & numero, vbi productio illa ex $\frac{1}{3}$ numeri in ℞. tertiæ partis eſt minor numero. Idem dico, vbi cubus cum numero æquatur rebus, & non poteſt haberi niſi ficta æquatio, reliquæ autem in quibus multiplex eſt æſtimatio rei, ſunt difficiliores & confuſæ.

Si igitur cubus & quadratum æquantur numero, tunc æſtimatio rei eſt vna tantùm per plus, vbi ex $\frac{1}{3}$ numeri quadrati in quadratum duarum tertiarum eiuſdem numeri fiat minus numero æquationis, & hæc æſtimatio eadem eſt fictæ, correſpondenti capitulo cubi & numeri æqualium quadratis ſub eadem quantitate. Exemplum. Cubus & tria quadrata æquantur 20. tunc quia ex 1. tertia parte numeri quadratorum, in 4. quadratum duarum tertiarum ſit minus quàm 20. dico quòd non eſt niſi vna æquatio, & res valent 2. & hæc eſt æſtimatio per m̃. cubi p̃. 20. æqualis tribus quadratis. Vbi verò ex ea multiplicatione talis numerus poſſit produci, erit vna æſtimatio vera, & duę fictæ, & vera correſpõdebit fictæ alterius capituli, & rurſus fictæ veris. Exemplũ, Si dico, cubus & 11. quadrata æquantur 72. res eſt ℞. 40. m̃. 4. pro vera æſtimatione, ſed pro ficta eſt 3. m̃. vel ℞. 40. p̃. 4. m̃. Et ſi cubus cum 72. æqualis ſit 11. quadratis, æſtimationes veræ ſunt 3. vel ℞. 40. p̃. 4. & ficta eſt ℞. 40. m̃. 4. m̃. Ideo quærendo fictam ſemper quærimus veram, & correſpondentem alterius capituli.

Notum eſt autem ex hoc, quòd capitula quædam habent duas, quædam vnam æſtimationem, & quando habet tres, in vna parte capituli, habent poſtmodum vnam tantùm in reliqua, velut capitulum cubi æqualis rebus & numero in parte inferiore, & capitulum cubi & quadratorum æqualium numero, & capitulum cubi & numeri æqualium quadratis aut rebus, nam in vna parte habent tres æquationes, in alia vnam tantùm, & ſimiliter capitulum quadr. quadrati, & numeri æqualium quadrato in vna parte habet quatuor æquationes, in alia poſtmodum nullam. Quædam verò habent duas per totum, vt capitulum quadrati & rerum æqualium numero, aut capitulum quadrati æqualis rebus & numero: quæ verò habent vnam, ſunt, vt capitulum cubi & rerum æqualium numero, & capitulum quadrati & numeri æqualium rebus, quod habet duas æquationes in vna parte, in alia poſtmodum nullam. *Notandum.*

Et ſcias, quod æquationes capitulorum, cubi & quadratorum æqualium numero, item cubi & numeri æqualium quadratis, ſic ſe habent, quod differentia æquationum verarum & fictarum ſemper eſt numerus quadratorum, velut, ſi cubus & 72. æquantur 11. quadratis, æquatio ficta eſt ℞. 40. m̃. 4. veræ ſunt ℞. 40. p̃. 4. & 3. differentia, ℞. 40. m̃. 4. & 7. p̃. ℞. 40. eſt 11. numerus quadratorum, & ita, ſi cubus & 11. quadrata æquentur 72. numero.

In his autem capitulis, quæ duplici denominatione, impari & vnâ pari ac numero 9
conſtant, ſi cubus & res, æquales ſint, quadratis & numero, æquationes poſſunt eſſe tres, & omnes veræ, & nulla ficta, quia vt dictum eſt, minus cùm ad ſolidum deducitur, fit minus, & ita minus æquale eſſet plus, quod eſſe non poteſt.

Vbi verò cubus, quadratum & res, æquales ſint numero, tunc tres etiam erunt æquationes, altera p̃. duæ m̃. & hoc, ſi ſub eiſdem denominationibus quadrata æquari poſſunt rebus numero & cubo, & æquationes veræ hic, ſunt fictę in illo exemplo, 1 cubus p̃. 6. quadratis, p̃. 3. rebus, æquatur 8. tunc rei vera æſtimatio habetur ex capitulo ſuo, deinde habet ęſtimationes fictas capituli, 1. cubus p̃. 3. rebus p̃. 18. æqualium 6. quadratis, & vna earum eſt 3. alia ℞. $8\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$, igitur m̃. 3. vel m̃. ℞. $8\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$ eſt æſtimatio ficta, 1. cubi p̃. 6. quadratis

dratis p̃. 3. poſitionibus æqualium 18. &
cum hoc eſt etiam tertia æquatio vera.
Ex hoc habentur tres æquationes ca-
pituli, cubi, rerum, & numeri æqualium
quadratis, vbi æquatio poſſibilis, cognoſci-
tur autem hoc ex ſuis capitulis, earum igi-
tur duæ veræ ſunt & æquales, vt dictum
eſt, æquationibus capituli totidem quadrato-
rum & rerum & cubi æqualium numero ei-
dem, vt in exemplo dicto, tertia autem ve-
ræ reſpondet alterius capituli, & eſt ficta,
ideo æquatio capituli 1. cubi p̃. 6. quadrati
p̃. 3. poſitionibus, vera eſt æquatio per m̃.
capituli, 1. cubi p̃. 3. rebus p̃. 18. æqualium
6. quadratis. At vbi quadratorum numerus
minor ſit quàm vt poſſit æquari cubo re-
bus & numero, tunc vna eſt æquatio vera,
nulla ficta, at in capitulo quadratorum æ-
qualium cubo rebus & numero vna ficta,
nulla vera, velut dicendo, 1. cub. p̃. 1. qua-
drato p̃. 2. rebus æquantur 16. rei vera æ-
ſtimatio eſt 2. & hæc eſt ficta æquatio cubi
& duarum rerum & 16. æqualium 1. qua-
drato. Manifeſtum igitur eſt, capitula cubi
quadratorum, rerum, æqualium nume-
ro: etiam cubi rerum & numeri, æ-
qualium quadratis inuicem ſibi reſponde-
re.

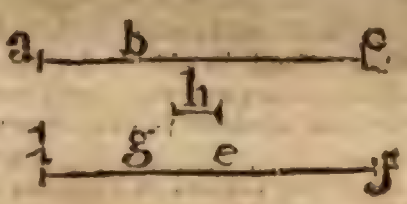
10 Pariter capitulum cubi, æqualis quadra-
tis, rebus, & numero, reſpondet capitulo,
cubi, quadratorum & numeri, æqualium
rebus, ideoque vbi res admodum paucæ
ſunt, eſt æquatio vna ficta, æqualis veræ
correſpondenti alterius capituli cubi æqua-
lis totidem quadratis rebus & numero. E-
xemplum, Si cubus æqualis ſit 2. quadratis
1. poſitioni 6. numero, res valet 3. nec
plus aut minus, quia ſi cubus & 2. quadrata
& 6. numerus, æquantur vni poſitioni, nul-
la poteſt æquatio vera eſſe, ſed ficta erit m̃.
3. quæ erat vera in alio capitulo. Quod ſi
res tot ſint, vt capitulum cubi, quadrato-
rum, numeri, æqualium rebus, poſſit ha-
bere æquationem veram, tunc æquatio ve-
ra duplex erit, & vna ficta, correſponden-
tes duabus fictis, & vni veræ alterius ca-
pituli. Exemplum, Si cubus & 3. quadrata
& 6. numerus, æquales ſint 20. rebus, duæ
erunt æquationes veræ, ſcilicet 3. & ℞. 11.
m̃. 3. & vna ficta, ſcilicet ℞. 11. p̃. 3. m̃.
Igitur æſtimatio cubi, æqualis 3. quadra-
tis, 20. rebus, 6. numero, vera eſt, ℞. 11.
p̃. 3. & duæ fictæ erunt, 3. m̃. & ℞. 11. m̃. 3. m̃.

11 Eadem ratione capitula cubi & quadra-
torum æqualium rebus & numero, & cubi
ac numeri æqualium quadratis & rebus, ſi-
bi inuicem reſpondent. Vbi igitur capitu-
lum cubi & numeri æqualium rebus & qua-
dratis non habet æquationem veram, ha-
bebit vnam tantùm fictam, æqualem veræ
alterius capituli. Exemplum, 1. cubus p̃.
72. æquatur 6. quadratis p̃. 3. rebus, rei ficta
æſtimatio eſt, m̃. 3. rebus, rei ficta æſtima-
tio eſt, m̃. 3. & hæc eſt vera, vnius cubi &
9. quadratorum æqualium 3. rebus & 72.
Et ſicut capitulum 1. cubi p̃. 72. æqua-
lium 6. quadratis p̃. 3. rebus, caret verâ
æſtimatione, ſic capitulum 1. cubi p̃. 6.
quadratis æqualium 3. rebus p̃. 72. caret fi-
cta: at vbi capitulum cubi & numeri æqua-
lium quadratis & rebus habet veram æſti-
mationem, habebit duplicem, & vnam
fictam, correſpondentes duabus fictis, &
vni veræ alterius capituli. Exemplum, cu-
bus p̃. 4. æqualis ſit 3. quadratis p̃. 5. re-
bus, tunc veræ æſtimationes ſunt 4. vel ℞.
$1\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$, ficta vero eſt, ℞. $1\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ m̃.
& hæc eſt vera æſtimatio capituli cubi & 3.
quadratorum æqualium 5. rebus & 4. nu-
mero, & reliquæ duæ, ſcilicet 4. & ℞. $1\frac{1}{4}$
m̃. $\frac{1}{2}$ ſunt m̃. in eodem caſu & fictæ.

Eſt etiam manifeſtum, quod ſi quadrati 12
quadrata & res & numerus comparentur;
regula ſeptima in eis ad vnguem locum ha-
bebit, ſicut in quadrato rebus & numero,
conferendo capitula capitulis, eadem ratio
in reliquis deriuatiuis.

DEMONSTRATIO.

Et iam opportunum eſt, vt oſtendamus 13
hæc demonſtratione, quod etiam in toto
hoc libro facturi ſumus, vt rebus tam ad-
mirabilibus, vltra experientiam, fidei ratio



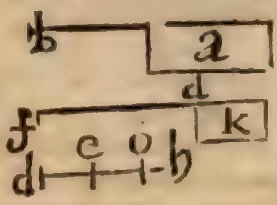
accedat. Sit igitur gratiâ exempli, a. b. cu-
bus, cum b. c. numero æqualis d. e. quadratis
cum e. f. rebus, & ſit h. æſtimatio vera, quia
igitur ex ſuppoſito, a. c. æquatur d. f. fiat d.
g. æqualis a. b. quia igitur d. e. ſuperat a. b.
in g. e. & b. c. eſt æqualis g. f. ex commu-
ni animi ſententia, erit b. c. maior f. e. in
g. e. & qualis exceſſus d. e. ſuper a. b. talis
b. c. ſuper e. f. Ponatur igitur h. minus, &
ficta æquatio, erit igitur a. b. & e. f. m̃. ſed
d. e. & b. c. remanent p̃. quia igitur diffe-
rentia a. b. & d. e. eſt g. e. & differentia b.
c. & e. f. eſt etiam g. e. & tantum eſt de-
trahere a. b. ex d. e. & e. f. ex b. c. quan-
tum addere eas tanquam m̃. ſequitur quod
poſita æſtimatione poſitionis, m̃. h. quod a.
b. cum d. e. æquatur b. c. cum e. f. vtrum-
que enim aggregatum eſt reſiduum g. e. igi-
tur cubus cum quadratis, æquatur rebus &
numero eodem modo, & rei æſtimatio eſt
m̃. h. quantum ſcilicet in alia æquatione
fuit idem in aliis.
Sequitur etiam, quod aggregatum par-
tium in vno, eſt æquale differentiæ mutuæ
in reliquo: velut ſi dicam, cubus & 10. æ-
quantur 6. quadratis & 8. rebus, & æſtima-
tio in hoc capitulo ſit vera, erit in capitulo
cubi & 6. quadratorum æqualium 8. rebus
& 10. numero in ficta æſtimatione, aggre-
gatum ex cubo & 6. cenſibus, æquale diffe-
rentiæ cubi & 6. cenſuum in vera æſtima-
tione, vel 10. & 8. rerum in eadem vera æ-
ſtimatione, & tantum erit aggregatum 8.
rerum & numeri in ficta æquatione.

Et cùm fuerint numerus & extrema de- 14
nominatio æqualia, mediæ aut mediis dua-
bus aut quotquot, habebit capitulum duas
æſtimationes. Nam cùm ſub aliquo numero
me-

mediæ poſſint excedere extremas, vt 100. quad. 1. cu. p̄. ſit a. b. rei æſtimatio.



Cùm igitur contingat æqualem fieri 1. cubi centum quadratis diminuta æſtimatione & ſtante numero vt ſit a. c. vel aucto cubo, & ſic augebitur æſtimatio, vt ſit a. d. igitur 100. quoad æqualia 1. cu. p̄. 1. habent duas æſtimationes. Et pariter ſi fuerint denominationes mediæ plures, etiam ſi centum forent, quia ſubeunt rationem vnius, quoniam æſtimatione mutata omnes pariter denominationes mediæ augentur aut diminuuntur. Sed ſi extremæ denominationes inuicem æquales ſint cum mediis alternatis, vt cubus & res ſint æquales quadratis & numero, dico



quòd poterunt eſſe tres æſtimationes. Sic enim a. numerus cum b. numero quadratorum, æqualis, cùm res eſt de cubo k. & numero rerum f. Et ponatur F. magna, igitur poſita d. e. parua poterit conſiſtere æquatio, quia quadrata & cubus minora redduntur ob d. e. paruitatem. At ſi quadrata exuperent cubum, & res iuxta ea quæ dicta ſunt, habebunt æquationes duas, vel aucta propter cubi magnitudinem, vel diminuta ob incrementum rerum igitur erunt tres.

CAPVT II.

De numero omnium Capitulorum.

1 AT capitula, quæ generaliter ſcire conuenit, vſque ad ſolidum extenduntur cubum, ſimplicia verò, quoniam vnius ſunt generis, in vnum contraximus, quanquam ipſum vſque in infinitum extendatur. Quæ verò cum numero quadratum & poſitionem habent, tria ſunt, & quamuis duas ſortiatur æſtimationes vnum eorum, quia tamen ſimul illæ coniunctæ ſunt, tria tantùm dicemus eſſe capitula. At verò cubi & rerũ & numeri tria, verùm cùm vnum illorum duas habeat æquationes, in quatuor euadunt, totidem fiunt ex cubo quadratis & numero, iam igitur duodecim. At cubi quadratorum poſitionum ac numeri, ſeptem, in eorum autem quatuor geminæ æquationes, quare vndecim fient capitula omnia, igitur prima & generalia viginti tria, horum primo prætermiſſo, quodlibet deriuatiua duo ſibi iungit, alterum quadrati, alterum cubi ratione, erunt igitur generalia deriuatiua quadraginta quatuor. Poſt hæc duo alia ſunt ignotæ quantitatis, alterum cùm multiplicatur, alterum cùm ſumitur. Eſt prætereà vnum generale mediorum. Omnium igitur primorum notabilium numerus viginti ſex, deriuatiuorum quadragintaquatuor, omnium collectio ſeptuaginta. Poſt hæc autem plura alia etiam ſingularia adiecimus, ſed eorum maior voluptas quàm neceſſitas, ea igitur non inter hæc numerabimus.

Horum autem neceſſitas ſic colligitur, 2
cum lineæ ſuperficiebus, aut ſuperficies lineis cognoſcuntur, quadratorum, poſitionum, ac numeri capitula opportuna ſunt, at ſi ex latere Tetragonico aut Solido, capitulum ſimplex, cum vero trium ignota duo ſupponuntur, eaque ad ſuperficies ac lineas pertinent, quantitatis ignotæ, & rei capitula exploranda erunt, atque ea ſimpliciter, ſi lineæ lineis comparantur, producta vero, cum ſuperficiebus, at ſi lineis corpora comparanda, cubi rerum & numeri, ſin autem ſuperficierum & corporum & linearũm ratio ſit quærenda, capitula cubi quadratorum poſitionum & numeri ſunt vtiliora. Porrò in his omnibus ad numerum ſemper comparatio fiet. Hæc ratio præcipua eſt, quanquam perſæpe omnibus in vnoquoque horum vti neceſſarium ſit, operæ precium tamen fuerit, ſingula hæc deſcribere, deriuatiuáque ſuis adiungere primitiuis: ſunt autem hæc,

Capitula primitiua carentia deriuatiuis.

Numerus æqualis rebus, vel numerus 1
æqualis quadratis, vel numerus æqualis cubis, vel numerus æqualis quadratis quadratorum, vel numerus æqualis nomini ſeu relato primo, ac ita deinceps comparando numerum cuicunque denominationi.

Numerus & quadrata æqualia rebus, vel 2
numerus & cubus æqualia rebus, vel numerus & cubus æqualia quadratis, vel numerus & quadrati quadrata æqualia rebus, vel numerus & quadrati quadrata æqualia quadrato, vel numerus & quadrati quadrata æqualia cubis, vel numerus & nomen primum æqualia rebus aut quadratis aut cubis & ſic abſque fine.

Numerus & poſitio, & ignota quanti- 3
tas.

Numerus & quadratum poſitionis, igno- 4
ta quantitas, ſeu numerus & quadratum quantitatis ignotæ & poſitio, ſeu numerus cum quadrato poſitionis quantitatis ignotæ, ſeu numerus & productum ex poſitione in quantitatem ignotam, cum altera earum, vel cum quadrato vnius earum.

Capitula primitiua.	*Capitula deriuatiua.*
1 Numerus æqualis quadrato & rebus.	1 Numerus æqualis quad. quad. & quad. 2 Numerus æqualis cub. quad. & cub.
2 Numerus & res æqualia quadrato.	3 Numerus & quadrata æquales quadr. quad. 4 Numerus & cubus æquales cubis quadrat.
3 Numerus & quadratum æqualia rebus.	5 Numerus & quadratum quadrati æqualia quadrat. 6 Numerus & cubus quadrati æqualia cubis.

4 Nu-

4 Numerus æqualis cubo & rebus.
5 Numerus & res æqualia cubis.
6 Numerus & cubus æqualia rebus æqnatio prima.
7 Numerus & cubus æqualia rebus æquatio ſecunda.
8 Numerus æqualis quadrato & cubo.
9 Numerus & quadratum æqualia cubo.
10 Numerus & cubus æqualia quadrato æquatio prima.
11 Numerus & cubus æqualia quadrato æquatio ſecunda.
12 Numerus æqualis rebus quadrato & cubo.
13 Numerus & res æqualia quadrato & cubo.
14 Numerus & res & quadratum æqualia cubo.
15 Numerus & quad. æqualia rebus & cub. æquatio prima.
16 Numerus & quadr. æqualia rebus & cubo æqatio ſecunda.
17 Numerus & cubus æqualia rebus & quad. æquatio prima.
18 Numerus & cubus æqualia rebus & quad. æquat. ſecunda.
19 Numerus & res & cubus æqualia quadr. æquatio prima.
20 Numerus & res & cubus æquales quadr. æquatio ſecunda.
21 Numerus quad. & cubus æqualia rebus æquatio prima.
22 Numerus & quadrat. & cubus æqualia rebus æquatio ſecun.

7 Numerus æqualis quad. & cubus quadr.
8 Numerus æqualis cnb. & cubo cubi.
9 Numerus & quadratum æqualia cubo quad.
10 Numerus & cubus æqualia cubo cubi.
11 Numerus & cubus quad. æqualia quad. æquat. pri.
12 Num. & cub. cubi æqualia cubo æquatio prima.
13 Num. & cubus quad. æqualia quad. æquat. ſecun.
14 Num. & cub. cubi æqualia cubo æquatio ſecunda.
15 Numerus æqualis quad. quad. & cub. quadrati.
16 Numerus æqualis cubo quadrati & cubo cubi.
17 Num. & quadratum quad. æqualia cubo quadrati.
18 Num. & cubus quadrati æqualia cubo cubi.
19 Num. & cub. quad. æqualia quad. qd. æquat. prim.
20 Num. & cub. cubi æqualia cubo quad. æqu. prima.
21 Num. & cub. quad. æqu. quad. quad. æquat. ſec.
22 Num. & cub. cubi æqual. cu. quad. æquat. ſecun.
23 Num. æqualis quad. & quadrat. quad. & cub. quad.
24 Numerus æqualis cubo & cub. quad. & cub. cubi.
25 Num. & quad. æqualia quad. quad. & cub. quad.
26 Num. & cubus æqualia cubo quadrati & cub. cub.
27 Num. & quad. & quad. quad. æqualia cubo quadr.
28 Num. & cubus & cubus quadr. æqualia cubo cubi.
29 Nu. & quad. quad. æqual. qd. & cu. quad. æquat. p.
30 Num. & cu. quad. æqual. cub. & cub. æquat. pri.
31 Num. & quad. quad. æqu qd. & cu. qd. æquat. ſec.
32 Num. & cub. quad. æqual cub. & cu. cu. æqu. ſec.
33 Num. & cub. quad. æqual. quad. qd. æquat. prim.
34 Num. & cub. cu. æqual. cu. & cub. quad. æqu. pri.
35 Nu. & cu. quad. æq. quad. & quad. qd. æquat. ſec.
36 Nu. & cu. cu. æqual cu. & cu. quad. æquatio ſec.
37 Nu. & quad. & cu. quad. æqual. quad. qd. æqu. pr.
38 Nu. & cub. & cub. cu. æqual. cu. quad. æquat. pri.
39 Nu. & quad. & cu. quad. æqual. qd. qd. æquat. ſec.
40 Nu. & cu. & cu. cu. æqual. cu. quad. æquatio ſec.
41 Nu. & quad. qd. & cub. qd. æqaul. qd. æquat. pri.
42 Nu. & cu. quad. & cu. cu. æqual. cu. æquatio pri.
43 Nu. & quad. qd. & cu. quad. æqual. qd. æqua. ſec.
44 Nu. & cu. quad. & cu. cu. æqual. cu. æquatio ſec

Capvt III.

De æquationibus capitulorum ſimplicium.

1 Æstimatio rei, eſt quantitas in qua veritatem experimur propoſitorum in capitulo & quæſtione. Exemplum eſt, cùm quis dixit, feci ex 10. duas partes, & duxi earum ſingulas in ſe, & fuit productorum differentia 60. quia igitur neſcimus quæ quantitas ſit maior aut minor, ponemus minorem eſſe rem ignotam, quam vocamus poſitionem, erit igitur pars maior

1. poſitio.	1. quadratum.
10. m̃. 1. poſit.	1. quad. p̃. 100. m̃. 20. poſ.
1. quadrat. p̃. 20. poſition.	1. quad. p̃. 100.

60. p̃. 20. poſitionibus æqualia 100.

20. poſitiones æbuales 40.

reſiduum ad 10. ſcilicet 10. m̃. 1. poſitione, tunc ſequemur quod eſt propoſitũ, & dumus partes in ſe, & fiet quadratũ minoris 1. quadratum & maioris 1. quadratũ p̃. 100. m̃. 20. poſitionibus, adde quod eſt m̃. alteri parti, fiet 1. quadrarum p̃. 100. ex vna parte, & 1. quadratum p̃. 20. poſitionibus, horum differentia fuit 60. ex ſupoſito, addemus igitur 60. minori parti, & tunc fient æquales 1. quadratum p̃. 100. & 1. quadratnm p̃. 20. poſitionibus, p̃. 60. abiiciemus 1. quadratum & 60. ex vtraque parte, remanebunt igitur 20. poſitiones æquales 40. quia ſi ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur ſunt æqualia, diuidendo igitur 40. per 20. numerum poſitionum, exibit 2. æſtimetio poſitionis, in hoc itaque 2. veritatem propoſitæ quæſtionis experimur, nam ſi eius quadratum quod eſt 4. ex 64. quadrato 8. reſidui 2. & 10. abiiciatur, relinquetur 60. propoſitus numerus. Eſt etiam verum de 2. quod proponitur in capitulo, ſcilicet quod quadratum eius quod eſt 4. cum 100. æquatur quadrato poſitionis, quod eſt iterum 4. & 20. poſitionibus, quæ ſunt 40. & 60. ſimul iunctis, nam vtroque modo colliguntur 104. dicemus igitur meritò, propterduo, quod 2. eſt rei æſtimatio, & cum rectè operatus fueris, in æſtimatione ſeu æquatione, vtraque experientia ſuccedit.

Demonstratio.

Vt verò rei veritas apertius deprehen- 2
datur, atque cum ea ratio, ſcire enim eſt per demonſtrationem, vt dicunt, intelligere, ſint gratiâ exempli, cubi tres æquales

24.

24. & ponatur a c latus vnius cubi, & c d alterius, & d b tertij: quia igitur cubi ſunt



æquales inuicem, erunt & lineæ a c, c d, d b æquales. Cùm igitur ſecundum numerum, ſecundùm quem a c eſt in a b, qui eſt 3. diuiditur 24. quod eſt cuborum quantitas & fiet ex 19. quinti vel 17. ſeptimi Elementorum, & 31. vndecimi eiuſdem, cubus a c æqualis 8. igitur a c latus, erit 2. æſtimatio rei, ex quo colligitur generalis regula.

REGVLA.

3 Deprime propoſitas duas denominationes ad numerum, ſi numerus non adſit, æqualiter deducendo, cúmque altera fuerit denominatio, altera numerus, diuide numerum per numerum denominationis, exiens eſt æſtimatio denominationis. Quæ denominatio ſi poſitio eſt, poſitionis habes æſtimationem: ſi alia denominatio, ſume latus ſeu radicem illius numeri pro denominationis qualitate, ſi quadratum, quadratum, ſi cubus, latus cubicum, ſi quadratum quadrati, radicem radicis, atque ita deinceps, & latus illud ſeu radix, eſt poſitionis vera æſtimatio. Exemplum, cubi 20. æquantur 180. relatis primis. Quia igitur non eſt hic numerus, infimam denominationem cuborum, pones pro ſimplici numero, ſcilicet 20. & maiorem ſeu altiorem relatorum, per cubos deprimes, & fient 180. quadrati, diuide igitur 20. numerum, per 180. numerum quadratorum, exit $\frac{1}{9}$ æſtimatio quadrati. Verùm nos quærimus poſitionis æſtimationem, non quadrati, ſume igitur radicem quadratam $\frac{1}{9}$, & eſt $\frac{1}{3}$, pro vera æſtimatione. Aliud exemplum, 7. quadrati æquentur 21. cub. quadrati, deprime ad numerum æqualiter, fient 7. æqualia 21. quadr. quadrati, diuide 7. per 21. exit $\frac{1}{3}$, & ℞. ℞. $\frac{1}{3}$, quæ eſt latus quadr. quadrati, eſt rei æſtimatio. Aliud, 2. cubi æquentur 20. quadr. quadrati, peruenient ad poſitiones, igitur 20. poſitiones æquantur 2. diuide 2. per 20. exit $\frac{1}{10}$, & quia diuiſiſti cum numero poſitionum, erit poſitionis æſtimatio, $\frac{1}{10}$. Aliud, 10. æquantur 5. quadratis, diuide 10. per 5. exit 4. æſtimatio quadrati, igitur rei æſtimatio eſt 2.

4 Et vt omnibus etiam capitulis futuris ſatisfaciam, maioris denominationis numero reliquos omnes ac numerum diuides, maiorem intelligo altiorem, & cum minore denominatione deprimes, poſtmodum regulam capituli ſequeris. Sint gratiâ exempli 4. cubi æquales 12. quadratis & 8. poſitionibus,

4. cubi | 12. quadrata p̃. 8. poſitionibus.
4. |
1. quad. | 3. poſitiones p̃. 2.

minor denominatio eſt poſitio, maioris numerus eſt 4. diuides omnia igitur per 4. & habebis 1. quadratum æquale 3. poſit. p̃. 2.

Ex his etiam patet, quod ſimplex poſitio, longè magis patet falſis poſitionibus. Nam & ad quadrata, & ad cubos, & reliquas extenditur denominationes, ideoque æſtimationes habet in radicibus, quarum in falſa poſitione nullus omnino eſt vſus. Quod verò pertinet ad numerum poſitionibus æqualem, adhuc vtraque falſa poſitione generalius eſt, vt in primo exemplo patuit, nulla enim falſa poſitione licet venari, quæ nam partes decem quadrata faciant, quorum differentia ſit 60. vt ibi propoſitum eſt.

CAPVT IV.

De ſubiectis æquationibus generalibus & ſingularibus.

SINGVLARES dicuntur æquationes, in quibus nullum capitulum perfectè poteſt abſolui, & tales ſunt numerus integer, vel fractus, latus etiam omne numeri, ſeu quadratum ſeu cubicum vel alterius generis, atque vt ita dicam, omnis ſimplex quantitas: item conſtantes ex duabus radicibus omnes, quarum altera ſit quadrata, vel ℞. ℞. & generaliter radix par, vnde quæ ex duobus conſtant nominibus, & apotome ſeu vt dicunt reciſa tertij ac ſexti generis, non apta ſunt æquationi generali. 1

Omne etiam capitulum, quod ex numero quadrato, cubo, & poſitionibus conſtat, eas habet generales æquationes, quæ ex capitulo, ad quod deducuntur, deriuatæ ſunt, addita vel detracta tertia quadratorum numeri parte, vt ſuo loco oſtendetur. 2

Generales autem æſtimationes, ſunt in capitulis quadrati æqualis rebus & numero, ſecundi generis, conſtans ex nominibus duobus, vt ℞. 19. p̃. 3. capituli autem quadrati & rerum æqualium numero, ſecundâ apotome, vt ℞. 19. m̃. 3. capituli autem quadratorum & numeri æqualium rebus, apotome, & conſtans ex duobus nominibus primi generis, vt 3. p̃. ℞. 2. & 3. m̃. ℞. 2. Vbi autem primum genus dico, quartum etiam etiam intelligo, ſic & vbi ſecundum, etiam quintum, tam in apotome quàm in ea quæ ex duobus nominibus conſtat. 3

At vnius radicis vniuerſalis æquatio, deriuatis conuenit capitulis, ſeu cubica ſeu quadrata, hiſque quorum principalibus quadratum aut cubus radicis pro æquatione fuerat, velut ſi quadrato æquali rebus & numero æſtimatio hæc conueniabat, ℞. 19. p̃. 3. capitulo cub. quadrati æqualis cubis & numero ſub eadem quantitate, æquatio erit, ℞. v. cubica ℞. 19. p̃. 3. 4

Et ſicut radix quadrata, nulli præterquam numero iungi poteſt, vt æquationem efficiat generalem, ſic è diuerſo, cubica cubicæ iuncta efficere poteſt, numero non poteſt. Cùm igitur iungitur cubi æqualis rebus & numero, æquationem producit, non integram tamen, at detractæ inuicem, efficiunt æquationem capituli cubi & rerum æqualium numero, velut ℞. cubica 4. p̃. ℞. cubi- 5

cubica 2. eſt æquatio capituli, cubi æqualis rebus & numero, & ℞. cubica 4. m̄. ℞. cubica 2. eſt æquatio capituli cubi & rerum æqualium numero.

6 At capitulum cubi æqualis quadratis & numero habet æquationem quæ conſtat ex tribus quantitatibus in continua proportione, quarum duæ extremæ ſunt radices cubicæ, media eſt numerus, vt ℞. cubica 16. p̄. 2. p̄. ℞. cubica 4. ſed capitulum cubi & quadratorum æqualium numero, habet ſimilem in omnibus præcedenti æquationem, excepto quòd numerus eſt m̄. velut ℞. cubica 16. m̄. 2. p̄. ℞. cubica 4.

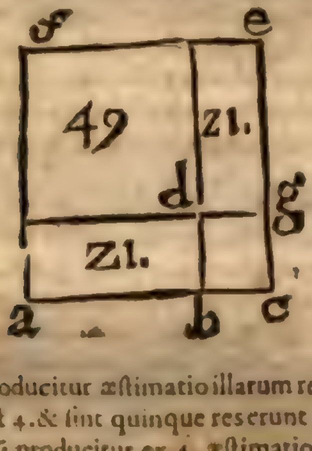
7 Illud etiam intelligendum eſt, radices ſimplices pro generalibus æquationibus haberi, vt tamen etiam ſimplicia ſint capitula, velut ℞. cubica inſeruit capitulo numeri æqualis cubo: & quadrata numeri æqualis quadrato, & relata, capitulo relati æqualis numero: & ſicut hæ ſimplices compoſitis capitulis conuenire nequeunt, ſic nec vllum compoſitum ex pluribus radicibus incommenſi capitulo ſimplici poteſt conuenire.

CAPVT V.

Oſtendit æſtimationem Capitulorum compoſitorum minorum, quæ ſunt quadratorum, numeri, & rerum.

DEMONSTRATIO.

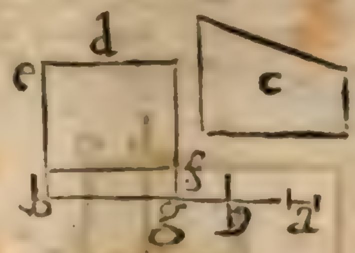
1 SIT quadratum f d & 6. res (gratiâ exempli) æquale 91. tunc producam d b & d g, quæ ſint 3. dimidium 6. numeri rerum, & complebo quadratum d g b c, indéque productis c g & c b perficiam quadratum a f e c, prout in quarta ſecundi Elementorum, quia igitur d b ducta in a b ex diffinitione ſecundi Elementorum producit a d, & ex numero quolibet in rei æſtimatio-



nem producitur æſtimatio illarum rerũ velut ſi res eſt 4. & ſint quinque res erunt 5. res 20. & tantũ producitur ex 4. æſtimatione rei in 5. numerum rerum, vt oſtendimus in capitulo tertio, igitur cùm b d ſit 3. & a b æſtimatio rei, erit ſuperficies a d tribus rebus æqualis, ſeu æſtimatio trium rerum, at ſuperficies d e æqualis eſt a d, per 43. primi Elementorum. Igitur & ipſa eſt æſtimatio trium aliarum rerum, duæ igitur ſuperficies, a d & d e, ſunt æquales 6. rebus, quare ipſæ cum quadrato f d ſunt 91. at quadratum c d eſt 9. quia b d eſt 3. igitur a c quadratum eſt 100. quare latus eius a c eſt 10. cùm igitur b c ſit 3. detracta b c ex a c, relinquitur a b latus d e 7.

ALIA DEMONSTRATIO.

Sit modo a b numerus rerum quarundam æqualium c numero & quadrato d, 2
& faciam quadratum b g dimidij a b, quod ſit g e, à quo auferam c numerum, vt e f ſuperficies æqualis ſit numero c, & ponam la-



tus quadratum, f b ſuperficiei, quod ſit g h, dico vtranque lineam b h & h a eſſe latus quadrati d, vnde ſequitur duas fore veras æſtimationes huius capituli, quare aggregatum eſt æquale numero rerum, videlicet a b, conſtat enim quod rectangulum ex a h in h b, vna cum quadrato h g eſt æquale quadrato b g, per 5. 2. Elementorum. Quadratum autem h g æquale fuit f b ſuperficiei, rectangulum igitur ex a h in h b, æquale eſt e f, quare & c numero: quod autem fit ex a b in h b, ex tertia ſecundi Elementorum, æquale eſt quadrato h b & rectangulo a h in h b, igitur quod fit ex numero rerum a b in æſtimationem rei quæ eſt h b, æquale eſt numero c, & quadrato h b, quod fuit probandum. Et ſimiliter eadem ratione rectangulum ex a b in a h, æquale eſt quadrato a h, & ductui a h in h b, ſed ex a h in h b vt probandum eſt, fit c numerus, igitur rectangulum ex a b in a h, ſcilicet ex numero rerum in rerum æſtimationem, æquatur quadrato rei & numero propoſito.

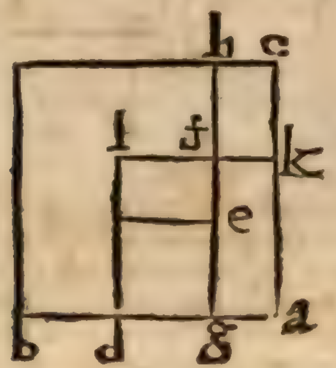
Ex hoc patet, quod illi falluntur qui dicunt (quòd ſi b h, gratiâ exempli) ſit æſtimatio rei, & g f 3. quod rectangulum ex b h in g f erit 3. g h, ſeu triplum g h, hoc enim eſſe non poteſt, ſcilicet quòd ſuperficies contineat lineam aliquam, neque numero, nec aliâ proportione, cùm infinitæ lineæ poſſint eſſe in ſuperficie, quantitas enim continua nullum ſuæ diuiſionis recipit terminum, ſed veritas eſt, quòd ſi g f contineat tres monades (gratiâ exempli) id eſt partes tres lineæ b h, diuiſæ in tot partes, quot monades ſunt in numero quem dicitur continere, veluti quòd b h ponatur 12. erit g f 3. vbi g f ſit quarta pars b h, & tunc verum eſt, quòd ex b h in f g fit ſuperficies continens 36. ſuperficies quadratas, quarum vniuſcuiuſque tetragonicum latus eſt vnitas, id eſt, vna ex partibus illis, ſecundùm quas b h eſt diuiſa in 12. & g f in 3. Hoc autem tam in rhetis quàm alogis pulchrè oſtendit Plato in Memnone.

Nec admireris, hanc ſecundã demonſtrationem, aliter quàm à Mahumete, explicarã, nam

tiam ille immutata figura magis ex re oſtendit, ſed tamen obſcurius, nec niſi vnam partem, eámque pluribus. Vnde nos facilitati & breuitati conſulentes, tum vt vtrique æſtimationi vna demonſtratione ſatisfaceremus, hac vtimur.

Alia Demonstratio.

3 Sit modò quadratum a e in tertia figura, æquale 6. rebus & 16. numero, & ponatur a d numerus rerum, ſcilicet 6. igitur ſuperficies a h eſt 6. poſitiones, quare d c reſiduum erit præciſè 16. diuidatur a d per æqualia in g, & fiant quadrata g b & g d,



quæ ſint g k & g e. Quia igitur b c æqualis eſt b a, & b k æqualis b g, erit k c æqualis g a, quare etiam g d & f l, & quia d e & d g ſunt æquales, item d f & b g, erit f e æqualis d b, quare etiam æqualis f k, duæ igitur lineæ f k & f h, æquales ſunt f l & f e, & anguli a d f recti, igitur f c ſuperficies æqualis eſt l e, ſed f c cum f b fuit 16. igitur l e cum f b fuit 16. addito quadrato g e quod eſt 9. nam g d fuit 3. erit g k quadratum 25. igitur latus g b 5. addita igitur g a, quæ eſt 3. fiet a b tota 8. rei æſtimatio.

4 Secundùm hæc formabimus regulas tres, pro quarum memoria ſubiungemus carmen hoc,

Querna, da bis. Nuquer, admi. Requan,
Minue dami.

Regula I.

Eſt autem vnicuique horum capitulorum commune, vt dimidium numeri rerum in ſe ducatur. Quando igitur quadratum æquatur rebus & numero, quod ſignificatur per Querna ſiue primam tantùm intelligas litteram, ſeu adnumeres ſequentes à prima vocali conſonantes, vt Quarna, quadratum æquale rebus & numero ſignificet, & Nuquer, Numerum quadrato ac rebus æqualem, & Requan, res quadrato & numero æquales. In hoc Querna igitur, ſeu capitulo quadrati æqualis rebus & numero addes quadrato dimidij rerum numerum æquationis, & totius accipe radicem quadratam, cui adde dimidium numeri rerum, & aggregatum eſt rei æſtimatio. Exemplum, ſit vnum quadratum æquale 10. rebus p̃. 144. duc 5. in ſe fit 25. quadratum dimidij rerum, adde 144. fit 169. cuius ℞. eſt 13. huic adde 5. dimidium numeri rerum, fit 18. æſtimatio rei. Rurſus ſit 1. quadratum æquale $\frac{2}{3}$ rei p̃. 11. duc $\frac{1}{3}$ dimidium numeri rerum in ſe, fit $\frac{1}{9}$, adde ei 11. fit $11\frac{1}{9}$, accipe ℞. quæ eſt $3\frac{1}{3}$, cui adde $\frac{1}{3}$ dimidium numeri rerum, fit $3\frac{2}{3}$, rei æſtimatio. Rurſus, ſit 1. quadratum æquale 10. rebus p̃. 6. duc 5. in ſe dimidium numeri rerum, fit 25. adde ei 6. fit 31. huius ℞. adde 5. dimidium numeri rerum, erit rei æſtimatio, ℞. 31. p̃. 5. Rurſus ſit 1. quadratum æquale rebus ℞. 12. p̃. 22. duc ℞. 3. in ſe fit 3. quadratum dimidij numeri rerum, adde ei 22. fit 25. huius ℞. eſt 5. cui adde ℞. 3. quod eſt dimidium numeri rerum, fiet rei æſtimatio 5. p̃. ℞. 3. & ſi in hoc caſu numerus fuiſſet 20. eſſet rei æſtimatio ℞. 23. p̃. 3. & ſi fuiſſet numerus 9. eſſet æſtimatio rei ℞. 12. p̃. ℞. 3. quod eſt dicere, ℞. 27. & ſi fuiſſet 1. quadratum æquale rebus ℞. 12. p̃. ℞. cub. 10. numeri, duc vt priùs ℞. 3. dimidium numeri rerum in ſe, fit 3. adde ei ℞. cub. 10. fit 3. p̃. ℞. cub. 10. huius accipe radicem, quæ eſt ℞. v. 3. p̃. ℞. cub. 10. cui adde dimidium numeri rerum & fiet æſtimatio rei ℞. 3. p̃. ℞. v. 3. p̃. ℞. cub. 10. & hac varietate exemplorum hîc vſi ſumus, vt in reliquis idem fieri poſſe intelligas, tum etiam in duabus ſequentibus regulis experire, quando quidem nos duplici exemplo contenti erimus. Manifeſtum eſt igitur, quod hîc bis addimus, ſcilicet numerum quadrato dimidij rerum, & dimidium rerum radici aggregati, & hoc eſt, quod in carmine diximus, da, bis, quaſi, bis iunge.

Regula II.

Si autem numerus quadrato & rebus æqualis ſit, quadrato dimidij numeri rerum adiicies numerum æquationis, & totius aggregati accipe radicem, à qua minue dimidium numeri rerum, & reſiduum eſt rei æſtimatio. Exemplum, 144. æquatur 10. rebus & 1. quadrato, duc 5. dimidium 10. numeri rerum, in ſe, fit 25. huic adde 144. fit 169. huius ℞. eſt 13. à qua abiice 5. dimidium numeri rerum, relinquetur rei æſtimatio 8. Rurſus, ſit 6. æqualis 10. rebus p̃. 1. quadrato, ducto 5. dimidio rerum in ſe fit 25. adde 6. fit 31. ex huius radice abiice 5. dimidium numeri rerum, fit ℞. 31. m̃. 5. æquatio. 5

Ex hoc patet, quod hæc regula à præcedenti ſolùm differt, quòd minuat dimidium numeri rerum ab aggregati radice, vbi illa iungebat, & hoc eſt, quod in carmine diximus. Ad mi, quaſi, adde primo, deinde minue, ſcilicet, adde numerum quadrato, & minue dimidium numeri rerum poſtmodum ab aggregati radice. Corm.

Ex quo patet quòd differentia æſtimationis quadrati, æqualis rebus & numero, & numeri æqualis rebus & quadrato, eſt numerus rerum ad vnguem, vbi in eiſdem rebus & numeris ſtatuantur, velut æſtimatio quadrati æqualis 10. rebus p̃. 144. eſt 18. & æſtimatio 144. æqualis quadrato & 10. rebus eſt 8. & differentia 18. & 8. eſt 10. Corm.

Regvla III.

Si verò res æquales ſint quadratis & numero, ducto, vt prius, dimidio numeri rerum in ſe, & ab eo detracto numero æquationis, radicem reſidui minue ex dimidio numeri rerum, aut adde, & tam aggregatum quàm reſiduum eſt rei æſtimatio. Exemplum; 1. quadratum p̃. 16. æquatur 10. rebus, ducto 5. in ſe fit 25. vt prius deinde minue 16. ex 25. relinquitur 9. cuius ℞. quæ eſt 3. addita vel detracta à 5. dimidio numeri rerum, oſtendit rei æſtimationes, 8. addita, & 2. detracta, ſi igitur 10. res ſumantur quæ ſint 2. erunt 20. & tantum erit quadratum 2. cum 16. item ſi ſumantur 10. res quæ ſint 8. erunt 80. & tantum eſt quadratum 8. addito ei 16. Rurſus ſi dicam, 10. res, æquantur 1. quadrato p̃. 6. ducto 5. dimidio numeri rerum in ſe, fit 25. detracto autem 6. relinquitur 19. cuius ℞. addita vel detracta ex 5. oſtendit rei æſtimationes, maiorem quidem 5. p̃. ℞. 19. minorem verò 5. m̃. ℞. 19.

Notandum. Quod ſi detractio ipſa numeri, à quadrato dimidij numeri rerum fieri nequit, quæſtio ipſa eſt falſa, nec eſſe poteſt quod proponitur, ſemper autem pro regula generali in hoc tractatu toto eſt obſeruandum, quòd cum ea quæ præcipiuntur fieri non poſſunt, nec illud quod proponebatur fuit, nec eſſe potuit. Nunc autem ſubiungemus aliquas quæſtiones, duas ex Mahumete, reliquas noſtras ex omnibus his, quæ nec multiplici poſitione, nec propria vtuntur regula, difficillimas.

Qvæstio I.

Quæſt. 1. Eſt numerus, à cuius quadrato ſi abieceris $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ ipſius quadrati, atque inſuper 4. reſiduum autem in ſe duxeris, fiet productum æquale quadrato illius numeri, & etiam 12. Pones itaque quadratum numeri incogniti quem quæris, eſſe 1. rem, abiice $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ eius inſuper 4. fiet $\frac{5}{12}$ rei m̃. 4. duc in ſe fit $\frac{25}{144}$ quadrati p̃. 16. m̃. $3\frac{1}{3}$ rebus, & hoc eſt æquale vni rei, & 12. abiice ſimilia, fiet 1. res æqualis $\frac{25}{144}$ quadrati p̃. 4. m̃. $3\frac{1}{3}$ rebus, redde quod eſt minus, alteri parti, pro vniuerſali regula, erunt res $4\frac{1}{3}$ æquales $\frac{25}{144}$ quadrati p̃. 4. quare per 4. regulam tertij capituli, diuiſi numerum rerum & 4. per $\frac{25}{144}$ numerum quadrati, & fient res $24\frac{24}{25}$ æquales $23\frac{1}{25}$ p̃. quadrato, quare per tertiam regulam, duces $12\frac{12}{25}$ in ſe, fiet $155\frac{469}{625}$. minue $23\frac{1}{25}$ fient $132\frac{144}{625}$, huius ℞. eſt $11\frac{12}{25}$, quam adde ad $12\frac{12}{25}$ dimidium numeri rerum, fiet æſtimatio rei quæſita 24. ſcilicet quadrati cuius radix, eſt numerus ille qui quæritur. Ex hoc docemur per principalia capitula vitare deriuatiua, nam in poſitione rei pro primo numero, fuiſſet quadratum eius operationis fundamentum, & perueniſſes ad 1. quad. quadratum p̃. $23\frac{1}{25}$ æqualia $24\frac{24}{25}$ quadrato, quare hæc ſit tibi pro exemplo, nunc ſequamur ſecundam illius.

Qvæstio II.

Quæſt. 2. Fuerunt duo duces quorum vnuſquiſque diuiſit militibus ſuis aureos 48. Porrò vnus ex his habuit milites duos plus altero, & illi qui milites habuit duos minus, contigit vt aureos quatuor plus ſingulis militibus daret, quæritur quot vnicuique milites fuerint? Pone numerum militum minorem 1. rem, maior erit 1. poſitio p̃. 2. quia igitur ſumma diſtribuenda æqualis fuit, manifeſtum eſt, quòd quantitates erunt proportione ſimiles, eſt autem 4. duodecima pars 48. multiplica igitur $\frac{1}{12}$ in 1. poſitionem p̃. 2. fit $\frac{1}{12}$ poſitionis p̃. $\frac{1}{6}$, hoc multiplica per numerum priorum hominum, fit $\frac{1}{12}$ quadrati p̃. $\frac{1}{6}$ poſitionis, duc verò omnia ad 1. quadratum, fiet 1. quadratum p̃. 2. poſitionibus, æqualia 24. accipe dimidium numeri rerum & eſt 1. duc in ſe, fit 1. adde ad 24. fit 25. ab huius ℞. minue 1. dimidium numeri rerum, fit 4. numerus hominum minor, & 6. maior, & primis obtigerunt aurei 12. pro ſingulo, aliis 8. pro ſingulo. Multiplicatio autem illa, quando reducitur quadrati pars ad integrum fit per exceſſum hominum, ſcilicet 12. per 2. Et cauſa in hoc eſt, quòd proportio differentiæ ſecundæ ad primam, eſt vt aggregati quod diuidi debet ad productum ex numero hominum inuicem, velut proportio 48. ad 24. productum ex 4. in 6. eſt velut 4. differentiæ aureorum ad 2. differentiam hominum, & per hanc docuit modum operandi in quæſtionibus proportionum, & præcipuè quando volumus numerum integrum, vt in hominum numero, in quibus perabſurdum eſſet intelligere medium hominem, nedum quantitatem aliquam alogam ſeu latus.

Qvæstio III.

Quæſt. 3. Nunc autem proponamus quæſtiones noſtras, quarum prima eſt ſimilis præcedenti. Duæ ſocietates hominum, quarum vna continebat 3. homines pluſquam altera, diuiſerunt æquales aureorum numeros, qui erant 93. plus numero hominum ipſorum vtriuſque ſocietatis ſimul iunctorum, & pro ſingulis hominibus ſocietatis minoris, contigerunt aurei 6. plus, quàm hominibus ſingulis maioris ſocietatis. Pones numerum primæ ſocietatis rem vnam, habebit igitur ſecunda ſocietas rem & 3. p̃. quare ſumma aureorum, quæ eſt 93. p̃. vtraque ſocietate, eſt 69. p̃. duabus rebus, proportio autem ex-

1. poſ.
1. poſ. 3. p̃.
93.

---

2. poſ. p̃. 96.
6 — 3
2. poſ. p̃. 48.
1. quad. p̃. 3. poſ.

---

1. quad. p̃. 2. poſ. æqu. 48.

ceſſus aureorum 6. qui contingunt ſocietati minori, ad exceſſum hominum, ſcilicet ad 3. eſt vt ſummæ aureorum, ad productum ex

ex numero hominum primæ ſocietatis, in numerum hominum ſecundæ ſocietatis, proportio autem 6. ad 3. dupla eſt, igitur proportio 2. poſitionum p̃. 69. ad 1. quadratum p̃. 3. poſitionibus productum ex 1. poſitione in 1. poſitionem p̃. 3. eſt dupla, igitur dimidium 2. poſitionum p̃. 96. quod eſt ℞. poſitio p̃. 48. æquale eſt, 1. quadrato p̃. 3. poſitionibus, abiecta itaqua 1. poſitione ex vtraque parte, fiet 1. quadratum p̃. 2. poſitionibus æquale 48. ducito dimidium 2. in ſe, fit 1. nam dimidium 2. eſt 1. huic adde 48. fiet 49. huius radix eſt 7. à qua minue 1. dimidium numeri poſitionum, habebis æſtimationem poſitionis, & numerum primæ ſocietatis 6. ideo numerus hominum ſecundæ ſocietatis, eſt 3. p̃. ſcilicet, horum ſi fiat collectio, addantúrque inſuper 93. fiet numerus aureorum 108. primis igitur aurei 18. ſecundis 12. per capita contigere. Aliter & facilius expertis in operationibus, poſitio fiat vt prius, eritque ſumma aureorum 2. poſitiones p̃. 96. diuide per poſitionem p̃. 3. habebis $\frac{2.\ pos.\ p.\ 96.}{1.\ pos.}$ æqualem 6. p̃. $\frac{2\ pos\ p.\ 66.}{1\ pos.\ p.\ 3.}$ igitur detracto $\frac{2\ pos.\ p\ 96.}{1.\ pos\ p\ 3.}$ ex $\frac{2\ pos\ p\ 96.}{1\ pos.}$, relinquitur 6. at ex tali detractione fit $\frac{6.\ pos.\ p.\ 288.}{1.\ quad.\ p.\ 3.\ pos.}$ igitur hoc eſt æquale 6. diuiſis igitur 6. poſitionibus p̃. 288. per 6. exibit 1. quadratum p̃. 3. poſitionibus, nam ſi diuiſo 10. per 2. exit 5. diuiſo 10. per 5. exibit 2. igitur diuiſis 6. poſ. p̃. 288. per 6. exit 1. poſitio p̃. 48. & hæc æqualia ſunt 1. quadrato p̃. 3. poſitionibus, quare vt priùs, res valet 6.

Qvæstio IV.

Quæſt. 4 Eſt numerus, cui ſi addantur duæ radices, aggregato verò iterum addantur duæ radices ipſius aggregati, fiet totum 10. tunc dices, 10. æqualis eſt ſecundo numero & duabus eius radicibus, ponemus igitur numerum aggregatum ſecundùm, 1. quadratum, & hic, cum duabus radicibus, æqualis eſt 10. igitur rei æſtimatio per ſecundam regulam, eſt ℞. 11. m̃. 1. igitur abiice duplum huius ex 10. relinquetur aggregatum 12. m̃. ℞. 44. hoc autem ex ſuppoſito conſtat ex quadrato & duabus radicibus, igitur 1. quadratum p̃. 2. poſitionibus, æquatur 12. m̃. ℞. 44. ducito 1. dimidium numeri rerum in ſe, fit 1. adde ei numerum fit 13. m̃. ℞. 44. accipe radicem, & ex ea minue 1. dimidium numeri rerum, habebis ℞. v. 13. m̃. ℞. 44. m̃. 1. hanc igitur duplicatam, ſi detraxeris ex aggregato, relinquetur numerus primus propoſitus, 14. m̃. ℞. 44. m̃. ℞. v. 52. m̃. ℞. 704. & ita

14. m̃. ℞. 44. m̃. ℞. v. 52. m̃. ℞. 704.
duc radices eius ℞. v. 52. m̃. ℞. 704. m̃. 2.

aggregatum 12. m̃. ℞. 44.
duc radices huius ℞. 44. m̃. 2.

aggregatum 10.

poſſes regrediendo quantumlibet procedere, ab vltimo ſemper inchoando termino. Prolixior autem ero hic in exemplis, quoniam hæc capitula mercaturæ maximè conueniunt, tum quia tyrones in his introducuntur, velut & paruos pueros ſolent magiſtri diligentius minuta quæque docere, tum verò quòd eadem in reliquis poſtmedum fabricare poſſumus.

Qvæstio V.

Inuenias numerum, à quo detracta ℞. cubica, & reſiduo addita ſua quadrata radice, perficiatur primus numerus. Pones itaque reſiduum illud à quo detraxiſti radicem cubicam eſſe 1. quadratum, addemus itaque ei radicem quadratam & fiet 1. quadratum p̃. 1. poſitione, & hoc æquale eſt 1. cubo, nam ex eo quod addito ad 1. quadratum tantum, fit quantum erat prius, igitur quod additur æquale eſt ei quod minuitur, munuitur autem ℞. cubica totius quantitatis, igitur poſitio eſt radix cubica aggregati, quare aggregatum eſt cubus, & hic æqualis eſt 1. quadrato p̃. 1. poſ. deprime per 1. poſ. habebis 1. quadratum æquale 1. poſ. p̃. 1. poſitio igitur eſt ℞. $1\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$, at numerus primus fuit cubus poſitionis, igitur primus numerus eſt ℞. 5. p̃. 2. Quæſt. 5.

cubus ℞. 5. p̃. 2.
quad. $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $1\frac{1}{4}$
poſ. ℞. $1\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$

Qvæstio VI.

Quidam ter fuit ad nundinas, in primo itinere retulit duplum eius quod attulerat, in ſecundo cùm detuliſſet tale duplum ſecum, rediit cum eiſdem pecuniis, & radice earum & duobus aureis plus, hoc totum autem ſeruauit, rediitque cum eo ad nundinas tertiò, & ſuperlucratus eſt tantum, quantum eſſet illud quod produceretur ex pecuniis quas ſecum attulerat in ſe ductis, ac etiam quatuor aureos plus, reuerſus eſt autem cum 310. aureis, quæro igitur, quantum attulit ſecum pecuniarum, in primo itinere? Dices, retulit aureos 310. & hoc fuit æquale pecuniis ſecundi itineris & quadrato earum & 4. p̃. igitur pecuniæ quas attulit ſecum in tertio itinere, quadratum æquatur 306. aureis, abiecto communiter numero 4. ponemus igitur pecunias quas ſecum attulit 1. poſitionem, & habebimus 1. quadratum p̃. 1. poſitione æquale 306. igitur ex ſecunda regula, res valet ℞. $306\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$, quod eſt dicere 17. & tot aureos detulit ſecum tertio itinere, & tot habuerat in ſecundo itinere quos ſeruauerat, dictum eſt autem, quod in ſecando itinere lucratus eſt radicem eorum quos attulerat & 2. p̃. & retulit 17. igitur ſi lucratus fuiſſet radicem tantùm, retuliſſet 15. igitur poſitis pecuniis quas ſecum attulit 1. quadratum, habebimus 1. quadratum p̃. 1. poſ. æqualia 15. igitur ex ſecunda regula, res valet ℞. $15\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$, & hoc eſt quod lucratus eſt in ſecundo itinere, & cum hoc etiam lucratus eſt aureos 2. lucrum igitur totum fuit eius itineris ℞. $15\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$, ipſe autem retulit domum aureos 17. igitur iuit cum aureis $15\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $15\frac{1}{4}$, hæ pecuniæ ſunt quas in primo itinere ſeruauerat, & fuerant duplum eius quod attulerat, primo igitur itinere attulit ad nundinas dimidium $15\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $15\frac{1}{4}$ aureorum, quod eſt $7\frac{3}{4}$ m̃. ℞. $3\frac{13}{16}$ aureorum. Quæſt. 6.

QVÆSTIO VII.

Quæſt. 7 Quidam rex proconſuli ducenti exercitum aureos miſit 128000. vt 7000. equitum & 7000. peditum conduceret ea erat ſtipendij ratio, vt pro ſingulis 100. aureis, ſemper 18. pedites pluſquam equites conduceret, venit tribunus quidam militum ad proconſulem cum 1700. peditibus & 200. equitibus, quæritur ſtipendij ratio. Hæc tertiæ quæſtioni affinis eſt, conſidera quòd 128000. ſunt 1280. centena, quia dictum eſt quod pro ſingulis centum aureis differentia numeri peditum à numero equitum ſit 18. diuide igitur 1280. in duas partes, quarum vna ducta per vnam quantitatem producat 7000. & ſimiliter reliqua ducta per eandem quantitatem p̃. 18. producat etiam 7000. igitur poſita quantitate equitum pro re, erit quantitas peditum res & 18. p̃. diuiſis igitur 7000. per harum ſingulas, proue-

7000.	7000.
1. poſ.	1. poſ. p. 18.
poſ. 14000.	p̃. 126000.
1. quad.	p̃. 18. poſit.
poſ. 14000.	p̃. 126000.
1280.	
poſ. $10\frac{15}{16}$	p̃. $98\frac{7}{16}$
1. quad.	p̃. 18. poſ.
1. quad.	p̃. $7\frac{1}{16}$ poſition.
æqualia $98\frac{7}{16}$	

nient aggregata 1280. nam ſi ex partibus 1280. ductis in rem; & rem p̃. 18. fiunt 7000. & 7000. igitur diuiſis 7000. per rem, & 7000. per rem p̃. 18. exeuntia iuncta facient 1280. & talium igitur diuiſione aggregantur $\frac{\text{poſ. 14000. p. 126000.}}{\text{1. quad. p. 18. poſ.}}$ & hoc cum ſit æquale 1280. igitur diuiſo numeratore per 1280. exit 1. quadratum p̃. 18. poſ. facta igitur tali diuiſione, prodit $10\frac{15}{16}$ poſitionibus p̃. $98\frac{7}{16}$, hócque eſt æquale 1. quadrato p̃. 18. poſitionibus igitur 1. quadratum p̃. $7\frac{1}{16}$ poſitionibus æquatur $98\frac{7}{16}$, igitur res valet R. $110\frac{919}{1024}$ m̃. $3\frac{17}{32}$, ſed R. $110\frac{919}{1024}$ eſt $10\frac{17}{32}$, igitur detractis $3\frac{17}{32}$, relinquetur rei æſtimatio 7. & tot equites 100. aureis conducet, & pedites 25. igitur pro 1700. peditibus ſtipendium debuit eſſe 6800. aurei, & pro 200. equitibus aurei $2857\frac{1}{7}$.

QVÆSTIO VIII.

Quæſt. 8 Fac de 20. tres quantitates anagolas, quarum ſecunda æqualis ſit radicibus primæ & tertiæ ſimul iunctis, pone ſecundam eſſe poſitionem, reliquum erit 20. m̃. 1. poſitione, quia igitur ex hoc facere oportet partes duas, inter quas poſitio cadat proportione media, eritque vt ex vna in aliam fiat quadratum poſitionis, quare per 16. ſexti Elementorum Ex quinta 2. Elementorum vel Reg. ſexti libri, ducemus dimidium 20. m̃. 1. poſitione in ſe, & fiet 100. m̃. 10. poſitionibus p̃. $\frac{1}{4}$ quadrati, à quo auferemus

quadratum poſitionis, & fiet 100. m̃. 10. poſitionibus m̃. $\frac{3}{4}$ quadrati, huius radicem adde, & minue à medietate 20. p̃. 1. poſitione, & habebis partes quas vides, vt igi-

10. m̃. $\frac{1}{2}$ poſ. p̃. R. v. 100. m̃. 10. poſ. m̃. $\frac{3}{4}$ qd.
10. m̃. $\frac{1}{2}$ poſ. m̃. R. v. 100. m̃. 10. poſ. m̃. $\frac{3}{4}$ qd
20. m̃. 1. poſ. aggregatum quan.
100. m̃. 10. poſ. p̃. $\frac{1}{4}$ quad. m̃. 100. p̃. 10. poſ. p̃. $\frac{3}{4}$ quad. productum quan.
æquiualens 1. quad.
producti radix 1. poſ.
duplum radicis 2. poſ.
aggregatũ ex quãtitatibus & producto 20. p̃. 1. poſ. cuius radix eſt æqualis poſitioni.

tur iungas radices vniuerſales harum, fac vt in tertio libro te docui, iunge primo quantitates & habebis 20. m̃. 1. poſit. deinde multiplica quantitates ipſas inuicem, & iunge cum aggregato quantitatum earum duplum, & fit totum 20. p̃. poſitione, huius radix æquatur 1. poſitioni, igitur 1. quadratum æquatur 20. p̃. 1. poſitione, quare per primam regulam ducemus $\frac{1}{2}$ dimidium numeri rerum in ſe, & ſit $\frac{1}{4}$, adde ad 20. fit $20\frac{1}{4}$, accipe radicem quæ eſt $4\frac{1}{2}$, & ei adde $\frac{1}{2}$ dimidium numeri rerum fit 5. rei æſtimatio, quantitas ſcilicet media, quare faciemus ex reſiduo ad 20. duas partes inter quas cadat 5. & erunt alia poſitione inſtaurata, vel per regulas ſexti libri, $7\frac{1}{2}$ p̃. R. $31\frac{1}{4}$ & $7\frac{1}{2}$ m̃. R. $31\frac{1}{4}$, harum radices ſimul iunctæ ſunt 5.

QVÆSTIO IX.

Fac de 20. duas partes, quarum maior, detractis duabus ſuis radicibus, æqualis ſit minori additis duabus ſuis radicibus conſtat igitur quòd differentia maioris & minoris, eſt duæ radices maioris, & duæ minoris, ponatur igitur differentia hæc radix 4. poſitionum, & ponatur pars vna 5. p̃. R. 1. poſitionis, & alia 5. m̃. R. 1. poſitionis, & ſumatur aggregatum radicum harum partium, & eſt ex libro quarto, R. tota (quam vniuerſaliſſimam appellare ſolent) 10. p̃. R. v. 100. m̃. 4. poſitionibus, & hoc æquatur duplicatum R. 4. poſitionum, quare dimidium dimidio ſcilicet, R. 1. poſitionis, huic R. vltimi, quare quadratum quadrato, ſcilicet 1. poſitio æquabitur 10. p̃. R. v. 100. m̃. 4. poſitionibus igitur 1. poſ. m̃. 10. æquatur R. v. 100. m̃. 4. poſitionibus, quare quadrata quadratis, quæ ſunt, 1. quadratum p̃. 100. m̃. 20. poſitionibus, & 100. m̃. 4. poſ. igitur 1. quadratum eſt æquale 16. poſitionibus, igitur poſitio æqualis 16. & nos voluimus differentiam partium eſſe R. 4. poſitionum, igitur differentia partium fuit R. 64. quæ eſt 8. & ſic effugiſti quadratum quadrati, ponendo R. poſitionum. Quæſt. 9

QVÆSTIO X.

Fuerunt homines in tribus ſocietatibus, & numeri illorum analogi ductoque numero ſecundæ ſocietatis, in numerum tertiæ, conſur- Quæſt. 10

conſurgit aggregatum omnium, cum cubo numeri primæ. Debes in hoc conſiderare, quòd perabſurdum eſt, ut tales numeri ſint alogi, aut fracti, nam non conuenit ponere hominis partem, vide igitur in qua proportione quadratum dimidij producti ex ſecunda in tertiam ſuperat aggregatum omnium in numero aliquo quadrato, & inuenies quòd in dupla, capiendo 1. 2. 4. productum ex dimidio 8. qui fit ex 2. in 4. & eſt 4. in ſe, excedit 7. aggregatum in 9. numero quadrato, & hoc venaberis ex alia poſitione ſimplici. Pones igitur totidem res pro his numeris, ſcilicet 1. poſitio 2. poſitiones 4. poſitiones, harum aggregatum eſt 7. poſitiones, adde his cubum 1. poſitionis, & fiet 1. cubus p̃. 7. poſitionibus, & hoc æquatur 8. quadratis, producto ſecundæ in tertiam, deprime partes per poſitiones, fit 1. quadratum p̃. 7. æquale 8. poſitionibus, quare per tertiam regulam, duc. 4. dimidium numeri poſitionum

1. poſ. cubus p. 1. cub.
2. poſ. aggreg. 7. poſ.
4. poſ. produc. 3. in 2. 8. quid

in ſe fit 16. abijce 7. numerum, relinquitur 9. huius ℞. addita vel detracta à 4. dimidio numeri rerum, oſtendit 7. & 1. æſtimationes rei, ſed quia 1. non eſt numerus ſocietatis, ideo dicemus quòd res fuit 7. & hic eſt numerus ſocietatis, ſecunda igitur habebit homines quatuor decim, tertia 28. conſtat autem quòd cubus 7. cum aggregato numerorum eſt 392. & tantum producitur ex 14. ſecundo numero in 28. tertium.

CAPVT VI.

De modis inueniendi capitula noua.

1 CVM verò diligenter conſideraſſem in his, viſum eſt mihi, vt etiam vltra tranſgredi liceret, itaque exemplo deriuatiuorum, quæ iam inuenta fuerant, quadrati & quadrati æqualium numero, tum etiam cubus quadrati & cubi æqualium numero, ac reliquorum quatuor, capitulum conſtituerem quad. quad. quadrati, & quad. quadrati & numeri, inuicem æqualium, indeque æſtimatio rei ℞. ℞. eſt æſtimationis principalium eis correſpondentium, velut ſi 1. quadratum p̃. 2. poſitione eſt æquale 12. & æſtimatio rei eſt 3. ſi 1. quad. quad. quadratum p̃ 1. quad. quadrato æquantur 12. æſtimatio rei erit ℞. ℞. 3. indeque ad excogitanda reliqua deriuatiua animum appulimus.

2 Mox verò ad alia me tranſtuli, viſumque opportunum, vt æquationum naturam ſpectarem, cumque & primi coniuncti (ſic enim binomium) & apotomæ primæ (ſic enim reciſum vocamus) originem intuerer, viſum eſt, ut in his duæ eſſent diuerſorum generum quantitates, numerus, & aloga pars, ſeu radix. porrò cum ad quadratum deducitur, numerus quidem fit ex quadratis partium in ſe, radix ex ductu unius partis in alterambis,

res 2. p̃. ℞. 3.
quadratum 7. p̃. ℞. 48.
cu. 26. p̃. ℞. 675.

cubus verò conſtituitur in parte aloga, ex triplo quadrati numeri, cum quadrato radicis in radicem. Igitur proportio partis alogæ in cubo, ad partem alogam in quadrato, eſt velut tripli quadrati partis, quæ eſt numerus, cum quadrato partis quæ eſt radix, ad duplum numeri, at proportio tripli quadrati numeri, ad duplum numeri, eſt ipſe numerus cum dimidio. Proportio etiam quadrati radicis, ad duplum numeri, eſt quæ prouenit diuiſo tali quadrato per idem duplum, igitur ipſa proportio, eſt numerus ipſe cum dimidio ſui, & tali prouentu, quare aſſumptis totidem quadratis, erunt partes alogæ æquales, quare tot quadrata æquabuntur cubo & numero. Velut in hoc caſu, diuido 3. quadratum radicis, per 4. exit $\frac{1}{4}$ cui addo 3. qui eſt æqualis numero & dimidio, fit 3 $\frac{1}{4}$ dico igitur quod in hac æſtimatione 3 $\frac{1}{4}$ quadrati æquabuntur cubo & alicui numero, & eſt numerus ipſe $\frac{1}{4}$.

Demum volens diligentius rem perſcrutari, poſui 10. quadrata æqualia cubo, & alicui numero, & poſui partem primam binomij (ſic enim vſus gratia appellabo coniunctum) eſſe, gratia exempli, 3. & conſtitui partem ſecundam 1. poſitonem, &

3. p̃. 1. poſ.
9. p̃. 1. quadratum p̃. 6. poſ.
27. poſ. p̃. 1. cu.

1. cu. æqualis 33. poſ.

hæc eſt radix, quadratum igitur, eſt 9. p̃. 1. quadrato, & hoc totum eſt numerus & 6. poſitiones, & hoc eſt radix, at in cubo ut dictum eſt fit pars aloga ex triplo quadrati 3. & eſt 27. & quadrato 1. poſitonis quod eſt 1. quadratum, in partem quæ eſt aloga id eſt in poſitionem, igitur 27. poſitiones p̃. 1. cubo, æquantur 10. quadratis, in parte aloga id eſt decuplo 6. poſitionum quod eſt 60. poſitiones, igitur dicemus, quòd cubus æquatur 33. poſitionibus, igitur deprimendo per poſitiones, quadratum æquatur 33. igitur res eſt ℞. 33.

REGVLA.

Ex his tandem hæc formatur regula breuiſſima. Adde primo numero dimidium ſui, & totum abijce ex numero quadratorum reſiduum duces in duplum prioris numeri, & producti ℞. eſt ſecunda pars coniuncti. Exemplum, eſt cubus qui cum numero æqualis eſt 12. quadratis, & prima binomij pars eſt 5. adde dimidium 5. ad 5. fit 7 $\frac{1}{2}$ abijce ex 12. fit 4 $\frac{1}{2}$ duc. 4 $\frac{1}{2}$ in 10. duplum 5. prioris numeri, fit 45. cuius ℞. eſt ſecunda pars coniuncti, igitur 12. quadrata & 5. p̃. ℞. 45. æqualia ſunt cubo & 40. Eadem ratione inueni, quòd numerus æquationis, ſcilicet 40. producti ex differentia primi numeri, & numeri quadratorum, in quadratum primi nume-

numeri, & producti tripli primi numeri, & numeri quadratorum in quadratum radicis, eſt differentia.

Poſt hæc deuolui conſilium ad explorandum qualitatem capitulorum cub. quadrati, rerum & numeri, vidique quòd ſi dixero, cubus & 3. quadrata, æqualia ſunt 14. rebus, & 20. numero, & ponatur quantitas quædam intellecta, æſtimatio rei, cuius prima pars ſit numerus, ſecunda verò quantitas, alia pars irrationalis. Et ſit gratia exempli, hic 1. p̃. ℞. 5. conſtat autem quòd coniungendo partes irrationales cubi & quadrati, quod illæ fiunt ex duplo numeri quadratorum, in primam numeri partem,

5. p̃. ℞. 45.
5 —— 12 —— 15
7 3
25 45
175 —— 135
40

res 1. p̃. ℞. 5.
quadratum 6. p̃. ℞. 20.
cub. 16. p̃. ℞. 320.

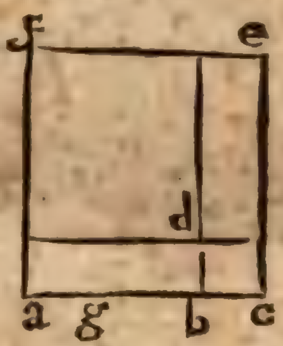
ſeu ex numero quadratorum, in duplum numeri, itemque ex triplo quadrati numeri, & quadrato irrationalis partis, hoc eſt autem æquale, in capitulo cubus quadrati, & numeri, etiam numerorum rerum conuenit, igitur ut in utroque pars rationalis talis ſit, ut ſi iungantur, duplum numeri quadratorum, & etiam triplum ſui quadrati, cum quadrato alterius partis, conſtituat numerum rerum. Et ſi pars rationalis vel numerus eſſet minus, oporteret vt eſſet differentia dupli numeri quadrati, & tripli quadrati partis, quæ eſt ℞. cum quadrato partis quę eſt numerus, ipſe numerus rerum. Exemplum, ſi 1. cubus p̃. 6. quadratis p̃. numero, æquentur 30. rebus, & pars vna apotomæ, ſit m̃. 2. tunc ducemus 6. numerum quadratorum in 4. duplum 2. & fiet 24. huic addemus 30. numerum rerum, & fiet 54. & hoc debet æquari triplo quadrati, quod eſt 12. & quadrato alterius partis, igitur abiecto 12 ex 54 relinquitur 42. & ℞. 42. eſt pars prima apotomæ, quare res valet ℞. 42. m̃. 2.

Eſt & modus alius, qui ſimilitudinis dici-
3 tur, atque hic quadruplex A natura æquationis, velut cum capitulum cubi æqualis rebus & numero, extrahitur ex capitulo cubi & rerum æqualium numero. Ab augmentis æquationum, ſicque capitula non vniuerſalia inuenimus quad. quad. quadrati, rerum: ac numeri. A conuerſione æquationum in naturam ei æquiualentem, ut exponemus infrà. A modo procedendi ad æquationes per cuborum vel quadratorum generationem, aut per proportionem ut dupli vel dimidij, aut per additionem vel diminutionem, tres enim ſunt modi in vniuerſum.

4 Eſt etiam tranſmutationis via, qua ante demonſtrationem vniuerſalia capitula multa inueni, atque inter reliqua. cubi æqualis quadratis & numero, & cubi cum quadratis, æqualis numero, velut cum conamur hanc ſoluere quæſtionem, duos inuenias numeros, quorum aggregatum æquale ſit alterius quadrato, & ex uno in alterum ducto, producatur 8. una enim via peruenies ad 1. cubum æqualem 1. quadrato p̃. 8. alia ad 1. cubum p̃. 8. rebus æqualem 64. hac igitur inuenta æſtimatione, ſi diuiſeris 8. per eam, prodibit reliqua æquatio, ex qua in capituli illius cogitationem perueni. Quæſtiones igitur alio ingenio cognitas ad ignotas transfer poſitiones, nec capitulorum inuentio finem eſt habitura, non tamen extra hæc, ex vna quæſtione, generalia poteris aſſequi.

Cum autem intellexiſſem capitulum, quod Nicolaus Tartalea mihi tradiderat, ab eo fuiſſe demonſtratione inuentum Geometrica, cogitaui eam viam eſſe regiam, ad omnia capitula venanda. Itaque ad eam tria ſuppoſita maximè utilia præmittere inſtitui, quorum dilucida declaratione, reliqua, quæ & ipſa demonſtrabuntur, facile erit intelligere, eſt autem horum hoc primum.

Si quantitas in duas partes diuidatur, cubus totius æqualis eſt, cubis ambarum partium, triploque productorum, uniuſcuiuſque earum, viciſſim in alterius quadratum. Quamuis hoc & reliqua duo quæ ſequuntur alibi à nobis in 7. Elem. Geom. oſtenſa ſint, ne tamen huic operi quicquam deeſſet; placuit hic denuo demonſtrare. Sit



igitur A. C. diuiſa in puncto B. & ſit cubus totius A. E. ſint etiam in baſi eius ſuperficies diſtinctæ D. A. D. C. D. F. D. E. manifeſtum eſt autem ex 4. 2. Elementorum, C. D. eſſe quadratum B. D. & D. F. quadratum A. B. & duo rectangula A. D. & D. E. fieri ex A. B. in B. C. ſingula, cubus autem totus conſtat ex A. C. linea, in quadratum A. E. quare ex A. C. in ſuperficies D. A. D. C. D. E. D. F. componentes A. E. quare cum A. C. conſtet ex A. B. & B. C, conſtabit cubus A. E. ex octo corporibus, quorum quatuor conſtant ex A. B. linea in ſuperficies D. A. D. C. D. E. D. F. reliqua quatuor, ex B. C. linea, in eaſdem quatuor ſuperficies. At ex A. B. in F. D. fit cubus A. B. & ex B. C. in C. D. cubus B. C. conſtat igitur cubus A. E. ex cubis A. B. & B. C. & ex eo quod fit ex A. B. in D. A. D. C. D. E. & eo quod fit ex C. B. in D. A. D. F. & D. E. at quod fit ex A. B. in C. D. æquale eſt ei quod ſit ex B. C. in D. A. & quod fit ex B. C. in D. F. æquale ei quod fit ex A. B. in A. D. eò quod altitudines & baſes eædem ſunt, parallelipeda etiam ex A. B. in A. D. vel D. E. æqualia ſunt inuicem, ſimiliter ex B. C. in A. D. vel D. E. inuicem æqualia, eò quòd D. A. & D. E. ſunt æquales ſuperficies, per 43. primi Elementorum,

torum, igitur cubus a c conſtat ex cubis a b & b c, & triplo a b in quadratum b c, & triplo b c in quadratum a b, quod erat probandum.

7 Ex hoc patet ſecundum, ſcilicet, quòd cubus a b, cum triplo a b in quadratum b c, ſuperat cubum b c, cum tripio b c in quadratum a b, in cubo differentiæ a b & b c, ſit igitur a g æqualis b c, & erit differentia a b & b c, linea g b, conſtat autem ex præcedente cubum a b, æqualem eſſe cubis a g & g b, & triplo a g in quadratum g b, & triplo g b in quadratum a g, quare cubus a b cum triplo a b in quadratum b c, æqualis eſt cubis a g & g b, & triplo a b in quadratum g b, & triplo g b in quadratum a g, & triplo a b, in quadratum g b, & triplo g b, in quadratum a g, & triplo a b, in quadratum b c. verum cubus a g, æqualis eſt cubo b c, & triplum b g in quadratum a g, æquale eſt triplo b g, in quadratum b c, & triplum a g in quadratum g b, æquale eſt triplo b c in quadratum b g, eò quòd b c æqualis eſt a g, cubus igitur a b, & triplum a b, in quadratum b c, æqualia ſunt cubo b c & b g, & triplo b g, in quadratũ b c, & triplo b c, in quadratũ b g, & triplo a b, in quadratum b c, at ex b g, in quadratũ b c, fit quantum ex b c in rectangulũ ex b g, in b c ter, igitur ex b g in quadratum b c, æquale ei quod fit ex b c, in rectangulum ex b c, in b g ter, eadem ratione, quod ex a b in b c quadratum ter æquale ei quod ex b c in rectangulum ex a b in b c ter, cubus igitur a b, & triplum a b in quadratum b c, æqualis eſt cubis b g & b c, & triplo b c in rectangulum b c in a b, & triplo b c, in rectangulum ex b c in b g, & triplo b c in quadratum b g, at ex quarta ſecundi Elementorum, rectangulum ex b c in b a, & ex b c in b g, cum quadrato b g æquantur quadrato a b, igitur cubus b g cum cubo b c, & triplo a b in quadratum b c, quare cubus a b, cum triplo a b in quadratũ b c, excedunt cubum b c, cum triplo b c in quadratum a b, in cubo differentiæ b g.

Corm. primum. Ex hoc patet, quòd ſi b c ponatur m̄. quòd cubus a b conſtabit ex cubo a c, & triplo a c in quadratum b c, addito per m̄. cubo b c, & triplo b c in quadratum a c, nam ſi b c fuiſſet p̄. differentia cubi a c cum triplo a c in quadratum b c, à cubo b c, & triplo b c in quadratum a c, fuiſſet cubus a b, ex demonſtratis. Sed poſita b c m̄. tantum eſt quod aggregatur, quanta eſt differectia poſita b c p̄. igitur cubus a b, eſt aggregatum cubi a c & tripli a c, in quadratum b c, & tripli b c in quadratum a c m̄. & cubi b c m̄. Et eodem modo, ſi a b poneretur m̄. cubus b c conſtaret ex cubo a c, & triplo a c in quadratum a b, & triplo a b, in quadratum a c per m̄. & cubo a b per m̄.

Corm. 2. Eodem modo, ſi a b ponatur m̄. cubus eius componetur ex cubo b c, & triplo b c in quadratum a c, & cubo a c per m̄. & triplo a c in quadratum b c per m̄. nam vt dictum eſt, cubus a b, eſt differentia talium partium per p̄. ex primo corollario, igitur detracta maiore ex minore, fiet tantundem m̄. ſed cubus a b m̄. eſt æqualis cubo a b p̄. in numero, vt enim 27. p̄. eſt cubus 3. p̄. ita 27. m̄. eſt cubus 3. m̄. igitur cubus a b m̄. eſt æqualis cubo b c, & triplo b c, in quadratum a c, & cubo a c m̄. & triplo a c in quadratum b c m̄.

Ex primo autem ſuppoſito, oſtenditur 8
etiam hoc tertium, quod eſt, proportionem aggregati ex cubis a b & b c, ad triplum productorum a b in quadratum b c, & b c in quadratum a b eſſe, vt aggregati primæ & tertiæ detracta ſecunda trium quantitatum anologarum in proportione a b ad b c ad triplum ſecundæ earum. Conſtat enim ex 32. 11. Elementorum, quòd proportio cubi a b ad corpus ex a c in quadratum a b, eſt vt quadrati a b ad a d ſuperficiem, quare ex prima ſexti Elementorum, vt a b ad b c, eadem ratione parallelepipedi ex b c in quadratum a b ad parallelepipedum ex a b in quadratum b c, proportio, vt a b ad b c, atque rurſus parellelepipedi, ex a b in quadratum b c ad cubum b c, vt a b ad b c. Quatuor igitur corpora, ſcilicet cubus a b, parallelepipedum ex b c in quadratum a b, parallelepipedum ex a b in quadratum b c, & cubus b c, ſunt in continua proportione linearum a b & b c. Statuamus ita hæc corpora breuitatis cauſa in quatuor literis h, k, l, m, ita vt h, ſit cubus a b, & k, parallelepipedum ex b c, in quadratum a b, & l, parallelepipedum ex a b, in quadratum b c, & m ſit cubus b c, igitur cum ratio. m, ad l, ſit ea quæ l, ad k, vt probatum eſt, item k ad l, vt h ad k, erit per 24. 5. Elementorũ, κ m ad l, vt h l, ad κ, quare ex duodecima eiuſdem, h k l m, ad k l, vt h l ad k, quare ex decimanona eiuſdem, h m ad k l, vt h l detracto κ, ad κ, quare per 22. eiuſdem, h m ad triplum κ l, vt h l dempto κ ad triplum κ, at cum h κ l, ſint in proportione a b ad b c, vt probatum eſt, erit per 11. eiuſdem quinti Elementorum, cuborum a b & b c, ſimul iunctorum, ad triplum a b in quadratum b c, & b c in quadratum a b, velut primæ & tertiæ trium linearum proportionalium in proportione a b & b c, detracta media ipſarum, ad triplum ipſius mediæ.

h, k, l, m,

Ex hoc patet, quòd proportio tripli b c in quadratam a b, ad triplum a b in quadratum b c, eſt vt a b c, ex duodecima quinti Elementorum. *Corm. 3.*

Et quod proportio cuborum a b & b c, cum duplo b c in quadratum a b, & a b in quadratum b c, ad reſiduum totius cubi a c, eſt vt trium ſuperficierum d c, d a, d e, ad d e ſuperficiem, ſeu vt trium quantitatum proportionalium in proportione a b ad b c, ad mediam ipſarum, ac multa alia quæ breuitatis causâ omitto. *Corm. 4.*

Capvt VII.

De capitulorum tranſmutatione.

Cvm fuerit numerus & denominatio 1
media, extremæ æqualis, conuertetur capi-

capitulum in duas denominationes eaſdem, & ſub eadem magnitudine numero æquales, velut ſi dicam, quadratum æquatur 6. radicibus & 16. dicemus igitur etiam, quadratum & 6. radices, æquantur 16. manetque conuerſa ratio, inde habita prima æquatione, detrehemus numerum radicum, & eſt 6. & habebimus ſecundam, vel ſecunda habita, addemus 6. numerum radicum, & fiet æquatio prima, verùm in cæteris denominationibus regula generalis dari non poteſt.

2 Verùm generalis eſt regula, cùm media denominatio, numero & extremæ denominationi æquatur, tunc conuertetur in aliam mediam denominationem, tantundem à numero diſtantem: quantum prior media ab extrema denominatione diſtabat. Sic pro exemplo, ſi cubus & numerus æquales ſint rebus, cubus cum eodem numero, quadratis etiam æquabitur, ſed non ſub rerum numero. Ratio verò habendi mediam denominationem eſt, deprime maiorem denominationem ex mediis, per minorem, & radicem numeri æquationis, ſumptam ſecundum naturam denominationis extremæ, reduces ad denominationem quæ exiit, & cum eo numero, multiplicabis numerum denominationis mediæ proximioris maximæ denominationi extremæ, aut diuides numerum proximioris numero, & qui exit, numerus eſt denominationis mediæ, velut ſi cubus & 16. æquentur 6. quadratis, erit ex dictis cubus & 16. æqualia rebus. Harum numerum ſic venabimur, deprime quadratum per res, exeunt res, accipe ℞. cub. 16. nam cubus eſt extrema denominatio, & eam reduc ad naturam rei, cùm res ſit id, quod prouenit diuiſo quadrato per rem, fiet igitur ℞. cub. 16. quoniam res non auget nec minuit igitur ducemus ℞. cub. 16. in 6. numerum quadratorum, qui ſunt proximiores cubo, quàm numero, & fient res ℞. cub. 3456. æquales 1. cub. p̃. 16. Exemplum aliud. cubus & 8. æquantur 18. rebus, dices igitur, cubus & 8. æquantur quadratis, diuide igitur quadratum per rem exit res, accipe ℞. cubicam 8. quia cubus eſt maxima denominatio, & eſt 2. ea non eſt deducenda aliter, cùm res ſit denominatio exiens, fiet igitur 2. diuiſor 18. numeri rerum, quia res ſunt proximiores numero, quàm cubo, & exibit 9. numerus quadratorum æqualium cubo p̃. 8. eodem modo, ſi dicamus 1. quadr. quadratum p̃. 64. æquatur 10. cubis, cadet tranſmutatio

1. quadr. quad. p̃. 64. 10. cub.
1. quad. quadr. p̃. 64. rebus.
℞. 8. quad. 8.
10.
res 80.

rebus in 1. quad. quadratum p̃. 64. æquale rebus, diuide igitur cubum per rem exit quadratum, duc ℞. ℞. 64. quæ eſt ex natura quadr. quadrati, & eſt ℞. 8. ad naturam quadrati, ſcilicet denominationis exeuntis, fit 8. quem duc in 10. numerum cuborum, quia ſunt proximiores maximæ denominationis, & fiunt res 80. contrà diuide res 80. per 8. ad habendum numerum cuborum.

Eadem ratio tenet, vbi denominatio media cum numero, æquatur extremæ, ſeu duæ denominationes extremæ, numero æquales fuerint, nam eadem regula vnam æquationem in aliam tranſmutabimus. Vt pro exemplo, cubus æquetur 9. rebus p̃. 10. dicemus igitur, cubus p̃. quad. ℞. cubicæ 72900. æquantur 10. & ſi cubus æquatur 6. quadratis p̃. 16. erit cubus & res ℞. cubus 3456. æqualis 16. Et ſi cubus p̃. 18. rebus, æquatur 8. erit cubus æqualis 9. quadratis & 8. numero. Et cùm relatum primum p̃. 6. cubis æquatur 80. erit relatum primum æquale quadratis p̃. 80. diuide igitur cubum per quadratum, exit res, ſume 3

r. 1^m^ p̃. 6. cub. 80.
r. 1^m^ quadr. p̃. 80.
r. rel. 80.——res ℞. rel. 80.
6.
quadr. ℞. rel. 922080.

℞. relati 80. & eam reducito ad naturam rei, remanet ℞. relati 80. quam ducito in 6. numerum cuborum, fit ℞. relata 622080. numerus quadratorum igitur p. æquatur quadratis ℞. relata 622080. p̃. 80. numero, eadem ratione, ſi 1^m^ 1^m^ p̃. 30. rebus æquale ſit 32. numero, tunc erit r. p. æquale quadr. quadrato & 32. numero, diuide quadr. quadratum per rem, exit cubus, reducito 2. ℞. relatam 32. ad cubum, fit 8. diuide 24. numerum rerum per 8. exit 3. numerus quadr. quadratorum, qui cum 32. æquantur relato primo.

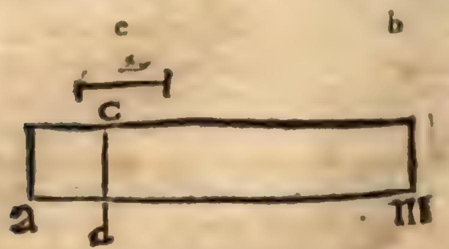
Sed pro habenda æſtimatione in ſingulis, diuides quadratum radicis numeri æquationis, ſumpta ipſa radice: ſecundùm naturam maximæ denominationis, per æſtimationem quam habes, quod exit eſt æſtimatio conuerſi capituli. Exemplum, dictum eſt, quòd ſi cubus & 8. æquatur 18. rebus, cubus & 8. æquabitur 9. quadratis. In prima autem æquatione res valet 4. vel ℞. 6. m̃. 2. dico, quòd ſi acceperis ℞. cubicam 8. quæ eſt 2. & duxeris eam in ſe fit 4. & diuiſeris per priores æſtimationes, ſcilicet 4. vel ℞. 6. m̃. 2. exibunt 1. vel ℞. 24. m̃. 4. æſtimationes cubi p̃. 8. æqualium 9. quadratis. Et eodem modo dictum eſt, quòd ſi r^m^ p^m^ p̃. 6. cubis, æquatur 80. quod r^m^ p^m^ æquabitur ℞. r^a^, 622080. quadratorum p̃. 80. & in prima æquatione æſtimatio rei manifeſtè eſt 2. duc igitur ℞. r^m^ 80. in ſe, fit ℞. r^a^ 6400. diuide per 2. æſtimationem relati & 6. cuborum æqualium 80. exibit ℞. r^a^ 200. æſtimatio rei quando r^m^ p^m^ æquatur ℞. r^e^ 622080. quadratorum p̃. 80. vt verò facilior intellectus omnium horum ſit, viginti quatuor tranſmutationes ſubiungam, ex quibus alias diſcere licebit. Hic namque duodecim ſunt conuerſiones, totidemque econtra, velut ſi cubus & quadratum æquantur numero, conuertetur capitulum in cubum æqualem rebus & numero, at econtra, 4

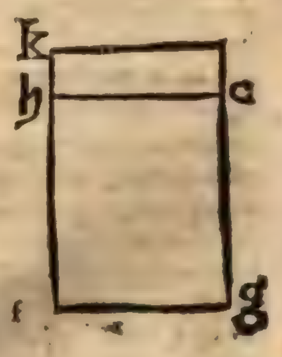
cub. & quad. æqual. n^o in cub. æqual. re & n^o.
cub. æqual. quadr. & n^o in cub. & res æqual. n^o.
cub. & n^s æqual. quadr. in cub. & n^m æqual. rebus.
quadr. quad. & cub. æqual. n^o in quadr. quad. æqual. rebus & n^o.
quad. quadr. & n^s æqual. cub. in quadr. quad. & n^m æqual. rebus.
quadr. quadr. æqual. cub. & n^o in quadr. quad. & res æqual. n^o.
r^m p^m & quad. quad. æqual. n^o in r^m p^m æqual. reb. & n^o.
r^m p^m æquale quad. quadr. & n^o in r^m p^m & res æqual. n^o.
r^m p^m & n^s æqual. quad. quad. in r^m p^m & n^m æqual. reb^o.
1^m p^m & cub. æqual. n^o in 1^m p^m æqual. quad. quad. & n^o.
1^m p^m æqual. cub. & n^o in 1^m p^m & quad. æqual. n^o.
1^m p^m & n^s æqual. cub. in 1^m p^m & 1^m æqual. quadr.

contrà, ſi cubus æqualis ſit rebus & numero: cubus & quadrata numero etiam æqualia erunt.

DEMONSTRATIO.

5 Vt verò eiuſmodi ſit aliqua, exempli cauſa, demonſtratio, ponatur parallelepipedum a b conſtans ex a c cubo, & d b numero,





æquale autem totum hoc quadratis a d lineæ. Igitur cum ipſum conſtet ex d c in a b, conſtabit etiam ex a m in quadratum d c, igitur a m eſt numerus quadratorum, inter m d & d a, ſint continuè proportionales, e proximior a d, & f g proximior d m, quadratum autem f g, ſit g h, & ſit g k ſuperficies, æqualis ei quæ ex e in a m, compleatur autem corpus g k, ſecundùm altitudinem f g, erit igitur ex 15. ſexti Elementorum a m ad f k, vt f g ad e, igitur ex vndecima quinti Elementorum, a m ad f k, vt m d ad f g, ſeu f h. At per decimamnonam quinti Elementorum erit a m ad f k, vt a d ad k h, ex vndecima igitur eiuſdem, m d ad f h, vt a d ad k h, quare cùm ſit m d, ad f h, vt f h ad e, & f h ad e, vt e ad a d, & e ad a d, vt a d ad k h, erunt quinque lineæ m d, f h, e, a d, h k. Continuè proportionales, igitur per 32. 11. & 17. 6. Elementorum erit g h ad a c, vt m d ad h k, vtraque enim duplicata ei, quæ eſt f h, ad a d, quare quod ex d m quinta in a c quadratum ſecundæ, æquale eſt ei, quod ex k h prima in g h quadratum quartæ. Igitur corpus k o eſt numerus propoſitus, & cum cubo b g æquatur rebus totidem, quot ſunt in ſuperficie g k, at g k æqualis eſt ſuperficiei ex e in a m, eſt autem e radix cubica numeri d b, propoſiti, ex 34. 11. Elementorum, & a m numerus quadratorum, vt propoſitum eſt. Igitur numerus rerum g k ſit ex radice cubica numeri æquationis in numerum quadratorum, & numerus æquationis manet idem ſcilicet corpus k o & b d, quorum vnum alteri æquale eſſe demonſtrauimus. Supereſt itaque, vt oſtendamus æſtimationem rei quæ eſt a d in vno, & f g, in altero eſſe, quales proponuntur, cadit enim inter eas proportionalis media e radix cubica numeri propoſiti, igitur ex 16. 6. Elementorum diuiſo quadrato e per vnam earum exibit reliqua. Eodem modo probaremus reliquam partem regulæ, & generaliter, ſed breuitati conſulendum eſt in his quæ ordinem habent eum, vt vnum ex altero cognoſcatur.

REGVLA.

Eſt & alius tranſmutandi modus, manente quidem denominationum numero, variato autem æquationis numero, verùm in reliquis eandem habet rationem, regula igitur eſt. Accipe radicem numeri æquationis, ſecundùm naturam denominationis mediæ quam habes; & eam reduces multiplicando ad naturam denominationis mediæ, quam vis æquari extremis in conuerſione, & hic eſt numerus in ſecunda æquatione. Exemplum, ſi dico, cubus & 8. æquatur 18. rebus, tu ſcis ex tabula ſupra poſita, quæ huic ſeruit regulæ, quòd tranſmutatur in cubum & numerum æqualia quadratis, at ex hac regula liquet, quòd numerus quadratorum æquatur numero rerum, erunt igitur cub. & numerus æquales 18. quadratis, pro numero igitur æquationis accipe 8. quia res non habent radicem, & duc in ſe fiet 64. numerus æquationis, duxiſti autem in ſe quia denominatio media in quam fienda eſt tranſmutatio, eſt quadratum. Eadem ratione, ſi dicatur, 1. quad. quadratum p̄. 8. æquatur 12. rebus, traducetur in quadr. quadratum & numerum æqualia cubis, quare reducemus 8, ad cubum & fiet 1. quad. quadratum p̄. 512. æquale 12. cubis. Et ita, ſi dicatur 1. p^m 1^m p̄. 8. æquatur 5. cubis, tranſmutatio fiet in 1^m p^m p̄. numero, æquale 5. quadratis, ex tabula vel regula, igitur pro numero (quia denominatio media in propoſito eſt cubus) ſumemus ℞. cub. 8. quæ eſt, & eam deducemus ad naturam quadrati, quia quadratum eſt denominatio media in tranſmutatione, fiet igitur 4. quare erit 1^m p^m p̄. 4. æquale 5. quadratis. 6

Eadem ratio tenet, cùm numerus & media denominatio extremæ æquantur, vt tranſmute- 7

mutetur in capitulum denominationum æqualium numero. Exemplum, ſi dicamus, 1. p^{m} 1^{m} p̃. 4. cub. æquatur 64. accipimus propter cubum ℞. cubicam 64. & eſt 4. & eam reducemus ad quadratum denominationem mediam, in quam fienda eſt tranſmutatio, & habebimus 1. p^{m} 1^{m} æquale 4. quadratis & 16. numero, & ſi 1. p^{m} 1^{m} p̃. 4. rebus æquatur 5. quia res non habet radicem, reducito 5. ad naturam quad. quadrati, & fit 625. ideo dicemus, quòd 1. 1^{m} p^{m} æquatur 4. quadratis quadrati p̃. 625.

8 Æſtimationis ratio ſic habetur in media denominatione æquali extremæ & numero. Reducito æquationem quam habes in naturam denominationis mediæ, in quam fienda eſt tranſmutatio, & hoc abiice ex numero denominationis mediæ, & ℞. reſidui, ſumpta ſecundùm naturam denominationis mediæ, ex qua fit tranſmutatio, eſt rei æſtima-

1. p^{m} 1^{m} p̃. 64.	12. cub.
1. p^{m} 1^{m} p̃. 16.	12. quad.

tio. Exemplum, ſi 1. p^{m} 1^{m} p̃. 64. æquatur 12. cubis dicemus p^{m} 1^{m} p̃. 16. æquatur 12 quadratis, æſtimatio primæ æquationis eſt 2. & quia media denominatio in quam fit tranſmutatio eſt quadratum, ducemus 2. in ſe fit 4. abiice ipſum ex 12. numero cuborum, fit 8. reſiduum, cuius ſumemus ℞. ſecundùm naturam denominationis mediæ, ex qua fit tranſmutatio, & eſt cubus, igitur ℞. cub. 8. quæ eſt 2. erit æſtimatio rei in ſecunda æquatione. Aliud Exemplum, ſi p^{m} 1^{m} p̃. 64. æquatur 24. quadratis, tu ſcis, quòd tranſmutetur in p^{m} 1^{m} p̃. 512. æqua-

1. p^{m} 1^{m} p̃. 64.	24. quad.
1. p^{m} 1^{m} p̃. 512.	24. cub.

le 24. cubis, æquatio autem primi propoſiti fuit 2. cubus fit 8. nam media denominatio ſecundæ eſt cubus, abiice 8. ex 24. numero quadratorum, relinquitur 16. cuius ℞. quadrata, id eſt, ſumpta ſecundùm naturam denominationis mediæ primæ æquationis. quæ eſt 4. eſt æſtimatio p^{m} 1^{m} p̃. 512. æqualis 24. cubis.

9 Sed quia intermedia denominatio iungitur numero vel extremæ denominationi, facto tranſitu in comparem, ex ſeptima regula, reduces vt prius æſtimationem quam habes in naturam denominationis mediæ cuius quæris æſtimationem: & ei adde numerum denominationis mediæ, ſi media denominatio, cuius æſtimatio quæritur, iuncta fuerit numero, vel minuemus, ſi iuncta fuerit extremæ denominationi, & eius aggregati vel reſidui ℞. ſumpta, ex natura denominationis mediæ, cuius æſtimatio cognita eſt, erit æquatio ſecundæ quæſtionis quæſita. Exemplum, ſit 1^{m} p^{m} æquale 3. cubis p̃. 8. & æſtimatio rei cognita 2. & tranſmutatur ex regula ſeptima in r^{m} p^{m} p̃. 3.

r^{m} p^{m}	3. cub. p̃. 8.
r^{m} p^{m} p̃. 3. quad.	4.

quadratis æqualia 4. reduco igitur 2. ad naturam quadrati mediæ denominationis, cuius quæritur æſtimatio) fit 4. ex hoc abiicio 3. numerum quadratorum, quia quadrata ſunt iuncta r^{o} p^{o}, & non numero, relinquitur 1. huius ℞. cub. quæ eſt 1. eſt rei æſtimatio, eſt autem cubus denominatio media æquationis iam cognitæ. Rurſus ſit r^{m} p^{m} æquale 7. quadratis p̃. 4. & ſit tranſ-

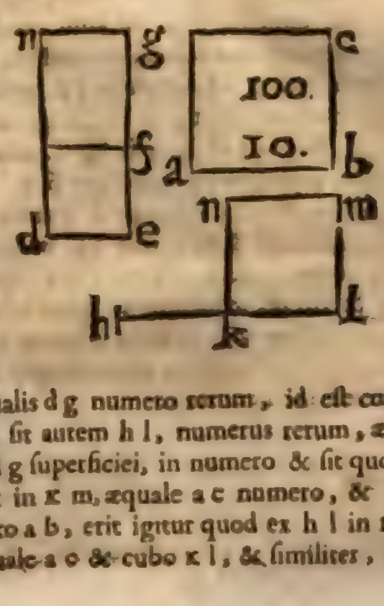
1^{m} p^{m} p̃. 7. cub.	8.
1^{m} p^{m}	7. quad. p̃. 4.

mutatio in 1^{m} p^{m} p̃. 7. cubis æquale 8. ex ſeptima regula, & ſit huius cognita æquatio, quæ ſit 1. & velim reliquam, reduco 1. ad quadratum, mediam denominationem ignotam, & fit 1. huic addemus 7. numerum quadratorum, quia media denominatio ignota, quæ eſt quadratum, iungitur numero, ſcilicet 4. & habebimus 8. huius ℞. cubica ſumpta ex natura mediæ denominationis cognitæ, & eſt 2. talis ℞. cubica, eſt rei æſtimatio, quando p^{m} 1^{m} æquatur 7. quadr. p̃. 4.

Ex hoc patet, quòd ſemper, habito vno capitulo, per ſecundam, tertiam, & quartam regulam, vel per ſextam, ſeptimam, octauam, & nonam, habebimus aliud generaliter, ſi generaliter, vel particulatim, ſi particulatim. Exemplum igitur tale ſit, cognito capitulo cubi & rerum æqualium numero, proponatur cubus æqualis 3. quadratis & 10. numero, habebimus igitur ex ſeptima regula cubum & 3. res æquales ℞. 10. æquatio huius eſt ℞. v. cub. ℞. $3\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $2\frac{1}{2}$ m̃. ℞. v. cub. ℞. $3\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $2\frac{1}{2}$ huius igitur quadratum, addito 3. numero quadratorum, quia quadrata iunguntur numero, erit æſtimatio cubi æqualis 3. quadratis & 10. numero, & hoc eſt quia denominatio media cognita, quæ eſt res non habet ex ſe radicem, & ſic primò generaliter capitulum cubi æqualis quadratis & numero, aliáque multa capitula inueni, duplici viâ. Corol.

DEMONSTRATIO.

Et ne hoc voluntarium videatur, demonſtratio huius adiicienda eſt in vno pro omnibus, ſit cubus d f, cum a b numero, 10



æqualis d g numero rerum, id eſt corpori d g, ſit autem h l, numerus rerum, æqualis d g ſuperficiei, in numero & ſit quod ex h k in k m, æquale a c numero, & quadrato a b, erit igitur quod ex h l in k m, æquale a c & cubo k l, & ſimiliter, quod ex

ex d e in d g, æquale cubo d e, & numero a b, d e autem eſt latus d f, & k l latus k m, ſed h l æqualis eſt d g, cum igitur ex h k in k m fiat a c, & ex d e in f n, a b poſita n f radice κ m, & d e radice h κ, neſcio ſi ex d e in f n, fit a b, ex h κ in κ m, fit a c, námque hoc à Theone in Euclidis commentario eſt demonſtratum, igitur cùm æſtimatio rei in vno ſit k l, in altero d e, ſequitur vt ſublata f d æquali h k (vtraque enim æquatur quadrato d e) ex h l, relinquatur, κ l, rei æſtimatio, quod eſt propoſitum.

11 Eſt & genus tranſmutationis in diſſimile, vt cum quad. quadratum æquatur rebus & numero, & res eſt ℞. 5. p̄. 2. gratià exempli, erit quad. quadratum p̄. eiſdem numero, & res erit eius apotome, videlicet ℞. 5. m̄. 2. & econtrà.

12 Tranſmutantur & ea, quæ conſtant ex quatuor nominibus, cùm fuerint tres partes continuè proportionales, & æquales rebus vel cubis, dico autem, numerus & quadratum & quad. quadratum, vel diuiſo numero rerum per ℞. numeri, exit numerus cuborum, multiplicato verò numero cuborum, per ℞. numeri, producitur numerus rerum æqualium quadr. quadrato & numero eidem, velut, ſi quad. quadratum p̄. 8. quadratis p̄. 64. æquantur 10. cubis igitur ducto 8. ℞. 64. in 10. numerum cuborum, erit 1. quad. quadratum p̄. 8. quadratis p̄. 64. æquale 80. rebus. Habita autem vnâ æquatione, diuide cum ea ℞. numeri, quod exit, eſt reliqua æquatio, velut 1. quad. quadratum p̄. 8. quadratis p̄. 46. æquatur 56. rebus & res eſt 4. erit 1. quad. quadratum p̄. 8. quadratis p̄. 64. æquale 7. cubis, inde diuiſo 8. radice 84. per 2. priorem æquationem, exit 4. ſecunda æquatio quad. quadrati p̄. 8. quadratis p̄. 64. æqualium 7. cubis.

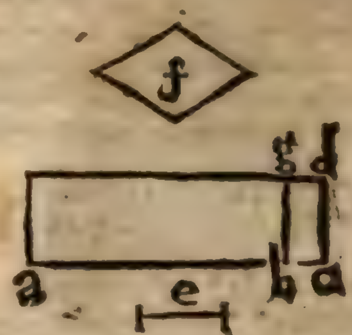
13 Eſt etiam tranſmutatio capitulorum ex tribus conſtantium, in capitula ex quatuor, & pro exemplo, regulam vnam exponam, ſi ſit capitulum cubi & numeri æqualium quadratis, conuertetur in capitulum cubi & rerum, æqualium quadratis & numero, hoc modo, manente numero quadratorum, duc dimidium numeri quadratorum in ſe, & productum eſt numerus rerum, quæ ſunt cum cubo, & octaua pars prioris numeri eſt ſemper numerus, qui eſt cum quadratis, & æquatio ſemper manet eadem. Exemplum, cub. p̄. 16. æquatur 14. quadratis, duc 7. dimidium 14. in ſe, fit 49. accipe $\frac{1}{8}$ de 16. quod eſt 2. habebis 1. cub. p̄. 49. rebus æqualem 14. quadratis p̄. 2. Aliud, cubus & 40. æquatur 8. quadratis, duc 4. dimidium 8. in ſe, fit 16. numerus rerum, accipe $\frac{1}{8}$ de 40. quod eſt 5. igitur cubus & 16. res æquantur 8. quadratis q. 5. & æquatione vnâ inuenta, habes reliquam cùm ſint eædem, demonſtratio huius non eſt hîc neceſſaria.

Capvt VIII.

Docetur æquatio generaliter mediæ denominationis æqualis extremæ & numero.

Demonstratio.

Sit inquam, cubus quadrati & numerus f, æqualis aliquibus rebus, & ſit numerus rerum a d, & ſit b d portio, ex qua 1
ſumpto latere, quale relati primi e, ducto in a g reliquum numeri rerum, fiat f nu-



merus æquationis, dico e eſſe rei æſtimationem, nam quia ex ſuppoſito ex e in a g, fit f, & ex e in b d, fit cub. e, eò quòd e fuit latus relatum, b d, & productum ex e in a g, & in b d æquale eſt producto ex e in a d, ſequitur cùm a d ſit numerus rerum, quòd res æquantur cubo quadrato, & numero f, ſub æſtimatione ipſius e.

Regvla.

Secundùm hoc formabitur regula, cùm fuerint denominatio media & numerus, æ- 2
quales mediæ, & ex numero mediæ denominationis, feceris duas partes, ex quarum rum vna in radicem alterius, ſumptam ſecundùm naturam denominationis, prouenientis ex diuiſione extremæ per mediam, & deductam ad naturam ipſius mediæ denominationis, fiat numerus æquationis, tunc radix ipſa antequam deducetur ad naturam denominationis mediæ, eſt rei æſtimatio. Exemplum, 10. res æquantur quadrato & 21. tunc quia res ſunt immediatæ quadrato & numero, ſufficit facere de 10. duas partes, ex quarum vna in aliam fiat 21. & erunt 7. & 3. & vtraque eſt rei æſtimatio. Aliud, 10. res, æquantur cubo & 3. hîc res eſt coniuncta numero, ſed non cubo, cùm intermediet quadratum. Ideo diuidemus cubum per rem, exit quadratum, dicemus igitur fac ex 10. duas partes, ex quarum vna in quadratam alterius radicem, fiat 3. & erunt 1. & 9. nam ex 1. in 3. ℞. 9. fit 3. ideo talis ℞. ſcilicet 3. eſt rei æſtimatio. Aliud, 10. cubi æquales ſunt quad. quadrati, & 64. iam hic cubus hæret quadr. quadrato, & à numero diſtat intermediantibus quadrato & re, dices igitur, fac de 10. duas partes, ex quarum vna in alterius cubum, producatur 64. & erunt partes 8. & 2. qui ad cubum deducendus eſt, igitur 2. eſt rei æſtimatio, ſcilicet quòd opor-

oporteat ſemper numerum, cum quo operamur, eſſe rei æquationem. Aliud, & eſt quarti modi exemplum, 10. cubi æquantur $p^{o}\ r^{o}$ & 48. tunc iam cubus diſtat à $r^{o}\ p^{o}$, intermedio quad. quadrati, & à numero interpoſitis quadrato & re, diuide igitur $r^{m}\ p^{m}$ per cubum exit quadratum, dicemus, fac de 10. numero mediæ denominationis duas partes, ex quarum vna, in cubum radicis quadratæ alterius producatur 48. numerus æquationis, & erunt partes 6. & 4. nam ex 6. in 8. cubum 2. radicis quadratæ 4. fit 48. ideo ipſum 2. radix quadrata 4. eſt rei æſtimatio. Manifeſtum eſt igitur, quòd ſemper ſumimus radicem ex natura denominationis, ſecundùm quam media in maiore continetur, & deducimus eam ad naturam ipſius mediæ & qui ſcit hoc facere, nouit capitulum, & qui nouit capitulum, ſcit etiam hoc facere.

3 Eſt verò manifeſtum, quòd cùm media denominatio, extremæ & numero æqualis eſt, tunc in omnibus, præterquam in maximo numero, duas æſtimationes neceſſariò habet.

Caput IX.

De ſecunda incognita quantitate non multiplicata.

Generaliter hucuſque noua inuenta tractauimus: nunc verò de ſingulis dicendum ſpeciebus eſt, namque ſæpius illud occurrit, vt quæſtionem propoſitam, duplici poſitione ſoluamus. Eiuſmodi autem eſt exemplum, quando aliter vix rem hanc poſſumus explicare. Tres erant viri pecunias habentes. Primus cum dimidio reliquorum habuit aureos 32. Secundus cum reliquorum tertia parte 28. Tertius cum reliquorum parte quarta 31. quæritur quantum quiſque habuit. Statuemus primo rem ignotam primam, ſecundo ſecundam rem

Prim.	Secund.	Terti.
res	quan.	31. m̃.

Quarta parte reliq^o ℞ primus $16\frac{1}{2}$ p̃. $\frac{1}{8}$ poſ. m̃. $\frac{3}{8}$ quan. æqualia poſitioni primæ.

$\frac{7}{8}$ poſ. p̃. $\frac{3}{8}$ quan. æqualia $16\frac{1}{2}$

Secundus $17\frac{2}{3}$ p̃. $\frac{1}{12}$ quan. m̃. $\frac{1}{4}$ poſ. æqualia quantitati ſecundæ.

$\frac{11}{12}$ quan. p̃. $\frac{1}{4}$ poſ. æqualia $17\frac{2}{3}$

ignotam, tertio igitur 31. aurei, minus quarta parte rei, ac quarta parte quantitatis relicti ſunt, iam igitur vide, quantum habet primus, equidem ſi illi dimidium ſecundi & tertij adiicias, habiturus eſt aureos 32. habet igitur per ſe aureos 32. m̃. $\frac{1}{2}$ quan. m̃. $15\frac{1}{2}$ p̃. $\frac{1}{8}$ poſitionis p̃. $\frac{1}{8}$ quant. quare habebit $16\frac{1}{2}$ m̃. $\frac{3}{8}$ quantitatis p̃. $\frac{1}{8}$ poſ. hoc autem cùm ſit æquale vni poſitioni, erit $\frac{7}{8}$ poſ. & $\frac{3}{8}$ quant. æquale $16\frac{1}{2}$, quare deducendo ad integra 7. poſ. & 3. quant æquabuntur 132. Rurſus videamus, quantum habeat ſecundus, habet hic 28. ſi ei tertia pars primi ac tertij addatur, ea eſt $\frac{1}{3}$ poſ. p̃. $10\frac{1}{3}$ m̃. $\frac{1}{12}$ poſ. m̃. $\frac{1}{12}$ quant, hoc eſt igitur $\frac{1}{4}$ poſ. p̃. $10\frac{1}{3}$ m̃. $\frac{1}{12}$ quant. abiice ex 28. relinquitur $17\frac{2}{3}$ p̃. $\frac{1}{12}$ quant. m̃. $\frac{1}{4}$ poſ. & tantum habuit ſecundus. Suppoſitum eſt autem habere illum quantitatem, quantitas igitur ſecunda, æquiualet $\frac{1}{12}$ ſuimet, & $17\frac{2}{3}$ m̃. $\frac{1}{4}$ poſ. abiectis communiter $\frac{1}{12}$ quantitatis, & reſtituto m̃. alteri parti, fient $\frac{11}{12}$ quan. p̃. $\frac{1}{4}$ poſ. æqualia $17\frac{2}{3}$, quare 1. quan. p. 3. poſ. æqualia erunt 212. multiplicatis partibus omnibus per

7. poſ. p̃. 3. qua. æqual. 122.
3. poſ. p̃. 1. quan. æqual. 212.
7 poſ. p̃. $15\frac{2}{3}$ quan. æqual. $494\frac{2}{3}$

12. denominatorem, inde duces quamuis earum ad æqualitatem alterius, in poſitionum aut quantitatum numero, vtpote dicendo, 3 poſ. p̃. 11. quan. æquantur 212. volo modo vt ſint 7. poſitiones, & erunt per regulam quatuor quantitatum proportionalium, $25\frac{2}{3}$ quan. æquales $494\frac{2}{3}$, habes igitur, vt vides, poſ. p̃. 3. quantitatibus æqualia 132. & 7. poſ. p̃. $15\frac{2}{3}$ quantitatibus æqualia $494\frac{2}{3}$, igitur cum 7. poſ. ſint idem, in vtroque erit differentia quantitatum, ſcilicet $22\frac{2}{3}$, æqualis numerorum differentiæ, quæ eſt $362\frac{2}{3}$, diuide igitur ſicut

7. poſ. p̃. 3. quan. 132.
7. poſ. p̃. $25\frac{2}{3}$ quan. $494\frac{2}{3}$

$22\frac{2}{3}$ quan. æquales $362\frac{2}{3}$

in poſitione ſimplici, per capitulum tertium, $362\frac{2}{3}$, per $22\frac{2}{3}$, exit 16. æſtimatio quantitatis, & tantum habuit ſecundus. Rurſus ponamus primo eſſe rem, ſecundo iam erant 16. tertio ſit ſecunda quantitas, cúmque ſecundus cum tertia parte primi & tertij, habeat 28. ipſe autem habeat 16. erit $\frac{1}{3}$ poſ. p̃. $\frac{1}{3}$ quantitatis æqualis 12. reſiduo 16. & 28. & ideo 2. poſ. p̃. 1. quantitate æquabuntur 36. ad verò primus, cum dimidio reliquorum habuit 32. dimidium

p^a	2^a	3^a
1. poſ.	16	1. quan.

$\frac{1}{3}$ poſ. p̃. $\frac{1}{3}$ quan. 12.
1. poſ. p̃. $\frac{1}{2}$ quan. 24.
poſ. p̃. 1. quan. 36.

$\frac{1}{2}$ quan. æqualis 12.

reliquorum eſt 8. p̃. $\frac{1}{2}$ quan. igitur 1. poſ. p̃. 8. p̃. $\frac{1}{2}$ quan. æquantur 32. igitur abiecto 8. fiet 1. poſ. p̃. $\frac{1}{2}$ quan. æqualis 24. quia igitur 1. poſ. p̃. 1. quan. æquabitur 36. igitur differentia 24. & 36. quæ eſt 12. æquatur dimidio quantitatis, quare per modum capituli tertij, diuiſo 12. per $\frac{1}{2}$, exit 24. æſtimatio quantitatis, ſeu numerus aureorum tertij, iam igitur conſtat ſecundum habuiſſe 16. tertium 24. primus autem cum dimidio ſecundi & tertij habet 32. detracto 20. dimidio ſecundi

& tertij, ex 32. relinquitur 12. numerus primi, habuit igitur primus aureos 12. ſecundus 16. tertius 24. Operatio prolixa, clara tamen ac facilis, ſemper autem reducenda eſt denominatio vna ad eundem numerum, & tunc differentia numerorum æqualis neceſſariò erit differentiæ alterius denominationis, vt vidiſti bis in hoc exemplo.

Exemplum aliud, Dixit primus ſecundo, da mihi tertiam partem tuorum, & 3. p̄. & habebo triplum reſidui tui. At ſecundus primo, da dimidium, & 2. p̄. tuorum, & quod tibi relinquetur erit nona pars omnium quæ ego habebo. Dabimus primo rem, ſecundo quantitatem, quia igitur dando $\frac{1}{3}$ & 3. p̄.

Primus.	Secundus.
1. poſ.	1. quan.

1. poſ. p̄. $\frac{1}{3}$ quan. p̄. 3. triplum $\frac{2}{3}$ quan. m̄. 3.

1. poſ. p̄. 12. æqual. 1 $\frac{2}{3}$ quan.

1. quan. p̄. $\frac{1}{2}$ poſ. p̄. 2. nonuplum $\frac{1}{2}$ poſ. m̄. 2.

1. quan. p̄. 20. æqual. 4. poſ.

ſecundi primo, relinquitur ſecundo $\frac{2}{3}$ quan. m̄. 3. & hoc eſt tertia pars aggregati primi quod eſt 1. poſiti p̄. $\frac{1}{3}$ quantitatis p̄. 3. igitur triplato $\frac{2}{3}$ quan. m̄. 3. & fit 2. quan. m̄. 9. erit hoc æquale poſ. p̄. $\frac{1}{3}$ quantit. p̄. 3. quare reddendo quod eſt minus, alteri parti fiet 1. poſitio p̄. 12. æqualis 1 $\frac{2}{3}$ quantitati. Ruſus quia dictum eſt, quòd ſi primus det dimidium p̄. 2. ſecundo, erit reſiduum ſcilicet $\frac{1}{2}$ poſ. m̄. 2. nona pars aggregati, quod eſt 1. quan. p̄. $\frac{1}{2}$ poſ. p̄. 2. igitur multiplicando tale reſiduum per 9. fient 4 $\frac{1}{2}$ poſ. m̄. 18. æquales 1. quan. p̄. $\frac{1}{2}$ poſitionibus p̄. 2. reddendo minus alteri parti, & auferendo ſimilia, habebimus 4. poſ. æquales 1. quantitati p̄. 20. habebas etiam 1. poſ. p̄. 12. æqualem 1 $\frac{2}{3}$ quantitati, reducito partes ad æqualitatem vnius denominationis, & primo multiplicando 1. poſ. p̄. 12. æqualem 1 $\frac{2}{3}$ quan. per 4. fient 4. poſ. p̄ 48. æquales 6 $\frac{2}{3}$ quantitatibus, & hoc comparabis, vt vides in figura. cum 4. poſitionibus æqualibus 1. quantitati p̄. 20. & ſimiliter eadem

4. poſ. p̄. 48. æquales 6 $\frac{2}{3}$ quan.
4. poſ. æquales 20. p̄. 1. quan.

4. poſ. p̄. 68. p̄. 1. quan. æquales.
4. poſ. p̄. 6 $\frac{2}{3}$ quan.

5 $\frac{2}{3}$ quan. æqualis 64.

5. quan. æqual. 36. p̄. 3. poſ.
5. quan. p̄. 100. æqual. 20. poſ.

5. quan. p̄. 20. poſ. æqual.
5. quan. quan. p̄. 3. poſ. p̄. 136.

17. poſ. æquales 136.

ratione reducendo numerum quantitatum ad æqualitatem, habebis 5. quantitates æquales 36. p̄. 3. poſitionibus, & 5. quantitates p̄. 100. æquales 10. poſitionibus, in vtroque caſu transferes viciſſim, per regulam, ſi æqualibus æqualia addas, tota quoque fient æqualia, & habebis 4. poſitiones p̄. 68. p̄. 1. quantitate æquales 4. poſitionibus p̄. 6 $\frac{2}{3}$ quantitatibus, inde abiectis ſimilibus, relinquentur 5 $\frac{2}{3}$ quan. æquales 68. igitur diuiſo 68. per 5 $\frac{2}{3}$ exit 12. æſtimatio quantitatis, & id quod habuit ſecundus. Eadem ratione, transferes in ſecunda æquatione, partes diſſimiles, dicendo, ſi 1. quan. æquatur 39. p̄. 2. poſitionibus, & 5. quan. p̄. 100. æquantur 20. poſitionibus, igitur 5. quantitates p̄. 10 poſitionibus p̄. 3. poſitionibus, æquantur 5. quantitatibus p̄. 3. poſitionibus, p̄. 136. inde abiectis ſimilibus relinquuntur 17. poſitiones æquales 136. quare diuiſo 136. per 17. exibit 8. poſitionis æſtimatio, ſeu numerus primi, habuit itaque primus 8. ſecundus, 12. & quamuis aliter hæc etiam ſolui poſſint, hoc tamen proprium eſt magis purum, vt vno eodemque inpetu tota quæſtio abſoluatur, etſi etiam primum exemplum per ſolam rem oſtendi queat.

Exemplum tertium ſatis accommodatum inuenias tres quantitates quarũ prima cum ſecunda ſit ſexquialtera primæ cum tertia & prima cum tertia ſit ſexqui altera 2. cum tertia, pone tertiam 1. ſecundam 1. poſ. primam 1. quan. facilius tamen hoc modo: pone tertiam 1. poſ. ſecundam 1. quan. igitur aggregatum ex prima & tertia erit 1 $\frac{1}{2}$ poſ. p̄. 1 $\frac{1}{2}$ quan. detracta tertia relinquetur prima $\frac{1}{2}$ poſ. p̄. 1 $\frac{1}{2}$ quan. Et ſimiliter quia aggregatum primæ & ſecundæ eſt ſexquialterum aggregato primæ & tertiæ erit aggregatum primæ & ſecundæ 2 $\frac{1}{4}$ poſ. p̄. 2 $\frac{1}{4}$ quan. Et quia ſecunda quantitas fuit 1. quan. igitur prima erit reſiduum 2 $\frac{1}{4}$ poſ. p̄. 1 $\frac{1}{4}$ quan. prima igitur quantitas primo modo fuit $\frac{1}{2}$ poſ. p̄. 1 $\frac{1}{2}$ quan. & ſecundo modo 2 $\frac{1}{4}$ poſ. p̄. 1 $\frac{1}{4}$ quan. Et hæc erunt inter ſe æqualia ex prima Animi ſententia Euclidis & ruſus per tertiam earundem detractis vtrinque $\frac{1}{2}$ poſ. & 1 $\frac{1}{4}$ quan. relinquetur 1 $\frac{3}{4}$ poſ. æqualis $\frac{1}{4}$ quan. igitur 1. quan. æquabitur 7. poſ. poſita igitur tertia 1. poſ. fuerit 1. erit ſecunda quæ eſt 1. quan. 7. & quia aggregatum eſt 8. & aggregatum primæ & tertiæ eſt illi ſexqui alterum, erit 12. & cùm ſit 1. erit prima 11. igitur quantitates erunt prima 11. ſecunda 7. tertia 1. & aggregata 18. 12. 8. in ſexquialtera proportione velut propoſitum fuit. Alio primo modo peruenis ad 1. quan. æqualem 1 $\frac{1}{2}$ poſ. p̄. $\frac{1}{2}$ & 1. poſ. æqualem $\frac{1}{2}$ quan. p̄. 1 $\frac{1}{2}$ igitur duplum 2. poſ. æquabuntur 1. quan. p̄. 3. ſed iam oſtendimus 1. quan. etiam æqualem 1 $\frac{1}{2}$ poſ. $\frac{1}{2}$ igitur 2. poſ. æquabunt 1 $\frac{1}{2}$ poſ. d. 3 $\frac{1}{2}$ igitur $\frac{1}{2}$ poſ. æquatur 3 $\frac{1}{2}$ & 1. poſ. æquabitur 7. per idem cum 1. quant. æqualis ſit 1 $\frac{1}{2}$ poſ. p̄. $\frac{1}{2}$ & 1. poſ. ſit æqualis $\frac{1}{2}$ quan. p̄. 1 $\frac{1}{2}$ erit 1. quan. æqualis $\frac{3}{4}$ quan. p̄. 2 $\frac{3}{4}$ igitur $\frac{1}{4}$ quan. æqualis 2 $\frac{3}{4}$, igitur 1. quan. erit æqualis 11. Et eſt pulchrior modus quia operamur per tres quantitates.

CAPVT

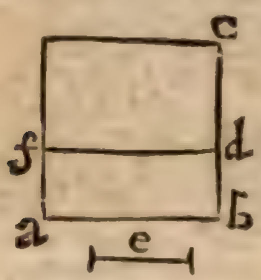
Caput X.

De ſecunda quantitate incognita multiplicata.

Cvm verò duæ quantitates incognitæ multiplicantur, aut in ſe ducuntur quatuor fient modi, quorum maior pars tria habet membra.

Demonstratio.

Primus eſt, cùm quadratum vnius, & quantitates ipſæ comparantur. Sit igitur primò quadratum a c, cuius latus a b, æqua-



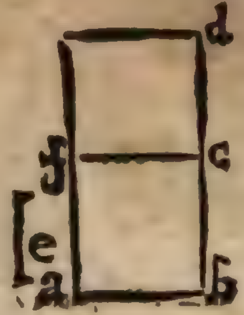
le duplo a b & quintuplo e, gratiâ exempli, igitur poſita b d æquali numero rerum, ſcilicet 2. erit a d æquale duplo a b, igitur c f æquatur quintuplo e, quare ex decimaquinta ſexti Elementorum, a b ad e, vt 5. ad c d. eſt autem a b poſitio, & c d poſitio m̃. 2. & 5. numerus cognitus, quare regula eſt.

Regvla.

Poſita re quantalibet, duc eam in ſe, detracto numero rerum, & quod exit, diuide per numerum ignoratæ quantitatis, exibit æſtimatio ignotæ quantitatis. Exemplum, ponatur res 7. ducatur in 2. m̃. ſe, quia poſitum fuit, vt æquaretur duabus rebus & quinque quantitatibus, fiet 35. diuide 35. per 5. numerum quantitatum, exit quan. etiam 7. & ſi ponatur res 10. ducemus eam in 2. m̃. id eſt in 8. & fiet 80. vnde diuiſo 80. per 5. exit 16. quantitas ſecunda. Quod ſi quantitas ſecunda ponatur cognita, multiplicabimus eam per ſuum nunumerum & producto addemus quadratum dimidij ipſius numeri rerum, & radix totius, addito dimidio numeri rerum eſt æſtimatio rei. Exemplum, ſit ſecunda quantitas 16. ducemus in 5. fit 80. adde 1. quadratum dimidij numeri rerum fit 81. huius ℞. eſt 9. cui addo dimidium numeri rerum, fit 10. quantitas ipſius rei.

Demonstratio.

Rurſus, ſit decuplum a b, æquale quadrato a b, & ſeptuplo e, gratiâ exempli, & ſit quadratum a b ſuperficies a c & b d ſit 10. igitur ſeptuplum e æquale eſt f d ſuperficiei, & vt in præcedenti, a b ad e, ſic 7. ad c d, quare regula eſt, cùm res æquantur quadrato rei & quantitatibus.



Regvla.

Poſitam rem quantumcumque libuerit, minuemus ex numero rerum, & ducemus eam in reſiduum, productum diuidemus cum numero quanititatum, quod exit eſt quantitatis æſtimatio. Exemplum, ponatur hoc in caſu res 8. minue ex 10. numero rerum, relinquuntur 2. quos duc in 8. fit 16. diuide per 7. numerum quantitatum, exit $2\frac{2}{7}$ æſtimatio quantitatis. Quod ſi ſecunda quantitas cognita ſit, ducemus eam in numerum ſuum, & quod producitur, à quadrato dimidij numeri rerum minuemus, & radix reſidui, addita vel detracta, à numeri rerum dimidio, oſtendit æſtimationem rei. Exemplum, ponatur quantitas ſecunda $2\frac{2}{7}$ ducatur in 7. numerum quantitatum, fit 16. abiice hunc numerum ex 25. quadrato dimidij 10. numeri rerum, & relinquitur 9. cuius radix addita vel detracta à 5. dimidio 10. numeri rerum, & relinquitur 9. cuius radix addita vel detracta à 5. dimidio 10. numeri rerum, oſtendit 8. vel 2. æſtimationes ipſius rei.

Demonstratio.

Sit etiam e numerus, æqualis quadrato a b, quod eſt a c, & numero a b qui eſt ſuperficies f d, poſita igitur a b prima, numero e ſecunda, c tertia, b d quarta, erit proportio a b ad e, vt numeri e ad b d, quare regula erit, cùm quantitates æquantur rebus & quadrato rerum.

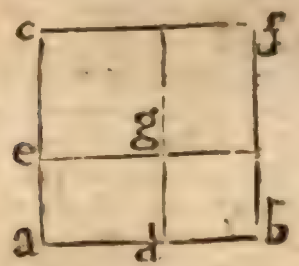
Regvla.

Poſitam rem quantamcumqua libuerit, ducemus in aggregatum ex ipſa & ſuo numero, & productum diuidemus per numerum quantitatum, & quod exit eſt æſtimatio quantitatis. Exemplum, 5. quantitates æquantur 7. rebus, & quadrato rei, & res eſt 3. dicemus igitur, duc 3. in 10. aggregatum 3. æſtimationis rei & 7. numeri rerũ, fit 30. diuide per 5. numerum rerum, exit 6. æſtimatio quantitatis. Quòd ſi quantitas ſecunda ſit cognita, ducemus eam in ſuum numerũ, & producto addemus quadratũ dimidij numeri rerũ & radix totius, detracto dimidio numeri rerum, eſt æſtimatio rei. Exemplum, ponatur 6. quantitatis æſtimatio, quando 5. quantitates æquales ſunt 7. rebus, & quadrato rei, duc igitur 6. æſtimationem quantitatum in 5. numerum quantitatum, fit 30. adde his quadratum $3\frac{1}{2}$ dimidij 7. numeri rerum, ſcilicet $42\frac{1}{4}$, ab huius radice, quæ eſt $6\frac{1}{2}$, ſi auferas $3\frac{1}{2}$, dimidium numeri rerum, relinquetur 3. æſtimatio rei.

Notandum. Solemus autem his vti poſitionibus, cum duorum numerorum, qui ab initio ponuntur, nulla exprimitur comparatio, nec in aggregato nec in differentia, nec in multiplicatione, nec in diuiſione, ſeu proportione, nec in radice, his enim quinque modis comparantur numeri, quare ſi vnus conſiſtat, nulla eſt ſecundæ quantitatis vtilitas, ſed vnâ poſitione quæſtio ſoluitur.

DEMONSTRATIO.

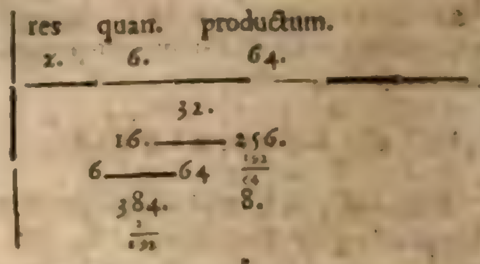
Quod ſi productum, ex re in quantitatem, quantitatibus & rebus comparetur, conſurgent duo modi tantùm, aut enim tale productum quantitatibus & rebus æquabitur, aut res æquabuntur producto & quantitatibus, ſit igitur res a b, quantitas a c, numerus quantitatum a d, numerus rerum a e, erunt igitur ex ſuppoſito, duæ ſu-



perficies d c, & b e, æquales a f, eſt autem a f æqualis quatuor ſuperficiebus, g a, g b, g c, g f, igitur hæ quatuor ſuperficies, æquales ſunt ſuperficiebus d c, & b e, detractis itaque æqualiter tribus ſuperficiebus g a, g b, g c relinquetur altera g a æqualis g f, quare ex 15. ſexti Elementorum, a d, ad d b, vt c e ad e a, proportio igitur numeri quantitatum, ad reſiduum ex re, vt reſidui quantitatis, ablato numero rerum, ad numerum rerum, ſecundùm hoc erit regula,

REGVLA.

Si nota fuerit res, abiiciemus ex ea numerum quantitatum, & cum reſiduo diuidemus productum, ex numero rerum in numerum quantitatum, quod exit eſt addendum numero rerum, & totum eſt quantitas. Exemplum, ſint 10. res & 12. quantitates, æquales producto rei in quantitatem, & ſit quantitas 18. tunc abiicies econtrà, 10. numerum rerum, ex 18. quantitate, & relinquitur 8. cum quo diuido 120. productum ex 10. rerum numero, in 12. quantitatum numerum, & exit 15. quem adde ad 12. numerum quantitatum, fit 27. rei æſtimatio, vnde 10. res, ſunt 270. & 12. quantitates, ſunt 216. quæ iuncta faciunt 486. productum 18. quantitatis in 27. rem, & ita poſuimus exemplum, regulæ conuerſum, vt intelligas vnam & eandem eſſe rationem. Quod ſi productum ipſum cognitum ſit, diuide ipſum productum per numerum quantitatum, ſi ſit minor numero rerum, aut per numerum rerum, ſi ille ſit minor numero quantitatum, & dimidium exeuntis, duc in ſe, à quo abiice illud, quod prouenit, diuiſo producto ex numero maiore in productum quantitatis, in rem, per numerum minorem, ſeu numerus rerum ſit maior ſeu minor, & R. reſidui, addita vel detracta ab eo quod in ſe duxeras, oſtendit æſtimationem quantitatis, aut rei ſcilicet, quæ minore numero deſcribitur, inde diuiſo per eam producto, exit illa, quæ eſt maiore numero deſi-



nita. Exemplum, 2. res & 6. quantitates, æquales ſunt quantitati rei, quæ eſt gratiâ exempli 64. diuido 64 per 2. minorem quàm 6. exit 32. cuius dimidium 16. in ſe duco, & fit 256. abiicio ex hoc 192. qui prouenit, diuiſo 384. producto 6. in 64. per 2. relinquuntur 64. cuius radix eſt 8. quæ addita vel detracta à 16. numero, quem in ſe duxiſti, oſtendit rei æſtimationem 8. vel 24. quare ſi res valet 8. quantitas etiam erit 8. diuiſo enim 64. per 24. & in vtroque caſu, 2. res & 6. quantitates, æquantur 64. quantitati rei.

DEMONSTRATIO.

Quod ſi latus vnum, æquatur producto vnius in alterum, & reliquo lateri, ſit latus illud a b, & reliquum a e, numerus verò lateris a b eſt a c ſuperficies, igitur e f, fit ex ſuppoſito, ex a e in ſuum numerum, eadem autem fit ex a b in e c, proportio igitur a b ad a e, vt numeri a e ad e c, eſt autem eo reſiduum a e quantitatis, & a c numeri rerum, quare regula erit.

REGVLA.

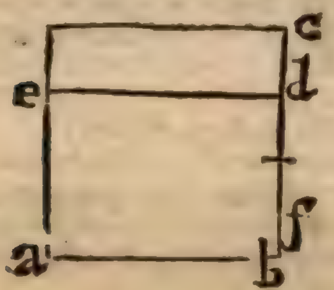
Cùm fuerint res æquales quantitati rei, & quantitatibus, & nota fuerit quantitas, minuemus eam ex numero rerum, deinde ducemus quantitatem in ſuum numerum, & productum diuidemus per tale reſiduum, quod exit eſt æſtimatio rei. Exemplum, 10. res, æquantur quantitati, rei, & quatuor quantitatibus, & quantitas ipſa eſt 8. aufero 8. ex 10. relinquitur 2. duco etiam 8. quantitatem, in 4. numerum ipſius, fit 32. quem diuido per 2. reſiduum relictum, exit 16. æſtimatio rei, & vbi prima detractio nequiret fieri, caſus non poteſt in veris numeris eſſe. Si verò non quantitas, ſed ipſa res, ſit cognita, quia ex a b, in a c, fit, quantum ex a e in aggregatum ex a b & numero a e, diuidemus productum ex numero rerum in æſtimationẽ rei, per aggregatum ex re & numero quantitatum, quod exit, eſt quantitatis æſtimatio. Exemplum, 10. res æquantur quantitati rei, & 4. quãtitatibus, & res eſt 16. duco 16. rem in 10. numerũ rerum, fit 160. diuido per 20. aggregatũ ex 4. numero quantitatũ & 16. rei æſtimatione, exit 8. æſtimatio

tio

tio quantitatis, ſi verò quantitas rei cognita eſſet, duces talem quantitatem rei, in numerum quantitatum, & productum diuides per numerum rerum, exeunti adde quadratum dimidij eius quod exit, diuiſa quantitate rei per numerum rerum: & radix aggregati, addito dimidio, quod prius in ſe duxeras, eſt rei æſtimatio. Exemplum, ſint 4. res æquales 5. quantitatibus, & quantitati rei, quæ ſit 45. ducam 45. per 5. numerum quantitatum, fit 225. diuido per 4. numerum rerum, exit $56\frac{1}{4}$, cui addo $31\frac{41}{64}$ quadratum $5\frac{5}{8}$, dimidij prouentus 45. diuiſi per 4. & fit totum $87\frac{57}{64}$, cuius radici quæ eſt $9\frac{3}{8}$, ſi addantur $5\frac{5}{8}$ dimidium prouentus diuiſionis, fiet 15. res.

DEMONSTRATIO.

6 Cùm verò quadratum rei: & quantitas rei, & res, inuicem comparantur, fiunt modi tres, primus eſt, cùm quadratum rei æquale eſt quantitatibus rerum & rebus, vt ſit a b res, cuius quadratum a c, & ſit b f quantitas, & a d quantitates rerum, & erit,



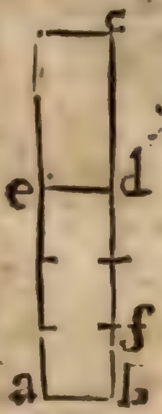
vt quoties b f in b d continetur, totus ſit numerus quantitatis rei, d c igitur exit rerum numerus, quia igitur b c æqualis eſt a b, & c d eſt numerus rerum, erit vt detracto numero rerum ex re, relinquatur b d, productum ex numero quantitatis rei in quantitatem. Vnde regula.

REGVLA.

Cùm quadratum rei æquatur rebus, & quantitatibus rerum, ſi res eſt cognita, auferemus ex ea numerum rerum, reſiduum diuidemus per numerum quantitatis rei, & prodibit quantitas. Exemplum, 10. res cum 4. quantitatibus rerum, æquantur quadrato rei, & res eſt 30. aufero 10. ex 30. relinquitur 20. quem diuido per 4. numerum quantitatis rei, & exit 5. æſtimatio quantitatis. Quòd ſi quantitas nota ſit, ducemus eam in numerum quantitatis rei, & producto addemus numerum rerum, & conflabitur rei æſtimatio. Exemplum, 10. res & 4. quantitates rei, æquantur quadrato rei, & quantitas eſt 7. ducemus 7. in 4. numerum quantitatis, & fiet 28. cui addemus 10. numerum rerum, fiet æſtimatio rei 38. Si verò productum ex re in quantitatem cognitum fuerit, ducemus ipſum in numerum rerum, & ei addemus quadratum dimidij numeri rerum, & radix totius cum dimidio numeri rerum ſuperaddito, eſt æſtimatio rei. Exemplum, quadratum rei æquatur 10 rebus, & quatuor quantitatibus rerum, & quantitas rei eſt 50. ducemus 50. in 4. numerum ſuum, id eſt quantitatum rerum, & fit 200. cui addemus 25. quadratum dimidij 10. numeri rerum, fit 225. cuius radici addo 5. dimidium numeri rerum, & fit 20. rei æſtimatio, vnde diuiſo 50. producto rei, in quantitatem exit $2\frac{1}{2}$, æſtimatio quantitatis.

DEMONSTRATIO.

Quòd ſi quantitas rei, æqualis ſit quadratis rei & numero rerum, ponemus rem a b, & quantitatem b c & quantitas rei a c, ea cauſa neceſſario erit & d c numerus rerum, & a d erit aggregatum quadratorum, igitur detracta d c ex b c, relinquetur b d, qua diuiſa per numerum quadratorum, prodibit b f æqualis a b. Regula igitur eſt, 7

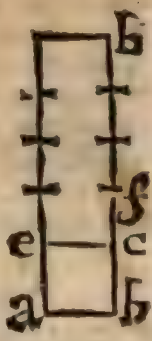


REGVLA.

Cùm fuerit quantitas rei æqualis quadratis rei & numero rerum, & fuerit nota res, ducemus eam in numerum quadratorum, & producto addemus numerum rerum, & conflabitur quantitas. Exemplum, quantitas rei æquatur 6. quadratis rei, & 10. rebus, & res eſt 4. duc 4. in 6. numerum quadratorum, fit 24. adde ei 10. numerum rerum, fit 34. æſtimatio quantitatis. Quod ſi quantitas cognita ſit, auferemus ex ea numerum rerum, & reſiduum diuidemus per nunerum quadratorum rerum, quod exit, eſt æſtimatio rei. Exemplum, quantitas rei æquatur 6. quadratis rei, & 10. rebus, & quantitas ipſa eſt 34. aufero 10. de 34. relinquitur 24. quem diuido per 6. numerum quadratorum, exit 4. æſtimatio rei. Si verò quantitas rei cognita ſit, diuidemus eam per numerum quadratorum, & prodeunti addemus quadratum dimidij eius, quod exit diuiſo numero rerum per numerum quadratorum rerum, & radix totius, cùm detractum fuerit idem dimidium, erit rei æſtimatio. Exemplum, Quantitas rei æquatur 6. quadratis rei, & 60. rebus, & quantitas rei eſt 1200. diuide 1200. per 6. numerum quadratorum rei, exit 200. cui addo 25. quadratum 5. dimidij prouentus 60. numeri rerum, diuiſi per 6. numerum quadratorum, fit 225. à cuius radice, quæ eſt 15. aufero 5. dimidium ipſius prouentus, & relinquetur 10. rei æſtimatio, inde diuiſo 1200. qui eſt quantitas rei: prodit 120. æſtimatio quantitatis.

DEMONSTRATIO.

Quòd ſi numerus rerum, ſit æqualis quadrato rei & quantitatibus rerum (etenim ad vnum quadratum, vel ad vnam quantitatem rei, per communem diuiſionem, ſemper, vt in vniuerſis dictum eſt capitulis, reducere licet) ponemus a b rem, quadratum eius a c, numerum rerum b d, erit igitur 8



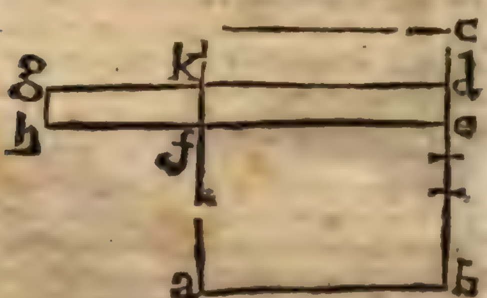
e d, numerus quantitatis rei, & c d numerus productus ex numero quantitatum in quantitatem, quæ ſit c f, quia igitur c d, eſt reſiduum a b & b d, erit regula hæc.

REGVLA.

Cùm fuerit numerus rerum, æqualis quantitatibus rerum, & quadrato rei, & fuerit res cognita, auferemus eam ex ſuo numero, & reſiduum diuidemus per quantitatis rei numerum, quod exit, eſt quantitatis æſtimatio. Exemplum, 10. res, æquantur quadrato rei, & tribus quantitatibus rei, & res eſt 4. auferemus 4. ex 10. relinquuntur 6. diuido per 3. numerum quantitatum rei, exit 2. æſtimatio quantitatis. Si verò quantitas cognita ſit ducemus eam in numerum quantitatis rei, & productum auferemus ex numero rerum, reſiduum eſt rei æſtimatio. Exemplum, 10. res æquantur quadrato rei, & producto rei in quantitatem ter, & quantitas eſt 2. ducemus igitur 2. æſtimationem quantitatis, in 3. numerum quantitatis rei, & producitur 6. quem aufero ex 10. numero rerum, relinqitur 4. æſtimatio rei. Si verò productum ex re, in quantitatem, cognitum fuerit, ducemus illud in numerum ſuum, & productum auferemus à quadrato dimidij numeri rerum, & radix reſidui addita vel detracta, ab ipſo dimidio numeri rerum, oſtendit æſtimationé rei, Exemplum, 10. res, æquantur quadrato rei, & 3. quantitatibus rerum, & quantitas rei eſt 8. ducam 8. in 3. numerum quantitatis rei, fit 24. hunc abiiciemus ex 25. quadrato 5. dimidij 10. relinquetur 1. cuius ℞. quæ eſt 1. addita vel detracta ex 5. oſtendit 6. vel 4. æſtimationes rei, vnde diuiſo 8. quantitate rei, per 6. vel per 4. exit $1\frac{1}{3}$ vel 2. æſtimatio quantitatis.

DEMONSTRATIO.

9 Quod ſi quadratum rei, & quantitas rei, & quantitas inuicem comparentur, conſurgunt tres alij modi, ſit igitur primò quadratum rei, æquale quantitatibus rerum, & numero quantitatum, & ponatur a b res ipſa, cuius quadratum a e, æquale ſit quantitatibus rerum (quæ ſint a d, ita vt d e ſit quantitas) & numero quantitatum d c, qui



ſit f h, eritque ſuperficies g f, æqualis ex ſuppoſito, ſuperficiei e k, quare ex 15. ſexti Elementorum, a b, ad d e, velut h f, ad d e, eſt autem a b res, d e quantitas, h f numerus quantitatum, & d reſiduum rei, & producti ex numero quantitatis rei in ipſam quantitatem, quare regula eſt.

REGVLA

Cùm quadratum rei æquale fuerit productis, ex quantitate in rem & in numerum, fueritque res ipſa cognita, ducemus rem in numerum quantitatum rerum, & producto addemus numerum quantitatum, & cum aggregato diuidemus quadratum rei, prouentus eſt æſtimatio quantitatis. Exemplum, quadratum rei æquale ſit ſex quantitatibus rerum, & 20. quantitatibus, & ipſa res ſit 12. duco 12. in 6. numerum quantitatis rei, fit 72. cui addo 20. numerum quantitatum, fit 92. cum hoc diuido 144. quadratum rei, exit $1\frac{13}{23}$, quantitas ipſa: ſi verò quantitas cognita ſit, ducemus eam in numerum ſuum, & ſeruabimus productum, deinde ducemus eandem in numerum quantitatis rerum: huiúſque producti dimidium, in ſe ductum, addemus priori producto & radici ipſius aggregati, abiiciemus dimidium quod in ſe duxeramus, & totum eſt æſtimatio rei. Exemplum, Quadratum rei, æquale ſit 12. quantitatibus, & 5. quantitatibus rei, & quantitas ipſa eſt 2. ducam 2. quantitatem, in 12. numerum ſuum, fit 24. deinde ducam eandem quantitatem 2. in 5. numerum quantitatis rei, & fit 10. huius dimidium quod eſt 5. duco in ſe, fit 25. addo ad 24. iam ſeruatum fit 49. huius radici quæ eſt 7. addo idem dimidium quod eſt 5. fit 12. æſtimatio rei. Vbi autem nota eſſet quantitas rei (& eſt in figura ſuperficies e k) ducemus eam in ſuum numerum, & producti tertiam partem, ad cubum reducemus, ducemus & quantitatem rei in numerum quantitatum, & dimidium producti in ſe multiplicabimus, & ab hoc auferemus partem quam ad cubum duxeramus, id eſt cubum ipſum, tertiæ partis, primi producti, quem ſeruaſti, & radicem huius reſidui addemus & minuemus à dimidio ſecundi producti, & radices cubicæ aggregati, & reſidui ſimul iunctæ, ſunt æſtimatio rei. Exemplum, Quadratum rei, æquale eſt 12. quantitatibus, & 2. quantitatibus rei, & quantitas rei eſt 24. ducam 2. in 24. fit 48. huius tertiam partem, quæ eſt 16. ducam ad cubum, fit 4096. ducam etiam 24. in 12. fit 288. cuius medietatem in ſe duco, & fit 144. medietas, & eius quadratum 20736. ab hoc aufero 4096. relinquitur 16640. cuius radicem addo & minuo à 144. fiunt 144. p. ℞. 16640. & 144. m. ℞. 16640.

Quad. rei.	Quan.	Quan. rei.
	12.	2.
Quan. rei	24.	
	288.	48.
	144.	16.
	20736.	4096.
	16640.	
	144. p. ℞. 16640.	
	144. m. ℞. 16640.	

℞. 16640. horum radices cubicæ iunctæ, ſunt rei æſtimatio. Quòd ſi ex numero per æqualia diuidendo, ſumpta medietas non producat quadratum æquale, aut maius cubo tertiæ partis primi producti, operaberis per reſiduum regulæ capituli, cubi æqualis rebus & numero, nam facta multiplicatione per productum, vt in exemplo per 24. qui numerus eſt quantitas rei, erit cubus æqualis rebus & numero: rebus quidem productis ex quantitate rei in numerum ſuum: numero autem producto ex quantitate rei in numerum quantitatum, vt in exemplo dictum eſt, quòd quadratum rei æquale fuit 2. quantitatibus rei, & 12. & quantitatibus, & quòd quantitas rei eſt 24. dicemus igitur cubus æquatur 48. rebus, p̃. 288. numero, & 48. producitur ex 24. in 2. & 288. ex 24. in 12. ergo ponamus quòd quadratum rei, æquale ſit 2. quantitatibus rei & 3. quantitatibus, & quantitas rei ſit 8. ducemus 8. in 2. & 3. & producentur 16. & 24. igitur cubus æquabitur 16. rebus p̃. 24. & res valet ℞. 13. p̃. 1. ex capitulo ſuo, inde diuiſo 8. quantitate

Quad. rei	Quan.	Quan. rei.
	3.	2.
	8.	
	24.	16.

rei, per ℞. 13. p̃. 1. exit ℞. $5\frac{7}{9}$ m̃. $\frac{2}{3}$, quantitas ipſa, eſt autem quadratum ℞. 13. p̃. 1. hoc 14. p̃. ℞. 52. & quantitas rei eſt ℞. $75\frac{1}{9}$ m̃. $\frac{2}{3}$. & eſt 8. cuius duplum eſt 16. & tres quantitates ſunt, ℞. 52. m̃. 2. quæ iunctæ cum 16. duplo quantitatis rei, faciunt 14. p̃. ℞. 25. quadratum rei.

Notandum 1. Nota quòd in hac regula, ſemper res eſt media proportionalis, inter quantitatem & aggregatum ex numero quantitatum, & producto rei in nmerum quantitatis rei, vt in exemplo, ℞. 13. p̃. 1. quæ eſt res, eſt proportionalis inter ℞. $5\frac{7}{9}$ m̃. $\frac{2}{3}$, quæ eſt quantitas, & ℞. 52. p̃. 5. qui conſtat ex 3. numero quantitatum, & producto ex 13. p̃. 1. re ipſa, in 2. numerum quantitatis rei.

Not. 2. Nota etiam quòd regula hæc pendet ex capitulo cubi æqualis rebus & numero, velut ſequens ex capitulo cubi & numeri æqualium rebus, & vltima, ex capitulo cubi & rerum æqualium numero.

Not. 3. Nota etiam, quòd res eſt eadem, quæ quæritur in capitulo cubi æqualis rebus & numero, ſed quantitas eſt numerus, qui prouenit diuiſo quocunque numero, per rem ipſam, nam eidem capitulo, cubi æqualis rebus & numero, competit vna ſola res, ſed infinitæ quantitates, velut dictum eſt hîc, quòd res eſt ℞. 13. p̃. 1. & diuiſimus 8. quantitatẽ rei, ſi autem ponatur cubus æqualis 16. rebus & 24. numero, erit res ſemper ℞. 13. p̃. 1. ſed poſita quantitate rei 4. erit numerus quantitatis 6. & quantitatis rei 4. & quantitas ℞. $1\frac{4}{9}$ m̃. $\frac{1}{3}$.

DEMONSTRATIO.

10 Quòd ſi quantitas rei, æqualis ſit quadratis rei & quantitatibus, ponemus a b rem, & quantitatem b c, & numerum quadratorum, ſecundùm quem b g, æqualis a b, continetur in b d, & erunt quadrata a d, iuncta, & e c reſiduum, æquale numero quantitatum, & ſit numerus quantitatum f c, erit igitur f b, æqualis e c, quare b c quantitatis, ad a b rem, vt d c reſidui rei, ductæ in numerum quadratorum, à quantitate ad e f numerum quantitatum, erit etiam ex hoc e b reſiduum æquale a f reſiduo, quare a b media proportionalis inter a h & b c, diuiſam ſeſecundùm numerum, ſecundùm quem b g continetur in b d.



Nota Nota igitur, quòd in hac hac tota regula, res media proportionalis eſt, inter quantitatem diuiſam, per numerum quadratorum, & reſiduum rei & numeri quantitatum.

REGVLA.

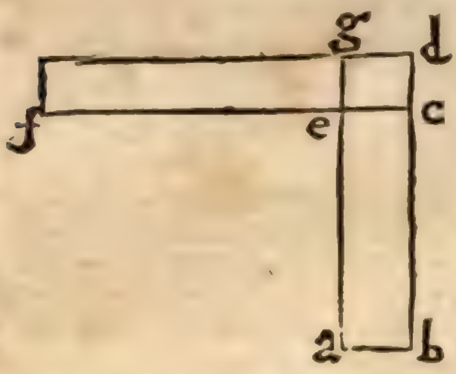
Regula igitur eſt, cùm quantitas rei, æqualis fuerit quadratis rei & quantitatibus, & res nota fuerit, ducemus eam in ſe, deinde in numerum quadratorum, & productum diuidemus, per reſiduum rei à numero quantitatum, & quod exit eſt quantitas. Exemplum, Quan. rei æquatur tribus quadratis rei, & 12. quantitatibus, & ſit res 20. gratiâ exempli, duco 20. in ſe, fit 400. duco 400. in 3. numerum quadratorum, fit 1200. diuido 1200. per 8. differentiam rei & numeri quantitatum, exit 150. quantitas ipſa. Si verò quantitas ipſa cognita ſit, non res, duc eam in numerum quantitatum, & productum diuide per numerum quadratorum, quod exit, abiice ex quadrato dimidij prouentus quantitatis diuiſæ per numerum quadratorum, & radix reſidui, addita vel detracta, à dimidio eiuſdem prouentus, oſtendit æſtimationem rei. Exemplum, Quantitas rei, æqualis eſt 4. quadratis rei, & 3. quantitatibus, & quantitas ipſa eſt 50. duc 50. in 3. numerum quantitatum, fit 150. diuide 150. per 4. numerum quadratorum, exit $37\frac{1}{2}$, deinde diuide 50. per 4. ſcilicet quantitatem per numerum quadratorum, exit $12\frac{1}{2}$, huius dimidium, quod eſt $6\frac{1}{4}$, duc in ſe, fit $39\frac{1}{16}$, à quo abiice $37\frac{1}{2}$, relinquuntur $1\frac{9}{16}$, cuius radix eſt $1\frac{1}{4}$, quæ addita vel detracta à $6\frac{1}{4}$, oſtendit æſtimationes rei, $7\frac{1}{2}$, vel 5. Si autem productum ſeu quantitas rei cognita ſit, ducemus quantitatem rei in numerum quantitatum, & productum diuidemus per numerum quadratorum, exiens eſt numerus, qui cum cubo æquatur tot rebus, quotus eſt numerus qui prouenit diuiſa quantitate rei per numerum quadratorum. Exemplum, Quantitas rei, quæ ſit 1500. æqualis eſt 4. quadratis rei, & 6 quantitatibus, ducemus igitur 6. in 1500. fit 9000. diuide per 4. numerum quadratorum, exit 2250. numerus, qui cum cubo æquatur 375. rebus,

Quan. rei	Quad. rei	Quan.
1500.	4.	6.
	375.	1500.
	2250	1000.

bus, eſt autem 375. numerus. qui prouenit diuiſo 1500. numero quantitatitatis rei, per 4. numerum quadratorum, per capitulum autem ſuum, res valet 10. vel ℞. 300. m̃. 5. & vterque iſtorum numerorum poteſt eſſe rei æſtimatio, in caſu iſto, quando quantitas rei, quæ eſt 1500. æquatur 4. quadratis rei, & 6. quantitatibus, & æſtimatio quantitatis habetur, diuiſo 1500. qui eſt æſtimatio quantitatis rei, per alteram æſtimationem rei.

Demonstratio.

Cùm verò quantitates c d, in numero c f, æquales fuerint quadratis a b rei, & quantitati rei d e, reducendo ad vnam quan-



titatem rei, erit detracta communi ſuperficie d e, ſuperficies g f æqualis a c, quare quadratum a b, per primam ſexti Elementorum, æquale ſuperficiei, ex e g in partem e f talem, qualis a b eſt pars b c, igitur ex decimaſexta ſexti Elementorum, a b media eſt inter d c & partem illam ex e f, vnde regula.

Regula.

Cùm fuerint quantitates, æquales quantitati rei & quadratis rerum, & fuerit nota res, ducemus eam in ſe, deinde productum in numerum quadratorum, & diuidemus, quod producitur vltimò, per numerum quantitatum, detracta re, & exibit quantitas. Exemplum, 12. quantitates, æquantur quantitati rei, & tribus quadratis rei & res eſt 4. ducam 4. in ſe, fit 16. ducam 16. in 3. numerum quadratorum rei, fit 48. diuidam 48. per 12. numerum quantitatum, detracto 4. re, & eſt diuidere per 8. exit 6. quantitas ipſa. Si verò quantitas cognita ſit, duc eam in numerum ſuum, & productum diuide per numerum quadratorum rei: ei prouentui adde quadratum dimidij eius, quod prouenit, diuiſa quantitate per numerum quadratorum, & radix totius, detracto eodem dimidio, eſt æſtimatio rei. Exemplum, 12. quantitates æquantur quant. rei, & 3. quadratis rei, & quantitas eſt 6. duco 12. in 6. fit 72. diuido per 3. numerum quadratorum fit 24. deinde diuido 6. quantitatem per 3. numerum: quadratorũ fit 24. deinde diuido 6. quantitatem per 3. numerũ quadratorum, exit 2. cuius dimidium quod eſt 1. duco in ſe fit etiam 1. addo ad 24. fit 25. cuius ℞. 5. detracto 1. dimidio 2. relinquit 4. æſtimationem rei. Si verò quantitas rei nota ſit, ducemus eam in numerum quantitatum, & productum diuidemus per numerum quadratorum, & quod exit, eſt numerus qui æquatur cubo & rebus, quarum numerus eſt id, quod proue-

Quad. rei	Quan. rei	Quan.
3. —	24 —	12.
8.	288.	
96.		

nit diuiſa quantitate rei, per numerum quadratorum, inde æquatio rei, eſt æſtimatio quæſita, vnde diuiſa quantitate rei, per æſtimationem rei, exibit æquatio quantitatis. Exemplum, 12. res, æquales ſunt quantitati rei, & 3. quad. rei, & quantitas rei eſt 24. duco 24. in 12. fit 288. diuido per 3. numerum quad. rei, exit 8. igitur cubus p̃. 8. rebus: æquatur 96. tunc verò per capitulum ſuum, res valet 4. Ideo 4. eſt rei æſtimatio, cum quo diuide 24. quantitatem rei, exit 6. quantitas ipſa.

Scias: quòd quodlibet capitulum, ſeu regula ex præcedentibus habet omnes proprietates contentas in eadem regula, in ſingulis modis, quamuis modò vtamur vna, modò alia, ſecundùm quòd illud quod eſt notum, aliud ſit. Exemplum, in decima regula ſunt quinque proprietates. Prima, quòd proportio quantitatis ad rem, eſt vt ducta re in numerum quadratorum, & detracta quantitate, ad numerum quantitatum. Secunda, quòd res eſt media proportione, inter quantitatem diuiſam per numerum quadratorum, & differentiam rei à numero quantitatum. Tertia, quòd ducta re in ſe, & pòſt in numerum quadratorum ducto quadrato, tantum fit quantum ex quantitate in reſiduum rei & numeri quantitatum. Quarta & Quinta, ſunt reliqui duo modi procedendi illius regulæ, ad inuentionem rei, horum exempla in quæſtionibus ſubiungere libuit. *Notandum.*

Quæstio I.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta, ſint 100. & productum vnius in alterum duplum ſit aggregato eorum. Ponemus primum rem, ſecundum quantitatem, igitur quantitas rei æqualis eſt 2. rebus, & 2. quantitatibus, quare ex quarta regula, proportio reſidui rei, ad 2. vt 2. ad reſiduum quantitatis, igitur erunt tres quantitates proportionales, reſiduum rei, 2. & reſiduum quantitatis, res autem conſtat ex ſuo reſiduo & 2. ſed quantitas ex ſuo reſiduo & 2. igitur res eſt aggregatum primæ & ſecunndæ trium quantitatum proportionalium, & quantitas aggregatum ſecundæ & tertiæ, igitur ex dictis in capitulo trium quantitatum proportionalium, quadratum aggregati ſecundæ & tertiæ, & cum quadrato ſecundæ, æquantur quadrato aggregati ipſarum trium quantitatum, at verò quadratum aggregati primæ & ſecundæ, & quadratum aggregati ſecundæ &

tertiæ

tertiæ ex ſuppoſito faciunt 100. & quadratum ſecundæ eſt 4. quia ſecunda quantitas proportionalis fuit 2. igitur quadratum aggregati omnium trium quantitatum eſt 104. igitur tres quantitates ipſæ iunctæ, ſunt ℞. 104 & quia ſecunda eſt 2. erunt reliquæ, ſcilicet prima & tertia, ℞. 104. m̃. 2. fac igitur ex ℞. 104. m̃. 2. duas partes, producentes 4. quadratum, 2. & erunt ℞. 26. m̃. 1. p̃. ℞. v. 23. m̃. ℞. 104. & ℞. 26. m̃. 1. m̃. ℞. v. 23. m̃. ℞. 104. & quia res conſtat ex prima & ſecunda proportionali, erit igitur vt addamus 2. vtrique parti, ſcilicet ſecundam quantitatem, & fiet res ℞. 26. p̃. 1. p̃. ℞. v. 23. m̃. ℞. 104. & quantitas ℞. 26. p̃. 1. m̃. ℞. v. 23. m̃. ℞. 104. horum quadrata iuncta ſunt 100. præciſè, & productum vnius in alterum eſt ℞. 416. p̃. 4. duplum aggregati eorum, via verò communi pro-

℞. 26. p̃. 1. p̃. ℞. v. 23. m̃. ℞. 104.
℞. 26. p̃. 1. m̃. ℞. v. 23. m̃. ℞. 104.

℞. v^{ma} 50. p̃ ℞. v. 2068. m̃. ℞. 26624.
℞. v^{ma} 50. m̃. ℞. v. 2068. m̃. ℞. 26624.

cedendo, peruenires ad partes has, quas vides infrà, liquet autem quòd illæ confuſæ magis ſunt, quamuis ſuperioribus æquiualeant.

Qvæstio II.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta ſint 100. & quadratum maioris, æquale ſit ducti maioris in minorem quater cum octuplo maioris. Ponemus maiorem rem, minorem quantitatem, eritque quadratum rei, æquale 4. quantitatibus rei & 8. rebus, quare ex ſexta regula, auferemus 8. ex re, & fiet reſiduum res m̃. 8. vnde diuiſum per 4. exibit $\frac{1}{4}$ rei m̃. 2. & hæc eſt quantitas quadrata igitur rei & $\frac{1}{4}$ rei m̃. 2. æqualia ſunt 110. quare 1$\frac{1}{16}$ quad. p̃. 4. m̃. 1. re, æquabitur 100. & quadratum æquabitur $\frac{16}{17}$ rei, & 90.$\frac{6}{17}$, quare res eſt ℞. 90.$\frac{16}{289}$ p̃. $\frac{8}{17}$, & quantitas eſt $\frac{1}{4}$ huius m̃. 2. ſcilicet ℞. 5$\frac{191}{289}$ m̃. 1$\frac{15}{17}$.

Qvæstio III.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta ſint 100. & productum vnius in alterum, æquale ſit triplo quadrati minoris & ſexcuplo eiuſdem minoris. Ponemus rem minorem numerum, & quantitatem maiorem, igitur quantitas rei, æquatur 3. quadratis rei & 6. rebus, quare ex ſeptima regula, quantitas eſt 3. res p̃. 6. quadrata, igitur rei & trium rerum p̃. 6. iuncta ſunt 100. igitur 10. quadrata p̃. 36. rebus p̃. 36. æquantur 100. & 1. quad. p̃. 3$\frac{3}{5}$ rei æquatur 6$\frac{2}{5}$, res igitur eſt, ℞. 9$\frac{16}{25}$ m̃. 1$\frac{4}{5}$, & quantitas triplum huius p̃. 6. id eſt ℞. 86$\frac{19}{25}$ p̃. $\frac{3}{5}$.

Qvæstio IV.

Fac de 20. tres partes in continua proportione, quarum mediæ quadratum æquale ſit duplo producti mediæ in minorem, & quadruplo minoris. Poſita media re, & minore quantitate, erit quadratum rei, æquale 2. quantitatibus rei, & 4. quantitatibus. Quare ex notando primò nonæ regulæ, res media eſt proportionalis, inter quantitatem & aggregatum ex numero quantitatum 4. ac producto rei in numerum quantitatis rei, ſcilicet 2. tertia igitur quantitas eſt 2. res, p̃. 4. quia igitur tertia quantitas eſt 2. res p̃. 4. & ſecunda res, & hæ cum prima conſtituunt 10. erit prima 6. m̃. 3. rebus, quare ducta prima in tertiam, fiet quadratum ſecundæ, igitur 1. quadra-

2. res p̃. 4.	res	6. m̃. 3. rebus.
4. p̃. ℞. 13$\frac{5}{7}$	℞. 3$\frac{3}{7}$	6. m̃. ℞. 30$\frac{6}{7}$

tum æquatur 24. m̃. 6. quadratis, quare 7. quadrata æquantur 24. & res eſt ℞. 3$\frac{3}{7}$, & hæc eſt media, cuius duplum p̃. 4. eſt tertia, videlicet 4. p̃. ℞. 13$\frac{5}{7}$, inde detracto aggregato ſecundæ & tertiæ ex 10. relinquitur prima 6. m̃. ℞. 30$\frac{6}{7}$, hæ autem quantitates proportionales ſunt, & quadratum ſecundæ eſt æquale duplo producti ſecundæ in primam, cum quadruplo primæ, vt proponebatur.

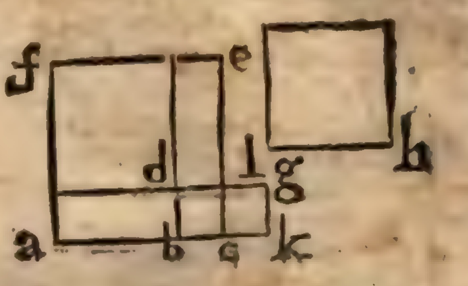
Capvt XI.

De Cubo & rebus æqualibus Numero.

Scipio Ferreus Bononienſis iam annis ab hinc triginta fermè capitulum hoc inuenit, tradidit verò Anthonio Mariæ Florido Veneto, qui cùm in certamen cum Nicolao Tartalea Brixellenſe aliquando veniſſet, occaſionem dedit, vt Nicolaus inuenerit & ipſe, qui cum nobis rogantibus tradidiſſet, ſuppreſſa demonſtratione, freti hoc auxilio, demonſtrationem quæſiuimus, eámque in modos, quod difficillimum fuit, redactam ſic ſubiiciemus.

Demonstratio.

Sit igitur exempli cauſa cubus g h, & ſexcuplum lateris g h æquale 20. & ponam duos cubos a e & c l, quorum differentia ſit 20. ita quod productum a c lateris, in



c k latus, ſit 2. tertia ſcilicet numeri rerum pars, & abſcindam c b, æqualem c k, dico, quod ſi ita fuerit, lineam a b reſiduum, eſſe æqualem g h, & ideo rei æſtimationem, nam de g h iam ſupponebatur, quod ita eſſet, perficiam igitur per modum primi ſup-

poſiti

poſiti ſexti capituli huius libri, corpora d a, d e, d f, vt per d e intelligamus cubum b c, per d f, cubum a b, per d a triplum c b in quadratum a b, per d e triplum a b in quadratum b c. Habebimus igitur quatuor ſuppoſita, quorum duo dicta iam ſunt, ſcilicet quòd ex a c in c b, vel c b fit 2. & quòd differentia cubi a c à cubo c b eſt 20. tertium deducitur ex his & eſt quòd cum id quod producitur ex a b, b c, a c ter ſit æquale differentiæ d e & d a & triplum producti ex a b, a c, b c ſexcuplum a b nam productum ex a c in c b, eſt 2. ex primo ſuppoſito, ergo triplum eius eſt ſex, & productum hoc in a b ſexcuplum ipſius a b. Hoc autem eſt differentia d e & d a. Quartum quod patet ex primo & ſecundo corollario ſexti capituli quòd d f eſt differentia cubi a c cum triplo a c in quadratum c b a cubo c b cum triplo c b, in quadratum a c. Ponatur igitur cubus a c, α, cubus a b c, triplum c b in quadratum a c, γ, triplum a c in quadratum c b, δ, differentia, α, & β, ε, differentia γ & δ ζ differentia α & δ à β & γ ϛ. Igitur cum ε componatur ex ζ & ϛ, vt facile eſt demonſtrare in numeris quos & pro exemplo à latere propoſui ε autem eſt 20. ex ſecundo ſuppoſito & ζ ſexcuplum a b & θ cub. a b igitur cubus a b cum ſexcuplo a b quod eſt cum ſex rebus, nam a b eſt latus ſui cubi, æquatur 20. igitur cum & b h cubus cum ſexcuplo b h æquetur 20. erit b h cubus cum ſexcuplo b h æqualia cubo a b cum ſexcuplo a b, igitur a b eſt res, & ipſa eſt differentia duorum laterum producentium 2. & quorum cubi differunt in 20. quod erat demonſtrandum. Ex his conficiemus regulam.

	α	δ	
ε			ζ
	ϛ	γ	

	24	1		25	
20			13		7
	4	14		18	

REGVLA.

Deducito tertiam partem numeri rerum ad cubum, cui addes quadratum dimidij numeri æquationis, & totius accipe radicem, ſcilicet quadratam, quam ſeruabis vnique dimidium numeri quod iam in ſe duxeras, adiicies, ab altera dimidium idem minues, habebiſque Binomium cum ſua Apotomæ, inde detracta ℞. cubica Apotomæ ex ℞. cubica ſui Binomij, reſiduum quod ex hoc relinquitur, eſt rei æſtimatio. Exemplum,

cubus p̃. 6. rebus æqualis 20.
2. 20.
8. ——— 10.
108.
℞. 108. p̃. 10.
℞. 108. m̃. 10.
℞. v. cu. ℞. 108. p̃. 10.
m̃. ℞. v. cu. ℞. 108. m̃. 10.

cubus & 6. poſitiones, æquantur 20. ducito 2. tertiam partem 6. ad cubum, fit 8. duc 10. dimidium numeri in ſe, fit 100. iunge 100. & 8. fit 108. accipe radicem quæ eſt ℞. 108. & eam gemina bis, alteri addes 10. dimidium numeri, a b altero minues tantundem, habebis Binomium ℞. 108. p̃. 10. & Apotomen ℞. 108. m̃. 10. horum accipe ℞ces cubas & minue illam quæ eſt Apotomæ, ab ea quæ eſt Binomij, habebis rei æſtimationem, ℞. b. cub. ℞. 108. p̃. 10. m̃. ℞. v. cubica ℞. 108. m̃. 10.

Aliud, cubus p̃. 3. rebus æquetur 10. duc 1. tertiam partem 3. ad cubum, fit 1. duc 5. dimidium 10. ad quadratum, fit 25. iunge 25. & 1. fiunt 26. huius radici adde 5. & ab ea minue 5. habebis Binomium ℞. 26. p̃. 5. & Apotomen ℞. 26. m̃. 5. igitur rei æſtimatio eſt ℞. v. cubica ℞. 26. p̃. 5 m̃. ℞. v. cubica ℞. 26. m̃. 5. experientia ſic habetur.

ra. v. cubica ra. 26. p̃. 5. m̃. ra. v. cubica ra. 27. m̃. 5.

cubi partium ra. 26. p̃. 5. m̃. ra. 26. m̃. 5. hoc autem totum, vt liquet, eſt 10.

Quad. partium, ra. v. cubica 51. p̃. ℞. 2900. ℞. v. cubica 51. m̃. ℞. 2600.

triplicata quadrata partium, ℞. v. cub. 1277. p̃. ℞. 1895400.

ra. b. cubica 1377. m̃. ℞. 1865400. partes ipſæ.

m̃. ra. v. cubica ℞. 26. m̃. 5. p̃. ra. v. cubica ℞. 26. p̃. 5.

Producta partium in triplata quadratorum:

p̃. ra. v. cubica 49299354. p̃. 6885. m̃. ra. 47385000. m̃. 7020.

m̃. ra. v. cubica 49299354. m̃. 6885. m̃. ra. 47385000. p̃. 7020.

Porrò hæ ra. cubicæ quatuor nominibus conſtantes, ad duas reduci poſſunt, cùm enim 6885. dempſeris ex 7020. relinquitur 135. detracta etiam radice 47385000, ex radice 49299354. relinquitur ℞. 18854. igitur talia producta erunt ℞. v. cubica ℞. 18954. m̃. 135. m̃. ra. v. cubica ra. 18954. p̃. 135. cubus igitur totus, ex demonſtratis in tertio libro eſt 10. p̃. ra. v. cubica ra. 18954. m̃. 135. m̃. ra. v. cubica ra. 18954. p̃. 135. at verò tres radices ſeu res ſunt,

ra. v. cubica ra. 18954. p̃. 135. m̃. ra. v. cubica ra. 18954. m̃. 135.

Iunctis igitur omnibus ſimul, cum radices illæ vniuerſales cubicæ mutuo ſe deleāt, fiet aggregatum cubi & trium rerum, 10 ad vnguem.

Exemplum tertium, cubus & 6. res æquantur 2. duc 2. tertiam partem numeri rerum, ad cubum fit 8. duc 1. dimidium 2. ad quadratum fit 1. iunge 8. & 1. fiunt 9. huius radix eſt 3. ergo geminatæ 3. alteri adde 1. dimidium numeri, fiet 4. ab altero minue 1. ſimiliter dimidium reliquum numeri, fit 2. minue igitur ra. cubi minoris ex maiore, habebis æſtimationem rei, ra. cubicam 4. m̃. ra. cubica 1.

Memento autem eius, quòd in capitulo de educenda cubica radice in libro tertio dixeramus, quandoque radices illas vniuerſales cubicas, numero integro, vel fracto æquipollere, vt in primo exemplo docuimus, nam ra. v. cubica ra. 108. p̃. 10. m̃. ra. v. cubica ra. 108. m̃. 10. eſt 2. vt ibi ex regula patet,

patet, & vt experimento etiam, notiſſimum eſt.

Facilè autem eſt intelligere tum in hoc capite tum ſequentibus, quod habita æſtimatione & numero rerum, habebimus numerum æquationis ducta æſtimatione in numerum rerũ, & eius quod producitur addito cubo eiuſdem: aggregatum enim eſt numerus æquationis velut 1. cubus p̄. 3. poſ. æſtimatio eſt 2. dico duces 2. in 3. fit 6. adde ei 8. cubum 2. fit 14. numerus æquationis. Et ſimiliter ſi 1 cub. p̄. certo numero rerum cubus æſtimatio ſit ℞. 8. m̄. 2. gratiâ exempli, æquetur 20. tunc habebimus numerum rerum ducendo ℞. 8. m̄. 2. ad cubum fit ℞. 3200. m̄ 56. detrahe à numero æquationis qui eſt 20. relinquetur 76. m̄. ℞. 3200. hoc diuide per ℞. 8. m̄. 2. æſtimationem, exibit numerus rerum ℞. 648. m̄. 2.

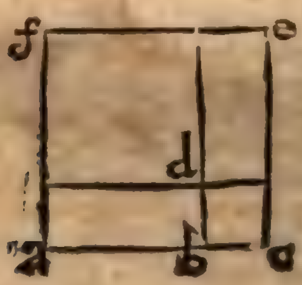
Et ſcias quòd æquatio hæc communis eſſe poteſt omnibus capitulis, velut cubi & numeri æqualium rebus, vt ſi 1. cub. p̄. 12. æquetur 34. poſ. & rei æſtimatio eſt 3. p̄. ℞. 7. vel 3. m̄. ℞. 7. ideò ſi velim 1. cub. p̄. numero poſ. æqualem 12. ſub hac æſtimatione erit ex regula præcedente numerus rerum ℞. 1008. p̄. 2. Sequendo igitur formam capituli huius, & capiendo tertiam partem numeri rerum, quæ eſt ℞. 112. p̄. $\frac{2}{3}$ & ducendo ad cubum fit ℞. 1905552. p̄. 224$\frac{8}{27}$. adde 36. quadratum dimidij 12. numeri æquationis, habebis ℞. v. ℞. 1905552. p̄. 260$\frac{8}{27}$ cui adde & detrahe 6. & accipe ℞. cub. habebis æſtimationem rei ℞. v. cu. ℞. v. ℞. 1905552. ℞. p̄. 260$\frac{8}{27}$ p̄. 6. m̄. ℞. v. ℞. v. ℞. 190555. p̄. 260$\frac{8}{27}$ m̄. 6.

CAPVT XII.

De Cubo æquali rebus & numero.

DEMONSTRATIO.

SIT etiam cubus æqualis rebus & numero, & ſint duo cubi d c & d e, quorum latera a b & b c, producant tertiam partem numeri rerum, inuicem ducta, & ipſi cubi iuncti æquales illi numero, dico a c eſſe rei quæſitæ æſtimationem, cùm enim ex a b in b c fiat tertia pars numeri rerum, ex a b in b c ter, fiet numerus rerum, & ex a c in productum ex a b in b c ter, fient res ipſæ, poſita a c re, at ex a c in produ-



ctum a b in b c ter, fiunt ſex corpora, quorum tria ſunt ex a b in quadratum b c, alia tria ex b c in quadratum a b, hæc igitur ſex corpora, æqualia ſunt rebus, ipſa verò cum cubis d c & d f, ex primo ſuppoſito capituli ſexti conſtituunt cubum a e, cubi etiam d c & d f, æquiualent numero propoſito, igitur cubus a e æqualis eſt rebus & numero propoſitis, quod erat demonſtrandum. ſupereſt oſtendere, quod triplum a c in productum a b in b c, ſit æquale ſex corporibus, id oſtendam, ſi probauero ex a b, in b c ducto in a c, fieri duo corpora ex a b in quadratum b c. & ex b c in quadratum a b, nam quod fit ex a c in productum a b in b c, æquale eſt ei, quod fit ex a b in ſuperficiem b e, latera enim omnia omnibus ſunt æqualia, ſed hoc æquale eſt ei, quod fit ex a b in c d & d e, quod autem fit ex a b in d e, æquale eſt ei, quod fit ex c b in quadratum a b, quoniam latera omnia omnibus ſunt æqualia, quod igitur ex a c, in productum a b in b c fit, æquale eſt his, quæ fiunt ex a b in quadratum b c & ex b c in quadratum a b, quod eſt propoſitum.

REGVLA.

Regula igitur eſt, cum cubus tertiæ partis numeri rerum, maior non fuerit quadrato dimidij numeri æquationis, auferes ipſum ex eodem, & reſidui radicem adde dimidio numeri æquationis, atque iterum minue ab eodem dimidio, habebiſque vt dicunt, Binomium, & Apotomen, quorum ℞. cubicæ iunctæ rem ipſam conſtituunt. Exemplum, cubus æquatur 6. rebus p̄. 40. duc 2. tertiam partem numeri rerum ad cubum, fit 8. aufer ex 400. quadrato 20. dimidij numeri, fit 392. huius radicem adiice ad 20. p̄. ℞. 392. detrahe etiam ab eodem, fit 20. m̄. ℞. 392. horum ℞. cubicæ iunctæ, faciunt rei æſtimationem, ℞. v. cubicam 20. p̄. ℞. 392. p̄. ℞. v. cubica 20. m̄. ℞. 392. Aliud, cubus æquatur 6. rebus p̄. 6. tertiam partem numeri rerum, quæ eſt 2. ad cubũ ducito, fit 8. detrahe ex 9. quadrato dimidij 6 numeri æquationis, relinquitur 1. cuius ℞. eſt 1. hanc adde & minue à 3. dimidio numeri, fiunt partes, 4. & 2. quarum ℞. cubicæ iunctæ, faciunt ℞. cubicam 4. p̄. ℞. cubica 2. æſtimationem rei.

At vbi cubus tertiæ partis numeri rerum, excedat quadratum dimidij numeri, æquationis, quod accidit quandocunque numerus æquationis eſt minor $\frac{1}{4}$ cubi illius, vel vbi ex $\frac{2}{3}$ numeri rerum, producitur in ℞. $\frac{1}{3}$ eiuſdem numeri maior numerus numero æquationis, tunc conſules librum Aliza hic adiectum.

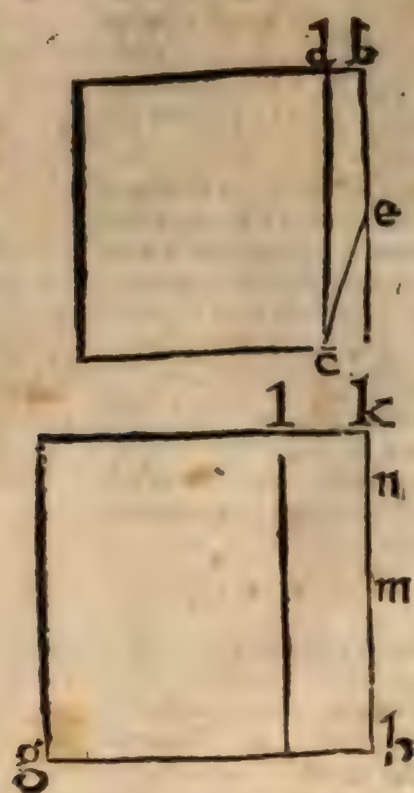
CAPVT XIII.

De Cubo & numero æqualibus rebus.

DEMONSTRATIO.

HOc capitulum ex præcedenti trahitur, ſit igitur cubus g h, æqualis rebus a b, quæ deſcribuntur quadrata ſuperficie & numero f, & ſit baſis cubi g h, quadratum g k, cuius pars quarta ſit h l reſiduum autem æquale a d ſuperficiei, latus autem, quod Græci tetragonicum vocant, reſidui

reſidui c d ſit c e, ſit verò m k dimidium h k, à qua abſcindatur m n, æqualis c e, dico quòd tam h n quàm n k, cubi, cum



F........ numerus,

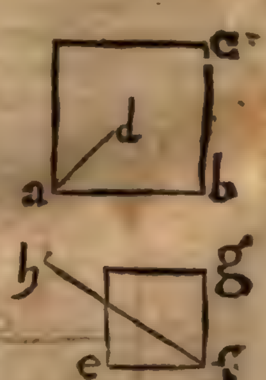
numero f, æquantur rebus a b, vt numerus rerum & æquationis idem maneat, & primò oſtendamus de h n, conſtat enim cubum h n continere latus ſuum h n in quadrato h n, quadratum autem a b (quia g l æqualis eſt a d, & g l triplum eſt quadrati h m) æquale eſt triplo quadrati h m, & quadrato m n, hæc autem ſuperant ex ſecundo Elementorum, quadratum h n, in duplo h m in n h, quare in eo quod fit ex h k in n k, quia h k dupla eſt ad h m, cubus igitur h n, continet latus ſuum h n in ſuperficie a b minus eo, quod fit ex h k in k n. At verò, quia cubus g k continebat res ſeu latera h k in quadrato h k, vel in quadrato a b, cum numero f, igitur ex communi animi ſententia, f numerus æqualis eſt producto ex h k in differentiam quadratorum a b & g k, at differentia g k & a b eſt, quanta differentia h l & c b, quia a d eſt æqualis g l, differentia autem h l & c b eſt, vt quadrati h m & m n, igitur ex differentia quadrati h m, & m n in h k, fit f numerus, at verò per eandem, differentia quadratorum h m, ſeu m k, & m n, eſt duplum m n in n k, cum quadrato n k, & ideo m n & m k in n k, & ideo h n in n k, igitur ex h k in productum h n in n k fit f numerus, addatur igitur f numerus, cubo h n, & ex alia parte productum ex h k in k n ductum in h n producto ex h n in ſuperficiem a b, minus producto h k in k n, fiet cubus h n cum numero f æqualis h n ductæ in a b, ſeu rebus ex a b, quod erat probandum. Similiter, quia differentia g k & à b, quæ eſt h n in k n, ducta in k h, producit f, differentia etiam a b & quadrati k n (cùm a b, ſit æqualis quadratis h m & m k & m n, & ducti k m in m h) æqualis eſt differentiæ dupli k h in h n à quadrato n h addito ei rectangulo h n in n k, at quod fit ex h n in n k cum quadrato n h, æquale eſt producto ex k h in h n, per tertiam ſecundi Elementorum, igitur quadratum a b ſuperat quadratum n k in producto k h in h n ſemel, cùm igitur numerus f contineat k h in producto k h in h n, & cubus k n contineat k n in quadrato k n, erit vt cubus k n cum numero f, ſeu cum producto ex k n in rectangulum k h in n h, æqualis producto a b in k n, igitur cubus k n cum eodem numero f, æqualis eſt a b numero rerum eidem.

REGVLA

Regula igitur eſt: cùm fuerit cubus & numerus æqualis rebus, inuenies æſtimationem cubi æqualis totidem rebus, & eidem numero, cuius dimidium in ſe ducito & triplicato, hoc abiice ex numero rerum, & ℞. reſidui addita dimidio æſtimationis cubi æqualis rebus & numero, vel detracta, oſtendit æſtimationem cubi & numeri æqualium rebus. Exemplum, cubus p̄. 3. æquatur 8. poſitionibus, tunc inuenio æſtimationem cubi æqualis 8. rebus p̄. 3. ex præcedenti capitulo, & eſt etiam 3. huius dimidium duco in ſe, fit $2\frac{1}{4}$, triplica, fit $6\frac{3}{4}$, abiice ex 8. rerum numero, fit reſiduum $1\frac{1}{4}$, cuius ℞. addita vel detracta ab $1\frac{1}{2}$ dimidio æſtimationis cubi æqualis rebus & numero, oſtendit vtraſque æſtimationes quæſitas alteram $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$, reliquam $1\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $1\frac{1}{4}$.

DEMONSTRATIO.

Nunc etiam oſtendamus, quomodo maiore æſtimatiome habita, abſque auxilio præcedentis capituli habeatur & reliqua, & fit, vt ex a d ad a c quadratum fiat numerus æquationis, ita quod quadrata a d & a c iuncta, faciant numerum rerum, eritque ex octauo capitulo, a d, rei æſtimatio, & ſit f h linea, cui ſi adderetur dimidium a d quadratum totius, æquale foret quadrato a c & quadrato dimidij a d, dico f h eſſe ſecundùm æſtimationem, quando cubus cum numero ex a d in a c æqualis eſt rebus in quadrato a c, & quadrato a d, fiat quadratum f g, quod cum quadrato f h æquale ſit quadratis a c & a d, iunctis, quia igitur quadratum compoſitæ ex f h & dimidio a d, æquale eſt quadratis c a & dimidij a d, erit per quartam ſecundi Elementorum, abiecto communi quadrato dimidij a d, quadratum a c æquale quadrato f h, & duplo f h in dimidium a d, quare rectangulo ex f h in a d ſemel cum quadrato f h, quare ex decimaſexta ſexti Elementorum a b media proportione inter f h & aggregatum f h & a d, quia



quia verò quadratum e g, additum producto f h in ſe, & in a d, tantum facit, quantum additum, quadrato a c, e g, verò & f h quadratum, æqualia ſunt quadratis a d & a c, ex ſuppoſito, erit quadratum a c & quadratum a d & productum f h in a d, æquale quadratis a c & e g, inde abiecto communiter a c quadrato, erit e g quadratum, æquale ei quod fit ex f h in a d cum quadrato a d, per eandem e f media proportione eſt inter a d & aggregatum ex a d & h f, cúmque ſimiliter, vt oſtenſum eſt, a b ſit media proportione per 67. lib. de Proport. ſeu quinti huius inter f h & aggregatum f h & a d, erit quia f h & a d iunctæ in vtroque ordine ſunt prima quantitas, proportio f h, ad a d, vt a b ad e f duplicata, quare ex decima ſeptima ſexti Elementorum, f h ad a d, vt a c ad e g, trigeſima quarta vndecimi Elementorum, corpus quod ſub f h & e g continetur, æquale eſt corpori ſub a d & a c, quare & numerò æquationis, cúmque quadrata e g & h f, æquentur numero rerum, quia quadratis a c & a d, erit ex octauo capitulo huius, h f etiam æſtimatio rei, in eodem capitulo. Vnde regula.

REGVLA.

Duc dimidium maioris æſtimationis in ſe, & triplica, & aufer à numero rerum, & ℞. reſidui, detracto dimidio maioris æſtimationis, eſt æquatio quæſita. Exemplum, cubus & 60. æquatur 46. rebus & maior æquatio eſt 6. pro habenda reliqua duc 3. dimidium prioris æſtimationis in ſe, fit 9. hunc triplica fit 27. abiice 27. ex 46. relinquitur 19. ab huius radice abiice 3. dimidium primæ æſtimationis, habebis ſecundam æſtimationem ℞. 19. m̃. 3. Ex hoc capite habentur tria corollaria, primum quod æſtimatio cubi æqualis rebus & numero eſt æqualis duabus æſtimationibus cubi cum eodem numero æqualium totidem rebus veluti cu. æquatur 16. rebus p̃. 21. & æſtimatio eſt ℞. $9\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$ erunt duæ æſtimationes cu. p̃. 21. æqualium 16. rebus ſimul iunctæ ℞. $9\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$ altera. n. eſt 3. reliqua ℞. $9\frac{1}{4}$ m̃. $1\frac{1}{2}$. Ex hoc corollario & regulis datis huius capitis ſequitur ſecundum ſcilicet quod ex mutua multiplicatione & detractione cuiuſlibet æſtimationis cu. & numeri æqualium rebus ponitur altera. Tertium, æſtimationes cu. & numeri æqualium rebus ſe habent in comparatione æſtimationis cu. æqualis totidem rebus & eidem numero, velut apotome ad binomium. Ipſæ verò æſtimationes capituli cubi & numeri æqualium rebus inuicem ſe habent ita, vt radices ſingulorũ reſiduorum ſint velut prima pars Apotome, & dimidium prioris æſtimationis vt ſecunda pars velut in exemplo ſuperiore habebis æſtimationes viciſſim acceptas, quales inferiùs vides & ſuperior earum vt liquet neceſſariò eſt 3. & minor ℞. $9\frac{1}{4}$ m̃. $1\frac{1}{2}$. Experiaris & inuenies.

℞. $9\frac{1}{4}$ m̃. $1\frac{1}{2}$
3.
℞. $9\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$

CAPVT XIV.

De Cubo æquali quadratis & numero.

QVòd ſi cubus, æqualis ſit quadratis & numero, conuertetur capitulum in cubum æqualem rebus & numero, primo conuerſionis modo, qui eſt à toto ad partem, nam ſecundus eſt à parte ad totum, tertius à differentia partium, quartus à proportione.

DEMONSTRATIO.

Sit igitur cubus a c, in capituli 12. figura, æqualis 6. quadratis a c, & 100. cúmque quadratum a c, conſtet quadrato a b, & gnomone eum circumdante, erit cubus a c æqualis quadratis 6. a b, & gnominibus 6. & 100. gnomon autem conſtat quadrato b c, & duplo a b, in b c, igitur cubus a c conſtat 6. quadratis a b & 6. quadratis b c & 6. productis a b, in b c bis, & 100. at ex a b in b c bis, fiunt 4. res, quia a b eſt res, & b c, 2. & 6. quadrata b c, ſunt triplum cubi b c, quia b c eſt tertia pars 6. igitur cubus a c, æqualis eſt 6. quadratis a b, & 24. rebus, & triplo cubi b c, & 100. at conſtat, quòd 24. numerus rerum, conſtat ex 9. numero quadratorum, in 4. qui eſt duplum tertiæ partis eiuſdem numeri. At ex alia parte conſtat etiam, cubus a c, cubis a b & b c, & triplo a b in quadratum b c, & triplo b c in quadratum a b, hoc namque in primo ſuppoſito ſexti capituli oſtenſum eſt, igitur cub. a c, æqualis eſt cubis a b & b c & 6. quadratis & 12. rebus, igitur cubus a b, & cubus b c, & 6. quadrati, & 12. res, æquantur 6. quadratis & 24. rebus, & triplo cubi b c & 100. conſtat autem, quòd numerus quadratorum manet idem, quia eſt triplus ad b c, & b c fuit tertia pars numeri quadratorum, & numerus rerum eſt ex numero quadratorum in ſuam partem tertiam, hoc enim æquale eſt ſemper, triplo quadrati tertiæ partis, abiectis igitur communiter cubo b c ſemel, & 6. quadratis, & 12. rebus ſcilicet tot rebus, quot fiunt ex numero quadratorum in ſuam tertiam partem, relinquetur cubus a b, æqualis 100. & 12. rebus, & duplo cubi b c, manifeſtum eſt autem, quòd numerus 100. manet idem, & quòd numerus rerum fit ex numero quadratorum in tertiam ſui partem, & quòd duplum cubi b c, eſt 16. quia b c eſt 2. igitur cubus a b æqualis eſt 12. rebus, & 116. numero, ideo ex præcedenti capitulo, inuenta a b, addemus ei b c, tertiam partem numeri quadratorum, & conflabitur a c, & quia in quærendo a b, reducimus tertiam partem numeri rerum ad cubum, & hæc tertia pars numeri rerum, eſt quadratum tertiæ partis numeri quadratorum, ideo ex vltima contractione ſit hæc regula.

REGVLA.

Adde cubum tertiæ partis numeri quadratorum,

torum, dimidio numeri æquationis, & totum quod inde fit, in ſe ducito, à quadrato abiice cubum, quadrati tertiæ partis numeri quadratorum, reſidui radicem adde & minue dimidio aggregati, quod in ſe duxeras, habebis Binomium & Apotomen, cuius ℞. cubicam iunge, & eis adde tertiam partem numeri quadratorum, & totum quod conflatur, eſt rei æſtimatio. Exemplum, cubus æquatur 6. quadratis p̃. 20. adde 8. cubum 2. tertiæ partis 6. ad 10. dimidium 20. fit 18. ab huius quadrato 324. abiice 64. cubum quadrati 2. relinquitur 260. cuius radicem adde & minue à 18. habebis 18. p̃. ℞. 260. & 18. m̃. ℞. 260. horum ℞. cubicæ iunctæ, addita tertia parte numeri quadratorum, conſtituunt rem.

Capvt XV.

De Cubo & Quadratis æqualibus numero.

Demonstratio.

HOc capitulum conuertitur ſecundo modo, differentia autem eſt, quod primus modus oſtendit addendam tertiam partem numeri quadratorum, & ſecundus minuendam, ſit igitur, in figura decimitertij capituli, cubus a b cum 6. quadratis a b, æqualis 100. & ponatur b c tertia pars numeri quadratorum, & compleatur cubus a c, erit igitur cubus a c æqualis cubo a b, & 6. quadratis, & 12. rebus, & cubo b c, ex primo ſuppoſito ſexti capituli, loco igitur cubi a b & 6. quadratorũ ponatur 100. nam illa erant æqualia 100. igitur cubus a c, æqualis erit 12. rebus, & cubo b c, & 100. at 12. res ex a b, deficiunt a 12 rebus ex a c, in 12 b c, at illud 12. vt oſtenſum eſt in præcedenti, fit ex triplo quadrati b c, igitur 12. b c, eſt triplum cubi b c, igitur cubus a c & triplum cubi b c æquantur 12. rebus, & cubo b c, & 100. abiecto igitur cubo b c communi ſemel, erit cubus a b cum duplo cubi b c, æqualis 12. rebus, & 100. duplum autem cubi b c eſt 16. & numerus rerum eſt triplum quadrati b c, tertiæ partis numeri quadratorum, & ideo inuenta æſtimatione a c, abiiciemus b c tertiam partem numeri quadratorum, & relinquetur a b cognita. Secundùm hoc erit regula.

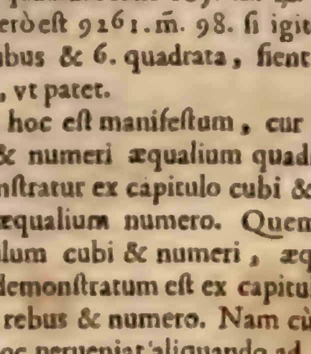
Regvla.

Duc tertiam partem numeri quadratorum, ad cubum, & duplica illum cubum, & differentiam numeri æquationis ab eo ſume, inde triplica quadratum tertiæ partis numeri quadratorum, & habebis res, quæ æquantur cubo & numero, ſi duplum cubi fuit maius numero æquationis, vel res cum numero, æquales cubo, ſi duplum cubi minus ſit numero æquationis, vel res æquales cubo, vbi differentia numerorum nulla ſit, inde inuenta æſtimatione, minue ab e. tertiam partem numeri quadratorum, & reſiduum eſt rei æſtimatio. Exemplum, Cubus & 6. quadrata æquantur 100. duc 2. ad cubum fit 8. duplica fit 16. abiice ex 100. habebis cubum, æqualem 84. p̃. 12. rebus, ſunt autem 12. res, triplum quadrati 2. tertiæ partis 6. numeri quadratorum, res igitur eſt, ex capitulo 12. ℞. v. cubica 42. p̃. ℞. 1700. p̃. ℞. v. cubica 42. m̃. ℞. 1700. ab hoc abiice 2. tertiam partem 6. erit rei æſtimatio quæſita, quando cubus & 6. quadrata æquantur 100. hæc ℞. v. cubica 42. p̃. ℞. 1700. ℞. v. cub. 42. m̃. 1700. m̃. 2. Rurſus, ſit cubus & 6. quadrata, æqualia 25. & abiicio 16. duplum cubi tertiæ partis 6. ex 25. fient 9. & 12. res, vt priùs, æquales cubo, res igitur valet 5$\frac{1}{4}$ p̃. 1$\frac{1}{2}$, abiice 2. relinquitur æſtimatio quæſita, ℞. 5$\frac{1}{4}$ m̃. 1$\frac{1}{2}$. Rurſus, cubus & 6. quadrata æquantur 16. abiice duplum cubi 2. ſcilicet 16. ex 16. numero relinquitur nihil, deinde ſume triplum quadrati, & eiuſdem tertiæ partis numeri quadratorum, & eſt 12. numerus rerum, æqualium cubo, quare quadratum æquatur 12. quare res eſt ℞. 12. abiice 2. tertiam partem 6. relinquitur rei æſtimatio, ℞. 12. m̃. 2. Rurſus, cubus & 6. quadrata æquentur 7. ſume differentiam 7. & 16. dupli cubi 2. & eſt 9. & quia duplum cuborum eſt maius numero æquationis, & numerus rerum eſt 12. vt priùs, habebimus cubum p̃. 9. æqualem 12. rebus, ideo res valet 3. vel ℞. 5$\frac{1}{4}$ m̃. 1$\frac{1}{2}$ abiice 2. erit æſtimatio cubi & 6. quadratorum 1. vel ℞. 5$\frac{1}{4}$ m̃ 3$\frac{1}{2}$ & hoc eſt in re m̃. quia 3$\frac{1}{2}$ m̃. maius eſt quàm ℞. 5$\frac{1}{4}$, & 6. quadrata ſunt 105. m̃. ℞. 9261. cubus verò eſt 9261. m̃. 98. ſi igitur iungantur cubus & 6. quadrata, fient 7. ad vnguem, vt patet.

Ex hoc eſt manifeſtum, cur capitulum, cubi & numeri æqualium quadratis, non demonſtratur ex capitulo cubi & quadratorum æqualium numero. Quemadmodum capitulum cubi & numeri, æqualium rebus, demonſtratum eſt ex capitulo cubi æqualis rebus & numero. Nam cùm capitulum hoc perueniat aliquando ad capitulum cubi & numeri æqualium rebus, melius eſt igitur ducere capitulũ cubi & numeri æqualium quadratis, immediatè ad capitulum cubi & numeri æqualium rebus, quàm ad idem capitulum, medio capituli cubi & quadratorum æqualium numero, nam & operatio longior, & demonſtratio magis confuſa euaderet.

Demonstratio.

Demonſtratio alia ſimilis noſtræ generali, capituli ſeptimi inventa à Ludouico de



Ferrariis. Sit cubus a c & 6. quadrata, gratiâ exempli, c d æqualia 100. quia

quia igitur b d, eſt altitudo 6.quadratorum, erit b d 6. poſita igitur a d quadrato aliquo, erit a b quadratum m̃. 6. a c igitur ſuperficies 1. quad. quadratis p̃. 36. m̃. 12. quadratis, & hæc eſt baſis corporis a e, quare corpus a e eſt 1. cu. quadratum p̃. 36. quadratis m̃. 12. quad. quadratis & hoc eſt æquale 100. igitur 10. radix 100. æquatur 1. cub. m̃. 6. poſ. radici 1. cu. quadrati p̃. 36. quadratis, m̃. 12. quad. quadratis, m̃. 12. quad. quadratis, æſtimatio igitur rei eſt cognita, qua in ſe ducta, quia a d poſita eſt 1. quadratum, habebitur a d, à qua detracta b d, quæ fuit 6. relinquetur a b, quæſita res.

Regula.

Regula igitur eſt, pone numerum quadratorum, numerum rerum, quæ cum ℞. numeri propoſiti æquantur cubo, & inuentam æſtimationem in ſe ducito, à quo abiice productione numerum quadratorum ſeu rerum, reſiduum eſt rei æſtimatio. Exemplum, Cubus & 6. quadrata æquentur 40. dices igitur, cubus æquatur 6. rebus & ℞. 40. æſtimatio rei, eſt ex ſuo capitulo, ℞. v. cubica ℞. 10. p̃. ℞. 2. p̃. ℞. v. cubica ℞. 10. m̃. ℞. 2. hanc in ſe ducito producetur ℞. v. cubica 12. p̃. ℞. 80. p̃. ℞. v cubica 12. m̃. ℞. 50. p̃. 4. abiice 6. numerum rerum, relinquetur æſtimatio quæſita, ℞. v. cubica 12. p̃. ℞. 80. p̃. ℞. cub. 12. m̃. ℞. 80. m̃. 2. Idem inuenies ex prima regula operationis. Probatio eſt, vt in exemplo, *Exemplum.* cubus & quadrata 3. æquentur 21. æſtimatio ex his regulis eſt, ℞. v. cubica $9\frac{1}{3}$ p̃. ℞. $89\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. cubica $9\frac{1}{3}$ m̃. ℞. $89\frac{1}{4}$ m̃. 1. cubus igitur eſt hic conſtans ex ſeptem partibus,

12. m̃. ℞. cubica, $4846\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $23487833\frac{1}{4}$
m̃. ℞. v. cubica $4846\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $23487833\frac{1}{4}$
p̃. ℞. v. cub. $46041\frac{1}{4}$ p̃. ℞. $2119776950\frac{7}{8}$ m̃. ℞. $2096286117\frac{9}{16}$
p̃. ℞. v. cub. $46041\frac{1}{4}$ p̃. ℞. $2096354180\frac{11}{16}$
p̃. ℞. v. cub. $46041\frac{1}{4}$ p̃. ℞. $2096354180\frac{11}{16}$ m̃. ℞. $2096289117\frac{9}{16}$ m̃. ℞. $2119776950\frac{7}{8}$
p̃. ℞. v. cub. $226\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $65063\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. cub. $256\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $65063\frac{1}{4}$

Tria autem quadrata ſunt ex ſeptem partibus hoc modo,

9. p̃. ℞. v. cub. $4846\frac{1}{2}$, p̃. ℞. $23487833\frac{1}{4}$,
p̃. ℞. v. cub. $4846\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $23487833\frac{1}{4}$
m̃. ℞. v. cub. $256\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $65063\frac{1}{4}$
m̃. ℞. v. $256\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $65063\frac{1}{4}$
m̃. ℞. v. cub. $256\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $65063\frac{1}{4}$
m̃. ℞. v. cub. $256\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $65063\frac{1}{4}$

Inde iunctis tribus quadratis cum cubo ſex partes, quæ ſunt ℞. v. cubicæ æquales p̃. cum m̃. cadunt & relinquitur 21. ad amuſſim aggregatum.

Quæstio.

Columna quadrata 36. cubitis alta, lata & profunda cubito vno: ei pondere eſt æqualis ad amuſſim quadrata alia columna, à qua ſi detrahantur ſex cubiti altitudinis, reliquum erit ſolidum vndequaque quadratum, poſita igitur ſecundæ colomnæ latitudine 1. poſ. erit 1. cu. p. 6. quad. æqualia 36. quare res erit ℞. cu. 16. p̃. ℞. cu. 4. m̃. 2. & hoc eſt latus baſis colomnæ altitudo autem eſt 6. cuborum, plus igitur altitudo eſt cubitorum ℞. cu. 16. p̃. ℞. cu. 4. p̃. 4.

Capvt XVI.

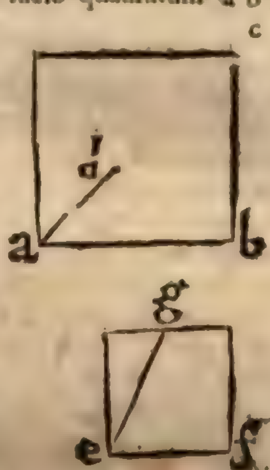
De Cubo ac Numero æqualibus quadratis.

Regula.

HOc capitulum per ſe patet: ex demonſtratione ſeptimi capituli, regula eſt, duc ℞. cubicam numeri, in numerum quadratorum, producetur numerus rerum æqualium cubo, & eidem numero, inuentis autem æſtimationibus, duc ℞. cubicam numeri in ſe, & productum diuide per quamlibet æſtimationem inuentam, exibit æſtimatio quæſita vtraque. Exemplum, 1. cubus p̃. 64. æquetur 18. quadratis, duc 18. in 4. ℞. cubicam 64. fit 72. numerus rerum æqualium cubo p̃. 64. huius æſtimationes ſunt ex capitulo ſuo, 8. & ℞. 24. m̃. 4. cum quibus diuide 16. quadratum 4. ℞. cubicæ 64. exit 2. & ℞. 96. p̃. 8. & hæ ſunt æſtimationes.

Demonstratio.

Et ſi vna æſtimationum habita a b, volo habere reliquam, facio quadratum a b, quod ſit a c, & detraho a b ex numero quadratorum & relinquetur a d, & ducatur a d, in aggregatum ex a b, & quarta parte a d, & ſuperficiei productæ ſumatur latus quod in eam poteſt, & ei addatur dimidium a d, & fiat e f, quam dico eſſe ſecundam æſtimationem, fiat quadratũ e f, & ſumatur e g, quæ cum e f iuncta æqualis ſit aggregato a b & a d. Quia igitur e f quadratum, æquale eſt producto ex tetragonali in ſe, & dimidio a d in ſe; & producto tetragonalis in a d per quartam ſecundi Elementorum, erit quadratum e f, æquale producto a d in aggregatum ex a b, & dimidio a d, & tetragonali ex decimaſexta ſexti Elementorum, igitur e f media inter a d & aggregatum a b & tetragonalis & dimidio a d, dimidium autem a d & tetragonalis conſtituunt e f, ex ſuppoſito, e f igitur media eſt proportione inter a d & aggregatum a b, & e f. Rurſus, quod fit ex a b & a d, in a b & e f, æquale eſt ei quod fit ex e f & e g, in aggregatum a b & e f, quia ex ſuppoſito e f, & e g, æquantur a b, & a d & a b & e f manent idem, quod autem fit ex a d in a b & e f, ex probatis, æquale eſt quadrato e f, igitur quod fit ex a b in a b & e f, cum quadrato e f, æquale eſt ei quod fit ex e f & e g in e f & a b, abiecto igitur cõmuni quadrato e f, erit quod fit ex a b in aggregatũ a b & e f, æquale producto a b & e f in e g, cum eo quod fit ex



e f in a b, detracto igitur communi iterum producto, a b in e f, relinquetur quadratum a b, æquale producto ex a b & e f in e g, quare a b media inter e g & aggregatum a b & e f, fuerat vero, vt dictum eſt, e f media, inter a d & aggregatum a b & e f, ſunt igitur tres quantitates analogæ, in duobus ordinibus, quarum prima in vtroque ordine eadem eſt, videlicet aggregatum

a b & e f	
a b	e f
e g	a d

a b & e f, igitur per 67. libri quinti huius, e g ad a d, vt a b ad e f duplicata, quare ex decimaſeptima ſexti Elementorum, e g ad a d, vt a c ad quadratum e f, igitur ex trigeſimaquarta vndecimi Elementorum, corpus quod ex a d in a c, æquale eſt corpori ex e g in quadratum e f, ſed a b fuit æſtimatio rei, Igitur corpus quod ex a d in a c æquale eſt numero æquationis poſito aggregato a d & a b numero quadratorum, per demonſtrationem habitam in capitulo octauo, igitur productum ex e g in quadratum e f, eſt æquale numero æquationis, cùm igitur e f & e g, ſint æquales numero quadratorum, quia aggregato a b & a d, & ex g e in quadratum e f, fiat numerus æquationis, erit per octauum capitulum, e f rei æſtimatio, quod erat probandum.

REGVLA.

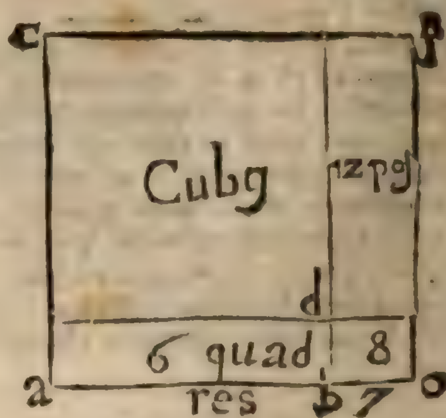
Regula igitur eſt, minue primam æſtimationem à numero quadratorum, & reſiduum duc in aggregatum ex prima æſtimatione, & quarta parte eiuſdem reſidui, & producti accipe radicem, cui adde dimidium eiuſdem reſidui, aggregatum eſt æſtimatio rei quæſita. Exemplum, ſit cubus cum 24. æqualis 8. quadratis, & æſtimatio cognita 2. abiicio 2. ex 8. numero quadratorum relinquitur 6. hoc duc in $3\frac{1}{2}$, quod conſtat ex 2. prima æſtimatione, & $1\frac{1}{2}$ quarta parte 6. reſidui, fit 21. cuius radici adde dimidium reſidui primæ æſtimationis, quod eſt 3. fit ℞. 21. p̄. 3. æſtimatio quæſita.

CAPVT XVII.

De Cubo, Quadratis & Poſitionibus æqualibus numero.

DEMONSTRATIO.

SIT gratiâ exempli cubus a b, & 6. quadrata, & 20. poſitiones æqualia 100. & addam b c ad a b, quæ ſit 2. tertia pars numeri quadratorum, & deſcribitur cubus vniuerſalis a c, ſecundùm quod componitur ex ſuis octo partibus, erit igitur cubus a b, f d ſuperficies cum ſua altitudine, & cubus b c 8. quia b c eſt 2. & a d corpora, 6. quadratis a b æqualia, & corpora de 12. a b ſeu duodecuplo a b ex ſexto capitulo huius libri, quia igitur cubus a b & 6. quadrata & 20. poſitiones, æquantur 100. addantur 8. poſitiones, quæ ſunt reliquum ad 20. poſitiones, cubo a c, qui iam æquabatur cubo a b, & 6. quadratis, & 12. poſitionibus, & cubo b c, erit cubus a c cum 8. poſitionibus, æqualis 108. nam



cubus a c excedit tria corpora d a, d e, in cubo e d, qui eſt 8. at quia 8. poſitiones a b deficiunt a b 8. poſitionibus a c cubi maioris, in 8. b c ſeu octuplo b c, quæ eſt 2. addemus igitur octuplum b c vtrique parti, & fiet cubus p̄. 8. rebus, æqualis 124. nota igitur ex capitulo ſuo a c, auferemus b c, relinquitur a b. Sit rurſus cubus a b, & 6. quadrata & 12. res, æqualia 100. igitur additio communi cubo b c, erit cubus a c æqualis 108. & a c ℞. cubicæ 108. & a b 2. m̄. quàm a c cognita, ſit denuo cubus & 6. quadrata a b & 2. poſitiones æqualia 100. additis igitur 10. poſitionibus reſiduis, ad complendum corpora d e, & addito cubo b c, fiet cubus a c æqualis 10. poſitionibus ſuperadditis, & 108. ſed 10. poſitiones a b deficiunt à 10. poſitionibus a c in 10. b c, addemus igitur 10. b c vtrique parti, fiet cubus a c p̄. 20. æqualis 10. poſitionibus p̄. 108. abiice 20. ex vtraque parte, relinquetur cubus a c æqualis 10. poſitionibus p̄. 88. inuenta a c, minue b c & relinquetur a b neceſſariò cognita.

REGVLA.

Regula igitur communis eſt, duc tertiam partem numeri quadratorum (quam hoc ſigno ᴛpquad. demonſtramus) ad cubum, addéque numero, inde duc numerum quadratorum in ſui tertiam partem. & producti differentia à numero rerum, eſt numerus rerum addendarum cubo, vbi productum fuerit minus numero rerum propoſitarum vel addendarum numero, vbi productum fuerit maius numero rerum propoſitarum. Si igitur differentia eſt nulla, producti & numeri rerum erit cubus æqualis numero iam coaceruato, inde ſumpta radice cubica numeri, minue ex ea ᴛpquad. & reſiduum eſt rei æſtimatio, quod ſi poſitiones & cubus, æquentur numero, duces numerum poſitionum in ᴛpquad. & productum addes numero iam aggregato, & habebis cubum, & res iam inuentas, æquales numero iam aggregato, inde ab æquatione minue ᴛpquad. & reſiduum eſt æſtimatio. Quod ſi productum fuerit maius numero rerum, duc differentiam, quæ eſt numerus rerum, in ᴛpquad. & productum minue ex numero, quem habebas, aggregato, & ſi nihil ſupereſt, habebis cubum, æqualem rebus

rebus iam propoſitis tantum, quare deducendo ad minorem denominationem habebis quadratum æquale numero, res erit ℞. quadrata numeri rerum, à qua minue τpquad. & reſiduum erit æſtimatio rei Quod ſi in detractione producti ex numero rerum in τpquad. à numero aggregato, ſuperſit, numerus ille cum rebus iam propoſitis, æquatur cubo, inde ab æſtimatione minue τpquad. & reſiduum eſt æſtimatio quæſita. Sed ſi productum numeri rerum in τpquad. maius eſſet numero iam aggregato, differentia eſt numerus, qui cum cubo æquatur rebus iam propoſitis, inde habita æſtimatione minue τpquad. & reſiduum eſt æſtimatio rei.

Ex hoc patet, quod tale capitulum reſoluitur in quinque capitula, quæ ſunt hîc poſita, ſi non poſſunt reſolui in plura, in

- cubus & res æquales numero.
- cubus æqualis numero.
- cubus æqualis rebus.
- cubus æqualis rebus & numero.
- cubus & numerus æquales rebus.

aliquibus autem ſequentium reſolutio fit in tria poſtrema tantùm, in omnibus autem capitulis quatuor denominationum, commune eſt cùm fuerint reſoluta in capitulum trium vel duarum denominationum; vt æſtimationi inuentæ addatur aut minuatur τpquad. vt in hoc capitulo ſemper minuitur, & commune eſt etiam omni capitulo vt rerum numerus & numerus ipſe conſtituantur eodem modo, velut hic numerus rerum, eſt differentia numeri rerum aſſumptarum in capitulo quatuor denominationum, ex numero quadratorum in ſui tertiam partem, & numerus capituli in quod reſoluitur, eſt differentia producti ex numero rerum iam inuentarum, in τpquad. & aggregati ex cubo τpquad. & numero æquationis primo.

QVÆSTIO I.

Exemplum, Eſt corpus quadratum vndequaque, quod cum ſuperficiebus & lateribus eſt 22. dices igitur, cubus & 6. quadrata & 12. res æquantur 22. cubo igitur 2. tertiam partem numeri quadratorum, fit 8. adde 22. fit 30. deinde duc 6. numerum quadratorum in 2. ſui partem tertiam, fit 12. differẽtia cuius à numero rerum eſt nihil, nam res etiam fuerant 12. habemus igitur 1. cubum æqualem 30. & res eſt ℞. cub. 30. abiice 2. τpquad. fit æſtimatio rei, ℞. cub. 30. m̄. 2.

Experientia autem eſt, vt iungas 1. cub. p̄. 6. quad. p̄. 12. rebus, & fiunt 22.
Sex quadrata 24. p̄. ℞. cub. 194400. m̄. ℞. cub. 414720.
Cubus 22. m̄. ℞. cub. 194400. p̄. ℞. cub. 51840.
Duodecim res ℞ cub. 51840. m̄. 24.
Aggregatum 22.

QVÆSTIO II.

Exemplum ſecundi, Inuenias quatuor numeros continuè proportionales, quorum primus ſit 3. & reliqui tres ſint 19. pone 2^m rem, erit tertius $\frac{1}{3}$ quadrati, & quartus erit $\frac{1}{9}$ cubi, igitur 1. poſitio $\frac{1}{3}$ quadrati, $\frac{1}{9}$ cubi, æquantur 19. duc ad integra, habebis cubum & 3. quadrata & 9. res, æqualia 171. nam omnia ducuntur per 9. adde igitur cubum tertiæ partis numeri quadratorum ad 171. & eſt 1. fit 172. deinde duc 3. numerum quadratorum in ſui tertiam partem, fit 3. huius producti & 9. numeri rerum; differentia eſt 6. numerus rerum, quæ cum cubo æquantur numero, quia productum fuit minus, duc igitur 6. numerum rerum in 1. τpquad. fit 6. adde ad 172. fit 178. igitur cubus & res æquantur 178. & rei æſtimatio eſt ℞. v. cubica ℞. 7929. p̄. 89. p̄. ℞. v. cubica ℞. 7929. m̄. 89. ab hoc minue τpquad. quæ eſt 1. habebis ſecundam quantitatem ℞. v. cubicam ℞. 7929. m̄. ℞. v. cubica ℞. 7929. m̄. 89. m̄. 1. ex qua habebis reliquas.

Exemplum tertij modi, Cubus 6. quadrata & 1. poſitio; æquantur 14. adde cubum 2. τpquad. qui eſt 8. ad 14. fit 22. deinde duc 6. numerum quadratorum in 2. tertiam ſui partem, fit 21. differentia cuius à numero rerum eſt 11. numerus rerum æqualium cubo cum numero, quia numerus productus 12. fuit maior numero rerum, duc igitur 11. in 2. tertiam partem numeri quadratorum, fit 22. differentia cuius & numeri prioris aggregati eſt nulla, quare habebimus cubum æqualem 11. rebus, igitur quadratum æquatur 11. res igitur eſt ℞. 11. à qua minue 2. τpquad. fit rei æſtimatio ℞. 11. m̄. 2. ſumpſiſti autem differentiam in numero & non aggregaſti, quia res æquabantur cubo, & non cubus cum rebus æquabantur numero, vt in præcedente exemplo.

QVÆSTIO III.

Exemplum quarti modi, Ex oraculo iubet Princeps fieri ſacram ædem, cuius ſpacium ſit 400. cubitorum, & longitudo latitudine maior ſit 6. cubitis, latitudo altitudine 3. cubitis maior, quæritur quantitas. Pone altitudinem rem, latitudo erit 3. p̄. & longitudo 9. p̄. duc inuicem, habebis 1. cub. p̄. 12. quadratis p̄. 27. poſitionibus, æqualia 400. adde ad 400. cubũ 4. τpquad. qui eſt 64. fit 464. duc 12. numerum quadratorum in tertiam ſui partem, fit 48. cuius

altitudo	1. poſ.
latitudo	1. poſ. p̄. 3.
longitudo	1. poſ. p̄. 9.
productum	1. cub. p̄. 12. quad. p̄. 27. poſ.

differentia à 27. eſt 21. numerus rerum, quæ æquatur cubo cum numero, quare duc 12. in 4. τpquad. fit 84. ſume differẽtiam à 464. quę eſt 380. & eam adde rebus, quia aggregatũ nume-

numerum primum, fuit maius numero producto ſecundo, habebis cubum æqualem 21. poſitionibus p̃. 380. res igitur valet ℞. v. cubicam 190. p̃. ℞. 35750. p̃. ℞. v. cub. 190. m̃. ℞. 35757. ab hac minue 4. ᴛpquad. habebis altitudinem, qua habita, addendo 3. & 9. habebis latitudinem & longitudinem, vt vides,

altitudo, ℞. 5. cub. 190. p̃. ℞. 35757. p̃. ℞. v. cub. 190. m̃. ℞. 35757. m̃. 4.
latitudo, ℞. v. cub. 190. p̃. ℞. 35757. p̃. ℞. v. cub. 190. m̃. ℞. 35757. m̃. 1.
longitudo, ℞. v. cub. 190. p̃. ℞. 35757. p̃. ℞. v. cub. 190. m̃. ℞. 35757. p̃. 5.

Exemplum quinti modi, Cubus & 6. quadrata, & 2. res, æquantur 3. adde 8. cubum ᴛpquad. ad 3. fit 11. deinde duc 9. in ſuam tertiam partem, fit 12. differentia à 2. numero rerum eſt 10. numerus rerum, duc in 2. ᴛpquad. fit 20. cuius differentia ab 11. eſt 9. numerus, qui cum cubo æquatur 10. rebus, quia productum ſecundum maius eſt numero aggregato, voco autem productum ſecundum, quod fit ex numero rerum iam inuento, in ᴛpquad. æſtimatio igitur rei quando cubus & 9. æqualia ſunt 10. rebus eſt 1. vel ℞. $9\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$, abiice igitur 2. ᴛpquad. fient duæ æſtimationes quæſitæ, altera ℞. $9\frac{1}{4}$ m̃. $2\frac{1}{2}$ alia m̃. 1.

Capvt XVIII.

De Cubo, & rebus æqualibus quadratis & numero.

Demonstratio.

SIT in eadem figura, cubus a c cum 33. a c, æqualis 6. quadratis a c p. 100. (gratiâ exempli) diuidatur cubus a c, poſita b c ᴛpquad. ſcilicet 2. in ſuas partes, erit cubus a c, æqualis cubo a b, cubo b c, ſex quadratis a b, & 12. poſitionibus a b, at 33. a c, ſunt 33. a b, & 33. b c, quæ ſunt 66. quia b c eſt 2. igitur cubus a c, & 33. a c, æquantur cubo a b, cubo b c, ſex quadratis a b, & 45. a b poſitionibus, & 66. hæc eadem igitur æqualia ſunt 6. quadratis a c, & 100. at 6. quadrata a c, diuiſa a c in b, per 4. 2. Elementorum, æqualia ſunt 6. quadratis a b, & 6. quadratis b c, & 12. ſuperficiebus a d, ſed a d eſt 2. poſitiones, quia b d eſt 2. igitur 12. a d ſunt 24. poſitiones a b, quare 6. quadrata a b, & 6. quadrata b c, & 24. poſitiones a b, & 100. æquantur cubo a b, cubo b c, 6. qua-

	6. quadrata a b	24. poſitiones a b 124
cubus a b	6. quadrata a b	45. poſitiones a b 74
cubus a b	p.	21. poſitionibus a b æquales 50

dratis a b, & 45. a b. & 66. numero, cubus autem b c eſt 8. & 6. quadrata b c ſunt 24. igitur 6. quadrata a b, & 24. poſitiones a b, & 124. æquantur cubo a b, & 6. quadrat. a b, & 45. poſitionibus a b, & 74. facta igitur detractione ſimilium ex vtraque parte, ſcilicet 6. quad. 24. poſitionibus & 74. relinquetur cubus a b p. 21. poſitionibus a b, æqualis 50. manifeſtum eſt igitur quòd inuenta a b, ex capitulo ſuo, & addita b c ei quæ eſt 2. conflatur a c. Manifeſtum eſt autem, quòd vbi poſitiones, quæ cum cubo erant, eſſent æquales productis, haberemus cubum æqualem numero tantùm, & vbi poſitiones quæ cum cubo erant, eſſent pauciores, haberemus res ex vna parte, & cubum ex alia, & tunc ſi numerus qui eſt cum cubo, foret æqualis alteri, eſſent poſitiones æquales cubo, & ſi eſſet minor, haberemus res & numerum æquales cubo: & ſi maior, haberemus res æquales cubo & numero, ex eadem demonſtratione, velut in præcedenti capitulo.

Regvla.

Regula igitur eſt, vt primò ſtatuas numerum rerum ſemper, vt in præcedenti capitulo, & eſt vt ducas numerum quadratorum in tertiam ſui partem, & differentia huius producti, à numero rerum, eſt numerus rerum, quæ ſi nulla ſit, habebimus cubum æqualem numero, ſi autem productum ſit minus numero rerum, differentia erit numerus rerum, quæ cum cubo æquantur numero, & ſi productum fuerit maius, habebimus res æquales cubo: & tunc ſi numeri erunt æquales, erit cubus æqualis rebus, & ſi, qui producitur ex numero rerum, in ᴛpquad. fuerit minor numero æquationis cum additione, erit cubus æqualis rebus & numero, quod ſi productus numerus ex rerum numero in ᴛpquad. fuerit maior numero æquationis cum ſua additione, habebimus res æquales cubo & numero. Numerus autem æquationis ſic habetur, duc priorem numerum rerum, in tertiam partem numeri quadratorum, & producti accipe differentiam, ab aggregato numeri æquationis, & dupli cubi ᴛpquad. differentia, erit numerus addendus cu. ſi productum fuerit maius aggregato: vel rebus ſi fuerit minus, vel numerus æqualis cubo, vbi nullæ ſint res, inde habita æſtimatione, eam adde, vel minue ᴛpquad. prout in exemplis doceberis, & habebis quæſitam æſtimationem.

Exemplum primum, Cubus & 12. res, æquantur 6. quadratis & 25. duc 6. in 2. ſui tertiam partem, fit 12. differentia cuius à numero rerum nulla eſt, igitur cubus æquabitur numero, duc ergo 12. numerum rerum, in 2. ᴛpquad. fit 24. abiice ex 41. aggregato 16. dupli cubi 2. & 25. numero æquationis, relinquitur 17. qui æquatur cubo, res igitur eſt ℞. cubica 17. adde ei 2. ᴛpquad. fit rei æſtimatio ℞. cubica 17. p. 2.

Exemplum ſecundum, Mercator fugiens, paſcitur redditurum $\frac{1}{4}$ debiti proportionaliter in tribus annis, ita quod ſi pactus fuiſſet redditurum $\frac{19}{27}$ primo anno reddidiſſet $\frac{9}{27}$, ſecundo $\frac{6}{27}$, tertio $\frac{4}{27}$, vt reſidua ſint in eadem

dem proportione, cum reſiduo capitali, quæritur portio cuiuſque anni, reddendo ſolum $\frac{1}{4}$. & ponamus, quod capitale ſit 4. ad vitandum fractiones, vult igitur reddere 3. pone igitur quod reſtituat primo anno rem, igitur ſecundo anno reſtituet rem m̄. $\frac{1}{4}$ quadrati, & tertio anno, rem m̄. $\frac{1}{4}$ quadrati p. $\frac{1}{16}$ cubi, igitur in tribus annis reſtituet 3. res p. $\frac{1}{16}$ cubi m̄. $\frac{1}{4}$ quadrati, & hoc iam ſupponitur 3. quare reducito ad integrum, cubum ducendo per 16. habebis 1. cubum p. 48. rebus, æqualem 12. quadratis p. 48. duc 12. in 4. tertiam ſui partem, fit 48. igitur differentia rerum nulla eſt, & cubus æquabitur numero, duc igitur 48. numerum rerum, in 4. τpquad. fit 192. à quo detrahe 176. aggregatum ex duplo cubi 4. & 48. numero æquationis, relinquitur 16. & hic æquatur cubo, igitur rei æſtimatio eſt ℞. cubica 16. quam minue ex 4. τpquad. fiet æſtimatio quæſita 4. m. ℞. cubica 16. reddet igitur anno primo 4 m. ℞. cubica 16. & ſecundo ℞. cubicam 16. m. ℞. cubica 4. & tertio, ℞. cubicam 4. m. 1. & horum reſidua, ſunt proportionalia, cum 4. & iuncta faciunt 3. & eſt conuerſum primi exempli, & reſidua ipſa ſunt ℞. cubica 16. ℞. cubica 4. & 1.

Exemplum tertium, Cubus & 15. res, æquantur 6. quadratis & 24. duc 6. in ſui tertiam partem, fit 12. cuius differentia à 15. numero rerum, eſt 3. & quia productum fuit minus, erit cubus & 3. res, æqualia numero, duc igitur 15. numerum rerum, in 2. τpquad. fit 30. minue ex 40. aggregato 24. & duplo cubi τpquad. relinquitur 10. igitur 10. æquatur cubo p. 3. rebus, & rei æſtimatio eſt ℞. v. cubica ℞. 26. p. 5. m. ℞. v. cubica 26. m. 5. cui adde 2. τpquad. habebis quæſitam æſtimationem.

Exemplum quartum, Cubus & 15. res, æquantur 6. quadratis p. 10. iterum habebo cubum & 3. res, æquales numero, & numerus productus erit 30. vt prius, verum aggregatum ex duplo cubi 2. τpquad. & 10. numero æquationis, eſt 26. differentia igitur eſt 4. cùm igitur cubus & 3. res æquentur 4. rei æſtimatio eſt 1. & quia productus numerus eſt maior aggregato, id eſt 30. maior eſt 26. minuemus 1. æſtimationem æquationis inuentæ ex 2. τpquad. & relinquetur 1. æſtimatio quæſita cubi & 15. rerum, æqualium 6. quadratis & 10.

Ideo patet quod in hoc caſu, vbi cubus & res, æquantur numero, ſi differentia numerorum nulla foret, velut ſi loco 10. poſuiſſemus 14. æſtimatio rei eſſet τpquad. ſcilicet 2. quia in æquatione inuenta, nihil haberemus addendum vel minuendum, quia cubus & 3 res, æquarentur nihil.

Exemplum quintum, Cubus & 10. res, æquantur 6. quadratis p. 4. duc igitur numerum quadratorum in tertiam ſui partem, vt prius, fit 12. differentia cuius à numero rerum, eſt 2. & quia productum eſt maius numero rerum, ideo 2. res æquabuntur cubo, pro numero itaque duc 10. numerum rerum primum, in 2. τpquad. fit 20. differentia cuius à 20. aggregato dupli cubi τpquad. & 4. eſt nihil, igitur non habebimus numerum, ſed cubus æquabitur, vt dictum eſt, 2. rebus, igitur deprimendo, quadratum æquabitur 2. ergo rei æſtimatio, eſt ℞. 2. quam adde vel minue τpquad. habebis veram æſtimationem quæſitam, 2. p. ℞. 2. vel 2. m. ℞. 2. & poteſt etiam eſſe 2. & ſic habet tres æſtimationes hic caſus.

Exemplum ſextum, Sit cubus & 21. res, æqualia 9. quadratis p. 5. tunc vt prius, ducam 9. in 3. tertiam ſui partem, fit 27. huius differentia à 21. eſt 6. numerus rerum, cubo æquandarum, quia productum 27. eſt maius 21. numero rerum, addo igitur 54. duplum cubi τpquad. ad 5. numerum æquationis, fit 59. cuius differentia à 63. producto numeri rerum prioris, in τpquad. eſt 4. igitur quia productum eſt maius aggregato, addemus numerum cubo, & fiet 1. cubus p. 4. æqualis 6. rebus, iam inuentis, huius igitur æſtimationes ſunt tres, prima

Prima	5.
Secunda	2. p. ℞. 3.
Tertia	2. m. ℞. 3.

eſt 2. ſecunda ℞. 3. m. 1. tertia ficta m. ℞. 3. p. 1. quas adde ad 3. τpquad. habebis veras æſtimationes illas quas à latere vides.

Exemplum ſeptimum, Cubus & 26. res æquantur 12. quadratis p. 12. duc 12. numerū quadratorum, in ſui tertiam partem, quæ eſt 4. fit 48. cuius differentia à 26. numero rerum, eſt 22. & quia productum eſt maius numero rerum, res æquabuntur cubo, deinde duc 26. numerū rerum in 4. tertiam partem numeri quadratorum, fit 104. abiice ex 140. duplo cubi τpquad. & 12. numeri ſimul iunctis, fit 36. numerus addendus rebus, quia aggregatum eſt maius producto, econtrario, exemplo præcedenti, cubus igitur æquabitur 22. rebus, p. 36. quare eius erunt tres æſtimationes, prima ℞. 19. p. 1. & eſt vera, ſecunda ficta m. ℞. 19. m. 1. tertia etiam ficta, quæ eſt m. 2. has adde ſingulas, τpquad. habebis veras tres æſtimationes, quarum experientiam à latere hic poſui.

Prima	5. p. ℞. 19.
Secunda	5. m. ℞. 19.
Tertia	2.

Ex hoc patet, quòd numerus quadratorum, in his tribus exemplis, in quibus æſtimatio rei triplicatur, ſemper componitur ex tribus æſtimationibus iunctis ſimul, velut in quinto exemplo, 2. p. ℞. 2. & 2. m. ℞. 2. componunt 6. numerum quadratorum, & in ſexto exemplo, 5. & 2. p. ℞. 3. & 2. m. ℞. 3. componunt 9. numerum quadratorum, & in ſeptimo exemplo, 5. p. ℞. 19. & 5. m. ℞. 19. & 2. componunt 12. numerum quadratorum, ideo duabus cognitis, tertia ſemper emergit, & cauſa eſt cognita in initio huius libri. Et manifeſtum eſt, quòd cùm peruenimus ad res, quæ à cubo ſeparantur, ſeu numerus rebus, ſeu cubo iungatur, ſemper emergunt tres æſti-

cubus primæ 410. p̄. ℞. 167884.
26. res 130. p̄. ℞. 12844.

aggregatum 540. p̄. ℞. 273600.
12. quadrata. 528. p̄. ℞. 273600.
numerus 12.

aggregatum 540. p̄. ℞. 273600.

cubus ſecundæ 410. m̄. ℞. 167884.
26. res 130. m̄. ℞. 12844.

aggregatum 540. m̄. ℞. 273600.
12. quadra. 528. m̄. ℞. 273600.
numerus 12.
aggregatum 540. m̄. ℞. 273900.

cubus tertiæ 8.
26. res 52.

aggregatum 60.
12. quadra. 48.
numerus 12.

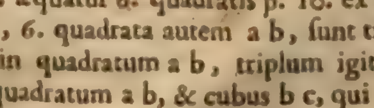
aggregatum 60.

æſtimationes, & cauſa dicta eſt ſuperius ibidem, vbi de vera & ficta æſtimatione locuti ſumus. Et patet etiam, quòd omnes modi hi, ad additionem ſemper poſſunt referri, quamuis minus cùm additur, vicem gerat, plus cùm detrahitur, oſtenſum eſt enim quòd tantum eſt minuere 4. ex 12. quantum addere 4. m̄. ad 12. vtroque enim modo fiet 8.

Ex hoc patet quòd numerus quadratorum, diuiditur trifariam, & vna æſtimatione habita aggregatum reliquarum cognitum relinquatur.

Alia Demonstratio.

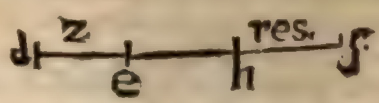
Sit igitur cubus & 100. res æqualia 6. quadratis p. 10. numero. Et ponatur a b rei æſtimatio, b c ᴛpquad. a g autem æqualis, b c, quare g b eſt differentia a b & b c, cubus autem g b, eſt differentia cubi a b cum triplo a b. In quadratum b c, à cubo b c cum triplo b c in quadratum a b, ex ſexto capitulo, cubus verò a b cum 100. rebus, æquatur 6. quadratis p̄. 10. ex ſuppoſito, 6. quadrata autem a b, ſunt triplum b c in quadratum a b, triplum igitur b c in quadratum a b, & cubus b c, qui eſt 8. ſunt 2. m̄. quam cubus a b cum 100. rebus, dico autem 2. m. quia cubus b c, qui iungitur 6. quadratis, debuit eſſe 10. & eſt tantùm 8. at cubus a b cum 100. rebus, ſuperat cubum a b, & triplum a b in quadratum b c quod eſt 12. res, in 88. rebus, differentia igitur cubi b c & tripli b c, in quadratum a b, à cubo a b, cum triplo a b in quadratum b c, eſt 88. a b, m. 2. huic



igitur differentiæ, æqualis eſt cubus g b, vt diximus, ponatur igitur b g res erit igitur g c, ſeu a b, 2. m. re cuius quantitas ſumpta 88. vicibus, vt dictum eſt, æquatur cubo b g p̄. 2. igitur cubus b g, p̄. 2. p̄. 88. ſuis rebus æquatur 174. quare ſi eam æſtimationem b g detraxeris ex b c, quæ eſt ᴛpquad. ſcilicet 2. habebis quantitatem a b, quæſitam. Et hæc demonſtratio fuit inuenta à Ludouico Ferrario, & oſtendit clariùs æſtimationem ſupradictarum operationum.

Alia Demonstratio.

Ponatur rurſus, cubus cum 5. rebus, æqualis 6. quadratis a c 10. & ponatur e f res, d e ᴛpquad. differentia d e & e f, e h, eritque ex demonſtratione conſimili præmiſſæ,



vt cubus e h, æquetur 7. rebus p̄. 16. inde inuenta æſtimatione, ſi ei addatur h f ᴛpquad. quæ eſt 2. habebitur e f res quæſita, nec in hoc addam verba, quia demonſtratio eſt ſimilis præmiſſæ, & operatio eius in hac parte, eſt clarior noſtra demonſtratione.

Regula.

Regula igitur ſumpta ex hac demonſtratione eſt, ſi numerus rerum æqualis eſt, producto ex numero quadratorum in ſuam tertiam partem, duc ᴛpquad. ad cubum, ℞. cubicam differentiæ huius, & numeri æquationis, adde ᴛpquad. vbi cubus ſit minor numero, aut minue, vbi ſit maior, & totum eſt æſtimatiò rei, manifeſtum eſt autem, quòd vbi cubus ᴛpquad. & numerus, ſint æquales, non addemus nec minuemus, ſed ᴛpquad. erit ipſa rei æſtimatio.

Exemplum, Cubus & 12. res, æquantur 6. quadratis, p. 8. tunc quia ducto 6. numero quadratorum, in 2. ſui tertiam partem, fit 12. numerus rerum ad vnguem, ideo duc 2. ᴛpquad. ad cubum, fit 8. cuius differentia à numero æquationis nulla eſt, ideo æſtimatio rei eſt 2. ᴛpquad. Et ſi cubus & 12. res, æquantur 6. quadritis p. 9. tunc quia cubus æquatur numero, abiiciemus 8. cubum ᴛpquad. ex 9. relinquitur 1. cuius ℞. cubicam quæ eſt 1. addo ᴛpquad. quia cubus ᴛpquad. eſt minor æquatione numeri, fit rei æſtimatio 3. Et eadem ratione, ſi cubus p. 12. rebus, æquetur 6. quadratis p. 7. detracto 7. a b 8. cubo ᴛpquad. relinquitur 1. cuius ℞. cubicam quæ eſt 1. detrahe ex 2. ᴛpquad. relinquitur 1. rei æſtimatio.

Quod ſi numerus poſitionum, maior ſit producto ex numero quadratorum in ſui partem tertiam, differentia erit numerus rerum, vt in prima demonſtratione, & ſuis regulis, hunc duc in ᴛpquad. & ei adde cubum ᴛpquad. & huius aggregati, numerique æquationis differentia, ſi nulla ſit, æſtimatio rei eſt ᴛpquad. Et ſi numerus æquationis

tionis eſt minor aggregato, æſtimationem inuentam minue, & ſi maior, adde ᴛpquad. quod fiet, erit rei æſtimatio. Exemplum, cubus & 20. res, æquantur 6. quadratis & 24. ducto 6. in 2. tertiam partem ſui, fit 12. cuius differentia à 20. numero rerum, eſt 8. numerus rerum, quæ cum cubo æquantur numero; duc igitur numerum rerum, in 2. ᴛpquad. fit 16. adde ei 8. cubum ᴛpquad. fit 24. differentia cuius nulla eſt à 24. numero æquationis, igitur æſtimatio rei eſt ᴛpquad. ſcilicet 2. ſit rurſus cubus cum 20. rebus, æqualis 6. quadratis & 15. habebimus igitur, vt priùs, cubum & 8. res, pro numero, duc vt priùs, 8. numerum rerum poſteriorem in 2. ᴛpquad. fit 16. adde cubum ᴛpquad. fit 24. abiice 15. relinquitur 9. igitur cubus & 8. res, æquantur 9. & rei æſtimatio eſt 1. quod minue ex 2. ᴛpquad. relinquitur vera æſtimatio rei 1. minuiſti autem, quia 15. numerus æquationis eſt minor aggregato cubi & producti, quod eſt 24. & ſi bene animaduerteris, eodem modo fit in prima parte regulæ, quando numerus rerum æqualis eſt producto ex numero quadratorum in ſui partem tertiam. Rurſus, cubus cum 20. rebus, æqualis ſit 6. quadratis p̃. 33. habebis itaque cubum, vt priùs, & 8. res, æquales differentiæ 24. aggregati, & 33. numeri æquationis, quare cubus & 8. res æquabuntur 9. & æſtimatio rei erit 1. addendum ᴛpquad. quia numerus æquationis 33. eſt maior numero aggregato 24. quare rei æſtimatio erit 3.

Quòd ſi numerus poſitionum, minor ſit producto ex numero quadratorum in ſui tertiam partem, differentia nihilominus erit numerus rerum, vt priùs, ſed hæ non copulabuntur cubo, imò erunt ei æquales, deinde duc ipſum numerum rerum poſteriorum, in ᴛpquad. & productum iunge numero æquationis huius aggregati & cu. ᴛpquad. differentia eſt numerus æquationis ſecundæ, ſi igitur differentia nulla eſt, cubus æquabitur rebus & ℞. quadrata numeri rerum addita ᴛpquad. eſt æſtimatio rei, quod ſi aggregatum ſit maius cubo, erit differentia, numerus qui cum rebus æquatur cubo, inde habita æſtimatione, adde ei ᴛpquad. & fiet vera æſtimatio. Quòd ſi cubus fuerit maior aggregato, differentia erit numerus, qui cum cubo æquatur rebus, inde habita æſtimatione, adde ei ᴛpquad. quod conflatur, eſt rei vera æſtimatio, & tam multiplex habenda, vt in noſtra regula docuimus, quanquam quod ad regulam pertinet, & hæc noſtra ſit. Exemplum igitur, Cubus & 9. res, æquales ſint 6. quadratis p̃. 2. tunc numerus rerum ſecundus erit 3. duc in 2. ᴛpquad. fit 6. adde ad 2. numerum æquationis, fit 8. cubus autem ᴛpquad. eſt 8. differentia nulla, igitur cubus æquatur 3. rebus, res igitur eſt ℞. 3. & rei æſtimatio 2 p̃. ℞. 3. Rurſus, cubus p̃. 9. rebus, æqualis ſit 6. quadratis p̃. 4. habebimus vt priùs, cubum æqualem 3. rebus, pro numero duc 3. numerum rerum poſteriorē in 2. ᴛpquad. fit 6. adde 4. numerum æquationis, fit 10. abiice 8. cubum ᴛpquad. fit 2. addendus rebus, quia aggregatum eſt maius cubo ᴛpquad. igitur cubus æquatur 3. rebus, p̃. 2. & res erit 2. addito 2. ᴛpquad. fit 4. vera æſtimatio. Iterum. ſit cubus p̃. 21. rebus, æqualis 9. quadratis p̃. 5. erunt igitur 6. res in poſteriore æquatione, quia 9. numerus quadratorum, ductus in 3. tertiam ſui partem, producit 27. duc igitur 6. numerum poſteriorem rerum, in 3. ᴛpquad. fit 18. adde ei 5. fit 23. differentia cuius à numero producto ex cubo c ᴛpquad. eſt 4. & quia aggregatum eſt minus cubo, ideo cubus & 4. æquabuntur 6. rebus, æſtimatio igitur eſt 2. vel ℞. 3. m̃. 1. & ficta ℞. 3. p̃. 1. quæ eſt m̃. ſi igitur his addas, 3. ᴛpquad. habebis æſtimationes quæſitas 5. & 4. p̃. ℞. 3. & 2. p̃. ℞. 3. in harum qualibet verum eſt, quòd cubus & 21. res, æquales ſunt 9. quadratis & 5. numero.

Capvt XIX.

De Cubo & Quadratis æqualibus rebus & numero.

Demonstratio.

SIt etiam cub. a b, & 6. quadrata, æqualia 20. rebus p̃. 200. gratiâ exempli, & ponemus b c 2. ᴛpquad. erit igitur a c res p̃. 2. & eius cubus, erit cubus & 6. quadrata, & 12. res, & 8. iam autem ſuppoſitum eſt, quòd cubus a b & 6. quadrata, ſint æqualia 20. rebus p̃. 200. Igitur ponantur, 20. res & 200. loco cubi & 6. quadratorum, & fiet cubus a c, æqualis 32. rebus p̃. 208. at quia 32. res a b, deficiunt à 32. rebus a c, in 32. b c, addantur vtrique parti 32. b c, erunt igitur 32. res p̃. 208. æquales cubo p̃. 64. tantum enim ſunt 32. b c, abiice 64. ab vtraque parte, erit cubus æqualis 32. rebus p̃. 144. inde inuenta æſtimatione abiice b c, ᴛpquad. relinquetur a b.

Regvla.

Regula igitur eſt, duc numerum quadratorum, in tertiam ſui partem, productum adde numero rerum, & aggregatum erit numerus rerum, inde duc hunc numerum in ᴛpquad. & producti ſume differentiam, ab aggregato ex numero æquationis, & cubo ᴛpquad. quæ ſi nulla eſt, habebis cubum æqualem rebus, ſi verò ſit productum minus aggregato, differentia eſt numerus, qui cum rebus, æquatur cubo, quod ſi productum fuerit maius aggregato, differentia eſt numerus qui cum cubo æquatur rebus, inde habita æſtimatione, ᴛpquad. reſiduum eſt æſtimatio vera, quæſita.

Exemplum, Cubus & 6. quadrata, æqualia ſunt 20 rebus & 56. duc 6. in 2. tertiam ſui partem, fit 12. adde ad 20. fit 32. duc 32. in 2. ᴛpquad. fit 64. adde ad 56. numerum æquationis 8. cubū ᴛpquad. fit 64. differentia producti ab aggregato nulla eſt, res igitur æquabuntur cubo, quare deprimendo quadratum æquatur 32. & res eſt ℞. 32. & vera æſtimatio ℞. 32. m̃. 2.

Rur-

Rurſus, cubus & 6. quadrata, æqualia ſint 20. rebus p̃. 112. duc 6. in 2. vt priùs, fit 12. adde ad 20. fit 32. numerus rerum, duc in 2. ᴛpquad. fit 64. abiice ex 120. aggregato cubi ᴛpquad. & numeri æquationis, relinquitur 65. numerus qui cum 32. rebus æquatur cubo, res igitur eſt ℞. 29. p̃. 1. minue ᴛpquad. relinquitur æſtimatio rei ℞. 29. m̃. 1. Rurſus, cubus & 6. quadrata, æqualia ſint 20. rebus p̃. 41. habebis igitur vt priùs, in ſecunda æquatione, 32. res, & 15. numerum, nam detracto 49. aggregato numeri æquationis, & 8. cubi ᴛpquad. ex 64. producto 32. in ᴛpquad. relinquitur 15. quia verò productum eſt maius aggregato, erit 15. cum cubo æqualis 32. rebus, & res erit 5. vel ℞. $13\frac{1}{4}$ m̃. $2\frac{1}{2}$, vel ficta ℞. $13\frac{1}{4}$ p̃. $2\frac{1}{2}$, abiice 2. ᴛpquad. habebis æſtimationem veram 3. & duas fictas per m̃. ſcilicet $4\frac{1}{2}$ o. ℞. $13\frac{1}{4}$, & $4\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $13\frac{1}{4}$ ſicut diximus in capitulo primo.

Capvt XX.

De Cubo æquali quadratis rebus & numero.

Demonstratio.

Sit iterum cubus a c, æqualis 6. quadratis, 5. rebus, & 88. (gratiâ exempli) & ponatur b c ᴛpquad. ſcilicet 2. manifeſtum eſt igitur, quòd cubus a c, æquatur 6. quadratis a b & 12. a b, & cubis a b, & b c, hæc eadem igitur æqualia ſunt 6. quadratis a c, 5. rebus a c, & 88. abiiciatur iam cubus b c communis, ſcilicet 8. relinquẽtur, cubus a b & 6. quadrata a b, & 12. a b, æqualia 6. quadratis a c, 5. rebus a c, p̃. 80. at 6. quadrata a c, ſuperant 6. quadrata a b in 6. gnominibus a b quadrati, & erunt 24. res ex a c minus 6. quadratis b c, quæ ſunt 24. igitur 6. quadrata a b & 92 res a c, & 56. æqualia ſunt cubo a b, & 6. quadratis a b, & 12. rebus a b, abiiciantur igitur 6. quadrata a b, communia, relinquentur 29. res a c, p̃. 56. æquales cubo a b & 12. rebus a b, & 29. res a c ſuperant 29. res a b, in 29. b c. Quare in 58. quia b c eſt 2. igitur addatur numerus numero, erunt 29. a b & 144. æqualia cubo a b & 12. rebus a b, abiiciantur denuo 12. res communes, erunt 17. res p̃. 114. æquales cubo, inde habita æſtimatione, adde ei b c,

Regvla.

Regula igitur eſt, Duc numerum quadratorum in tertiam ſui partem, & productum adde numero rerum, aggregatum erit numerus rerum, æqualium cubo, pro numero autem, duc numerum rerum ſecundum in ᴛpquad. & productum adde numero æquationis, à quo minue cubum ᴛpquad. reſiduum eſt numerus, qui cum rebus aquatur cubo, inde inuenta æſtimatione, adde ei ᴛpquad. & habebis veram æſtimationem.

Qvæstio.

Exemplum in hac quæſtione, Quidam dedit aureos 2728. ad caput anni vt dicunt, ſeu ſub vſura rediuiua, eâ conditione, vt reciperet tertio anno, ex capitali & vſura, quantum eſt dimidum capitalis & dimidium eius quod debuiſſet in fine primi anni, & dimidium eius quod debuiſſet in fine ſecundi anni, vbi retinuiſſet pecunias, & voluiſſet ſoluere ſub eadem vſura. Pone igitur quod in capite primi anni haberet 144. res, in capite ſecundi anni habebit 12. quadrata, in capite tertij anni habebit cubum, & hic erit æqualis dimidiis reliquorum annorum ſimul ſumptis, igitur cubus erit æqualis 6. quadratis, 72. rebus & 729. duc igitur 6. numerum quadratorum in 2. tertiam ſui partem, fit 12. adde ad 72. fit 84. numerus rerum, duc 84. in 2. ᴛpquad. fit 168. adde ei 729. fit 897. abiice 8. cubum ᴛpquad. fit 889. igitur cubus æquatur 84. rebus p̃. 889. æſtimatio igitur huius erit ℞. v. cubica $444\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $175628\frac{1}{4}$, p̃. ℞. v. cubica $444\frac{1}{2}$, m̃. ℞. $175928\frac{1}{4}$ huic adde 2. ᴛpquad. habes quæſitam æſtimationem ℞. v. cubicam $444\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $175628\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. cubica $444\frac{1}{2}$ m̃. ℞ $175928\frac{1}{4}$ p̃. 2. cuius cubus eſt quantitas pecuniarum, quæ ei debentur tertio anno, inde detracto 1728. habebis ſortem, per terminos analogos.

Capvt XXI.

De Cubo & Numero, æqualibus quadratis & rebus.

Demonstratio.

Sit cubus & 100. æqualia etiam 6. quadratis, & 24. rebus, & ſit cubus ille a c, & b c ᴛpquad. cumque cubus a c, æqualis ſit cubo a b & 6. quadradratis a b, & 12. rebus a b, & cubo b c, qui eſt 8. erit cubus a b, & 6. quadrata a b, & 12. res a b, & 108. æqualia 6. quadratis a c, & 24. rebus a c, ſed 6. quadrata a b, minora ſunt 6. quadratis a c in 6. gnominibus a d e, & 24. res a b, minores ſunt 24. rebus a c, in 24. b c, quare cubus a b, & 6. quadrata a b, & 12. res a b, & 108. æquantur 6. quadratis a b, & 6. gnominibus a d e, & 24. rebus a b, & 48. nam 24. b c ſunt 48. igitur abiectis ex vtraque parte 6. quadratis a b, & 12. rebus a b, & 48. erit cubus a b, & 60. æqualis 6. gnominibus a d e, & 12. rebus a b, ſunt autem 6. gnomones a d e, 24. res a b, p̃. 24. eò quòd quælibet ſuperficierum a d, & d e, eſt 2. res, eò quòd b d eſt 2. & quadratum b c eſt 4. igitur 36. res a b, & 24. æquantur cubo a b p̃. 60. abiice 24. ex vtraque parte, erit cubus a b p̃. 36. æqualis 36. rebus a b, inde cognita a b addemus ei b c, quæ eſt ᴛpquad. & conflabitur æſtimatio.

Regv-

Regvla.

Regula igitur eſt, Duc numerum quadratorum in tertiam ſui partem, productum adde numero rerum, & conflabitur numerus rerum, hunc duc in ᴛpquad. & producti ſume differentiam ab aggregato ex numero æquationis, & cubo ᴛpquad. quæ ſi nulla eſt, erunt res æquales cubo. Si verò productum fuerit maius aggregato, differentia eſt numerus, qui cum rebus æquatur cubo, & ſi aggregatum fuerit maius producto(differentia eſt numerus, qui cum cubo æquatur rebus, inde habita æſtimatione, addes eam ᴛpquad. & conflabitur vera æſtimatio. Memineris tamen, quòd quando capitulum hoc peruenerit ad capitulum cubi æqualis rebus & numero, addenda erit vera æſtimatio eius, & ex his quæ fictæ ſunt minor, per m̄. ᴛpquad. vt habeas vtramque æſtimationem capituli cubi & numeri æqualis rebus & quadratis, cum capitulum cubi, æqualis rebus & numero, vnam tantùm veram æſtimationem habeat.

Exemplum, Cubus & 64. æqualia ſunt 6. quadratis & 24. rebus, duc 6. numerum rerum in 2. tertiam ſui partem, fit 12. adde ad 24. fit 36. numerus rerum, quem duc in ᴛpquad. fit 72. deinde cuba 2. fit 8. adde ad 64. numerum æquationis, fit etiam 72. ideo quia differentia horum numerorum nulla eſt, habebimus cubum æqualem 36. rebus, quare quadratum æquabitur 36. igitur res eſt 6. ex capitulo ſimplici adde ad 2. ᴛpquad. fit 8. æſtimatio rei. Rurſus, cubus & 128. æquetur 6. quadratis & 24. rebus, duc 6. in 2. vt priùs, fit 12. adde ad 24. fit 36. numerus rerum, duc 36. in ᴛpquad. fit 72. differentia cuius à 136. aggregato 128. numeri æquationis, & 8. cubi ᴛpquad. eſt 64. numerus addendus cubo, quia aggregatum 136. eſt maius producto 72. quare cubus & 64. æqualia erunt 36. rebus, æſtimationes autem ſunt 2. & ℞. 33. m̄. 1. quas adde ad 2. ᴛpquad. fiunt veræ æſtimationes 4. vel ℞. 33. p̄. 1. Rurſus, ſit cubus & 9. æqualis 6. quadratis & 24. rebus, duc, vt priùs, 6. in 2. tertiam ſui partem, fit 12. quem adde ad 24. numerum rerum, fit 36. numerus rerum, vt priùs, deinde duc 36. in 2. ᴛpquad. fit 72. differentia cuius à 17. aggregato 8. cubi ᴛpquad. & 9. numeri æquationis, eſt 55. ideo quia productum eſt maius aggregato, addemus 55. ad res, & habebimus cubum, æqualem 36. rebus p̄. 55. huius igitur vera æſtimatio eſt, ℞. $17\frac{1}{4}$ p̄. $2\frac{1}{2}$, falſa maior eſt m̄. 5. & falſa minor m̄. y. ℞. $17\frac{1}{4}$ m̄. $2\frac{1}{2}$, ſeu vt clarius intelligas, $2\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $17\frac{1}{4}$, adde igitur hanc æſtimationem, & ſimiliter veram, ᴛpquad. quæ eſt 2. habebis æſtimationes quæſitas, alteram $4\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $17\frac{1}{4}$, reliquam $4\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $17\frac{1}{4}$.

Capvt XXII.

De Cubo, Rebus & Numero, æqualibus quadratis.

Demonstratio.

SIT denuo cubus a c, cum 4. rebus, & 16. numero, æqualis 6. quadratis, & b c ſit ᴛpquad. vt priùs, reſoluemus igitur cubum a c, qui æqualis eſt cubo a b, 6. quadratis a b, 12. rebus a b, & cubo b c, qui eſt 8. erit hoc totum, cum 4. rebus a c, & 16. æquale 6. quadratis a c, quare cum 4. res a c, ſint 4. res a b, p̄. 4. b c & ideo p̄. 8. erunt cubus a b, p̄. 6. quadratis a b, p̄. 16. rebus a b, p̄. 32. æqualia 6. quadratis a c, 6. autem quadrata a c, æqualia ſunt vt demonſtratum eſt, 6. quadratis a b, p̄. 24. rebus a b, p̄. 24. igitur cubus a b, & 6. quadrata a b, & 16. res a b, & 32. æqualia ſunt, 6. quadratis a b, p̄. 24. rebus a b, p̄. 24. abiice ex vtraquæ parte 6. quadrata a b, & 16. res, & 24. relinquetur cubus a b, p̄. 8. æqualis 8. rebus, inde cognita a b, adde ei b c, ᴛpquad. & fiet a c cognita, rei æſtimatio. Rurſus, cubus & 4. res & 1. æquentur 6. quadratis, erúnt igitur 6. quadrata a c, vt priùs, 6. quadrata a d, 24. res a b, & 24. At cubus a c, cum 4. rebus a c, p̄. 1. æqualis eſt cubo a b, & 6. quadratis a b, & 16. rebus, & 17. quare abiectis communibus, 6. quadratis a b, & 16. rebus a b, & 17. erit reliquum reliquo æquale, ſcilicet cubus, æqualis 8. rebus p̄. 7. indè cognita a b, habes a c, vt priùs, addendo b c ᴛpquad.

Regvla.

Regula igitur eſt, Duc nnmerum quadratorum in ſui tertiam partem, & à producto minue numerum rerum, quod ſi fieri nequeat, caſus eſt impoſſibilis, in vera æſtimatione, reſiduum itaque erit numerus rerum, inde multiplica primum numerum rerum in ᴛpquad. & productum adde numero æquationis, huius aggregati & dupli cubi ᴛpquad. differentiam accipe, quæ ſi nulla eſt, habes cubum æqualem rebus ſolum, ſin duplum cubi ᴛpquad. maius eſt, differentia eſt numerus addendus rebus, ſi duplum cubi minus eſt aggregato, differentia eſt numerus addendus cubo, inde æſtimationi inuentæ adde ᴛpquad. vt habeas æſtitionem veram.

Exemplum, cubus & 4. res & 8. æquantur 6. quadratis, duc 6. in 2. tertiam ſui partem, fit 12. abiice 4. fit numerus rerũ 8. duc etiam 4. numerum rerum, priorem, in 2. ᴛpquad. fit 8. adde ad 8. numerũ æquationis, fit 16. huius & dupli cubi ᴛpquad. quod eſt etiam 16. nulla eſt differentia, quare cubus æquatur 8. rebus, & rei æſtimatio eſt ℞. 8. cui adde 2. ᴛpquad. fiet vera æſtimatio rei, ℞. 8. p̄. 2. Rurſus, cubus p̄. 4. rebus p̄. 16. æqualis ſit 6. quadratis, duco 6. in 2. ᴛpquad. vt priùs, fit 12. abiice 4. numerum rerum,

rerum, fit 8. rerum numerus, duco 4. numerum priorem rerum, in 2. ᴛpquad. fit 8. adde ad 16. numerum æquationis, fit 24. abiice 16. duplum cubi ᴛpquad. relinquitur 8. igitur addemus 8. cubo, quia aggregatum maius eſt duplo cubi ᴛpquad. & fiet cubus p̃. æqualis 8. rebus, res igitur eſt 2. vel ℞. 5. m̃. 1. quare addito 2. ᴛpquad. fiet vera æſtimatio 4. vel ℞. 5. p̃. 1. Rurſus, cubus & 4. res & 1. æquentur 6. quadratis, erúntque, vt priùs, 8. res, & ducto numero rerum priore, qui eſt 4. in 2. ᴛppuad. fit 8. addito 1. numero æquationis, fit 9. duplum cubi ᴛpquad. eſt 16. differentia eſt 7. & quia duplum cubi maius eſt aggregato, erunt 8. res, & 7. æqualia cubo, quare res valet ℞. 7$\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$, vel in æquatione falſa, minor æſtimatio erit 1. m̃. adde 3. ᴛpquad. cuiuis, habebis duas veras æſtimationes, ſcilicet 1. & ℞. 7$\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$.

Memineris autem eius, quod diximus in præcedenti capitulò, etiam hîc, quòd cùm peruenerit æquatio ad cubum æqualem rebus tantùm, quia falſa æſtimatio à vera non differt in numero, ideo pro ſecunda æſtimatione, quia nihil additur, nec p̃. nec m̃. ᴛpquad. ideo ipſa ᴛpquad. erit æſtimatio vera, in vtroque, vt hic æſtimatio cubi & 4. rerum & 8. æqualium 6. quadratis, erit ℞. 8. p̃. 2. vel 2. & in præcedente capitulo, æſtimatio cubi & 64. æqualium 6. quadratis & 24. rebus, erit 8. vt dictum eſt, & etiam eſt 2. ᴛpquad. ſcilicet, & hoc, quia omnes additiones & detractiones, ex tertia parte numeri quadratorum fieri debent.

Capvt XXIII.

De Cubo. Quadratis & Numero, æqualibus rebus.

Demonstratio.

Sit etiam cubus, 6. quadrata, & 4. æqualia 41. rebus, & ſit cubus a b, cui addam b c ᴛpquad. eritque a c cubus, æqualis cubo a e, 6. quadratis, 12. rebus, & 8. loco cubi a b 6. quadratorum, & 4. ponantur 41. res, his æquales, erit cubus a c æqualis 53. rebus a b, & 4. qui eſt differentia cubi b c, & 4. numeri æquationis primi, ad complendum igitur 53. res a c, addantur 53. b c, erúntque cubus a c p̃. 106. æqualia 53. rebus a c p̃. 4. abiice 4. ex vtraque parte, erit cubus p̃. 102. æqualis 53. rebus ſuis, inde a c æſtimatione inuenta, abiice b c ᴛpquad. relinquetur a b cognita, & res ipſa.

Regvla.

Regula igitur eſt, Duc numerum quadratorum in tertiam ſui partem, productum adde numero rerum, fiet numerus rerum ſecundus, ab hoc minue quadratum ᴛpquad. & reſiduum duc in ᴛpquad. & totum productum adde numero æquationis, & conflabitur numerus, qui cum cubo æquabitur rebus iam aſſignatis, inde ab eius æſtimationibus minue ᴛpquad reſidua ſunt quæſitæ æſtimationes, ideo ſufficiet vnum exemplum.

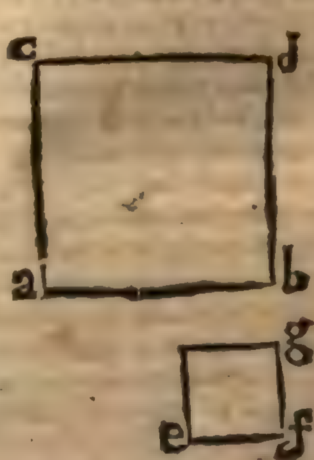
Cubus & 6. quadrata & 12. æquantur 31. rebus, duc 6. numerum quadratorum, in 2. ſui tertiam partem, fit 12. adde ad 31. fit 43. numerus rerum, ab hoc abiice 4. quadratum ᴛpquad. relinquetur 39. quem duc in 2. ᴛpquad. fit 78. adde ad 12. numerum æquationis, fit 90. igitur cubus p̃. 90. æquatur 43. rebus, res igitur eſt 5 vel ℞. 24$\frac{1}{4}$ m̃. 2$\frac{1}{2}$, abiice 2. ᴛpquad. habebis veras æſtimationes 3. vel ℞. 24$\frac{1}{4}$ m̃. 4$\frac{1}{2}$, & in iis ambabus, verum eſt quòd cubus & 6. quadrata & 12. æquantur 31. rebus. Memineris igitur quòd omnes horum capitulorum æſtimationes, habentur, addendo ſemper veras & fictas æſtimationes capitulorum in quo reſoluuntur ᴛpquad. & dummodo numerus relinquatur, etiam id quod additur ſit m̃. purum, illud relictum eſt rei vera æſtimatio. Poſſunt etiam reſolui in capitula alia quatuor denominationum, vt liquet.

Capvt XXIV.

De 44. Capitulis deriuatiuis.

Demonstratio.

Sit igitur (gratiâ exempli) cubus quadrati, cum 6. quad. quadrati, æqualis 100. & ſit cubus quadrati, corpus a b c d, altitudinem habens a b, erit igitur quadratum, quia latus cubi cum corporis a b c d; quod ſupponitur cubus quadrati, manifeſtum eſt igitur, quod ſuperficies a b c d, eſt quad. quadratum, quia iam a b ſupponitur quadratum, ſexcuplum igitur a b c d ſuperficiei, cum a b c d corpore, æquale eſt 100. ex ſuppoſito, ponatur igitur a b res, erit igitur corpus a b c d cubus, & ſuperficies a b c d quadratum, ſuppoſitum eſt autem, quòd corpus a b c d, cum ſexcuplo a b c d ſupecficiei, ſit æquale 100. igitur



cubus a b & 6. quadrata a b, æqualia ſunt 100. quare ex ſuo capitulo a b cognita, at a b in prima interrogatione fuit quadratum,

tum, igitur æſtimatio quadrati in prima interrogatione, quando cubus quadrati, & 6. quad. quadrata, æquantur 100. cognita erit, cùm ſit eadem æſtimationi rei in ſecunda quæſtione. At nos volumus in prima quæſtione rei æſtimationem, res autem eſt ſemper ℞. quadrati, igitur ℞. a b æſtimationis inuenti per ſecundam quæſtionem, eſt rei æſtimatio in prima quæſtione, vt proponebatur. Eadem ratione, ſi poſuerimus cubum quadrati, & 6. cubos, æquales 100. erit corpus a b c d, cubus quadrati, & a b quadratum, cui ſi ponatur aliqua ſuperficies quadrata æqualis, puta e f g. erit ſexcuplum corporis ex e f in e f g, cum corpore a b c d, æquale 100. ponatur modò corpus e f g res, quia igitur e f eſt ℞. a b, ex ſuppoſito erit cubus e f ℞. cubi a b, igitur corpus a b c d, quadratum corporis ex e f in e g, poſito igitur corpore a b c d quadrato, erit cubus e f res, & ſexcuplum eius ſex res, & iam ſexcuplum cubi e f, cùm corpore a b c d, æquabatur 100. & non mutantur corpora, ſed manent eadem, & ſexcuplum cubi e f, eſt 6. res, & corpus a b c d quadratum, igitur quadratum & 6. res, æquantur 100. igitur res eſt cognita, ſcilicet cubus e f, ſed cùm e f ſit latus cubicum ſui cubi, igitur e f cognita erit, quæ eſt ℞. cubica æſtimationis inuentæ. At cùm e f ſit res, in prima quæſtione, quia eſt ℞. quadrata a b, & a b ſupponitur quadratum, poſito a b c d, corpore cubo quadrati, igitur poſito a b c d corpore cubo quadrati, erit res e f, nota latus ſcilicet cubicum æſtimationis inuentæ per ſecundam quæſtionem, quam volumus.

Ex hoc manifeſtæ ſunt regulæ capitulorum deriuatiuorum omnium. Oſtendimus enim in vniuerſum, capitula 16. primitiua compoſita & ſunt hæc.

Primum, Quadratum æquale rebus & numero. 2^{m}, res æquales quad. & numero. 3^{m}, numerus æqualis quadrato & rebus. 4^{m}, cubus æqualis rebus & numero. 5^{m}, res æquales cubis & numero. 6^{m}, numerus æqualis cubo & rebus. 7^{m}, cubus æqualis quad. & numero. 8^{m}, quadrata æqualia cubo & numero. 9^{m}. numerus æqualis cubo & quad. 10^{m}, cubus æqualis quad. rebus & numero. 11^{m}, quad. æqualia cubo rebus & numero. 12^{m}, numerus æqualis cubo quad. & rebus. 13^{m}, res æquales cubo quad. & numero. 14^{m}, cubus & numerus æquales quad. & rebus. 15^{m}, cubus & res æquales quad. & numero. 16^{m}, cubus & quad. æqualia rebus & numero. Manifeſtum eſt autem quòd ex his 2^{m}, 5^{m}, 8^{m}, 11^{m}, 13^{m}, & 14^{m}, ſecundum naturam, habent duas æſtimationes, ex toto diuerſas, & à diuerſis regulis pendentes. Vnde duplicatis his capitulis fient capitula primitiua 22. compoſita, & quia 15^{m} habet tres æſtimationes, erunt capita 24. vnicuique autem eorum debentur duo capitula deriuatiua, alterum ex natura quadrati, alterum ex natura cubi, nam etſi deriuatiua ſint infinita, in vnoquoque capitulo, omnia tamen reducuntur ad alterum horum duorum modorum, loquendo de his, de quibus poteſt haberi regula generalis. Igitur manifeſtum eſt, ipſa eſſe ad vnguem 48. Et mea nihil refert de numero dicere, modo ſcias, quòd omnia primitiua, habent duo deriuatiua diuerſi generis, & quòd capitula primitiua compoſita, ad minus reduci nequeunt quam 18. igitur contracto numero quantumuis erunt deriuatiua ſaltem 36. nam capitula rerum æqualium numero & cubo, & quadratorum æqualium cubo & numero, neceſſario ſunt duplicata, manifeſtum eſt enim, quantum vna æſtimatio ab alia differat. Oblato igitur capitulo, ex tribus aut quatuor denominationibus, ſi non adſit numerus, primò omnes denominationes per minorem deprime, ita vt minor in numerum euadat, deinde accipe inferiorem denominationem, & vide ſi conſtat capitulum, ex tribus denominationibus, an minor ſit radix maioris quadrata vel cubica, vel quod radix minoris quadrata, ſit ℞. cubica maioris, tunc quæres æſtimationem in conſimili capitulo ex 16. deinde eius æſtimationis, accipe talem radicem, qualis eſt denominatio minor, comparata ad minorem, vna vnius ordinis ad reliquam, & ad facilitatem. Diſpoſui deriuatiua omnia, in directo ſuorum primitiuorum, in capitulo ſecundo, etiam conſtantia ex quatuor denominationibus, in quibus ſi bene aduerteris, ſemper minor denominatio, id eſt, inferior poſt numerum, eſt radix quadrata vnius, & ℞. cubica alterius, denominationis eiuſdem capituli. Exemplum, Igitur ſi quis dicat,

1 Quad. quad. p̃. 2. quadratis, æquantur 10. vides quòd eius primitiuum eſt quad. & res, æqualia numero, quære igitur æſtimationem quadrati p̃. 2. rebus, æqualis 10. & eſt ℞. 11. m̃. 1. & quia res eſt ℞. quadrata quadrati dic quòd æſtimatio eſt ℞. v. ℞. 11. m̃. 1.

2 Cu. quad. p̃. 2. cu. æquatur 10. eius primitiuum eſt etiam quad. p̃. rebus, æqualia numero, cùm igitur quad. & 2. res, æquantur 10. æſtimatio rei eſt ℞. 11. m̃. 1. cùm igitur res ſit ℞. cubica cubi, minor ſcilicet denominatio minoris, erit æſtimatio quæſita ℞. v. cub. ℞. 11. m̃. 1.

3 Quadratum relati primi, & 2. rel prima æquantur 10. vides quòd relatum eſt ℞. quadrata, quadrati relati primi, dic igitur hoc eſſe deriuatiuum ex genere quadrati, ſi igitur quad. & 2. res, æquantur 10. æſtimatio eſt ℞. 11. m̃. 1. igitur cùm res ſit ℞. relata relati, dices quòd æſtimatio quæſita, eſt ℞. relata v. ℞. 11. m̃. 1.

4 Cubus quadrati p̃. 3. quad. quadratis, æqualis eſt 10. tunc vides, quòd eius primitiuum eſt cubus & quadrata, æqualia numero, cùm igitur cubus & 2. quadrata, æquãtur 10. æſtimatio rei eſt 2. & quia quadratum eſt radix quad^{a}, qd. quad^{t}, ideo æſtimatio rei erit ℞. 2.

5 Cubus quadrati p̃. 3. quad. quadratis, p̃. 10. æquantur 15. quadratis, vides quòd eius primitiuum in tabula, vel ex ratione dicta, eſt cubus & quadrata & numerus, æqualia rebus, ideo quære æſtimationem cubi & 3. quad. & 10. æqualium 15. rebus. quæ eſt 2. & quia res eſt radix quadrata, quadrati, ideo dices quòd æſtimatio rei erit ℞. 2.

6 Cubus cubi & 3. cu. quadrata, & 10. æquantur 15. cubis, dices vt priùs, primitiuum eſſe cubum & quadrata & numerum, æqualia rebus. Igitur ſi cubus & 3. quadrata & 10. æquantur 15. rebus, res eſt 2. & quia res eſt ℞. cubica cubi, ideo dicemus quòd æſtimatio erit ℞. cubica 2. & quia primitiuum habet duas æſtimationes, vt notum eſt, totidem etiam habebit deriuatiuum, & vtriuſque ℞. cubica in hoc exemplo & quadrata in præcedenti, ſatisfaciet, & hoc eſt generale omnibus deriuatiuis, vt habeant totidem æſtimationes, quot ſua primitiua.

7 Sit etiam cubus cubi æqualis 3. cubis quadrati & 16. tunc quia ducta ℞. cubi quadrati quæ eſt cubus, in cubum quadrati, fit cubus cubi, ideo res erit in capitulo deriuatiuo generali, & eius primitiuum erit, cubus æqualis quadratis & numero, ſi igitur cubus æqualis ſit 3. quadratis p̄. 16. æſtimatio rei erit 4. quia igitur quadratum minor denominatio in ſecunda æquatione, eſt ℞. cub. cubi quadrati, ideo dico, quòd ſumẽda erit ℞. cub. 4. pro æſtimatione. Et ita de aliis.

Et ſimiliter dices, de cubo cubi & cubo, nam poteſt referri ad rem & cubum, vt enim res eſt ℞. cubica cubi, ſic cubus eſt ℞. cu. cub. cubi. Poteſt & referri ad quadratum, cubum quadrati, nam ex vtraque in ſuam radicem, producitur compar denominatio, nam ex quadrato in rem, fit cubus, & ex cu. quadrati in cubum, fit cubus cubi, ſed prior modus eſt facilior.

Caput XXV.

De Capitulis imperfectis & ſpecialibus.

Regulæ hæ dicuntur generales, & hoc duabus de cauſis: prima, quia modus in ſe generalis eſt, quamquam repugnet naturæ æſtimationis, vt ſit vniuerſalis, velut ſi quis dicat, omnis numerus productus ex aliquo in ſe ducto, quadratus eſt. Regula eſt generalis: nec tamen ſequitur; quòd per hanc regulam cognoſcam omnem numerum quadratnm, quia non licet cognoſcere omnem numerum, qui ex alio in ſe ducto producitur. Dicitur & generalis regula, quia exhaurit æſtimationis genus vniuerſum, quanquam æſtimatio non exhauriat regulam, particulares tamen ſunt regulæ, quia non omnem propoſitam quæſtionem per illas ſoluere poſſumus.

1 Cùm igitur cubus æqualis eſt rebus & numero, & ex numero rerum feceris duas partes, ex quarum vna in alterius radicem, fiat numerus æquationis, tunc adde quartam partem eius partis, cuius ſumenda eſſet radix alteri parti, & ℞. aggregati, addito dimidio ℞. partis, cuius aſſumpſiſti radicem, eſt æſtimatio rei.

Exemplum, Cubus æqualis ſit 20. rebus & 32. tunc ex 16. in ℞. 4. fit 32. igitur addo 1.

1. cub. æqualis 20. rebus p̄. 32.
16 —— 4.
℞. 17. p̄. 1.

quartam parte 4. ad 16. fit 17. cuius ℞. p̄. 1. dimidio ℞. 4. eſt rei æſtimatio, quare res eſt ℞. 17. p̄. 1.

Cùm fuerit cubus æqualis rebus & numero, & inueneris duos numeros, producentes numerum æquationis, quorum vnus ſit ℞. aggregati, ex altero & numero rerum, ille qui eſt ℞. eſt rei æſtimatio. 2

Si n. ille numerus eſt radix numeri rerũ & partis producentis numerum, igitur ſi ſit res ducta in quadratum producit cubũ, & ducta in numerum rerum producit res, & in aliam partem ex ſuppoſito numerum. Quare cubus æqualis erit rebus illis cum numero.

Exemplum, Cubus æquatur 24. p̄. 32. rebus & ſunt duo numeri, producentes 24. qui

cubus æqualis 24. p̄. 32. rebus.
6 —— 4 —— 32.
36.
6.

ſunt 6. & 4. quorum 6. eſt ℞. aggregati, ex 32. numero rerum, & 4. alio producente, nam 6. eſt ℞. 36. igitur 6. eſt rei æſtimatio.

Cùm fuerit cubus æqualis rebus & numero, & ex numero rerum feceris duas partes, ex quarum vtraque in alterius radicem mutuo, fiat dimidium numeri æquationis, radices illarum partium, conſtituunt iunctæ, rei æſtimationem. Nam cum aggregatum cuborum & duorum parallelipedorum mutuorum ſe habeat ad reliqua quatuor parallelipeda vt aggregatum quadratorũ ad duplum producti vnius in alterum: Et iam ex ſuppoſit. ℞. illæ partium numeri rerum qui numerus eſt æqualis aggregato quadratorum, producant in ipſa quadrata mutuò dimidium numeri, his igitur producent numerum, ergo aggregatum illarum ℞. eſt res. 3

Exemplum, Cubus æquetur 10. rebus p̄. 24. & ex 10. fiunt duæ partes, 9. & 1. ex qua-

cubus æqualis 10. rebus p̄. 24.
9 —— 1. —— 12.
3. ✕ 1.
12.

rum mutua vnius in ℞. alterius multiplicatione fiunt 9. & 3. qui iuncti faciunt 12. dimidium 24. igitur radices 9. & 1. quæ ſunt 3. & 1. iunctæ, conſtituunt 4. rei æſtimationẽ.

4 Cùm fuerit cubus æqualis rebus & numero, & ex numero rerum feceris tres partes in eadem proportione, ex quarum ductu mediæ in aggregatum, radicum primæ & tertiæ fiat numerus æquationis, ſeu ex tertia in ℞. primæ, & primæ in ℞. tertiæ, quod idem eſt, tunc tale aggregatum dictarũ radicum, eſt rei æſtimatio. Quia proportio quadratorum partium cum ſuperficie media ad mediam ſuperficiem eſt ſicut aggregati cuborum cum quatuor parallelipedis ad duo reliqua parallelipeda: & illa duo quadrata habent ſuperficiem in media proportione, igitur diuiſo cubo iuxta rationem baſis latere quadratorum, ſi producant numerum inuicẽ mutuo ducta ſeu media ſit ſuperficies in rem, ex re in reliquas tres partes baſis, fiẽt ſex corpora reſidua cubi: ergo cubus ille eſt æqualis rebus & numero.

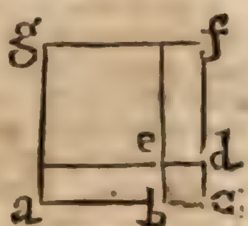
Exemplum, Cubus æquatur 19. rebus p̄. 30. & ex 19. fiunt tres partes analogæ, 9. 6. 4.

cubus æqualis 19. rebus p̃. 30.
4——6——9.
2. 3.
13——18——30.

6. 4. ex quarum ſecunda, quæ eſt 6. in 5. aggregatum radicum primæ & tertiæ, fit 30. ideo 5. aggregatum radicum, eſt rei æſtimatio.

5 Cùm fuerit cubus æqualis rebus & numero, & inueneris duos numeros, quorum aggregatum, ductum in productum vnius in alterum, producat tertiam partem numeri æquationis: & quadrata illorum æqualia fuerint aggregato ex numero rerum, & proproducto vnius in alterum, tunc aggregatum illorum numerorum, eſt rei æſtimatio.

Hæc, n. eſt conuerſa generalis regulæ. Quia, n. a c cum quadrato differentiæ eſt æquale numero rerum. Igitur (per demõſtrata in libro de proportionibus) totidem res æquabuntur cubis a b & b c. Ibidem



etiam eſt demonſtratum quòd productum a b in b c quadratum, & b c in quadratum a b eſt æquale ductui a c in a c, priùs autem ſupponitur æquale tertiæ parti numeri, ergo & hoc & triplum triplo. Igitur a c cubus æquatur numero & rebus propoſitis.

Exemplum, Cubus æquatur 7. rebus p̃. 90. & 3. & 2. ducti inuicem producunt 6.

cubus æqualis 8. rebus p̃. 90.
9. 3.
4. 2. 6——7——13.
13. 5. 30.

qui ductus in 5. aggregatum, producit 30. tertiam partem 90. differentia verò 13. aggregati quadratorum, ab ipſo 6. producto vnius in alterum, eſt 7. numerus rerum, ideo 5. aggregatum illorum, eſt rei æſtimatio.

6 Cùm fuerit cubus æqualis rebus & numero, & inuentus fuerit numerus cubicus, cuius ℞. cubica, ducta in numerum rerum, producat aggregatum, ex numero cubico inuento, & numero æquationis, ſeu illorum differentiam, tunc res p̃. eadem ℞. cubica, erit communis diuiſor cubi, p̃. eodem numero cubico, & numeri rerum cum numero aggregato, ex numero æquationis, & numero cubo, vel res m̃. ℞. cubica eadem, erit communis diuiſor, cubi m̃. numero cub. inuento, & numeri rerum m̃. differentia æquationis, & numeri cubi inuenti, inde peruenies ad rei æſtimationem.

Exemplum, Cubus æquatur 16. rebus p̃. 21. tunc quia addito 27. numero cubo, ad 21. fit 48. quî producitur ex 3. ℞. cubica 27. in 16. numerum rerum, ideo dico, quòd res p̃. 3. erit communis diuiſor, addito 27. vtrique parti, ſcilicet cubo & 16. rebus p̃. 21. inde facta diuiſione, habebis quadra-

cubus æqualis 16. rebus p̃. 21.
3. 27.
48. 48.
1. res p̃. 3.
cubus p̃. 27. | 16. res p̃. 48.

tum m̃. 3. rebus p̃. 9. æqualia 16. quare quadratum æquabitur 3. rebus p̃. 7. & res erit ℞. 9 1/4 p̃. 1 1/2. Et ſimiliter, ſi dicamus, cubus æquatur 4. rebus, p̃. 15. hîc abiecto 15. ex 27. numero cubo, differentia quæ eſt 12. continet 4. numerum rerum, in 3. radice cubica 27. ideo dico, quòd abiecto communi. 27. ex vtraque parte, fiet cubus

cubus æqualis 4. rebus p̃. 15.
3——27.
12. 12.
1. res p̃. 3.
cubus m̃. 27. | 4. res m̃. 12.

m̃. 27. æqualis 4. rebus m̃. 12. inde diuiſis ambobus per rem m̃. 3. communem diuiſorem, fiet quad. p̃. 3. rebus p̃. 9. æquale 4. quare æquatio nulla ſequetur, quamuis perueneris ad modum æquandi, in detractione, niſi forſitan aliquando per m̃. ſyncerum.

Cùm fuerit cubus æqualis rebus & numero, & ex numero rerum auferatur 1/4 quadrati rei, & ℞. reſidui addatur, aut minuatur, ex dimidio rei, aggregatum ductum in quadratum reſidui, & reſiduum ductum in quadratum aggregati, producunt numerum æquationis. 7

Exemplum, Cubus æquatur 14. rebus p̃. 8. & rei æſtimatio eſt 4. cuius quadratum

cubus æqualis 14. rebus p̃. 8. res 4. quadratum 16.
1/4 quadrati 12——14——2.
2. p̃. ℞. 2. 6. p̃. ℞. 32.
2. m̃. ℞. 2. 6. m̃. ℞. 32.
8.

eſt 16. huius 1/4 ſunt 12. abiice ex 14. numero rerum fit 2. reſiduum, cuius radicem adde, & minue ex 2. dimidio 4. æſtimationis rei fiunt 2. p̃. ℞. 2. & 2. m̃. ℞. 2. dico igitur quod ex vno in quadratum alterius mutuò fiunt 8. ſcilicèt numerus æquationis,

Cùm fuerit cubus æqualis rebus & numero, & diuiſeris dimidium numeri æquationis, per rei æſtimationem, addiderisque prouentum numero rerum, & ab aggregato detraxeris 1/4 quadrati ipſius rei, ℞. reſidui, addita & detracta, à dimidio æſtimationis, oſtendit partes, ex quarum ductu vnius in quadratum alterius mutuò, producitur dimidium numeri æſtimationis. 8

Exemplum, Cubus æquatur 14. rebus p̃. 8. & æſtimatio eſt 4. diuide 4. dimidium 8. per 4. æſtimationem, exit 1. adde ad 14. fit 15. abiice 12. qui ſunt 1/4 quadrati æſtimationis, relinquitur 3. cuius radicẽ adde ac minue, ex 2. dimidio æſtimationis, habebis 2. p̃.

cubus æqualis 24. rebus p̃. 8.
1 —— 4 —— 4
15 —— 12 —— 3
2. p̃. ℞. 3. | 2. m̃. ℞. 3.
7. m̃. ℞. 48. | 7. p̃. ℞. 48.
2. | 2.

℞. 3. & 2. m̃. ℞. 3. ex quorum ductu vnius, in quadratum alterius mutuò, fit 4. dimidium numeri æquationis.

9 Cùm fuerint res æquales cubo & numero, & inueneris numerum, qui ductus in ℞. aggregati, ex ipſo & numero rerum, producat numerum æquationis, tunc dimidia eius ℞. addita vel detracta radici differentiæ numeri æquationis, & $\frac{1}{4}$ eiuſdem aggregati, conſtituit rei æſtimationem.

Exemplum, Cubus p̃. 12. æquatur 34. rebus, tunc quia addendo 2. ad 34. pro-

cubus & 12. æqualis 43. rebus.
2.
36.
12 —— 2 —— 6.
34. 3.
27.
7.

ductum ex ipſo 2. in 6. ℞. 36. aggregati 2. & 34. eſt 12. numerus æquationis, ideo dico, quod ſi ad 3. dimidium radicis 36. addatur vel minuatur ℞. 7. differentiæ 34. numeri rerum & 27. quod eſt $\frac{1}{4}$ quadrati 6. ſeu talis aggregati, quod conſurget rei æſtimatio, 3. p̃. ℞. 7. vel 3. m̃. ℞. 7.

10 Cùm fuerint res æquales cubo & numero, & ſubtraxeris talem numerum ex numero æquationis, ita quod ℞. cuba differentiæ, ducta in numerum rerum, producat numerum detractum, tunc res m̃. ℞. cubica differentiæ, erit communis diuiſor, facta detractione, & hæc regula ſimilis eſt ſextæ, ſicut præcedens ſecundæ.

Exemplum, 16. res æquantur cubo & 21. detracto 48. relinquitur 27. cuius ℞.

cubus & 21. æqualis 19. rebus.
48.
27 —— 3.
48.
res m̃. 3.
cubus m̃. 27. | 16. res m̃. 48.

cubica 3. ducta in 16. numerum rerum, producit 48. igitur detracto 48. ex vtraque parte, fient cubus m̃. 27. & 16. res m̃. 48. inde diuiſor communis erit res m̃. 3. & prouenient quadratum & 3. res & 9. æqualia 19. quare quadratum & 3. res, æquabuntur 7. & rei æſtimatio erit, ℞. $9\frac{1}{4}$ m̃. $1\frac{1}{2}$.

11 Cùm fuerint res æquales cubo & numero. & ex numero rerum feceris tres partes proportionales, ex quarum ſecunda, ducta in differentiam radicum primæ & tertiæ, ſeu ex ductu primæ in ℞. tertiæ, & tertiæ in ℞. primæ, differentia æqualis fuerit tertiæ parti numeri æquationis, erit differentia illarum radicum rei æſtimatio, & eſt ſimilis 4.

Exemplum, 19. res æquales ſunt cubo & 18. cùm ex 19. factæ fuerint tres partes

cubus & 18. æquales 19. rebus.
9. 6. 4.
3 1. 2.
6 —— 3 —— 18.

proportionales 4. 6. 9. ex quarum media 6. ducta in differentiam radicum 9. & 4. quæ eſt 1. fiat 6. tertia pars 18. numeri æquationis, ideo dico quòd 1. differentia talium radicum eſt rei æſtimatio.

Cùm fuerint res æquales cubo & numero, & cùm ℞. cubica numeri æquationis, diuiſeris numerum rerum & de eo quod exit, feceris duas partes, ex quarum ductu vnius in quadratum alterius, fiat numerus æquationis, tunc quantitas proportionalis, inter ℞. cubicam numeri æquationis, & partem, quam ducis in quadratum alterius, vt fiat æquationis numerus, eſt rei æſtimatio. 12

Exemplum, 18. res æquantur cubo p̃. 8. diuiſo 18. per 2. ℞. cubicam 8. exit 9. ex

18. res æquantur cubo p̃. 8.
2 —— 2.
9 —— 8.
1 4.
8.

quo fiunt duæ partes 8. & 1. ex quarum vna quæ eſt 8. in quadratum alterius quod eſt 1. fit 8. numerus æquationis, ideo 4. numerus medius proportione inter 8. partem 9. quam duxiſti in quadratum 1. alterius partis, & 2. ℞. cubam 8. numeri æquationis, eſt rei æſtimatio.

Cùm fuerit cubus & numerus æqualis rebus, & ex tertia parte numeri rerum, feceris duas partes, quæ ductæ in ſuas radices, producant duos numeros, qui iuncti, æquales ſint dimidio numeri æquationis, aggregatum illarum radicum, eſt rei æſtimatio, & eſt ſimilis tertiæ regulæ. 13

Exemplum, 15. res, æquantur cubo & 18. capio 5. tertiam partem 15. ex quo facio duas partes, 4. & 1. quæ du-

15. res æquales cubo p̃. 18.
5.
1 —— 4.
1 —— 2 —— res 3.
1 —— 8 —— 9 —— 9.

ctæ in ſuas radices, 2. & 1. producunt 8. & 1. quorum aggregatum 9. eſt dimidium 18. numeri æquationis, ideo dico, quod

quod 3. aggregatum talium radicum, eſt rei æſtimatio. Et iam ſcis, etiam ex regula generali, quòd quotiens ex numero rerum poſſunt fieri duæ partes, quarum vna ducta in alterius radicem, producatur numerus æquationis, quòd talis ℞. eſt rei æſtimatio, & quòd hoc poteſt eſſe duobus modis, & quomodo cadat in Binomio vel reciſo & integris, ideo quamuis eſſent ſimiles primæ regulæ, quia tamen ex capitulo generali, quaſi violenter in eam rapimur, ſatis fuerit admonuiſſe hîc.

14 Cùm fuerit numerus æqualis cubo & quadratis, & ſciueris ex numero quadratorum facere duas partes, ex quarum ductu vnius in quadratum alterius, fiat numerus æquationis, tunc duces partem quæ non in ſe ducitur. in aggregatum eius quæ in ſe ducitur, & quartæ partis eius, que non in ſe ducitur, producti ℞. detracto dimidio partis, quæ non in ſe ducitur, eſt rei æſtimatio.

Exemplum, Cubus & 20. quadrata, æquantur 72. ex 20. fiunt duæ partes, 18.

cubus & 20. quadrata æqualia 72.
2. 18.
$4\frac{1}{2}$
2
$6\frac{1}{2}$ —— 18 —— 117
℞. 117. m̃. 9.

& 2. & ex vna in quadratum alterius fit 72. nam ex 18. in 4. fit 72. dico, quòd ſi 18. ducatur in $6\frac{1}{2}$ aggregatum ex 2. reliqua parte, & $4\frac{1}{2}$, quarta parte ipſius 18. fiet 117. cuius ℞. detracto 9. dimidio 18. oſtendit æſtimationem rei ℞. 117. m̃. 9.

15 Cùm fuerint quadrata æqualia cubo & numero, & inueneris numerum non minorem quarta parte numeri quadratorum, nec maiorem tertia parte, cum quo diuiſo numero æquationis, proueniet numerus quadratus, cuius radicis dimidium additum numero quadratorũ, faciat quadruplum ipſius diuiſoris, tunc æſtimatio rei eſt duplum numeri diuiſoris, p̃. vel m̃. radice producti, ex quadruplo diuiſoris, in differentiam numeri rerum, & tripli ipſius diuiſoris.

Exemplum, Cubus p̃. 48. æquatur 10. quadratis, tunc quia 3. qui non eſt minor quarta parte 10. numeri quadratorum, nec

10. quad. æqual cubo & 48.
3. 3.
4. 4 —— 16.
12. 2 — 10 — 12.
6. p̃. ℞. 12. vel 6. m̃. ℞. 12.

eius tertia parte maior, diuidens 48. producit 16. cuius medietas radicis quæ eſt 2. addita ad 10. numerum quadratorum, conſti 12. quadruplum diuiſoris 3. ideo dico, quòd ſi duplo diuiſoris quod eſt, 6. addatur vel detrahatur ℞. producti, ex quadruplo 3. diuiſoris, in 1. differentiam 10. numeri rerum, & 9. tripli 3. diuiſoris, & eſt tale productum etiam 12. quod conſtituemus vtramque æſtimationem, 6. p̃. ℞. 12. vel 6. m̃. ℞. 12.

Et ſcias, quòd per capitula cognoſcuntur regulæ & quæſtiones ſuper his formatæ cum facilitate, quæ aliàs vix ſoluerentur, ipſæ verò regulæ ſumptæ ſunt ex demonſtrationibus capituli ſexti, & ego non appoſui eas, quia intelligenti noſtros libros ſuper Euclidẽ, ſunt per ſe manifeſtæ, & non intelligens non curabit illas nec quæret, quoniam non ſunt ei neceſſariæ. Not.

Operæpretium fuerit nunc oſtendere, quòd hæ regulæ non poſſunt eſſe generales, reſpectu æſtimationis, & modus in vno ſufficiet ad oſtendendum in reliquis capitulis. Capiamus igitur capitulum proximius, & de quo magis poſſet hoc credi, propter multiplicem æſtimationem, ſit cubus p̃. numero, æqualis quadratis, & ſit $2\frac{2}{3}$ numerus poſitus, id eſt numerus, qui primò cognoſcitur in ſexto capitulo, regula ſecunda, erit igitur ex illa regula, rei æſtimatio, ℞. 16. p̃. $2\frac{2}{3}$, quare $6\frac{2}{3}$, quare reſiduum ad numerum quadratorum eſt $\frac{1}{3}$, quare ex demonſtratione poſita in initio tertij libri, productũ $6\frac{2}{3}$, in quadratum $\frac{1}{3}$, eſt numerus fractus, & eſt $\frac{20}{27}$, & econtrà, ducto $\frac{1}{3}$ in quadratũ $6\frac{2}{3}$, fit fractus numerus etiam, ſcilicet $14\frac{22}{27}$, quare poſito numero quadratorum integro, & æſtimatione fractis numeris conſtituta, numerus æquationis, qui eſt ſuperatio partium, quæ ſunt rationales, quadratorũ ad cubum, nunquam poterit eſſe numerus integer, ſed talis æquationis numerus producitur ex vna parte numeri rerum, in alterius quadratum. Hoc oſtenſo, capio cubum & numerum æquales 7. quadratis: manifeſtum eſt autem ex demonſtratis in ſeptimo ſuper Euclidem, & ex regulis ſexti libri, deducendo numerum ad quadratum & cubum, quod maxima productio partium 7. in quadratum alterius, eſt $50\frac{22}{27}$, igitur poteri diuidi 7. vt producat numeros integros, per multiplicationem vnius partis in quadratum alterius, ab 1. vſque 50. & non in fractos, ex demonſtratis igitur in integros, at in integris non poteſt fieri niſi triplex diuiſio,

	7		
1	6,	36,	6.
2	5,	50,	20..
3	4,	48,	36.

vt patet in figura, nec produci plus quàm 6, 20, 36, 48, 30, igitur reſidui 45. numeri, nullo modo per genus huius æſtimationis exhauriri poterunt, ſpecialis igitur eſt, ac valde etiam ſpecialis, nec tamen credas, quòd in aliis capitulis, numerus pro Binomij aut reciſi altera parte non poſſit inſeruire, vt ſæpius in exemplis docuimus.

Cùm fuerit cubus ac numerus æqualis rebus, & ex ℞. numeri rerum feceris duas partes, ex quarum ductu primæ in duplum quadrati ſecundæ, & ſecundæ in quadratum primæ, fiat numerus æquationis, tunc ſecunda pars erit æſtimatio. 17

Exemplum, Cubus & 48. æquantur 25. rebus, tunc quia ex 5. & 25. fiunt partes 3. & 2. ex quarum ductu 2. in 18. duplum qua-

cubus & 48. æqualis 25. rebus.

2 ✕ ——— 5
4 18
12 ——— 36
48

quadrati 3. & ex 3. in 4. quadratum 2. fit 48. ideo dico, quòd 3. pars, cuius quadratum duplicatur, eſt rei æſtimatio.

18 Cùm fuerint cubus & quadrata, æqualia numero, & duo numeri differentes in numero æquationis, ducti inuicem, produxerint tantum, quantnm ex cubo ₇pquad. in cubum differentiæ ℞. cubicarum talium numerorum, tunc differentia talium ℞. cubi-

cubus & 22$\frac{1}{2}$ quad. æqual. 98
3375 ——— 125 ——— 27
98
7$\frac{1}{2}$ 5 ——— 3
421$\frac{7}{8}$ ——— 8
3375

carum, eſt rei æſtimatio, vt in exemplo à latere patet; res enim facilis eſt.

Corrò. Ex his patet vnum admirabile: ſcilicet quòd in his capitulis cùm numerus propoſitus fuerit compoſitus, facilè, frequenterque eueniet vt æſtimatio poſſit inueniri, at ſi primus raro admodum: quia non contingit duas partes numeri integri commenſas inuicem ſeu fractas numerum integrum producere, quanto minus in radicem vel alterius quadratum: quod in his plerunque regulis præſupponitur.

Corm. Quia ex regula 14. huius ex 22$\frac{1}{2}$ numero rerum poſſunt fieri duæ partes, ex quarum vna in alterius quadratum, fient 98. numerus æquationis & æſtimatio eſt differentia ℞. producti ex vna illarum in ſuam quartam ac reliquam à dimidio eiuſdem primæ partis, ideò poſita prima parte 1. poſ. ducemus eam in 22$\frac{1}{2}$ m̃. $\frac{1}{4}$ poſ. & fient 22$\frac{1}{2}$ poſ. m̃. $\frac{1}{4}$ quad. cuius ℞. eſt 2. p̃. quam $\frac{1}{2}$ poſ. igitur $\frac{1}{2}$ poſ. p̃. 2. æquatur illi radici ergo prima pars eſt 10$\frac{1}{4}$ p̃. ℞. 101$\frac{1}{16}$ alia 12$\frac{1}{4}$ m̃. ℞. 101$\frac{1}{16}$.

CAPVT XXVI.

Oſtendit regulas maiores, quæ ſunt omnino ſingulares.

Prima QVANDO quadratum quadrati & res, æquantur quadratis & numero, & diuiſo numero rerum ac numero æquationis, per numerum quadratorum, dimidium exeuntis ex numero rerum, fuerit radix prouentus numeri æquationis iam diuiſi, tunc accipe ℞. numeri primi æquationis, & ei adde quartam partem numeri quadratorum, & totius accipe radicem vniuerſalem, à qua minue ℞. eiuſdem quartæ partis numeri quadratorum, reſiduum eſt rei æſtimatio.

Quaſt. Exemplum, Quatuor iniere ſocietatem, Primus poſuit quantitatem; Secundus poſuit quadratum quadrati decimæ partis primi; Tertius poſuit quintuplum quadrati decimæ partis primi; Quartus poſuit quinque, & tantum poſuit primus cum ſecundo, quantum tertius cum quarto. Quæritur quantum quiſque poſuerit? Pone quòd primus poſuerit 10. res, ſecundus poſuit igitur quadratum quadrati, tertius 5. quadrata, quartus autem vt dictum eſt, poſuit 5. Igitur quadratum quadrati, & 10. res, æquantur 5. quadratis & 5. diuidendo igitur numerum rerum per numerum quadratorum, exiret 2. cuius dimidium eſſet ℞. 1. qui prouenit diuiſo 5. numero æquationis, per 5. numerum quadratorum, igitur accipe ℞. 5. numeri æquationis, cui adde quartam partem numeri quadratorum, & fiet ℞. 5. p̃. 1$\frac{1}{4}$, cuius accipe ℞. v. quæ eſt ℞. 5. p̃. 1$\frac{1}{4}$, & ab ea minue quartam partem numeri quadratorum, habebis rei æſtimationem ℞. v. ℞. 5. p̃. 1$\frac{1}{4}$ m̃. ℞. 1$\frac{1}{4}$ & habebunt vt vides:

p[s] ℞. v. ℞. 50000. p̃. 125. m̃. ℞. 125.
2[s] 17$\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 500. m̃. ℞. v. ℞. 612500. p̃. 781$\frac{1}{4}$.
3[s] 12$\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 125. m̃. ℞. v. 78125. p̃. 156$\frac{1}{4}$
4[s] 5 ———

Eodem modo, vbi quad. quadratum, æquetur eiſdem conditionibus quadratis rebus & numero, regula tenebit ſimilis, & in æſtimatione erit idem modus, niſi quòd in fine addemus ℞. quartæ partis numeri quadratorum, radici vniuerſali, quàm in præcedente regula detrahebamus, vt in exemplo, ſi quad. quadratum æquale foret 5. quadratis, 10. rebus & 5. numero, rei æſtimatio eſſet ℞. v. ℞. 5. p̃. 1$\frac{1}{4}$, p̃. ℞. 1$\frac{1}{4}$. 2

Et cauſa in his regulis eſt, quod ℞. quad. quadrati, eſt quadratum, & ℞. 5. quadratorum m̃. 10. rebus p̃. 5. eſt ℞. m̃. ℞. 5. quadratorum, ſeu m̃. rebus ℞. 5. igitur quadratum & res ℞. 5. æquantur ℞. 5. & æſtimatio eſt nota, quæ eſt eadem cum illa, quad. quadrati, p̃. 10. rebus, æqualium 5. quadratis & 5. & eadem ratione, ſi quad. quadratum æquale eſt 5. quadratis, 10. rebus & 5. erit quadratum æquale rebus ℞. 5. p̃. ℞. 5. quare nota eſt res.

Quando quadratum quadrati & quadrata & res, æqualia fuerint cubis & numero, qui ſit 2. p̃. numero quadratorum, fuerintque numerus rerum & cuborum idem, & dimidium numeri rerum, radix numeri, tunc duc in ſe quartam partem numeri rerum, & producto adde 1. & ab hoc minue ℞. aggregati ex quadrato dimidij numeri rerum & vnitate, & reſidui ℞. adde vel minue à quarta parte numeri rerum, quod fiet, erit rei æſtimatio.

Exemplum, Quad. quadratum & 34. quadrata & 12. res, æquantur 12. cubis & 36. tunc vides quòd cubi ſunt æquales rebus & numero, & dimidium numeri rerum eſt ℞. 36. numeri, & numerus ipſe eſt 2. p̃. numero quadratorum, ideo duc 3. quartam partem 12. numeri rerum in ſe, fit 9. adde

1. pro

1. pro regula, fit 10. abiice ℞. 37. aggregati ex quadrato dimidij numeri rerum & vnitate, fit 10. abiice ℞. 37. huius ℞. vniuerſalem minue vel adde 3. quartæ parti numeri rerum, habebis æſtimationem rei, 3. p̄. ℞. v. 10. m̄. ℞. 37. vel 3. m̄. ℞. v. 10. m̄. ℞. 37.

Et modus inueniendi tales regulas habetur ex regula magna, vnde etiam capitulo huic nomen dedimus, & eſt, vt ſoluas aliquam quæſtionem ſimpliciter, deinde per regulam magnam, vel etiam aliam, deinde obſeruabis conditiones neceſſarias, in tranſitu ex vna in aliam, poſtmodum obſerua, quo modo perueneris ad rei æſtimationem, & facies regulam nouam hoc modo ſuper capitulum ignotum.

Exemplum, Fac ex 6. duas partes, ita quòd cubus minoris, & quadratum maioris, & productum ex eadem maiore in 8. hæc tria producta, ſint proportionalia, dico peruenies per regulam magnam ad hoc quòd proportio talium partium erit ℞. cub. 8. ſcilicet 2. quare diuidemus 6. per ℞. cu. 8. p̄. 1. & exibit rei æſtimatio, at ſequendo poſitionem, habebimus 1. quad. quadratum p̄. 24. quadratis p̄. 144. æqualia 8. cub. p̄. 96. poſitionibus. Dicemus igitur, quando quad. quadratum & quadrata & numerus æquantur cubis & rebus, & potuerimus inuenire numerum aliquem, qui ductus in numerum æquationis, producat numerum cuius ℞. ducta per 6. pro regula,

6

1. poſ. — 6. m̄. 1. poſ.

1. cu. | 36. p̄. 1. quad. m̄. 12. poſ. | 48. m̄. 8. poſ.

48. cub. m̄. 8. quad. quad. æquales 1296. p. 1. quad. qd. p̄. 216. qd. m̄. 24. cub. m̄. 864. poſ.

72. cub. p̄. 864. poſ. æquales 9. quad. quad. p̄. 216. quad. p̄. 1296.

8. cub. p̄. 96. poſ. æquales 1. quad. quad p̄. 24 quad. p. 144.

producat numerum, qui diuiſus per primum numerum, quem multiplicaſti, producat numerum quadratorum, tunc ſi ipſi primo numero iam dicto, quem multiplicaſti in numerum æquationis, addas 3. pro regula, & ducto in ℞. radicis numeri quem iam ab initio produxiſti, proueniat numerus, qui diuiſus per numerum primum inuentum, producat numerum cuborum, & numerus rerum ductus per numerum primum, fuerit quadruplus cubo eius ℞. ℞. tunc dico, quòd detracto 1. pro regula à primo numero quem multiplicaſti, & reſidui ſumpta ℞. cubica. & ei addita etiam vnitate pro regula, & cum aggregato diuiſa tali ℞. ℞. quod prouenit, eſt rei æſtimatio. Et cauſa in hoc eſt, quòd in tali quæſtione numerus quad. quadrati, prouenit ex multiplicando, vnitate addita, numerus cuborum, ex diuidendo in multiplicandum, p̄. 4. numerus quadratorum verò, ex ſexcuplo quadrati diuidendi, numerus rerum ex quadruplo cubi diuidendi, numerus æquationis ex quad. quadrati diuidendi. Diuidendum voco in hac quæſtione 6. multiplicandum autem 8.

Exemplum, quad. quadratum p̄. 6. quadratis p̄. 4 æquantur $3\frac{1}{7}$ cubis p̄. 7. rebus, pone primum numerum quadratum, duc in 4. fiunt 4. quadrata, huius ℞. eſt 2. res, duc in 6. ex regula, fiunt 12. res quas diuide per quadrata, exit quod æquatur 6. igitur 6. quadrata æquantur 12. rebus, res igitur eſt 2. Nos autem in poſitione poſuimus quadratum, igitur numerus primus ſeu multiplicandus erit 4. & cum cæteræ conditiones conueniant, quæ dictæ ſunt, erit 2. numerus diuidendus, quo diuiſo per ℞. cub. 3. p̄. 1. exibit æſtimatio rei, & de hoc diximus capitulo ſexto.

CAPVT XXVII.

De tranſitu capituli ſpecialis in capitulum ſpeciale.

FIT etiam tranſitus capituli ſingularis in ſingulare, hoc modo: Cubus, & 2. qua- 1
drata, & 56. æquantur 41. rebus, & rei æſtimatio vna eſt 3. p̄. ℞. 2. quæro in eadem æſtimatione, cubus cum 7. quadratis, quot rebus æquabitur? & cum quo numero? duc differentiam numeri quadratorum, quæ eſt 2. in duplum partis, quæ eſt numerus in æſtimatione, ſcilicet in 6. fit 30. cui

cubus & 2. quad. & 56. æqual. 41. rebus.
cubus & 7. quad. æſtimatio rei.

5.	3. p̄. ℞. 2.
6.	9 — 2
30.	7.
41.	5.
71. res	35.
	56.
numerus	91.

adde 41. numerum rerum, fit 71. numerus rerum, deinde duc partes æſtimationis in ſe, fiunt 2. & 9. quorum productorum differentiam, quæ eſt 7. duc in 5. differentiam numeri quadratorum, fit 35. quem adde ad 56. quia 3. eſt maior ℞. 2. fit numerus æquationis 91. igitur cubus & 7. quadrata & 91. æquantur 71. rebus, æſtimatione exiſtente 3. p̄. ℞. 2. & vbi ℞. fuiſſet maior numero. detraxiſſes 35. à 56. & remanſiſſet numerus 21.

Dico etiam, quòd non licet tranſire à 2
capitulo in capitulum, ſtante eodem genere denominationum, & quòd æſtimatio rei ſit eadem, & non rationalis, id eſt, non numerus integer, aut fractus. Exemplum ſit cubus p̄. 3. rebus, æqualis 10. æſtimatio rei eſt ℞. v. cubica ℞. 26. p̄. 5. m̄. ℞. v. cubica ℞. 26. m̄. 5. dico quòd ſub hac æſtimatione, non poterit cubus cum aliquibus rebus æquari vlli numero, vſque in infini-

cub. p̄. 3. rebus æqual. 10.
cub. p̄. 6. rebus æqual. 18.

tum, nam ſit (gratiâ exempli) cubus p̄. 9. rebus, æqualis 18. quia igitur res eſt ea-

 dem,

dem, ℞. cubica ſcilicet dicta, erit cubus idem in vtroque permutatim. Igitur ex tertio libro, cubi cubus p̃. 9. rebus p̃. 10. æquatur cubo p̃. 3. rebus p̃. 18. abiicio communem cubum, fient 9. res p̃. 10. æquales 3. rebus p̃. 18. igitur 6. res æquantur 8. igitur æſtimatio rei eſt $1\frac{1}{3}$, numerus rationalis, & non ℞. cubica dicta, quod eſt contra ſuppoſitum.

3 Similiter nec plures cubi cum pluribus rebus, æquabuntur alicui numero, ſtante eadem æſtimatione, patet ex præcedenti, nam diuiſis omnibus per numerum cuborum, habebimus, vt priùs, cubum & res æquales numero, quod iam oſtendi fore impoſſibile. Eadem ratio igitur militat in omnibus, nam ſi dixero cubus æquatur 6. rebus p̃. 2. vel quad. quadrat. æquatur 6. rebus p̃. 2. dicam igitur in eadem æſtimatione cubus aut quad. quadratum nullis rebus & numero rationalibus æquari poteſt, dico rationalibus, quia non prohibet, quod aſſumptis aut rebus aut numero irrationalibus æquatio non ſequatur.

Et ex hoc ſequitur etiam, quòd in cæteris regula tenet denominationibus, vbi æſtimatio rei non ſit nec numerus rationalis, nec ℞. ſimplex ex genere mediæ denominationis. Exemplum, 2. cubi & 10. æquantur 1. quad. quadrato & rei, æſtimatio non eſt nec numerus, nec ℞. cubica ſimplex alicuius numeri rationalis, dico quòd quadr. quadratum ſub eadem æſtimatione, nullis cubis ac numero æquari poterit, patet, quia facta tranſmutatione, & abiecto quad. quadrato, relinquentur cubi æquales numero, igitur æſtimatio rei, erit neceſſariò ℞. cubica numeri, vel numerus, quod eſt contra ſuppoſitam.

Capvt XXVIII.

De operationibus radicum Pronicarum ſeu mixtarum & Allellarum.

1 Iam oſtendimus in ſuperioribus, tres eſſe ſpecies Pronicarum radicum. Minorem, quando radix quadrata comparatur quadrati ſui & ſuimet aggregato, ipſum autem aggregatum dicetur pronicum minus. Medium, cùm cubica radix comparatur aggregato ex ſe & ſuo cubo, ipſum autem aggregatum dicetur Pronicum medium, ſed maior radix pronica eſt, cum radix radicis alicuius numeri, comparatur aggregato ex ſeipſa & eius numeri, cuius eſt racix radicis, ipſum autem aggregatum dicetur pronicum maius, vt in exemplo. Pronicum maius 3. eſt 84. & 3. eſt radix pronica maior 84. Non contingunt autem his, cùm ſint velut anomala verba in Grammatica, operationes quæ ſunt communes, neque poſſunt multiplicari, vel diuidi, addi vel minui, ſed habent propriam quandam operationem, quæ dicitur tranſitus.

2 Cùm igitur duxeris pronicum minus, in ſuam ℞. pronicam, productóque addideris ipſum pronicum, ℞. quadrata aggregati, erit pronicum medium ℞. quadratæ radicis pronicæ minoris, vt in exemplo, duco 3. ℞. pronicam minorem 12. in 12. fit 36. addo ei 12. pronicum minus fit 48. huius ℞. (& eſt ℞. 48. eſt pronicum medium ℞. 3. quæ fuit ℞. pronica minor 12. nam ducta ℞. 3. ad cubum, fit ℞. 27. cui addita ipſa ℞. 3. producit ℞. 48. igitur ℞. 3. eſt ℞. pronica media ℞. 48. vt propoſitum eſt.

Cùm duxeris pronicum medium in ſuam ℞. pronicam, producitur pronicum minus quadrati radicis pronicæ mediæ. Exemplum, duco 3. radicem pronicam mediam 30. in 30. fit 900. pronicum minus 9. quadrati 3. quod fuit ℞. pronica media ipſius 30. 3

Cùm pronicum maius in ſe ducitur, & productum diuiditur per quadratum radicis ſuæ pronicæ maioris, quod exit, ad cubum eiuſdem radicis pronicæ, eſt velut 1. quadratum p̃. 2. poſitionibus p̃. 1. Exemplum, capio 18. pronicum maius, duco in ſe fit 324. diuido per 4. quadratum 2. ℞. pronicæ maioris 18. exit 81. quod eſt 1. quadratum p̃. 2. poſitionibus p̃. reſpectu 8. cubi 2. eiuſdem radicis pronicæ. 4

Allellæ dicuntur radices, cum ex multiplicatione mutua duorum numerorum, in quadratum alterius, duo numeri cunſurgunt, velut capio 2. & 3. ipſi dicuntur radices allelæ 12. & 18. nam ex 2. in 9. fit 18. & ex 3. in 4. fit 12. inueniuntur autem radices hoc modo, duc vtrunque eorum in ſe, & diuide productum per reliquum, & ℞. cubicæ prouentus ſunt allellæ. Exemplum, volo ℞. allellam 4. & 8. duc 8. in ſe, fit 64. diuide per 4. exit 16. duc etiam 4. in ſe, fit 16. diuide per 8. exit 2. igitur ℞. cubica 16. & ℞. cubica 2. ſunt allellæ 4. & 8. & ita allellæ 6. & 18. ſunt ℞. cubica 54. & ℞. cubica 54. & ℞. cubica 2. 5

4	8
16	64
2	16

Ex quo patet, quòd omnes ℞. allellæ, ſunt ℞. cubicæ numerorum, ſe habentium in triplicata proportione, in qua ſe habent ſui ſolidi propoſiti priores, & hi ſunt medij proportione. Corm.

Operationes igitur in his, ex hoc ſunt manifeſtæ, nam cùm inuentæ fuerint, reducentur ad radices cubicas, cum quibus operaberis rurſus, perfecta operatione, reduces ad allellas. 6

Capvt XXIX.

De regula Modi.

Dicitvr hæc regula (quia modum exhibet fabricandi regulas quotlibet mercaturæ) Modi, vtiliſſima magiſtris Arithmeticæ vt facilioribus quibuſdam inuentis, artem docerent, cuius etiam auxilio, maximam ſexti libri partem confecimus. Eſt igitur regula hæc, ſolue quamuis quæſtionem propoſitam, modo quo potes, ſeu poſitione, ſeu auxilio ſexti libri, deinde auferes poſitionem, & regulas alias, & ſerua operationes, quas quàm potes maxime, ad breuita-

breuitatem redige, & habebis regulam de modo pro omni conſimili quæſtione.

Exemplum, Serici viridis paſſus 7. & nigri paſſus 3. veneunt denariis 72. & eodem precio ſerici viridis paſſus 2. & nigri paſſus 4. veneunt denariis 52. quæritur precium. Pones poſitionem, eſſe æſtimationem vnius paſſus ſerici viridis, igitur 7. paſſus viridis veneunt 7. poſitionibus, quare 3. paſ. nigri veneunt 72. de. m̄. 7. poſitionibus, & paſſus valebit $\frac{1}{3}$ horum, ſcilicet 24. de. m̄. $2\frac{1}{3}$ poſitionibus, & 4. paſſus nigri, valebunt 96. de. m̄. $9\frac{1}{3}$ poſitionibus, at duo paſſus viridis valent 2. poſitiones ex ſuppoſito, igitur 2. paſſus ſerici viridis & 4. nigri valent de. 96. m̄. $7\frac{1}{3}$ poſitionibus, & hæc eadem æſtimabantur 52. de. igitur de. 96. m̄. $7\frac{1}{3}$

7. 3 D 72.
2. 4 D 52.

7. poſ. | 72. m̄. 7. poſ.

3.

24. m̄. $2\frac{1}{3}$ poſ.
4.

96. m̄. $9\frac{1}{3}$ poſ.
2. poſ.

66. m̄. $7\frac{1}{3}$ poſ.
52.

44. m̄. $7\frac{1}{3}$ poſ.
$7\frac{1}{3}$

6.

poſitionibus, æquantur 52. de. quare de. 44. qui ſunt differentia 96. & 52. æquabuntur $7\frac{1}{3}$ poſitionibus, igitur poſ. valet 6. denarios, & tantam æſtimationem paſſus ſerici viridis eſſe conueniet. Quare 7. paſſus viridis veneunt 42. de. & 3. paſſus nigri reliquis de. ad 72. ſcilicet de. 30. quare paſſus vnus de. 10. ſerici igitur vtriuſque pretium habes. Hucuſque poſitione operatus es, nunc venio ad regulam dicóque, in talibus diuide paſſus numeroſiores, ſcilicet 7. & numerum rerum de. ℞. ſcilicet 72. per paſſus pauciores, ſcilicet 3. & quod exit, duc per paſſus poſitos in ſecunda poſitione, correſpondentes paucioribus, & à producto numeri paſſuum, detrahe reliquos

virid.	nigri.	precium.
paſ. 7.	paſ. 3.	de. 72.
paſ. 2.	paſ. 4.	de. 52.

7 —— 3 —— 72.
$2\frac{1}{3}$ 24.
4.

$9\frac{1}{3}$ 96.

2. 52.

$7\frac{1}{3}$ —— 44.
6.

2 —— 4 —— 52
7 —— 3 —— 72.
$9\frac{1}{3}$ —— $1\frac{1}{3}$ —— 96.
$7\frac{1}{3}$ —— 6 —— 44.

paſſus ſecundæ poſitionis, & cum reſiduo diuide precij 2. & producti differentiam, exibit æſtimatio paſſus numeroſioris, in prima poſitione. Exemplum, diuide 7. & 72. per 3. exit $2\frac{1}{3}$, & 24. duc per 4. fiunt $9\frac{1}{3}$, & 96. à $9\frac{1}{3}$ abiice 2. à 96. abiice 52. relinquuntur $7\frac{1}{3}$, & 44. diuide 44. per $7\frac{1}{3}$ exit 6. precium paſſus vnius ſerici viridis.

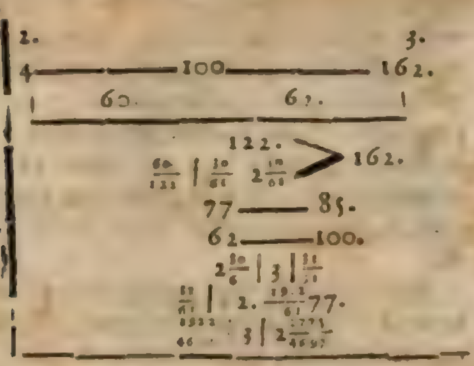
Inde ex hoc breuior regula emergit, vt in tertia figura, diuide 4. per 3. ſcilicet numerum paſſuum eiuſdem generis ſerici in duabus petitionibus, exit $1\frac{1}{3}$, quem duc in 7. & 72. fiunt $9\frac{1}{3}$, & 96. à quibus abiice numeros ſuprà poſitos ſecundæ poſitionis, & ſunt 2. & 52. directos à directis, relinquuntur $7\frac{1}{3}$ & 44. diuide numerum denariorum 44. per $7\frac{1}{3}$ numerum paſſuum, exit 6. precium paſſus viridis ſerici, & ita conſtitues breuiſſimam regulam, ex tam longa poſitionis operatione. Vnde meritò hæc modi regula, mater regularum dici poteſt.

CAPVT XXX.

De regula Aurea.

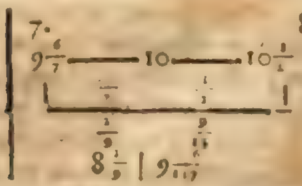
HÆc regula rerum, quæ in vſum veniunt, maximam partem amplectitur, nam quæſtione ad poſitionem deducta, perfectáque operatione, proximam quærit æſtimationem, quæ ſic habetur. Primò venare proximiores, integros numeros, maiorem ac minorem, qui æquationi ſatisfaciunt, quos non difficile erit habere, horum minorem vocabimus primum inuentum, & maiorem ſecundum inuentum, & differentiam productorum, differentiam maiorem, differentiam verò producti primi & numeri æquationis differentiam primam, differentiam autem producti ſecundi & numeri æquationis, ſecundam differentiam. diuide igitur differentiam primam, per differentiam maiorem, quod exit addatur primò inuento, & perficiemus æſtimationem imperfectam quam deducemus ad æquationem, ſcilicet per denominationis æquationis, vt in primo & ſecundo inuento, & quod producitur, ſubtrahe à producto ſecundo, deinde ſubtrahe æſtimationem imperfectam, ab inuento ſecundo, reſiduum duc in differentiam ſecundam habitam, & tale productum diuide per differentiam producti æſtimationis imperfectæ, & ſecundi producti, quod exit, detrahe ex inuento ſecundo, reſiduum eſt æſtimatio rei valde proxima, cui per iteratas operationes ſemper propinquius licet accedere. Idem fiet, vbi æquatio ſit denominationis alicuius, ad numerum, ac denominationes, vt in exemplis patebit.

Sit igitur primò, quad. quadratum & 3. cubi, æqualia 100. vides quòd ſi res eſt 2. quad. quadratum, & 3. cubi ſunt 40. & ſi res eſt 3. erit quad. quadratum & 3. cubi 162. igitur inuentum primum eſt 2. & productum primum 40. & inuentum ſecundum 3. & productum ſecundum 162. & 122. maior differentia, & 60. differentia prima,



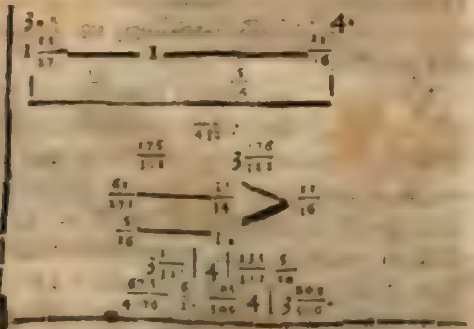
prima, & 62. differentia ſecunda, & nota, quòd inuentum primum ſemper differt vnitate ab inuento ſecundo, aliter non rectè es operatus, his cognitis, diuide 60. per 122. exit $\frac{30}{61}$, quod adde ad 2. primum inuentum, fit imperfecta æſtimatio $2\frac{30}{61}$, hanc ducito ad quad. quadratum & tres cubos, fit 85. ferè, ſubtrahe igitur 85. productum æſtimationis imperfectæ, à 162. producto ſecundo, habebis 77. ſubtrahe etiam $2\frac{30}{61}$, ex 3. inuento ſecundo, relinquuntur $\frac{31}{61}$, duc in 62. differentiam ſecundam, fit $\frac{1922}{61}$, diuide per 77. exit $\frac{1922}{4697}$: detrahe ex 3. inuento ſecundo, erit æſtimatio ſatis proxima quad. quadrati p̄. 3. cubis æqualium 100. hæc, $2\frac{2775}{4697}$, & ſi velles, poſſes alternatis operationibus quantumlibet propius accedere.

Quòd ſi quadratum & 20. æquentur 10. rebus, tunc ſi res eſſet 7. haberemus quadratum p̄. 20. æquale rebus $9\frac{6}{7}$, & ſi res eſſet 8. haberemus quadratum p̄. 27. æquale rebus $10\frac{1}{2}$, igitur vt priùs, inuentum primum eſt 7. productum primum $9\frac{6}{7}$, inuen-



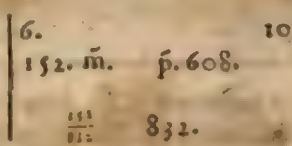
tum ſecundum 8. productum ſecundum $10\frac{1}{2}$, differentia maior $\frac{9}{14}$, differentia prima $\frac{1}{7}$, differentia ſecunda $\frac{1}{2}$, diuidemus igitur differentiam primam, per maiorem differentiam, exibit $\frac{2}{9}$ & addemus hoc ad 7. inuentum primum, fiet æſtimatio imperfecta $7\frac{2}{9}$, cuius quadratum p̄. 20. eſt æquale 9. rebus & $\frac{10}{[illegible]}$, ideo quia hoc inſenſibiliter differt ferè, à 10. numero rerum, ideo non vtimur alia operatione, ſed dicemus æſtimationem propinquam eſſe $7\frac{2}{9}$.

Sit etiam cubus æqualis 6. rebus p̄. 20. dicemus, ſi 3. eſſent res, 6. res & 20, æquarentur $1\frac{11}{27}$ cubi, & ſi res eſſent 4. eſſent 6. res & 20. æquales $\frac{11}{16}$ cubi, igitur inuentum primum eſt 3. & productum primum $1\frac{11}{27}$,



inuentum ſecundum erit 4. productum ſecundum $\frac{11}{16}$, differentia prima $\frac{11}{27}$, differentia ſecunda $\frac{5}{16}$, differentia maior $\frac{[illegible]}{432}$, cum qua diuide differentiam minorem, exit $\frac{176}{311}$, quam adde ad 3. fiet æſtimatio imperfecta $3\frac{176}{311}$, ſequere æquationem, ſcilicet eſſumendo 6. res p̄. 20. & erunt [illegible] ſui cubi, hoc autem eſt proximum ad $\frac{11}{61}$, ab hoc detrahemus productum ſecundum, & relinquentur $\frac{61}{[illegible]}$ & $\frac{5}{16}$, ſimiliter ſubtraho $3\frac{176}{311}$, æſtimationem imperfectam, à 4. inuento ſecundo, relinquitur $\frac{135}{311}$, hoc duco in $\frac{5}{16}$ differentiam ſecundam, vt etiam primo exemplo, fit [illegible], diuide per differentiam producti ſecundi, & producti æſtimationis, & eſt $\frac{51}{[illegible]}$, exit [illegible], detrahe à ſecundo inuento, vt priùs, relinquitur rei æſtimatio $3\frac{[illegible]}{[illegible]}$, & hoc eſt proximum ad $3\frac{[illegible]}{106}$, & ideo ad $3\frac{2}{5}$, & 6. res p̄. 20. ſunt $40\frac{2}{5}$, & cubus $3\frac{2}{5}$, eſt $39\frac{18}{125}$, & ſi velles proximius, poſſes operari tertio, ſicut primò feciſti, & proculdubio peruenires ad inſenſibilem differentiam & ratio hæc vniuerſalis eſt, nec indiget alia regula.

Et ſimiliter operaberis, vbi eſſent tres denominationes æquales duabus aliis, aut tribus, ſed cum duplici ingreſſu, vel triplici, potes etiam deducere ad numeros omnia, vt in primo exemplo, & operationes in eo caſu ſunt longè faciliores, velut ſi dicam quad. quadratum & 6. quadrata & 200. æquantur 10. cubis & 12. rebus, erit primum inuentum 6. & productum m̄. 152. differentia



quia 10. cubi & 12. res ſuperant quadr. quadratum 6. quad. & 200. & ſecundum inuentum erit 10. & productum ſecundum erit 680. p̄. quo quad. quadratum & 6. quadrata & 200. ſuperant 10. cubos & 12. res, & tunc differentia prima, æqualis eſt producto primo, & differentia ſecunda, producto ſecundo & maior differentia eſt aggregatum ex vtroque, & tunc ſufficiet pro prima operatione, diuidere vt priùs, differentiam primam per differentiam maiorem, & quod exit, & eſt $\frac{19}{104}$, addemus primo inuento, & fiet æſtimatio imperfecta $9\frac{19}{104}$, deinde ſi vis proximius accedere, produces hanc æſtimationem ad ſuas denominationes vtrinque, & collige differentiam, quæ vocetur a. quam multiplica per differentiam æſtimationis imperfectæ & ſecundi inuenti, & productum diuide denuo per maiorem differentiam, & quod exit, adde aut minue, ſecundùm quod oportet, & habebis inuentum, & hoc modo liceret etiam operari in ſecundo & tertio exemplo, ſed nos voluimus declarare vtrumque modum, ad maiorem in occaſionibus facilitatem, idem dic de radicibus extrahendis.

Capvt XXXI.

De Regula magna.

HÆc regula eſt pro magnis quæſtionibus ſoluendis, & ex ea inuentæ ſunt regulæ auri, & argenti conſolandi, Acuit ingenium, & ſit per demonſtrationes, exigitque hominem expertum, docetúrque per quæſtiones, quoniam eſt multiformis, Fundamentum regulæ eſt commutatio.

Qvæstio I.

Fac de 8. duas partes, ex quarum cubis inuicem ductis, fiat 16. Dices igitur, ex vna in aliam fiet ℞. cubica 16. diuide 8. in duas partes, ex quarum ductu inuicem fiat ℞. cubica 16. & erunt 4. p̄. ℞. 16. m̄. ℞. cubica 16. & 4. m̄. ℞. v. 16. m̄. ℞. cubica 16.

Qvæstio II.

Fac de 8. tres partes proportionales, quarum quadratum primæ ſit æquale reliquis, igitur fient primæ duæ partes, quarum vnius quadratum, ſit æquale alteri, deinde maiorem diuidemus in duas partes exiſtentes in continua proportione cum minore, & erunt.

p^a ℞. 8 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$
2^a ℞. v. ℞. 631 $\frac{1}{4}$ m̄. 10 $\frac{1}{8}$ p̄. $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 2 $\frac{1}{16}$
3^a 8 $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 18 $\frac{9}{16}$ m̄ ℞. v. 631 $\frac{1}{4}$ m̄. 10 $\frac{1}{8}$

Qvæstio III.

Fac de 8. tres partes in contina proportione, quarum quadratum maioris, ſit medium proportione inter cubum vtriuſque partis, dices igitur, cubus minoris eſt ℞. cubica cubi maioris, & hoc, quia proportio cubi maioris, ad ſuum quadratum, eſt ipſa maior, & hæc eadem eſt quadrati maioris, ad cubum minoris, igitur cubus minoris, eſt ℞. quadrati maioris, & æqualis ipſi maiori, quare 8. conſtat ex minore & ſuo cubo, igitur 1. cub. p̄. 1. re, æqualis eſt 8. & æſtimatio rei eſt minor pars.

Qvæstio IV.

Fac ex 8. duas partes, ita quòd ſeptuplum maioris, ſit proportione medium inter quadratum maioris, & cubum minoris. Sit a maior, & c quadratum eius, & b minor, & d cubus eius, ſit etiam e ſeptuplum a, cùm igitur ex a in a fiat c, & ex a in 7. e, erit a ad 7. vt c ad e, quare ex 11.5ª, vt e ad d, igitur ex a in d. fit ſeptuplum e, at e eſt ſeptuplum a, igitur ex a in d, fit 49. a, igitur d eſt 49. quadratum 7. quare cubus b minoris eſt 49. & b eſt ℞. cubica 49. & a reſiduum.

	8.	
a	7.	b
c	e	d

Qvæstio V.

Fac ex 8. duas partes, ita quod ſeptuplum maioris, ſit proportione medium inter cubum maioris & quadratum minoris, ſit a maior, & c cubus a, & b minor, & d quadratum b, & e productum ex 7. in a, quia igitur ex a in quadratum a, fit c, & in 7. fit e, erit quadrati a ad 7. vt c ad e, quare vt ad d, proportio autem quadrati a, ad quadratum b, componitur ex proportione quadrati a ad 7. & 7. ad quadratum b, quare ex proportione e ad d, & 7. ad quadratum b, ſed d eſt quadratum b, igitur proportio quadrati a ad quadratum b, componitur ex proportione ſeptupli a, & eſt e ad d & 7. ad ipſum d. Proportio igitur quadrati a ad d, componitur ex proportione e ad d, & 7. ad d, igitur ex regula ſex quantitatum, ſeu ex proportionum compoſitione, ex 7. in e, fit quadratum a in d, ſed e eſt ſeptuplum a, igitur ex 49. in a, fit quadratum a in d, igitur ex a in d, ſeu in quadratum b, fit 49. quare ex capitulo cubi & numeri æqualium quadratis, b eſt ℞. 7 $\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{1}{2}$. & 47 $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. 7 $\frac{1}{4}$.

	8.	
a	7.	b
c	e	d

Qvæstio VI.

Fac ex 8. duas partes, quarum productum totius in minorem, ſit proportione medium inter producta maioris in minorem, quia igitur minor ducitur in maiorem, & totum erit illorum productorum proportio vt totius ad maiorem, item quia totum ducitur in maiorem & minorem, erit productorum, vt maioris ad minorem, ſed producta ſunt analoga. Igitur ex 11. quinti Elementorum, totius ad maiorem partem vt maioris ad minoré, igitur 8. diuiſum erit ſecundùm proportionem habentem medium & duo extrema, quare partes ſunt manifeſtæ, ℞. 80. m̄. 4. & 12. m̄. 80.

Qvæstio VII.

Fac de 8. duas partes, ita quòd productum maioris in minorem, ſit proportione medium inter quadratum minoris & decuplum eiuſdem minoris, dices igitur, quia minor eſt illa, quæ multiplicatur in ſe, in maiorem, & in 10. quod maior eſt proportionalis inter minorem & 10. igitur quadratum maioris, æquatur decuplo minoris, & res nota eſt, nam maior erit ℞. 105. m̄. 5. & minor 13. m̄. ℞. 105.

Qvæstio VIII.

Fac de 8. duas partes, quarum quadratum maioris ſit proportione medium inter quadratum minoris, & productum ex toto in maiorem, pone maiorem a, & b minorem, quia igitur quod ſit ex 8. in a, proportionale eſt inter 64. & quadratum a, ex demonſtratis in ſecunda

	8.	
c	a	b

do ſuper Euclidem , erit 64. quarta quantitas in continua proportione , cum illis tribus productis, quare 64. ad quadratum a , vt quadrati a ad quadratum b duplicata , igitur 8. ad a, vt a ad b duplicata ex decimaſeptima ſexti Elementorum , nam vtraque eſt media proportionum ſuorum quadratorum , quare cubus a æqualis eſt producto ex 8. in quadratum b , hoc enim in ſeptimo libro demonſtratum eſt , quare ponemus a quadratum, erit cubus eius, cubus quadrati ℞. a, quæ ſit c, igitur quadratum b , eſt æquale $\frac{1}{8}$ quadrati cubi c , igitur b eſt , ℞. $\frac{1}{8}$ quadrati cubi c , quare cum ℞. cubi quadrati ſit cubus, erit b æqualis cubi c parti ℞. $\frac{1}{8}$, & cùm a ſit quadratum c , erit 1. quadratum p̄. cub. ℞. $\frac{1}{8}$, æquale 8. & ideo multiplicando omnia per ℞. 8. erit cubus p̄. quad. ℞. 8. æqualis ℞. 512. ſolue igitur per capitulum decimumquintum , vt ſit numeris notis a c veris operando per regulas tertij libri.

Qvæstio IX.

Fac ex 8. tres partes in continua proportione, quarum aggregatum primæ & ſecundæ , & aggregatum ſecundæ & tertiæ, & ipſum 8. ſint rurſus in continua proportione ? dico, inuenies primò proportionem illarum quantitatum proportionalium, quarum aggregatum ſecundæ & tertiæ, eſt proportionale inter aggregatum primæ & ſecundæ, & aggregatum omnium , ſint igitur tales quantitates a b c , & quia proportio a b c, ad b c, eſt vt b c, ad a b, ex ſuppoſito quæſtionis. Et b c ad a b, vt c ad b , ex duodecima

a b c d

quinti Elementorum , erit a b c, ad b c, vt b ad c ex vndecima eiuſdem, ſed ex proportione in b fit c , igitur ex proportione in b c, fit a b c, ſit igitur, vt ex proportione in c fiat d , cùm igitur ex proportione in b fiat c, & ex eadem in c fiat d , igitur ex proportione in b c fit c d, & ex eadem in b c fiebat etiam a b c, igitur a b c , æquatur c d, abiecto autem c, relinquitur a b, æqualis d, eſt autem d quarta quantitas proportionalis, igitur oportebit inuenire quatuor quantitates , in continua proportione , quarum quarta ſit æqualis duabus primis, poſita igitur prima 1. ſecunda 1. re , tertia 1. quadrato, quarta 1. cubo , erit cubus æqualis 1. rei, p̄. 1. & nota eſt ex capitulo , quantitas rei , quæ eſt proportio, diuides igitur 8. in quatuor quantitates ſub ea proportione continuatas, vt in ſexto libro docetur , ſoluimus & aliter hanc quæſtionem in quarto libro.

Qvæstio X.

Fac ex 8. duas partes, quarum ſeptuplum maioris , proportione medium ſit inter cubum minoris, & productum maioris in minorem. Sit a minor , eius cubus c, b autem maior , & productum b in a ſit e , & ſeptuplum b ſit d , quia igitur ex b in a , fit e, & ex b in 7. fit d, erit a ad 7. vt e ad d, quare a ad 7. vt d ad c. Igitur ex a in c, fit ſeptuplum d, ſed d eſt ſeptuplum b, igitur 49. b, æqualia ſunt quadrato quadrati a, igitur b eſt

	8.	
a	b	7.
c	d	e

æquale $\frac{1}{49}$ quad. quadrati a , quia igitur a cum b eſt 8. & b eſt $\frac{1}{49}$ quad. quadrati a, igitur a cum $\frac{1}{49}$ quad quadrati ſui , æquatur 8. quare res & $\frac{1}{49}$ quad. quadratum p̄. 49. rebus, æquatur 392. & quamuis huius non ſit capitulum generale, pulchrum tamen fuerit hucvſque perduxiſſe quæſtionem.

Deprehenditur & quandoque eodem mo- 2
do quòd propoſitæ quæſtiones ſint impoſſibiles.

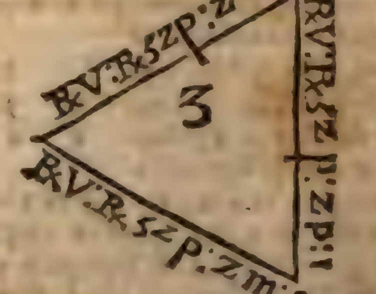
Capvt XXXII.

De Regula æqualis poſitionis.

Hæc regula , eſt vtilior poſitione ſim- 1
plici , in omnibus quæſtionibus , vbi partes æqualiter multiplicantur , ſecus vbi inæqualiter, nam in his ſimplex facilior eſt, vt ſi dicam, diuide 8. in duas partes , quarum vna ducta in quadratum alterius , vel in cubum , fiat 20. per ſimplicem poſitionem, peruenies ad 8. quadrata m̄. 1. cubo, æqualia 20. vel ad 8. cub. m̄. 1. quad. quadrato, æqualia 20. in ſecunda quæſtione, ſed ponendo 4. p̄. 1. poſitione, & 4. m̄. 1. poſitione, peruenies ad 16. poſ. p̄. 44. æquales 1. cubo p̄. 4. quadratis, & in ſecunda quæſtione, ad 128. poſitiones 7. 256. æqualia 1. quad. quadrato p̄. 8. cubis , manifeſtum eſt igitur, quàm hæ ſint prioribus difficiliores. In poſitione etiam ſimplici , inuenimus prima operatione , rei æſtimationem in æquali differentia , quæ addita dimidio diuidendi, & detracta oſtendit numeros quæſitos, qui verè ſunt æſtimatio rei, quanquam poſuerimus rem eſſe differentiam , voco autem poſitionem ſimplicem , cùm dico, diuide 10. in duas partes, producentes 20. tunc ponimus partem vnam rem , aliam 10. m̄. re, ſed æqualem , cùm pono partem vnam 5. p̄. re & aliam 5. m̄. re, ideo cùm ſimplex iam per ſe nota ſit, de æquali per quæſtiones & exempla dicendum erit , cùm certè frequentiſſimus ſit eius vſus ac vtilis.

Qvæstio I.

Eſt trigonus , cuius laterum differentia primi ad ſecundum , eſt 1. & iterum ſecun-



di ad tertium, eſt etiam 1. & area eſt 3. pones ſecundum igitur poſitionem , & primum

mum erit poſitio m̃. 1. & tertium poſitio p̃. 1. ſequere trigonorum regulam, datam in libro ſequente, & fiet ℞. $\frac{1}{16}$ quad. quadrati m̃. $\frac{1}{4}$ quadrati generaliter ſumpta, æqualis 3. quare $\frac{1}{16}$ quad quadrati æquabitur $\frac{1}{4}$ quadrati p̃. 9. ideoque 1. quad. quadratum, æquabitur 4. quadratis p̃. 48. & res erit per capitulum deriuatiuorum, ℞. v. ℞. 52. p̃. 2. & hoc eſt latus ſecundum, adde igitur & minue 1. habes reliqua latera, vt in figura vides.

QVÆSTIO II.

Fac de 10. duas partes, quarum cubi cum quadratis iuncti, faciant 400. pones primam partem 5. p̃. 1. poſitione, & ſecundam partem 5. m̃. 1. poſitione, ſequere problema, reducendo partes ad cubum, & ad quadratum, colliges tandem cadentibus viciſſim partibus, 32. quadrata p̃. 300. æqualia 400. quare quadratum æquabitur $3\frac{1}{8}$, & res quæ eſt differentia, erit ℞. $3\frac{1}{8}$, igitur partes ſunt 5. p̃. ℞. $3\frac{1}{8}$ & 5. m̃. $3\frac{1}{8}$.

5. p̃. 1. poſ.	25. p̃. 1. quad. p̃. 10. rebus.
	125. p̃. 15. quad. p̃. 75. rebus p̃. 1. cu.
5. m̃. 1. poſ.	25. p̃. 1. quad. m̃. 10. rebus.
	125. p̃. 15. quad. m̃. 75. rebus m̃. 1. cu.
	300. p̃. 32. qd. æqualia 400.

QVÆSTIO III.

Fac ex 6. duas partes, quarum quadratorum aggregatum, ſit æquale differentiæ cuborum. Pones maiorem 3. p̃. 1. poſitione, & minorem 3. m̃. 1. poſitione, ſequere quæſtionem, habebis aggregatum quadratorum, 2. quadrata p̃. 18. & differentiam cuborum 2. cubos p̃. 54 poſitionibus, & hæc æquantur inuicem, igitur cubus & 27. poſitiones æquantur quadrato & 9. ſequere capitulum, fiet rei æſtimatio, id eſt differentiæ, ℞. v. cubica ℞. $702\frac{1}{3}$ p̃. $\frac{1}{27}$, m. ℞. v. cubica ℞. $702\frac{1}{3}$ m. $\frac{1}{27}$ p̃. $\frac{1}{3}$, quare partes erunt, $3\frac{1}{3}$ p̃. ℞. v. cubica ℞. $702\frac{1}{3}$ p̃. $\frac{1}{27}$ m. ℞. v. ℞. $702\frac{1}{3}$ m. $\frac{1}{27}$, & minor, $2\frac{2}{3}$ p̃. ℞. v. cubica ℞. $702\frac{1}{3}$ m. $\frac{1}{27}$ m. ℞. v. cubica ℞. $702\frac{1}{3}$ p̃. $\frac{1}{27}$.

3. poſ. 1. poſ.	9. p̃. 1. quad. p̃. 6. rebus.
3. m̃. 1. poſ.	9. p̃. 1. quad. m̃. 6. rebus.
	18. p̃. 2. quad. aggregatum.
3. p̃. 1. poſ.	27. p̃. 9. quad. p̃. 27. poſ. p̃. 1. cub.
3. m̃. 1. poſ.	27. p̃. 9. quad. m̃. 27. poſ. m̃. 1. cu.
	differẽtia 54. poſ. p̃. 2. cu

QVÆSTIO IV.

Fac ex 8. duas partes, quarum productum maioris in minorem, proportionale ſit, inter nonuplum maioris, & ipſam minorem. Pone partem primam 4. p̃. 1. poſitione, & minorem 4. m. 1. poſitione, ſequere propoſitum, habebis productum maioris, in 9. eſſe 36. p̃. 9. poſitionibus, & maioris in minorem 16. m. 1. quadrato, & minorem 4. m. 1. poſitione, & hæc ſunt in eadem proportione, igitur ducto 36. p̃. 9. poſitionibus, in 4. m̃. poſitione, fit quadratum 16. m. 1. quadrato, ducito igitur inuicem 36. p. 9. poſitionibus, & 4. m. 1. poſitione, & cadent poſitiones propter mutuam proportionem, quare producetur 144. m. 9. quadratis, & hoc eſt æquale quadrato 16. m. 1. quadrato, quod eſt, 256. p. 1. quad. quadrato m. 32. quadratis, quare reddendo m̃. parti aduerſæ, 112. p̃. 1. quad. quadrato, æquabuntur 23. quadratis, habebis æſtimationem rei, ℞. v. $11\frac{1}{2}$ m. ℞. $20\frac{1}{4}$, id eſt ℞. 7. quam adde & minue à 4. erunt partes quæſitæ, 4. p. ℞. 7. & 4. m. ℞. 7. & quamuis potuiſſes ſoluere per ſimplicem, veniens ad capitulum cubi & rerum, æqualium quadratis & numero, fuiſſet tamen negocium inexplicabilius, ſine vlla comparatione, nam pluſquam decem aliis indiges operationibus, antequam peruenias ad veram æſtimationem, quæ ſemper eſt in natura Binomij, vel reciſi veri, non improprij.

9.	4. m. 1. poſ.
4. p̃. 1. poſ.	
36. p̃. 9. poſ.	16. m. 1. quad. 4. m. 1. poſ.
	256. p. 1. quad. quad. m. 32. quad.
	144. m. 9. quad.
112. p. 1. quad. quad. æqual. 23. quad.	

QVÆSTIO V.

Diuide 10. in duas partes, quarum quadrato primæ detracto ex 100. & quadrato ſecundæ detracto ex 97. reſiduorum ℞. iunctæ, conſtituant 17. Si libet ad vitandum laborem, primò videbis via tentatiua an caſus poſſibilis ſit, hoc igitur cognito, pone primũ partem 5. p. 1. poſitione, & reliquã 5. m. 1. poſitione, duc partes in ſe, & quadratum maius

5. p. 1. poſ. 5. m. 1. poſ.	
25. p. 1. quad. p. 10. poſ.	100.
25. p. 1. quad. m. 10. poſ.	97.
75. m. 1. quad. m. 10. poſ. reſid.	
72. m. 1. quad. p. 10. poſ. reſid.	
17. m. ℞. v. 75. m. 1. quad. m. 10. poſ. ℞. v. 72. m. 1. quad. p. 10. poſ.	
364. m. 1. quad. m. 10. poſ. m. ℞. v. 86700. m. 1156. quad. m. 11560. poſ. 72. m. 1. quad. p. 10. poſ.	
292. m. 20. rebus. ℞. v. 86700. m. 1156. quad. m. 11560. poſ.	
86700. m. 1156. quad. m. 11560. poſ.	
85264. p. 400. quad. m. 11680. poſ.	
1436. p. 120. poſ. æqual. 1556. quad. 1556.	
quad. æqual. $\frac{30}{389}$ poſ. p. $\frac{359}{389}$.	

detra-

detrahe ex 100. & minus ex 97. habebis reſidua, vt in figura, quorum R. iunctæ, debent æquari 17. igitur 17. m̄. vna illarum radicum æquatur reliquæ, quare ducemus in ſe, 17. m. R. v. 75. m̄. 1. quadrato m. 10. poſitionibus, & habebimus 364. m. 1. quadrato m̄. 10. poſitionibus m. R. v. 86700. m̄. 1156. quadratis m. 11560. rebus, æqualia quadrato alterius radicis, ſcilicet 72. m̄. 1. quadrato p̄. 10. rebus, abiice ſimilia ex vtraque parte, & radicem vniuerſalem ſolam ex aduerſo omnium colloca, vt in tertio libro docuimus, ac in quarto habebis 292. m. 20. rebus, æqualia R. v. 86700. m. 1156. quadratis m. 11560. rebus, quare ducendo denuo partes in ſe, habebis 86700. m̄. 1156. quadratis m̄. 11560. poſitionibus, æqualia 85264. p̄. 400. quadratis m. 11680. rebus, duc ad æquationem reducendo ad 1. quadratum habebis rei æſtimationem eſſe R. $\frac{139876}{151321}$ p. $\frac{15}{389}$, ſed R. $\frac{139876}{151321}$, eſt $\frac{374}{389}$, igitur additis $\frac{15}{389}$ fient $\frac{389}{389}$, igitur res eſt 1. & partes 4. & 6.

QVÆSTIO VI.

Eſt etiam, vbi poſitio æqualis, non ſoluit omnino quæſtionem, & ſimplex ſoluit. Exemplum, fac de 8. duas partes, quarum quadratum maioris, ſit proportione medium inter productum maioris in minorem, & decuplum totius, vtpote 60. poſita itaque maiore 1. poſitione, habebis 60. & 1. quadratum & 8. poſitiones m̄. 1. quadrato pro-

60. | 1. quad. | 8. poſ. m̄. 1. quad.
1. quad. quad. æquai. 480. poſ. m̄. 60. quad.

portionalia, quare ducta media in ſeipſam, habebimus 1. quad. quadratum, æquale 480. poſitionibus m̄. 60. quadratis, deprime, & fiet cubus & 60. res, æqualia 480. & & ideo res nota eſt, per poſitionem autem æqualem, peruenies ad capitulum conſtans ex quinque denominationibus, poſſet autem ſolui, & per regulam magnam, ſed hoc ad rem nihil pertinet.

CAPVT XXXIII.

De Regula inæqualiter ponendi ſeu proportionis.

HÆc regula nos docet, vt poſitis numeris inæqualibus, poſitiones pariter æquales annectamus, ſic vt in multiplicatione, vicißim ſimiles excidant partes. Docebo autem hoc per exempla, quamuis quæſtiones, quæ per hanc ſoluuntur, etiam per regulam retro agendi poſitionem, de qua in capitulo quinto dictum eſt, diſſolui poſſint.

QVÆSTIO I.

Exemplum, Sunt duo numeri, quorum differentia eſt 4. & quadratum minoris cum quadrato dimidij maioris, & R. aggregati ipſorum quadratorum, conſtituit 110. poſſes hanc retro agendo dicere, igitur 110. componitur ex aggregato quadratorum, & R. aggregati, igitur poſito aggregato quadrato, erit 110. æquale quadrato & vni rei, quare res eſt 10. aggregatum 100. ideo facies ex 100. duas partes, quarum duplum R. vnius, excedat aliam R. in 4. & ſolutio clara eſt, verum hoc modo nos ponemus. Sit primus numerus minor 2. poſitiones, quia pars eſt $\frac{1}{2}$, erit maior 2. poſitiones p̄. 4. inde accipe partem ſecundi, quæ eſt in

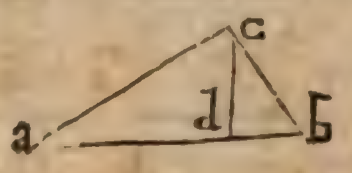
2. poſ. | 2. poſ. p̄. 4.
2. poſ. | 1. poſ. p̄. 2.
$\frac{1}{2}$ ——— $\frac{1}{4}$) 5.
2 ——— 1 ——— 4 ——— 4
2 ——— 5
$\frac{1}{2}$ ✕ $\frac{1}{5}$ | $\frac{8}{5}$
2. poſ. m. $\frac{4}{5}$
1. poſ. p̄. $\frac{8}{5}$
4. quad. p̄. $\frac{16}{25}$ m. $\frac{16}{5}$ poſ.
1. quad. p̄. $2\frac{14}{25}$ p̄. $\frac{16}{5}$ poſ.
5. quad. p̄. $3\frac{1}{5}$

ſe ducenda, & eſt $\frac{1}{2}$, erit igitur pars multiplicanda 1. poſitio p̄. 2. & primus numerus vt dictum eſt, 2. poſitiones, hoc habito, poſitum eſt, non permutata quæſtionis natura, partes numeri ita aptare cum rebus, vt in quadratis res ex toto excidant, ſic igitur facies. Conſidera ſecundum numerum in ſe ducendum, qualis pars ſit primi, vt in exemplo, 1. poſitio p̄. 2. quæ pars eſt 2. poſitionum, inuenies quod eſt $\frac{1}{2}$ p̄. 2. duc igitur denominatorem & numeratorem fracti in ſe, & producta iunge, & habebis 5. pro diuiſore, deinde duc numeratorem in ſe, & productum in numerum differentiæ, qui eſt 4. fit etiam 4. pro diuidendo, diuide igitur 4. per 5. exit $\frac{4}{5}$ hoc auferes ex 2. poſitionibus, ſcilicet maiore parte, habebis 2. poſ. m̄. $\frac{4}{5}$, deinde diuide $\frac{4}{5}$ per $\frac{1}{2}$ partem, exit $\frac{8}{5}$, hoc addes ad poſitionem, habebis 1. poſ. p̄. $\frac{8}{5}$, ecce vides, quoniam habes 2. poſitiones m̄. $\frac{4}{5}$, & 1. poſitionem p̄. $\frac{8}{5}$, & proportio $\frac{8}{5}$ ad $\frac{4}{5}$, eſt vt 2. poſitiones ad 1. poſitionem, & ſi ſumpſeris duplum maioris, ſcilicet 2. poſ. p̄. $3\frac{1}{5}$, ſuperabit minorem ſcilicet 2. poſ. m̄. $\frac{4}{5}$, in 4. ad vnguem, hoc peracto, ex regula vniuerſali, duc partes in ſe, habebis 4. quadrata p̄. $\frac{16}{25}$ m̄. $\frac{16}{5}$ poſitionibus, & 1. quadratũ p. $2\frac{14}{25}$ p. $\frac{16}{5}$ poſitionibus, iunge habebis 5. quadrata p. $3\frac{1}{5}$, hæc cum radice æquantur 110. igitur R. æquatur 110. m̄. hoc aggregato, igitur $106\frac{4}{5}$ m̄. 5. quadratis, æquatur R. v. 5. quadratis p̄. $3\frac{1}{5}$, duc partes in ſe, habebis 5. quadrata p. $3\frac{1}{5}$, æqualia $11406\frac{6}{25}$ p̄. 25. quadr. quadratis m̄. 1068. quadratis, redde reddenda m̄. alteri parti, & diuide per numerum quadr. quadratorum, qui eſt 25. habebis 1. quad. quadratum p. $456\frac{156}{625}$, æqualia $42\frac{23}{25}$ quadratis, ideo

ideo res valet ℞.v.$21\frac{31}{50}$ m̃.℞.$4\frac{1015}{2500}$ ſed ℞.$4\frac{1025}{2500}$ eſt $2\frac{1}{10}$ igitur res eſt ℞.$19\frac{6}{100}$, ſed hæc eſt $4\frac{1}{5}$, igitur res fuit $4\frac{1}{5}$, ſed prima pars ſeu maior, fuit 2. poſitiones m̃. $\frac{1}{5}$, igitur ipſa fuit 8. & minor fuit 1. poſitio p̃. $\frac{4}{5}$, igitur fuit 6. & eius duplum fuit 12. qui excedit 8. in 4. & hoc eſt quod voluimus,

QVÆSTIO II.

Eſt trigonus a b c, cuius baſis a b, eſt 8. p̃. catheto c d, & a d tripla eſt d b, & quadratum b c cum latere c b, eſt 182. poſita igitur c d re, & a b, re & 8. ſeu c d 4. re-



4. poſ. 1. poſ. p. 2.

$\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{16}$) 17.

$\frac{8}{17}$ ⨯ $\frac{1}{4}$ $\frac{32}{17}$

4. poſ. m̃. $\frac{8}{17}$ | 1. poſ. p. $\frac{32}{17}$

16. quad. p. $\frac{64}{289}$ m̃. $\frac{64}{17}$ poſ.

1. quad. p. $\frac{1024}{289}$ p. $\frac{4}{17}$ poſ.

bus, & a b 4. rebus p. 8. erit b d res p. 2. & proportio $\frac{1}{4}$, ideo vt priùs, duc 4. in ſe, fit 16. duc 1. in ſe, fit 1. iunge, fit 17. diuiſor, inde duc 1. numeratorem $\frac{1}{4}$ in ſe, fit 1. duc in 8. differentiam, fit 8. diuide per 17. exit $\frac{8}{17}$, pars minuenda ex 4. rebus, inde diuide $\frac{8}{17}$ per proportionem quæ eſt $\frac{1}{4}$, exit $\frac{32}{17}$, pars addenda vni rei, erit igitur b d 1. poſitio p. $\frac{32}{17}$, & c d, 4. poſitiones m̃. $\frac{8}{17}$, duc partes in ſe, habebis quadrata c d & b d pariter accepta, & ex conſequenti, quadratum b c, eſſe 17. quadrata p. $3\frac{321}{289}$, ſequere vt in præcedente, addendo ei latus b c, eritque ℞. v. 17. quadratorum p. $\frac{321}{17}$ p. 17. quadratis p. $3\frac{321}{289}$ æqualis 182. quare $178\frac{68}{289}$ m̃. 17. quadratis æquatur ℞. v. 17. quadratorum p. $3\frac{321}{289}$, ſequere igitur operationem, vt priùs, habebis rei æſtimationem eſſe $3\frac{2}{17}$, cùm igitur b d ſit 1. poſitio p. $\frac{32}{17}$, erit b d 5. & a b 20. quadrupla b d, quare c d, quæ eſt 8. m̃. quàm a b, erit 12.

QVÆSTIO III.

Et ſimiliter, ſi diceret, ſunt duo numeri, quorum differentia eſt 12. & quadratum minoris cum quadrato $\frac{3}{10}$ maioris, & quadrato aggregati, æquatur 1000. tunc vt priùs operaberis, ducendo numeratorem ac denominatorem in ſe, & iungendo, fit diuiſor 109. deinde duco 3. numeratorem in ſe, & productum in 12. fit 108. diuido per 109. habeo partem minuendam ex 10. poſitionibus, deinde diuido $\frac{108}{109}$, per $\frac{3}{10}$, exit $\frac{360}{109}$, pars addenda 3, poſitionibus, ſi igitur 3. poſitiones p. $\frac{360}{109}$, ducantur in $\frac{10}{3}$, numerus

10. poſ. 3. poſ.

$\frac{3}{10}$ — $\frac{9}{100}$) 109.

$\frac{3}{10}$ — $\frac{9}{100}$ — 12 — $\frac{108}{109}$

$\frac{108}{109}$ ⨯ $\frac{3}{10}$ $\frac{360}{109}$

3. poſ. p. $\frac{360}{109}$

10. poſ. m̃. $\frac{108}{109}$

qui producetur, erit 12. p. quàm 10. res m̃. $\frac{108}{109}$, & talis eſt proportio $\frac{360}{109}$ ad $\frac{108}{109}$, qualis 10. ad 3. & ideo, quia regula hæc habet infinitos modos, velut ſi dicamus, $\frac{1}{2}$ primi & $\frac{1}{3}$ ſecundi numeri, differentium per 12. in ſe ducti addita radice, faciunt 100. tunc quæres eodem modo ſuam regulam, per regulam de modo, quia hæc regula eſt ramus illius, quærendo numeros differentes, primo in 12. quorum $\frac{1}{2}$ vnius ita diuidatur, in $\frac{1}{2}$ rem & numerum, & reliquus in $\frac{1}{3}$ rei & numerum, ita vt producta rerum ſint æqualia. Ponendo vnum numerum p̃. alium m̃. & inuenitur per capitulum nonum, cum quantitate ſurda, vt in talibus, ponam regulam exemplo adiunctam, dico quòd ſi quis dicat,

QVÆSTIO IV.

Inuenias duos numeros, quorum differentia ſit 14. & $\frac{1}{3}$ vnius in ſe ductum, cum $\frac{1}{4}$ alterius in ſe ducto, & cum ℞. ag-

$\frac{1}{3}$ ⨯ $\frac{1}{4}$ — 1 $\frac{168}{168}$

3 — 4

9 — 16 — 25

6 — 8

$\frac{8}{25}$

$1\frac{17}{25}$ — $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ > $\frac{168}{25}$

$1\frac{17}{25}$

$\frac{1}{3}$ poſ. m̃. $1\frac{17}{25}$

$\frac{1}{4}$ poſ. p. $2\frac{6}{25}$

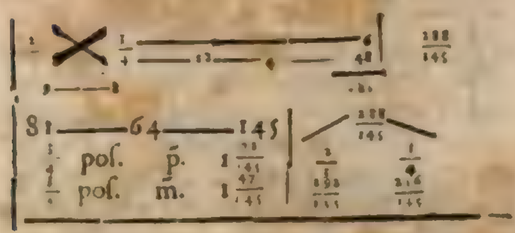
$\frac{1}{9}$ quad. p. $2\frac{504}{625}$ m̃. $1\frac{3}{25}$ poſ.

$\frac{1}{16}$ quad. p. $5\frac{11}{625}$ p. $1\frac{3}{25}$ poſ.

$\frac{25}{144}$ quad. p. $7\frac{503}{625}$

gregati talium productorum, fiat 110. dico primò, duc nominatores in nominatores viciſſim, videlicet 4. in 1. & 3. in 1. & productorum quæ ſunt etiam 4. & 3. iunge quadrata, habebis 25. pro diuiſore, deinde duc denominatores inuicem, 3. in 4. fit 12. & quod fit in differentiam quæ fuit 14. fit 168. hoc ducito in productum numeratorum, quod fuit 1. fit etiam 168. pro diuidendo, diuide igitur 168. per 25. exit $\frac{168}{25}$, hoc multiplica in ipſas partes, videlicet $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{3}$, habebis $2\frac{6}{25}$, addendum, & $1\frac{17}{25}$ minuendum, quia ſemper vt dictum eſt, minor pars numeri, minuitur à maiore, & maior additur minori, duc igitur $\frac{1}{3}$ poſitionis m̃. $1\frac{17}{25}$ in ſe, & ſimiliter $\frac{1}{4}$ poſitionis p̃. $2\frac{6}{25}$ in ſe, & collige producta, habebis $\frac{25}{144}$ quadrati p̃. $7\frac{503}{625}$, abſque rebus, quare ſequeris operationem, vt in prioribus. Aliud exemplũ, in regula parum difficili, inuenias duos numeros

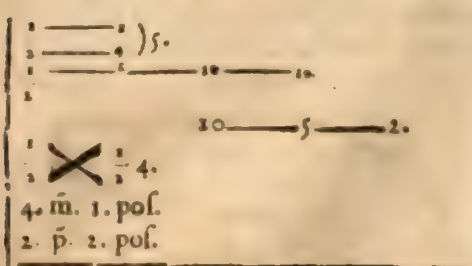
meros differentes in 4. quorum $\frac{3}{4}$ minoris in ſe ducta, & $\frac{2}{3}$ maioris in ſe ducta, & aggregato productorum addita radice, fiat 110. duces igitur in crucem, 3. in 3. & 4.



in 2. & fient 9 & 8. quorum quadrata iuncta ſunt 145. pro diuiſore, ſimiliter duces 3. in 4. denominatores, fit 12. duc in 4. differentiam numerorum, fit 48. duc in 6. productum numeratorum, fit 288, pro diuidendo, inde diuiſo 288. per 145. exit $\frac{288}{145}$, duc in $\frac{3}{4}$ & in $\frac{2}{3}$, partes acceptas ſeorſum, habebis $\frac{93}{145}$ & $\frac{216}{145}$, partes addendas ac minuendas vt priùs.

Qvæstio V.

Et ſimiliter dicemus de aggregato, veluti ſi dicat, fac ex 10. duas partes, quarum vna in ſe ducta, & alterius dimidio in ſe ducto, & accepta radice aggregati, totum ſit 30. dico operaberis per regulam dictam, in



quæſtione prima ſcilicet, quia eſt de integris ex vna parte, inuenies igitur numeros 4. & 2. & à maiore minues 1. poſitionem, & minori addes 2. poſitiones, & ideo in hoc differt à regulis numerorum differentium, cætera paria ſunt, & ideo ſequendo operationem, habebis rei æſtimationem, ℞. v. $2\frac{1}{10}$ m̄. ℞. $\frac{121}{100}$, quod eſt dicere 1. ideo numeri ſunt 6. & 4.

Capvt XXXIV.

De Regula medij.

HÆc ſic vocata à me eſt, quia medium inquiritur, ſcilicet proportio, & quia ad vnitatis confuſionem vitandam, ponimus partem vnam, dimidium vnitatis, & eſt eius vſus ſolum ad quærendum quantitates, quæ æqualiter multiplicantur, & proportionem ſeruant, cùm autem eam non ſeruauerint, vſus regulæ non eſt vtilis, verùm in duabus quantitatibus ſolum explicatur, de pluribus autem in capitulo trigeſimonono dicemus. Patet autem, quod ſi quis dicat, inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta ſint 30. quod regula hæc non ſeruiet, quia proportio 30. ad 10. quæ eſt tripla, non ſeruatur inter cubos & quadratos, variata quantitate, at regulam ipſam oſtendere quemadmodum & alias per exemplavtile fuerit.

Qvæstio I.

Inuenias duos numeros, quorum differentia ducta in quadratorum differentiam faciat 20. & aggregatum illorum in quadratorum aggregatum, faciat 20. Pones igitur vt dictum eſt vnum illorum, poſitio-

Numeri	1. poſ.	$\frac{1}{2}$
Differentia numerorum	1. poſ. m̄.	$\frac{1}{2}$
Aggrega. numerorum	1. poſ. p̄.	$\frac{1}{2}$
Quadrata	1. quad.	$\frac{1}{4}$
Differentia quadratorum	1. quad. m̄.	$\frac{1}{4}$
Aggregatum quadrat.	1. quad. p̄.	$\frac{1}{4}$

productũ different. $\frac{1}{8}$ p̄. 1. cu. m̄. $\frac{1}{2}$ quad. m̄. $\frac{1}{4}$ poſ.
productum quadrat. $\frac{1}{8}$ p̄. 1. cub. p̄. $\frac{1}{2}$ quad. p̄. $\frac{1}{4}$ poſ.

$\frac{1}{4}$ p̄. 2. cub. m̄. 1. quad. m̄. $\frac{1}{2}$ poſ.
$\frac{1}{8}$ p̄. 2. cub. p̄. $\frac{1}{2}$ quad. p̄. $\frac{1}{8}$ poſ.

$\frac{1}{8}$ p̄. 1. cub. æquatur $1\frac{1}{2}$ quad. p̄. $\frac{1}{4}$ poſ.
1. poſ. p̄. $\frac{1}{2}$ | 1. poſ. p̄. $\frac{1}{2}$
1. quad. m̄. $\frac{1}{2}$ poſ. p̄. $\frac{1}{4}$ | $1\frac{1}{2}$ poſ.

nem, alium $\frac{1}{2}$ deinde inuenies differentiam, & aggregatum, & quadrata partium, & differentiam quadratorum, & aggregatum, vt in margine, inde ducito differentiam partium in differentiam quadratorum, & habebis $\frac{1}{8}$ p̄. 1, cubo m̄. $\frac{1}{2}$ quadrato m̄. $\frac{1}{4}$ poſitionis, & hoc debet eſſe dimidium producti aggregatorum numerorum ſcilicet ac quadratorum, quia 10. eſt dimidium 20. igitur erit dimidium $\frac{1}{8}$ p̄. 1. cubo p̄. $\frac{1}{2}$ quadrato p̄. $\frac{1}{4}$ poſitionis, quare $\frac{1}{4}$ p̄. 2. cubis m̄. 1. quadrato m̄. $\frac{1}{2}$ poſitione, æquatur $\frac{1}{8}$ p̄. 1. cubo p̄. $\frac{1}{2}$ quadrato p̄. $\frac{1}{4}$ poſitionis, igitur reddendo partes m̄. ad p̄. erit vt $\frac{1}{8}$ p̄. 1. cubo, æquetur $1\frac{1}{2}$ quadrato p̄. $\frac{1}{4}$ poſitionis, quare diuiſis partibus, ad faciliorem operationem, quæ ſemper poterunt diuidi, habebimus $1\frac{1}{2}$ poſitionis, æqualem 1. quadrato m̄. $\frac{1}{2}$ poſitione p̄. $\frac{1}{4}$, diuiſor, namque componitur ex partibus ab initio ſumptis, ſcilicet 1. poſitione & $\frac{1}{2}$, quare 1. quadratum p̄. $\frac{1}{4}$, æquabitur 2. poſitionibus, & res erit 1. p̄. ℞. $\frac{3}{4}$, ſunt igitur quantitates in proportione 1. p̄. ℞. $\frac{3}{4}$, & $\frac{1}{2}$, quare in proportione 2. p̄. ℞. 3. & 1. Iterum igitur quæramus duas quantitates in hac proportione, quarum aggregatum in aggregatum quadratorum ductum, faciat 20. nam tales neceſſario habebunt etiam reliquam conditionem, ponemus igitur vnam illarum rem, aliam res 2. p̄. ℞.

Numerus 1.	res 2. p̃. ℞. 3.
Quadrata quad. 1.	quad. 7. p̃. ℞. 48.
Aggreg. numero.	res 3. p̃. ℞. 3.
Aggreg. quad.	quad. 8. p̃. ℞. 48.
Productum cubi	36. p̃. ℞. 1200.

p̃. ℞. 3. & quæremus ſua quadrata, quæ iungemus, & erunt quadrata 8. p̃. ℞. 48. & ducemus in aggregatum numerorum, ſcilicet res 3. p̃. ℞. 3. & fiunt cubi 36. p̃. ℞. 1200. diuidemus igitur 20. per ℞. 1200. p̃. 36. & exibit $7\frac{1}{2}$ m. ℞. $52\frac{1}{12}$, cuius ℞. cubica erit numerus minor quæſitus, maior autem habebitur, ducto minore in 2. p̃. ℞. 3. quare numeri quæſiti erunt,

Primus ℞. v. cubica $7\frac{1}{2}$ m. ℞. $52\frac{1}{12}$.

Secundus ℞. v. cubica 195. m. ℞. $35437\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 33075. m. ℞. 35490.

Qværtio II.

Inuenias duos numeros, quorum differentia ducta in differentiam cuborum, producat 10. & aggregatum in aggregatum cu-

Numeri	1. poſ.	1.
Differentia numer.	1. poſ. m.	1.
Aggregatum numero.	1. poſ. p̃.	1.
Cubi	1. cub.	1.
Differentia cuborum	1. cub. m.	1.
Aggregatum cuborum	1. cub. p̃.	1.

Produc. Aggregatorum.
1. quad. quad. p̃. 1. cub. p̃. 1. poſ. p̃. 1.
Productum differentiarum.
1. quad. quad. m. 1. cub. m. 1. poſ. p̃. 1.

3. quad. quad. m. 3. cub. m. 3. poſ. p̃. 3.
1. quad. quad. p̃. 1. cub. p̃. 1. poſ. p̃. 1.

2. quad. quad. p̃. 2.	4. cub. p̃. 4. poſ.
1. quad. quad. p̃. 1.	2. cub. p̃. 2. poſ.

borum conſtituat 30. hac in quæſtione, procedes vt in præcedenti, verùm pones partes 1. poſitionem & 1. ad facilitatem maiorem, & ſequeris vt in præcedenti, donec veneris ad 1. quad. quadratum. p̃. 1. æquale 2. cubis p̃. 2. poſitionibus, igitur habeo quinque quantitates continuè proportionales, quarum aggregatum primæ & quintæ, eſt duplum aggregato ſecundæ & quartæ, igitur per capitulum quinque quantitatum in continua proportione conſtitutarum quæro proportionem, aſſumendo puta 2. & 4. quorum 4. eſt duplus alteri, & faciendo de 4. primam & quintam, & de 2. ſecundam & quartam, igitur talis proportio erit vt $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. ℞. $6\frac{1}{4}$ m. $2\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. ℞. $\frac{1}{4}$ m. $\frac{1}{4}$, ad vnitatem, pones igitur denuo res ſub his numeris, videlicet 1. rem, & res $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. ℞. $6\frac{1}{4}$ m. $2\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ m. $\frac{1}{4}$, inde ducito ad cubum partes per regulas tertij libri, quod non difficile fiet, inde duces res ℞. $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. ℞. $6\frac{1}{4}$ m. $2\frac{1}{2}$ p̃. ℞. v. ℞. $\frac{1}{6}$ m. $\frac{1}{2}$, differentiam ſcilicet numerorum, in differentiam cuborum, quæ habetur detracto 1. cubo, ex cubo dicti iam compoſiti ex quatuor nominibus, & productum æquabitur 10. diuides 10. per tale productum & eius quod exit ℞. ℞. erit æſtimatio primæ quantitatis, qua ducta in $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. ℞. $6\frac{1}{4}$ m. $2\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. ℞. $\frac{3}{4}$ m. $\frac{1}{4}$, conſurget ſecunda quantitas ſeu ſecundus numerus.

Qværtio III.

Inuenias duos numeros quorum relati primi iuncti faciant 20. & aggregatum cuborum in aggregatum quadratorum ductum, faciat 25. pones vt in præcedente,

1. poſ.	1.
1. p^m r^m	1.
1. cub. p.	1.
1. quad. p.	1.

1. p^m r^m p. 1. cu. p.
1. quad. p. 1.

5 r¹ p¹ p.	5.

4. r¹ p¹ p. 4. cub. p. 4. quad. p. 4.

1. r^m p^m p.
æquatur 4. cub. p. 4. quad.

1. poſ. p. 1.

1. quad. quad. m. 1. cub. p. 1. quad. m. 1. poſ. p. 14. quad.

1. quad. quad. p. 1.	1. cu. p. 3. quad. p. 1. poſ.

partes, 1. poſitionem & 1. & relati primi earum, ſunt 1. p^m r^m & 1. & productum aggregati quadratorum in aggregatum cuborum eſt, 1. p^m r^m p. 1. cubo p. 1. quadrato p. 1. & hoc ſe habet ad 1. p^m r^m. p. 1. vt 25. ad 20. & vt 5. ad 4. igitur per regulam quantitatum proportionalium, & ducto 2. p° r° p. 1. cubo p. 1. quadrato p. 1. per 4. faciemus quantum ducto 1. p° r° p. 1. per 5. igitur 4. p¹ r¹ p. 4. cubis, p. 4. quadratis p. 4. æquantur 5. p¹ˢ r¹ˢ p. 5. quare tandem habebimus p^m r^m p. 1. facta detractione, æquale 4. cubis p. 4. quadratis, diuide partes per poſitionem p̃. 1. quad. quadrato m. 1. cubo p. 1. quadrato m. 1. poſitione p. 1. æqualia 4. quadratis, igitur 1. quad. quadratum p. 1. æquatur 1. cubo p. 3. quadratis p. 1. poſitione, ſunt igitur quinque quantitates continuè proportionales, quarum aggregatum primæ & quintæ, eſt gratiâ exempli 10. & aggregatum ſecundæ & quartæ cum triplo tertiæ etiam, 10. igitur nota erit proportio, per capitulum 5. quantitatum continuæ proportionis, & erit

$$\frac{\text{℞. } 3\frac{6}{7} \text{ m. 1. p. ℞. v. ℞. } 1\frac{5}{7} \text{ m. } \frac{6}{7}}{\text{2. m. ℞. } 1\frac{1}{7}}$$, &

eſt proportio illarum quantitatum, in ſecunda igitur poſitione, pones 1. rem, & res in numero ſupradicto ſeu proportione, vel reductam proportionem, vt in præcedente quæſtione, facta diuiſione per numeratorem, ad relatum ducito, per ſuam regulam, cui adde 1. relatum primum de 1. & cum aggregato diuide 20. & ℞. relata prima, prima, prouentus eſt numerus minor, inde multiplica ipſum in pro-

proportionem, & proueniet maior, & perficere talem operationem eſt res quaſi ſupra humanum laborem, & niſi eſſent regulæ tertij libri, vix omnino poſſibile foret.

Capvt XXXV.

De Regula aggregati.

Regvla I.

Sicvt ex præcedente, & regula iterata, proportio ipſa quæritur, ſic per hanc habemus aggregatum, Eſt autem vtilis valde, vbi inter partes nulla ſupponitur proportio. Nam medium ad quærendum plures numeros ſimul, eſt vel proportio, vel aggregatum, aut differentia, cùm igitur ex præcedente & regula iterata proportio habeatur, cùm hac autem & aggregatum & differentia, ſatis conſtat, quanto hæc illas antecedat interuallo. Vocauimus & hanc regulam dupli, quòd duas contineat partes, ſeu duos numeros quæſitos, ratio verò eius, vt reliquarum, per exempla patet.

Qvæstio I.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta ſint 20. & productum vnius in alterum, cum ipſis numeris, ſit 10. dico (quamuis ex ſexto libro ſolui poſſit) ſic per regulam faciemus. Pone aggregatum 1. poſitionem, ſeu rem, & quia ex vno in alterum fit 10. minus aggregato, igitur ex vno in alterum fiet 10. [illegible] fac igitur ex poſitione, duas partes producentes 10. m̄. 1. poſitione, & erunt ex regula capituli de operationibus in ſexto libro poſita, partes, $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ poſ. p̄. R. v. $\frac{1}{4}$ quad. p̄. 1. poſ. m̄. 10.
$\frac{1}{2}$ poſ. p̄. R. v. $\frac{1}{4}$ quad. p̄. 1. poſ. m̄. 10.
$\frac{1}{4}$ quad. p̄. $\frac{1}{4}$ quad. p̄. 1. poſ. m̄. 10.
$\frac{1}{2}$ poſ. m̄. R. v. $\frac{1}{4}$ quad. p̄. 1. poſ. m̄. 10.
$\frac{1}{2}$ poſ. m̄. R. v. $\frac{1}{4}$ quad. p̄. 1. poſ. m̄. 10.
$\frac{1}{4}$ quad. p̄. $\frac{1}{4}$ quad. p̄. 1. poſ. m̄. 10.
1. quad. p̄. 2. poſ. m̄. 20.

poſitionis p̄. R. v. $\frac{1}{4}$ quadrati p̄. 1. poſitione m̄. 10. & $\frac{1}{2}$ poſitionis, m̄. R. v. $\frac{1}{4}$ quadrati p̄. 1. poſitione m̄. 10. horum itaque quadrata iuncta debent eſſe 20. & quia vna pars eſt Binomium, altera reciſum reſpectu $\frac{1}{2}$ poſitionis, ſufficiet ducere partes in ſe, non vnam in aliam, vt in libris tertio & quarto & quinto docuimus, ideo ducta $\frac{1}{2}$ poſitio in ſe, fit $\frac{1}{4}$ quadrati, & ducta R. v. $\frac{1}{4}$ quadrati p̄. 1. poſitione m̄. 10. in ſe fit $\frac{1}{4}$ quadrati p̄. 1. poſitione m. 10. & tantundē ex alia parte, vt in figura, quare quadrata Binomij & reciſi iuncta, ſunt 1. quadratū p̄. 2. poſitionibus m̄. 20. & hoc æquatur 20. vt dictū eſt, igitur 1. quad. p̄. 2. poſitionibus æquatur 40 & rei æſtimatio erit R. 41. m̄. 1. fac ex R. 41. m̄. 1. duas partes, quarum quadrata iuncta ſint 20. & erunt per no-

pª R. 10 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ p̄. R. v. 10 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$
2ª R. 10 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ m̄. R. v. 10 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$

uam poſitionem, vel per regulas capituli de operationibus in quarto libro partes quas à latere vides.

Qvæstio II.

Inuenias duos numeros, qui iuncti faciant tantum, quantum inuicem ducti, & & eorum quadrata iuncta ſint 20. ſi igitur aggregatum eſt 1. poſitio, productum etiam vnius in alterum eſt 1. poſitio, fac ex 1. poſitione duas partes, producentes 1. poſitionem, per regulas capituli de operationibus in ſexto libro poſitas, ſeu per quintam ſecundi Elementorum, & erunt partes quas à latere poſui, harum igitur quadrata iuncta

$\frac{1}{2}$ poſ. p̄. R. v. $\frac{1}{4}$ quad. m̄. 1. poſ.
$\frac{1}{2}$ poſ. m̄. R. v. $\frac{1}{4}$ quad. m̄. 1. poſ.
$\frac{1}{4}$ quad. p. $\frac{1}{4}$ quad. m̄. 2. poſ.

R. 5 $\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{1}{2}$ R. v. 4 $\frac{1}{2}$ m̄. R. 5 $\frac{1}{4}$
R. 5 $\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{1}{2}$ m̄. R. v. 4 $\frac{1}{2}$ m̄. R. 5 $\frac{1}{4}$

ſunt 20. quare cùm habeant vt in præcedenti rationem Binomij & reciſi, ſufficiet ducere partes vnius eorū in ſe, & duplicare. Igitur habebimus pro aggregato quadratorum 1. quadratum m̄. 2. poſitionibus, æqualia 20. quare res erit R. 21. p̄. 1. ideo faciemus ex ipſa partes, vt propoſitum eſt, & erunt vt vides.

Qvæstio III.

Inuenias duos numeros, ex quorum multiplicatione producatur aggregatum, & quadrata ipſorum cum ipſis numeris faciant 20. fac vt in præcedenti, & habebis aggregatum R. 20 $\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$, quod eſt 5. & quia quadrata partium cum ipſis numeris debent æquari 20. igitur quadrata ipſa ſola abſque numeris erunt 15. fac igitur ex 5. duas partes, quarum quadrata iuncta ſint 15. & habebis numeros quos vides. Memineris autem, quod in prima operatione, quando perueneris ad 1. quadratum m̄. 2. poſitionibus pro aggregato quadratorum, vt addas 1. poſitionem, quod eſt aggregatum numerorum, & peruenies ad 1. quadratum m̄. 1. poſitione, æqualia 20.

2 $\frac{1}{2}$ p̄. R. 1 $\frac{1}{4}$
2 $\frac{1}{2}$ m̄. R. 1 $\frac{1}{4}$

Qvæstio IV.

Inuenias duos numeros, qui inuicem ducti producant aggregatum, & diuiſo 12. per vtrumque, quadrata prouenientium iuncta cum aggregato diuidentium faciant 80. hæc cum præcedentibus eſt fratris Lucæ, in quodam ſcripto quod perierat. Pone aggregatum rem vnam, eam diuide in partes, vt vides, cum quibus diuide 12. vt in figura.

Igitur

$$\text{Partes}\;\left|\;\frac{12.}{\frac{1}{2}\text{ poſ. p̄. ℞. v. }\frac{1}{4}\text{ quad. m̄. 1. poſ.}}\right.$$

$$\frac{12.}{\frac{1}{2}\text{ poſ. m̄. ℞. v. }\frac{1}{4}\text{ quad. m̄. 1. poſ.}}$$

$$\frac{144.}{\frac{1}{2}\text{ quad. m̄. 1. poſ. p̄. ℞. v. }\frac{1}{4}\text{ quad. quad. m̄. 1. cub.}}$$

$$\text{quadrata}\;\left|\;\text{partium}\;\right|\;\frac{144.}{\frac{1}{2}\text{ quad. m̄. 1. poſ. p̄. ℞. v. }\frac{1}{4}\text{ quad. qd. m̄. 1. cub.}}$$

$$\text{Aggregatũ quadratorũ}\;\frac{144.\text{ quad. m̄. 288. poſ.}}{1.\text{ quad.}}$$

Igitur ex partibus ipſis factis quadratis, iunctiſque, vt in quinto libro docui te, habebis aggregatum quadratorum, cui adde aggregatum diuidentium, ſiquidem rem vnam habebis, $\frac{144.\text{ quadr. m. 288. poſitionibus.}}{1.\text{ quad.}}$ p̄. 1. poſitione, æqualia 80. multiplica omnia per poſitionem, fient 144. poſitiones m̄. 288. p̄. 1. quadrato, æqualia 80. poſitionibus, quare quadratum & 94. poſitiones, æquantur 288. res igitur eſt ℞. 1312. m̄. 32. fac igitur ex ℞. 1312. m̄. 32. duas partes, producentes ℞. 1312. m̄. 32. & illæ erunt numeri quæſiti.

QVÆSTIO V.

Inuenias numeros quorum quadrata iuncta ſint 20. & productum vnius in alterum, æquale ſit quadrato differentiæ, hæc quamquam clara ſit, quoniam neceſſarium ſit eos numeros eſſe in proportione, quæ dicitur habere medium & duo extrema. Poſſit etiam ſolui ex regula poſitionis æqualis, nam plures quæſtiones, multis ac diuerſis regulis ſolui poſſunt. Sic tamen ex hac regula faciemus, poſito aggregato re, diuidemus eam in partes, quarum quadrata iuncta ſint 20. & erunt vt vides, igitur quadratum differentiæ eſt 40. m̄. 1. quadrato, & hoc æquatur producto partium inuicẽ, quod eſt $\frac{1}{2}$ quadratũ m. 10. quare $1\frac{1}{2}$ quad. æquatur 50. igitur res eſt ℞. $33\frac{1}{3}$, ex hoc fac duas partes, quarũ quadrata iuncta ſint 20. & erũt ℞. $8\frac{1}{3}$, p̄. ℞. $1\frac{2}{3}$, & ℞. $8\frac{1}{3}$ m̄. ℞. $\frac{5}{3}$. Et hac regula deducuntur octo quæſtiones, quas ego ob vehementem ſimilitudinem Sorores appellaui, ad capitula melius, quàm alia.

$\frac{1}{2}$ poſ. m̄. ℞. v. 10. m̄. $\frac{1}{4}$ quad.
$\frac{1}{2}$ poſ. p̄. ℞. v. 10. m̄. $\frac{1}{4}$ quad.
Differentia ℞. v. 40. m̄. 1. quad.
Quad. differentiæ 40. m̄. 1. quad.
productum $\frac{1}{2}$ quad. m̄. 10.

Sequuntur octo quæſtiones, quæ vocantur Sorores, quarum vltima ſola pro aliarum exemplo declaratur.

QVÆSTIO VI.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta ſunt 10. & cubi ſint 30. pones aggregatum numerorum poſitionem, & facies partes ex ea, quarum quadrata iuncta ſint 10. inde iunge cubos illarum partium, & habebis cubum p̄. 60. æqualia 30. rebus.

QVÆSTIO VII.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta ſint 10. & differentia cuborum illorum, ſit 15. pone aggregatum eorum vt priùs, rem, & habebis 1. cub. quadratum, æquale 300. quadratis p̄. 1100.

QVÆSTIO VIII.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta ſint 10. & ex ductu cuiuſlibet eorum in quadratum alterius, producta iuncta faciant 20. pones eodem modo aggregatum numerorum, rem, & habebis 1. cub. quadratum p̄. 300. quadratis p̄. 800. poſitionibus, æqualia 40. quadr. quadratis p̄. 1600.

QVÆSTIO IX.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta ſint 10. & producta vnius in alterius quadratum mutuò, differant per 4. Pones vt priùs aggregatum, rem, & habebis 1. cub. quadratum p̄. 500. quadratis æqualia 40. quad. quadratis p̄. 1936.

QVÆSTIO X.

Inuenias duos numeros, quorum differentia quadratorum ſit 10. & cuborum aggregatum ſit 100. Pones aggregatum numerorum, rem, & facies ex ea partes, quarum quadrata differant in 10. & eas duces ad cubum, & habis 1. quad. quadratum p̄. 300. æqualia 400. poſitionibus.

QVÆSTIO XI.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorum differentia ſit 10. & cuborum differentia ſit 100. Pones vt priùs, aggregatum numerorum, rem, & habebis 1. quad. quadratum p̄. $33\frac{1}{3}$, æqualia $13\frac{1}{3}$ cubis.

QVÆSTIO XII.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorum differentia ſit 10. & aggregatum productorum vnius in quadratum alterius mutuo, ſit 100. Pones vt priùs aggregatum illorum, rem, & habebis 1. quad. quadratum æquale 400. rebus p̄. 100.

QVÆSTIO XIII.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorum differentia ſit 10. & differentia productorum vnius in alterius quadratorum, ſit 100. hanc explicabo diligenter, vt ſit forma operandi, atque exemplar in reliquis, non ſolum ſeptem præcedentibus, ſed & aliis multis, quæ formari poſſunt in hoc genere.

Ponam igitur illorum aggregatum, rem, & per regulam de modo, vel capituli operationum in quarto libro, faciam ex ea duas partes, quarum quadratorum differentia ſit 10. & eſt, vt diuidas illam differentiam ſcilicet 10. per duplum diuidendi, quod eſt 2. poſitiones, exiens quod eſt $\frac{5}{1.\ pos.}$ addes & minues dimidio diuidendi, quod eſt $\frac{1}{2}$ poſitio, habebis partes, & quadrata illarum, quæ ſuppone permutato ordine ſuis radicibus, vt in figura patet, duces igitur inferiora in ſua ſuperiora, ſufficitque in his, quorum volumus differentiam multiplicare, partes diſſimiles, id eſt quæ in vno producant p̄. in alio m̄. ſicut in aggregandis ſufficit multiplicare partes ſimiles, nam reliquæ per ſe cadunt, duc igitur $\frac{1}{2}$ poſition. in m̄. $\frac{5}{1.\ pos.}$ m̄. 5. & $\frac{1}{4}$ quadrati p̄. $\frac{25}{1.\ quad.}$ quia vbi vna producit p̄. alia producit m̄. & detrahe m̄. a p̄. & hoc non eſt aliud, quam duplicare vnum illorum productorum, habebis differentiam vnius producti ab altero, $2\frac{1}{2}$ poſitiones m̄. $\frac{250}{1.\ cub.}$ igitur hoc æquatur 100. diuide omnia per $2\frac{1}{2}$, & multiplica per 1. cubum, habebis 1. quad. quadratum æquale 40. cubis p̄. 100. & ita in aliis, & poſſes ſuper hoc ſtatuere regulam de modo, dicendo, cùm duo numeri, quorum quadratorum differentia eſt conſtituta ex multiplicatione viciſſim in quadrata, debent producere aliquam differentiam inter ipſa producta, tunc erit quad. quadratum æquale quadrato differentiæ quadratorum, & totidem cubis, quotus eſt numerus, qui prouenit, diuiſo numero differentiæ productorum per quartam partem differentiæ quadratorum, velut ſi dicam, inuenias duos numeros quorum quadratorum differentia ſit 6. & productorum vnius in quadratum alterius differentia ſit 60. dicemus igitur 1. quad. quadratum æquabitur 40. cubis p̄. 36. & ita de aliis.

$\frac{1}{2}$ poſ. $\frac{5}{1.\ pos.}$	$\frac{1}{2}$ poſ. m̄. $\frac{5}{1.\ pos.}$
$\frac{1}{4}$ quad. p $\frac{25}{1.\ quad.}$ m̄. 5.	$\frac{1}{4}$ quad. p̄ $\frac{25}{1.\ quad.}$ p̄. 5.
$2\frac{1}{2}$ poſ. m̄. $1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{4}$ poſ. m̄. $2\frac{1}{2}$
poſ. m̄ $\frac{125}{1.\ cub.}$	poſ. p̄. $\frac{125}{1.\ cub.}$
Differentia $2\frac{1}{2}$ poſ. m̄. $\frac{250}{1.\ cub.}$ æqualia 100.	
1. quad. quad. æquale 40. cub. p̄. 100.	

Regula II.

Eſt & alius modus regulæ aggregati, longè ſubtilior præcedente, & facit duas poſitiones ſimul & duas conuerſiones, & nihil eſt ſubtilius his in regulis, & inueni ipſum in quodam fragmento fratris Lucæ, & tandem reduxi ipſum poſt multos labores, quia vix poterat legi in hac parte, vel percipi imago huius regulæ, & ego explicabo eam faciliter, & niſi eſſet, quod non eſt omnino generalis hic modus, quantum ad oſtendendam æſtimationem rei, licet quo ad poſitionem ſit ampliſſimus, nihil aliud poſſet excogitari præſtantiùs, & exemplum ac regula erit in quæſtionibus.

Quæstio XIV.

Inuenias duos numeros, ex quorum ductu vnius in alterum producatur 8. & quadrata iuncta cum ipſis numeris, faciant 40. Pones aggregatum illorum numerorum $\frac{1}{2}$ quantitatem, & alterum ex illis 1. poſitionem, reliquus igitur eſt $\frac{1}{2}$ quantit. m̄. 1. poſitione, duc inuicem, fiunt $\frac{1}{2}$ quan. poſ. m. 1. quadrato, & hoc æquatur 8. igitur habes quadratum p̄. 8. æquale quantitati, cuidam rerum. Sequere igitur capitulum, accipe dimidium numeri rerum, id eſt $\frac{1}{4}$ quantitatis, vt in capitulo quinto doceris, quando quadratum & numerus æquantur rebus, duc igitur $\frac{1}{4}$ quantitatis in ſe, fit $\frac{1}{16}$ quad. quan. abiice 8. numerum æquationis, fit $\frac{1}{16}$ quad quan. m. 8. accipe ℞. v. quam adde, ac minue, ad $\frac{1}{4}$ quantitatis, dimidium numeri rerum, fiet rei æſtimatio, ſeu numeri quæſiti, quorum vnus eſt, $\frac{1}{4}$ quantitatis p̄. ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad quan. m. 8. & alter, $\frac{1}{4}$ quantitatis m. ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quan. m. 8. horum igitur quadrata, addito aggregato numerorum, id eſt $\frac{1}{2}$ quantitatis,

$\frac{1}{2}$ quan.
1. poſ. | $\frac{1}{2}$ quan. m. 1. poſ.
$\frac{1}{2}$ quan. poſ. m. 1. quad.
æqualis 8.
$\frac{1}{4}$ quan.
$\frac{1}{16}$ quad. quan. m. 8.
$\frac{1}{4}$ quad. p̄. ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quan. m. 8.
$\frac{1}{4}$ quan. m. ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quan. m. 8.
$\frac{1}{8}$ quad. quan. m. 8.
$\frac{1}{8}$ quad. quan. m. 8.
$\frac{1}{2}$ quan.
$\frac{1}{4}$ quad. quan. m. 16. p̄. $\frac{1}{2}$ quan. æqualis 40.
1. quad. quan. p̄. 2. quan. æqualis 224.
æſtimatio rei ℞. 225. m. 1.

æquantur 40. quadrata igitur partium, cadentibus viciſſim multiplicationibus $\frac{1}{4}$ quantitatis in ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quan. m. 8. quia ſunt æqualia, m. & p̄. erunt $\frac{1}{8}$ quad. quan. m. 8. & $\frac{1}{8}$ quad. quan. m. 8. iuncta igitur $\frac{1}{4}$ quad. quan. m. 16. æqualia cum $\frac{1}{2}$ quantitatis, aggregato numerorum ad 40. pone igitur pro quantitate rem, erit $\frac{1}{4}$ quadrati p̄. $\frac{1}{2}$ poſitione æquale 56. igitur 1. quadratum p̄. 2. poſitionibus, æquatur 224. quare res valet ℞. 225. m. 1. id eſt 14. & tantundem valet quantitas, ſed nos poſuimus dimidium quantitatis aggregatum, igitur aggregatum numerorum eſt 7. fac ex 7. duas partes, ex quarum ductu inuicem fiat 8. & erunt $3\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $4\frac{1}{4}$, & $3\frac{1}{2}$ m. ℞. $4\frac{1}{4}$, numeri quæſiti, quorum quadrata cum numeris ipſis ſunt 40.

Et ſi quis quærat, quid proſit hæc regula, cuique poſſit opitulari præter primam? Reſpondeo, Prima indiget regula ſpeciali ſexti libri in operando, hæc autem liberè vſque in in finem agit, deducendo, quod quidem pulcherrimum vltra id quod vtiliſſimum eſt, nullo alieno indigere præſidio. Eſt & aliud exemplum. Notandum.

Quæ-

QVÆSTIO XV.

Inuenias duos numeros, ex quorum multiplicatione producatur 6. & quorum cubi iuncti faciant 100. Ponemus $\frac{1}{1}$ quantitatem pro aggregato, & partem vnam rem, alia erit $\frac{1}{1}$ quantitas m̄. re, duc partes inui-

| $\frac{1}{1}$ quan.
| 1. poſ. | $\frac{1}{1}$ quan. m̄. 1. poſ.
| $\frac{1}{1}$ quan. poſ. m̄. 1. quad.
| æqualis 6.

| $\frac{1}{4}$ quan. p̄. ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quan m̄. 6. | poſ.
| $\frac{1}{4}$ quan. m̄. ℞. v. $\frac{1}{1}$ quad. quan. m̄. 6. | poſ.

| $\frac{1}{16}$ cub. quan. m̄. $4\frac{1}{2}$ quan. | cubus.
| $\frac{1}{1}$ cub. quan. m̄. $4\frac{1}{2}$ quan | cubus.

| $\frac{1}{8}$ cub. quan. m̄. 9. quan. æqualia 100.
| 1. cub. æqualis 72. res p. 800.

cem, habebis $\frac{1}{1}$ quan. poſ. m̄. 1. quadrato æqualia 6. ſequere æquationem tanquam $\frac{1}{1}$ quantitas eſſet aliquis numerus, & habebis æſtimationem, duas æſtimationes poſ. ſcilicet, $\frac{1}{4}$ quantitatis p̄. ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quan. m̄ 9. & $\frac{1}{1}$ quantitatis m. ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quan, m̄. 6. horum cubi debent æquari 100. duc ad cubum, dimittendo partes, quæ in vno ſunt p̄. in alio m̄. habebis $\frac{1}{16}$ cub. quan. m̄. $4\frac{1}{2}$ quantitatibus pro ſingulis partibus, quare in totum $\frac{1}{8}$ cub. quan. m. 9. quantitatibus, æqualia 200. permuta cub. quan. in cubum rei, & quantitatem in rem, & reduces ad 1. cubum, habebis cubum, æqualem 72. rebus p̄. 800. & rei æſtimatio erit æſtimatio quãtitatis, ſcilicet ℞. v. cubica 400. p̄ ℞. 146176. huius igitur dimidium, quod eſt ℞. v cubica 50. p̄. ℞. 2284. p̄ ℞. v. cubica 50. m̄. ℞. 2287. eſt aggregatum quæſitorum numerorum, & partes ſunt, ℞. v. cubicæ quæſitæ, ſed hoc apparet alia operatione.

QVÆSTIO XVI.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorum differentia ſit 10. & ex maiore illorum iuncto cum ſuis quadratis, fiat 40. Pones aggregatum numerorum rem, & vnam partem $\frac{1}{1}$ quantitatem, reliqua erit

| 1. poſ.
| $\frac{1}{1}$ quan. | 1. poſ. m̄. $\frac{1}{1}$ quan.
| $\frac{1}{4}$ quad. quan. | 1. quad. p̄. $\frac{1}{4}$
| quad. quan. m̄. 1. quan. poſ.

| $\frac{1}{1}$ quan. p̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quad quan. m̄. 10. | poſ.
| $\frac{1}{1}$ quan. m̄ ℞. v. $\frac{1}{4}$ quad. quan. p̄. 10. | poſ.

| $\frac{1}{4}$ quad. quan. | $\frac{1}{4}$ quad. quan. m̄. 10. | $\frac{1}{1}$ quan.
| 1. quad. quan. p̄. 1. quan. æquantur 100.

res m̄. $\frac{1}{1}$ quantitatis, duc in ſe partes, habebis $\frac{1}{4}$ quad. quan. & 1. quadratum p̄. $\frac{1}{4}$ quad. quan. m̄. 1. quan. poſ. ſume differentiam, quæ erit 1. quan. poſ. m̄. 1. quad. & hoc æquatur 10. igitur rei æſtimatio eſt $\frac{1}{1}$ quantitas p̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quad. quan. m. 10. & $\frac{1}{1}$ quantitas m. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quad. quan. m. 10. horum quodlibet æquatur 1. poſitioni, & iam poſitio diuiſa fuit in $\frac{1}{1}$ quantitatem, & poſitionem m̄. $\frac{1}{1}$ quantitate, igitur cum $\frac{1}{1}$ quantitas ſit communis vtrobique erit ℞. v. $\frac{1}{4}$ quad. quan. m̄. 10. æqualis 1. poſitioni m̄. $\frac{1}{1}$ quantitatis, igitur quadrata partium, quæ ſunt $\frac{1}{4}$ quad. quan. & $\frac{1}{4}$ quad. quan. m̄. 10. cum vna partium, ſcilicet $\frac{1}{1}$ quantitate, æquantur 40. quare 1. quad. quan. p. 1. quantitate, æquantur 100. res igitur quæ eſt quantitas, eſt ℞. $100\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{1}$, & quia nos poſuimus $\frac{1}{1}$ quantitatis, erit vna pars, ℞. $25\frac{1}{16}$ m̄. $\frac{1}{4}$, dimidium ſcilicet ℞. $100\frac{1}{4}$ m. $\frac{1}{1}$, & minor erit ℞. v. $15\frac{1}{8}$ m. ℞. $6\frac{17}{64}$. Et generaliter in hac regula, qui plus valet ingenio, plus valet in operatione, nam modi ſunt complures, & de omnibus dicere longum foret. Iſta igitur ſufficiant, & ad exempla primæ regulæ denuo tranſeamus, quærentes hoc modo.

QVÆSTIO XVII.

Inuenias duos numeros, quorum quadratum ſecundi, æquale ſit ductui primi in aggregatum, & quadrata illorum iuncta ſint 10. vides manifeſtè, quod ſi ponatur aggregatum illorum res, ipſa erit diuidenda ſecundùm proportionem habentem medium & duo extrema, erúntque partes, ℞. v. $\frac{5}{4}$ quadrati m. $\frac{1}{2}$ poſitionis: & $1\frac{1}{2}$ poſitiones m̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quadrati harum igitur quadrata erunt 5. quadrata m̄. ℞. 20. quad. quadrato-

| ℞. v. $2\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 5. p̄. ℞. v. $2\frac{1}{2}$ m̄. ℞. 5.
| ℞. v. $2\frac{1}{2}$ p. ℞. 5. m̄. ℞. v. $2\frac{1}{2}$ m̄. ℞. 5.

rum, & erunt æqualia 10. igitur ex capitulo argumentando p̄. & m̄. 5. quadrata m̄. 10. æquantur ℞. 20. quad. quadratorum, quare partes erunt vt vides,

QVÆSTIO XVIII.

Inuenias tres numeros in continua proportione, quorum primus & ſecundus æquentur tertio, & quadrata primi & ſecundi iuncta ſint 10. Pones tertium 1. poſitionem, fac de 1. poſitione duas partes, quarum quadrata iuncta ſint 10. & erunt $\frac{1}{2}$ poſitionis p̄. ℞. v. 5. m̄. $\frac{1}{4}$ quadrati & $\frac{1}{2}$ poſitio m̄. ℞. v. 5. m̄. $\frac{1}{4}$ quadrati, duc 1. poſitionem in minorem, & producetur quadratum maioris, aliter diuides 1. poſitionem ſecundùm proportionem habentem medium & duo extrema, inde duces partes ad quadratum, & quadrata iuncta erunt 10. partes igitur erunt.

pª	℞. v. $22\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 405. m̄. ℞. v. $12\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 125.
2ª	℞. v. $12\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 125. m. ℞. v. $2\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 5.
3ª	℞. v. 10. p̄. ℞. 80.

QVÆ-

Qvæstio XIX.

Similiter, ſi quis dicat, inuenias tres numeros in continua proportione, ex quorum ductu primi in ſecundum fiat 10. & primus cum ſecundo æquentur tertio, eodem modo procedendo habebis quantitates.

p^a	℞. v. ℞. 31 $\frac{1}{4}$ p̃. 5. m̃. ℞. v. ℞. 31 $\frac{1}{4}$ m̃. 5.
2^a	℞. v. ℞. 31 $\frac{1}{4}$ p̃. 5. p̃. ℞. v. ℞. 31 $\frac{1}{4}$ m̃. 5.
3^a	℞. v. ℞. 500. p̃. 20.

Capvt XXXVI.

De Regula liberæ poſitionis.

Est regula pro quæſtionibus, quæ conſequuntur proprietates numerorum vniuerſales, quas homo ignorat, inde quærens regulas, laborat inaniter, non enim proportionem exigunt, nec tamen in omnibus quantitatibus inueniri queunt, tales autem ſunt,

Qvæstio I.

Inuenias quinque quantitates, quarum ſecundæ quadratum, æquale ſit aggregato earum, cum quadrato primæ, ſintque hæ quantitates in continua proportione, ponam igitur in quacunque voluero proportione, ab vna poſitione inchoando, velut in figura vides, eritque in dupla (exempli gratiâ) quadratum ſecundæ, 4. quadrata, & hoc æquatur 1. quadrato quod eſt quadratum primæ & 31. rebus, igitur 3. quadrata æquantur 31. rebus, & res erit 10 $\frac{1}{3}$, & reliquæ ſecundum duplam proportionem, vt vides, 10 $\frac{1}{3}$, 20 $\frac{2}{3}$, 41 $\frac{1}{3}$, 82 $\frac{2}{3}$, 165 $\frac{1}{3}$.

1. quad.	1. poſ.
4. quad.	2. poſ.
	4. poſ.
	8. poſ.
	16. poſ.
3. quad. æqualia	31. poſ.

Qvæstio II.

Inuenias duos numeros, in proportione dupla, quorum quadrata, vel cubi, vel relati, ſint æqualia ipſis, & ſit exemplum de relatis, tanquam magis admirandis. Ponemus igitur in proportione dupla, 1. poſitionem & 2. poſitiones, quorum relata erunt, 32. relata prima, & 1. relatum primum, iunge, fient 33. relata prima, æqualia 3. rebus, igitur per capitulum ſimplex, res erit ℞. ℞. $\frac{1}{11}$, diuiſo 3. per 33. reliqua quantitas igitur erit ℞. ℞. 1 $\frac{1}{11}$, ſcilicet duplum ℞. ℞. $\frac{\quad}{11}$.

Qvæstio III.

Inuenias tres quantitates in continua proportione, quarum proportio ſit tripla, & $\frac{1}{4}$ aggregati, in ſe ductum, producat $\frac{1}{7}$ ſecundæ quantitatis. Ponemus igitur quantitates, 1. poſitionem, 3. poſ. 9. poſ. harum aggregatum eſt 13. poſitiones, cuius $\frac{1}{4}$ eſt 3 $\frac{1}{4}$ poſitiones, & quadratum eſt 10 $\frac{9}{16}$, & hoc eſt $\frac{1}{7}$ de 3. poſitionibus, igitur 73 $\frac{15}{16}$ quadrata, æquantur 3. poſitionibus, quare poſitio eſt $\frac{48}{1183}$, & quantitas ſecunda erit $\frac{144}{1183}$ & tertia erit $\frac{432}{1183}$.

Qvæstio IV.

Inuenias tres numeros in continua proportione, quorum ſecundus ſit 10. & $\frac{1}{20}$, aggregati omnium in ſe ductum, producat ſeptuplum ſecundi, ponemus primum rem, igitur tertius erit $\frac{100}{1.\ poſ.}$, & quia $\frac{1}{20}$ aggregati in ſe ductum, producit ſeptuplum ſecundi, igitur producit 70. & ℞. 70. eſt $\frac{1}{20}$ aggregati, igitur aggregatum eſt ℞. 28000. & ideo prima & tertia, erunt ℞. 28000. m̃. 10. & hoc æquale eſt 1. poſitioni p̃. $\frac{100}{1.\ poſ.}$, igitur 1. quadratum p̃. 100. æquatur poſitionibus ℞. 28000. m̃. 10. igitur prima quantitas fuit ℞. 7000. m̃. 5. m̃. ℞. v. 6925. m̃. ℞. 700000. & tertia quantitas erit ℞. 7000. m̃. 5. p̃. ℞. v. 6925. m̃. ℞. 700000. poſſet etiam breuius fieri, ſed abſque poſitione.

Capvt XXXVII.

De Regula falſum ponendi.

Regvla I.

Hæc regula triplex eſt, aut enim ponit m̃. aut quærit ℞. m̃. aut quærit quod non eſt. Primò igitur quærimus quæſtionum ſolutiones, quæ per p̃. vera re minimè licet, velut ſi quis dicat, quadratum æquatur 4. rebus p̃. 32. & in eadem æſtimatione, quadratum æquatur 1. rei p̃. 20. tunc ſi velles ſequi æſtimationem veram, in prima res eſſet 8. in ſecunda autem quæſtione 5. ſed ſi dicas conuertendo, igitur quadratum p̃. 4. rebus, æquatur 32. & res erit 4. & in hoc etiam verum erit, quòd quadratum & res, æquantur 20. dic igitur, ſi 4. p̃. ſeruit his quæſitis, igitur 4. m̃. eſt æſtimatio 1. quadrati: æqualis 4. rebus p̃. 32. & 1. quadratum æquale 1. rei p̃. 20. ideo conuertes capitula, vt in primo capitulo diximus, & ſi caſus eſt impoſſibilis, in vtroque quæſtio falſa eſt, per p̃. & per m̃. & ſi vera eſt, per p̃. in vno, erit vera per m̃. in alio, & eiuſcemodi generis eſt quæſtio hæc.

Qvæstio I.

Dos vxoris Franciſci, eſt aurei 100. pluſquam Franciſci peculium, & dos vxoris eius in ſe ducta, eſt aurei 400. plus peculio Franciſci in ſe ducto, quæritur dos, & peculium. Ponemus Franciſcum habere rem vnam m̃. igitur dos vxoris eſt aurei 100. m̃. 1. re, duc partes in ſe, fient 1. quadratum & 10000. p̃. 1. quadrato m̃ 200. ſipoſitionibus, horum differentia eſt 400. aurei, igitur 1. quadratum p̃. 400. p̃. 200. poſitionibus

| m̄. 1. poſ. | 100. m̄. 1. poſ.
| 1. quad. | 10000. p̄. 1. quad.
m̄. 200. poſ.
| differentia 10000. m̄. 200.
| poſ. æqualis 400.

bus æquantur 10000. p̄. 1. quadrato, abiice communia, habebis 9600. æqualia 200. poſitionibus. Igitur res eſt 48. & tantum habuit m̄. id eſt debiti, & dos erit reſiduum ad 100. ſcilicet 52. igitur Franciſcus habuit 48. aureos debiti, ſine vllo capitali vel peculio: & dos eius vxoris fuit 52. aureorum, & ſecus operando peruenires ad quæſtiones difficillimas, ac inextricabiles. Talis modi etiam hæc eſt.

QVÆSTIO II.

Ego habeo aureos 12. plus Franciſco, & cubus meorum eſt, 1161. aurei plus cubo Franciſci, ponatur 1. res m̄. Franciſco, ego habeo 12. aureos m̄. 1. poſitione duc ad cubum partes, fient 1. cubus m̄. & 1728. p. 36. quadratis m̄. 432. rebus m̄. 1. cubo, & horum differentia, eſt 1161. igitur 1. cubus m̄. p̄. 432. rebus p. 1161. æquabitur 1728. p̄. 36. quadratis m̄ 1. cubo, abiice m̄. 1. cubum & 1161. ex vtraque parte, fient 432. res æquales 36. quadratis p. 567. quare 1. quadratum p. 15¾, æqualia 12. rebus, igitur res eſt 1½, & hoc habuit m̄. Franciſcus, & ego 10½ p̄. & tot ſunt aurei quæſiti.

QVÆSTIO III.

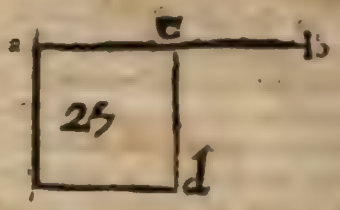
Et eodem modo, ſi dicam etiam ſic, aurei mei ſunt 12. p̄. quam illi Franciſci. Et quadratum meorum eſt 128. p̄. cubo aureorum Franciſci, dabimus rem vnam m. Franciſco, ego verò habeo 12. aureos m. 1. re, & quadratum meorum erit 144. p̄. 1. quadrata m̄. 24. rebus, & hoc æquale eſt m. 1. cubo p. 128. igitur 16. p̄. 1 quadrato p. 1. cubo, æquatur 24. rebus, Et res erit 4. m̄. & tantum habet Franciſcus debiti, ego verò aureos 8. peculij.

REGVLA II.

Secundum genus poſitionis falſæ, eſt per radicem m̄. Et dabo exemplum, ſi quis dicat, diuide 10. in duas partes, ex quarum vnius in reliquam ductu, producatur 30. aut 40. manifeſtum eſt quod caſus ſeu quæſtio eſt impoſſibilis, ſic tamen operabimur, diuidemus 10. per æqualia, & fiet eius medietas 5. duc in ſe fit 25. auferes ex 25. ipſum producendum, vtpote 40. vt docui te, in capitulo operationum, in quarto libro, fiet reſiduum m̄. 15. cuius ℞. addita & detracta à 5. oſtendit partes, quæ inuicem ductæ producunt 40. erunt igitur hæ, 5. p̄. ℞. m̄. 15. & 5. m̄. ℞. m̄. 15.

DEMONSTRATIO.

Vt igitur regulæ verus pateat intellectus, ſit a b linea, quæ dicatur 10. diuidenda in duas partes, quarum rectangulum debeat eſſe 40. eſt autem 40. quadruplum ad



10. quare nos volumus quadruplum totius a b, igitur fiat a d, quadratum a c, dimidij a b, & ex a d auferatur quadruplum a b, abſque numero, ℞. igitur reſidui, ſi aliquid maneret, addita & detracta ex a c, oſtenderet partes, at quia tale reſiduum eſt minus, ideo imaginaberis ℞. m̄. 15. id eſt differentiæ a d, & quadrupli a b, quam adde & minue ex a c, & habebis quæſitum, ſcilicet 5. p̄. ℞. v. 25. m̄ 40. & 5. m̄ ℞. v. 25. m̄. 40. ſeu 5. p̄. ℞. m̄. 15. & 5. m. ℞. m. 15. duc 5. p̄. ℞. m. 15. in 5. m. ℞. m. 15. dimiſſis incruciationibus, fit 25. m. m. 15. quod eſt p̄. 15. igitur hoc productum eſt 40. natura tamen a d, non eſt eadem cum natura 40. nec à b, quia ſuperficies eſt

| 5. p̄. ℞. m̄. 15.
| 5 m̄. ℞. m 15.
| 25 m. m. 15. quad. eſt 40.

remota à natura numeri, & lineæ, proximius tamen huic quantitati, quæ verè eſt ſophiſtica, quoniam per eam, non vt in puro m. nec in aliis operationes exercere licet, nec venari quid ſit. Modus eſt, vt addas quadratū medietatis numeri numero producendo, & a ℞. aggregati minuas ac addas dimidium diuidendi. Exemplum, in hoc caſu, diuide 10. in duas partes, producentes 40. adde 25. quadratum dimidij 10. ad 40. fit 65. ab huius ℞. minue 5. & adde etiam 5. habebis partes ſecundùm ſimilitudinem, ℞. 65 p̄. 5. & ℞. 65. m. 5. At hi numeri differunt in 10. non iuncti faciunt 10. ſed ℞. 260. & hucuſque progreditur Arithmetica ſubtilitas, cuius hoc extremum vt dixi, adeò eſt ſubtile, vt ſit inutile.

QVÆSTIO IV.

Fac de 8. duas partes, quarum quadrata iuncta ſint 50. hæc ſoluitur per primam, non per ſecundam regulam, eſt enim de puro m. ideo duc 3. dimidium 6. in ſe fit 9. minue ex dimidio 50. quod eſt 25. fit reſiduum 16. cuius ℞. 4. adde & minue à 3. dimidio 6. fiunt partes 7. & 1. m. harum quadrata iuncta ſunt 50. & aggregatum eſt 6.

QVÆSTIO V.

Per idem ſoluitur quæſtio hæc, fac ex 6. duas partes, quarum vna in reliquam ducta, producatur m. 40. duc 3. dimidium 6. in ſe, fit 9. adde ad 40. fit 49. huius ℞. quæ eſt 7. ad-

7. adde ad 3. dimidium 6. & minue habebis 10. p̄. & 4. m̄. quæ ducta inuicem producunt 40. m̄. & iuncta, faciunt 6. ita 10. m̄. & 4. p̄. producunt 40. m̄. & iuncta, faciunt 6. m̄. ideo etiam hæc quæſtio, eſt de puro m̄. & pertinet ad primam regulam.

Ex hoc patet, quod ſi quis dicat, fac de 6. duas partes, ex quarum multiplicatione inuicem, producatur 40. quæſtio eſt de m̄. ſophiſtico, & pertinet ad ſecundam regulam. Et ſi dicat, fac de 6. duas partes, ex quarum multiplicatione inuicem producatur 40. m̄. vel ex 6. m̄. fiant duæ partes producentes m̄. 40. vtroque modo erit quæſtio de m̄. puro, & pertinebit ad primam regulam, & tales partes erunt quæ dictæ ſunt, & ſi dicat, quod ex 6. m̄. fiant duæ partes, quarum productum ſit 40. p. quæſtio erit de m̄. ſophiſtico, & pertinebit ad ſecundam regulam, & erunt partes m̄. 3. p̄. ℞. m̄. 15. & m̄. 3. m. ℞. m. 15.

Regvla III.

Coroll. Poſſumus verò venari genus m. aliud, quod neque eſt purum m. neque ℞. m. ſed res omnino falſa, & componitur hæc regula quaſi ex ambobus, & dabo huius vnum exemplum, quod eſt hoc.

Qvæstio VI.

Inuenias tres numeros in continua proportione, quorum ℞. primi detracta à primo, facit ſecundum, & ℞. ſecundi, detracta à ſecundo, faciet tertium. Ponemus igitur primum, 1. quadratum, & ſecundus erit 1. quad. m. 1. poſitione, & tertius erit 1. quad. m. 1. poſitione m. ℞. 1. quadrati m. 1. poſitione, duc primum in tertium, & ſecundum in ſe, habebis quantitates ipſas,

| $\frac{1}{4}$ | m. $\frac{1}{4}$ | m. $\frac{1}{4}$ m. ℞. m. $\frac{1}{4}$

operando vt vides, & productum primi in tertium, eſt m. $\frac{1}{16}$ p. ℞. $\frac{1}{64}$, quod eſt $\frac{1}{8}$ m. $\frac{1}{16}$, & tantum fit ducto ſecundo numero in ſe.

Capvt XXXVIII.

Quomodo excidant partes & denominationes multiplicando.

Regvla I.

Etsi hoc & generale ſit, & abũdè in libro tertio & quarto demonſtratũ, nihilominus denuo ad facilitatem & vtilitatẽ repetendũ erit, fit autem hoc duobus modis, totidemque regulis indigemus, quarum prima particularis eſt, & inuenta cauſa capitulorum illorum, quæ poſtmodum Geometricà ratione, in quatuor denominationibus ſuperiùs à nobis ſunt demonſtrata, nunc inuentis illis, eius vtilitas magna ex parte extincta eſt, docebimus tamen eam ob artis locupletationem, & ingenij eius admirationem cùm etiam ad alia vtilis ſit, ad quæ transferri commodè poteſt, quanquam nullo vſui generali poſſit conuenire. Igitur eius regula hæc eſt. Vel vis numeros differentes, quorum quadratum vnius, cum cubo alterius faciant iuncti, numerum: tunc diuides differentiam illam in duas partes, quarum triplum quadrati vnius, ſit æquale duplo alterius, per poſitionem, inde inuentis partibus, pones rem, p. parte, cuius ſumitur triplum quadrati, pro parte cubanda, & partem quadrandam, rem m. parte, cuius ſumitur duplum, inde peracta operatione, peruenies ad cubum, ac quadrata æqualia numero, excidentibus rebus.

Qvæstio I.

Exemplum, Inuenias duos numeros, quorum differentia ſit 8. & cubus vnius, cum alterius quadrato iunctus, faciat 100. fac primò per poſitionem duas partes, quarum triplum quadrati vnius, ſit æquale duplo alterius, quas inuenies eſſe 2. & 6. nam triplum 4. quadrati 2. eſt 12. quod eſt duplum 6. reſidui, igitur pones partem cubandam poſitionem p̄. 2. & quadrandam poſitionem m. 6. iunge cubum 1. poſitionis, p. 2. cum quadrato 1. poſitionis m. 6. habes 1. cub. p. 7. quadratis p. 44. æqualia 100. igitur 1. cub. p. 7. quadratis, æquatur 56. & rei æſtimatio erit ℞. v. cubica $15\frac{8}{27}$

| poſ. p. 2.
| poſ. m. 6.
| cu. p. 12. poſ. p̄. 6. quad. p̄. 8.
| m. 12. poſ. p̄. 2. quad. p̄. 36.

| cub. p. 7. quad. p. 44.
| æqualis 100.

p. ℞. $72\frac{16}{27}$ p. ℞. v. cubica $15\frac{8}{27}$ m. ℞. $72\frac{16}{27}$ m. $2\frac{1}{3}$, & quia partes fuerunt, res p. 2. & res m. 6. ideo huic adde 2. & minue 6. habebis partes, vt vides à latere. Eſt autem manifeſtum, quod vna illarum eſt m. purum, & ſi voluiſſes vt eſſent ambæ p. oportuiſſet ponere, quòd cubus & quadratum talium numerorum æquarentur numero maiori, vt putà 1000. loco 100.

| ℞. v. cub. $15\frac{8}{27}$ p. ℞. $72\frac{16}{27}$ p. ℞. v. cub. $15\frac{8}{27}$ m. ℞. $72\frac{16}{27}$ m. $\frac{1}{3}$.
| ℞. v. cub. $15\frac{8}{27}$ p. ℞. $72\frac{16}{27}$ p. ℞. v. cub. $15\frac{8}{27}$ m. ℞. $72\frac{16}{27}$ m. $8\frac{1}{3}$.

Et eodem modo facies, ſi volueris, quod numerorum differentium in aliquo numero, cubus & quadratum differãt in aſſignato numero, eadem regulà inuenies partes differentiæ, quibus inuentis, pones econtra, ſcilicet poſitionem m. numero, cuius ſumitur triplum quadrati, & poſitionem p. numero, cuius ſumitur duplum, inde ſequeris operationem, vt in exemplo.

Qvæstio II.

Inuenias duos numeros, quorum differentia

tia ſit 8. & differentia cubi vnius, à quadrato alterius, ſit 100. facies ex 8. duas partes, vt dictum eſt, & erunt 2. & 6. pones igitur

poſ. m̃. 2.
poſ. p̃. 6.
cub. p̃. 12. poſ. m̃. 6. quad. m̃. 8. p̃. 12. poſ. p̃. 1. quad. p̃. 36.
cub. m̃. 7. quad. m̃. 44. æqualis 100.

rem m̃. 2. & rem p̃. 6. cuba rem m̃. 2. & quadra rem p̃. 6. & ſume differentiam, habebis cubum m̃. 7. quadratis m̃. 44. æqualem 100. quare cubus æquabitur 7. quadratis p̃. 144. & rei æſtimatio erit ℞. v. cubica 84$\frac{10}{27}$ p̃. ℞. 7013$\frac{1}{3}$ p̃. ℞. v. cubica 84$\frac{10}{27}$ m̃. ℞. 7013$\frac{1}{3}$ p̃. 2$\frac{1}{3}$, & quia nos poſuimus partes, rem m̃. 2. & rem p̃. 6. erunt numeri quæſiti, vt vides.

Et ſimiliter, ſi dicat, duas fac partes ex aliquo numero, quorum quadratum vnius, cum cubo alterius iunctum, faciat aliquem numerum, facies enim duas partes ex numero diuidendo, vt ſuprà, quarum vni, ſcilicet cuius ſumitur triplum quadrati, addes rem, alteri cuius ſumitur duplum ipſius, detrahes rem, inde perficies operationem, vt in exemplo.

℞. v. cu. 84$\frac{10}{27}$ p̃. ℞. 7013$\frac{1}{3}$ p̃. ℞. v. cu. 84$\frac{10}{27}$ m̃. ℞. 7013$\frac{1}{3}$ p̃. $\frac{1}{3}$.
℞. v. cu. 84$\frac{10}{27}$ p̃. ℞. 7013$\frac{1}{3}$ p̃. ℞. v. cu. 84$\frac{10}{27}$ m̃. ℞. 7013$\frac{1}{3}$ p̃. 8$\frac{1}{3}$.

Qvæstio III.

Fac ex 8. duas partes, quarum cubus vnius, cum quadrato alterius, faciat 400. facies ex 8. duas partes, vt priùs, quæ erunt 6. & 2. & pones 2. p̃. re, & 6. m̃. re, duces 2. p̃. 1. poſitione ad cubum, & 6. m̃. 1. poſitione ad quadratum, habebis iungendo 1. cub. p̃. 7. quadratis p̃. 44. æqualia 400. igi-

2. p̃. 1. poſ.
6. m̃. 1. poſ.
8. p̃. 6. quad. p̃. 12. poſ. p̃. 1. cub.
36. p. 1. quad. m̃. 12. poſ.
44. p. 7. quad. p. 1. cub. æqualia 400.
1. cub. p. 7. quad. æqual. 356.

tur 1. cub. p. 7. quadratis, æquatur 356. quare rei æſtimatio, eſt ℞. v. cubica 165$\frac{8}{27}$ p. ℞. 27161$\frac{11}{27}$ p. ℞. v. cubica 165$\frac{8}{27}$ m̃. ℞. 27161$\frac{11}{27}$ m̃. 2$\frac{1}{3}$, quare cùm partes ſint 2. p. 1. poſitione, & 6. m̃. 1. poſitione, ipſæ erunt quales vides, 8$\frac{1}{3}$ m̃. ℞. v. cubica 165$\frac{8}{27}$ p. ℞. 27161$\frac{11}{27}$ m̃. ℞. v. cubica 165$\frac{8}{27}$ m̃. ℞. 27161$\frac{11}{27}$ ℞. v. cubica 165$\frac{8}{27}$ p. ℞. 27161$\frac{11}{27}$ p. ℞. v. cubica 165$\frac{8}{27}$ m. ℞. 27161$\frac{11}{27}$ m̃. $\frac{1}{3}$.

Et ſi dicat de diuiſione numeri aſſignati, in duas partes, quarum differentia cubi vnius à quadrato alterius, ſit numero dato æqualis, tunc ſemper pones, $\frac{1}{3}$ p̃. 1. poſitione, pro parte quæ cubari debet, & reſiduum numeri diuidendi, detracto $\frac{1}{3}$ m̃. 1. poſitione, pro numero in ſe ducendo, inde facta detractione, habebis cubum & res æquales numero, quare erit cognita vtraque pars confeſtim.

Qvæstio IV.

Exemplum, Diuide 8, in duas partes; quarum cubus vnius, excedat quadratum alterius, in 10. Ponemus itaque partem primam $\frac{1}{3}$, & ſecundam 7$\frac{2}{3}$, & addemus ad $\frac{1}{3}$, rem, & fiet $\frac{1}{3}$ p. 1. poſitione, & minuemus rem ex 7$\frac{2}{3}$, & fiet 7$\frac{2}{3}$ m̃. re, inde ſequemur operationem, & habebimus pro cubo, $\frac{1}{3}$ p. 1. poſitione, hoc;

$\frac{1}{3}$ p. 1. poſ.
7$\frac{2}{3}$ m̃. 1. poſ.
$\frac{1}{27}$ p. $\frac{1}{3}$ poſ. p. 1. quad. p. 1. cu.
58$\frac{7}{9}$ m̃. 15$\frac{1}{3}$ poſ. p. 1. quad.
69$\frac{10}{27}$ | 15$\frac{2}{3}$ poſ. p. 1. cub.

hoc, in cubo p. 1. quadrato p. $\frac{1}{3}$ poſitionis p. $\frac{1}{27}$, & pro quadrato, 1. quad. m̃. 15$\frac{1}{3}$ poſitionibus p. 58$\frac{7}{9}$, horum differentia erit 1. cubus p. 15$\frac{2}{3}$ poſitionibus m̃. 58$\frac{20}{27}$ & hoc æquatur 10. igitur cubus & 15$\frac{2}{3}$ poſitiones, æquantur 68$\frac{20}{27}$, & rei æſtimatio cognita eſt, cui addemus $\frac{1}{3}$ pro prima parte, & minuemus eam à 7$\frac{2}{3}$, pro ſecunda parte, & ſi voluiſſemus, quòd quadratum ſuperaſſet cubum, detraxiſſemus 10. numerum æquationis, ex 58$\frac{20}{27}$, & haberemus 1. cubum p. 15$\frac{2}{3}$ poſitionibus, æqualem 48$\frac{20}{27}$, & modi huius primæ regulæ ſunt innumerabiles, & ſunt quaſi pars regulæ de modo.

Regvla II.

Verum alia regula quæ multum apud nos in vſu eſt, & facilior, talis eſt, & etiam exemplis vt reliquæ facilius explicabitur.

Qvæstio V.

Fac igitur ex 8. duas partes, quarum aſſumptis quadratis ſimul, item cubis ſimul, ductóque vno aggregato per alterum, fiat numerus perfectus, poſſem dicere, quòd faceret etiam numerum terminatum, vt 10000. vel alium, datur etiam maximus quem poteſt producere, & eſt 32768. & producitur ex cubo totius, in quadratum totius, datur etiam minimus quo minorem producere non poteſt, & eſt 4096. Videndum eſt igitur primò, an inter hos duos numeros, cadat numerus perfectus, & eſt 8128. qui ſi non caderet, eſſet quæſtio impoſſibilis, pone igitur vnam partem 4. m̃. 1. poſitione, aliam 4. p. 1. poſitione, & fient quadrata, 16. p. 8. poſitionibus p. 1. quadrato, & 16. m. 8. poſitionibus p. 1. quadrato, quæ iuncta erunt 32. p. 2. quadratis, excidentibus rebus, cubi etiam erunt, 64. p. 12. quadratis p. 48. poſitionibus p. 1. cubo, & 64. p. 12. quadratis m̃. 48. poſitionibus m. 1. cubo, qui iuncti, ſunt 128. p. 24. quadratis, quare ducemus 32. p. 2. quadratis, in 128. p. 24. quadratis, & fient 4096. p. 1024. quadratis p. 48. qd. quadratis, & hæc ſunt æqualia 8128. igitur habebimus, facta detra-

detractione & diuiſione 1 quad. quadratum p̃. 21 $\frac{1}{7}$ quadratis, æqualia 84. quare res eſt ℞. v. ℞. 197 [illegible] m̃. 10 $\frac{1}{7}$, partes igitur ſunt 4. p̃. dicta radice & 4. m̃. dicta radice.

QVÆSTIO VI.

Fac de 10. duas partes, quarum radices quadratæ cubicatæ faciant 26. pone quòd tales ℞. ſint 1. poſitio, fac ex 1. poſitione duas partes, quarum quadrata iuncta ſint 10, eò quòd radices talium partium debent aggregare 1. poſitionem, ex regulis igitur ſexti libri, vel ex Euclide, habebis partes, vt vides, id eſt, $\frac{1}{2}$ poſitionem p̃. ℞. v. 5. m̃.

$\frac{1}{2}$ poſ. p̃. ℞. v. 5. m̃. $\frac{1}{4}$ quad.
$\frac{1}{2}$ poſ. m̃. ℞. v. 5. m̃. $\frac{1}{4}$ quad.

$\frac{1}{4}$ quadrati & $\frac{1}{2}$ poſitionis m̃. ℞. v. 5. m̃. $\frac{1}{4}$ quadrati, iſtæ reducendæ ſunt ad cubum, & quia in cubando Binomium, oportet ducere quamlibet partium in ſe, & triplare, & addere quadrato alterius partis, & productum ducere in illam alteram partem, ideo, cùm talia producta aſſimilentur, & ſint æqualia, & vnum ſit p̃. aliud m̃. quando duceremus triplum quadrati primæ partis cum quadrato ſecundæ in ſecundam, ideo ſufficiet ducere triplum quadrati ſecundæ partis, quod eſt 15. m̃. $\frac{3}{4}$ quadrati cum quadrato primæ partis, quod eſt $\frac{1}{4}$ quadrati, & fiet totum 15. m̃. $\frac{1}{2}$ quadrati, in primam partem quæ eſt $\frac{1}{2}$ poſitio, ſed quia hæc operatio geminanda eſt, propter duas partes habebimus multiplicationem 15. m. $\frac{1}{2}$ quadrati, in 1. poſitionem, quæ eſt duplum $\frac{1}{2}$ poſitionis primæ partis, igitur tandem producentur 15. poſitiones m. $\frac{1}{2}$ cubi, æqualis 26. quare 1. cubus p̃. 52. æquabitur 30. poſitionibus, & rei æſtimatio erit ex capituo ſuo, ℞. 27. m. 1. inde habebis partes, vt vides & in verificatione operationis, mul-

℞. 6 $\frac{3}{4}$ m. $\frac{1}{2}$ p. ℞. v. ℞. 6 $\frac{3}{4}$ m. 2.
℞. 6 $\frac{3}{4}$ m. $\frac{1}{2}$ m. ℞. v. ℞. 6 $\frac{3}{4}$ m. 2.

tò magis hac regulâ indiges ad facilitatem, verum de hoc diximus in tertio libro ſuo loco.

QVÆSTIO VII.

Et ad hanc reducitur quæſtio illa. Quidam emit Croci lib. 1. Cinamomi lib 2. Piperis lib. 5. preciis inter ſe eandem ſeruantibus proportionem ſic, vt ſe habuit pretium totius piperis, ad precium cinamomi, ſic precium cinamomi ad precium croci, ita quòd precium croci fuit minimũ, & piperis maximũ, & cinamomi medium, & hæc tria precia, iuncta ſimul, fuerunt 6. aurei. Denuo ſub eiſdem preciis emit croci lib. 30. cinamomi lib. 50. piperis lib 40. aureis 100. quæruntur ſingulorum precia. Hæc quæſit [illegible] fratre Luca poſita eſt, ſed in numeri. pr[illegible]ionalibus, nam ſic exiſtimat eam admodum difficilem, ſed non eſt; nam cùm precia hæc, 5. librarum piperis, & 2. cinamomi, & 1. croci ſint proportionalia, ipſa manebunt etiam proportionalia, in ſuis aggregatis, diuidemus igitur 30. lib. croci per 1.

Crocus,	Cinamomum,	Piper,	Aurei.
30.	50.	40.	100.
1.	2.	5.	6.
30.	25.	8.	100.

& eſt ſecunda quantitas per primam, & ita 50. cinamomi per 2. & 40. piperis per 5. & exibunt numeri in margine, id eſt 30. pro croco, 25. pro cinamomo, & 8. pro pipere, manifeſtum eſt igitur quòd hi ſunt numeri trium quantitatum analogarum, quæ ſunt precia 1. lib. croci, 2. cinamomi, & 5. piperis & quod prima quantitas ſeu precium, ſumptum 30. vicibus, & ſecundum 25. vicibus, & tertium 8. vicibus, faciunt 100. aureos, at verò iſtæ quantitates, vt dictum eſt, ſunt 6. aurei, ſimpliciter ſumptæ, fac igitur ex 6. tres quantitates, proportionales, quarum prima ducta per 30. ſecunda per 25. tertia per 8. faciant 100. Ponemus igitur, mediam 2. poſitiones, relinquentur reliquæ, 3. m. 1. poſitione p. ℞. v. 9. m. 3. quadratis m. 6. poſitionibus, & 3. m. 1. poſitione m. ℞. v. 9. m. 3. quadratis m. 6. poſitionibus, ducendæ igi-

3. m. 1. poſ. p. ℞. v. 9. m. 3. quad. m. 6. poſ.
8.

3. m. 1. poſ. m. ℞. v. 9. m. 3. quad. m. 6. poſ.
30.

2. poſ. —— 25 —— 50. poſ.

p. 3. m. 1. poſ. | m. ℞. v. 9. m. 3. quad. m. 6. poſ.
38. 22.

114. m. 38. poſ. | m. ℞. v. 4356. m. ℞. 1452.
| quad. m. 2904. poſ.
114. m. 38. poſ.
50. poſ.
m. ℞. v. 4356. m. 1452. quad. m. 2904.
poſ. æqualia 100.

tur ſunt ſingulæ per ſuos numeros, quia igitur primæ partes Bonomiorum ſunt æquales, & ambæ p. tantum erit ducere eas per 30. & per 8. quantum per 38. & ſimiliter, quia radicum vniuerſalium vna eſt m. ducenda per 30. alia p. ducenda per 8. tantum erit, cùm ſint æquales, quantum, ſi ducantur per 22. differentiam 30. & 8. & producentur partes, quas vides à latere, & ipſæ erunt æquales 100. iunge & detrahe ſimilia, habebis 14. p. 12. poſitionibus, æqualia ℞. v. illi, quæ eſt m. & ideo quadratum quadrato, id eſt 196. p. 336. poſitionibus p. 144. quadratis, æqualia 4356. m. 1452. quadratis m. 2904. poſitionibus, æqua partes, habebis 4160. æqualia 1596. quadratis p. 3240. poſitionibus, quare 1. quadrat. p. 2 [illegible], æquatur 2 [illegible], eſt igitur rei æſtimatio ℞. 3. [illegible] m. 1 [illegible], precium igitur vnius libræ croci, eſt aurei 4 [illegible] m. ℞. 3 [illegible], & precium duarum librarum cina-

cinamomi, eſt ℞. 14$\frac{[illegible]}{[illegible]}$ m̄. 2$\frac{4}{155}$, & precium quinque librarum piperis, eſt ℞. 3$\frac{[illegible]}{[illegible]}$ p̄. 1. $\frac{[illegible]}{[illegible]}$, ſi igitur diuiſeris hæc precia analoga, per ſuarum librarum numerum, referendo ſingula ſingulis, primum per 1. ſecundum per 2. tertium per 5. habebis precia librarum ſingularum, vnius cuiuſque generis, & ſi duxeris ea per duos numeros, in ſecunda emptione, precium croci per 30. cinamomi per 50. piperis per 40. habebis quantum pecuniarum ſingulis impenderit.

Qvæstio VIII.

Eodem modo ſoluitur quæſtio hæc, fac ex 14. tres partes in eadem proportione, quarum maior ducta per 2. media per 3. minor per 4. producta hæc iuncta, faciant 36. peruenies enim per modum ſuperioris, ad 1. quadratum p̄. 9$\frac{1}{7}$ poſitionibus, æqualia 53$\frac{1}{7}$, quare res eſt ℞. 75$\frac{2}{7}$ m̄. 4$\frac{4}{7}$, & eſt 4. media quantitas, poſita media quantitate 1. poſitione, non vt in priore, 2. poſitionibus.

Qvæstio IX.

Diuide 14. in tres partes in continua proportione, vt ducta prima per 2. ſecunda per 3. talia producta æquentur tertiæ multiplicatæ per 7. Pones ſecundam, eſſe 2. poſitiones, reliquæ erunt vt vides, ducta ſe-

2ª 2. poſ.
pª 7. m̄. 1. poſ. p̄. ℞. v. 49. m̄. 14. poſ. m̄. 3. qd.
3ª 7. m̄. 1. poſ. m̄. ℞. v. 49. m̄. 14. poſ. m̄. 3. qd.

cunda per 3. fiunt 6. poſitiones, modo prima habet multiplicari per 2. & tertia per 7. & habent detrahi, igitur cum ambæ partes ſint ſimiles, & prima in ambabus ſit p̄. & ſecunda in prima ſit p̄. & ſecunda in tertia m̄. ideo primam partem ſufficit multiplicare per differentiam 7. & 2. quæ eſt 5. & producentur pro tertia parte, 35. m̄. 5. poſitionibus, quibus demptis 6. poſitionibus producto ſecundæ partis, habebimus 35. m̄. 11. poſitionibus, pro differentia tertij & ſecundi producti, primum autem producetur, ducto 9. aggregato primi & tertij, in radicem vniuerſalem, & fit ℞. v. 3969. m̄. 1134. poſitionibus m̄. 243. quadratis, hæc igitur æquatur 35. m̄. 11. poſitionibus, quare quadratum quadrato, igitur 1225. m̄. 770. poſitionibus p̄. 121. quadratis, æquantur 3969. m̄. 1134. poſitionibus m. 243. quadratis, æqua partes, habebis 2744. æqualia 364. poſitionibus p̄. 364. quadratis, quare 1. quad. p̄. vna poſitione æquantur 7$\frac{7}{13}$, quare rei æſtimatio eſt cognita & eius duplum eſt pars ſecunda, ſcilicet ℞. 31$\frac{2}{7}$ m. 1.

Qvæstio X.

Fac de 8. tres partes, quæ ſint in continua proportione, vt aggregatum quadratorum primæ & ſecundæ, triplum ſit quadrato ſecundæ, pones quantitatem mediam 2. poſitiones, eius quadratum eſt 4. quadrata, cuius triplum eſt aggregatum quadratorum primæ & tertiæ, eſt autem prima 4. m. 1. poſitione p. ℞. v. 16. m. 8. poſitionibus m. 3. quadratis, & tertia eſt 4. m. 1. poſitione m. ℞. v. 16. m. 8. poſitionibus m. 3. quadratis, deducendo igitur hæc ad quadrata, vides

4. m. 1. poſ. | p̄. ℞. v. 16. m. 8. poſ. m. 3. quad.
✕
4. m. 1. poſ. | p. ℞. v. 16. m. 8. poſ. m. 3. quad.

4. m. 1. poſ. | m. ℞. v. 16. m. 8. poſ. m. 3. quad.
✕
4. m. 1. poſ. | m. ℞. v. 16. m. 8. poſ. m. 3. quad

32. m. 16. poſ. p. 2. quad. | p. 32. m. 16. poſ. m. 6. quad.

quod oportet oportet multiplicare ℞. v. in ſe ſemel, & partem primam in ſe ſemel, & omnia ſunt p. quare ſufficiet talia producta duplicare, deinde oporteret ducere ℞. v. in primam partē bis, quare cùm in vna producatur p. in alia m. ſuppoſitis partibus æqualibus nihil producet, igitur habebimus aggregatum quadratorum 64. m. 32. poſitionibus m. 4. quadratis, & hoc eſt æquale 12. quadratis, triplo quadrati ſecundæ, igitur 1. quadratum p. 2. poſitionibus æquatur 4. & res eſt ℞. 5. m. 1. & duplum eius, eſt quantitas media ſcilicet ℞. 20. m. 2. & reliquæ

pª 5. m. ℞. 5. p. ℞. v. 6. m. ℞. 20.
3ª 5. m. ℞. 5. m. ℞. v. 6. m. ℞. 20.

quæ vt vides, quadratum ſecundæ eſt 24. m. ℞. 320. quadrata autem primæ & tertiæ, 72 m. ℞. 2580. probata eſt. Sed ſi diceret, quod quadrata primæ & tertiæ, tripla eſſent quadratis ſecundæ & tertiæ, tunc difficulter per hanc regulam ſoluitur, verum facilius longè, per primam regulam 39ⁱ capituli, ponendo quantitates 1. 1. poſitio, & 1. quadratum, habebis 1. quad. quadratum p. triplum de 1. quadrato p. 1. quare res nota eſt.

Qvæstio XI.

Si dicas, fac ex 8. duas partes, quæ viciſſim diuiſæ per alterius quadratum, producant iuncta prouenientia 10. pones partes 4. p. 1. poſitione & 4. m. 1. poſitione, & per hanc regulam, peruenies ad capitulum deriuatiuum, quad. quadrati & quadrati & numeri, & eſt facilis.

Qvæstio XII.

Inuenias quatuor numeros in continua proportione, quorum aggregatum primi, ſecundi & quarti, ſit 15. & aggregatum primi, & tertij & quarti ſit 17. tunc dices, igitur cum hæc aggregata differant, per differentiam ſecundæ & tertiæ, igitur tertia eſt 2. p. quàm ſecunda, ponam igitur ſecundam, 1. poſitionem m. 1. & tertiam 1. poſitionem p. 1. nam ſic diffe-

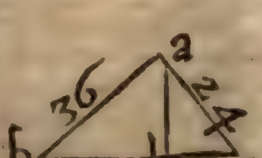
ferentia illarum erit 2. relinquetur igitur aggregatum primæ & quartæ 16. m̃. 1. poſitione, duc ſecundam in tertiam, fit 1. quad. m̃. 1. fac ex 16. m̃. 1. poſitione duas partes, ex quarum multiplicatione inuicem, producantur 1. quadratum m̃. 1. & erunt partes vt vides, quia igitur proportio quar-

8. m̃. $\frac{1}{2}$ poſ. p̃. ℞. v. 65. m̃. 8. poſ. m̃. $\frac{1}{4}$ qd.	4ª
8. m̃. $\frac{1}{2}$ poſ. m. ℞. v. 65. m. 8. poſ. m. $\frac{1}{4}$ qd.	pª
1. poſ. p̃. 1.	3ª
1. poſ. m. 1.	2ª
2. cub. p̃. 6. poſ.	

tæ ad tertiam, eſt vt ſecundæ ad primam, ex conſtituto, quia productum ſecundæ in tertiam, æquale eſt producto primæ in quartam, ſufficiet ad demonſtrandum, quòd ſint in continua proportione, quod cubi ſecundæ & tertiæ iuncti æquales ſint, productis quantitatum quartæ & primæ, in ſua quadrata mutuo, at tales cubi, fiunt ſolùm ex multiplicatione tripli quadrati ſecundæ partis, cum quadrato primæ, in ipſam primam, eò quòd reliqua multiplicatio tripli quadrati primæ partis, cum quadrato ſecundæ in ipſam ſecundam, excidit, eò quòd, in vna eſt p̃. in alia m̃. igitur habemus cubos iunctos, 2. cub. p̃. 6. poſitionibus, & tantum debet fieri ex multiplicatione quadratorum primæ & quartæ quantitatis, in ipſas quantitates viciſſim, hoc autem vt demonſtratum eſt, æquale eſt ductui vnius quantitatis in alteram, multiplicato in aggregatum ipſarum quantitatum, ex dictis in ſexto libro. Duc igitur quantitates inuicem, & quia ℞. v. ſunt ſimiles, multiplicatio in crucem nulla erit, quare ſufficiet quadrare vtramque partem, & minuere vnam ab altera, quia m. in p̃. facit m. producentur igitur à partibus ſimilibus 1. quad. m. 1. aggregatum etiam radicum eſt 16. m. 1. poſitio, eò quòd ℞. v. excidunt, igitur productum erit 16. quadrata m. 1. cubo p̃. 1. poſitione m. 16. & hoc æquatur 2. cubis p̃. 6. poſitionibus, igitur 3. cubi p̃. 5. poſitionibus p̃. 16. æquantur 16. quadratis, quare res eſt in capitulo, vides autem quoniam inextricabilis quæſtio ad magnam reducitur facilitatem, & poſſet reduci ad regulam de modo, nam vbi differentia eſt 2. ſemper 3. cubi p̃. 5. poſitionibus, p̃. numero medio inter duo aggregata per æquidiſtantiam, æquantur totidem quadratis, quotus eſt numerus.

Qvæstio XIII.

Eſt trigonus a b c, orthogonius, & eius perpendicularis ad baſim a d, cuius latus a b, cum b d, eſt 36. & a c cum c d, eſt 24. quæritur area, pone b c 1. poſitionem, erit igitur quadratū b c 1. quad. & ideo cum a b & b d, ſint 36. & rurſus a c & c d, 24. erunt omnia latera trigoni 60.



quare a b & b c, erunt 60. m. 1. poſitione, oportet igitur ex a b & a c, facere duas partes, quarum quadrata iuncta ſint æqualia quadrato b c, per 47. primi Elementorum Euclidis, quare ex regulis ſexti libri noſtri, diuide 60. m. 1. poſitione per æqualia, fit 30. m. $\frac{1}{2}$ poſitionis, duc in ſe, fit 900. m. 30. poſitionibus p̃. $\frac{1}{4}$ quadrati, detrahe ex dimidio quadrati b c, relinquitur $\frac{1}{4}$ quadrati p̃. 30. poſitionibus m. 900. cuius ℞. addita & detracta, à dimidio aggregati a b, & a c, oſtendit partes, eſt igitur a b 30. m. $\frac{1}{2}$ poſitionis p̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quadrati p̃. 30. poſitionibus m. 900. & a c 30. m. $\frac{1}{2}$ poſitionis m. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quadrati p̃. 30. poſitionibus m. 900. quare ſi detrahatur a b ex aggregato a b & b d, relinquetur b d 6. p̃. $\frac{1}{2}$ poſitionis m. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quadrati p̃. 30. poſitionibus m. 900. & ſimiliter, detracta a c, ex aggregato a c & c d. relinquitur c d, $\frac{1}{2}$ poſitionis m. 6. p̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quadrati p̃. 30. poſitionibus m. 900. eſt autem manifeſtū ex demonſtratione 47ᵃ. primi Elementorum Euclid. quod differentia quadrati a b, à quadrato a c, æqualis eſt differentiæ quadrati b d, à quadrato c d, differentia autē duarum quantitatum, eſt ſemper in partibus diſſimilibus, nam quæ ſimiles ſunt, nullam producunt differentiam, quare cum quadrata partium conſtent ex nouem multiplicationibus, quarum tres ſunt quadrata partium, erunt illæ tres omnino ſimiles, comparando a b ad a c, & b d ad c d, & ſimiliter multiplicationes duæ 30. in $\frac{1}{2}$ poſitionis, ſunt communes a b & a c, cùm vtræque producant m. & ita in b d & c d, & communes ſunt multiplicationes, 6. in ℞. v. nam vtrinque prouenit idem m. differentia igitur a b & a c, ex parte a b, eſt multiplicatio 30. in ℞. v. & ex parte a c, multiplicatio $\frac{1}{2}$ poſitionis in ℞. v. quare differentia quadratorum a b, & a c, eſt illud quorum ℞. v. 225. quadratorum p̃. 27000. poſitionibus m. 810000. excedit ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quadrati p̃. 7 $\frac{1}{2}$ cubis m. 225. quadratis, eadem ratione differentia b d & c d quadratorum, eſt qua 3. poſitiones excedunt ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quadrati p̃. 7 $\frac{1}{2}$ cubis m. 225. quadra-

a b	30. m. $\frac{1}{2}$ poſ. p̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ qd. p̃. 30. poſ. m. 900
a c	30. m. $\frac{1}{2}$ poſ. ℞. v. $\frac{1}{4}$ qd. p̃. 30. poſ. m. 900.
b d	$\frac{1}{2}$ poſ. p̃. 6. m. ℞. v. $\frac{1}{4}$ qd. p̃. 30. poſ. m. 900
c d	$\frac{1}{2}$ poſ. m. 6. p̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ qd. p̃. 30. poſ. m. 600.

pars quad. a b diſſim. ℞. v. 225. quad. p̃. 27000, poſ. m. 810000.
pars quad. a c. diſſim. ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quad. p̃. 7 $\frac{1}{2}$ cub. m. 225. quad.
pars quad. b d 3. poſ.
pars quad. c d ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quad. p̃. 7 $\frac{1}{2}$ cub. m. 225. quad.

tis, oportuiſſet autem complendo operationem, omnia quadruplicare, ſed hoc vitauimus, quia quadruplum eſt æquale quadruplo, igitur & ſimplum ſimplo, hæ igitur differentiæ æquales ſupponuntur, & radices v, etiam ſunt idem, igitur ex communi ſententia, 3. poſitiones æquantur illi ℞. v. primæ, id eſt, ℞. v. 225. quadratorum p̃. 27000. poſitionibus m. 810000. igitur 216. quadrata p̃. 27000. poſitionibus æquantur 810000. & 1. quad. p̃. 125. poſitionibus, æquabitur 3750. & res erit ℞. 7656 $\frac{1}{4}$ m. 62 $\frac{1}{2}$, quod eſt 25. & tanta fuit b c, vnde habes alias.

Qva-

Qvæstio XIV.

Rurſus diſponatur trigonus a b c, orthogonius, cum perpendiculari a d, & ſint a b cum c d, 29. & a c cum b d 31. quæritur area, ponemus b c poſitionem, & erunt rurſus a b a c eadem, vt in ſuperiore quæſtione, ſed caue, ne maius latus ponas ex parte maioris numeri, vt in priori, detrahe igitur a b ex 29. & a c ex 31. & habebis quantitates, vt vides, differentia igitur quadratorum a b & a c, æqualis eſt differentiæ quadratorum b d & c d, eſt autem differentia quadratorum a b & a c, vt priùs, at differentia quadratorum b d & c d, eſt vt vides, ſumpta eodem modo vt in priori quæſtione, ſed eſt ſuperatio abſoluta, non autem mutua vt in priori quæſtione, quia igitur quadratum a b, excedit quadratum a c in differentia quadrati b d, ad quadratum c d, erit differentia quadratorum b d & c d, addita quadrato a c conſtituens quadratum a b, quare ℞. v. 225. quadratorum p̄. 27000. poſitionibus m̄. 810000. æquabitur $\frac{1}{2}$ poſitionis p̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quad. quadrati p̄. 30. cubis m̄. 900. quadratis, nam hæc ℞. v. eſt aggregatum ex ℞. v. differentiæ quadratorum b d & c d, & partis quadrati a c, in qua ſuperat quadratum a b, quare ducendo partes in ſe, habebimus 675$\frac{1}{4}$ quadrata p̄. 27000. poſitionibus m̄. $\frac{1}{4}$ quad. quadrati m̄. 30. cubis m̄. 810000. æqualia ℞. v. 225. quad. quadratorum p̄. 27000. cubis m̄. 810000. quadratis, & cùm duxeris partes in ſe, peruenies ad quantitatem cuius non eſt nota æſtimatio, quare alia regula

a b 30. m̄. $\frac{1}{2}$ poſ. p̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ qd. p̄. 30. poſ. m̄. 900
a c 30. m̄. $\frac{1}{2}$ poſ. m̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ qd. p̄. 30. poſ. m̄. 900
b d $\frac{1}{2}$ poſ. p. 1. p. ℞. v. $\frac{1}{4}$ qd. p. 30. poſ. m̄. 900.
c d $\frac{1}{2}$ poſ. m̄. 1. m̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ qd. p. 30. poſ. m̄. 900

pars quad. a b diſſim. ℞. v. 225. quad. p. 27000. poſ. m̄. 810000.
pars quad. a c diſſim. ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quad. p. 7$\frac{1}{2}$ cub. m̄. 225. quad.
pars quad. b d qua ſuperat quadratũ c d eſt $\frac{1}{2}$ poſ. p. ℞. v. $\frac{1}{16}$ qd. qd. p. 7$\frac{1}{2}$ cub. m̄. 225. qd.

indigebis aut generali aut ſpeciali. Volui tamen, vt intelligeres facilitatem operandi in hoc, & quæſtionem valde difficilem, niſi Geometrico auxilio diſſoluatur, manifeſtum eſt enim quòd b c eſt 25. vt in priore quæſtione, verum generalis debet eſſe ſolutio, latera igitur trigoni b c 25. a b 20. a c 15. a d 12. b d 16. c d 9. area igitur eius eſt 150.

Capvt XXXIX.

De Regula qua pluribus poſitionibus inuenimus ignotam quantitatem.

Regvla I.

HÆc regula ſimilis eſt regulæ de medio, eſt autem talis, Conſtitue quantitates totidem in denominationibus liberis, quotus eſt numerus quærendarum, inde inuenies proportionem, qua inuenta, denuo pones res ſub numero quantitatum inuentarum, vtque propoſitum eſt, perfice operationem, & habebis æquationem, qua habita, habebis rei æſtimationem.

Qvæstio I.

Exemplum, Inuenias tres numeros in continua proportione, quorum quadratum primi ſit æquale ſecundo & tertio, & quadratum tertij æquale ſit quadratis primi & ſecundi, quia igitur quadratum tertij æquale eſt quadratis ſecundi & primi, ipſum ſit 1. quadr. quadratum, æquale 1. quadrato p̄. 1. quare res, ſeu proportio, eſt ℞. v. ℞. 1$\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{1}{2}$, igitur ponemus res 1. & ℞. v. ℞. 1$\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$, & ℞. 1$\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$, quadratum igitur primæ quantititatis, quod

| 1. 1. poſ. 1. quad.
| 1. 1. quad. 1. quad. quad.

eſt 1. quadratum, æquatur ſecundæ & tertiæ, ſcilicet totidem rebus, igitur rei æſtimatio, eſt aggregatum ex ſecunda & tertia, quia diuidere aliquid per vnitatem, qui eſt numerus quadratorum, eſt non diuidere, igitur rei æſtimatio eſt, ℞. 1$\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$ p. ℞. v. ℞. 1$\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$, & ſecunda quantitas, eſt quod producitur ex hac, in ℞. v. ℞. 1$\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$, & tertia habebitur, ducendo rem quam habes in ℞. 1$\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$.

Qvæstio II.

Inuenias tres numeros in continua proportione, quorum tertius ſit æqualis ſecundo & primo, & quadratum primi, ſit æquale aggregato ſecundi & tertij, pones primum quadratum, ſecundum rem, tertium vnitatem, & quia tertius, æqualis eſt ſecundo & primo, igitur 1. quadratum, æquatur 1. rei p. 1. & proportio erit ℞. 1$\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$, partes igitur erunt, 1. poſitio, & poſitiones ℞. 1$\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$, & poſitiones 1$\frac{1}{2}$ p. ℞. 1$\frac{1}{4}$, & quia quadratum primi æquale eſt aggregato ſecundi & tertij, igitur 1. quadratum æquatur poſitionibus ℞. 1$\frac{1}{4}$ p. 1$\frac{1}{2}$ p. 1$\frac{1}{2}$ p. ℞. 1$\frac{1}{4}$, quare rei æſtimatio erit ℞. 5. p. 2. & partes vt vides.

| ℞. 5. p. 2.
| 3$\frac{1}{2}$ p. ℞. 11$\frac{1}{4}$
| ℞. 31$\frac{1}{4}$ p. 5$\frac{1}{2}$

Qvæstio III.

Inuenias quatuor quantitates in continua proportione, quarum quadratum quartæ, æquale ſit quadratis primæ, & ſecundæ, & quantitates iunctæ ſimul, faciant 10. capiam 1. rem, quadratum & cubum, igitur quad. cubus æquatur 1. quadrato p. 1. quare res valet ex capitulo deriuatiuorum, ℞. v^{ma} ℞. v. cubicæ $\frac{1}{2}$ p. ℞. $\frac{31}{108}$ p. ℞. v. cubica $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $\frac{31}{108}$, igitur poſita prima vnitate, hæc eſt ſecunda quantitas, & tertia erit quadratum huius, ſcilicet ℞. v. cubica $\frac{1}{2}$ p. ℞. $\frac{31}{108}$ p. ℞. v. cubica $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $\frac{31}{108}$, quarta erit cubus ſecundæ ſeu proportionis, inde

| 1. 1. poſ. 1. quad. 1. cub.
| 1. 1. quad. — 1. cub. qd.

inde iunctis quatuor quantitatibus ſcilicet vnitate, re, quadrato, & cubo, & diuiſo 10. per aggregatum, exibit prima quantitas, qua ducta in rem habebimus ſecundam, hac denuo ducta in rem, habebimus tertiam, qua ducta per rem, habebimus quartam.

Qvæstio IV.

Inuenias quatuor quantitates in continua proportione, quarum quadratum quartæ, æquale ſit quadratis primæ & tertiæ, & aggregatum earum ſit 10. capiam vt in præcedente 1. rem, quadratum cubum, erit igitur cu. quadratum æqualis quad. quadrato p̄. 1. quare ex capitulo deriuatorum, rei æſtimatio eſt ℞. v^{ma} ℞. v. cubicæ $\frac{29}{54}$ p̄. ℞. $\frac{31}{108}$ p̄. $\frac{1}{3}$ p̄. ℞. v. cubica $\frac{29}{54}$ m̄. ℞. $\frac{31}{108}$, & huius quadratum, quod eſt, idem, abiecta ℞. v^{ma} eſt tertia quantitas, inde ductis inuicem ſecunda & tertia, vel ſecunda ad ſuum cubum, vel tertia ad quadratum, & addita vnitate conſurgit quarta, quibus quatuor quantitatibus iunctis, ſi per eas diuiſeris 10. habebis primam quæſitarum, qua ducta per ſecundam, & tertiam, & quartam, præcedentium, habebis ſecundam & tertiam, & quartam quantitatem quas quærebas.

Regvla II.

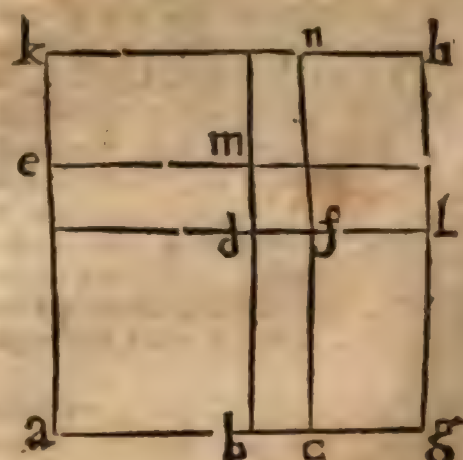
2 Alia eſt regula nobilior præcedente, & eſt Ludouici de Ferrariis, qui eam me rogante inuenit, & per eam habemus omnes æſtimationes fermè capitulorum, quadr. quadrati & quadrati rerum, & numeri, vel quad. quadrati cubi, quadrati & numeri, & ego ponam ea per ordinē hoc modo vt vides.

1. quad. quad. æquale quad. rebus & numero.
2. quad. quad. æquale quad. cubis & numero.
3. quad. quad. æquale cubis & numero.
4. quad. quad. æquale rebus & numero.
5. quad. quad. æquale rebus & numero.
6. quad. quad. cum rebus æqualia quad. & numero.
7. quad. quad. cum cubis æqualia numero.
8. quad. quad. cum rebus æqualia numero.
9. quad. quad cum quad. æqualia cub. & numero.
10. quad. quad. cum quad. æqualia rebus & numero.
11. quad. quad. cum quad. & rebus æqualia numero.
12. quad. quad. cum quad. & cubis æqualia numero.
13. quad. quad. cum quad. & numero æqualia cubis.
14. quad. quad. cum quad. & numero æqualia rebus.
15. quad. quad. cum numero æqualia cubis & quad.
16. quad. quad. cum numero æqualia cubis.
17. quad. quad. cum numero æqualia rebus & quad.
18. quad. quad. cum numero æqualia rebus.
19. quad. quad. cum cubis & numero æqualia quad.
20. quad. quad. cum rebus & numero æqualia quad.

In his igitur omnibus capitulis, quæquidem ſunt generaliſſima, vt reliqua omnia ſexaginta ſeptem ſuperiora, oportet reducere capitula, in quibus ingreditur cubus, ad capitula, in quibus ingreditur res vt ſeptimum ad quartum, & ſecundum ad primum, deinde quæremus demonſtrationem hoc modo.

Demonstratio.

Sit quadratum a f, diuiſum in duo quadrata a d & d f, & duo ſupplementa d c & d e, & velim addere gnomonem k f g circuncirca, vt remaneat quadratum totum a h, dico quòd talis gnomo conſtabit ex duplo g c additæ lineæ, in c a, cum quadrato g c, nam f g conſtat ex g c in c f, ex diffinitione data in initio ſecundi Elementorum, & c f eſt æqualis c a, ex diffinitione quadrati, & quia per 44. primi Elementorum, k f eſt æqualis f g, igitur duæ ſuperficies g f & f k conſtant ex g c, in duplum c a, & quadratum g c eſt f h, per coroll. 4. ſecundi Elementorum, igitur patet propoſitum, ſi igitur a d ſit 1. quad. quadratum, & c d ac d e, 3. quadrata, & d f 9. erunt b a 1. quadratum, & b c 3. neceſſario. Cùm igitur voluerimus addere quadrata aliqua, ad d c & d e, & fuerint c l & k m erit ad complendum quadratum totum neceſſaria ſuperficies l n m, quæ vt demonſtratum eſt, conſtat ex quadrato g c numeri quadratorum dimidiati, nam c l eſt ſuperficies ex g c in a b, vt oſtenſum eſt, & a b eſt 1. quadratum, quia ponimus, a d 1. quad. quadratum, f l verò & m n, fiunt ex g c in c b, ex 42ª primi Elementorum, quare ſuperficies l n m, & eſt numerus addendus, fit ex g c in duplum c b, id eſt in numerum quadratorum, qui fuit 6. & g c in ſeipſam, id eſt numero quadratorum addito, & hæc demonſtratio noſtra eſt.



Hoc peracto, ſemper reduces partem quad. quadrati ad ℞. id eſt addendo tantum vtrique parti, vt 1. quad. quadratum cum quadrato & numero, habeant radicem, hoc facile eſt, cùm poſueris dimidium numeri quadratorum, radicem numeri, item facies, 4

facies, vt denominationes extremæ ſint plus, in ambabus æquationibus, nam ſecus, trinomium ſeu Binomium redactum ad trinomium, neceſſariò careret radice.

5 Quibus iam peractis, addes tantum de quadratis, & numero vni parti, per tertiam regulam, vt idem additum alteri parti, in qua erunt res, faciant trinomium habens ℞. quadratam per poſitionem, & habebis numerum quadratorum, & numeri addendi vtrique parti, quo habito, ab vtroque extrahes ℞. quadratam, quæ erit in vna, 1. quadratum p̄. numero, vel m̄. numero; ex alia 1. poſitio vel plures p̄. numero, vel m̄. numero, vel numerus m̄. poſitionibus, quare per quintum capitulum huius, habes prpooſitum.

QVÆSTIO V.

Exemplum, Fac ex 10. tres partes in continua proportione, ex quarum ductu primæ in ſecundam, producantur 6. Hanc proponebat Ioannes Colla, & dicebat ſolui non poſſe, ego verò dicebam, eam poſſe ſolui, modum tamen ignorabam, donec Ferrarius eum inuenit. Pones igitur mediam 1. poſitionem, prima erit $\frac{6}{1.\ poſ.}$ & tertia erit $\frac{1}{6}$ cubi, quare hæc æquantur 10. ducendo omnia in 6. poſitiones, habebimus 60. poſitiones, æquales 1. quad. quadrato p̄ 6. quadratis p̄. 36. adde ex quinta regula, 6. quadrata vtrique parti, habebis 1. quad. quadratum p̄. 12. quadratis p̄. 36. æqualia 6. quadratis p̄. 90. poſitionibus, nam ſi æqualibus æqualia addantur, tota fient æqualia, habent autem 1. quad. quadratum p̄. 12. quadratis p̄. 36. radicem &

1.qd.quad. p̄.6.quad.p̄.36. æqualia 60.poſ.
6. quad. 6. quad.
1.quad. quad. p̄.12. quad. p̄. 36. æqualia
6. quad. p̄. 60 poſ.

2. poſ. 1. quad. p̄. 12.poſ.

eſt, 1. quadratum p̄. 6. quam ſi haberent 6. quadrata p̄. 60. poſitionibus iam haberemus negocium, ſed non habent, addendi igitur ſunt tot quadrati & numerus idem ex vtraque parte, vt in priore relinquatur trinomium habens radicem, in altero autem fiat, ſit igitur numerus quadratorum 1. poſitio, & quia vt vides in figura tertiæ regulæ, c l & m x, fiunt ex duplo g c in a b, & g c eſt 1. poſitio, ponam numerum quadratorum addendorum ſemper 2. poſitiones, id eſt duplum g c, & quia numerus addendus ad 36. eſt l n m, & ideo quadratum g c cum eo quod fit ex g c duplicato in b c, ſeu ex g c in duplum c b, & eſt 12. numerus quadratorum priorum, ducam igitur 1. poſitionem, dimidium numeri quadratorum additorum, ſemper in numerum quadratorum priorum, & in ſe, & fient 1. quadratum p̄. 12. poſitionibus addenda ex alia parte, & etiam 2. poſitiones pro numero quadratorum, habemus igitur iterum ex communi animi ſententia, quantitates infrà ſcriptas, inuicem æquales, & vtraque habent radicem, prima ex regula tertia, ſed ſecunda quantitas ex ſuppoſito, igitur du-

1. quad.qd. po. 2. poſ. p̄. 12.qd. ℞.p̄. quad. p̄. 12. poſ. additi numeri p̄. 36. æqualia.
2. poſ. p̄. 6. quadrato, p̄. 60.poſ. p̄. 1.quad. p̄. 12. poſ. numeri additi.

cta prima parte trinomij in tertiam, fit quadratum dimidiæ partis ſecundæ trinomij, quia igitur ex dimidio ſecundæ in ſe, fiunt 900. quadrata, & ex prima in tertiam, fiunt 2. cubi p̄. 30. quadratis p̄. 72. poſitionibus quadratorum, ſimiliter erit deprimendo per quadrata, quia æqualia per æqualia diuiſa, producunt æqualia, vt 2. cu. p̄. 30. quadratis p̄. 72. poſitionibus æquantur 900. quare 1. cubus p̄. 15. quadratis p̄. 36. poſitionibus æquantur 450.

Sufficit igitur deducendo ad regulam, habere ſemper 1. cubum p̄. numero priorum quadratorum, addita ei quarta parte p̄. numero poſitionum tali, qualis eſt numerus æquationis primus, vt ſi habuerimus 1. quad. quadratum p̄. 12. quadratis p̄. 36. æqualia 6. quadratis p̄. 60. poſitionibus, habebimus 1. cubum p̄. 15. quadratis p̄. 36. poſitionibus æqualia 450. dimidio quadrati dimidij numeri poſitionum, & ſi haberemus 1. quad. quadratum p̄. 16. quadratis p̄. 64. æqualia 80. poſitionibus, haberemus 1. cubum p̄. 20. quadratis p. 94. poſitionibus æqualia 800. & ſi haberemus 1. quad. quadratum p. 20. quadratis p. 100. æqualia 80. poſitionibus, haberemus 1. cubum p. 25. quadratis p. 100. poſitionibus æqualia 800. igitur hoc habito, in priore exemplo habuimus, 1. cub. p. 15. quadratis p. 36. poſitionibus æqualia 450. igitur rei æſtimatio, per decimum ſeptimum capitulum, eſt ℞. v. cubica $287\frac{1}{2}$ p. ℞. $80449\frac{1}{4}$ p. ℞. v. cubica $287\frac{1}{2}$, m. ℞. $80449\frac{1}{4}$ m̄. 5. hic igitur eſt numerus quadratorum, qui duplicatus, eſt addendus ex vtraque parte, quia ſupponuntur 2. res addendæ, & numerus addendus ex vtraque parte, ex demonſtratione, eſt quadratum huius, cum eo quod fit ex hoc in 12. numerum quadratorum, manifeſtum eſt autem, quod ℞. quadrata primi aggregati, ſemper eſt 1. quadratum p. dimidio numeri quadratorum, abſque alio, ſeu p. 1. poſ. p. dimidio prioris numeri quadratorum velut 1. quad. quad. p. 6. quad. p. 9. eſt 144. & 1. quad. quad. p. 2. poſ. p. 6. quadratorum p. p. 1. quad. p. 6. poſ. numeri aſſumpti p. 9. eſt æquale 225. ℞. eſt 1. quad. p. 1. poſ. numeri aſſumpti p. 3. Eſt autem 1. poſ. p. 3. dimidium 2. poſ. p. 6. numeri quadratorum & ideo cùm poſitio ſit alterius generis à quadrato, oportet inuenire prius æſtimationem eius, & eſt numerus ſimplex addendus, vt in præſenti exemplo erit ℞. v. cubica $287\frac{1}{2}$ p. ℞. $80449\frac{1}{4}$ p. ℞. v. cub. $287\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $80449\frac{1}{4}$ p. 1. & hoc quia dimidium prioris numeri quadratorum fuit 6. & in addito trinomio fuit m̄. 5. igitur totum fuit, vt dixi, verum reliqua pars, fuit quadrata 6. p. duplo huius numeri, igitur fuit nu-

merus quadratorum ℞. v. cubica 2300. p̃. ℞. 5148752. p. ℞. v. cubica 2300. m̃. ℞. 5148752. m̃. 4. & numerus rerum ex ſuppoſito fuit 60. & numerus eſt (vt oſtenſum eſt) quadratum dictæ quantitatis, plus duodecuplo ipſius quantitatis, verum quia ex ſuppoſito, ex numero quadratorum in numerum æquationis fit quadratum dimidij numeri rerũ, igitur diuiſo 900. quadrato dimidij numeri rerum, per numerũ quadratorum, exibit numerus, quantitates igitur ſunt hæ, vt vides, & quia latus a g eſt compoſitum ex lateribus duorum quadratorum a d & d h dimiſſis ſupplementis, erunt ℞.

quadrata ℞. v. cubica 3200. p. ℞. 5148752.
p. ℞. v. cubica 2300. m̃. ℞. 5148752.
m̃. 4.
res 60.
900.

numerus ℞. v. cubica 2300. p. ℞. 5148452.
p. ℞. v. cubica 23000. m̃. ℞. 5148452.
m̃. 4.

primæ & tertiæ harum quantitatum iunctæ inuicem, ℞. v. totius aggregati, quare ℞. primæ & tertiæ quantitatis, æquantur 1. quadrato p. ℞. v. cubica $287\frac{1}{2}$ p. ℞. $80449\frac{1}{4}$ p. ℞. v. cubica $287\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $80449\frac{1}{4}$ p. 1. ſed ℞. primæ quantitatis, eſt numerus rerum, quia eſt ℞. totidem quadratorum, & ℞ tertiæ quantitatis eſt numerus, quia tertia quantitas eſt numerus, habemus igitur 1. quadratũ p. numero, æqualia rebus & numero, minue minorẽ numerum de maiore, accipiendo ℞. id eſt accipiendo ℞. denominatoris & numeratoris, habebis 1. quadratum p. hoc numero toto m̃. numero infrà ſcripto, æqualia numero rerum, huic ſcilicet, ℞. vniuerſaliſſima ℞. v. cubicæ 2300. p. ℞. v. cu. $287\frac{1}{2}$ p. ℞. $80449\frac{1}{4}$ p. ℞. v. cu. $287\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $80449\frac{1}{4}$ p. 4.
30.
℞. v. ma. ℞. v. c. 2300. p. ℞. 5148752. p. ℞. v. cu. 2300. m̃. ℞. 5148752. m̃. 4. ℞. 5148452. p. ℞. v. cubica 2300. m̃. ℞. 5148452. m̃ 4. nec refert, quod numerus ille ſit compoſitus ex p. & m̃. nam tantum refert dicere, 1. quadratum p. 8. æquatur 6. rebus, quantum dicere 1. quadratum p. 10. m. 2. æquatur 6. rebus, ſequere igitur capitulum quintum, de quadrato & numero, æqualibus rebus, ducendo dimidium numeri rerum in ſe, & auferendo numerum æquationis inde reſidui ſumendo ℞. generalem, quam addes dimidio numeri rerum, & habebis rem quæ fuit media quantitatum analogarum quæſitarum.

Qvæstio VI.

Inuenias numerum, qui ſit æqualis radici ſuæ quadratæ, & duabus radicibus cubicis pariter acceptis, dices igitur ſi talis numerus fuerit cu. quadratum, radix ſua quadrata neceſſariò eſt 1. cubus, & duæ radices cubicæ ſunt 2. quad. igitur 1. cu. quadratum, æquabitur 1. cubo p. 2. quadratis deducendo igitur ad inferiores denominationes per quad. erit quad. quadratum æquale 1. poſitioni p. 2. poſui autem 2. radicibus cubicis, quia cùm regula ſit generalis, hoc tamen modo dupliciter ſolui poteſt, vt patebit. Namque ſi 1. quad. quadratum æquatur 1. poſitioni p. 2. igitur 1. quad. quadratum m̃. 1. æquabitur 1. poſitioni p. 1. nam ab æqualibus æqualia auferuntur, diuide igitur ambo hæc, per 1. poſitionem p. 1. communem diuiſorem, habebis 1. cubum m̃. 1. quadrato p. 1. poſitione m̃. 1. æqua-

1. quad. quad. m̃. 1.
1. poſ. p. 1.

1. poſ. p. 1.

1. cu. m̃. 1. quad. p. 1. poſ. m̃. 1.
1.

lia 1. igitur 1. cubus p. 1. poſitione, æquatur 1. quadrato p. 2. igitur ex decimo octauo capitulo, rei æſtimatio eſt ℞. v. cubica ℞. $\frac{2241}{2916}$ p. $\frac{47}{54}$ m̃. ℞. v. cub. ℞. $\frac{2241}{2916}$ m̃. $\frac{47}{54}$ p. $\frac{1}{3}$, & cu. quadratum huius eſt numerus quæſitus, cuius ℞. quadrata, & 2. radices cubicæ ſunt illi æquales, & tales radices ſunt duplum quadrati huius quantitatis cum ſuo cubo.

At regula generali ſic faciemus quia enim 1. quad. quadratum æquatur 1. poſitioni p. 2. addemus ad vtramque partem 2. poſitiones quadratorum, cui ſubſcripſimus quad. vt intelligas non eſſe ex genere priorum denominationum, ſed eſſe poſitiones

1. quad. quad. p. 2. poſ. p̃. 1. quad.
numeri quad. numeri quad.
2. poſ. p. 1. poſ. p. 2. p. 1. quad.
numeri quad. numeri quad.

$\frac{1}{4}$ quad. 4. poſ. p. 2. cub.
numeri quad.

$\frac{1}{2}$ æquatur 2. cu. p. 4. poſ.
$\frac{1}{4}$ æquatur 1. cu. p. 2. poſ.

quadratorum, igitur numerus addendus, eſt 1. quadratum numeri quadratorum, & hoc eſt, vt in tertia regula huius capituli, quadratum d f, nam hic additio ſupplementorum eſt vt d c, a c, d e, ad quadratum ſimplex a d, igitur ſufficit addere quadratum d f, abſque additione ſuperficierum f l & m n, quæ erant neceſſariæ in exemplo quintæ quæſtionis, quia igitur additis 2. poſitionibus p. 1. quadrato numeri quadratorum, ad 1. poſitionem p. 2. fit totum 2. poſitiones numeri quadratorum p. 1. poſ. p. 2. p. 1. quadrato numeri quadratorum, & hoc habet radicem, oportet vt quadratum dimidij mediæ quantitatis, quæ eſt 1. poſitio, æquetur ductui extremorum, igitur $\frac{1}{4}$ quadrati, æquabitur quadrato, 2. cuborum p. 4. poſitionibus numeri prioris, quare abiectis quadratis vtrinque, fiet $\frac{1}{4}$ æqualis 2. cubis p. 4. poſitionibus, & $\frac{1}{8}$ æqualis 1. cubo p. 2. poſitionibus, quare rei æſtimatio eſt ℞. v. cubica ℞. $\frac{3075}{6912}$ p. $\frac{1}{16}$ m̃. ℞. v. cubica ℞. $\frac{3075}{6912}$ m̃. $\frac{1}{16}$, hic igitur eſt numerus quadratorum addendus vtrique parti, & duplicatur,

catur, & quadratum huius erit numerus addendus ad vtramque partem, & gratia clarioris intelligentiæ appoſui hic.

Prima 1. quad. quad. p̄. quad. ℞. v. cu. ℞. 19$\frac{21}{3075}$ p̄. $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. v. cu. ℞. 19$\frac{21}{3075}$ m̄. $\frac{1}{2}$ p̄. numero ℞. v. cu. $\frac{1051}{3456}$ p̄. ℞. $\frac{3075}{442368}$ p̄. ℞. v. cu. $\frac{1051}{3456}$ m̄. ℞. $\frac{3075}{442368}$ m̄. $\frac{1}{1}$.

Secunda quad. ℞. v. cu. ℞. 19$\frac{23}{3075}$ p̄. $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. v. cu. ℞. 19$\frac{23}{3075}$ m̄. $\frac{1}{2}$ p̄. 1. poſ. p̄. numero ℞. v. cu. $\frac{1051}{3456}$ p̄. ℞. $\frac{3075}{442368}$ p̄. ℞. v. cu. $\frac{1051}{3456}$ m̄. ℞. $\frac{3075}{442368}$ p̄. $\frac{1}{1}$.

Manifeſtum eſt igitur, quod ℞. primi, eſt 1. quad. p̄. ℞. v. cubica ℞. $\frac{3075}{6912}$ p̄. $\frac{1}{16}$ m̄. ℞. v. cubica ℞. $\frac{3075}{6912}$ m̄. $\frac{1}{16}$, & radix ſecundi, eſt res 6. i. generalis ℞. v. cubicæ ℞. 19$\frac{23}{3075}$ p̄. $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. v. cu. ℞. 19$\frac{23}{3075}$ m̄. $\frac{1}{2}$ p̄. numero ℞. v^{ma} ℞. v. cubicæ $\frac{1051}{3456}$ p̄. ℞. $\frac{3075}{442368}$ p̄. ℞. v. cu. $\frac{1051}{3456}$ m̄. ℞. $\frac{3075}{442368}$ p̄. $\frac{1}{1}$ & hoc, vt dixi, quia latus a d quadrati, componitur ex a b, & b c lateribus quadratorum extremorũ, abſque commemoratione ſupplementorum. Manifeſtum eſt etiam, quod numerus, qui eſt cum 1. quad. eſt minor numero qui eſt cum rebus, igitur habebimus 1. quadratum æquale rebus ℞. 6. ℞. v. cubicæ ℞. 19$\frac{21}{3075}$ p̄. $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. v. cu. ℞. 19$\frac{21}{3075}$ m̄. $\frac{1}{2}$ p̄. numero, hoc ℞. 6. ℞. v. cubicæ $\frac{1051}{3456}$ p̄. ℞. $\frac{3075}{442368}$ p̄. ℞. v. cu. $\frac{1051}{3456}$ m̄. ℞. $\frac{3075}{442368}$ p̄. $\frac{1}{1}$ m̄. ℞. v. cu. ℞. $\frac{3075}{6912}$ p̄. $\frac{1}{16}$ m̄. ℞. v. cu. ℞. $\frac{3075}{6912}$ m̄. $\frac{1}{16}$. Quare ducemus dimidium numeri rerum ſe, & eſt vt ducamus totum in ſe, & fit idem, dempta ℞. v^{ma}, deinde accipiemus quartam partem producti, & eſt dimidium vltimæ ℞. v. quæ eſt m̄. ſuprà poſitæ, ideo addita, relinquetur numerus totus compoſitus ℞. v^{ma} ℞. cub. v. $\frac{1051}{3456}$ p̄. ℞. $\frac{3075}{442368}$ p̄. ℞. v. cub. $\frac{1051}{3456}$ m̄. ℞. $\frac{3075}{442368}$ p̄. $\frac{1}{1}$ m̄. ℞. v. cu. ℞. $\frac{3075}{442368}$ p̄. $\frac{1}{128}$ m̄. ℞. v. cu. ℞. $\frac{3075}{442368}$ m̄. $\frac{1}{128}$, & radix huius totius 6, addita dimidio numeri rerum, id eſt huic numero ℞. v^{ma} ℞. v. cu. ℞. $\frac{3075}{442368}$ p̄. $\frac{1}{128}$ m̄. ℞. v. cu. ℞. $\frac{3075}{442368}$ m̄. $\frac{1}{128}$, conſtituit rem.

Et ſi dixiſſet, quod numerus propoſitus æquaretur radici quadratæ & cubicæ pariter acceptis, non potuiſſet ſolui, niſi hoc ſecundo modo, per regulam generalem. Deducere autem æſtimationes æquales ad idem, vt primam æſtimationem ad ſecundam, iam te docui in libro quantitatum analogarum, quamuis ſit difficillima operatio, & ideo complementum in his operationibus, eſt quaſi extremum, ad quod peruenit perfectio humani intellectus, vel potius imaginationis, in hoc enim cognoſces illorum differentiam.

Quæstio VII.

Si quis igitur dicat, inuenias numerum qui ductus in ℞. cubicã ſuam p̄. 6. faciat 64. dices igitur, poſito eo numero 1. cubo, habebimus 1. quad. quadratum p̄. 6. cubis æqualia 64. quare per ſeptimam tranſmutandi regulam ſeptimi capituli huius habebimus 1. quad. quad. æquale 6. rebus p̄. 4. vnde habita æſtimatione ex hoc capitulo per nonam regulam eiuſdem capituli, habebimus intentum. Et quibuſdam adeò videbuntur difficiles hæ operationes, vt vix eas veras eſſe credant, nos autem oſtendimus modum, quo quantitates iſtæ alogæ æquiualentes numeris, ad numeros reducantur, & dedimus demonſtrationem vtramque, & Geometricam à cauſa, & Arithmeticam ab effectu.

Quæstio VIII.

Fac ex 6. tres partes, in continua proportione, quarum quadrata primæ & ſecundæ iuncta ſimul faciant 4. ponemus primam 1. poſitionem, quadratum eius eſt 1. quadratum, reſiduum igitur ad 4. eſt quadratum ſecundæ quantitatis, id eſt 4. m̄. 1. quadrato, huius radicem, & 1 poſitionem detrahe ex 6. habebis tertiam quantitatem, vt vides, quare ducta prima in teriam, ha-

1. poſ. | v. ℞. 4. m̄. 1. quad. | 6. m̄. 1. poſ. m̄. ℞. v. 4. m̄. 1. quad.
6. poſ. m̄. 1. quad. m̄. ℞. v. 4. quad. m̄. 1. quad. quad.

4. | 6. poſ. m̄. ℞. v. 4. quad. m̄. 1. quad. quad.
6. poſ. m̄. 4. æqual. ℞. v. 4. quad. m̄. 1. quad. quad.
36. quad. p̄. 16. m̄. 48. poſ. æquantur 4. quad. m̄. 1. quad. quad.

32. quad. p̄. 16. p̄. 1. quad. quad. æqualia 48. poſ.

1. quad. quad. p̄. 32. quad. p̄. 256. æqualia 48. poſ. p̄. 240.

bebis 6. poſiiones m̄. 1. quadrato m̄. ℞. v. 4. quadratorum m̄. 1. quad. quadrato æqualia 4. m̄. 1. quad. quadrato ſecundæ, abiice 1. quadratum m̄. ex partibus, habebis 4. æqualia 6. poſitionibus m̄. ℞. v. 4. quad. m̄. 1. quad. quadrato, quare 6. poſitiones m̄. 4. æquantur ℞. v. 4. quadratorum m̄. 1. quad. quadrato. Quare quadrata horum etiam æqualia ſunt, à quibus abiice 4. quadrata communia, ex vtraque parte, habebis tandem 32. quadrata p̄. 16. p̄. 1. quad. quadrato, æqualia 48. poſitionibus, quare addendo 240. vtrique parti, id eſt reſiduum quadrati dimidij numeri quadratorum, habebis 1. quad. quadratum p̄. 32. quadratis p. 256. æqualia 48. poſitionibus p. 240. addas igitur 2. poſitiones quadratorum p. 1. quadrato p. 32. poſitionibus numeri quadratorum vtrique parti, prima igitur pars habet radicem neceſſariò & quia volumus ſecundam etiam habere, quæ eſt 2. poſitiones quadratorum p. 48. poſitionibus, ex prioribus p. 1. quadrato p. 32. poſitionibus numeri quadratorum p. 240. ducemus primam partem trinomij in tertiam vt vides, & dimidium ſecundæ in ſe, & fient 576. quadrata æqualia 2. cub. p. 64. quadratis

576. | quad.
2. poſ. p. 48. poſ. p. 1. quad. p. 32. poſ. p. 240.
quad. numeri quad.

2. cub. p. 64. quad. p. 480. poſ. | quad.

p. 480.

p̃. 480. poſ. quadratorum, igitur 288. æquantur 1. cubo p̃. 32. quadratis p̃. poſ. 240. quare per 17. capitulum huius, habebimus 1. cubum æqualem $101\frac{1}{3}$ rerum p̃. $420\frac{16}{27}$, inde habita huius æſtimatione per ſuum capitulum, minue $10\frac{2}{3}$, tertiam partem numeri quadratorum, per 17. cap. & conſurgit rei fictæ æſtimatio, habebis igitur 1. quadratum p̃. 16. p̃. dicta æſtimatione, ex vna parte, æqualia rebus quæ ſunt ℞. dupli æſtimationis inuentæ p̃. ℞. aggregati ex quadrato dictæ æſtimationis, & eadem æſtimatione ducta per 32. & 240. numero addito, hoc autem vt liquet, eſt minus priore numero, quia ſi loco 240. adderentur 256. eſſent æquales, igitur 1. quadratum p̃. æſtimatione inuenta p̃. 16. m̃. ℞. v. illa trium quantitatum, id eſt quadrati æſtimationis cum eadem ducta per 32. & cum 240. tanquam vno numero, æquantur rebus quæ ſunt ſecundum radicem dupli æſtimationis inuentæ, quod eſt propoſitum.

QVÆSTIO IX.

Inuenias numerum, cuius quad. quadratum, cum quadruplo ſui, & 8. æquetur decuplo ſui quadrati, dicemus igitur 1. quad. quadratum p̃. 4. poſ. p̃. 8. æquantur 10. quadratis. Quare ſemper poſitiones dabimus

1. quad. quad. p̃. 4. poſ. p̃. 8.
10. quad.

1. quad. quad. p̃. 8. | 10. quad. m̃. 4. poſ.

1. quad. quad. m̃. 2. quad. p̃. 8.
8. quad. m. 4. poſ.

1. quad. quad. m. 2. quad. p̃. 1.
8. quad. m. 4. poſ. m. 7.

2. poſ. | quad. p̃. 2. poſ.

1. quad. quad. m. 2. poſ. m. 2.
quad. p̃. 1. quad. p. 2. poſ. p. 1.
8. quad. m. 2. poſ. quad. m. 4.
poſ. p. 1. quad. p. 2. poſ. m. 7.

quadratis, & auferemus à quad. quadrato, & habebimus 1. quad. quadratum p. 8. æquale 20. quadratis m. 4. poſitionibus, & quia videmus numerum quadratorum eſſe magnum, & rerum paruum, ideo conabimur minuere numerum quadratorum potius, quàm augere, & faciemus vt diminutio ſit ex vtraque parte 2. quad. nam à minori imò à 2. quadratis ſemper fermè eſt incipiendum, quia non oportet vt venias ad m. quad. ex parte rerum, quia ſic non haberent radicem, ſubductis igitur 2. quadratis

8. m. 2. poſ. quad. | 4. poſ. | 1. qd. p. 2. poſ. m. 7
4. quad. | 8. m. 2. poſ.

8. quad. p. 16. poſ. m. 56. m. 2. cu. m. 4. quad. p. 14. poſ. quad.
4. quad. p. 30. poſ. | 60. p. 2. cub.

1. cub. p. 30. æquatur 2. quad. p. 15. poſ.

poſ. 2.

ex vtraque parte, habebis 1. quad. quadratum m. 2. quadratis p. 8. æqualia 8. quadratis m. 4. poſitionibus, clarum eſt autem quòd ſi 1. quad. quadratum m. 2. quadratis debet habere radicem, oportet vt numerus ſit p̃. 1. ſed erat p. 8. igitur oportebit auferre 7. ex vtraque parte, habebimus igitur 1. quad. quadratum m. 2. quadratis p. 1. æquale 8. quadratis m. 4. poſitionibus m. 7. addemus igitur per m. vt dictum eſt, 2. poſitiones quadratorum ad reliqua 2. quadrata m. ex regula, & addemus per p. vt in eadem, ad numerum 1, quadratum p. 2. poſitionibus ex vtraque parte, quare habebimus partes æquales, quæ enim adduntur & minuuntur ſunt æqualia, igitur 8. m. 2. poſitionibus quadratorum m. 4. poſitionibus, p. 1. quadrato p. 2. poſitionibus m. 7. numeris, habent radicem, multiplicando igitur primam partem, quæ eſt 8. m. 2. poſitionibus quadratorum, in tertiam, quæ eſt 1. quadratum p. 2. poſitionibus m. 7. fit illud quod vides à latere, pro numero quadratorum, & hoc æquale eſſe debet 4. quadratis, qui eſt numerus productus, ex dimidio mediæ partis in ſe, quare abiiciendo quad. vtrinque, fiet illud multinomium, æquale 4. quare tandem reductis partibus ad ſuas conſimiles erunt 2. cubi p. 60. æquales 4. quadratis p. 30. poſitionibus, & 1. cubus p. 30. æqualia 2. quadratis p. 15. poſitionibus, quare res valet 2. vel per capitulum, vel etiam ſolo ſenſu experiendo.

Circa quod notanda ſunt tria. Primum, quòd reduxi rem ad experimentum in numeris, vt videres veritatem rei facilius, ſtultum eſt enim ſemper difficultatem addere difficultati. Secundum, quòd 1. cubus p. 30. æqualis 2. quad. p. 15. rebus, habet aliam rei æſtimationem quàm 2. quæ cognita eſt ex ſuo capitulo, ſed pro nunc ne operatio longior euadat, eam relinquimus. Tertium notandum eſt, quòd tu vides, demonſtrationem ſic tenere in m. ſicut in p. & quòd numerus ſemper eſt addendus neceſſariò, quia conſurgit ex quadrato numeri quadratorum cum numero quadratorum priorum, ſeu quadrata ſint addenda ſeu minuenda, ducto in dimidium numeri quadratorum minuendorum. Hoc ſtante, diximus quòd rei æſtimatio eſt 2. & addendæ ſunt 2. res per m. quadratorum, igitur minuemus 4. quadrata ex vtraque parte, habebimus igitur 1. quad. quadratum m. 6. quadratis p. 1 æqualia 4. quadratis m. 4. poſitionibus m. 7. pro numero autem addendus eſt quadratus numeri dimidij quadratorum detractorum, & hoc dimidium eſt 2. quadratum cuius eſt 4. & ſimiliter productum ex numero priorum quadratorum in rei æſtimationem, quod productum eſt 4. igitur addemus 8. vtrique parti, & fient tandem vt vides 1. quad. quadratum m. 6. quadratis p. 9. æqualia 4. quadratis m. 4. poſitionibus p. 1. manifeſtum eſt autem quod ambo hæc habent radices duplices, vt vides, ſed facta reductione veniunt neceſſario ad duo capitula, vel 1. quadratum æquale 2. poſitionibus p. 2. vel 1. quadratum p. 2. poſitionibus æqualia 4. horum capitulo- *Notandum.*

rum

1. quad. quad. m̄. 2. quad. p̄. 1. m̄. 4. quad. p. 8.

: quad. quad. m̄ 6. quad. p. 1.

8. quad. m̄. 4. poſ. m̄. 7. m̄. 4. quad. p. 8.

4. quad. m̄. 4. poſ. p. 1.

1. quad. quad. m̄. 6. qd. p. 9.	1. quad. m̄. 3. 3. m̄. 1. quad.
4. quad. m̄. 4. quad. p. 1.	2. poſ. m̄. 1. 1. m̄. 2. poſ.
1. quad. æqual. 2. poſ. p. 2. 1. quad. p. 2. poſ. æqual. 4.	℞. 3. p. 1. ℞. 5. m̄. 1.
pª æſtimatio. res ℞. 3. p. 1. quad. 4. p. ℞. 12. qd. qd. 28. p. ℞. 768	2ª æſtimatio. res ℞. 5. m̄. 1. quad. 6. m̄. ℞. 20. qd. qd. 56. m̄. ℞. 2880.
4. res ℞. 48. p̄. 4. qd. qd. ℞. 768. p. 28 p. 8.	4. res ℞. 80. m̄. 4. qd. quad. m. ℞. 2880. p. 56. p. 8.
aggreg. ℞. 1200. p. 40.	aggreg. 60. m. ℞. 2000.
10. quad. 40. p. ℞. 1200.	10. quad. 60. m. ℞. 2000.

rum æſtimationes ſunt ℞. 3. p. 1. & ℞. 5. m. 1. dico igitur quod in æſtimationibus 1. quad. quadrati p. 4. poſitionibus p. 8. æquantur 10. quadratis, cuius probationis experimentum habes à latere dilucidum, vt patet, non declaro autem, an facta alia poſitione perueniremus vt dixi, cùm 1. cubus p. 30. æquabatur 2. quadratis p. 15. rebus, ad alias duas æſtimationes, ſed ſi te delectat operatio, per te ipſum potes illud inquirere.

Qvæstio X.

Inuenias tres numeros in continua proportione, quorum aggregatum ſit 8. & quadratum tertij, ſit æquale aggregato ex quadratis primi & ſecundi, ponemus eos per primam regulam 1. 1. poſ. 1. quad. erunt igitur quadrata 1. 1. quadratum, 1. quad. quad. igitur 1. quad. quad. æquatur 1. quadrato p. 1. quare ex capitulo deriuatiuorum vigeſimoquarto, habebimus rei æſtimationem ℞. v. ℞. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$, & tertia quantitas eſt eius quadratum, ſcilicet ℞. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$, & prima fuit 1. igitur totum aggregatum eſt $1\frac{1}{2}$ p. ℞. $\frac{1}{4}$, p. ℞. v. ℞. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$,

1.	pª
$\frac{1}{2}$ p. ℞. $1\frac{1}{4}$	2ª
℞. v. ℞. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$	3ª
$1\frac{1}{2}$ p. ℞. $1\frac{1}{4}$ p. ℞. v. ℞. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$.	

hoc autem non eſt 8. vt propoſitum eſt, dic igitur per regulam trium quantitatum, ſi $1\frac{1}{2}$ p. ℞. $1\frac{1}{4}$ p. ℞. v. ℞. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$ eſſet 8. quid eſſet 1. prima quantitas? duc 8. in 1. fit 8. diuide 8. per $1\frac{1}{2}$ p. ℞. $1\frac{1}{4}$ p. ℞. v. ℞. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$, & exit 4. p. ℞. v. ℞. 500. p. 10. m. ℞. v. ℞. 1920. p. 18. & hæc eſt prima quantitas, qua habita ſi duxeris eam per ℞. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$, habebis tertiam quantitatem, quam ſi duxeris denuò in primam quantitatem vltimo inuentarum, ℞. 6. producti, eſt ſecunda quantitas, & ne mireris quòd tertiam quantitatem præponam ſecundæ in operatione, quia eſt longè ſimplicior.

Qvæstio XI.

Si quis dicat, inuenias numerum, qui ductus in ℞. ſuam cubicam m. 3. faciat 64. Pones illum 1. cubum, igitur ductus in ℞. cubicam m. 3. producit 1. quad. quadratum m. 3. cubis, æqualia 64. igitur 1. quad. quadratum m. 3. cubis, æquatur 64. dico quòd poſſumus ſoluere modo ſeptimæ quæſtionis, & etiam alio modo, ſine tranſmutatione, quo poteſt etiam ſolui ſeptima quæſtio, & facilius, ſed volui docere ambos modos, vt melius ſcires operari, debes igitur ſcire duo. Primum, quòd vt res debent ſemper manere ab alia parte, à qua eſt numerus cum quadratis, & non à parte quad. quadrati, ſic cubi, ſeu p. ſeu m. debent manere cum quad. quadrato. Secundum, quòd vt numerus rerum nunquam debet variari, ſic nec numerus cuborum. Et poſſumus addere tertium his, ſcilicet, quòd vbi ſunt res, peruenimus ad 1. quad. quadratum p. quad. p. numero, æqualia quad. rebus p. vel m. & numero p. ſic hìc peruenimus ad quad. quadratum p. quad. p. numero, æqualia quad. quad. cubis p. vel m. & quad. p. Hoc intellecto, ſic ſoluitur quæſtio, addes ad numerum 2. poſitiones quadratorum, igitur ducto eius dimidio in ſe, ſit 1. quadratum numeri quadratorum quadratorum, diuiſo igitur per 64. habes $\frac{1}{64}$ quad. numerum quadratorum quadratorum, quare vides, quòd

$\frac{1}{64}$ qd. p. 1. quad. qd.	m. 3. cub.	2. poſ. quad.	$\frac{1}{16}$ qd. qd. qd.	2. poſ. qd.	64

addidiſti ad habendam radicem $\frac{1}{16}$ quadrat. pro numero quad. quad. & 2. poſitiones pro numero quad. igitur addes eadem ad 1. quad. quadratum m. 3. cubis, & habebis $\frac{1}{16}$ quadrati p. 1. pro numero quad. quad. & m. 3. cubis & 2. poſitionibus, pro numero quadr. igitur ad hoc vt habeat radicem, oportet vt extrema inuicem ducta, producant, quantum dimidium mediæ quantitatis in ſe, eſt autem dimidium $1\frac{1}{2}$ cubi, quod ductum in ſe, producit $2\frac{1}{4}$ cu. quadrata, & $\frac{1}{64}$ quadrati p. 1. numeri quad. quad. in 2. poſitiones numeri quad. producit $\frac{1}{32}$ cubi p. 2. poſitionibus numeri cu. quadrati, nam quad. quadratum in quadratum, producit cu. quadratum, habes igitur $\frac{1}{32}$ cubi p. 2. poſitionibus numeri cu. quad. æqualia $2\frac{1}{4}$ cu. quadratis, igitur cu. quadratum, ad cu. quadratum in æqualitate, ſic numerus ad numerum, quare $\frac{1}{32}$ cubi p. 2. poſitionibus, æqualia $2\frac{1}{4}$, quare 1. cubus p. 64. poſitionibus æqualia 72. quare rei æſtimatio, p. ℞. v. cubica ℞. 11005 [illegible] p. 36. m. ℞. v. cubica ℞. 11005 [illegible] m. 36. & duplum

duplum huius pro quadratis addetur vtrique parti, radix igitur ex vna parte eſt 8. p̃. rebus ſub numero æſtimationis rei, ex alia autem quadrata ſub numero ℞. v. $\frac{1}{4}$ quadrati, huius æſtimationis addito 1. m. poſitionibus ſub numero ℞. dupli huius æſtimationis.

Qværtio XII.

Si quis dicat, 1. quad. quadratum p̃. 3. æquatur 12. rebus, addes 2. poſitiones quadratorum, & 1. quadratum numeri quadratorum, quare ſic habebit ℞. quadratam ſine numero vt clarum eſt; igitur addemus ex alia parte pro numero quadratorum 2. poſitiones, & pro numero 1. quad. m. 3. habebis partes vt vides, quare multiplicatis partibus, habes 2. cubos æquales 6. rebus p̃. 36. & 1. cubum, æqualem 3. rebus p̃. 18. & res valet 3. igitur partes ſunt vt vides, & erit 1. quadratum p̃. 3. ℞. primæ partis, æqualis rebus ℞. 6. p̃. numero ℞. 6. & res quæſita erit, ℞. v. ℞. 6. m. $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $1\frac{1}{2}$.

1. quad. quad. p̃. 3.	12. poſ.
	2. poſ. quad. p̃. 1. quad. m. 3.
1. qd. qd. p̃. 2. poſ. p̃. 1. qd.	2. poſ. | 12. | 1. quad. m. 3.
1. qd. qd. p̃. 6. quad. p̃. 9.	6. quad. p̃. 12. poſ. p̃. 6.

Qvæstio XIII.

Inuenias numerum, cuius quad. quadratum cum duplo cubi, ſit p̃. ipſo numero, igitur dices, 1. quad. quadratum p̃. 2. cubis æquantur ad 1. poſitionem p̃. 1. hîc non datur locus radici ſubtrahendæ, nec diuiſioni. Sed dices ex prima regula, inuenias tres numeros in continua proportione, quorum aggregatum ad aggregatum ſecundi & tertij eamdem habeat rationē quam aggregatum 2[i] & 3[ii] ad primum. Pones igitur eos 1. 1. poſ. 1. quad. habebis igitur 1. quad. quadratum p̃. 2. cubis p̃. 1. quadrato, æqualia 1. quadrato p̃. 1. poſitioni p̃. 1. quare abiecto 1. quadrato communi, habebimus 1. quad. quadratum p̃. 2. cubis, æqualia 1. poſitioni p̃. 1. ergo iam ſcimus rationes quantitatum, quia verò ex aggregato in primam, fit quadratum aggregati ſecundæ & tertiæ, igitur tale aggregatum eſt diuiſum ſecundùm proportionem habentem medium & duo extrema, & eius minor portio eſt 1. igitur reſiduum (& eſt maior portio) eſt ℞. $1\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$, & hoc æquatur (vt ſupponitur) 1. quadrato p̃. 1. poſitione, igitur quantitates ſunt vt vides.

Mediæ igitur quantitatis (quæ eſt res) 1. quad. quadratum p̃. 2. cubis æquantur ipſi

prima	1.
2. res	℞. v. ℞. $1\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{4}$ m. $\frac{1}{2}$
3. quad.	℞. $1\frac{1}{4}$ p̃. 1. m. ℞. v. ℞. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{4}$

quantitati p̃. 1. id eſt ℞. $1\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$: & per hæc intelligis modos harum regularum, ſi exempla hæc diligenter cum ſuis operationibus animaduertas.

Capvt XL.

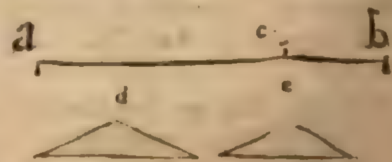
De modis ſuppoſitionum generalium, ad artem maiorem pertinentibus, & regulis quæ extra ordinem ſunt, ac æſtimationibus diuerſi generis ab his quæ dictæ ſunt.

Cvm fuerit cubus æqualis quadratis & numero, ſi ab æſtimatione illa detrahatur numerus quadratorum, relinquetur æſtimatio cubi & totidem quadratorum, 1
æqualium numero qui ſit in eadem proportione cum numero primæ æquationis in qua eſt ipſa ſecunda æquatio ſeu æſtimatio ad primam æſtimationem. Exemplum, cubus æquatur 2. quadratis p. $1\frac{17}{64}$, & æſtimatio eſt $2\frac{1}{4}$, dico, quòd ſi abiicias 2. numerum quadratorum, relinquetur $\frac{1}{4}$, æſtimatio cubi & 2. quadratorum, æqualium $\frac{9}{64}$, qui numerus eſt in eadem proportione cum $1\frac{17}{64}$ numero prioris æquationis, in qua eſt $\frac{1}{4}$ æſtimatio ſecunda, ad $2\frac{1}{4}$ primam æſtimationem, cuius demonſtratio ſit hæc.

	æſtimat.
1. cu. æqual. 2. quad. p. $1\frac{17}{64}$	$2\frac{1}{4}$
1. cu. p. 2. quad. æqual. $\frac{9}{64}$	$\frac{1}{4}$

Demonstratio.

Ponatur a b æſtimatio prima, & a c numerus quadratorum, & erit b c æſtimatio alicuius cubi & quadratorum; ſecundum a c numerum æqualium alicui numero, qui ſit e, ponatur verò d numerus; qui cum quadratis a b ſecundum numerum a c æquetur cubo a b, quia igitur cubus a b æquatur producto ex a c & c b in quadratum a b,



itémque producto ex a c in quadratum a b cum numero d, erit d æqualis producto c b in a b quadratum, & ſimiliter cubus c b cum producto a c in quadratum c b, æquatur e numero, & æquatur etiam producto ex a b in quadratum b c, igitur productum a b in quadratum b c, æquatur e, verùm producti b c in quadratum a b, ad productum a b in quadratum b c, vt a b ad b c per 143. libri de proport. colligitur, & in lib. Alizæ. Proportio igitur d ad e, vt a b ad b c, quod erat probandum. Similiter ſequitur, permutando proportiones æquationum numerorum ad ſuas æſtimationes eaſdem eſſe, cùm æſtimationum differentia fuerit numerus quadratorum.

Cùm fuerint cubus & quadrata, æqualia numero, item cubus æqualis totidem quadratis eidémque numero, erit proportio aggregati ex prima æſtimatione & numero quadratorum, ad reſiduum, quod ſit detracto à ſecunda æſtimatione numero quadratorum, 2

torum, vt ſecundæ æſtimationis ad primam duplicata, velut ſi dicam, cubus & 3. quadrata, æquantur 20. & cubus æquatur 3. quadratis p̄. 20. in prima æſtimatio rei eſt 2. in ſecunda eſt ℞. v. cubica 11. p̄. ℞. 120. p̄. ℞. v. cubica 11. m̄. ℞. 120. p̄. 1. dico quòd ſi addas 3. numerum quadratorum, ad 2. primam æſtimationem (& fiet 5.) & minuas idem 3. ex ſecunda æſtimatione (& fiet ℞. v. cu. 11. p̄. ℞. 120. p̄. ℞. v. cu. 11. m̄. ℞. 120. m̄. 2.) quod proportio 5. ad hanc radicem, eſt velut ℞. v. cubicæ 11. p̄. ℞. 120. p̄. ℞. v. cubica 11. m̄. ℞. 120. p̄. 1. æſtimationis ſecundæ, ad 2. æſtimationem primam, duplicata, cuius rei eſt demonſtratio hæc.

Demonstratio.

Sit æſtimatio prima b c, ſecunda a b, numerus quadratorum communis, a d. quia igitur cubus a b, æqualis eſt productis a d & d b in quadratum a b, & a b eſt



numerus quadratorum, erit productum ex db in quadratum a b, æquale numero æquationis, quare & cubo b c cum producto a d in quadratum b c, igitur quod ex b d in quadratum a b, æquale eſt ei, quod ex aggregato a d & c b in quadratum c b, igitur per 7. ſexti & 34. 11. Elementorum, a d & c b, iunctorum ad b d, velut a b ad b c, ratio ſeu proportio duplicata.

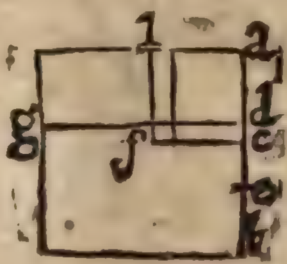
3 Cùm fuerint quadrata æqualia cubo & numero, conuertetur capitulum in capitulum rerum æqualium cubo & numero, & æſtimatio ſecunda ſemper eſt addenda vel detrahenda tertiæ parti numeri quadratorum, vt habeatur prima, & eſt ex his quæ ad ſeptimum capitulum pertinent, & modus eſt. Sume differentiam numeri æquaionis propoſiti, & dupli cubi ⲧpquad. & eam pone pro numero, qui cum cubo æquatur rebus totidem, quotus eſt numerus, qui eſt tertia pars quadrati numeri quadratorum, ergo inuenta ſecunda æſtimatione, pro habenda prima, addes eam ⲧpquad. ſi numerus fuit maior duplo cubi ⲧpquad. vel minues, ſi numerus fuit minor duplo cubi ⲧpquad. & conflatum vel reſiduum, eſt æſtimatio prima.

Exemplum, Cubus &. 80. æquantur 9. quadratis, dupla cubum 3 qui eſt ⲧpquad. fit 54. differentia cuius ab 80. eſt 26. igitur cubus p̄. 26. æquabitur 27. rebus, eſt autem 27. tertia pars quadrati 9. igitur æſtimatio ſecunda eſt 1. quæ addita ad 3. ⲧpquad. conſtituit 4. æſtimationem primam quia numerus, qui eſt 80. eſt maior duplo cubi ⲧpquad. quod eſt 54.

Aliud exemplum, Cubus p̄. 5. æquatur 6. quadratis, duc 6. in ſe fit 36. huius tertia pars eſt 12. numerus rerum, inde detrahe 5. numerum æquationis, ex 16. duplo cubi 2. ⲧpquad. & relinquitur 11. igitur 1. cub. p̄. 11. æquatur 12. rebus, æſtimatio autem eſt 1. detrahe igitur 1. ex 2. ⲧpquad. quia numerus eſt minor duplo cubi ⲧpquad. relinquitur æſtimatio cubi p̄. 5. æqualis 6. quad.

Demonstratio.

Demonſtratio autem huius eſt, ponatur a b numerus quadratorum 9. a c æſtimatio rei, cuius cubus p̄. 80. æquatur a b ductæ in a f quadratum a c, & ſit a d tertia pars



a b, & ſimiliter d e & e b & a g ſuperficies æquidiſtantium laterum, & tertia pars quadrati a b per primam ſexti Elementorum, quia igitur ex b a in a c, fit cubus a f p̄. 80. erit quod ex b c in a f 80. quod igitur ex b d in a f 80. p̄. eo quod ex c d in a f, detracto igitur quod ex b d in a h, & eſt duplum cubi a d, fiet quod ex b d in gnomonem, 26. p̄. eo quod ex c d in a f, at quod ex b d in gnomonem, æquale eſt quadruplo c d in quadratum a h, & duplo a d in quadratum h f, eò quòd lineæ b e, e d, d a, d h, & reliquæ ſupplementorum ſunt æquales inuicem, quadruplum igitur c d in quadratum a h cum duplo a d in quadratum h f, æquatur 26. p̄. eo quod ex c d in f a, at ex c d in f a, fit cubus c d, & duplum a d in quadratum f h, & c d in quadratum a h ſemel, igitur ablato eo quod ex c d in quadratum a h ſemel, & ex a d in quadratum h f bis, vtrinque, erit triplum c d in a h, æquale cubo c d p̄. 26. at quod ex c d in h a ter, æquale eſt ei, quod ex c d in a g ſemel, cùm d h ſit tertia pars d g, igitur quod ex c d in a g tertiam partem quadrati a b, æquale eſt cubo ipſius c d p̄. 26.

Cùm quæſtionis ſolutio ad multitudinem denominationum peruenerit, ſolutio plerunque ſperari poteſt, nam ex mala tractatione ſæpius hoc euenit, vnde ad pauciores & notas denominationes deducta ſoluitur, & generaliter. At cùm ad capitulum paucarum ſed inæqualium denominationum peruenerit, quæſtionis ſolutio, nunquam generaliter ad cognitionem perueniet, cùm ſemper in id incidat capitulum, quod generalem æſtimationis inueniendæ regulam non habet: velut ſi ad capitulum 1[a] p[a], quadratorum, rerum ac numeri deuenerit. 4

Cùm verò hoc in omnibus, tum maximè in Geometricis quæſtionibus, quæ graues ſunt, plurimum conferre ſolet, vt præuias alias, ac minus difficiles quæſtiones ſoluas, huius libri auxilio, demum in regulas 5

de modo ſolutiones has contrahes, inde illarum auxilio pedetentim procedens per poſitionis præcepta & regulas, ad aliquod tandem horum capitulorum notorum peruenies, ex quo dilucida ſolutio apparebit.

6 Præter has autem æſtimationes, aliæ quædam emergunt, quarum numerus eſt infinitus, nec vllius earum generalis eſt vſus, verùm quæ maximè ſunt frequentes, tribus modis fiunt. Aut enim regula peculiari, vt in ſexto libro oſtenſum eſt. Tum magis in capitulis omnibus quantitatum continuè proportionalium, vt facile eſt experiri. Aliæ autem ex iterata regularum vel capitulorum operatione, vel mixtione: vt cùm ad quæſiti ſolutionem pluribus capitulis vel regulis indigemus. Exemplum habes, ſuperiùs, Capite 35, Quæſtione 4. & Capite 31. Quæſtione 2. huius, ſed oportet perficere. Tertio modo habebis varias æſtimationes, cum capitula vel regulas non in numeris, ſed iam variatis æſtimationibus exercueris, vt ſi dicam, fac ex ℞. vltimi 8. m̃. ℞. 2. duas partes, ex quarum ductu in radices alterius mutuo fiant numeri, qui iuncti inuicem faciant 4. operatio perueniet ad abſonam quantitatem.

7 Natura producti ex partibus numeri in ℞. quadratam vel cubam vel alterius generis partis reliquæ, eſt de genere cubi, vel quad. quadrati, excepto quòd quantitas ſumenda eſt proximior maximè, non minori. Exemplum, ſi quis dicat, fac ex 10. duas partes, quarum productum vnius in quadratum alterius faciat 9. & poſtmodum velis dicere, fac ex aliquo numero duas partes, ex quarum ductu vnius in quadratum alterius, fiat 18. tunc vides quòd talis productio eſt ex genere cubi, quia igitur, ſi proportio eſſet eadem, fieret hoc ex 20. quod eſt duplum 10. vt 18. eſt duplum 9. at quia eſt ex genere cubi, inueniemus duos terminos proportione continuâ medios inter 10. & 20. & ſunt ℞. cubica 2000. & ℞. cubica 4000. igitur numerus quæſitus eſt ℞. cubica 2000. nam vna pars eſt ℞. cubica 2. alia ℞. 1458. ducta

9.	18.
10.	20.
℞. cu.	℞. cu.
2000.	4000.

℞. cub. 1458. in quadratum ℞. cub. 2. fit ℞. cubica 5832. quæ eſt 18. Dico igitur quòd ſi dixiſſet, vt facias de 10. duas partes, ex quarum mutua multiplicatione in ℞. alterius fiat 12. quod hæc habet rationem cubicam, vnde ſi diceremus, inuenias numerum ex cuius ductu viciſſim partium in mutuas radices fiat 24. & velis ex primis partibus inuenire alias, tunc inter 10. & 20. eadem ratione, qui ſe habent vt 9. & 18. accipies in ratione cubica duos terminos medios proportionales, & maior illorum qui eſt ℞. cubica 4000. eſt terminus quæſitus, nam vna pars eſt ℞. cubica 4. alia ℞. cubica 2916. duc viciſſim in ℞. quadratam alterius fiunt ℞. cubica 5832. & ℞. cub. 216. quæ ſunt 18. & 6. & hæ iunctæ faciunt 24.

Quælibet æquatio cubi æqualis rebus & numero, conuertitur in conſimilem, cuius numerus rerum conſtat ex diuiſione prioris numeri rerum per numerum æquationis, & numerus æquationis eſt ℞. eius quod prouenit diuiſa monade per numerum æquationis, vt in exemplo, cubus æquetur 6. poſitionibus p̃. 2. diuide 6. numerum poſitio- 8

1. cub. æqualis 6. poſ. p̃. 2.
1. cub. æqualis 3. poſ. p̃. ℞. $\frac{1}{2}$

1. cub. æqualis 4. poſ. p̃. 4.
1 cub. æqualis 1. poſ. p̃. $\frac{1}{2}$

1. cub. æqualis 6. poſ. p̃. 9.
1. cub. æqualis $\frac{2}{3}$ poſ. p̃. $\frac{1}{3}$

num per 2. numerum æquationis, exibit 3. numerus poſitionum ſecundæ æquationis, diuide etiam vnitatem per 2. numerum æquationis, exit $\frac{1}{2}$, cuius ℞. eſt numerus æquationis, & ita in duobus reliquis exemplis. Inuentio autem æſtimationis vnius per aliam, eſt valde difficilis, veruntamen dico, quòd habita ſecunda æſtimatione, ipſa erit ℞. numeri rerum multiplicandarum cum monade ſeu vno per 1. cub. & per poſitiones, & numerum priorem ex alia parte, inde addes tot quadrata vtrique parti, quotus eſt numerus, qui prouenit diuiſo vno per quadruplum quadrati eiuſdem ſecundæ æſtimationis, & habebis quad. quadratum p̃. cubo p̃. quadrato ex vna parte, habentia ℞. quæ erit quad. p̃. poſ. & ex alia quad. p̃. poſ. p̃. numero, habentia ſimiliter radicem quæ erit poſitio p̃. numero, quare per capitulum, habebis æſtimationem, vt in tertio exemplo, habes ſecundam rei æſtimationem 1. pro habenda prima duc 1. poſitionem p̃. 1. (pro regula ſumitur 1.) ſed 1.

1. cub.	6. poſ. p̃. 9.
1. poſ. p̃. 1.	1. poſ. p̃. 1.
1. quad. quad. p̃. 1. cub.	6. quad. p̃. 15. poſ. p̃. 9.
1. qd. qd. p̃. 1. cu. p̃. $\frac{1}{4}$ qd.	6 $\frac{1}{4}$ quad. p̃. 15. poſ. p̃. 9.
1. quad. p̃. $\frac{1}{2}$ poſ.	2 $\frac{1}{2}$ poſ. p̃. 3.

poſ. eſt propter quadratum æſtimationis rei, quod fuit etiam 1. in 1. cubum & 6. poſitiones p̃. 9. habebis 1. quad. quadratum p̃. 1. cubo, æqualia 6. quadratis p̃. 9. p̃. 15. poſitionibus, deinde adde vtrique parti $\frac{1}{4}$ quadrati, & eſt quod prouenit ſemper diuiſa vnitate per quadruplum quadrati numeri poſitionum additarum, & habebis partes habentes ℞. quadratas, quare res eſt 3.

HIERO-

HIERONYMI CARDANI ARS MAGNA ARITHMETICÆ,

Seu Liber quadraginta Capitulorum, & quadraginta Quæſtionum.

PROOEMIVM

AD R. D. PHILIPPVM ARCHINTVM, Epiſcopum Burgi ſancti Sepulchri.

POST compoſitionem Libri Practicæ viſum eſt mihi neceſſarium ea oſtendere, quæ à pluribus impoſſibilia iudicata ſunt, quæ omnia nos inuenimus ex demonſtrationibus trium Librorum à nobis editorum ſuper Euclidem, exceptis duabus regulis harum, nomina Auctorum cum ipſis regulis appoſui; hæc autem omnia tibi dicaui, vt (cùm exiſtimem hunc librum perpetuum futurum inter cæteros, vtpote quod Aritmeticæ artem totam complecti videatur) æternum teſtimonium præcelſæ tuæ Virtutis, & Humanitatis, & meæ, erga te obſeruantiæ, in futuris ſeculis. Vale.

CAPVT PRIMVM.

De ſubiectis huius libri in comparatione ad decimum Euclidis.

EVCLIDES inuenit 4. lineas ſimplices rationalem actu, & eſt numerus vt 3. vel $2\frac{1}{4}$: nam fractorum & integrorum eadem eſt ratio.

Rationalem in potentia, & eſt ℞. cuiuſlibet numeri non habentis radicem quadratam, quæ ſit numerus veluti ℞. 3. vel ℞. $2\frac{1}{2}$.

Medialem, & eſt ℞. ℞. cuiuſlibet numeri non quadrati, veluti ℞. ℞. 3. & ℞. ℞. $2\frac{1}{4}$ ſed ℞.℞. $2\frac{1}{4}$ non eſt medialis, ſed eſt rationalis potentia, quia ℞. ℞. $2\frac{1}{4}$ æquivalet ℞. $1\frac{1}{2}$.

Irrationalem abſolutè; & eſt quædam medialis & quædam non; veluti ℞. ℞. 3. eſt etiam irrationalis, omnis. n. medialis numerus eſt irrationalis, ſed non conuertitur; eſt etiam irrationalis non medialis, veluti ℞. ℞. ℞. 3. vel ℞. cu. 3. vel ℞. v. 5. p̄. ℞. 10. & vniuerſaliter ſunt numero & ſpecie infinitæ.

Rationalis actu: Rationalis potentiâ tantùm:
3. ℞. 3.
Medialis:
℞. ℞. 3.
Irrationalis abſolutè:
℞. ℞. ℞. 3. vel ℞. cu. 3. vel ℞. v. 3. p̄. ℞. 5.

Poſt hæc conſiderat lineas compoſitas ex duabus, & ſunt 6. in genere per additionem, & 6. conuerſæ per diminutionem, ſed antequam hoc conſideret, comparat has quatuor lineas ſimplices inuicem, & ſemper præſupponit in omnibus quod ſint actu in commẽſurabiles, quia alioqui fierent vna

linea, ſiue vnus numerus veluti ℞. 12. & ℞. 3. non comparantur inuicem, quia reuera iunctæ æquiualent ℞. 27. in comparatione igitur fugit commenſurabiles, igitur comparationem rationalis ad rationalẽ. Fugit etiam eas quæ nihil producunt rationale, nec potentiâ nec actu, nec quadrata illarum componant aliquid rationale, actu vel potentiâ, ſolùm igitur conſiderat comparationem inter has quatuor quæ habent duas conditiones quod ſint incommenſurabiles longitudine, & quòd aliquo modo producant numerum vel ℞. ſimplicem.

Prima igitur comparatio fit inter numerũ & ℞. vel inter duas ℞. & per additionem conſtituitur binomium, per diminutionem reſiduum veluti 3. p̄. ℞. 5. vel ℞. 7. p̄. 2. vel ℞. 3. p̄. ℞. 2. omnia ſunt binomia, hæc verò ſunt reſidua vt 3. m̄. ℞. 5. & ℞. 7. m̄. 2. & ℞. 3. m̄. ℞. 2.

Secunda comparatio eſt duarum medialium, ſolùm potentia commenſurabilium, quæ vel inuicem multiplicatæ producunt numerum, & tales iunctæ conſtituunt bimediale primum veluti ℞. ℞. 54. & ℞. ℞. 24. inuicem ductæ producunt ℞. ℞. 1296. & eſt 6. ſunt etiam potentia communicantes, quia proportio quadratorum ℞. ℞. 54. & ℞. ℞. 24. (ſúntque talia quadrata ℞. 54. & ℞. 24.) eſt in proportione ℞. 9. ad ℞. 4. quare proportio talium quadratorũm eſt veluti 3. ad 2. & ita communicant, tales autem iuncti numeri producunt bimediale primum, vt ℞. ℞. 54. p̄. ℞. ℞. 24. ſed adiuncti per m̄. conſtituunt reſiduum mediale primum, vt ℞. ℞. 54. m̄. ℞. ℞. 24.

Tertia comparatio eſt duarum medialium potentia tantùm communicantium producentium mediale quarum longior ſit potentior breuiore quadrato alicuius quantitatis incommenſurabilis longiori, & tales numeri vel lineæ (non enim in nomine differentiam facio, nam & lineas pro numeris & numeros pro lineis intelligi volo) componunt iunctæ bimediale ſecundum, & reſiduatæ reſiduant reſiduum mediale ſecundum, veluti ℞. ℞. 18. p̄. ℞. ℞. 8. eſt bimediale ſecundum, & ℞. ℞. 18. m̄. ℞. ℞. 8. eſt reſiduum mediale ſecundum, nam proportio ℞. ℞. 18. ad ℞. ℞. 8. eſt commenſurabilium potentia, quia quadrata quæ ſunt ℞. 18. & ℞. 8. ſunt in proportione ℞. 9. ad ℞. 4. & eſt 3. ad 2. igitur ſunt commenſurabilia talia quadrata. Quod autem producatur ℞. patet quia ex ℞. ℞. 18. in ℞. ℞. 8. fit ℞. ℞. 144. quod eſt ℞. 12.

Quarta comparatio eſt irrationalium & potentia incommenſurabilium & tunc vel multiplicatæ inuicem producunt ℞. numeri & quadrata iuncta faciunt numerum, & tales numeri iuncti faciunt lineam maiorem vel reſiduati faciunt lineam minorem.

Si verò potentia incommenſurabiles producant numerum & quadrata iuncta faciunt ℞. (& eſt conuerſum præcedentis) tunc compoſitæ faciunt lineam potentem in rationale & mediale, reſiduatæ autem faciunt lineam quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.

Si verò potentia incommenſurabiles producant mediale inuicem multiplicatæ, & etiam quadrata iuncta componant mediale ita tamen quod hoc mediale non ſit commenſurabile productioni vnius in alteram: tunc hæ iunctæ faciunt lineam potentem in duo medialia & reſiduatæ lineam quæ iuncta cum mediali componit totum mediale.

Circa hoc nota duo, primum quòd poſſibile eſt duas quantitates eſſe longitudine commenſurabiles & tamen producere ℞. & non numerum veluti ℞. ℞. 32. & ℞. ℞. 2. communicant longitudine, quia vna eſt dimidium alterius, eò quòd vna continet aliam 16. vicibus quod eſt quadratum quadrati de 2. & tamen multiplicata ℞. ℞. 2. in ℞. ℞. 32. producitur ℞. ℞. 64. & eſt ℞. 8. qui non eſt numerus ſed ℞. Et per contrarium duæ quantitates mediales non communicabunt longitudine, & tamen inuicem multiplicatæ producent numerum veluti ℞. ℞. 54. & ℞. ℞. 24. inuicem ductæ producunt 6. & tamen non communicant longitudine, quia proportio ℞. ℞. 54. ad ℞. ℞. 24. eſt veluti ℞. ℞. $2\frac{1}{4}$ prodeuntis ex diuiſione 54. per 24. quæ ℞. ℞. $2\frac{1}{4}$ eſt ℞. $1\frac{1}{2}$ quod eſt numerus ſurdus, ideo non communicant.

Secundum eſt quod in vltima comparatione quantitatum diximus quòd aggregatum quadratorum eſſet incommenſurabile producto vnius in alteram, quia ſi eſſent commenſurabilia, tunc totum eſſet mediale, quare per quartam ſecundi quadratum totius eſſet mediale, & ℞. quod eſt aggregatum, eſſet quantitas medialis & non potens in duo medialia, nam hoc eſt ſuppoſitum generale tales ſpecies quantitatum inuicem omnes differre.

Capvt II.

De inuentione dictarum quantitatum.

PRo inuentione binomij ſufficit vel reſidui accipere numerum & ℞. numeri vel duas ℞. non communicantes & habes binomium addendo vel reſiduum minuendo vt ℞. 5. p̄. ℞. 2. vel ℞. 5. m̄. ℞. 2. vel 5. p̄. ℞. 2. vel ℞. 7. m̄. 2. Porrò tales quantitates non communicabunt, cùm fuerit proportio earum, veluti numeri quadrati ad numerum non quadratum.

Pro inuentione conſtituentium bimediale primum vel reſiduum mediale primum, cape binomium aliquod quoduis veluti 6. p̄. ℞. 2. quadra vtramque partem, fiunt 36. & 2. multiplica vnam in aliam, fit 72. huius accipe ℞. ℞. fit ℞. ℞. 72. & hæc eſt prima quantitas: deinde multiplica quamuis partem binomij aſſumpti videlicet 6. vel ℞. 2. in ſeipſam ter vtpote multiplico 6. in ſe fit 36. multiplico 36. in ſe fit 1296. multiplico 1296. in ſe fit 1679616. diuide hoc per 72. exit 23328.

&

6. p̄. ℞. 2.
36. 2.
1296. ℞. ℞. 72. ℞. ℞. 23328.
1679616.
72.

23328. ℞. ℞. 23328. p̄. ℞. ℞. 72.
℞. ℞. 23328. m. ℞. ℞. 72.

& huius ℞. ℞. eſt ſecundus numerus, igitur bimediale primum erit ℞. ℞. 23328. p̄. ℞. ℞. 72. & reſiduum mediale primum erit ℞. ℞. 23328. m̄. ℞. ℞. 72. & ſic potes inuenire infinitos.

Pro inuentione quantitatum componentium bimediale ſecundum, cape numerum quadratum vtpote 36. quem diuide in duos non quadratos, veluti 24. & 12. deinde cape ℞. omnium, ita quod fiat trinomium hoc 6. p̄. ℞. 24. p̄. ℞. 12. deinde quadra duos primos & fient 36. & 24. multiplica

36.
24. 12.
6. ℞. 24. ℞. 12.
36. 24. 12.
24. 144.

℞. ℞. 864. 124416.
144. 1296.

124416. ℞. ℞ 96.

inuicem fiunt 864. huius cape ℞. ℞. & eſt ℞. ℞. 864. quantitas prima. Deinde quadra ℞. 12. bis, primò fit 12. ſecundò 144. multiplica 144. in 864. fit 124416. Diuide per quadratum 36. (quod eſt 1296.) exit 96. cuius ℞. ℞. eſt ſecundus numerus quæſitus. Habebis igitur primam quantitatem ℞. ℞. 864. ſecundam ℞. ℞. 96. quare erit bimediale ſecundum ℞. ℞. 864. p̄. ℞. ℞. 96. & reſiduum mediale ſecundum ℞. ℞. 864. m̄. ℞. ℞. 96.

Pro inuentione duarum quantitatũ componentium lineam maiorem, & reſiduantium minorem accipe aliquod binomium ſub hac formâ veluti cape vnum numerum quadratũ qui ſit 36. & diuide eum in duos non quadratos, qui ſint 24. & 12. deinde accipe ℞. totius quæ eſt 6. & ℞. vnius partis quæ eſt puta 12. & habebis 6. p̄. ℞. 12. Deinde diuide minorem partem binomij quæ eſt ℞. 12. per æqualia fit ℞. 3. diuide 6. in duas partes, ex quarum multiplicatione proproducatur quadratum ℞. 3. quod eſt 3. per

36.
24. 12.
6. p̄. ℞. 12.
3. p̄. ℞. 6. ℞. 3.
3. m. ℞. 6. 15. p̄. ℞. 216.
18. p̄. ℞. 216. 15. m. ℞. 216.
18. m̄. ℞. 216.

centeſimam regulam quadrageſimi ſecundi capituli practicæ & habebis 3. p̄. ℞. 6. & 3. m̄. ℞. 6. Deinde quadra vtramque partem & habebis 15. p̄. ℞. 216. & 15. m̄. ℞. 216. cuilibet harum partium adde quadratum dimidij minoris quantitatis & fuit 3. tale quadratum, habebis igitur 18. p̄. ℞. 216. & 18. m̄. ℞. 216. & ℞. v. talium

℞. v. 18. p̄. ℞. 216.
℞. v. 18. m̄. ℞. 216.

erunt quæſitæ quantitates videlicet ℞. v. 18. p̄. ℞. 216. & ℞. v. 18 m̄. ℞. 216. igitur linea maior eſt ℞. v. 18. p̄. ℞. 216. p̄. l. ℞. v. 18. m̄. ℞. 216. & linea minor erit ℞. v. 18. p̄. ℞. 216. m̄. l. ℞. v. 18. m̄. ℞. 216.

De tribus aliis lineis dictis fecimus probationem in primo capitulo, de hac autem facimus probationem ſic: conſtat quadrata partium eſſe 18. p̄. ℞. 216. & 18. m̄. ℞. 216. & hæc ſunt incommenſurabilia. Igitur ℞. v. 18. p̄. ℞. 216. & ℞. v. 18. m̄. ℞. 216. ſunt potentia incommẽſurabiles, quadrata etiam iuncta faciunt 18. igitur ſunt numerus & eſt ſecunda proprietas, multiplicatio etiam vnius in alteram facit ℞. 8. quare &c.

Pro inuentione duarum quantitatum componentium potentem in rationale & mediale, nota quòd duæ componentes bimediale primum huic inſeruiunt ſicut & componentes bimediale ſecundum inſeruiunt potenti in duo medialia. Accipe igitur quantitates componentes reſiduum mediale primum vel bimediale primum & ſint vt in exemplo primo ℞. ℞. 54. & ℞. ℞. 24. & operatio eſt eadem præciſè vt in præcedenti diuide ℞. ℞. 24. per æqualia fit ℞. ℞. $1\frac{1}{2}$ quadra ℞. ℞. $1\frac{1}{2}$ fit ℞. $1\frac{1}{2}$ diuide

℞. ℞. 54. ℞. ℞. 24.
℞. ℞. $3\frac{3}{8}$ ℞. ℞. $1\frac{1}{2}$
℞. $3\frac{3}{8}$ ℞. $1\frac{1}{2}$
℞. $1\frac{1}{2}$

℞. $\frac{1}{8}$
℞. ℞. $3\frac{3}{8}$ p̄. ℞. ℞. $\frac{1}{8}$
℞. ℞. $3\frac{3}{8}$ m. ℞. ℞. $\frac{1}{8}$
℞. 6. p̄. ℞. $4\frac{1}{2}$
℞. 6. m̄. ℞. $4\frac{1}{2}$

℞. $13\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $4\frac{1}{2}$
℞. $13\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $4\frac{1}{2}$

℞. v. ℞. $13\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $4\frac{1}{2}$
℞. v. ℞. $13\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $4\frac{1}{2}$

℞. ℞. 54. in duas partes producentes ℞. $1\frac{1}{2}$ hoc modo per centeſimam regulam quadrageſimiſecundi capituli practicæ. Diuide ℞. ℞. 54. per æqualia fit ℞. ℞. $3\frac{3}{8}$, quadra fit ℞. $3\frac{3}{8}$, aufer ℞. $1\frac{1}{2}$ remanet ℞. $\frac{1}{8}$ cuius ℞. (quæ eſt ℞. ℞. $\frac{1}{8}$) detracta & addita dimidio quod fuit ℞. ℞. $3\frac{3}{8}$ oſtendit partes quæ ſunt ℞. ℞. $3\frac{3}{8}$ p̄. ℞. ℞. $\frac{1}{8}$ & ℞. ℞. $3\frac{3}{8}$ m̄. ℞. ℞. $\frac{1}{8}$. Hæ enim partes inuicem multiplicatæ producunt ℞. $1\frac{1}{2}$ quia producunt ℞. $3\frac{3}{8}$ m̄. ℞. $\frac{1}{8}$ & hoc eſt æquale ℞. $1\frac{1}{2}$ quia ℞. $1\frac{1}{2}$ cum ℞. $\frac{1}{8}$ producit iuncta ſimul ℞. $\frac{3}{8}$. Quadra igitur has partes per ſe, & ſunt producta ℞. 6. p̄. ℞. $4\frac{1}{2}$ & ℞. 6. m̄. ℞. $4\frac{1}{2}$ quare addendo vtrique quadratum dimidij minoris quod fuit

℞. 1½ fiet prima pars ℞. 13½ p̄. ℞. 4½ & ſecunda ℞. 13½ m̄. ℞. 4½, horum igitur ℞. v. ſunt quantitates quæſitæ, videlicet ℞. v. ℞. 13½ p̄. ℞. 4½ & ℞. v. ℞. 13½ m̄. ℞. 4½. Igitur potens in rationale & mediale eſt ℞. v. ℞. 13½ p̄. ℞. 4½ p̄. l. ℞. v. ℞. 13½ m̄. ℞. 4½, & quantitas quæ cum rationali conſtituit totum mediale erit ℞. v. ℞. 13½ p̄. ℞. 4½ m̄. l. ℞. v. ℞. 13½ m̄. ℞. 4½.

Quòd quadrata partium ſint incommenſurabilia patet, quia vnum eſt ℞. 13½ p̄. ℞. 4½, aliud ℞. 13½ m̄. ℞. 4½ quare ſunt binomium & reciſum, ideo incommenſurabilia.

Quòd autem contineant numerum patet, productum enim vnius in alteram eſt ℞. 9. quod eſt 3. ideo eſt numerus.

Quòd etiam quadrata iuncta ſint mediale patet, nam ſunt ℞. 54. nam ℞. 13½ p̄. ℞. 4½ cum ℞. 13½ m̄. ℞. 4½ facit duas ℞. 13½ quæ ſunt ℞. 54.

Pro inuentione componentium lineam potentem in duo medialia, aut reſiduantium lineam quæ cum mediali componit totum mediale iam dixi quod oportet aſſumere duas quantitates componentes bimediale ſecundum, & fuerunt ℞. ℞. 864. & ℞. ℞. 96. diuido minorem per æqualia, fit ℞. ℞. 6. quadratum eius eſt ℞. 6. diuido ℞. ℞. 864. in duas partes, quarum multi-

℞. ℞. 864. ℞. ℞. 96.
℞. ℞. 54. ℞. ℞. 6.
℞. 54. ℞. 6.
℞. 6.

℞. 24.
℞. ℞. 54. p̄. ℞. ℞. 24.
℞. ℞. 54. m̄. ℞. ℞. 24.
℞. 150. p̄. 12.
℞. 150. m̄. 12.
℞. 215. p̄. 12.
℞. 216. m̄. 12.

plicatio vnius in alteram, producat ℞. 6. hoc modo, diuido ℞. ℞. 864. per æqualia, fit ℞. ℞. 54. quadro fit ℞. 54. detraho ℞. 6. remanet ℞. 24. huius ℞. quæ eſt ℞. ℞. 24. adde & minue ex ℞. ℞. 54. habebimus partes ℞. ℞. 54. p̄. ℞. ℞. 24. & ℞. ℞. 54. m̄. ℞. ℞. 24. quadra eas de per ſe, fiunt ℞. 150. p̄. 12. & ℞. 150. m̄. 12. quibus adde quadratum dimidij minoris, quod fuit ℞. 6. ℞. fiunt ℞. 216. p̄. 12. & ℞. 216. m̄. 12. horum ℞. v. videlicet ℞. v. ℞. 216. p̄. 12. & ℞. v. ℞. 216. m̄. 12. ſunt partes quæſitæ. Vnde linea potens in duo medialia erit ℞. v. ℞. 216. p̄. 12. p̄. l. ℞. v. ℞. 216. m̄. 12. & linea quæ cum mediali componit totum mediale erit ℞. v. ℞. 216. p̄. 12. p̄. l. ℞. v. ℞. 216. m̄. 12. & quantitas quæ cum mediali conſtituit totum mediale erit ℞. v. ℞. 216. p̄. 12. m̄. l. ℞. v. ℞. 216. m̄. 12. Quòd autem perficiant partes conditiones prædictas patet, nam ſunt incommenſurabilia quadrata, videlicet ℞. 216. m̄. 12. & ℞. 216. p̄. 12. cùm ſint binomium & reciſum, productio vero vnius in alteram eſt ℞. 72. quæ eſt medialis, item aggregata quadratorum ſunt ℞. 864. & ℞. 72. quæ ſunt medialia inuicem incommenſurabilia, eſt enim proportio ℞. 864. ad ℞. 72. veluti ℞. 12. ad 1. & ita patet quod verificantur conditiones.

Circa prædicta nota tria, primum quod Campanus demonſtrat in decimo Euclidis, quod tantum eſt multiplicare ℞. 3. in ℞. 5. quantum multiplicare 3. in 5. & fit 15. deinde accipe ℞. ipſius 15. & hoc tenet in radicibus quadratis cubicis ℞. ℞. radicibus relatis & omnibus aliis. Secundum, quòd quælibet quantitas irrationalis, ſiue multiplicata ſiue diuiſa per numerum aliquem, remanet in eodem genere quantitatis irrationalis, ac ſi non eſſet multiplicata aut diuiſa. Vnde ſi multiplicauerimus ℞. v. ℞. 216. p̄. 12. p̄. l. ℞. v. ℞. 216. m̄. 12. per 3. producetur ℞. v. ℞. 17496. p̄. 108. p̄. l. ℞. v. ℞. 17496. m̄. 108. & hæc erit quantitas potens in duo medialia, & ita de reliquis. Et vniuerſaliter omnis quantitas communicans alicui quantitati irrationali eſt in eodem genere & ſpecie in quo eſt illa cui communicat, & hoc nota. Tertium notandum eſt quòd quemadmodum ex bimediali primo & ſecundo fiunt potens in rationale & mediale, & potens in duo medialia cum ſuis reſiduis, ita ex binomio fit linea maior & minor, & ita patet qualiter cum tribus geminationibus linearum per ordinem ſecundùm duas operationes fiunt ſex lineæ principales, videlicet tres primæ fiunt per ſolam additionem quæ ſunt binomium bimediale primum & bimediale ſecundum cum ſuis reciſis quæ fiunt per detractionem, deinde aſſumptis eiſdem quãtitatibus per ordinem, diuiſáque minore per æqualia & quadrata, deinde diuiſa maiore in partes producentes quadratum dimidij minoris, deinde quadratis talibus partibus vtrique eorum adiungitur quadratum dimidij minoris, & ℞. v. dictorum aggregatorum ſunt partes componentes tres quantitates ſequentes ſecundùm ſuam correſpondentiam vt hic,

	Ex binomio, linea maior & minor.
Ex bimediali primo, linea potens in rationale & mediale & ſuum reſiduum.	Ex bimediali ſecundo, linea potens in duo medialia cum ſuo reſiduo.

Eſt tamen vna modica differentia, quoniam omnes lineæ conſtituentes bimediale primum ſunt aptæ ad faciendum lineam potentem in rationale & mediale, & omnes lineæ componentes bimediale ſecundum, ſunt aptæ ad conſtituendum lineam potentem in duo medialia, ſed non omnes lineæ conſtituentes binomium poſſunt conſtituere lineam maiorem, ſed requiritur quòd maior pars ſit potentior minore quadrato incommenſurabilis longiori in longitudine vt declarauimus in conſtitutione lineæ maioris & minoris: & ita ſolùm quantitates conſtituentes quartum, quin-

tum,

tum, & ſextum binomium, quæ ſunt tres vltimæ ſpecies binomiorum ſunt aptæ ad conſtituendum lineam maiorem & minorem, primæ autem tres ſpecies binomiorum non ſunt aptæ ad hoc.

Eſt etiam quoddam genus quantitatum ſimile prædictis, & non eſt de iis, ſed æquiualet numero, vel ℞. 51. Si igitur volueris inuenire aliquod binomium, cuius ℞. v. ſi addatur ℞. v. ſui reciſi vel minuatur faciat numerum; ſcias quod hoc eſt poſſibile. Si igitur vis quòd addendo proueniat numerus, cape numerum quadratum & eius cape dimidium & ab eo minue 1. & hoc eſt prima pars binomij. Deinde quadra hanc partem, & ab ea minue 1. & reſidui accipe ℞. & hæc eſt ſecunda pars. Si autem volueris vt minuendo radicem reſidui à radice binomij proueniat numerus, tunc cape numerum quadratum, & eius dimidio adde 1. & hæc eſt prima pars. Deinde quadra ipſum, & ab eo minue 1. & reſidui cape ℞. & hæc eſt ſecunda pars.

Exemplum primi, volo duas ℞. v. binomij & ſui reciſi, quæ faciant numerum, capio 16. quadratum, diuido per æqualia fit 8. detraho 1. remanet 7. prima pars. Qua-

℞. v. 7. p̃. ℞. 48. p̃. ℞. v. 7. m̃. ℞. 48.	4.
℞. v. 3. p̃. ℞. 8. m̃. ℞. v. 3. m̃. ℞. 8.	2.

dro 7. fit 49. detraho 1. fit 48. & ℞. 48. eſt ſecunda pars. Igitur ℞. v. 7. p̃. ℞. 48. p̃. ℞. v. 7. m̃. ℞. 48. eſt numerus & eſt 4. Et ſimiliter volo reſiduum ℞. v. quod ſit numerus, capio 4. numerum quadratum, diuido per æqualia fit 2. addo 1. fit 3. & hæc eſt prima pars, quadro 3. fit 9. detraho 1. remanet 8. & ℞. 8. eſt ſecunda pars, igitur ℞. v. 3. p̃. ℞. 8. m̃. ℞. v. 3. m̃. ℞. 8. facit numerum qui eſt 2. Probatio ſumitur ex modo adiungendi & detrahendi dictas ℞. v. & ideo patet ex hoc quod duæ quantitates tales, quæ habent rationem binomij & reciſi poſſunt eſſe numerus verè, & eadem ratio tenet in cubicis ſed probatio eſt difficilior, & regula hæc tenet etiam in aliis & eſt quod quotieſcunque duplum ℞. differentiæ quadratorum partium binomij vel reciſi additum duplo primæ partis, vel diminutum ab eo conſtituit numerum quadratum, tunc verificatur quòd tale binomium vtile, vel reciſum vtile æquiualet numero vero &

℞. v. 6. p̃. ℞. 35. p̃. ℞. v. 6. m̃. ℞. 35.	℞. 14.
℞. v. 8. p̃. ℞. 63. m̃. ℞. v. 8. m̃. ℞. 63.	℞. 14.

ex hoc inuenimus binomium vtile vel reciſum vtile, quod erit ℞. 14. ponendo loco quadrati aſſumpti numerum 14. habebis pro binomio æquiualente & reciſo, vt vides.

Capvt III.

De cognoſcendis ſex ſpeciebus Binomiorum & Reciſorum.

Cvm Binomium ſit omnis quantitas compoſita ex duabus quantitatibus, quarũ vna eſt ℞. alia numerus vel ambæ radices; diuiditur autem Binomium in ſex ſpecies, hoc modo, aut enim quadratum maioris partis excedit quadratum minoris, in numero cuius ℞. eſt commenſurabilis maiori parti, & ſit Binomium primum, ſecundum, vel tertium; vel talis ℞. exceſſus eſt incommenſurabilis maiori parti, & tunc ſit Binomium quartum, quintum, vel ſextum.

Quod ſi ℞. exceſſus eſt commenſurabilis parti maiori, & maior pars ſit numerus, & minor ℞. tunc eſt Binomium primum, vt in exemplo.

Binomium primum,	Reſiduum primum,
3. p̃. ℞. 5.	3. m̃. ℞. 5.

Conſtat enim quòd quadratum maioris partis, quod eſt 9. excedit quadratum minoris partis quod eſt 5. in 4. cuius ℞. eſt 2. commenſurabilis cum 3. maiore parte, & quia 3. maior pars eſt numerus, ideo erit Binomium primum: quare & 3. m̃. ℞. 5. erit reciſum primum, quia conſtat ex eiſdem.

Si verò ℞. exceſſus eſt commenſurabilis maiori parti, & maior pars eſt ℞. & minor numerus, erit Binomium ſecundum veluti,

Binomium ſecundũ,	Reſiduum ſecundũ,
℞. 12. p̃. 3.	℞. 12. m̃. 3.

Conſtat enim quòd 12. quod eſt quadratum maioris excedit 9. quadratum minoris in 3. cuius ℞. eſt commenſurabilis, ℞. 12. quæ eſt maior pars, quia ℞. 3. eſt dimidium ℞. 12. cùm igitur ℞. 12. ſit ℞. & 3. pars minor ſit numerus, erit ℞. 12. p̃. 3. binomium ſecundum, & ℞. 12. m̃. 3. reſiduum ſecundum.

Si verò ℞. exceſſus ſit commenſurabilis maiori parti, & vtraque pars ſit ℞. tunc eſt binomium tertium veluti,

Binomium tertium,	Reſiduum tertium,
℞. 18. p̃. ℞. 10.	℞. 18. m̃. ℞. 10.

Conſtat enim quòd 18. quod eſt quadratum primæ partis, excedit 10. quadratũ ſecundæ partis in 8. cuius ℞. eſt commenſurabilis ℞. 18. vt apparebit in notando & quia tam ℞. 18. quàm ℞. 8. ſunt ℞. non numeri, conſtat ℞. 18. p̃. ℞. 10. eſſe binomium tertium, & ℞. 18. m̃. ℞. 10. reciſum tertium cum componatur ex eiſdem.

Si verò ℞. exceſſus eſt incommenſurabilis maiori parti, & maior pars ſit numerus & minor ℞. erit binomium quartum veluti,

Binomium quartum,	Reciſum quartum,
3. p̃. ℞. 2.	3. m̃. ℞. 2.

Conſtat enim quód quadratum 3. maioris partis excedit 2. quadratum minoris in 7. cuius ℞. eſt incommenſurabilis 3. igitur cum maior pars quæ eſt 3. ſit numerus, & minor ℞. conſtat eſſe binomium quartum,

 quare

quare & 3. m̄. ℞. 2. erit reſiduum quartum.

Si verò ℞. exceſſus eſt incommenſurabilis maiori parti binomij vel reciſi, & maior pars eſt ℞. & minor numerus erit binomium vel reciſum quintum, veluti,

Binomium quintum,	Reciſum quintum,
℞. 11. p̄. 2.	℞. 11. m̄. 2.

Conſtat enim quòd quadratum ℞. 11. maioris partis quod eſt 11. excedit 4. quadratum minoris partis in 7. cuius ℞. eſt incommenſurabilis ℞. 11. & quia ℞. 11. eſt ℞. & 2. eſt numerus, conſtat ℞. 11. p̄. 2. eſſe Binomium quintum & ℞. 11. m̄. 2. reciſum quintum.

Si verò ℞. exceſſus quadrati maioris partis ſuper quadratum minoris partis eſt inincommenſurabilis maiori parti & vtraque pars eſt ℞. erit binomium vel reciſum ſextum veluti,

Binomium ſextum,	Reciſum ſextum,
℞. 7. p̄. ℞. 3.	℞. 7. m̄. ℞. 3.

Conſtat enim quòd quadratum maioris partis, quod eſt, 7. excedit quadratum minoris, quod eſt 3. in 4. cuius ℞. eſt 2. dato quod ſit numerus, eſt tamen incommenſurabilis ℞. 7. quod eſt maior pars, & quia ℞. 7. & ℞. 3. vtraque ſunt ℞. & non numeri, ideo erit ℞. 7. p̄. ℞. 3. binomium ſextum, & ℞. 7. m̄. ℞. 3. erit reciſum.

Nota igitur quòd præſentato binomio vel reciſo, ſi vis ſcire cuius ſpeciei ſit, quadra vtramque partem per ſe, & aufer minorem à maiore, & reſiduum multiplica in quadratum maioris. Si ſit numerus quadratus, dic quòd eſt primum vel ſecundum vel tertium binomium vel reciſum: ſi verò non producitur numerus quadratus, dic quòd eſt binomium vel reciſum quartum vel quintum vel ſextum. Quo cognito, ſi prima pars binomij vel reciſi eſt numerus, & ſecunda ℞. dic quod eſt primum ſi ſit ex primo ordine, vel quartum ſi ex ſecundo ordine: ſi verò prima pars binomij vel reciſi ſit ℞. & ſecunda numerus, dic quod eſt binomium aut reciſum ſecundum ſi ſit ex primo ordine, aut quintum ſi ex ſecundo ordine: ſi verò vtraque pars binomij vel reciſi ſit ℞. dic quòd eſt tertium ſi ex primo ordine, vel ſextum ſi ex ſecundo ordine.

Exemplum, offertur mihi binomium ℞. 7. p̄. 2. volo ſcire quod binomium ſit. Quadra ℞. 7. fit 7. quadra 2. fit 4. detrahe 4. ex 7. remanet 3. multiplica 3. in 7. fit 21. quia igitur 21. non eſt quadratus, dices quòd eſt ex ſecundo ordine, id eſt binomium quartum vel quintum, vel ſextum: deinde quia minor pars eſt numerus, & maior ℞. dices quòd eſt binomium quintum.

℞. 7. p̄. 2.	
7.	4.
3.	
21.	

Exemplum aliud, Offertur reciſum tale ℞. 12. m̄. 3. volo ſcire quod reciſum ſit quadra ℞. 12. fit 12. quadra 3. fit 9. detrahe 9. ex 12. remanet 3. multiplica 3. in 12. fit 36. & quia 36. eſt numerus quadratus,

℞. 12. m̄. 3.
12—9—3.
3.
36.

ideo dicemus quod tale reciſum eſt ex primo ordine, videlicet primum, ſecundum vel tertium, & quia minor pars eſt numerus, & & maior ℞. dicemus quòd ſit reciſum ſecundum.

Primus ordo in quo ex exceſſu quadratorum in quadratũ um maioris ſit quadratum.	Secundus ordo in quo ex exceſſu quadratorum in quadratũ maioris non ſit quadratum.
Primũ binomium vel reciſum.	Quartũ binomium vel reciſum.
Secundum binomium vel reciſũ.	Quintũ binomium vel reciſum.
Tertium binomiũ vel reciſum.	Sextum binomium vel reciſum.

In binomiis primo & quarto & ſuis reciſis, prima pars eſt numerus, ſecunda ℞.

In binomiis ſecundo & quinto & ſuis reciſis, prima pars eſt ℞. ſecunda numerus.

In binomiis tertio & ſexto & ſuis reciſis, vtraque pars eſt ℞.

Ex hoc igitur ſcimus ſubitò cognoſcere omne genus binomij vel reciſi quale ſit.

Et nota quòd ſub his ſpeciebus continentur omnes ſpecies binomiorum poſſibiles imaginari, loquendo de propriis binomiis, nam 3. p̄. ℞. ℞. 7. non eſt propriè binomium, quia non ſunt partes potentia communicantes, nec ℞. aliqua vniuerſalis eſt binomium niſi æquiualeat ligatæ, veluti ℞. v. 8. p̄. ℞. 60. eſt binomium, non in quantum ℞. v. ſed quia æquiualeat ℞. l. 5. p̄. ℞. 3. quæ eſt binomium ex ſexta ſpecie.

Capvt IV.

De modo inueniendi omnia ſex genera Binomiorum & Reciſorum.

Pro habendis autẽ 6. ſpeciebus binomiorum & reciſorum, pro primo capies numerum quadratum qui ſit 9. & diuide eum in duos numeros, quorum alter ſit quadratus alter non. Tales ſunt 4. & 5. vel 1. & 8. componunt enim 9. & vnus eſt quadratus alter non. Capies ℞. 9. quæ eſt 3. & ℞. partis non quadratæ, quæ ſit ℞. 5. dices igitur quòd 3. p̄. ℞. 5. eſt binomium primum, & 3. m̄. ℞. 5. reciſum primum.

Pro ſecundo cape numerum quadratum qui ſit 4. aufer vnitatem fit 3. multiplica 3. in ſe fit 9. multiplica 3. in 4. fit 12. & ℞. horum quadratorum quæ ſunt ℞. 12. & 3. producunt binomium ſecundum & reciſum ſecundum, erit igitur binomium ſecundum ℞. 12. p̄. 3. & reciſum ſecundũ ℞. 12. m̄. 3. & ita ſi accepiſſes 9. numerũ quadratum detractâ vnitate remanet 8. multiplica 8. in 9. fit 72. multiplica 8. in ſe fit 64. & ℞. 72. p̄. 8. eſt binomium ſecundũ & ℞. 72. m̄. 8. eſt reciſum ſecundũ.

4—	1—	3.
3.		3.
12.		9.
℞. 12.		3.
9—	—	8.
8.		8.
72.		64.
℞. 72.		8.

Pro

Pro tertio binomio cape numerum quadratum, qui ſit 9. & diuide eum in numerum non quadratum & numerum quadratum qui ſint 4. & 5. Deinde cape numerum primum qui ſit 7. & eum multiplica in 9 qui fuit totum fit 63. multiplica etiam 7. in partem quæ non eſt numerus quadratus & eſt 5. fit 35. & ℞. 63. cum ℞. 35. cōſtituunt binomium & reciſum tertium.

9.	5.	4.
7.	7.	
63.	35.	
℞. 63.	℞. 35.	

Erit igitur binomium tertium ℞. 63. p̄. ℞. 35. & reciſum tertium ℞. 63. m̄. ℞. 35.

Pro quarto binomio cape numerum quadratum qui ſit 9. diuide eum in duos non quadratos qui ſint 7. & 2. deinde cape ℞. totius & eſt 3. & alterius partis puta 2. quæ eſt ℞ 2. Igitur binomium quartum eſt 3. m̄. ℞. 2.

Pro quinto binomio cape numerum quadratum & ei adde portionem ad quam ſe habeat totum ſicut numerus quadratus ad aliquem non quadratum hoc modo. Veluti capio 9. quadratum, hic ad 3. habet proportionem triplam, ab hac ſemper auffero 1. pro regula fit dupla. Capio igitur 16. numerum quadratum, & capio 8. ad quem 16. habet proportionem duplam, & addo 8. ad 16. fit 24. & ℞. 24. cum ℞. 16. faciunt binomium & reciſum quintū. Erit igitur binomium quintum ℞. 24. p̄. 4. & reciſum quintum ℞. 24. m̄. 4.

16.	9.
2.	3.
8.	3.
16.	1.
8.	2.
24.	16.
℞ 24.	4.

Pro binomio ſexto cape numerum quadratum, qui ſit 9. & eum diuide in duos non quadratos, qui ſint 7. & 2. Deinde cape numerum primum qui ſit puta 5. & eum multiplica in 9. quod eſt totum fit 45. & in alteram partem puta 2. fit 10. & ℞. horum productorum componunt binomium & reciſum ſextum, videlicet ℞. 45. & ℞. 10. erit igitur binomium ſextum ℞. 45. p̄. ℞. 10. & reciſum ſextum ℞. 45. m̄. ℞. 10.

Nota quòd ſunt etiam alij modi inueniendi binomia & reciſa, ſed hi ſunt faciliores, vniuerſaliores & Euclidi magis conformes, nam quod poteſt fieri per pauciora non debet fieri per plura.

Caput V.

De comparatione Binomiorum & Reciſorum ad alias 12. quantitates.

Et pòſt comparauit Euclides 12. genera quantitatum ad 12. ſpecies quátitatum, & inuenit quòd genera erant ℞. ſpecierum & ſpecies erant quadrata generum, ita quòd quadratum binomij in generali erat binomium primum & quadratum reciſi in generali erat reciſum primum, & ita per contrarium ℞. binomij primi erat aliquod binomium, & ℞. reciſi primi erat aliquod reciſum, & ita quadratum bimedialis primi erat binomium ſecundum, & quadratum reſidui medialis primi erat reciſum ſecundum, & per contrarium ℞. binomij ſecundi erat bimediale primum & ℞. reciſi ſecundi erat reſiduum mediale ſecundum, & ita poſui exempla omnium quorum operatio eſt per 162^{am} quæſtionem libri practicæ.

Binomium primum 4. p̄. ℞. 7. eius ℞. eſt binomium hoc ℞. $3\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $\frac{1}{2}$ vel ℞. v. 4. p̄. ℞. 7. & æquiualent hæ duæ ℞. v. cum ligata.

Reciſum primum 4. m̄. ℞. 7. eius ℞. eſt reciſum hoc ℞. $3\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $\frac{1}{2}$ vel ℞. v. 4. m̄. ℞. 7. & æquiualent.

Binomium ſecundum, ℞. 72. p̄. 8. eius ℞. eſt bimediale primum hoc ℞. v. ℞. 18. p̄. ℞. 2. p̄. l. ℞. v. ℞. 18. m̄. ℞. 2. ſed ℞. 18. p̄. ℞. 2. æquiualet ℞. 32. & ℞. 18. m̄. ℞. 2. æquiualet ℞. 8. igitur ℞. v. ℞. 18. p̄. ℞. 2. p̄. l. ℞. v. ℞. 18. m̄. ℞. 2. ſunt ℞. ℞. 32. p̄. ℞. ℞. 8. &. hoc bimediale primum eſt ℞. v. ℞. 72. p̄. 8. & æquiualet ℞. v. ℞. 72. p̄. 8.

Reciſum ſecundum ℞. 72. m̄. 8. eius ℞. eſt bimediale primum ℞. ℞. 32. m̄. ℞. ℞. 8. vel ℞. v. ℞. 72. m̄. 8. & æquiualent.

Binomium tertium eſt ℞. 18. p̄. ℞. 10. eius ℞. eſt bimediale ſecundum ℞. v. ℞. $4\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 2. p̄. l. ℞. v. $4\frac{1}{2}$ m̄. ℞. 2. æquiualet ℞. $\frac{1}{2}$ igitur ℞. v. ℞. $4\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 2. p̄. l. ℞. v. ℞. $4\frac{1}{2}$ m̄. ℞. 2. æquiualet ℞. ℞. $12\frac{1}{2}$ p̄. ℞. ℞. $\frac{1}{2}$ & hoc bimediale ſecundum eſt ℞. ℞. 18. p̄. ℞. 10. & æquiualet ℞. v. ℞. 18. p̄. ℞. 10.

Reciſum tertium eſt ℞. 18. m̄. ℞. 10. eius ℞. eſt bimediale ſecundum, & eſt ℞. ℞. $12\frac{1}{2}$ p̄. ℞. ℞. $\frac{1}{2}$ vel ℞. v. ℞. 18. m̄. ℞. 10. & æquiualent.

Binomium quartum eſt 3. p̄. ℞. 2. eius ℞. eſt linea maior hæc ℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{3}{4}$ p̄. l. ℞. v. $1\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $1\frac{3}{4}$ hæc enim quantitas æquiualet ℞. v. 3. p̄. ℞. 2. & habet conditiones lineæ maioris.

Reciſum quartum eſt 3. m̄. ℞. 2. eius ℞. eſt linea minor hæc ℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{3}{4}$ m̄. l. ℞. v. $1\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $1\frac{3}{4}$ vel ℞. v. 3. m̄. ℞. 2. & æquiualent.

Binomium quintum eſt ℞. 24. p̄. 4. eius ℞. eſt linea potens in rationale & mediale & eſt ℞. v. ℞. 6. p̄. ℞. 2. p̄. l. ℞. v. ℞. 6. m̄. ℞. 2. vel ℞. v. 3. m̄. ℞. 2. & æquiualent, nam ex ℞. v. ℞. 6. p̄. ℞. 2. p̄. l. ℞. v. ℞. 6. m̄. ℞. 2. in ſe multiplicata producitur ℞. 24. p̄. 4. & habet conditiones quantitatis potentis in rationale & mediale.

Reciſum quintum eſt per exemplum ℞. 24. m̄. 4. eius ℞. eſt quantitas quæ cum rationali componit mediale & eſt ℞. v. ℞. 6. p̄. ℞. 2. m̄. l. ℞. v. ℞. 6. m̄. ℞. 2. vel ℞. v. ℞. 24. m̄. 4. & æquiualent.

Binomium ſextum fuit in exemplo ℞. 7. p̄. ℞. 3. eius ℞. eſt quantitas quæ cum mediali componit totum mediale, & eſt ℞. v. ℞. $1\frac{1}{4}$ p̄. 1. p̄. l. ℞. v. ℞. $1\frac{1}{4}$ m̄. 1. vel ℞. v. ℞. 7. p̄. ℞. 3. & æquiualent. Habent

enim

enim ℞. v. ℞. 1¼ p̄. 1. p̄. l. ℞. v. ℞. 1¼ m̄. 1. conditiones quantitatis potentis in duo medialia, & eius quadratum eſt ℞. 7. p̄. ℞. 3.

Reciſum ſextum fuit ℞. 7. m̄. ℞. 3. eius ℞. eſt quantitas, quæ cum mediali componit totum mediale, & eſt ℞. v. ℞. 1¼ p̄. 1. m̄. l. ℞. v. ℞. 1¼ m̄. 1. vel ℞. v. ℞. 7. m̄. ℞. 3. & æquiualent.

Et vt ſit exemplum vnum in omnibus extrahendi radicem quamquam in centeſima ſexageſima ſecunda quæſtione dederimus modum, tamen iterare propter difficultatem non pigebit, & ſit vt velim accipere ℞. binomij ſexti, & fuit ℞. 7. p̄. ℞. 3. Di-

℞. 7. p̄. ℞. 3.	
℞. 4.	℞. 4.
℞. 1¼	℞. ¼
1¼ ℞. 1¼ m̄. 1.	
¼	
1.	
℞. 1. & eſt 1.	

uido ℞. 3. per æqualia & eſt minor quantitas, & eſt diuidere per ℞. 4. exit ℞. ¼. Quadro ℞. ¼ fit ¼. Diuido ℞. 7. in duas partes ex quarum multiplicatione fiat ¼. Diuido ℞. 7. per æqualia & eſt diuidere per per ℞. 4. exit ℞. 1¾. Quadra fit 1¾. Detrahe ¼ quadratum dimidij minoris partis, remanet 1. accipe ℞. 1. quæ eſt 1. detrahe & adde ex ℞. 1¼ fit ℞. 1¼ p̄. 1. & ℞. 1¼ m̄. 1. Harum igitur partium ℞. v. ſunt partes quæſitæ videlicet ℞. v. ℞. 1¼ p̄. 1. & ℞. v. ℞. 1¼ m̄. 1. & hæ iunctæ componunt quantitatem potentem in duo medialia & ſunt ℞. v. ℞. 7. p̄. ℞. 3. Quod autem multiplicata hæc ℞. in ſe producat ℞. 7. p̄. ℞. 3. Item quod quadrata partium faciant mediale, & ſimiliter quod ex multiplicatione vnius in alteram fiat mediale incommenſurabile mediali quod fit ex aggregatione quadratorum partium, habebis in tribus exemplis. In primo eſt multiplicatio partium in ſe & aggregatio: in ſecundo multiplicatio vnius partis in alteram: in tertio aggregatio productorum quadratorum & dupli producti vnius partis in alteram, ex qua aggregatione fit quadratum totius per quartam ſecundi Elementorum, ſiue per regulam quinquageſimam tertiam capituli quadrageſimi ſecundi.

Prima operatio multiplicationis partium in ſe,

Prima pars,	Secunda pars.
℞. v. ℞. 1¼ p̄. 1	℞. v. ℞. 1¼ m̄. 1.
℞. v. ℞. 1¼ p̄. 1	℞. v. ℞. 1¼ m̄. 1.
℞. 1¼ p̄. 1.	℞. 1¼ m̄. 1.
Quadratum primæ partis.	Quadratum ſecundæ partis.

℞. 1¼ p̄. 1.
℞. 1¼ m̄ 1.

Aggregatum quadratorum ℞. 7.

Secunda operatio multiplicationis partium vnius in alteram,

Prima pars,	℞. v. ℞. 1¼ p̄. 1.
Secunda pars,	℞. v. ℞. 1¼ m̄. 1.
Quadratum primæ partis,	℞. 1¼ p̄. 1.
Quadratū ſecundæ partis,	℞. 1¼ m̄. 1.
Productum quadratorum inuicem,	¼
Productum partium inuicem,	℞. ¼
Duplum producti partium inuicē,	℞. 3.

Tertia operatio,

Aggregatum quadratorum,	℞. 7.
Duplum producti partium inuicem,	℞. 3.

Quadratum totius quod eſt aggregatum, ℞. 7. p̄. ℞. 3.

℞. v. ℞. 1¼ p̄. 1. p̄. l. ℞. v. ℞. 1¼ m̄. 1.
℞. v. ℞. 1¼ p̄. 1. p̄. l. ℞. v. ℞. 1¼ m̄. 1.

Productum, ℞. 7. p̄. ℞. 3.

Circa hoc nota quòd aliud eſt dicere mediale, aliud eſt linea medialis, nam mediale eſt ℞. numeri vt ℞. 5. eſt mediale ſiue ſuperficies medialis, ſed ℞. ℞. 5. linea medialis, nam dicitur linea medialis eò quòd eſt ℞. quantitatis medialis, quæ eſt ℞. numeri, concludo igitur quòd cùm dico mediale loquendo de producente, intelligo ℞. ℞. alicuius numeri: Cùm autem dico mediale loquendo de producto intelligo ℞. numeri tantùm, & ita caue ne decipiaris in æquiuocatione nominum.

Capvt VI.

De multiplicatione omnium radicum multinomiarum & etiam diuerſorum generum.

PRo multiplicandis radicibus vniuerſalibus quoniam de eis ſermo inciderat & quoniam de quadratis in ſuo capitulo diximus, & etiam in præcedenti capitulo, dicam tamen vnum exemplum vtile: volo multiplicare ℞. v. 7. p̄. ℞. 4. p̄. l. ℞. v. 8. m̄. ℞. 16. in ℞. v. 13. p̄. ℞. 9. m̄. l. ℞. v. 5. m̄. 1. diſpone vt vides vnam ſub alia, deinde quadra partes ſeorſum auferendo ℞. v. ab omnibus, & ſi eſſet vna pars ℞. l. tunc

℞. v. 7. p̄. ℞. 4. p̄. l. v. ℞. 8. m̄. ℞. 16,
℞. v. 13. p̄. ℞. 9. m̄. l. v. ℞. 5. m̄. 1.

7. p̄. ℞. 4.	p̄. l. 8. m̄. ℞. 16.
13. p̄. ℞. 9.	m̄. l. 5. m̄. 1.
91. p̄. ℞. 36. p̄.	p̄. l. 104. m̄. ℞. 144.
℞. 676. p̄. ℞. 441.	p̄. ℞. 576. m̄. ℞. 2704.
m̄. l. 35. p̄. ℞. 100.	m̄. l. 40. m̄. ℞. 400.
m̄. 3. m̄. ℞. 4	m̄. 8. p̄. ℞. 16.

Productum,

℞. v. 19. p̄. ℞. 36. p̄. ℞. 676. p̄. ℞. 441. p̄. l. ℞. v. 104. m̄. ℞. 144. m̄. ℞. 2704 p̄. ℞. 576 m̄. l. ℞. v. 35. p̄. ℞. 100. m̄ ℞. 4. m̄. 7. m̄. l. ℞. v. 40. m̄. ℞. 400. m̄. 8. p̄. ℞. 16.

quadrates eam per modum ℞. l. fient igitur duæ ℞. l. quarum quælibet illarum continebit

tinebit duas ℞. ligatas, & ita productum eſt vt vides, nam prima ℞. v. l. fuit 5. ſecunda autem 2. ex vna in aliam fit 10. nam prima ℞. v. producta eſt 12. ſecunda 8. p̄. quod eſt 20. tertia eſt 6. m̄. & quarta 4. m̄. quæ iuncta faciunt 10. m̄. quod additum ad 20. facit 10. & tantum eſt productum.

Circa hoc nota quod plurimum differt dicere ℞. v. ℞. 5. p̄. ℞. 4. & ℞. v. 5. p̄. ℞. 4. nam ℞. v. 5. p̄ ℞. 4. eſt ℞. 7. & eſt vt accipias ℞. 4. quæ eſt 2. & eam addas ad 5. fit 7. cuius ℞. v. eſt ℞. 7. ſed ℞. v. ℞. 5. p̄. ℞. 4. eſt vt accipias ℞. 4. quæ eſt 2. & eam addas ℞. 5. quæ eſt ℞. 5. fit ℞. 5. p̄. 2. & huius capias ℞. v. quæ eſt ℞. v. ℞. 5. p̄. 2. quare prima eſt ℞. 7. & hæc eſt ℞. v. 2. p̄. ℞. 5. & ita ℞. v. ℞. 9. p̄. ℞. 169. eſt 4. vt vides, ſed ℞. v. 9. p̄. ℞. 169. eſt ℞. 22. quæ eſt longè maior & plurimum differt à 4. quare nota bene.

Multiplica ℞. v. cu. 18. p̄. ℞. 315. in ſe, tu vides quòd eſt ℞. cu. v. Cuba igitur eam fit 18. p̄. ℞. 315. deinde multiplica 18. p̄. ℞. 315. in ſe fit 639. p̄. ℞. 408240. Huius igitur binomij ℞. cu. v. eſt productum. Igitur ducta ℞. v. cu. 18. p̄. ℞. 315. in ſe fit ℞. cu. v. 639. p̄. ℞. 408240. Et ſimiliter multiplica ℞. v. cu. 10. p̄. ℞. 3. in ℞. v. cu. 5. p̄. ℞. 7. cuba vtramque ſeorſum auferendo ℞. v. cu. remanebunt cubi partium 10. p̄. ℞. 3. & 5. p̄. ℞. 7. duc 10. p̄. ℞. 3. in 5. p̄. ℞. 7. fit 50. p̄. ℞. 700. p̄. ℞. 75. p̄. ℞. 21. Huius quadrinomij ℞. cu. v. eſt productum, videlicet ℞. cu. v. 50. p̄. ℞. 700. p̄. ℞. 75. p̄. ℞. 21. & ſimiliter volo multiplicare ℞. v. cu. ℞. 5. p̄ ℞. cu. 7. in ℞. v. cu. ℞. cu. 10. m̄. ℞. 2. Cuba primò vtramque partem, & fiunt ℞. 5. p̄. ℞. 7. & ℞. cu. 10. m̄. ℞. 2. Deinde multiplica in crucem has partes vt vides cubando quadratas & quadrando cubas, habebis productum ℞. cu. ℞. 12500.

℞. v. cu. ℞. 5. p̄. ℞. cu. 7.
℞. v. cu. ℞. cu. 10. m̄. ℞. 2.

℞. 5. p̄. ℞. cu. 7.
℞. cu. 10. m̄. ℞. 2.

℞. cu. ℞. 12500. p̄. ℞. cu. 70.
m̄. ℞. 10. m̄. ℞. cu. ℞. 392.

p̄. ℞. cu. 70. m̄. ℞. 10. m̄. ℞. cu. ℞. 392. Huius igitur ℞. v. cu. eſt productum, videlicet ℞. cu. v. ℞. cu. ℞. 12500. p̄. ℞. cu. 70. m̄ ℞. 10. m̄. ℞. cu. ℞. 392. nam generale præceptum eſt, Cùm multiplicas ℞. in ℞. cu. debes quadrare ℞. cu. & cubare ℞. deinde multiplicare inuicem, & producti ℞. cu. ℞. eſt, productum. Et ſi radices multiplicandæ ſint ambæ quadratæ, vel ambæ cubæ, ſufficit multiplicare vnam in aliam, & producti ℞. cu. vel ℞. ſimplex, prout fuere partes multiplicatæ, eſt quæſitum.

Multiplica ℞. v. cu. 10. p̄. ℞. 5. p̄. l. ℞. v. 7. p̄. ℞. cu. 10. in ℞. v. 10. p̄. ℞. cu. 3. m̄. l. ℞. v. cu. 5. p̄. ℞. cu. 4. appoſui hanc multiplicationem vt intelligeres modum cuiuſlibet mixtionis, & hoc componitur ex exemplo primo & quarto, diſpone vt vides, deinde conſidera quòd ſunt quatuor partes, quarum duæ ſunt ℞. cu. v. & duæ ℞. v. tantum. Cuba igitur ℞. v. cu. & quadra ℞. v. ſimplices, & habebis quod vides in prima multiplicatione, deinde quadra cubas & cuba quadratas, & habebis 105. p̄. ℞. 2000. p̄. l. 353. p̄. ℞. cu. 3176523. p̄. ℞. cu. 926100. & ex alia parte 1003. p̄. ℞. cu. 81000000. p̄. ℞. cu. 243000. m̄. l. 25. p̄. ℞. cu. 4000. p̄. ℞. cu. 16.

℞. v. cu. 10. p̄. ℞. 5. p̄. l. ℞. v. 7. p̄. ℞. cu. 10.
℞. v. 10. p̄. ℞. cu. 3. m̄. l. ℞. v. cu. 5. p̄. ℞. cu. 4.

10. p̄. ℞. 5. p̄. l. 7. p̄. ℞. cu. 10.
10. p̄. ℞. cu. 3. m̄. l. 5. p̄. ℞. cu. 4.

105. p̄. ℞. 2000. p̄. l. 353. p̄. ℞. cu. 3176523. p̄. ℞. cu. 926100.
1003. p̄. ℞. cu. 81000000. p̄. ℞. cu. 243000. m̄. l. 25. p̄. ℞. cu. 4000. p̄. ℞. cu. 16.

Hæc duo multinomia ligata ſi inuicem multiplicaueris, habebis quadrinomium ex quatuor ligatis numeris, quorum ℞. v. cu. ℞. eſt productum. Erunt igitur quatuor ℞. v. cu. ℞. inuicem ligatæ quarum duæ erunt per p̄. & aliæ duæ per m̄. Conſtabit autem prima pars quadrinomij ex 6. numeris per p̄. & ſecunda pars ex 9. numeris per p̄. & tertia pars ex 6. numeris per m̄. & quarta pars ex 9. numeris per m̄.

CAPVT VII.

De diuiſione per multinomia.

DIVIDE 10. per ℞. v. cu. ℞. 4900. m̄. 6. m̄. ℞. v. cu. ℞. 100. m̄. 2. Dico quòd debes quadrare vtramque partem, & multiplicare vnam in aliam, & habebis trinomium ℞. v. cu. ℞. 24010000. p̄. 36. m̄. ℞. 705600. p̄. ℞. v. cu. ℞. 10000. p̄. 4. m̄. ℞. 1600. p̄. ℞. v. cu. ℞. 490000. p̄. 12. m̄. ℞. 19600. m̄. ℞. 3600. Hoc multiplica in 10. cubando 10. fit 1000. & fiet quadrando 1000. pro radicibus numerus diuidendus ℞. v. cu. ℞. 2401000000000. p̄. 36000. m̄. ℞. 705600000000. p̄. ℞. v. cu. ℞. 10000000000. p̄. 4000. m̄. ℞. 1600000000. p̄. ℞. v. cu. ℞. 490000000. p̄. 12000. m̄. ℞. 19600000000. m̄. ℞. 3600000000. huius diuiſor eſt quod producitur ex cubis partium detractis altera ab altera, & eſt ℞. 4900. m̄. 6. m̄. ℞. 100. m̄. 2. quod eſt ℞. 4900. m̄. ℞. 100. m̄. 4. Si igitur diuidatur tale productum, per hoc trinomium habebis intentum. Si verò partes ſint æquales, veluti ℞. v. cu. ℞. 306¼ p̄. 9½ m̄. ℞. v. cu. ℞. 306¼ m̄. 9½. Tunc ſufficit prima operatio dicta & diuiſor eſt 19. vt patet.

Nota etiam quòd reciſum cuiuſlibet binomij & binomium cuiuſlibet reciſi non ſolùm fit per partes conſimiles permutando p̄. in m̄. ſed per omnes partes proportionatas

tas

tas facta dicta permutatione, veluti dicendo 40. p̄. ℞. 1500. ſuum reciſum non ſolùm eſt 40. m̄. ℞. 1500. ſed 4. p̄. ℞. 15. nam

40. p̄. ℞. 1500.
40. m̄. ℞. 1500.
100.
40. p̄. ℞. 1500.
4. m̄. ℞. 15.
10.
40. p̄. ℞. 1500.
10. m̄ ℞. $93\frac{1}{4}$
25.
40. m̄. ℞. 1500.
100. p̄. ℞. 9375.

proportio 40. ad 4. eſt veluti 1000. ad 100. & ſimiliter 10 m̄. ℞. $93\frac{1}{4}$ eſt ſuum reciſum, quia talis eſt proportio 40. ad 10. veluti ℞. 1500. ad ℞. $93\frac{1}{4}$ nam vbique quadrupla.

Pro ſciendo productum in omnibus inuento producto primi reciſi & proprij multiplica ipſum per numerum qui prouenit diuiſo numero inuento per numerum primum, quod fit eſt numerus prouentus. Exemplum, numerus prouentus reciſi proprij de 40. p̄. ℞. 1500. in 40. m̄. ℞. 1500. eſt 100. Si igitur vis ſcire prouentum de 40. p̄. ℞ 1500. in 4. m̄. ℞. 15. Diuide 4. per 40. exit $\frac{1}{10}$ multiplica $\frac{1}{10}$ per 100. fit 10. & 10. eſt productum. Similiter ſi volo ſcire productum de 40. p̄. ℞. 1500. in 10. m̄. ℞. $93\frac{1}{4}$, diuido 10. per 40. exiit $\frac{1}{4}$, multiplico $\frac{1}{4}$ in 100. fit 25. productum quæſitum. Similiter ſi volo productum de 40. m̄. ℞. 1500. in 100. p̄. ℞. 9375. quorum proportio numeri ad numerum eſt dupla ſexquialtera, eſt veluti ℞. ad ℞. diuido 100. numerum binomij nouiter inuenti per 40. numerum reciſi propoſiti primo & exit $2\frac{1}{2}$. Multiplico $2\frac{1}{2}$ in 100. numerum productum ex reciſo in ſuum binomium (qui numerus inuenitur per primam proprietatem 15. capituli) & fit 250. productum ex 40. m̄. ℞. 1500. in 100. p̄. ℞. 9375. & hæc regula plurimum valet.

Capvt VIII.

De cubandis Binomiis & Reciſis.

PRo cubandis binomiis & ſuis reciſis cum facilitate ita facies. Quadra vnam partem binomij vel reciſi, & tripla eam, deinde quadra aliam partem, & adde triplato dicto & hoc multiplica in partem quam quadraſti & non multiplicaſti per 3. Idem fac de alia parte, & habebis productum binomij vel reciſi cubati. Exemplum, volo cubare ℞. 10. m̄. 2. Quadra ℞. 10. fit 10. tripla, fit 30. Adde quadratum alterius partis quod eſt 4. fit 34. ſuppone ad 2. cuius quadratum non triplaſti, & ſimiliter quadra 2. fit 4. tripla fit 12. adde quadratum ℞. 10. quod eſt 10. fit 22. ſuppone 22. ad ℞. 10. cuius quadratum non triplaſti, multiplica numeros inferiores in ſuperiores, quadrando ℞. vt docui in capitulo ſuo, habebis ℞. 4840. m̄. 68.

℞. 10. m̄. 2.	
22.	34.
℞. 4840. m̄. 68.	

Et ſimiliter volo cubare 6. p̄. ℞. 3. quadra ℞. 3. fit 3. tripla, fit 9. adde quadratum 6. quod eſt 36. fit 45. Superpone 45. ad 6. ſimiliter quadra 6. fit 36. tripla, fit 108. adde ei quadratum ℞. 3. quod eſt 3. fit 111. Quadra 111. fit 12321. ſuperpone ad 3. Deinde multiplica 6. in 45. fit 270. & hic eſt numerus: & ℞. 3. in 12321. fit ℞. 36963. & ita cubus de 6. p̄. ℞. 3. eſt 270. p̄. ℞. 36963.

6. p̄.	℞. 3.
108.	9.
3.	36.
111.	45.
12321.	6.
3.	
36963.	270.
270. p̄. ℞. 36963.	

Et ſimiliter volo cubare hoc binomium 10. p̄. ℞. cu. 3. quadra 10. fit 100. tripla fit 300. adde ei quadratum ℞. cu. 3. quod eſt ℞. cu. 9. fit 300. p̄. ℞. cu. 9. ſuppone hoc ad ℞. cu. 3. & ſimiliter quadra ℞. cu. 3. fit ℞. cu. 9. tripla, id eſt multiplica per cubum de 3. quod eſt 27. fit ℞. cu. 243. adde ei quadratum 10. quod eſt 100. habebis 100. p̄. ℞. cu. 243. hoc ſuppone ad 10. deinde multiplica inferiores cum ſuis ſuperioribus, habebis ex vna parte 1000. p̄. ℞. cu. 243000. & ex alia autem parte 3. p̄. ℞. cu. 81000000. quod eſt dicere 1003. p̄. ℞. cu. 81000000. p̄. ℞. cu. 243000. & hic eſt cubus de 10. p̄. ℞. cu. 3.

10. p̄. ℞. cu. 3.	
100. p̄. ℞. cu. 243.	300. p̄. ℞. cu. 9.
1000. p̄. ℞. cu. 243000.	3. p̄. ℞. cu. 81000000.

Capvt IX.

De cubandis trinomiis & reciſis.

QVòd ſi volueris cubare aliquod tri- 1
nomium vtpote 5. p̄. ℞. 3. m̄. ℞. 2. Regula eſt ferè eadem, duobus exceptis, primum, quòd debes triplicare quadrata duorum, & duorum ſemper & addere quadratum tertij, & tale aggregatum ponere ſub illo cuius quadratum non triplaſti vt in exemplo quadra primo 5. fit 25. quadra ℞. 3. fit 3. iunge ad 25. fit 28. tripla 28. fit 84. adde ei quadratum ℞. 2. quod eſt 2. fit 86. ſuppone 86. ad ℞. 2. cuius quadratum non

non triplaſti, & ſimiliter quadra 5. fit 25. quadra ℞. 2. fit 2. iunge cum 5. fit 27.

5. p̃. ℞. 3. m̃.	℞. 2. m̃.	℞. 60.	
40.	84.	86.	6.
200. p̃. ℞. 21168.	m̃. ℞. 14792.	m̃. ℞. 5400.	

tripla 27. fit 81. quadra ℞. 3. fit 3. adde 81. fit 84. ſuppone ad ℞. 3. cuius quadratum non triplaſti, & ſimiliter quadra ℞. 3. fit 3. quadra ℞. 2. fit 2. iunge ad 3. fit 5. tripla 5. fit 15. adde ei quadratum 5. quod eſt 25. fit 40. ſuppone ad 5. cuius quadratum non triplaſti poſtmodum quadra 5. & ℞. 3. & ℞. 2. fiunt 25. & 3. & 2. hos numeros inuicem multiplica, fiunt 150. huius ℞. eſt ℞. 150. quam pone in directo 5. & ℞. 3. & ℞. 2. & pone per m̃. ſi vna pars eſſet m̃. vt hic, & ſi eſſent duæ m̃. & vna p̃. poneres eam p̃. & ſi eſſent omnes p̃. poneres eam p̃. ita quòd m̃. & p̃. ſint ſemper paria, vel quòd non ſit niſi p̃. hoc facto huic addito ſemper ſuppone 6. pro regula, habes igitur quatuor numeros ſuperiores, & quatuor inferiores, multiplica igitur ſuperiores in inferiores quadrando ℞. & numeros quos vis multiplicare in ℞. & habebis quatuor producta, quæ iuncta ſunt cubus dicti trinomij, vt in exemplo, multiplica 40. in 5. fit 200. & ſimiliter multiplica 84. in ℞. 3. quadra 84. fit 7056. multiplica in 3. fit 21168. & ℞. 21168. ponetur p̃. quia ℞. eſt p̃. Et ſimiliter multiplica 86. in ℞. 2. quadra ℞. 2. fit 2. quadra 86. fit 7396. multiplica 7396. in 2. fit 14792. huius accipe ℞. & pone m̃. quia ℞. 2. fuit m̃. Et ſimiliter multiplica ℞. 150. in 6. quadrando vtrumque & multiplicando fiet ℞. 5400. m̃. quia ℞. 150. fuit m̃. erit igitur cubus de 5. p̃. ℞. 3. m̃. ℞. 2. hoc quadrinomium 200. p̃. ℞. 21168. m̃. ℞. 14792. m̃. ℞. 5400.

Et ita in hoc exemplo quadrando ℞. 5. & 2. & ℞. 3. habebis 5. 4. & 3. deinde iunges binos vtpote 5. & 4. fiunt 9. tri-

℞. 5. m̃.	2. p̃. ℞.	3. m̃. ℞.	60.
26.	28.	30.	6.
℞. 3380. m̃. 56.	p̃. ℞. 2700.	m̃. ℞. 2160.	

pla, fiunt 27. adde 3. fit 30. ſuppone ad ℞. 3. Similiter iunge 5. & 3. fit 8. tripla. fit 24. adde 4. fit 28. ſuppone ad ℞. 4. quod fuit 2. Similiter iunge 4. & 3. fiunt 7. tripla fit 21. adde 5. fit 26. ſuppone ad 5. Deinde multiplica 5. in 4. fit 20. & 20. in 3. fit 60. huius ℞. quæ eſt ℞. 60. pone in directo trinomij per m̃. quia ſunt duæ partes p̃. & vna m̃. habebis m̃. ℞. 60. huic ſuppone 6. pro regula, deinde ſequere multiplicationem inferiorum cum ſuperioribus in directo, habebis cubum de ℞. 5. p̃. 2. m̃. ℞. 3. eſſe ℞. 3380. m̃. 56. p̃. ℞. 2700. m̃. ℞. 2160. & hæc regula tenet in quadrinomiis & quinomiis & reliquis talibus animaduertendo diligenter, ſed quia cadunt rarò in operatione, ideò dimiſi & fui contentus exemplo vnius trinomij cubici quod poſui proportionatum propter quædam dicenda in capitulo.

Cùm autem fuerit trinomium ex partibus continuè proportionalibus, cuius vna pars ſit numerus & reliquæ duæ ſint ℞. cu. ſiue vniuerſales, ſiue ſimplices, erit cubus talis trinomij trinomium, conſtans etiam ex numero & duabus ℞. v. Pro quo habendo, ſi ſit prima pars vel tertia m̃. & reliquæ p̃. fac vt in hoc Exemplo: volo cubare 3. p̃. ℞. cu. 18. m̃. ℞. cu. 12. Cuba partes, vt vides

3. p̃. ℞. cu.	18. m̃. ℞. cu.	12.	m̃. 6.
27.	18.	12.	3.
729.		144	m̃. 18.
27.		27	6.
19683.		3888.	m̃. 108.
18.		18.	m̃. 12.
℞. cu. 354294.	p̃. ℞. cu. 69984.		m̃. 120.
			p̃. 27.
			p̃. 18.
			p̃. 45.
			m̃. 75.

Deinde quadra primam & tertiam, & habes 729. & 144. & quia tertia eſt per m̃. multiplica hæc per 27. habebis 19683. & 3888. Multiplica hæc per 18. cubum ſecundæ, habebis productum ℞. cu. 354294. p̃. ℞. cu. 69984. Pro numero autem multiplica ℞. cu. 18. in ℞. cu. 12. fit 6. m̃. quia ℞. cu. 12. eſt m̃. Hoc multiplica in 3. reliquam partem trinomij fit 18. multiplica per 6. ſemper fit 108. m̃. Adde ei 12. m̃. qui eſt cubus de ℞. cu. 12. m̃. fit 120. m̃. à quo detrahe 45. p̃. pro cubo reliquarum partium quæ ſunt p̃. relinquitur 75. m̃. Eſt igitur cubus dicti trinomij ℞. cu. 354294. p̃. ℞. cu. 68184. m̃. 75.

Cùm verò omnes partes fuerint per p̃. tunc numeros quos detraxiſti iunges vt in exemplo priore detraxiſti 45. ex 120. & & remanſerunt 75. addes igitur 45. ad 120. & habebis 165. pro numero: at pro ℞. facta cubatione partium, quadra cubum ſecundæ & tertiæ, & productum multiplica per cubum primæ; deinde per 216. & ita rediges ad quatuor radices ſumptis prioribus, quas rediges ad duas per ſuam regulam. Vt in exemplo priore quadra 18. & 12. fiunt 324. & 144. multiplica per 27. cubum primæ, fit 8748. & 3888. multiplica per 216. fit 1889568. & 839808. Habes igitur cubum de 3. p̃. ℞. cu. 18. p̃. ℞. cu. 12. fore ℞. cu. 1889568. p̃. ℞. cu. 839808. p̃. ℞. cu. 354294. p̃. ℞. cu. 69984. p̃. 165. & quia vt dixi ℞. cubicæ ſemper ſunt duæ tantùm, ideò redigam has quatuor ad duas, diuidendo 1889568. per 69984. exit 27. & diuidendo 839808. per 354294. exit $2\frac{1}{2}$ ℞. cuba 27. eſt 3. adde 1. fit 4. cuba fit 64. multiplica in 69984.

 fit

fit 4478976. & ℞. cuba $2\frac{10}{17}$ eſt $1\frac{1}{7}$, adde 1. fit $2\frac{1}{7}$, cuba, fit $12\frac{19}{17}$, multiplica in 354294. fit 4500846. Igitur talis cubus eſt ℞. cu. 4500846. p̃. ℞. cu. 4478976. p̃. 165. & hæc operatio præſupponit præcedens exemplum cum ſua operatione.

Capvt X.

De reducendis Binomiis ad cenſum cenſus & R^m primum.

Cvm volueris reducere aliquod binomium ad cen. cen. tunc multiplica vnam partem in aliam, & productum multiplica per 16. & hoc productum multiplica in quadrata vtriuſque partis ſimul iuncta, & habebis vnam partem producti. Et Similiter quadra tale productum, & quadrupla & aggregatum quadratorum ambarum partium, & iunge ſimul, & habebis ſecundam partem.

Exemplum, volo cen. cen. 3. p̃. ℞. 2. multiplica 3. in ℞. 2. fit ℞. 18. multiplica

3.	p̃. ℞. 2.
11.	℞. 18.
	16.
121.	
72.	℞. 288.
	℞. 121.
193.	
	℞. 34848.

℞. 18. per 16. tanquam numerum fit ℞. 288. quadra ℞. 2. fit 2. quadra 3. fit 9. iunge 9. cum 2. fit 11. multiplica 11. in 288. & quia 288. eſt ℞. quadra 11. fit 121. multiplica 121. in 288. fit ℞. 34848. Et ſimiliter quadra 11. fit 121. quadra ℞. 18. fit 18. quadrupla 18. fit 72. iunge ad 121. fit 193 alia pars.

Exemplum in ℞. v. Volo reducere hoc binomium vniuerſale, quod eſt ℞. v. ℞. 25. p̃. 4. m̃. ℞. v. ℞. 25. m̃. 4. ad ce. ce. Quadra partes, fiunt ℞. 25. p̃. 4. & ℞. 25. m̃. 4

℞. v. ℞. 25. p̃. 4.	m̃.	℞. v. ℞. 25. m̃. 4.
℞. 25. p̃. 4.		℞. 25. m̃. 4.
℞. 100.		℞. 9.
100.		16.
36.		
		℞. 144.
		℞. 100.
136.	m̃.	℞. 14400.

quæ ſimul iunctæ faciunt ℞. 100. & ſimiliter multiplica ℞. v. ℞. 25. p̃. 4. in ℞. v. ℞. 25. m̃. 4. & fit ℞. 9. Quadra igitur ℞. 100. fit 100. quadra ℞. 9. fit 9. quadrupla, fit 36. adde ad 100. habebis 136. pro vna parte. Et ſimiliter multiplica ℞. 9. in 16. fit ℞. 144. ponendo ſemper 16. tanquam quadratum de 4. ſub nomine ℞. deinde multiplica ℞. 144. in ℞. 100. quod eſt aggregatum quadratorum, fit ℞. 14400. & hoc eſt ſecunda pars producti. Igitur productum eſt 136. m̃. ℞. 14400. quod eſt 16.

Aliter pro reducendis binomiis ad cen. ce. ſcias quod quadruplum cubi partis, quæ eſt numerus cum eo quod fit ex numero in quadruplum quadrati ℞. eſt proportio ℞. ad ℞.

Et quod cen. ce. vtriuſque partis, & ſexcuplum quadrati in quadratum eſt productum quod eſt numerus. Exemplum, volo reducere 3. p̃. ℞. 2. ad ce. ce. cuba 3. fit 27. quadrupla fit 108. quadra ℞. 2. fit 2. quadrupla fit 8. multiplica in 3. fit 24. adde ad 108. fit 132. proportio ℞. cen. cen. ad ℞. quæ eſt 2. Deinde accipe cen. cen. 3. & eſt 81. & cen. cen. ℞. 2. quod eſt 4. fit 85. deinde quadra 3. & ℞. 2. fiunt 9. & 2. multiplica inuicem, fiunt 18. ſexcupla, fit 108. adde ad 85. fit 193. numerus. Similiter capio ℞. 5. m̃. 2. cuba 2. numerum, fit 8. quadrupla, fit 32. deinde multiplica numeros inuicem tanquam ambo eſſent numeri, fit 10. quadrupla, fit 40. adde ad 32. fit 72. m̃ proportio ℞. ce. ce. ad ℞. rei. Similiter accipe cen. cen. partium & eſt 41. deinde quadra partes, fiunt 5. & 4. multiplica inuicem, fiunt 20. ſexcupla fit 120. adde 41. fit 161. numerus.

Cùm volueris inuenire ℞^m primum, verbi gratiâ, de ℞. 5. p̃. ℞. 2. tunc quadra ℞. 5. fit 5. tripla, fit 15. adde ei quadratum ℞. 2. quod eſt 2. fit 17. ſuppone 17. ad 2. ſicut feciſti in cubatione. Et ſimiliter quadra ℞. 2. fit 2. tripla, fit 6. adde quadratum alterius partis, quod eſt 5. fit 11. ſuppone 11. ad 5. pòſt quadra vtramque partem binomij fiunt 5. & 2. iunge, fiunt 7. pone in medio infrà 17. & 11. deinde quadra ℞. 2. fit 2. dupla fit 4. ſuppone ad 17. Similiter quadra ℞. 5. fit 5. dupla, fit 10. ſuppone ad 11. pòſt multiplica inferiores cum ſuperioribus, habebis 68. & 110. quos ſuppone ſuis productoribus, deinde muliplica 7. in 17. fit 119. ſuppone ad 110. multiplica etiam 7. in 11. fit 77. ſuppone ad 68. deinde iunge inferiores cum ſuperioribus, habebis 229. & 145. deinde multiplica in crucem 229. cum ℞. 2. & 145. cum ℞. 5. quadrando ſi oportuerit, habebis tandem ℞^m primum de ℞. 5. p̃. ℞. 2. hoc ℞. 104882. p̃. ℞. 105125.

℞. 5.	p̃.	℞. 2.
11.		17.
10.	7.	4.
110.		68.
119.		77.
229.		145.
℞. 104882		℞. 105125.

Et

Et ſimiliter in alio exemplo ponatur res 2. p̃. ℞. 3. erunt numeri cubales 13. & 15. & aggregatum quadratorum eſt 7. & duplum quadrati ℞. eſt 6. & duplum quadrati

2. p̃. ℞.	3.	
13. ⟍ ⟋	15.	
8.	7.	6.
104.	90.	
105.	91.	
209.	181.	
℞. 131043. p̃. 362.		

2. eſt 8. multiplica inferiores in ſuperiores, habebis 91. & 90. qui iuncti faciunt 181. ſupponendum ad 3. & ex alia parte habebis 105. & 104. qui iuncti faciunt 209. ſuppone ad 2. deinde multiplica in crucem, inferiores cum ſuperioribus, habebis ℞^{m} primum de 2. p̃. ℞. 3. eſſe 362. p̃. ℞. 131043.

Capvt XI.

De Inſitione Radicum cum facilitate.

PRo facilitate autem inſerendi ℞. magnas, vtpote ℞. 77220700. cum ℞. 772207. debes diuidere maiorem per minorem, exit 100. cuius accipe ℞. quæ eſt 10. hanc ſemper duplica, fit 20. & adde ei 1. pro regula fit 21. multiplica 21. in 772207. qui eſt minor, fit 16216347. & hoc adde maiori ℞. quæ eſt 77220700. fit totum ℞. 93437047. & hoc eſt longè faciliùs quàm facere in magnis numeris per additionem. Quod ſi in diuiſione non haberes ℞. vtpote volo addere ℞. 30. cum ℞. 3. tunc diuide 30. per 3. exit 10. & quia 10. non habet ℞. ideo es excuſatus ab hac operatione, non enim hæ radices, videlicet ℞. 30. & ℞. 3. poſſunt facere vnam ℞. ſed ſi vis oportet facere per viam ℞. l. vel v. Aliud exemplum volo inſerere ℞. 3872. cum ℞. 72. vides quòd diuiſo 3872 per 2. exit 1936. cuius ℞. eſt 44. diuiſo etiam 72. per 2. exit 36. cuius ℞. eſt 6. ideo proportio ℞. 3872. ad ℞. 72. eſt veluti 44. ad 6. Dico igitur quòd debes duplare $\frac{44}{6}$ fit $\frac{44}{3}$ adde ei 1. pro regula fit $\frac{47}{3}$ nam addere vnitatem proportioni eſt addere denominatorem numeratori & addere 2. proportioni eſt addere bis denominatorem numeratori, & addere 3. eſt addere ter denominatorem numeratori, dico igitur quòd habes $\frac{47}{3}$ multiplica igitur $\frac{47}{3}$ in 72. & eſt multiplicare 47. in 72. fit 3384. diuide per 3. fit 1128. hoc adde ad ℞. 3872. fit ℞. 5000. & tantùm faciunt ℞. 3872. & ℞. 72. ſimul iunctæ. Potuiſſes etiam diuidere 72. per 3. antequam multiplicares in 47. & proueniet 24. qui multiplicatus in 47. produxiſſet 1128. addendum ad ℞. 3872.

IV.

vt priùs. Debes igitur inuenta proportione radicum per communem diuiſorem, & duplata addere 1. & totum multiplicare in minorem, & productum addere maiori numero, & ℞. totius æquiualet duabus radicibus aſſumptis. & hanc regulam feci ad facilitandum operationem in ℞. cenſuum radicum cuborum, & talium denominationum, quæ omnes vt demonſtraui ſunt communicantes & poſſunt fieri vna ℞. & plerumque ſunt magnæ, ita quòd in multiplicando aſſumitur multum temporis & laboris, deinde in extrahendo ℞. & duplando ita vt in tot operationibus vix homo poſſit euadere ab errore, cùm plures fuerint ℞. inſerendæ & valde magnæ.

Pro detrahenda autem ℞. minore à maiore, facies èconuerſo, diuide maiorem per minorem, exeuntis accipe ℞. quam dupla & detrahe 1. pro regula, reſiduum multiplica per minorem, & productum detrahe à maiore, ℞. reſidui eſt quod quæris. Veluti volo detrahere ℞. 2. ex ℞. 32. diuide 32. per 2. exit 16. cape ℞. quæ eſt 4. hanc dupla fit 8. detrahe 1. fit 7. multiplica 7. in 2. minorem, fit 14. detrahe 14. à 32. remanet 18. & ℞. 18. eſt reſiduum detracta ℞. 2. à ℞. 32.

Capvt XII.

De regulis ſupplementi.

CVM fuerint duo numeri, quorum alterum eorum in duas partes volueris diuidere continuè proportionales cum reliquo, dico quòd debes multiplicare vnum per alium, & ei addere quadratum medietatis numeri non diuidendi, qui debet eſſe prima quantitas & ℞. totius detracta dicta medietate numeri non diuidendi eſt ſecunda quantitas & reſiduum numeri diuidendi eſt tertia quantitas. Exemplum, volo diuidere 10. in duas partes quæ ſint in continua proportionalitate cum 3. duc 10. in 3. fit 30. quadra dimidium 3: quod eſt $1\frac{1}{2}$ fit $2\frac{1}{4}$, adde ad 30. fit $32\frac{1}{4}$

Partes,	10. —— 3.
3.	30. $1\frac{1}{2}$
℞. $32\frac{1}{4}$ m̃. $1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$ $2\frac{1}{4}$
$11\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $32\frac{1}{4}$	℞. $32\frac{1}{4}$ m̃. $1\frac{1}{2}$

accipe ℞. $32\frac{1}{4}$ & ab ea minue $1\frac{1}{2}$ medietatem numeri non diuidendi, fit valor rei ℞. $32\frac{1}{4}$ m̃. $1\frac{1}{2}$. Erunt igitur quantitates prima 3. ſecunda ℞. $32\frac{1}{4}$ m̃. $1\frac{1}{2}$, tertia $11\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $32\frac{1}{4}$.

Exemplum aliud, Volo diuidere 3. in duas partes in continua proportione cum 10. multiplica 10. in 3. fit 30. adde ei 25. quadratum medietatis 10. non diuidendi fit 55. accipe ℞. 55. & ab ea

Dd 2 minue

minue 5. medietate 10. numeri non diuidendi fit valor rei ℞. 55. m̄. 5. quare quan-

Partes,	
10.	10 —— 3.
℞. 55. m̄. 5.	5. 30.
8. m̄. ℞. 55.	25. 25.
	℞. 55. m̄. 5.

titates erunt prima 10. ſecunda ℞. 55. m̄. 5. tertia 8. m̄. ℞. 55. & hæc regula eſt eadem vigeſimæ nonæ regulæ quinquageſimi primi capituli practicæ, ſed eſt longè facilior.

Nota quòd ſi volo cognoſcere quænam
2 proportio ſit maior, vtpote $\frac{38}{9}$ an $\frac{17}{4}$ multiplica in crucem 38. in 4. fit 152. & 9. in 17. fit 153. & proportio componentium numerum maiorem erit maior ſua correlatiua. Igitur proportio 17. ad 4. erit maior quam 38. ad 9. Et ſimiliter proportio 9. ad 38. eſt maior quàm 4. ad 17. quia 9. & 17. multiplicati producunt numerum maiorem, & ita cognoſces tam directas quàm conuerſas proportiones in vna operatione ſemper ponendo producentes numerum maiorem vtrumque eſſe maiorem denominatorem, alterum directæ proportionis alterum conuerſæ.

Cùm volueris diuidere 12. in duas par-
3 tes, ita vt vna pars ducta in radicem alterius, faciat maius quod poſſibile ſit, ſemper accipe $\frac{1}{3}$ de 12. & eſt 4. Dico igitur quod ℞. 4. quæ eſt 2. ducta in 8. reſiduam partem producit 16. & quòd 16. eſt maius quod poſſit produci ex vna parte 12. in ℞. alterius partis, & ita ſi volueris diuidere 30. taliter accipies 10. & 20. & multiplicabis 20. in ℞. 10. & fit ℞. 4000. & hoc eſt maius quod poſſit produci.

Cùm autem volueris diuidere 12. ita
4 quòd multiplicatio vnius partis in quadratum alterius faciat maius quàm poſſibile eſt, accipe ſimiliter $\frac{1}{3}$ de 12. quod eſt 4. & hoc muliplica in quadratum de 8. quod eſt 64. fit 256. & hoc eſt maius quod poteſt produci. Et ita ſi diuideres 30. vna pars eſſet 10. alia 20. & productum eſſet 4000. & ſemper hoc maximum productum eſt quadratum alterius maximi producti, veluti de 30. dicimus quòd 4000. eſt maximum quod poteſt produci ex vna parte in quadratum alterius, & ℞. 4000. eſt etiam maximum quod poteſt produci ex vna parte in radicem alterius, igitur maximum vnum eſt ℞. alterius. Et ita maximum de 12. eſt per viam quadrati 256. & per viam ℞. eſt 16. & 16. eſt ℞. 256. vt patet in figura.

	12.	
8.	✕	4.
64.		2.
256.		16.

Caput XIII.

De commenſuratione partium binomiorũ & reciſorũ producibiliũ cum ſuis productis.

OMNE binomium aut reciſum quod componitur ex ℞. & numero, & talia ſunt primum, ſecundum, quartum & quintum (nam de tertio & ſexto non loquor quia componuntur ex duabus radicibus.) Cùm igitur componatur ex ℞. & numero, cenſus eius eſt binomium primum ex capitulo quinto. Dico igitur quòd pars cenſus, quæ eſt ℞. eſt commenſurabilis parti quæ eſt ℞. in binomio.

Exemplum, ſit binomium ℞. 5. p̄. 2. eius cenſus per regulam eſt binomium primum, & eſt 9. p̄. ℞. 80. Dico igitur quòd ℞. 80. eſt commenſurabilis ℞. 5. nam in quadrando ℞. 5. p̄. 2. neceſſariò quadramus 2. qui eſt numerus, igitur productum eſt numerus. Quadrabimus etiam ℞. 5. ex quo etiam proueniet numerus, quia eſt ℞. numeri ſimplex, quare per quinquageſimam tertiam regulam quadrageſimi ſecundi capituli practicæ, ſiue per quartam ſecundi Euclidis remanet multiplicanda ℞. 5. in 2. & quia ℞. 5. eſt ℞. ideo quadranda eſt & fit 5. quadrandus eſt etiam 2. fit 4. igitur 4. eſt numerus quadratus, multiplicato igitur 5. in 4. fit 20. igitur proportio 20. ad. 5. eſt veluti 4. ad 1. igitur vt numeri quadrati ad numerum quadratum, igitur ℞. 20. & ℞. 5. ſunt commenſurabiles longitudine per ſeptimam decimi Euclidis. Et quia ℞. 20. eſt duplanda, igitur cùm ſit ℞. eſt multiplicanda per 4. Cùm autem 4. ſit quadratus & ductus in 4. producit quadratum per ſecundam noni Euclidis, conſtat igitur 16. eſſe quadratum, quare proportio 80. ad 5. eſt veluti numeri quadrati ad numerum quadratum. Igitur conſtat ℞. 80. eſſe longitudine commenſurabilem ℞. 5. per dictam ſeptimam decimi Euclidis. Igitur ℞. cuiuſlibet binomij primi aut ſecundi aut 4[i] vel 5[i], vel reciſorũ eis correſpondentium eſt commenſurabilis ℞. producti, ſiue ℞. cenſus.

℞. 5. p̄. 2.
9. p̄. ℞. 80.

Item dico quòd ℞. cubi eſt commenſurabilis ℞. binomij. Exemplũ ſit binomium aut reciſum primum vel ſecundum aut quartum aut quintum, (tale erit cubus per octauum capitulum) ℞. 1445. per 38. dico igitur quòd ℞. ipſa 1445. eſt commenſurabilis ℞. 5. & quòd diuiſo 1445. per 5. exit numerus quadratus, nam ex octauo capitulo 1445. fit ex quadrato aggregati ex triplo quadrati 2. & quadrato ℞. 5. addito, igitur productum quod eſt 1445. habet proportionẽ ad 5. quam habet 289. quadratũ dicti aggregati ad vnitatem. Igitur per ſeptimam decimi ℞. 1445. eſt commenſurabilis ℞. 5.

℞. 5. p̄. 2.
℞. 1445. p̄. 38.

Vel aliter & clariùs, Demonſtratum eſt quod ℞. 80. eſt commenſurabilis ℞. 5. igitur productum eſt numerus: & ſimiliter

productum

productum ex 2. in 9. remanent igitur duæ multiplicationes ℞. 5. in 9.& ℞.80. in 2.ſed multiplicato 9. in ℞.

℞ 5. p̄. 2.
9. p̄ ℞.80.

5. productum neceſſariò eſt commenſurabile ℞. 5. quia erit in proportione 9. ad 1. & quia ℞. 80. eſt commenſurabilis ℞. 5. Igitur productum ex 2. in ℞. 80. eſt commenſurabile ℞. 5. Igitur productum ex ℞. 80. in 2. eſt commenſurabile producto ex ℞. 5. in 9. Igitur ex his fiet vna ℞. commenſurabilis ℞. 5. per octauam & nonam decimi Euclidis quod eſt propoſitum.

Ex hac ſequitur primò, quòd multiplicato binomio, ſiue cubato ſiue redacto ad ce. ce. ſiue ad ℞^m primum ſiue ad ce. cu. atque ita in infinitum ſemper prouenient binomia ex ℞. & numero compoſita quæ ℞. ſemper erunt communicantes & in proportione numeri ad numerum.

Sequitur etiam ſecundò, quòd cùm ce. binomij ſit incommenſurabilis binomio cuius eſt ce. & cubo binomij (& ita de reliquis productis) quodlibet tamen illorum ita diuiditur in duas partes, quòd ℞. eſt commenſurabilis ℞. & numerus numero, & hoc eſt mirabile. Et ſit exemplum ℞ 5 p̄. 2. eſt incommenſurabilis 9. p̄. ℞. 80. & tamen ℞ 5. eſt commenſurabilis ℞. 80. & 2. eſt commenſurabilis 9. & ita 9. p̄. ℞. 80. eſt incommenſurabilis ℞. 1445. p̄ 38 & tamen 9. eſt commenſurabilis cum 38. eo quòd ambo ſunt numeri & ℞. 80. eſt commenſurabilis ℞. 1445. & ita de aliis vſque in infinitum dependentibus ex vno binomio vel reciſo, quod ſit ex primo genere vel ſecundo vel quarto vel quinto.

Ex his ſequitur tertiò, quòd ſemper licet ce. & res ſint incommenſurabiles item ce. & cubi (& ita de aliis) poterimus tamen toties reſiduare ce. à rebus, aut addere aut ce. minuere ex cubis aut addere (& ita de aliis) quod remanebit numerus, & eſt quid mirabile. Licèt igitur ℞. 5. p̄. 2. ſit incommenſurabilis 9. p̄. ℞. 80. attamen cùm acceperimus 4. radices erunt ℞. 80. p̄. 8. Igitur detractæ ℞. 80. p̄. 8. ex ℞ 80. p̄. 9. remanet 1. Igitur detractis 4 rebus ex vno ce. remanet vnitas quæ eſt numerus, quare &c.

Capvt XIV.

De proprietatibus quadrandi & cubandi binomia & reciſa.

PRIMA proprietas, cùm diuiſeris aliquem numerum cubum per 6. numerus ſuperfluus, eſt ℞. cubica illius numeri cubi. Exemplum, diuido 8. numerum cubum per 6. remanent 2. & 2. eſt ℞. cubica 8. diuido 27, per 6. ſuperſunt 3. & 3. eſt ℞. cubica 27. diuido 125. per 6. remanent 5. & 5 eſt ℞. cubica 125. diuido 343. per 6. remanet 1. ſed quia 1. non poteſt eſſe ℞. 343. adde 1. ad 6. fit 7. ℞. cubica 343. & ita diuiſo 512. per 6. remanet 2. qui additus ad 6. facit 8. ℞. cubam 512. Et vniuerſaliter ſi auferas ℞. cu. alicuius numeri cubi ab ipſo numero cubo, reſiduum poterit diuidi per 6. ita quod nihil ſuperſit. Exemplum, 100. eſt ℞. cu. de 1000000. detrahe 100. ex 1000000. remanent 999900. & hoc poteſt diuidi per 6.& exeunt 166650. quare patet propoſitũ.

Secunda proprietas autem eſt, quòd omnis cubus binomij continet ex ſua ℞. radicem rei in triplo quadrati numeri addito quadrato ℞. Exemplum ſit binomium vel reciſum ex dictis primo, ſecundo, quarto vel quinto, ℞. 5. m̄. 2. vt dictum eſt eius cubus eſt ℞. 1445. p̄. 38. dico quòd ℞. 1445. continet ℞. 5. in triplo quadrati 2. qui eſt numerus rei, & eſt triplum quadrati 2. ipſum 12. cum quadrato ℞. rei quod eſt 5. quæ iuncta, faciunt 17. Dices igitur quòd ℞. 1445. continet ℞. 5. vicibus 17. & ita ſi quis dicat ℞. cubi huius rei ℞. 7. p̄. 3. quantum continebit ℞. 7. dico quadra 3. fit 9. tripla, fit 27. adde quadratum ℞. 7. quod eſt 7. fit 34 & ita ℞. in cubo continebit ℞. 7. in 34. & ita de aliis, in numero verò eſt è conuerſo, & hoc pendet totum ex capitulo octauo.

℞. 5. m̄. 2.
℞. 1445. m̄. 38.

Tertia proprietas eſt quòd cubus cuiuſlibet binomij eſt eiuſdem ſpeciei qualis eſt binomium, & ita dico de cubo reciſi; veluti cubus de ℞. 7. m̄ 2. quod eſt reciſum quintum, eſt ℞ 2527. m̄ 50. quod eſt reciſum quintum, nam prima pars eſt ℞. & ſecunda numerus in vtroque, & differentia eſt incommenſurabilis maiori parti, & ita cubus de ℞. 12. m̄. 3. eſt ℞. 18252. m̄. 135. & vterque tam ℞. quam cubus eſt binomium ſecundum, nam ℞. 18252. quadrata ſuperat 18225. quod eſt quadratum minoris partis in 27. quod eſt $\frac{1}{676}$ de 18252. cùm autem $\frac{1}{676}$ ſit quadratum patet quod maior pars binomij, quæ eſt ℞. 18252. eſt potentior breuiore quæ eſt 135. in quadrato ℞. 27. quæ ℞. 27. eſt commenſurabilis ℞. 18252. in longitudine, igitur tam binomium quod eſt ℞. quam eius cubus eſt ex ſecunda ſpecie

Quarta proprietas, Omne binomium componitur ex duabus partibus, quarum differentia ſi cubetur, producitur differentia partium cubi Exemplum, ℞. 7. m̄. 2. eſt binomium, differentia eſt ℞. 7. m̄. 2. & partes cubi ſunt ℞. 2527 m̄. 50. & differentia harum partium eſt ℞. 2527. m̄. 50. quæ eſt cubus de ℞. 7. m̄. 2 differentiæ partium. Et ita in numeris 5. p̄. 3. habet cubum 260. p̄. 252. quorum differentia eſt 8. qui eſt cubus de 2. differentiæ inter 5. & 3. & ſimiliter dico quòd quadrata partium cubi differunt in cubo differentiæ quadratorum partium radicis, veluti ſi dico ℞. 7. p̄. 2. cubus eius eſt ℞ 2527. p̄. 50. quarum partium quadratarum differentia eſt 27. qui eſt cubus de 3. qui eſt differentia quadratorum ℞. 7. & 2. nam. quadratum ℞. 7. eſt 7. & quadratum 2. eſt 4. quorum differentia eſt 3. & ita cubus de ℞. 10. p̄. 1. eſt ℞ 1690. p̄. 117. quarum partium quadrata differunt in 1. quod eſt cubus de 1. differentiæ quadratorum ℞. 10. & 3. vt patet.

Quinta proprietas ; ex præcedente cognoſcitur differentia partium cubi per differentiam partium radicis & econtrà. Et ſimiliter cognoſcitur differentia quadratorum partium cubi per differentiam quadratorum partium ℞. & econtrà. Exemplum, ſi quis dicat, volo differentiam quadratorum partium cubi de ℞. 7. p̄. 2. Quadra ℞. 7. fit 7. & ſimiliter quadra 2. fit 4. detrahe 4. ex 7. fit 3. cuba 3. fit 27. & 27. erit differentia partium cubi, quadratarum ſeorſum. Et ſimiliter ſi dicat quæ eſt differentia partium quadratarum ℞. cubicæ huius binomij quod eſt 68. p̄. ℞. 4840. Quadra 68. fit 4624. quadra ℞. 4840. fit 4840. detrahe 4624. ex 4840. remanent 216. accipe ℞. cu. 216. quæ eſt 6. & 6. dices eſſe differentiam partium ℞. cu. de 68. p̄. ℞. 4840. cùm partes illæ radicis ſeorſum fuerint quadratæ.

Sed pro differentia proportionis duplica ſemper differentiam quadratorum partium quæ fuit 6. fit 12. & hæc eſt differentia proportionum, id eſt, quòd ſi 68. continet numerum ℞. 20. vicibus, igitur ℞. 4840. continebit ℞. quæ eſt pars ℞. cu. de 68. p̄. ℞. 4840. in 8. vicibus quæ ſunt 12. m̄. quam 20. quare tunc oportebit diuidere 68. per 10. & ℞. 4840. per ℞. 64. nam 64. eſt quadratum de 8. tales igitur proportiones ſunt in hoc caſu 34. & 22. Diuidemus igitur 68. per 34. exit 2. & ℞. 4840. per ℞. 484. & eſt idem quod 22. erit igitur ℞. cu. de 68. p̄. ℞. 4840. hoc ℞. 10. p̄. 2. & hoc optimè nota.

Sexta proprietas tangit quadraturam binomiorum & reciſorum, & eſt quod omnium duarum quantitatum aggregatum quadratorū excedit duplum producti vnius in alteram in quadrato differentiæ, veluti capio 7. & 3. aggregatum quadratorum eſt 58. duplum vnius in alterum eſt 42. & 58. excedit 42. in 16. quod eſt quadratum de 4. quod eſt differentia 7. à 3. & hæc proprietas demonſtratur à Campano in decimo Elementorum.

Septimam proprietatem autem cenſuum cenſus in proportione partium ad partes ſuarum radicum habes ex capitulo decimo ſic, nam inuenies ſuperationem cum facilitate & eſt vt multiplices numerum proportionis ℞. in numerum quem habes ℞. & producti accipe differentiam à numero cen. cen. & habebis 1. cen. cen. p̄. vel m̄. tot rebus quotus eſt numerus proportionis, æqualia numero differentiæ aut 1. ce. ce. p̄. numero differentiæ æqualia tot rebus quotus eſt numerus proportionis ſecundum quod binomia vel reciſa ſeruiunt capitulis.

Exemplum, volo ſuperationem & numerum de 5. p̄. ℞. 2. Quadra ℞. 2. fit 2. quadra 5. fit 25. iunge fit 27. multiplica in 5. fit 135. quadrupla fit 540. numerus rerum. Item cape cen. cen. de 5. & de ℞. 2. ſunt 625. & 4. quæ iuncta ſunt 629. multiplica 25. quadratum de 5. in 2. quadratum ℞. 2. fit 50. ſexcupla fit 300. adde ad 629 habebis 929. multiplica 540. in 5. fit 2700. detrahe 929. habebis igitur 1. ce. ce. p̄. 1771. æqualia 540. rebus, quia æquatio binomij & reciſi primi ſeruit capitulo ce. ce. & numeri æqualium rebus.

Et ſimiliter volo ſcire æquationem de ℞. 5. m̄. 2. quadra ℞. 5. fit 5. quadra 2. fit 4. iunge fiunt 9. multiplica in 2. fit 18. quadrupla fit 72. numerus rerum. Similiter accipe cen. cen. de ℞. 5. & 2. habebis 25. & 16. iunge fiunt 41. multiplica 5. in 4. quadrata partium, fit 20. ſexcupla fit 120. adde 41. fit 161. multiplica 72. numerum rerum in 2. fit 144. detrahe ex 161. fiet 1. cen. cen. p̄. 72. co. æqualia 17. quia reciſum ſecundum & quintum ſeruiunt capitulo numeri æqualis cen. cen. & rebus, & per idem dices de ℞. 5. p̄. 2. quod æquatio erit 1. cen. cen. æqualis 72. rebus p̄. 17.

Capvt XV.

De quibuſdam proprietatibus quantitatum in generali.

Cvm fuerint quotlibet quantitates multiplicatio aggregati primæ & vltimæ in differentiam earundem æquatur differentiæ quadratorum illarum. Veluti capio 2. 5. 7. 11. Capio primam & vltimam, & ſunt 13. multiplico in differentiam primæ ab vltima, quæ eſt 9. fit 117. & tantum differt quadratum 11. quod eſt 121. à quadrato 2. quod eſt 4.

Exemplum, capio 2. 4. 7. 11. dico quòd ſi capias ℞. 18. aggregati 11. & 7. & ℞. 6. aggregati primæ & ſecundæ quantitatis fient aggregatæ ℞. 18. p̄. ℞. 6. & detractæ

℞. 18. p̄. ℞. 6.
1. ✕ 1.
℞. 18. m̄. ℞. 6.
18. m̄. 6. quod eſt 12.

℞. 18. m̄. ℞. 6. & ita aggregatum in differentiam multiplicatum producit 12. vt vides in figura. Dico igitur quod 12. eſt differentia quadratorum talium aggregatorum, nam aggregato 11. & 7. fit 18. & aggregato 2. & 4. fit 6. quo detracto à 18. remanent 12.

Si productioni aggregati radicum duarum quantitatum in earum differentiam addatur minor quantitas conflabitur maior. Exemplum, ſi ex ℞. 7. p̄. ℞. 2. in ℞. 7. m̄. ℞. 2. fit 5. igitur addita 2. minore quantitate ad 5. fiet 7. maior quantitas & econtrà dempta 2. minore ex 7. maiore remanebit 5. productum aggregati ℞. in earum differentiam, ſi quis igitur dicat quantum facit ℞. 18. p̄. ℞. 19. in ℞. 37. m̄. ℞. 19. dic abſolutè quòd facit 18. quod eſt reſiduum 37. detracto 19.

Ex hac ſequitur quòd ſi addito quadrato primi numeri ad productum aggregati ℞. in earum differentiam confletur maior numerus, tunc minor numerus erit neceſſariò vnitas. Patet quia tantum fit etiam addita

dita ipſa quantitate ex præcedente, igitur illa quantitas æquatur quadrato ſuo, igitur eſt vnitas quoniam ſola vnitas eſt æqualis quadrato ſuo. Vnde ſi quis dicat, inuenias duos numeros quorum aggregatum ℞. ductum in differentiam earum ſuperadditoque quadrato primæ quantitatis totum fit, 10. dices igitur prima quantitas eſt 1. igitur productum eſt 9. nam 9. & 1. faciunt 1[illegible]. pones igitur primam quantitatem 1. ce. & ſecundam 1.ce. & erit per præcedentem productum ex ℞. 1. ce. p̃. ℞. 1. ſiue p̃. 1. (nam idem eſt) in ℞. 1. ce. m̃ 1. hoc 1. ce. m̃. 1. & hoc æquatur 9. igitur 1. ce. æquatur 10. igitur prima quantitas eſt 1. & ſecunda 10. & ita ℞. 10. p̃. 1. in ℞. 10. m̃. 1. facit 9. cui addito 1. quadrato ſui ipſius fit 10. quod eſt propoſitum.

Omnis numerus multiplicatus in duplum ſui, & diuiſus per 8. vel per 18. vel per 32. vel per 50. eſt exiens quadratus veluti multiplica 6. in 12. fit 72. diuiſo 72. per 8. exit 9. quadratus, diuiſo 72. per 18. exit 4. quadratus, & diuiſo per 32. exit $2\frac{1}{4}$ quadratus, & diuiſo per 50. exit $1\frac{11}{25}$ quadratûs, & ita etiam omnis numerus productus ex numero in triplum ſui, & diuiſus per 12. vel per 27. vel per 48. vel per 75. eſt quadratus & ita de aliis, & hoc eſt quoniam 8. & 18. & 32. & 50. producuntur

5.	15.	75.
6.	18.	108.
$1\frac{1}{5}$	$1\frac{1}{5}$	$1\frac{11}{25}$

ex numero in duplum ſui, & 12. & 27. & 48. & 75. producuntur ex numero in triplum ſui, ideo ſi diuidant numeros ſimiliter productos diuident latera producentia æqualiter. Igitur exiens erit quadratus vt in exemplo.

Capvt XVI.

De proprietatibus quibuſdam quantitatum continuè proportionalium.

PRima proprietas eſt quòd ſi fuerint quotlibet quantitates continuè proportionales, differentia primæ ab vltima æquatur producto ex aggregato omnium, præter vltimam in proportionem m̃. 1. veluti capio 8. 12. 18. 27. differentia primæ ab vltima eſt 19. dico quòd 19. producitur ex aggregato omnium quantitatum, præter vltimam quod eſt 38. in proportionem m̃. 1. id eſt in $\frac{1}{2}$, nam proportio cùm ſit ſexquialtera, ita ſignatur $1\frac{1}{2}$ quare dempto 1. remanet $\frac{1}{2}$ & eſt generale.

Secunda proprietas eſt quòd ſi fuerint quotlibet quantitates continuè proportionales ſi productum ex aggregato ℞. primæ & vltimæ in differentiam dictarum ℞. diuidatur per 1 m̃. proportione, exibit ſumma omnium quantitatum præter vltimam. Veluti capio 8. 12. 18. 27. Capio aggregatum ℞. primæ & vltimæ, quod eſt ℞. 27. p̃. ℞. 8. & duco in differentiam dictarum radicum, quæ eſt ℞ 27. m̃. ℞. 8. & fit 19. hoc diuido per 1. m̃. proportione, quod eſt $\frac{1}{2}$ fit 38. aggregatum dictarum quantitatum præter vltimam, nam 8. 12. & 18. juncta faciunt 38. & pendet hæc ex præcedente proprietate.

Tertia proprietas eſt quòd ſi fuerint quotlibet quantitates continuè proportionales detracto quadrato primæ ex quadrato vltimæ, & reſiduo diuiſo per aggregatum primæ & vltimæ, exiens æquabitur producto ex aggregato omnium quantitatum, excepta vltima in proportionem m̃. 1. Veluti capio 8. 12. 18. 27. quadra 27. vltimam, fit 729. quadro 8. primam, fit 64. detraho 64. ex 729. fit 665. diuido per 35. aggregatum 27. vltimæ, & 8. primæ, exit 19. quod eſt productum ex aggregato omnium, præter vltimam quod fuit 38. in $\frac{1}{2}$ quod eſt 1. m̃ proportione, & idem eſt differentia primæ ab vltima per primam proprietatem.

Quarta proprietas, Cùm fuerint tres quantitates continuè proportionales, erit portio producti ex ſecunda in tertiam ad quadratum primæ, veluti cubi ſecundæ ad cubum primæ poſita prima quacunque volueris.

Quinta proprietas eſt quòd ſi fuerint tres quantitates, continuè proportionales, quod fit ex prima in quadratum ſecundæ, æquale eſt ei quod fit ex tertia in quadratum primæ & è contra. Igitur ſequitur quòd duplata producta triplatorum quadratorum ſecundæ & tertiæ in primam fient tantum quatuor quantitates: cùm verò ſecunda harum communicet primæ productæ ſecundæ, & prima harum communicet ſecundæ ſecundæ erit vt fiant duæ quantitates & hoc in trimoniis ℞. cubarum.

Sexta proprietas eſt quòd omnium quantitatum continuè proportionalium ab vnitate inchoantium productum aggregati omnium earum in proportionem m̃. 1. æquatur quadrato tertiæ quãtitatis detracta vnitate ab ipſo quadrato. Veluti capio 1. $1\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{4}$ $3\frac{3}{8}$ aggregatum eſt $8\frac{1}{8}$ ductum in $\frac{1}{2}$ quod eſt 1. m̃. proportione producit $4\frac{1}{16}$ & tantum fit quadrato $2\frac{1}{4}$ quantitate tertia & detracta vnitate nam quadratum de $2\frac{1}{4}$ eſt $5\frac{1}{16}$. Vnde detractâ vnitate remanet $4\frac{1}{16}$.

Septima proprietas eſt quod ſi fuerint quinque quantitates continuè proportionales diuiſa ℞. quintæ quãtitatis per proportionem tertiæ quantitatis ad primam illarum (& eſt duplicata proportio) quod exit eſt ℞. primæ quantitatis ex illis. Exemplum, Capio 32. 48. 72. 162. Capio ℞. 162. & eſt ℞ 162. diuido per proportionem 72. ad 32. & eſt $2\frac{1}{4}$, & quia ℞. 162. eſt ℞. reduco $2\frac{1}{4}$ ad [illegible] eſt ℞. $5\frac{1}{16}$, diuido ℞. 162. per ℞. $5\frac{1}{16}$ exit ℞. 32. & ℞. 32. eſt ℞. primæ quantitatis, & quadratum eius quod eſt 32. erit prima quantitas.

Octaua proprietas. Si fuerint tres quantitates continuè proportionales, aliæque totidem in eadem proportione, ſumaturque

aliqua pars aggregati primatum cuius quadratum ad mediam quantitatem ſiue ad primam ſiue ad tertiam certam habeat proportionem, ſi eademmet pars ſumatur ex aggregato ſecundarum quantitatum, & quadretur, talem habebit proportionem ad ſecundam illarum quantitatum, vel primam, vel tertiam correſpondentem qualis eſt proportio prima multiplicata in proportionem aggregati ſecundarum ad aggregatum primarum.

Exemplum ſint 1. 2. 4. in proportione dupla; item, 3. 6. 12. in eadem proportio- & capiamus $\frac{1}{7}$ aggregati primarum quod

Primæ, 1.	2.	4.
Primarum aggregatum 7.		
Septima pars aggregati 1. quad. $\frac{1}{1}$		
Secundæ, 3.	6.	12.
Secundarum aggregatum, 21.		
Septima pars aggregati 3. quad. $\frac{9}{3}$		
Proportioprima $\frac{1}{1}$ Proportio ſecunda $\frac{9}{3}$		
Triplata $\frac{1}{1}$ vt $\frac{9}{3}$		

eſt 7. & eſt 1. per exemplum & quadremus ipſum ſit 1. & hoc eſt medietas ſecundæ quãtitatis & æquale primæ & quarta pars tertiæ hoc modo $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ dico quod ſi 21. aggregatum ſecundarum ſit triplum de 7. aggregato primarum quod aſſumpta eadem parte de 21. quæ eſt 3. & quadrata, & ſit 9. quod ipſa erit in proportione ad dictas partes, quæ fuerunt 3. 6. 12. in qua eſſet multiplicando 3. prouentum diuiſionis 21. per 7. in numeratorem dictarum proportionum, & erunt $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$.

Nona proprietas, Si fuerint tres aut quatuor, aut quotlibet numeri ſiue continuè proportionales ſiue non, aliique totidem

2. 5. 10. 13. | 30.
50. | 900.
18.

6. 15. 30. 39. | 90.
450. 8100.
18.

in eadem proportione qualis proportio quadrati aggregati primorum ad quadratum primi aut ſecundi aut tertij aut quarti ſi ſint plures tribus aut ad multiplicationem primi in ſecundum, vel tertium vel quartum, vel ſecundi in tertium aut quartum, & ita in infinitum talis erit proportio quadrati aggregati duorum ad quadratum vel multiplicationem correſpondentium in ſuo ordine.

Capvt XVII.

De proprietatibus inſequentibus maioritatem proportionis partium binomiorum quadratorum cubatorum & reductorum ad cenſum cenſus.

Prima conſideratio eſt generalis ſeruiens rebus comparatis aut cenſibus, aut cubis, aut cenſibus cenſuum, aut relatis & ita in infinitum dico quòd in primo & quarto binomio & ſuis reciſis ſemper eſt maior proportio ℞. producti ad ℞. rei quam numeri producti ad numerum rei. Exemplum, ſi res ſit 3. p̄. ℞. 2. erit cenſus

Res,	3.	p̄. ℞. 2.
Cenſus,	11.	p̄ ℞. 72.
Cubus,	45.	p̄. ℞. 1682.
Cen.ce.	193.	p̄. ℞. 8712.

11. p̄. ℞. 72. & cubus 45. p̄. ℞. 1682. & ce. ce. 193. p̄. ℞. 8712. Proportio igitur ℞. 72. ad ℞. 2. eſt maior quam 11. ad 3. & proportio ℞. 1682. ad ℞. 2. eſt maior quàm 45. ad 3. & proportio ℞. 8712. ad ℞. 2. eſt maior quàm 193. ad 3. cuius demonſtratio patet ex regulis quas poſuimus, de productione cenſuum & cuborum & reliquarum denominationum. Et eſt regula generalis quòd proportio ex latere maiore minor eſt, & ex minore maior, ſed 3. eſt maior quàm ℞. 2. quia in primo & quarto binomio & reciſis ſupponitur maior pars numerus, & minor ℞. Igitur proportio ℞. ad ℞. eſt maior quàm numeri ad numerum.

Et ex hoc patet, quòd in ſecundo & quinto binomiis & reciſis erit è conuerſo videlicet maior proportio numeri producti ad numerum rei quàm ℞. producti ad ℞. rei. Veluti capio rem quæ ſit ℞. 5. m̄. 2. & eſt reciſum quintum, eius cenſus eſt 9. m̄. ℞. 80. & cubus eſt ℞. 1445. m̄. 38. & ce. ce. eſt 161. m̄. ℞. 25920. & proportio 9. ad 2. eſt maior quam ℞. 80. ad ℞. 5. & pro-

Res,	℞. 5.	m̄. 2.
Cenſus,	9.	m̄. ℞. 80.
Cubus,	℞. 1445.	m̄. 38.
Ce. ce.	161.	m̄. ℞. 25920.

portio 38. ad 2. eſt maior quàm ℞. 1445. ad ℞. 5. & proportio 161. ad 2. eſt maior quàm ℞. 25920. ad ℞. 5. & ita in his quæ pertinent ad rem & ſua producta regula eſt generalis, quòd proportio eſt maior ex parte minore, & minor ex maiore, ideo ſi in binomio vel reciſo, quod eſt res, ſit numerus maior pars tunc proportio radicum eſt maior, & ſi maior pars eſt ℞. tunc proportio numerorum eſt maior.

Et hæc eadem regula ſeruit comparando 2
cenſum ad cenſum cenſus, quoniam in primo & quarto binomio & reciſis ſuis maior

eſt

eſt proportio ℞. ad. ℞. quam numeri ad numerum: in ſecundo autem & quinto binomio & ſuis reciſis maior eſt proportio numeri ad numerum quàm ℞. ad ℞. quia cenſus habet locum rei & ce. ce. habet locum cenſus.

3 In cubis autem & cenſibus eiuſdem rei eſt alia ratio, nam ſemper eſt maior proportio ℞. cubi ab ℞. quadrati quàm numeri cubi ad numerum quadrati, & hoc in binomio primo, ſecundo, quarto, & quinto & ſuis reciſis, ideo regula eſt generalis. Velu-

Res, 3.	p̄. ℞.	2.
Cenſus, 11.	p̄. ℞.	72.
Cubus, 45.	p̄. ℞.	1682.
Res, ℞. 5.	m̄.	2.
Cenſus, 9.	m̄. ℞.	80.
Cubus, ℞. 1445.	m̄.	38.

ti capio rem in quarto binomio, quæ ſit 3. p̄. ℞. 2. & eius cenſus ſit 11. p̄. ℞. 72. & cubus ſit 45. p̄. ℞. 1682. Proportio ℞. 1682. ad ℞. 72. eſt vt 29. ad 6. & hæc eſt maior quàm 45. ad 11. & ſimiliter ponatur res ℞. 5. m̄. 2. & eſt reciſum quintum, & erit eius cenſus 9. m̄. ℞. 80. & cubus ℞. 1445. m̄. 38. proportio ℞. 1445. ad ℞. 80. eſt veluti 17. ad 4. & hæc eſt maior quàm 38. ad 9. cùm illa ſit quadrupla ſexquiquarta, hæc verò eſt aliquantulo minor, nam proportio $38\frac{1}{4}$ ad 9. eſt quadrupla ſexquiquarta, igitur proportio 38. ad 9. eſt minor quadrupla ſexquiquarta.

4 In cubis & cen. cen. in primo, ſecundo, quarto & quinto binomiis & reciſis, ſemper eſt maior proportio numeri cen. cen. ad numerum cubi, quàm ℞. cen. cen. ad ℞. cubi, & eſt conuerſum præcedentis conſiderationis veluti ſit res 3. p̄. ℞. 2. erit cu-

Res, 3.	p̄. ℞.	2.
Cubus, 45.	p̄. ℞.	1682.
ce. ce. 193.	p̄. ℞.	8712.
Res, ℞. 5.	p̄.	2.
Cubus, ℞. 1445.	p̄	38.
ce. ce. 161.	p̄. ℞.	25920.

bus 45. p̄. ℞. 1682. & ce. ce. 193. p̄. ℞. 8712. eſt igitur proportio 193. ad 45. veluti $4\frac{13}{45}$ ad 1. & hæc eſt maior quàm ℞. 8712. ad ℞. 1682. quæ eſt vt 66. ad 29. proportio igitur 193. numeri ce. ce. ad 45. numerum cubi eſt maior quàm 66. ad 29. qualis eſt proportio ℞. ce. ce. ad ℞. cubi.

Et ſimiliter in alio exemplo, proportio 161. numeri cen. ce. ad 38. numerum cubi eſt vt $4\frac{9}{38}$ ad 1. ſed proportio ℞. 25920. ℞. ce. ce. ad ℞. 1445. eſt veluti $4\frac{4}{17}$ ad 1. & hæc eſt minor quàm $4\frac{9}{38}$ quia vnitas remanet eadem & $4\frac{9}{38}$ eſt plus quàm $4\frac{4}{17}$ ablato enim 4. de communi $\frac{9}{38}$ eſt plus quàm $\frac{4}{17}$ nam cùm multiplicauerimus 17. in 38. fit 646. cuius ſi accipimus $\frac{9}{38}$ erunt $\frac{153}{646}$, nam $\frac{1}{38}$ de 646. eſt 17. igitur $\frac{9}{38}$ ſunt $\frac{153}{646}$ per idem $\frac{4}{17}$ ſunt $\frac{152}{646}$, igitur $\frac{9}{38}$ ſunt pluſquam $\frac{4}{17}$ & ita proportio numeri ad numerum in cen. cen. comparatis ad cubos ſemper eſt maior qàam ℞. ad ℞. & ita poſſes per has regulas procedere in infinitum.

Et meminiſſe debes eius quod dictum eſt in capitulo quod in ſecundo & quinto binomiis ac reciſis cenſus ac ce. ce. & cen. cu. & ita vſque in infinitum vnâ ſemper intermiſſa denominatione ſunt diſſimiles ſuis rebus, quoniam talia producta ex dicta regula ſemper ſunt binomium aut reciſum primum, ſed res ipſa ſupponitur ex ſecunda vel quinta ſpecie binomij vel reciſi, igitur ſunt diſſimilia: Cubus verò & ℞^{m} p^{m} & ℞^{m} 2^{m} & ita in infinitum, vnâ ſemper intermiſſa denominatione ſemper in omnibus 6. ſpeciebus binomiorum & reciſorum ſunt ſimiles ſuis rebus & etiam inter ſe, ita quòd ſi res eſt in tertia ſpecie binomiorum erit etiam cubus & ℞^{m} p^{m} & ℞^{m} 2^{m} in tertia ſpecie binomiorũ, & ita vſque in infinitum, & hoc pendet ex tertia proprietate capituli quartidecimi.

Cùm volueris ſcire an ℞. cu. ℞. 108. p̄. 5
10. m̄. ℞. cu. ℞. 108. m̄. 10. Inueniatur in binomio, ſcias quod eadem eſt ratio inueniendi ℞. cu. ℞. 108. p̄. 10. & ℞. 108. m̄. 10. quadra igitur ℞. 108. fit 108. quadra 10. fit 100. Si igitur differentia 108. & 100. quæ eſt 8. non eſſet numerus cubus, dico quòd tale binomium non habet ℞. cu. & quia 8. habet ℞. cu, quod eſt 2. tripla igitur ſemper ipſam ℞. cu. quod eſt 2. fit 6. Quære igitur an detur aliquis numerus minor quarta parte 10. & eſt 1. cuius ℞. cu. quod eſt etiam 1. ducta per 6. & detracta à 10. quia 10. eſt minor ℞. 108. vel addita ad 10. vbi 10. eſſet maior ℞. 108. faciat quadruplum numeri primò inuenti, quod fuit 1. quia igitur ducto 1. ℞. cu. 1. per 6. fit 6. qui detractus à 10. relinquit 4. quadruplum 1. erit 1. pars binomij. Quadra eam fit 1. adde ei 2. ℞. cu. differentiæ (quia 10. eſt minor ℞. 108.) fit 3. huius accipe ℞. quæ eſt ℞. 3. & adde ad 1. fiet ℞. cu. ℞. 108. p̄. 10. hoc ℞. 3. p̄. 1. & ita ℞. cu. ℞. 108. m̄. 10. eſſet ℞. 3. m̄. 1. quare ſequitur vt ℞. v. cu. ℞. 108. p̄. 10. m̄. ℞. v. cu. ℞. 108. m̄. 10. ſit ℞. 3. p̄. 1. m̄. ℞. 3. m̄. 1. quod eſt dicere 2.

Similiter dices quod ℞. 5. p̄. 2. eſt ℞. cu. ℞. 1445. p̄. 38. nam ℞. cu. differentiæ quadratorum quæ eſt 1. triplata facit 3. &

Binomia,	Differ.	℞. cu. diff.	℞. cu. bin.
℞. 108. p̄. 10.	8.	2.	℞. 3. p̄. 1.
℞. 1445. p̄. 38.	1.	1.	℞. 5. p̄. 2.
26. p̄. ℞. 675.	1.	1.	2. p̄. ℞. 3.
45. p̄. ℞. 1682.	343.	7.	3. p̄. ℞. 2.

hic multiplicatus per 2. ℞. cu. 8. minorem quartâ parte 38. facit 6. qui detractus à 38. relinquit 32. quadruplum cubi 2. Igitur dicemus quòd 2. eſt pars minor, quadra eam fit 4. adde ei 1. ℞. cu. differentiæ, habebis 5. cuius ℞. eſt maior pars binomij, & per idem ℞. 5. m̄. 2. erit ℞. cu. ℞. 1445. m̄. 38. Quòd ſi numerus ſit maior ℞. vt volo ℞. cu 45 p̄ ℞. 1682. differentia

tia quadratorum eſt 343. cuius ℞. cu. eſt 7. Hæc debet triplari fit 21. multiplica igitur per ℞. cu. alicuius numeri maioris quarta parte 45. ita quòd productum additum ad 45. æquetur quadruplo illius numeri, & erit 27. numerus ille cuius ℞. cu. quæ eſt 3. ducta in 21. facit 63. qui additus ad 45. facit 108. quadruplum 27. Igitur ℞. cu. 27. eſt maior pars binomij, quia numerus eſt maior, & pro minore parte quadra 3. fit 9. detrahe 7. ℞. cu. differentiæ, remanet 2. cuius ℞. eſt minor pars, & ita ℞. cu. 45. m̃. ℞. 1682. erit 3. m̃ ℞. 2.

Eodẽ modo ℞. cu. 26. p̃ ℞. 675. eſt 2. p̃. ℞. 3. & ℞. cu. 26. m̃. ℞. 675. eſt 2. m̃. ℞. 3.

Ex his ſcies quando capitula cubi & cen. vel cubi & rerum æqualium numero vel cubi æqualis rebus & numero, vel cenſibus & numero, peruenient ad numerum vel ad binomium, nam prima duo exempla in quibus ℞. eſt maior numero ſeruiunt capitulo cubi & rerum æqualium numero, & duo exempla vltima ſeruiunt reliquis tribus capitulis, veluti ſi dico, 1. cu. æquatur 3. co. p̃. 18. res valet ℞. v. cu. 9. p̃. ℞. 80 p̃. ℞. v. cu. 9. m̃. ℞. 80. at ℞. v. cu. 9. p̃. ℞. 80. eſt $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $1\frac{1}{4}$ quia 3. quod eſt triplum 1. ℞. cu. differentiæ quadratorum ductum in $1\frac{1}{2}$ facit $4\frac{1}{2}$ quod additum ad 9. facit $13\frac{1}{2}$ quadruplum cubi de $1\frac{1}{2}$ qui eſt $3\frac{1}{2}$. Igitur per per idem ℞. v. cu. 9. m̃. ℞. 80. eſt $1\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $1\frac{1}{4}$. Igitur ℞. v. cu. 9. p̃. ℞. 80. p̃. ℞. v. cu. 9. m̃. ℞. 80. eſt $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $1\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $1\frac{1}{4}$ quod eſt 3.

CAPVT XVIII.

De aliquibus Præmittendis neceſſariis.

PRIMVM eſt ex duabus ℞. ſimul iunctis non fit numerus, nam ſi coniunctæ fuerint duæ ſuperficies mediales commenſurabiles, latus tetragonicum erit linea medialis per nonam & vigeſimam primam decimi Euclidis: ſi verò fuerint incommenſurabiles, igitur latus potens in totam ſuperficiem, eſt aut bimediale ſecundum, aut linea potens in duo medialia per ſexageſimam ſextam decimi Euclidis, conſtat igitur quòd non erit numerus, quia ℞. numeri non eſt nec linea medialis, nec bimediale ſecundum, nec linea potens in duo medialia, ſed linea potentia tantùm rationalis.

Secundum notandum, nec ℞. à ℞. detracta poteſt reſiduare numerum, nam vel ſunt commenſurabiles, igitur erit etiam reſiduum commenſurabile toti, igitur erit ℞. eo quod omnis ſuperficies communicans mediali eſt medialis per eandem vigeſimam primam decimi Euclidis: vel ſunt incommenſurabiles, & tunc ℞. reſidui eſt vel reſiduum mediale ſecundum, vel quæ cum mediali conſtituit mediale per centeſimam quintam decimi Euclidis, quare non poteſt tale reſiduum eſſe numerus.

Tertium notandum quòd cùm volueris inuenire regulas aliquas capitulorum algebræ vniuerſales, aut condere ipſa capitula debes facere hoc per viam binomiorum & non ſimplicium numerorum, dato quod velis etiam experiri in numeris rationalibus. Exemplum, ſi quis dicat 1. p° ℞° p̃. 10. æquatur 21. co. tunc tu ſcis quòd valor rei eſt 2. non tamen experieris facere regulam cum 2. ſed diuide 2. in duas partes, quarum vna ſit ℞. alia numerus, & dices quòd valor rei eſt vtpote $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $\frac{1}{4}$ nam hoc binomium æquiualet 2. Regula igitur quæ perducet te ad hanc æquationem cum hoc binomio $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $\frac{1}{4}$ licèt ſit impropriè binomium, talis regula habebit aliquam vniuerſalitatem, & hoc nota bene, quia hæc eſt clauis totius Arithmeticæ tam ampla vt per ipſam poſſis peruenire ad omnem ſolutionẽ cuiuſlibet quæſtionis quantumcunque arduæ.

Quartum notandum eſt quòd in tertio & ſexto binomio & ſuis reciſis radix & cubi, & relatum primum & relatum ſecundum, & omnes denominationes pares, id eſt vnâ ſemper intermiſſâ denominatione, habent partes inuicem communicantes, impares etiam inter ſe habent partes communicantes veluti cen. cum ce. ce. & cum ce. cu. ſed pares non communicant cum imparibus, veluti partes rei non communicant cum partibus cenſus, nec partes cen. cum partibus cubi.

Quintum notandum, ſubiecta capitulorum ſunt per ſe vſque ad cubum duodecim, primum eſt binomium primum & quartum, vt 7. p̃. ℞. 2. Secundum eſt reciſum primum, & quartum, vt 7. m̃. ℞. 2. Tertium eſt binomium ſecundum & quintum, vt ℞. 7. p̃. 2. Quartum eſt reciſum ſecundum & quintum, vt ℞. 7. m̃. 2. Quintum eſt binomium cubicum ſimplex, vt ℞. cu. 32. p̃. ℞. cu. 2. vel vniuerſale vt ℞. cu. v. 5. p̃. ℞. 17. p̃. ℞. v. cu. 5. m̃. ℞. 17. & in hoc animaduerte, quòd ſemper componuntur ex binomio primo vel quarto cum ſuo reciſo. Sextum eſt reciſum cubicum ſimplex, vt ℞. cu. 9. m̃. ℞. cu. 3. vel eſt reciſum vniuerſale cubicum, vt ℞. v. cu. ℞. 33. p̃. 5. m̃. ℞. v. cu. ℞. 33. m̃. 5. Et in hoc animaduerte quòd ſemper componuntur ex binomio ſecundo vel quinto cum ſuo reciſo. Septimum eſt trinomium ex binomio duarum ℞. v. cubarum primi vel quarti binomij cum ſuo reciſo, & tertia pars eſt ℞. numeri producibilis ex multiplicatione dictarum partium inuicem detracta ab illo binomio, veluti ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $89\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. $9\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $89\frac{1}{4}$ m̃. l. 1. Octauum eſt trinomium quod conſtat ex duabus ℞. v. cubicis vel ſimplicibus, & tertia parte quæ eſt ℞. numeri qui producitur ex vna parte ℞. cubicæ, in aliam veluti ℞. cu. 65 [illegible] p̃ ℞. cu. [illegible] p̃. 1 [illegible]. Nonum eſt reciſum ſecundum mixtum, cuius vna pars, eſt ℞. cu. alia numerus, vt ℞. cu. 30. m̃. 2. Decimum eſt binomium ſecundum mixtum, cuius vna pars eſt ℞. cu. alia numerus, vt ℞. cu. 30. p̃. 2. Vndecimum eſt binomium primum mixtum, cuius vna pars eſt numerus, alia ℞. cu. vt 3. p̃. ℞. cu. 2. Duodecimum eſt reciſum primum mixtum cuius vna pars eſt numerus, alia ℞. cu. veluti 3. m̃. ℞. cu. 2. vt in figura vides.

Subiecta

Subiecta artis.

Binomium primum vel quartum, 7. p̄. ℞. 2.
Reciſum primum vel quartum, 7. m̄. ℞. 2.
Binomium ſecundum vel quintū, ℞. 7. p̄. 2.
Reciſum ſecundum vel quintum, ℞. 7. m̄. 2.
Binomium cubicum ſimplex, ℞. cu. 32. p̄. ℞. cu. 2. vel vniuerſale, ℞. v. cu. 5. p̄. ℞. 17. p̄. ℞. v. cu. 5. m̄. ℞. 17.
Reciſum cubicum ſimplex, ℞. cu. 9. m̄. ℞. cu. 3. vel vniuerſale ℞. v. cu. ℞. 33. p̄. 5. m̄. ℞. v. cu. ℞. 33. m̄. 5.
Trinomium reciſum vniuerſale, ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $89\frac{1}{4}$ p̄. ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $89\frac{1}{4}$ m̄. l. 1.
Trinomium vniuerſale vel ſimplex, ℞. cu. $65\frac{61}{125}$ p̄. ℞. cu. $\frac{11}{125}$ p̄. $1\frac{1}{5}$.
Reciſum cubicum mixtum ſecundum, ℞. cu. 30. m̄. 2.
Binomium cubicum mixtum ſecundum, ℞. cu. 30. p̄. 2.
Binomium primum mixtum cubicum, 3. p̄. ℞. cu. 2.
Reciſum primum mixtum cubicum, 3. m̄. ℞. cu. 2.

Sunt & plura alia genera æquationum, quæ propter tædium dimittimus, his autem omnibus duodecim generaliter vtemur.

Sextum notandum quòd poſtquam homo cognouerit capitula vſque ad cubum & ſunt 19. tunc habet ſufficientiam totius artis, quoniam vſque ad cubum inuenitur differentia in natura rerum: nam dantur lineæ, ſuperficies, & corpora: & lineæ correſpondent rebus: ſuperficies cenſibus: corpora cubis; ſi igitur tradiderimus ſufficienter de his erit cognitum quod eſt neceſſarium, verum quod ſuperaddidimus vltrà, eſt ad voluptatem, non ad effectum rei deducendæ in opus. Capitula verò deriuatiua non ſunt per ſe, ſed per accidens, etiam quòd ſint vniuerſalia.

Septimum notandum eſt quòd cùm fuerint denominationes extremæ æquales extremis, ſemper æquatio erit vna tantùm, & caſus poſſibilis quotquot fuerint denominationes: Cùm verò denominationes intermediæ fuerint æquales extremis, tunc ſemper erunt plures æquationes in quæſito, & caſus poterit cum hoc etiam eſſe impoſſibilis.

Exemplum primi, 1. cen. æqualis 3. co. p̄. 10. vel 10. æqualia 1. ceu. p̄. 3. co. vel 1 cu. æqualis 3. cen. p̄. 6. vel 6. æquales 1. cu. p̄. 3. cen, vel 1. cu. æqualis 4. co. p̄. 10. vel 1. cu. p̄. 10. co. æqualia 20. vel 1. cu. p̄. 3. cen. æqualia 7. co. p̄. 20. vel 1. cu. æqualis 3. cen. p̄. 7. co. p̄. 10. vel 1. cen. cen. p̄. 3. cu. p̄. 7. cen. æqualia 10. vel æqualia 20. co. p̄. 10. in omnibus enim his non poteſt verificari quæſitum, niſi in vna certa quantitate & caſus eſt ſemper poſſibilis. Si verò dicat 1. cen. p̄. 10. æquatur 6. co. vel 1. cu. p̄. 10. æquatur 6. cen. vel 6. co. vel 1. cu. p̄. 10. æquatur 10. cen. p̄. 3. co. vel 1. ce. ce. p̄. 3. cu. p̄. 10. æquatur 2. cen. p̄. 5. co. in omnibus talibus in quibus æquationes extremæ æquantur intermediis caſus poteſt verificari pluſquam in vna certa quantitate, videlicet in duabus, vel etiam aliquando pluribus & quæſitum poteſt eſſe etiam impoſſibile ſicut apparet, ſi quis dicat 1. cen. p̄. 10. æquatur 3. co. vel 1. cu. p̄. 12. æquatur 4. co. & ita in reliquis, & hoc bene nota. Scias etiam quòd aliquando non habent niſi vnam æquationem tantùm, ſed hoc eſt per accidens, nam naturaliter habent aut plures æquationes, aut nullam quando caſus eſt impoſſibilis.

Capvt XIX.

De proprietatibus tertii & ſexti binomij & reciſi, & inhabilitate ad capitula.

PRIMÒ igitur dico quòd in tertio & ſexto binomio & reciſo non verificatur aliquod capitulum algebræ, nec de inuentis nec de non inuentis vſque in infinitum: Nam oportet ſcire quòd ex duabus ℞. ſimplicibus iunctis, nunquam prouenit numerus, cùm ex duabus ſuperficiebus ſimpliciter medialibus ſiue communicantes ſint ſiue non, non poſſit fieri ſuperficies rationalis. Hoc igitur ſtante cum in tertio & ſexto binomio & reciſo ſit res habens duas ℞. veluti dicendo ℞. 7. p̄. ℞. 5. vel igitur res iuncta cenſui vel cen. ce. vel cu. ce. æquatur numero, & hoc eſſe non poteſt, quia cenſus eſt binomium primum. Et ſimiliter omnes ſequentes denominationes, intermiſſa vna vt vides. Cùm igitur iunxerimus, gratiâ exempli, ℞. 5. p̄. ℞. 2. cum 7. p̄. ℞. 40. aut cum 89. p̄. ℞. 7840. non poterit aliqua illarum ℞. incorporari cum ſua maiore

Res, ℞.	5.	p̄. ℞.	2.
cenſus,	7.	p̄. ℞.	40.
cen. ce.	89.	p̄. ℞.	7840.
cu. ce.	1183.	p̄. ℞.	349690.

quia non ſunt in proportione numeri quadrati ad numerum quadratum, & dato quod incorporarentur ſupereſſent duæ ℞. quæ per ſuppoſitum iunctæ non poſſunt facere numerum, igitur res cum cenſu aut cum cen. cen. aut cum cu. ce. non poteſt æquari numero, quia non poteſt facere numerum.

Dico etiam quòd res detracta ab illis non poteſt facere numerum, quia dato etiam quòd eſſent commenſurabiles ex vna parte ℞. 5. vel ℞. 2. vtpote cum ℞. 349690. ℞. 5. eſt incommenſurabilis ℞. 2. ex diffinitione binomij declarata ſuprà in capitulo primo, ſequitur quòd detracta altera à ℞. 349690. remanebit reliqua. Vtpote ſi ℞. 5. eſſet commenſurabilis ℞. 349690. ita quòd ſumpta 264. vicibus æquaretur illi, tunc detractis 264. rebus ex vno cubo cenſus remaneret 1183. m̄. ℞. 139876. quod eſſet 264. ℞. 2. dato quod 264. foret ℞. 69938. quare non poterit res addita aut diminuta ab aliquo illorum æquari numero in tertio vel ſexto binomio vel reciſo.

Quòd ſi dicas quòd cenſus poteſt æquari cenſui

cenſui ce. & numero, & ita de aliis reſpondeo quòd ibi non ingreditur binomium tertium aut ſextum nec reciſum, imò tunc ce. eſt res, & ce. ce. fit cenſus, & ſunt in binomio primo.

Nec etiam poteſt fieri talis æquatio rei cum cubo, aut cum Relato primo & numero, quia vt vides omnes ſunt ℞. igitur non poteſt per additionem fieri numerus ex primo ſuppoſito, nec per diminutionem, eo quòd dato quòd ℞. 5. ſit commenſurabilis ℞. 605. eſt enim $\frac{1}{11}$ eius. Et ſimiliter

Res, ℞.	5.	p.	℞.	2.
cubus, ℞.	605.	p̃.	℞.	578.
R^m p^m ℞.	105125.	p̃	℞.	104882.

℞. 2. eſt commenſurabilis ℞. 578. quia eſt $\frac{1}{17}$ eius vt patet ex regula cubandi binomia ſuccintè data ſuperiùs. Et ſimiliter ℞. 5. eſt $\frac{1}{145}$ de ℞. 105125. & ℞. 2. eſt $\frac{1}{229}$ de ℞. 104882. vt patuit in notando de generatione relati, quia tamen ſi auferatur ℞. de ℞. dato quod ſint commenſurabiles aut nihil remanet aut quantitas ſurda, igitur res cum numero non poteſt æquari cubo aut relato primo, & ſic in infinitum in binomio aut reciſo tertio vel ſexto.

Et eadem ratione patet quòd nec cubus cum numero poterit æquari relato primo, vt patet per eandem rationem, nec relatum primum cum numero poterit æquari cubo & ſic in infinitum.

Nec etiam poterunt denominationes tabulæ ſuperoris æquari denominationibus tabulæ huius, ita quòd ſuperſit numerus vtpote cenſus & numerus non poterunt æquari cubo. Patet quoniam in denominationibus ſuperioribus eſt tantùm vna pars ℞. reliqua eſt numerus. In his autem denominationibus ambæ partes ſunt ℞. igitur, nec additæ nec detractæ poterunt conflare numerum. Relinquitur igitur quòd tam tertium quàm ſextum binomium & reciſum ſunt inutilia ad capitula omnia algebræ vſque in infinitum.

Ex hoc patet quòd ſi quis proponat quæſtionem prouenientem in ligata ℞. quo ad æquationem quod tale capitulum non habet ſolutionem niſi quatenus duæ ℞. ligatæ habent locum numeri.

Dico tamen quòd per accidens fiunt æquationes in tertio & ſexto binomio & ſuis reciſis, & etiam in quantitatibus vniuerſalibus ligatis, & eſt quod cùm in aliquo capitulo fuerit numerus rerum, aut cuborum in ℞. alicuius numeri, tunc æquatio cadet extra binomia & reciſa regularia.

Et ſit exemplum primò hoc, 1. cen. æquatur rebus ℞. 8. p̃. 10. dimidia ℞. 8. fit ℞. 2. quadra fit 2. adde ad 10. fit 12. cape ℞. quæ eſt ℞. 12. ei adde dimidium rerum, fiet valor rei ℞. 12. p̃. ℞. 2. quod eſt binomium ſextum.

Et ſimiliter ſi dicam 10. æquatur 1. cen. p̃. ℞. 8. rerum, dimidia ℞. 8. fit ℞. 2. quadra fit 2. adde ad 10. fit 12. Et ℞. 12. m̃. ℞. eſt 2. valor rei, & eſt reciſum ſextum. Et poſſes facere eam ℞. ſimplicem, veluti 16. æquatur ℞. 8. rerum p̃. 1. cen. tunc res eſſet ℞. 18. m̃. ℞. 2. quod eſt ℞. 8.

Capvt XX.

De numero capitulorum quærendorum.

De ſimplicibus autem capitulis quoniam per ſe nota ſunt ex capitulo quadrageſimo ſeptimo nunc dicendum non eſt. Capitula autem compoſita quæ ſecundùm communem conſiderationem ad vſum venire poſſunt, ſunt 99. è quibus 9. dicuntur triplicia neceſſaria deriuatiua, 6. triplicia non neceſſaria, 6. triplicia non neceſſaria deriuatiua, 7. quadruplicia neceſſaria, 7. quadruplicia neceſſaria deriuatiua, 21. quadruplicia prætermiſſa, 21. quadruplicia prætermiſſa deriuatiua, 5. quincuplicia, 5. quincuplicia deriuatiua.

Nouem Capitula triplicia neceſſaria.

† Cen. & res æqualia numero.
† Cen. & numerus æqualia rebus.
† Res & numerus æqualia cenſibus.
† Cubus & res æqualia numero.
† Cubus & numerus æqualia rebus.
† Res & numerus æqualia cubis.
† Cubus & cen. æqualia numero.
† Cubus & numerus æqualia cenſibus.
† Cen. & numerus æqualia cubis.

Duodecim Capitula triplicia neceſſaria deriuatiua.

† Cenſus cenſus & cenſus æqualia numero.
† Cenſus cenſus & numerus æqualia cenſibus.
† Cenſus & numerus æqualia cenſibus cenſus.
† Cubus cenſus & cenſus æqualia numero.
† Cubus cenſus & numerus æqualia cenſibus.
† Cenſus & numerus æqualia cubo cenſus.
† Cubus cenſus & cenſus cenſus æqualia numero.
† Cubus cenſus & numerus æqualia cenſibus cenſus.
† Cenſus cenſus & numerus æqualia cubo cenſus.
† Cen. cen. cen. & cen. cen. æqualia numero.
† Cen. cen. cen. & numerus æqualia cenſibus cenſus.
† Cen. cen. & numerus æqualia cen. cen. cen.

Sex Triplicia non neceſſaria.

* Cenſus cenſus & res æqualia numero.
* Cenſus cenſus & numerus æqualia rebus.
* Res & numerus æqualia cenſibus cenſuum.
* Cenſus cenſus & cubus æqualia numero.
* Cenſus cenſus & numerus æqualia cubo.
* Cubus & numerus æqualia cenſui cenſus.

Sex

Sex Triplicia non neceſſaria deriuatiua.

* Cen. cen. cen. & cenſus æqualia numero.
* Cen. cen. cen. & numerus æqualia cenſibus.
* Cenſus & numerus æqualia cen. cen. cen.
* Cen. cen. cen. & cen. cubi æqualia numero.
* Cen. cen. cen. & numerus æqualia cen. cubi.
* Cen. cubi & numerus æqualia cen. cen. cen.

Septem Quadruplicia neceſſaria.

* Cubus & cenſus & res æqualia numero.

Cubus & cenſus & numerus æqualia rebus.

Cubus & res & numerus æqualia cenſibus.

Cenſus & res & numerus æqualia cubis.

Cubus & cenſus æqualia rebus & numeris.

* Cubus & res æqualia cenſibus & numero.

Cubus & numerus æqualia cenſibus & rebus.

Septem Quadruplicia neceſſaria deriuatiua.

* Cubus cenſus, & cenſus cenſus & cenſus æqualia numero.

Cubus cenſus, & cenſus cenſus & numerus æqualia cenſibus.

Cubus cenſus, & cenſus & numerus æqualia cenſibus cenſus.

Cenſus cenſus, & cenſus & numerus æqualia cubo cenſus.

Cubus cenſus, & cenſus cenſus æqualia cenſibus & numero.

* Cubus cenſus & cenſus æqualia cenſibus cenſus & numero.

Cubus cenſus & numerus æqualia cenſibus cenſus & cenſibus.

21. *Quadruplicia prætermiſſa.*

Cen. cen. & cen. & res æqualia numero.

Cen. cen. & cen. & numerus æqualia rebus.

Cen. cen. & res & numerus æqualia cenſibus.

Cen. & res & numerus æqualia cen. cen.

Cen. cen. & cenſus æqualia rebus & numero.

Cen. cen. & res æqualia cenſibus & numero.

Cen. cen. & numerus æqualia cenſibus & rebus.

Cen. cen. & cubi & res æqualia numero.

Cen. cen. & cubi & numerus æqualia rebus.

Cen. cen. & res & numerus æqualia cubis.

Cubus & res & numerus æqualia cenſibus cenſus.

Cen. cen. & cubi æqualia rebus & numero.

Cen. cen. & res æqualia cubis & numero.

Cen. cen. & numerus æqualia cubis & rebus.

Cen. cen. & cubi & cenſus æqualia numero.

Cen. cen. & cubi & numerus æqualia cenſibus.

Cen. cen. & cenſus & numerus æqualia cubis.

Cubus & cenſus & numerus æqualia cen. cen.

Cen. cen. & cubi æqualia cenſibus & numero.

Cen. cen. & cenſus æqualia cubo & numero.

Cen. cen. & numerus æqualia cubo & cenſibus.

21. Capitula quadruplicia prætermiſſa deriuatiua non poſui, quia ex præcedentibus faciliter cognoſcuntur, & difficile eſt peruenire ad æquationem, & rariſſimè cadunt in vſum.

Quinque Capitula quincuplicia prætermiſſa.

Cen. cen. & cubi & cenſus & res æqualia numero.

Cen. cen. & cubi & cenſus & numerus æqualia rebus.

Cen. cen. & cubi & res & numerus æqualia cenſibus.

Cen. cen. & cenſus & res & numerus æqualia cubis.

Cubus & cenſus & res & numerus æqualia cenſui cenſus.

Reliqua etiam ſua correſpondentia deriuatiua quinque capitula non poſui propter rationes ſuperiùs adductas.

Meminiſſe autem oportet, quòd cognito quocumque capitulo ſuum deriuatiuum ei correſpondens ſubitò cognoſcitur, ſiue ſit ex neceſſariis ſiue non, ſiue ex prætermiſſis ſiue ex triplicibus, ſiue ex quadruplicibus, ſiue quincuplicibus, nam æquatio deriuatiui ſemper eſt ℞. v. æquationis principalis, cuius exempla videbis in capitulo penultimo.

Eſt etiam aliud genus capitulorum quod vocatur aſſimilatorum & ſunt 9. & ſunt vniuerſalia, & aſſimilantur primis 9. & cognoſcuntur per illa ſine difficultate & ſunt hæc:

Nouem Capitula vniuerſalia aſſimilata.

† Cubus cenſus & cubus æqualia numero.

† Cubus cenſus & numerus æqualia cubis.

† Cubus & numerus æqualia cubo cenſus.

† Cubus cubi & cubus æqualia numero.

† Cubus cubi & numerus æqualia cubis,

† Cubus & numerus æqualia cubo cubi.

† Cenſus relati primi & ℞^m p^m æqualia numero.

† Cenſus relati primi & numerus æqualia ℞^o p^o.

† R^m p^m & numerus æqualia cenſui ℞^i primi.

Et nota quòd vbi apponitur † talia capitula ſunt vniuerſaliter nota, vbi verò ponitur * ſunt particulariter nota tantùm, vbi nihil, ſunt ignota, licèt poſſint cognoſci per regulas huius libri; nos enim neglex imus ob prolixitatem ponere regulas de ſingulis & etiam propter cauſam dictam in capitulo decimo octauo.

Summa igitur capitulorum vniuerſaliter cognitorum eſt 30. & particulariter 16. omnia autem 46. exceptis ſimplicibus quæ nota ſunt vſque in infinitum, vt apparet in libro practicæ capitulo 47.

Capvt XXI.

De permutatione Capitulorum inuicem.

SciAs quòd capitula in quibus ingreditur cubus, ſunt duo principalia & quatuor dependentia. Principalia ſunt duo, cubus & res æqualia numero & cubus æqualis rebus & numero. Talia enim ſunt cognita per ſe. Non principalia autem ſunt cubus & numerus æqualia rebus, & cubus & cenſus æqualia numero, & cubus æqualis cenſui & numero, & cubus & numerus æqualia cenſibus; & modus eſt talis:

Cubus & res æquales numero in cubum æqualem cenſibus & numero, & è contrà.

Cubus æqualis rebus & numero in cubum & cenſum æqualia numero, & è contrà.

Cubus æqualis rebus & numero in cubum & numerum æqualia rebus, & è contrà.

Cubus & numerus æqualia rebus in cubum & numerum æqualia cenſibus, & è contrà.

Cen. cen. & numerus æqualia rebus in cen. cen. & numerum æqualia cubis & è contrà.

Cen. cen. & cubi æqualia numero in cen. cen. æqualem rebus & numero, & è contrà.

Cen. cen. & cen. & numerus æqualia rebus in cen. cen. & cen. & numerum æqualia cubis, & è contrà.

1 Cùm igitur fuerit cubus æqualis cenſibus & numero, tunc ita conuertes in capitulum cubi & rerum æqualium numero. Quadra numerum cenſuum, & cum eo diuide numerum quem habes, quod exit ſerua. Similiter diuide numerum quem habes per numerum cenſuum, quod exit eſt numerus rerum, multiplica numerum rerum in numerum quem ſeruaſti, quod fit eſt numerus cui res inuentæ cum cubo æquantur.

Exemplum, 1. cu. æquatur 3. cen. p̃. 45. diuide 45. per 3. numerum cenſuum, exit 15. numerus rerum, diuide 45. per 9. quadratum numeri cenſuum, exit 5. multiplica 5. per 15. exit 75. numerus. Igitur dicemus quòd 1. cu. p̃. 15. rebus æquatur 75.

1. cu.	3. cen.	45	15. res.
	9.	9.	5.
		5.	75. numerus,
1. cu. p̃. 15. rebus æqualia 75.			

Cùm autem ex hac æquatione volueris ſcire priorem æquationem, diuide numerum rerum, vtpote 15. per æquationem cubi & rerum æqualium numero iam inuentam ex ſuo capitulo, & quod exit eſt valor rei in prima æquatione, id eſt, dum 1. cu. æquatur 3. cen. p̃. 45. cum igitur 1. cu. p̃. 15. rebus æquatur 75. valor rei vt videbitur erit ℞. v. cu. ℞. 1531$\frac{1}{4}$ p̃. 37$\frac{1}{2}$ m̃. ℞. v. cu. ℞. 1531$\frac{1}{4}$ m̃. 37$\frac{1}{2}$. Diuide igitur 15. numerum rerum & exibit trinomium compoſitum ex duabus ℞. v. cubicis & tertiâ parte numero ſimul iunctis, quod erit valor rei de 1. cu. æquali 3. cen. p̃. 45.

Aliud exemplum, 1. cu. æquatur 3. cen. p̃. 36. diuide 36. per 3. numerum cenſuum, exit 12. numerus rerum, diuide etiam 36. per 9. quadratum numeri cenſuum, exit 4. multiplica 4. in 12. fit 48. numerus. Dices igitur quod 1. cu. p̃. 12. rebus æquatur 48.

1. cu.	3. cen.	36	12. res.
	9.	9.	
		4.	48. numerus,
1. cu. p̃. 12. rebus æqualia 48.			

Cùm igitur ex hac æquatione volueris habere æquationem priorem, habita æquatione de 1. cu. p̃. 12. co. æqualibus 48. per ſuum capitulum, & eſt ℞. v. cu. ℞. 640. p̃. 24. m̃. ℞. v. cu. ℞. 640. m̃. 24. diuides 12. numerum rerum per hoc binomium vniuerſale cubicum, quod exit eſt valor rei de 1. cu. æquali 3. cen. p̃. 36.

Et hæc regula extrahitur ex decima nona quæſtione inferiùs poſita, nam ex eadem poſitione peruenimus ad cu. & co. æqualia numero, & habemus valorem ſecundæ quãtitatis, & ad cen. & nu. æqualia cubo, & habemus valorem tertiæ quantitatis: & quia ex ſecunda quantitate in tertiam fit numerus producendus, igitur diuiſo numero producendo per valorem ſecundæ quantitatis inuentum per regulam cu. & co. æqualium numero, exibit valor tertiæ quantitatis qui eſt valor rei quærendæ per capitulum cu. æqualis cen. & numero.

Exemplum, ponamus quod 1. cu. æquetur 4$\frac{4}{5}$ cen. p̃. 57$\frac{1}{5}$; Tu ſcis quod ſi quis proponat quæſtionem talem, diuide 2 [illegible] in duas partes, ita quòd ſi addatur tertia in continua proportionalitate productum ſecundæ in tertiam, erit 12. Si igitur ponatur tertia pars 1. co. & ſecunda [illegible]

peruenies

peruenies ad 1. cu. æqualem $4\frac{4}{5}$ cen. p̄. $57\frac{3}{5}$. Igitur diuiſo $57\frac{3}{5}$ per $4\frac{4}{5}$ exit 12. numerus producendus, & diuiſo $57\frac{3}{5}$ per $23\frac{1}{25}$ quod eſt quadratum de $4\frac{4}{5}$ exit $2\frac{1}{2}$. Ecce quod reduxiſti talem quæſtionem ad primam quæſtionem propoſitam, quam ſolues ponendo mediam quantitatem 1. co. & peruenies ad cu. & co. æqualia numero, & valor rei erit ℞. cu. 32. m̄. ℞. cu. 2. & quia ex hac ſecunda quantitate in tertiam fit 12. igitur valor rei erit ℞. cu. $65\frac{67}{125}$ p̄. ℞. cu. $\frac{32}{125}$ p̄. $1\frac{3}{5}$ & ita habemus valorem rei de 1. cu. æquali $4\frac{4}{5}$ cen. p̄. $57\frac{3}{5}$. Et ſcias quod $1\frac{3}{5}$ qui eſt tertia pars valoris rei eſt $\frac{1}{3}$ de $4\frac{4}{5}$ numeri cenſuum, & quòd multiplicatio $65\frac{67}{125}$ in $\frac{32}{125}$ producit inuicem ducta $16\frac{12144}{15625}$ cuius ℞. $4\frac{12}{125}$ eſt cubus de $1\frac{3}{5}$ tertiæ partis numeri cenſuum.

2 Cùm verò volueris reducere æquationem cubi & cenſuum æqualium numero ad æquationem cubi æqualis rebus & numero, accipe tertiam partem numeri cenſuum & cuba eam & adde numero propoſito: Deinde quadra numerum cenſuum, & eius accipe tertiam partem & hoc eſt numerus rerum. Hunc numerum, etiam rerum, multiplica in tertiam partem numeri cenſuum, & productum detrahe ex numero priùs aggregato, & reſiduum eſt numerus æquationis.

Pro valore autem rei, habito valore rei de 1. cu. æquali rebus & numero, detrahe à dicta æquatione tertiam partem numeri cenſuum, & fiet trinomium ex duabus radicibus cubicis ſimplicibus vel vniuerſalibus iunctis & tertiâ parte, quæ eſt numerus per m̄. & hoc eſt valor rei de 1. cu. p̄. cen. æqualibus numero.

Exemplum, 1. cu. p̄. 3. cen. æquatur 21. Volo reducere ad 1. cu. æqualia rebus & numero; Accipe $\frac{1}{3}$ de 3. numeri cenſuum, quod eſt 1. cuba, fit 1. adde ad 21. fit 22. deinde quadra numerum cenſuum, fit 9. accipe $\frac{1}{3}$ huius quadrati quod eſt 3. & hic eſt numerus rerum, hunc numerum rerum qui eſt 3. multiplicabimus in $\frac{1}{3}$ numeri cenſuum quod eſt 1. fit 3. detrahe 3. à 22. priùs ſeruato, fit 19. numerus. Habebimus igitur 1. cu. æqualem 3. co. p̄. 19.

1. cu.	3. cen.	21.
	1. tertia pars,	1.
	1. cubus eius,	22.
	9. quadratum cen.	
	3. tertia pars & ſunt res,	
	1. tertia pars cenſuum.	
	3. productum,	22.
		3.
	numerus,	19.
	1. cu. æqualis 3. co. p̄. 19.	

Deinde pro æquatione, inuenta æquatione de 1. cu. æquali 3. co. p̄. 19. & eſt ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $89\frac{1}{4}$ p̄. ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $89\frac{1}{4}$ ab hoc binomio vniuerſali cubico minue $\frac{1}{3}$ numeri cenſuum quod eſt 1. remanebit valor rei de 1. cu. p̄. 3. cen. æqualibus 21. Hoc trinomium ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $89\frac{1}{4}$ p̄. ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $89\frac{1}{4}$ m̄. l. 1.

Aliud, 1. cu. p̄. 6. cen. æquatur 40. Volo reducere ad 1. cu. æquale rebus & numero; Accipe $\frac{1}{3}$ de 6. numeri cenſuum

1. cu.	6. cen.	40.
	2. tertia pars,	8.
	8. cubus eius,	48.
	36. quadratum cenſuum,	
	12. tertia pars & ſunt res.	
	2. tertia pars cenſuum.	
	24. productum	48.
		24.
	numerus,	24.
	1. cu. æqualis 12. co. p̄. 24.	

quod eſt 2. cuba, fit 8. adde ad 40. fit 48. deinde quadra 6. fit 36. accipe $\frac{1}{3}$ de 36. quod eſt 12. & hic eſt numerus rerum: multiplica 12. in 2. quod eſt $\frac{1}{3}$ numeri cenſuum, fit 24. detrahe 24. ex 48. remanet 24. pro numero, habes igitur 1. cu. æqualem 12. co. p̄. 24.

Pro æquatione igitur ſua, quære æquationem de 1. cu. æquali 12. co. p̄. 24. & eſt per exemplum ℞. v. cu. 12. p̄. ℞. 80. p̄. ℞. v. cu. 12. m̄. ℞. 80. & ab hac minue $\frac{1}{3}$ numeri cenſuum, quod eſt 2. habebimus valorem rei de 1. cu. p̄. 6. cen. æqualibus 40. eſſe hoc trinomium ℞. v. cu. 12. p̄. ℞. 80. p̄. ℞. v. cu. 12. m̄. ℞. 80. m̄. l. 2.

Et nota quod quandoque accidit vt numerus qui fit ex $\frac{1}{3}$ quadrati cenſuum in $\frac{1}{3}$ numeri cenſuum ſit maior numero à quo detrahi debet, & tunc habes $\frac{1}{3}$ quadrati cenſus pro numero rerum æqualium 1. cu. p̄. numero qui deficit. Veluti ſi 1. cu. p̄. 12. cen. æquetur 56. tunc accipe $\frac{1}{3}$ de 12. & & cuba, fit 64. adde ad 56. fit 120. deinde quadra 12. fit 144. accipe $\frac{1}{3}$ quod eſt 48. multiplica in 4. quod eſt $\frac{1}{3}$ de 12. numeri cenſuum, fit 192. detrahe 192. ex 120. remanent 72. m̄. habebis igitur 1. cu. p̄. 72. æqualia 48. co. ſequere æquationem vt in ſua regula, quando res æquatur cubo & numeris, & habito valore rei, detrahe $\frac{1}{3}$ numeri cenſuum ex eo valore, & reſiduum eſt valor rei quæſitæ, ſiue ℞. cenſus.

Alius modus conuertendi capitulum de cu. & cen. æqualia numero in capitulum cubi æqualis rebus & numero; Et hoc fiet accipiendo ℞. numeri qui æquatur cubo & cenſibus & ipſam addes tot rebus quot erant cenſus, & habebis cubum æqualem rebus & numero: Si autem volueris habere valorem rei, quando cubus & cenſus æquantur numero per valorem rei cognitum quando cubus æquatur rebus & numero, diuides ℞. numeri qui erat æqualis cenſibus & cubo per valorem rei inuentum in æquatione cubi æqualis rebus

& numero, & quod exit eſt valor rei in æquatione cubi & cenſuum æqualium numero.

Exemplum, 1. cu. p̄. 4. cen. æquatur 225. dices igitur 1. cu. æquatur 4. co. p̄. 15. Et ſimiliter 1. cu. p̄. 2. cen. æquatur 441. igitur 1. cu. æquatur 2. co. p̄. 21. qui eſt ℞. 441. Et ſimiliter 1. cu. p̄. 3. cen. æquatur 20. igitur 1. cu. æquatur 3. co. p̄. ℞. 20. Pro habenda igitur æquatione ponamus quòd quando dico 1. cu. æquatur 2. co. p̄. 21. res ſit 3. diuide 21. per 3. exit 7. valor rei de 1. cu. p̄. 2. cen. æqualis 441. Et ita ſi 1. cu. æquatur 4. co. p̄. 15. & valor rei eſt 3. diuide 15. per 3. exibit 5. valor rei de 1. cu. p̄. 4. cen. æqualis 225. Et eodem modo ſi 1. cu. p̄. 3. cen. æquatur 20. valor rei eſt 2. igitur cùm 1. cu. æquatur 3. co. p̄. ℞. 20. valor rei erit ℞. 5. qui prouenit diuiſa ℞. 20. per 2.

Per contrarium autem ſi fuerit cubus æqualis rebus & numero, tunc quadra numerum & habebis cubum & cenſus in numero rerum æqualia dicto quadrato. Deinde ſi habueris æquationem cubi & cenſuum æqualium dicto quadrato, & velis habere æquationem cubi æqualis rebus & numero, diuide ipſum numerum quem priùs quadraſti ſiue numerum primæ æquationis, per valorem rei inuentum in ſecunda æquatione, quod exit eſt valor rei in prima æquatione.

Exemplum, 1. cu. æquatur 2. co. p̄. 21. dices igitur conuertendo igitur 1. cu. p̄. 2. cen. æquatur 441. Et ſimiliter 1. cu. æquatur 4. co. p̄. 15. igitur 1. cu. p̄. 4. cen.

1. cu. æquatur 2. co. p̄. 21.
1. cu. p̄. 2. cen. æquatur 441.
1. cu. æquatur 4. co. p̄. 15.
1. cu. p̄. 4. cen. æquatur 225.

æquatur 225. qui eſt quadratum de 15. ſicut 441. fuit quadratum de 21. Pro habendo autem valore rei, ponamus quod in æquatione de 1. cu. p̄. 2. cen. æqualium 441. res valeat 7. diuide 21. numerum qui eſt ℞. 441. per 7. exit 3. qui eſt valor rei de 1. cu. æqualis 2. co. p̄. 21. Et ſimiliter ſi in 1. cu. p̄. 4. cen. æqualis 225. valor rei eſſet 5. diuidemus 15. ℞. 225. p̄. 5. & exibit 3. valor rei de 1. cu. æqualis 4. co. p̄. 15. 3

Conuerſio autem cubi & numeri æqualium rebus in cubum æqualem rebus & numero, extrahitur per ſubtilem inueſtigationem capituli cubandi binomia. Cùm igitur fuerit 1. cu. p̄. nu. æqualia rebus, dices igitur 1. cu. æquatur rebus & nu. ſub eiſdem terminis. Veluti ſi dico 1. cu. p̄. 88. æquatur 53. co. igitur 1. cu. æquatur 53. co. p̄. 88. quare per vigeſimam regulam vniuerſalem habebimus valorem rei qui eſt 8. Pro habenda verò æquatione, diuide 8. per æqualia, & quadra, fit 16. & tripla, fit 48. detrahe 48. à 53. numero rerum, remanet 5. accipe ℞. 5. & adde vel minue ad 4. dimidium rei, habebis 4. p̄. ℞. 5. vel 4. m̄. ℞. 5. & ita ſi 1. cu. p̄. 88. æquatur 53. co. res valet 4. m̄. ℞. 5. vel 4. p̄. ℞. 5. Et ſimiliter ſi dicam 1. cu. p̄. 12. æquatur 34. co. dices igitur 1. cu. æquatur 12. p̄. 34. co. quare per regulam res valebit 6. accipe dimidium 6. quod eſt 3. quadra, fit 9. tripla, fit 27. detrahe ex 34. numero rerum, remanet 7. accipe ℞. 7. & eam adde vel minue à dimidio rei quod eſt 3. habebimus valorem rei 3. p̄. ℞. 7. vel 3. m̄. ℞. 7. Si igitur 1. cu. p̄. 12. æquatur 34. co. res valet 3. p̄. ℞. 7. vel 3. m̄. ℞. 7. 4

Cùm verò volueris conuertere capitulum cubi & numeri æqualium cenſibus in capitulum cubi & numeri æqualium rebus, multiplica ℞. cubam numeri in numerum cenſuum, quod fit eſt numerus rerum. Veluti 1. cu. p̄. 216. æqualia 27. cen. accipe ℞. cu. 216. & eſt 6. multiplica in 27. numerum cenſuum, fit 162. co. dices igitur 1. cu. p̄. 216. æquatur 162. co. & tunc res erit non prima quantitas vt in prima æquatione, ſed tertia, veluti quantitates ſint 3. 6. 12. 24. in prima æquatione 1. cu. p̄. 216. æquatur 27. cen. res erat 3. & cen. 9. & cubus 27. in ſecunda æquatione res eſt 12. & cubus 1728. quare, &c.

Et per idem cùm fuerit cubus & numerus æqualia rebus, diuide numerum rerum per ℞. cubicam numeri, & habebis exiens numerum cenſuum, & ita erit cubus & numerus æqualia cenſibus, & vtrumque extrahitur ex trigeſima ſecunda regula quinquageſimi primi capituli, & ſicut in prima æquatione res erat tertia quantitas, hîc erit prima, vnde habita vna æquatione, quadra ℞. cubam numeri, quæ ſemper cadit in medio vtriuſque æquationis, & quod fit diuide per æquationem ſecundam; ſi habes eam, exibit ſemper prima æquatio.

Ponamus igitur pro exemplo quòd quis dicat 1. cu. p̄. 16. æquatur 6. cen. dico, debes accipere ℞. cu. numeri & eſt ℞. cu. 16. multiplica in 6. fit ℞. cu. 3456. & ita dices quòd 1. cu. p̄. 16. æquatur co. ℞. cu. 3456. quod ſit verum, tunc in prima æquatione res eſt 2. nam 1. cu. eſt 8. additis 16. fit 24. quod eſt æquale 6. cen. nam cen. eſt 4. Cùm igitur ex regula ℞. cu. numeri ſit ſemper ſecunda quantitas, erit igitur ℞. cu. 16. quantitas ſecunda: quare cùm prima ſit 2. quadra ℞. cu. 16. fit ℞. cu. 256. diuide per 2. exit ℞. cu. 32. Habes igitur quòd prima quantitas eſt 2. ſecunda ℞. cu. 16. tertia ℞. cu. 32. & hic debet eſſe valor rei in tertia æquatione. Quod ſit verum 1. cu. de ℞. cu. 32. eſt 32. additis 16. fit 1. cu. p̄. 16. totum 48. dico igitur quòd co. ℞. cu. 3456. ſunt 48. nam res valet vt dictum eſt ℞. cu. 32. multiplica igitur ℞. cu. 32. in ℞. cu. 3456.

cu. 3456. fit ℞. cu. 110592. Igitur cùm talis ℞. cu. ſit 48. præciſe patet intentum.

5 Cùm verò cen. cen. æquatur rebus & numero, dices conuertendo igitur cen. cen. & res æquantur numero, & æquatio erit eadem, excepto quòd in prima erit binomium ſecundum vel quintum, & in ſecunda reciſum ſecundum vel quintum; & ita valet è conuerſo. Exemplum, 1. cen. cen. æquatur 72. co. p̃. 17. & valor rei eſt ℞. 5. p̃. 2. Dices igitur 1. ce. ce. p̃. 72. co. æquatur 17. & res valebit ℞. 5. m̃. 2. & è contrà, quare inuento vno capitulo, habes reliquum ſine difficultate, & eſt hæc conuerſio ſimilis conuerſioni capituli cen. & rerum æqualium numero in capitulum cenſus, æqualis rebus & numero.

6 Cùm verò cen. cen. & numerus æquantur cubis conuertetur capitulum in cen. cen. p̃. numero eodem æqualia rebus & è contrà.

Et ſimiliter cùm 1. cen. cen. æquatur cubis & numero, conuertetur capitulum in numerum eundem æqualem cenſui cenſus & rebus & è contrà.

Et ſimiliter ſi numerus æquatur cenſui cenſus & cubis, conuertetur capitulum in cen. cen. æqualem rebus & numero eidem.

Et regula in omnibus eſt vna, ideo poſui eam pro vno capitulo, ſemper multiplica ℞. numeri in numerum cuborum, & quod fit eſt numerus rerum: vel è contrà ſi diuiſeris numerum rerum per ℞. numeri, exibit numerus cuborum.

Exemplum, 1. cen. cen. æquatur 10. cu. p̃. 64. accipe ℞. 64. quæ eſt 8. multiplica in 10. numerum cuborum, fit 80. Dices igitur quod 64. æquatur 1. cen. cen. p̃. 80. co. & è contrà ſi diceres 1. cen. cen. p̃. 80. co. æquatur 64. accipe ℞. 64. quæ eſt 8. & cum ea diuide 80. numerum rerum, exit 10. numerus cuborum. Dices igitur quòd 1. cen. cen. æquatur 10. cu. p̃. 64. & ita de aliis.

Pro æquatione verò habita vna æquatione capituli diuide ℞. numeri per eam, quod exit eſt æquatio capituli ſui conuerſi. Exemplum, dicamus quòd 1. cen. cen. æquetur 3. cu. p̃. 64. & ponamus quòd valor rei ſit 4. Accipe conuerſum capitulum accipiendo ℞. 64. quæ eſt 8. & cum ea multiplica 3. numerum cuborum, fit 24. igitur dices 64. æquatur 1. cen. cen. p̃. 24. co. Pro habendo valorem rei diuide 8. ℞. 64. numeri habiti per 4. æquationem primam, exit 2. æquatio ſecunda. Dices igitur quòd ſi 64. æquatur 1. cen. cen. p̃. 24. co. quod res valet 2.

Et hæ regulæ extrahuntur ex tribus quæſtionibus, quarum prima dicit inuenias tres numeros continuè proportionales, ex quorum multiplicatione primi in ſecundum, fiat 8. & primus cum tertio iunctus faciat 10. Secunda dicit, inuenias tres numeros continuè proportionales, ex quorum multiplicatione primi in ſecundum, fiat 8. & primus ſit maior tertio in 10. Tertia quæſtio dicit, inuenias tres numeros continuè proportionales, ex quorum multiplicatione primi in ſecundum, fiat 8. & tertius ſit maior primo in 10. & licet quæſtiones videantur particulares regulæ tamen iſtæ ſunt generaliſſimæ, nec vnquam fallunt, & ſunt demonſtrabiles.

Conuerſio verò capituli cen. cen. & cen. & numeri æqualium cubis in cen. cen. & cen. 7
& numerum æqualia rebus quando partes fuerint continuè proportionales oritur ex hac quæſtione. Diuide 10. in tres partes continuè proportionales, ex quarum multiplicatione primæ in ſecundam, fiat 8. nam poſita prima parte 1. co. ſecunda $\frac{8}{1.co.}$ erit tertia $\frac{64}{1.ce.}$ & hæc æquatur 10. quare erit 1.

1. co. $\frac{8}{1.co.}$ $\frac{64}{1.ce.}$ 1. cu.	10.
1. ce. ce. p̃. 8. cen. p̃. 64.	10. cu.
$\frac{8}{1.co.}$ 1. co. $\frac{1}{8}$ cu. 1. co.	10.
8. p̃. 1. cen. p̃. $\frac{1}{8}$ ce. ce. 8.	10. co.
64. p̃. 8. cen. p̃. 1. ce. ce.	80. co.

ce ce. p̃. 8. cen. p̃. 64. æqualia 10. cu. & in ſecunda æquatione poſita ſecunda parte 1. co. habebis 64. p̃. 8. cen. p̃. 1. cen. cen. æqualia 80. co. Cùm igitur fuerint 1. cen. cen. p̃. cen. p̃. numero æqualia cubis & fuerint numeri cen. cen. & cen. & numerus continuè proportionales, multiplica ℞. numeri in numerum cuborum, & habebis numerum rerum æqualium totidem cenſibus cenſuum, & cenſibus & numeris. Et ſimiliter habebis æquationem vnam per aliam diuidendo ℞. numeri per æquationem inuentam, quod exit eſt æquatio ſecunda quæſita.

Exemplum, 1. cen. cen. p̃. 8. cen. p̃. 64. æquatur 10. cu. accipe ℞. 64. quæ eſt 8. & eam multiplica per 10. numerum cenſuum, fit 80. numerus rerum. Igitur 1. ce. ce. p̃. 8. cen. p̃. 64. æquatur 80. co. & è contrà facies diuidendo. Pro habenda autem æquatione diuides 8. ℞. numeri per æquationem habitam, quod exit erit æquatio conuerſi capituli. Veluti 1. cen. cen. p̃. 8. cen. p̃. 64. æquatur 7. cu. dices igitur per regulam 1. ce. ce. p̃. 8. cen. p̃. 64. æquatur 56. co. & valor rei eſt 2. in hac æquatione. Diuide igitur 8. per 2. exit 4. & hic erit valor rei in prima æquatione, videlicet de 1. cen. cen. p̃. 8. cen. p̃. 64. æqualibus 7. cu. Hæc tamen regula non tenet, vt dixi, vbi partes non ſint continuè proportionales.

Conuerſio capituli cubi & numeri æqua- 8
lium cenſibus in capitulum cubi & rerum æqualium cenſibus & numero, ita quòd æquatio eſt eadem. Quadra dimidium cenſuum & adiunge productum pro numero rerum ipſi cubo, deinde accipe $\frac{1}{8}$ ipſius numeri pro numero addendo cenſibus.

Exemplum, 1. cu. p̃. 8. æquatur 7. cen. accipe dimidium quod eſt $3\frac{1}{2}$, quadra fit $12\frac{1}{4}$; & tot ſunt res. Deinde accipe $\frac{1}{8}$ de 8.

quod eſt 1. dices igitur 1. cu. p̄. $12\frac{1}{4}$ co. æquatur 7. cen. p̄. 1. & ita ſi dixerit 1. cu. p̄. 40. æquatur 8. cen. dices igitur quòd 1. cu. p̄. 16. co. (quod eſt quadratum dimidij numeri cenſuum) æquatur 8. cen. p̄. 5. quod eſt $\frac{1}{8}$ de 40. & ita poteris conuertere capitulum è conuerſo; & hæc eſt regula de modo quam inueni laborioſè ex capitulo vigeſimo ſeptimo, iterando poſitionem ſuper regulam.

9 Eſt & vnus modus generalis conuertendi capitula omnia inuicem quomodolibet ſint & per eundem modum, non tamen omne capitulum conuertitur in quoduis & ſumma regulæ conſtat quòd ſi ſint cenſus in æquatione, accipe $\frac{1}{3}$ vel $\frac{2}{3}$ numeri cenſuum, & adde ad 1. co. & pone valorem rei 1. co. p̄. $\frac{1}{3}$ vel $\frac{2}{3}$ numeri cenſuum vel m̄: Si verò capitulum fuerit de rebus, pone ℞. $\frac{1}{3}$ numeri rerum cum 1. co. per p̄. vel m̄. & hoc erit valor rei. Deinde cuba per modum cubandi binomia, & ſimiliter reduc ad numerum rerum vel cenſuum, & ſemper inuenies cenſus vel res ex vtraque parte æquales. Igitur remanebit aliud capitulum cuius inuenta æquatione adde numerum quem aſſumpſiſti cum 1. co. ſi numerus ſit per p̄. vel minue ſi ſit per m̄. & relinquetur æquatio quæſita.

Exemplum, Dicamus quòd 1. cu. p̄. 5. æquatur 12. co. Accipe $\frac{1}{3}$ de 12. quod eſt

1. cu. p̄. 5. æqualia 12. co.
Res 1. co. p̄. 2.
Cubus 1. cu. p̄. 6. cen. p̄. 12. co. p̄. 8.
p̄. 5.
12. res 12. co. p̄. 24.

1. cu. p̄. 6. cen. æqualia 11.

4. huius accipe ℞. quæ eſt 2. Pone igitur valorem rei 1. co. p̄. 2. vel 1. co. m̄. 2. Si primum, habebis 1. cu. eſſe 1. cu. p̄. 6. cen. p̄. 12. co. p̄. 8. quibus additis 5. fient 1. cu. p̄. 6. cen. p̄. 12. co. p̄. 13. æqualia 12. rebus, quæ ſunt 12. co. p̄. 24. Igitur detractis 12. co. relinquentur 1. cu. p̄. 6. cen. æqualia 11. Quòd ſi pones valorem rei 1. co. m̄. 2. habebis 1. cu. eſſe 1. cu. p̄. 12. co. m̄. 6. cen. m̄. 8. quibus additis 5. fient 1. c. p̄. 12. co. m̄. 6. cen. m̄. 3. æqualia 12. co. m̄. 24. Quare 1. cu. p̄. 21. æquabitur 6. cen.

1. cu. p̄. 5. æqualia 12. co.
res 1. co. m̄. 2.
cubus 1. cu. p̄. 12. co. m̄. 6. cen. m̄. 8.
p̄. 5.
12. res. 12. co. m̄. 24.

1. cu. p̄. 21. æqualia. 6. cen.

1. cu. p̄. 7. æqualia 6. cen.
res 1. co. p̄. 2.
cubus 1. cu. p̄. 6. cen. p̄. 12. co. p̄. 8.
p̄. 7.
6. cenſus 6. cen. p̄. 24. co. p̄. 24.

1. cu. æqualis 12. co. p̄. 9.

1. cu. p̄. 81. æqualia 12. cen.
res 1. co. p̄. 8.
cubus 1. cu. p̄. 24. ce. p̄. 192. co. p̄. 512.
p̄. 81.
12. cenſus, 12. cen. p̄. 192. co. p̄. 768.

1. cu. p̄. 12. cen. æqualis 175.

Et ſimiliter ſi habuerimus 1. cu. p̄. 7. æqualia 6. cen. accipe $\frac{1}{3}$ de 6. ce. quod eſt 2. & ponemus valorem rei 1. co. p̄. 2. vel 1. co. m̄. 2. Si igitur fuerit 1. co. p̄. 2. erit cubus 1. cu. p̄. 6. cen. p̄. 12. co. p̄. 8. & additis 7. quæ erant in æquatione fient 1. cu. p̄. 6. ce. p̄. 12. co. p̄. 15. & hoc debet æquari 6. ce. eſt autem ce. 1. ce. p̄. 4. co. p̄. 4. & 6. ce. ſunt 6. ce. p̄. 24. co. p̄. 24. quare abiectis 6. ce. vtrinque erit 1. cu. æqualis 12. co. p̄. 9. & valor rei erit per capitulum ſuum ℞. $5\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$. Quare addito 2. tertia parte cen. ſiue numero æquationis primæ, habebis valorem rei $3\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $5\frac{1}{4}$, huius cubus p̄. 7. æquatur 6. ce. vt patet.

Et ſimiliter ſi dicas, 1. cu. p̄. 81. æquatur 12. ce. accipe $\frac{2}{3}$ de 12. quod eſt 8. & pone valorem rei 1. co. p̄. 8. cuba fit 1. cu. p̄. 24. ce. p̄. 192. co. p̄. 512. quibus adde 81. fit 1. cu. p̄. 24. ce. p̄. 192. co. p̄. 593. & hoc debet æquari 12. ce. qui ſunt 12. ce. p̄. 192. co. p̄. 768. Igitur abiectis 192. co. vtrinque remanent 1. cu. p̄. 12. cen. æqualia 175. & valor rei erit ℞. $47\frac{1}{4}$ m̄. $3\frac{1}{2}$, quibus ſi addantur 8 qui ſunt $\frac{2}{3}$ numeri cen. fiet valor rei quæſitæ ℞. $47\frac{1}{4}$ p̄. $4\frac{1}{2}$ & ita in aliis.

Capvt XXII.

De examine primi, ſecundi, quarti & quinti binomij cum ſuis reciſis.

His igitur viſis, dico quòd binomium primum & quartum, & ſua reciſa ſeruiunt capitulo algebræ de co. æqualibus cenſibus & numeris, nam proportio numeri ce. ad numerum rerum ſit minor quàm ℞. cenſuum ad ℞. rerum ex capitulo decimo ſeptimo, conſideratione prima: cum igitur proportio ℞. 384. ad ℞. 6. ſit octupla, aſſumptis igitur 8. rebus ipſæ erunt 32. p̄. ℞. 384. Igitur detracto 1. ce. qui eſt 22. p̄.

Res æquales ce. & numero.
Res 4. p̄. ℞. 6.
cen. 22. p̄. ℞. 384. Binomium prm 4m.

Res æquales cen. & numero.
Res 4. m̄. ℞. 6.
cen. 22. m̄. ℞. 384. Reciſum prm 4m.

℞. 384. ex 8. rebus, remanebunt 10. igitur 1. ce. p̄. 10. æquatur 8. rebus, & ita cenſus & numerus æquantur rebus.

Et ſimiliter huic capitulo ſeruit reciſum primum & quartum, nam res ſit 4. m̄. ℞. 6, erit cen. 22. m̄ ℞. 84. & proportio ℞. ad ℞. maior quàm numeri ad numerum ex 17° capitulo

capitulo

capitulo conſideratione prima. igitur 8. co. erunt 32. m̃. ℞. 384. à quibus detracto uno cenſu remanent 10. igitur res 8. æquantur 1. ce. p̃. 10. cum igitur res 8. æquatæ ad 1. ce. p̃. 10. verificentur de 4. p̃. ℞. 6. & de 4. m̃. ℞. 6. patet quod capitulum de co. æqualibus cen. & numero habet duas æquationes bonas, unam in qua addimus ℞. ad dimidium rerum & aliam in qua minuimus.

Et ex hoc patet quod tale binomium & reciſum (nam in omnibus his caſibus non facimus differentiam inter binomium primum & quartum nec inter reciſum primum & quartum ſimiliter, nec inter binomium ſecundum & quintum nec inter reciſum ſecundum & quintum) non ſeruit aliis capitulis videlicet ce. æquali numero, & rebus nam cum aſſumis tot res quod æquetur ℞. rerum ℞. cenſuum neceſſario numerus rerum excedit numerum cenſus, eò quod proportio ℞. eſt maior quam numerorum, igitur cenſus non poteſt æquari rebus & numero ſimiliter nec numerus poteſt æquari ce. & co. quia cum iunguntur ce. & co. cum ambæ ℞. ſint p̃. aut ambæ m̃. igitur non poſſunt aggregare numerũ per primum præmittendum 18^{i} capituli oportet igitur ad hoc ut extinguatur ℞. quod tam in binomio quam in reciſo cenſus auferatur à rebus igitur neceſſario fient ce. & numerus æqualia rebus.

Binomium verò quintum & ſecundum ſeruit capitulo ce. æqualium rebus & numero, nam cum ce ſit binomium primum ex regula quinta & res binomium ſecundum (intelligendo vt dixi per ſecundũ etiam quintum) erit ut cum proportio ℞. ad ℞. ſit minor quam numeri ad numerum eo quod maior proportio eſt ℞. per primam conſiderationem regulæ undecimæ, igitur aſſumptis rebus in numero proportionis ℞. & detractis à ce. relinquetur numerus, igitur 1. ce. æquabitur rebus & numero.

Exemplum proportio ℞. 684. ad ℞. 19. eſt ſexcupla igitur 6. res ſunt ℞. 684. p̃. 18.

cen. æqualis rebus & numero
Res ℞. 19. p̃ 3. binomium 2^{m} 5^{m}
cenſus 28. p̃. ℞. 684.

ergo ce. æquatur 6. rebus & 10. numeris nam detractis ℞. 684. ſ. 18. ex 28. p̃. ℞. 684. remanent 10. nec poteſt tale binomium ſeruire alteri capitulo ex his tribus quia per additionem ℞. non poteſt fieri numerus nec poſita æqualitate ℞. poteſt numerus rei ſuperare numerum cenſus.

Reciſum véro ſecundum & quintum ſeruiunt capitulo numeri æqualis ce. & rebus quia proportio ℞. ad ℞. eſt minor quam numeri ad numerum, proportio igitur ℞. 684. ad ℞. 19. eſt ſexcupla, aſſumptis igitur 6. radicibus & additis cenſui quia ℞. in re

Numerus æqualis ce. & rebus
Res ℞. 19. m̃. 3. reciſum 2^{m} 5^{m}
cenſus 28. m̃. ℞. 684.

eſt m̃. & in cenſu p̃. igitur additæ 6. res cum uno cenſu facient 10. igitur 1. ce. p̃. 6. co. æquatur 10. numero; igitur numerus æquatur rebus & cenſui nec poteſt cenſus in hoc reciſo minui à rebus aut è contra per primum præmittendum 18^{i} capituli quia ℞. addita ℞. non facit numerum, eſſet autem addere quia minuendo m̃. à p̃. totum fit m̃.

Cum vero comparantur cubus res & numerus dico quod binomium primum & quartum & reciſum primum & quartum, item reciſum ſecundum & quintum ſeruiunt tantum capitulo rerum æqualium cubo & numero, nam cum proportio ℞. ad. ℞. in binomio primo ſit ut 29. ad 1. & maior quam numeri ad numerum quæ eſt ut 15. ad 1. igitur aſſumptis 29. rebus erunt 87. p̃. ℞. 1682. quare detracto cubo qui eſt 45. p̃. ℞. 1682. remanebit 42. igitur 1. cu. p̃. 42. æquatur 29. rebus igitur res non poſſunt æquari niſi cubo & numero in dicto primo binomio: At nec per idem in reciſo nam cum 29. res ſint 87. m̃. ℞. 1682.

Res æquales cubo & numero
Res 3. p̃. ℞. 2. binomium 1^{m} 4^{m}
cubus 45. p̃. ℞. 1682.

Res æquales cubo & numero
Res 3. m̃. ℞. 2 reciſ. primum quartum
cubus 45. m̃. ℞. 1682.

Res æquales cubo & numero
Res ℞. 5. m̃. 2. reciſ. ſecundum quintum
cubus ℞. 1445. m̃. 38.

igitur detracto cubo remanebunt 42. igitur 29. res æquantur 1. cu. p̃. 42. ut prius. Et ſimiliter in ſecundo & quinto reciſo nam cum maior ſit proportio numeri ad numerum per primam conſiderationem undecimæ regulæ quam ℞. ad ℞. igitur ponatur proportio ℞. 1445. ad ℞. 5. ut 17. ad 1. igitur maior eſt 38. ad 2. cum igitur acceperimus 17. res erunt ℞. 1445. m̃. 34. poſita re ℞. 5. m̃. 2. cum igitur detraxerimus cubum è 17. rebus remanebunt 4. nam ſi ℞. 1445. m̃. 38. debet detrahi ex ℞. 1445. m̃. 34. eſt ac ſi detrahas ℞. 1445. p̃. 34. ex ℞. 1445. p̃. 38. nam quod eſt m̃. ex una parte fit p̃. ex altera, igitur etiã hic 17. res æquantur cubo p̃. 4. licet aliqualiter impropriè, relinquitur igitur quod capitulum de rebus æqualibus, cubo & numero habet binomium primum & quartum cum eorum reciſis & reciſum ſecundum & quintum, nec talia binomia aut reciſa poſſunt ſeruire alijs capitulis de cubis rebus & numeris per rationes ſuperius allegatas quas toties repetere eſt omnino ſuperfluum, cum ſemper fundentur in conſideratione prima capituli 17. & in primo & ſecundo præmittendo 18^{i} capituli.

Binomium vero ſecundum & quintum ſeruit capitulo de cubis æqualibus rebus & numero nam cum maior ſit proportio 38.

Cubus æqualis rebus & numero
Res ℞. 5. p̃. 2. binomium ſecund. quint.
cubus ℞. 1445. p̃. 38.

ad 2. quam ℞. 1445. ad ℞. 5. èx conſideratione prima undecimæ regulæ vtpote hic

proportio 38. ad 2. eſt ut 19. ad 1, & proportio ℞. 1445. ad ℞. 5. eſt ut 17. ad 1. igitur aſſumptis 17. rebus fient ℞. 1445. p̃. 34. igitur detractæ ab 1. cu. remanebunt 4. igitur 1. cu. æquatur 17. rebus p̃. 4. nec poteſt inſeruire alijs,&c.

Et cauſa diſsimilitudinis reciſi ſecundi & quinti in hoc & in capitulis cen. rei. & numeri eſt quoniam (vt declaratum eſt in regula quinta) ſecundum & quintum reciſum habent cenſum ſibi diſsimilem, ſed cubus in omnibus eſt ſemper ſimilis ſuæ ℞. per tertiam proprietatem capituli 14[i].

Ex hoc pendent duo notabilia, primum quod capitulum de cubis & rebus æqualibus numero in binomijs vel reciſis quadratis eſt impoſsibile: nam cum tertium & ſextum binomium cum ſuis reciſis non ſint vtilia ad capitula per hanc regulam, primum vero & quartnm binomium cum ſuis reciſis & reciſum ſecundum & quintum inſeruiunt tantum capitulo de rebus æqualibus cubo & numero, binomium vero ſecundum & quintum inſeruiunt tantum capitulo de cubo æquali rebus & numero relinquitur à ſufficienti diuiſione quod cubus & res non poſſunt æquari numero in aliquo genere binomiorum aut reciſorum.

Secundum Notabile eſt quod cum res æqualis cubo & numero verificetur & de binomio primo & de ſuo reciſo & de reciſo ſecundo, quorum trium natura eſt diuerſa nec poteſt uno titulo aſsignari, quia in binomio primo numerus eſt maior ℞. & uterque p̃. in reciſo primo ℞. eſt m̃. in binomio ſecundo numerus eſt minor ℞. igitur nullum poterit aſsignari capitulum generale, quia æquatio cadit ſuper tres res omnino diuerſas. Et ſi quis dicat non ne binomiũ primum cum ſuo reciſo inſeruiunt capitulo de rebus æqualibus cenſui & numero, dico quod eſt verum ſed eſt vnus terminus fixus veluti ſi dico 8. res æquantur 1. cen. p̃. 10. dico quod valor rei eſt 4. p̃. ℞. 6. vel 4. m̃. ℞. 6. ecce quod hic 4. manet firmum ſed in capitulo de rebus æqualibus cubo & numero inueniuntur tres æquationes diuerſæ nihil continentes firmum ita quod illud quod eſt in una æquatione ſit in duabus reliquis igitur ſequitur quod tale capitulum non poteſt habere regulam generalem.

Cum vero comparantur ce. ce, & res & numeri fiunt tria alia capitula & ſunt ſimilia illis de cen. rebus & numeris & binomium

Res æquales ce. ce. & numero Res 3. p̃. ℞. 2. binomium prim. quart. ce. ce. 193. p̃. ℞. 8712.
Res æquales ce. ce. & numero Res 3. m̃. ℞. 2. rec. primum quintum ce. ce. 193. m̃. ℞. 8712.

primum & quartum cum ſuis reciſis verificatur de rebus æqualibus ce. ce. & numero vt in exemplo tu ſcis quod proportio ℞. 2. eſt veluti 66. ad 1. & eſt maior quam 8712. ad ℞. 193. ad 3. ex capitulo decimo ſeptimo conſideratione prima ſæpius allegata. igitur aſſumptis 66. rebus erunt 188. p̃. ℞. 8712. à quibus ſi detrahatur 1. ce. ce. quod eſt 19. p̃. ℞. 8712. remanebunt 5. igitur 1. ce. ce. p̃. 5. æquatur 66. rebus quod eſt propoſitum.

Et ſimiliter in reciſo 66. res ſunt 198. m̃. ℞. 8712. a quibus detractis 193. m̃. ℞. 8712. pro uno cenſu cenſus remanebunt 5. igitur 1. ce. ce. p̃. 5. æquatur 66. rebus ſicut prius. igitur tam binomium primum quam ſuum reciſum inſeruiunt huic capitulo quod dicitur res æquales ce. ce. & numero.

In binomio autẽ ſecundo proportio ℞. ad ℞. eſt vt 72. ad 1. quare aſſumptis 72. rebus erunt ℞. 25920. p̃. 144. igitur detractis ab

Ce. ce. æqualis rebus & numero Res ℞. 5. p̃. 2. binomium ſecund. quint. ce. ce. 161. p̃. ℞. 25920.

1. ce. ce. qui eſt 161. p̃. ℞. 25920. remanebunt 17. igitur 1. ce. ce. æquatur 72. rebus p̃. 17. numeris.

In reciſo autẽ ſecundo & quinto cum proportio numeri ad numerum ſit maior quam ℞. ad ℞. vt etiam in ſuo binomio; aſſumptis ℞. in exemplo 72. rebus erunt ℞. 25920. m̃. 144. quibus additis 161. m̃. ℞.

Numerus æqualis ce. ce. & rebus res ℞. 5. m̃. 2. rec. ſecundum quintum Ce. ce. 161. m̃. ℞. 25920,

25920. pro uno ce. ce. fient 17. igitur 1. ce. ce. p̃. 72. co. æquantur 17. igitur numerus æquatur ce. ce. & rebus in ſecundo & quinto reciſis.

Cum cen. & cen. cen. & numerus comparantur inuicem ex conſideratione ſecunda regulæ undecimæ oriuntur tria capitula omnino ſimilia capitulis de cenſu re & numero, & correſpondentia ſingula ſingulis itaquod binomium primum & quartum cum ſuis reciſis ſeruiunt capitulo cen. æqualis ce. ce. & numero, & binomium ſecundum & quintum ſeruiunt capitulo ce. ce. æqualis ce. & numero.

Et reciſum ſecundum & quintum ſeruiunt capitulo numeri æqualis ce. ce. & cen. quare cum ita ſit non repetam ſed ſufficiunt exempla cen. rei & numeri.

Cum vero comparaueris cu. cen. & numerum tunc binomium primum & quartum cum ſuis reciſis & etiam binomium ſecundum & quintum inſeruiunt capitulo cenſus æqualis cubo & numeris, ſicut etiam in rebus æqualibus cubo & numeris dictum eſt. Et ſit exemplum cenſus ſit 11. p̃. ℞. 72. & cubus 45. p̃. ℞. 1682. tunc per tertiam conſiderationem 17[i] capituli proportio ℞. ad ℞. eſt maior quam numeri ad numerum, ſit igitur proportio ℞. 1682. ad ℞. 72. vt 29. ad 6. cum igitur aſſumpſeris $4\frac{5}{6}$. cenſus erunt $53\frac{1}{6}$. p̃. ℞. 1682. detracto igitur cubo à $4\frac{5}{6}$. cenſus remanebunt $8\frac{1}{6}$. igitur 1. cu. p̃. $8\frac{1}{6}$. æquatur $4\frac{5}{6}$. cenſus quod eſt propoſitum.

Similiter in reciſo primo & quarto cum proportio ℞. ad ℞. ſit maior quam numeri

ad

ad numerum vt in tertia conſideratione 17[1] capituli, igitur cum non poſſint ℞. addi per primum præmittendum 18[8] capituli,

Cen. æqualis cubo & numero
Res 3. p̄. ℞. 2.
cen. 11. p̄. ℞. 72. binom. prim. quart.
cubus 45. p̄. ℞. 1682.

Cen. æqualis cubo & numero
Res 3. m̄. ℞. 2.
cen. 11. m̄. ℞. 72. rec. primum quint.
cubus 45. m̄. ℞. 1682.

cen. æqualis cubo & numero
Res ℞. 5. p̄. 2.
cen. 9. p̄. ℞. 80. binom. ſecund. quart.
cubus ℞. 1445. p̄. 38.

neceſſariò oportebit minuere cubum à cenſibus nam in exemplo aſſumptis $4\frac{1}{4}$. cenſus erunt $53\frac{1}{4}$. m̄. ℞. 1682. detracto igitur cubo qui eſt 45. m̄. ℞. 1682. remanebunt $8\frac{1}{4}$. igitur etiam 1. cu. p̄. $8\frac{1}{4}$. æquatur $4\frac{1}{4}$. cen. Et ſimiliter in binomio ſecundo & quinto cum proportio ℞. 1445. ad ℞. 80. eſt vt $4\frac{1}{4}$. ad 1. igitur cenſus $4\frac{1}{4}$. erunt $38\frac{1}{4}$. p̄. ℞. 1445. & quia per per tertiam conſiderationem vndecimæ regulæ numerus vnius cubi eſt minor quam numerus de $4\frac{1}{4}$. cenſus eò quod proportio radicum eſt maior quam numerorum, igitur detracto 1. cubo qui eſt ℞. 1445. p̄. 38. ex. $4\frac{1}{4}$. cen. qui ſunt $38\frac{1}{4}$. p̄. ℞. 1445. remanebit $\frac{1}{4}$. igitur 1. cu. p̄. $\frac{1}{4}$. numeri æquatur $4\frac{1}{4}$. cenſibus.

At reciſum ſecundum & quintum ſeruiunt capitulo numeri æqualis cubo & cenſibus vt pote cum cenſus ſit 9. m̄. ℞. 80. &

Numerus æqualis cen. & cubo
Res ℞. 5. m̄. 2.
cen. 9. m̄. ℞. 80. rec. ſecundum quint.
cubus ℞. 1445. m̄. 38.

cubus ℞. 1445. m̄. 38. igitur additis $4\frac{1}{4}$. cenſus qui ſunt in proportione ℞. 1445. ad ad ℞. 80. fiet totum ex 1. cu. & $4\frac{1}{4}$. cen. $\frac{1}{4}$. numeri igitur 1. cu. p̄. $4\frac{1}{4}$. cen. æquantur $\frac{1}{4}$. numeri, igitur habemus capitulum numeri æqualis cubo & cenſibus.

Ex hoc ſequitur eadem ratione ad vnguem qua probauimus capitulũ de rebus æqualibus cubo & numeris non habere regulam generalem quod hic etiam capitulum de cenſibus æqualibus cubo, & numeris non habet regulam generalem cum cadat in tres diuerſas æquationes.

Sequitur ſecundo quod ſicut ibi non dabatur capitulum de cubo & rebus æqualibus numero à ſufficienti diuiſione, ita nec hic datur capitulum aliquod de cubis æqualibus cenſui & numero, & ideo in binomijs vel reciſis non datur æquatio talis capituli.

Sequitur tertio quod hæc capitula differunt à capitulis cubi rerum & numeri in tribus. Primum quod hic in omnibus ſemper eſt maior proportio ℞. cubi ad ℞. cenſus quam numeri cubi ad numerum cenſus quod ibi non eſt generale ſed tantum verificatur in primo & quarto binomio & ſuis reciſis. Secundum quod ibi non inuenitur capitulum de cu. & co. æqualibus numeris, ſed hic non inuenitur capitulum de cen. & numero æqualibus cubo. Tertium quod in capitulo de cu. co. nu. primum binomium & reciſum. Et reciſum etiam ſecundum ſeruiunt capitulo de co. æqualibus cubo & numero, at hic primum binomium & reciſum & ſecundum binomium ſeruiunt capitulo cenſuum æqualium cubo & numero, ita quod loco reciſi ſecundi ibi hic ponitur binomium ſecundum & loco binomij ſecundi ibi hic ponitur reciſum ſecundum in reliquis ſimilantur hæc capitula illis.

Cum vero comparantur ce. ce. cubi & numerus conſurgunt alia tria capitula & ſunt omnino ſimilia præcedentibus excepto quod oportet operari per quartam conſiderationem vndecimæ regulæ eò quod proportio numeri ce. ce. ad numerum cubi ſemper eſt maior quam ℞. ce. ce. ad ℞. cubi proportio igitur ℞. 8712. ad ℞. 1682 eſt

Ce. ce. æqualis cubus & numero
Res 3. p̄. ℞. 2.
cubus 45. p̄. ℞. 1682. bin. prim. quart.
ce. ce. 193. p̄. ℞. 8712.

Ce. ce. æqualis cubis & numero
Res 3. m̄. ℞. 2.
cubus 45. m̄. ℞. 1682. rec. prim. quart.
ce. ce. 193. m̄. ℞. 8712.

Ce. ce. æqualis cubis & numero
Res ℞. 5. p̄. 2.
cubus ℞. 1445. p̄. 38. bin. ſec. quint
ce. ce 161. p̄. ℞. 25920.

vt $2\frac{8}{19}$. ad 1. igitur aſſumptis cubis $2\frac{8}{19}$. erunt $102\frac{12}{19}$. p̄. ℞. 8712. igitur detractis cubis $2\frac{8}{19}$. ex 1. ce. ce. remanebunt $90\frac{17}{19}$. quare 1. ce. ce. æquatur $2\frac{8}{19}$. cu. p̄. 90. $\frac{17}{19}$. quod eſt propoſitum.

Et ſimiliter in reciſo primo & quarto in exemplo detractis $2\frac{8}{19}$. cubis ex 1. ce. ce. remanent $90\frac{17}{19}$. igitur cubi $2\frac{8}{19}$. p̄. $90\frac{17}{19}$. æquantur 1. ce. ce.

Et ſimiliter in binomijs ſecundo & quinto ex eadem quarta conſideratione vndecimæ regulæ cum ſit proportio ℞. 25920. ad ℞. 1445. vt $4\frac{4}{17}$. ad 1. igitur acceptis cubis $4\frac{4}{17}$. erunt ℞. 25920. p̄. $160\frac{15}{17}$. cum igitur 1. ce. ce. ſit maior in numero & eſt ℞. 25920. p̄. 161. quare detractis cubis $4\frac{4}{17}$. ex 1. ce. ce. remanent $\frac{2}{17}$. igitur cubi $4\frac{4}{17}$. p̄. $\frac{2}{17}$. numeri æquantur 1. ce. ce. reciſum autem ſecundum & quintum inſeruiunt capitulo numeri æqualis cen. cen. & cubis vt in exemplo, cum proportio 161. ad 38.

Numerus æqualis ce. ce. & cubis
Res ℞. 5. m̄. 2.
Cubus ℞. 1445 m̄. 38. rec. ſec. quint.
ce. ce. 161. m̄. ℞. 25920.

ſit maior quam ℞. 25920. ad ℞. 1445. quæ eſt vt $4\frac{4}{17}$. ad 1. igitur aſſumptis cubis $4\frac{4}{17}$. erunt vt dictum eſt ℞. 25920. m̄.

160

160$\frac{4}{17}$. additi igitur ad 1. ce. ce. facient $\frac{8}{17}$. igitur 1. ce. ce. p̄. 4$\frac{4}{17}$. cuborũ æquantur $\frac{8}{17}$. numeri, igitur numerus æquatur ce. ce. & cubis quod eſt propoſitum.

Ex hoc ſequitur quod hîc ſimiliter deficiet capitulum de ce. cen. & numero æqualibus cubis atque etiam non dabitur regula generalis pro capitulo ce. ce. æqualis cubis & numero, & vniuerſaliter hoc capitulum eſt in totum ſimile capitulo cen. cu. & numeri proxime præcedentis, niſi quod hic proportio numeri ce. ce. ad numerum cubi eſt maior quam ℞. ad ℞. & ibi proportio ℞. cubi ad ℞. cenſus eſt maior quam numeri cubi ad numerum cenſus, in reliquis ſunt omnino ſimilia.

Circa prædicta notanda ſunt duo. primum quod ſi quis dicat non ne ad inuentionem rerum ſatisfacit regula aurea pro aproximatione. Reſpondeo quód per capitula algebræ lucramur quatuor plus quæ non poſſunt haberi in regula aurea primum quod aliquando habemus præciſionem veram numeri quam non poſſumus habere ex regula quia illa fractio eſt nimis abſconſa. Exemplum huius eſt in quæſtione 150ª capituli 66ⁱ ſecundum quod per regulam non poſſumus ita ad libitum appropinquare per fractiones quantum volumus veritati, ſicuti facta æquatione: nam cum æquatio cadat in ℞. cubicas vel ℞. ſimplices vel ℞. ℞. ligatas aut vniuerſales quæ tandem reſoluuntur in ℞. ℞. vel ℞. vel ℞. cu. ſimplices quas poſſumus per capitulum 23. regula ſexta approximare quantum volumus cum facilitate. Tertium eſt quod tales ℞. poſſunt deduci ad opus geometricum & ad actum præciſè per quæſtionẽ 34ª 67ⁱ capituli quod in appropinquationibus fractorũ non poteſt omnino patere præciſionem; & vltra hoc longè difficilius operamur in quæſtione 34ª cum fractis quam cum ſurdis. Quartũ eſt quod pulchrum eſt operanti dare exquiſitam quantitatem & ſi illa non ſit omnino ita ſenſibilis quia præciſione nihil poteſt eſſe præciſius ſed omni appropinquatione aſſignata poteſt dari propinquius.

Secundum notandum eſt quod licet in capitulis numeri ce. & ce. ce. item in capitulis numeri cenſus & cubi, item in capitulis numeri cubi & ce. ce. ſemper ponatur cenſus ex primo genere binomiorum. Scias quid hoc fuit ad maiorem claritatem quia voluit ponere etiam rem quare poſita re binomio vel reciſo fuit neceſſarium ponere cenſum aut ce. ce. fore binomium primum & intentio in omnibus talibus vbi non ponitur res non eſt quærere principaliter valorem rei ſed valorem cenſus, quo habito habes valorem rei quæ eſt ℞. cenſus, & eſt res quandoque: tunc autem binomium aut reciſum vel bimediale primum vel reſiduum mediale primum aut quantitas maior aut minor, aut quæ poteſt in rationale & mediale aut quæ cum rationali conſtituit totum mediale: numquam autem poteſt eſſe bimediale ſecundum, nec reſiduum mediale ſecundum, nec potens in duo medialia, nec quæ cum mediali conſtituit totum mediale, ſi igitur aſſumas in capitulis ce. ce. & numeri binomium ſecundum aut quintum, aut reciſum pro cenſu, inuenies valorem cenſus, quo habito habes valorem rei & hoc eſt quia tunc cen. cen. eſſet binomium aut reciſum primum neceſſario ex quinto capitulo ſed in capitulis cen. & cubi & numeri & capitulis ce. ce. cubi & numeri cum poſueris cen. aut cen. cen. aliumquam in primo genere binomij vel reciſi, tunc res neceſſariò eſt aliqua irrationalis ex tribus, videlicet vel bimediale primum vel linea maior, vel potens in rationale & mediale vel aliquod ſuorum reciſorum, igitur cum cubus ſit neceſſario ſimilis rebus vt dictum eſt ſæpius igitur cubus erit altera illarum trium quantitatum vel reciſum illarum: ſed hæ ſunt incommenſurabiles binomijs per partes ſuas vt etiam demonſtrat Euclides in vltima propoſitione decimi, cum igitur in his capitulis ingrediatur cubus, igitur nulla poteſt ſequi æquatio ſi cenſus ſit alius quam ex primo genere binomij aut reciſi, igitur relinquitur quod in talibus neceſſarium eſt ponere cenſum in genere primo binomiorũ, vel reciſorum, excepto quod in capitulo numeri cenſus & cen. cen. nam eo quod vt dictum eſt cen. & cen. cen. ambo ſemper remanent in genere binomiorum ideo quantumuis ponatur cenſus ex genere ſecundi aut quinti binomij vel reciſi, nihil minus poterit ſequi æquatio, & tunc res erit aliqua ex tribus quantitatibus irrationalibus iam memoratis vel erit ℞. v. binomij vel reciſi & æquiualent.

Caput XXIII.

De examine binomij cubici & ſui reciſi.

Binomium autem cubicum vel reciſum ſi quadretur per præcedentia euadit trinomium cubicum veluti capio ℞. cu. 6.

℞. cu. 6. p̄. ℞. cu. 2.
℞. cu. 36. p̄. ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 96.

p̄. ℞. cu. 2. eius quadratum eſt ℞. cu. 36. p̄. ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 96. proportio autem 96. ad 36. eſt vt 8. ad 3. & ad 4. vt 24. ad 1. & 36. ad 4. vt 9. ad 1. igitur tam binomium quam reciſum ſunt inutilia ad capitula, cen. & cen. cen.

Cum vero ex multiplicatione partium inuicem producitur numerus veluti ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 2. vel ℞. cu. 4. m̄. ℞. cu. 2. tunc quadrata fiunt trinomia, quorum vna

℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 2.
℞. cu. 4. m. ℞. cu. 2.
℞. cu. 16. p̄. ℞. cu. 4. p̄. 4.
℞. cu. 16. p̄. ℞. cu. 4. m̄. 4.

pars eſt numerus: ſed proportio partium cubalium quadrati ad partes cubales ℞. non

eſt

eſt eadem, maior enim proportio eſt ℞. cu. 16. ad ℞. cu. 4. quam ℞. cu. 4. ad ℞. cu. 2. igitur & hæc binomia erunt inutilia ad capitula prædicta.

Cum vero capitur binomiũ cubicum & cubatur fit trinomium cuius vna pars eſt numerus aliæ autem ſunt ℞. cubicæ proportionatæ ℞. cubicis rei, quare aſſumptis radicibus & detractis à cubo ſupererit numerus ſolus, igitur cubus æquabitur rebus & numero. Exemplum ℞. cu. 6. p̃. ℞. cu. 2.

℞. cu. 6. p̃. ℞. cu. 2.
℞. cu. 648. p̃. ℞. cu. 1944. p̃. 8.

eius cubus eſt ex ſuo capitulo ℞. cu. 648. p̃. ℞. cu. 1944. p̃. 8. & quia proportio 1944. ad 6. eſt veluti 648. ad 2. eò quod eſt proportio 324. ad 1. dicemus igitur quod res ℞. cu. 324. p̃. 8. æquatur 1. cu. & res valet ℞. cu. 6. p̃. ℞. cu. 2. vt autem habeas res in numero ſemper oportet vt partes ℞. inuicem multiplicatæ producant numerum veluti ſi capio ℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 2. Inuicem ductæ producunt illæ partes ℞. cu. 8. quæ

℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 2.
℞. cu. 864. p̃. ℞. cu. 432. p̃. 6.

eſt 2. quare habemus quod ℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 2. cubatum æquabitur radicibus p̃. 6. quod eſt aggregatum ſemper cuborum partium 4. & 2. habemus igitur cubum ℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 2. eſſe ℞. cu. 864. p̃. ℞. cu. 432. p̃. 6. quare cum diuiſo 864. per 4. exeat 216. & ſimiliter diuiſo 432. per 2. exit 216. cuius ℞. cubica eſt 6. igitur dicemus quod 6. res & 6. numeri æquantur cubo.

Ex hoc patet quod talis æquatio non ſeruiet capitulo cen. cubi & numeri nec cen. cen. cubi & numeri. patet quia ℞. cubæ rei non ſunt proportionatæ per partes ad ℞. cubas cenſuum nec cenſuum cenſus & ſunt proportionatæ ad ℞. cubas cubi, igitur ℞. cubæ cubi non ſunt proportionatæ ℞. cubis partium cenſus aut cen. cen. igitur nullum ſequitur capitulum.

Et ſimiliter dico de reciſo niſi quod numerus productus fit per ſubtractionem & eſt numerus p̃. & partes m̃. & p̃. ſunt conuerſæ in radice & cubo: ita quod ſi ℞. cubica in re quæ eſt m̃. eſt minor in cubo eſt maior, igitur oportet vt fiat additio cubi ad rem & ſupereſt numerus & annihilantur ℞. cubicæ, igitur 1. cu. p̃. radicibus æquatur numero.

Exemplum cubus de ℞. cu. 4. m̃. cu. 2. eſt ex ſuo capitulo ℞. cu. 432. m̃. ℞. cu. 864.

℞. cu. 4. m̃. ℞. cu. 2.
℞. cu. 432. m̃. ℞. cu. 864. p̃. 2.

p̃. 2. aſſumptis igitur 6. radicibus & additis ad cubum remanebit 2. igitur 1. cu. p̃. 6. rebus æquatur 2.

Ex hoc patet eadem præcedente ratione quod talis æquatio non ſeruiet capitulis cubi cenſuum & numeri nec cubi cen. cen. & numeri.

Circa prædicta nota quod proportio partium quæ ſunt ℞. cubicæ cubi alicuius binomij cubici ad partes quæ ſunt ℞. cubicæ rei, eſt in triplo producti ex vna ℞. cubica rei in aliam veluti ſi dico ℞. cu. 16. p̃. ℞. cu. 4. eius cubus eſt ℞. cu. 27649. p̃. ℞.

Res ℞. cu. 16. p̃. ℞. cu. 4.
cub. ℞. cu. 27648. p̃. ℞. cu. 6912. p̃. 20
proportio ℞. cu. 1728. quæ eſt
12. quod eſt triplum ℞. cu. 16. in
℞. cu. 4. [illegible]

cu. 6912. p̃. 20. dico quod proportio ℞. cu. 27648. ad ℞. cu. 16. & ℞. cu. 6912. ad ℞. cu. 4. eſt duodecupla, & eſt triplum eius quod fit ex ℞. cu. 16. in ℞. cu. 4. ex quo ſequitur quod ſi cubus æquatur rebus & numero vel cubus & res æquentur numero quod oportet vt res ſint triplum productionis partium rei vnius in alteram, igitur cubus tertiæ partis rerum æquatur productioni vnius partis in alteram tanquam numero, igitur oportebit diuidere numerum in duas partes ex quarum vna in alteram producatur cubus tertiæ partis rerum.

Caput XXIV.

De examine reciſorum cubicorum mixtorum & ſuorum binomiorum.

Cum autem quadraueris ℞. cu. 30. p̃. 2. ex prædictis continget trinomium ex vno numero & duabus radicibus cubicis quarum altera erit cõmenſurabilis ℞. cubicæ rei, igitur reliqua ſupererit. igitur non fiet capitulum vt in exemplo ℞. cu. 1920. eſt

℞. cu. 30. p̃. 2.
℞. cu. 900. p̃. 4. p̃. ℞. cu. 1920.

quadrupla radici cubicæ 30. igitur 4. radices ſuperabunt cubum in 4. & ſuperabuntur in ℞. cu. 900. igitur non datur capitulum cen. numeri & rerum nec cen. cen. numeri & rerum.

Et ſimiliter in reciſo vt vides non fit per additionem capitulum in his quia ſupereſt ℞. cu. 900. multo minus fit per diminutionem, igitur tam reciſum ſecundum quam quintum cum ſuo binomio eſt inutile ad capitula cenſuum & cen. cen.

℞. cu. 30. m̃. 2.
℞. cu. 900. p̃. 4. m̃. ℞. cu. 1920.

Et hoc idem apparet in binomio primo

2. p̃. ℞. cu. 3.
4. p̃. ℞. cu. 9. p̃. ℞. cu. 192.

2. m̃. ℞. cu. 3.
4. p̃. ℞. cu. 9. m̃. ℞. cu. 192.

& ſuo reciſo vt in ſuo exemplo nam vbique ſiue addas ſiue minuas ſupereſt ℞. cu. 9. igitur

tur in talibus non ſit aliqua æquatio pertinens ad dicta capitula.

Si verò cubaueris talia binomia fient ſimiliter trinomia vt vides quorum vna pars eſt numerus, alia autem pars eſt commenſurabilis ℞. cubæ rei veluti ℞.cu. 30. eſt $\frac{1}{12}$. de

℞. cu. 30. p̄. 2.
℞. cu. 51840. p̄. 38. p̄. ℞.cu. 194400.

℞. cu. 30. m̄. 2.
℞. cu. 51840. p̄. 22. m̄. ℞.cu. 194400.

℞. cu. 51840. igitur ſupererit ℞.cu. 194400 in prima per detractionem, in ſecunda per additionem igitur capitula cubi rerum & numeri in his non verificabuntur.

Et ſimiliter dico de comparatione radicum rei ad radices cubi in bonomio & reciſo primo quia nullum ſequetur capitulum

2. p̄. ℞. cu. 3.
11. p̄. ℞. cu. 5184. p̄. ℞. cu. 1944.

2. m̄. ℞. cu. 3.
5. m̄. ℞. cu. 5184. p̄. ℞. cu. 1944.

vt vides propter eandem cauſam: nam ſiue per additionem ſiue per detractionem ſemper ſupererit ℞. cu. 1944. quare non fiet æquatio.

Si vero comparaueris cubum ad cenſum tunc tu vides quod in vtroque eſt numerus & duæ ℞. cubicæ commenſurabiles veluti ℞. cu. 900. eſt $\frac{1}{6}$. de ℞. cu. 194400. & ℞. cu. 1920. eſt. $\frac{1}{3}$. de ℞. cu. 51840. ſed $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{6}$. non coincidunt & hæc proportio ſeruatur ſemper inter has partes vt vna ſit dupla alteri vt etiam vides quod ℞. cu. 9. eſt $\frac{1}{6}$. ℞. cu. 1944. & ℞. cu. 192. eſt $\frac{1}{3}$. de ℞. cu. 5184.

Et ſimiliter ſi res ſit ℞. cu. 100. p̄. vel m̄. 4. proportio ℞. cubicarum vna eſt $\frac{1}{12}$. alia $\frac{1}{6}$. nam ℞. cu. 10000. eſt $\frac{1}{12}$. de ℞. cu. 17280000. & ℞. cu. 51200. eſt $\frac{1}{6}$. de ℞. cu. 11059200. cum igitur hæ proportiones non poſſint coincidere non fiet capitulum.

℞. cu. 100. p̄. 4.
℞. cu. 10000. p̄. 16. p̄. ℞. cu. 51200.
℞. cu. 17280000. p̄. 164. p̄. ℞. cu. 11059200.

Quia igitur detrahendo ℞. cu. 1920. ex ℞. cu. 51840. tec nihil remanet, ex parte autem ℞. 194400. remanet ℞. cu. 14300. & hæc eſt incommenſurabilis ℞. cu. 30. ideo non poteſt fieri æquatio: ſed ſi detraxerimus 6. cen. ex. 1. cu. remanebit ℞. cu. remanebit ℞. cu. 51840. m̄. p̄. 14. & quia ℞. cu. 30. eſt $\frac{1}{12}$. de ℞. cu. 51840. igitur 12. res additæ ad 1. cu. tollunt 6. cen. & quia 12. res ſunt 24. & 2. cu. eſt 38. quod totum eſt 62. igitur 1. cu. p̄. 12. co. æquantur 6. cen. p̄. 38. nam 6. cen. ſunt 24. igitur talis æquatio ſeruit cubo & rebus æqualibus cenſibus & numero.

Et ſimiliter in reciſo quia conuertuntur partes erunt 6. cen. cu. 1. cu. æqualia 26. m̄. ℞. cu. 51840. igitur additis 12. rebus fient 1. cu p̄. 6. cen, p̄. 12. co. æqualia 2. igitur cubus cenſus & res æquales numero ſeruiunt huic æquationi.

Et ſimiliter comparando cenſum de 2. p̄. ℞. cu. 3. ad ſuum cubum erit vt cubus detractus à 6. cenſibus relinquat 13. p̄. ℞. cu. 5184. à quo detractis 12. rebus relinquuntur 11. m̄. igitur 1. cu. p̄. 12. co. æquatur 6. cen. p̄. 11. igitur talis æquatio ſeruit cubis & rebus æqualibus cenſibus & numero.

Et ſi aſſumpſeris reciſum quod eſt 2. m̄. ℞. cu. 3. erunt 1. cu. p̄. cen. 29. cùm radicibus cubicis multiplicatis quia partes communicantes ſunt p̄. & p̄. & m̄. cum m̄. igitur etiam fiet detractio 1. cu. à 6. cen. & remanebunt 19. m̄. ℞. cu. 5184. quarè detractis 12. rebus remanebunt 5. m̄. igitur 1. cu. p̄. 12. co. æquatur 6. cen. p̄. 5. igitur adhuc habemus capitulum cubi & rerum æqualium cenſibus & numero.

Ex his igitur patet quod tales æquationes non ſeruiunt alijs capitulis niſi poneretur cen. cen. loco cen. ternarijs igitur nullis poſſunt ſeruire.

Capvt XXV.

De examinatione trinomiorum vtilium cum ſuis reciſis.

Trinomiorum ex duabus ℞. cubicis ſex ſunt ſpecies aut enim omnes partes ſunt p̄. aut ambæ ℞. cubicæ ſunt p̄. & numerus m̄. vel ℞. cubica maior & numerus eſt p̄. & ℞. cubica minor eſt m̄. vel numerus & ℞. cubica minor eſt p̄. & ℞. cubica maior eſt m̄. vel numerus eſt p̄. & ambæ ℞. cubicæ ſunt m̄. vel ℞. cubica maior eſt p̄. & ℞. cubica minor & numerus ſunt m̄.

℞. cu. 32. p̄. ℞. cu. 2. p̄. 3.
℞. cu. 32. p̄. ℞. cu. 2. m̄. 3.
℞. cu. 32. m̄ ℞. cu. 2. p̄. 3.
℞. cu. 32. m̄. ℞. cu. 2. m̄. 1.
3. p̄. ℞. cu. 2. m̄. ℞. cu. 32.
6. m̄. ℞. cu. 24. m̄. ℞. cu. 9.

Cum igitur fuerit trinomium ex duabus ℞. cubicis & tertia numero, fuerintque quantitates continue proportionales ſemper productum ℞. cubarum inuicem eſt numerus nam ſi prima & tertia ſunt ℞. cubicæ productum earum æquabitur quadrato ſecundæ quod eſt numerus quia ſecunda quantitas ponitur numerus. Si vero prima & ſecunda ſint ℞. cubicæ igitur productum earum ſe habet ad quadratum tertiæ ſicut cubus primæ ad cubum ſecundæ ſed proportio cubi primæ ad cubum ſecundæ eſt veluti numeri ad numerum quia ambo cubi ſunt nume-

ri

ri eo quòd prima & ſecunda quantitas ſunt ℞. cubicæ numerorum. Igitur proportio producti primæ in ſecundam ad quadratum tertiæ, eſt veluti numeri ad numerum: ſed quadratum tertiæ eſt numerus, quia tertia eſt numerus. Igitur productum primæ in ſecundam eſt numerus. Poſſibile tamen eſt quòd partes non ſint continuè proportionales & tamen ℞. cubicæ inuicem ductæ producant numerum veluti 4. & ℞. cu. 32. & ℞. cu. 2. non ſunt continuè proportionales, attamen. ℞. cu. 32. in ℞. cu. 2. producit 4.

Patet autem quòd æquationes partium continuè proportionalium, per ſecundam regulam capituli noni ad minus producunt in cubo trinomium ex numero & duabus ℞. cubicis: cùm autem ℞. illæ cubicæ non ſint in eadem proportione ad ℞. cubicas rei, igitur non fiet capitulum cubi rerum & numeri, proportio enim partium cubi inuicem eſt quadruplicata ad proportionem partium radicis. Veluti cubus de 3. p̄. ℞. cu. 18. m̄. ℞. cu. 12. eſt ℞. cu. 354294. p̄. ℞. cu. 69984. m̄. 75. Porro cùm diuiſeris ℞. cu. 354294. per ℞. cu. 18. exit ℞. cu. 19683. & cum diuidis ℞. cu. 69984. per ℞. cu. 12. exit ℞. cu. 5832. Hæ autem radices cubæ ſunt 27. & 18. quæ ſunt in triplicata proportione ℞. cu. 18. ad ℞. cu. 12. Igitur ℞. cu. 354294. ad ℞. cu. 69984. eſt in quadruplicata proportione 18. ad 12. & ita conſtat quòd non ſit capitulum cubi cum rebus in tali trinomio nec in trinomio in quo numerus eſt pars media. Veluti ℞. cu. 32. p̄. 2. p̄. ℞. cu. 2. eius cubus eſt 90. p̄. ℞. cu. 629856. p̄ ℞. cu. 746496. Proportio harum radicum cubicarum eſt veluti ℞. cu. 864. ad ℞. cu. 729. quæ eſt 9. & ideo eſt longe minor quàm ℞. cu. 32. ad ℞. cu. 2. quare non poteſt cubus æquari rebus & numero, nec cubus cum rebus æquari numero. In hoc autem genere trinomiorum proportionalium quorum pars media eſt numerus, & prima pars & tertia ſunt ℞. cubicæ & ambæ ſunt p̄. cadit æquatio cubi æqualis cenſibus & numero, ſi pars media ſit p̄. & cubi & cenſuum æqualium numero, ſi pars media ſiue numerus ſit m̄. Et cauſa eſt quia cenſus talium trinomiorum per p̄. conſtat ex tribus partibus, quarum vna eſt numerus qui eſt triplum quadrati partis mediæ, alia eſt ℞. cubica conſtans ex quadrato pri-

Prima, Res ℞. cu. 32.	Secunda, p̄. 2.	Tertia, p̄. ℞. cu. 2.
Quadratum primæ ℞. cu. 1024.	Triplum quad. ſecundæ, 12.	Quadratum tertiæ ℞. cu. 4
Duplum ſecũdæ in tertiam, ℞. cu. 128.		Duplum primæ in ſecundã, ℞. cu. 2048
Cenſus, ℞. cu. 345 .	p̄. 12.	p̄ ℞. cu. 2916.
Triplum quadrati primæ in ſecundam, ℞. cu. 221184.	Cubus primæ & tertiæ, 34.	Triplum quadrati tertiæ in ſecundam, ℞. cu. 864.
Sexcuplum quadrati ſecũdæ in tertiam, ℞. cu. 27648.	Septuplum cubi ſecundæ, 56.	Sexcuplum quadrati ſecundæ in primam, ℞. cu. 442368.
Cubus, ℞. cu. 746496.	p̄. 90.	p̄. ℞. cu. 629856.

mæ & duplo ſecundæ in tertiam, facientibus neceſſariò vnam ℞. cubicam tantùm. Tertia pars eſt ℞. cubica conſtans ex quadrato tertiæ & duplo ſecundæ in primam, facientibus etiam vnam ℞. cubicam tantùm. Cubus autem conſtat ſimiliter ex tribus partibus, quarum vna eſt numerus conſtans ex cubo primæ & tertiæ & ſeptuplo cubi ſecundæ partis: alia pars eſt ℞. cubica conſtans ex triplo quadrati primæ in ſecundam, & ſexcuplo quadrati ſecundæ in tertiam facientibus vnam ℞. cubicam tantùm. Tertia pars eſt ℞. cubica conſtans ex triplo quadrati tertiæ in ſecundam & ſexcuplo quadrati ſecundæ in primam facientibus etiam vnam ℞. cubicam tantùm, vt apparet ex demonſtratione ſecundi libri ſuper Euclidem. Quare partes ℞. cubarum cubi, ſunt æquè proportionales partibus ℞. cubicarum cenſus, igitur per detractionem fiet capitulum cubi æqualis rebus & numero, vt in caſu 1. cu. æquabitur 6. cen. p̄. 18.

Si verò pars media ponatur m̄. conſtabit ſimiliter cenſus ex prima parte quæ eſt numerus qui eſt triplũ quadrati ſecundæ, & ſecunda pars eſt quadratum primæ dempto duplo ſecũdæ in tertiam, & tertia pars erit quadratum tertiæ dempto duplo primæ in ſecundam, ſicut priùs addebantur inuicem.

Prima, Res, ℞. cu. 32.	Secunda, m̄. 2.	Tertia, p̄. ℞. cu. 2.
Quadratum primæ, ℞. cu. 1024.	Triplum quad ſecundæ, 12.	Quadratum tertiæ, ℞. cu. 4.
Duplum ſecũdæ in tertiam, ℞. cu. 128. m̄.		Duplum primæ in ſecundã, ℞. cu. 2048. m̄
Cenſus ℞. cu. 128.	p̄. 12.	m̄. ℞. cu. 1372.
Triplum quadrati primæ in ſecundam, ℞. cu. 221184. m̄.	Cubus primæ & tertiæ, p̄. 34	Triplum quadrati tertiæ in ſecundam, ℞. cu. 864. m̄.
Sexcuplum quadrati ſecũdæ in tertiam, ℞. cu. 27648. p̄.	Septuplum cubi ſecũdæ, m̄. 56.	Sexcuplum quadrati ſecundæ in primam, ℞. cu. 442368. p̄.
Cubus, m̄ ℞. cu. 27648.	m̄. 22.	p̄. ℞. cu. 296352.

Et ſimiliter de cubo detrahendo patet quòd neceſſariò erunt partes cubi æquè proportionales partibus cenſus loquendo de ℞. cubicis, quare cùm ſint mutuæ

p̃. & m̃. Igitur 1. cu. p̃. 6. cen. æquabitur 50, nam 6. cen. ſunt 72. p̃. & 1. cu. eſt 22. m̃. Igitur iuncti faciunt 50. & ex hac creatione patet quòd nullum aliud genus trinomiorum cubicorum eſt idoneum ad aliquod capitulum Algebræ. Et ex hoc ſcies multiplicare talia trinomia faciliter & cubare ad ſupplementum capituli noni, & ſcies extrahere faciliter capitula duo propoſita, vt videbis ſuo loco.

CAPVT XXVI.

De reliquis ſpeciebus binomiorum, trinomiorum, & quadrinomiorum inutilium ad capitula Algebræ & de reciſis eorum.

QVANTITATES autem quæ ſunt ℞. ſimplices & binomia vel reciſa ex tertio & ſexto genere & ℞. cubicæ & mediales, id eſt ℞. ℞. & binomiales ex ℞. & ℞. cubica & trinomiales non proportionatæ & ℞. v. quadratæ triplicatæ ſiue proportionatæ ſiue non, & trinomia ex radicibus quadratis, & trinomia cubica in quibus prima vel tertia pars eſt m̃. vel eſt numerus, nullo modo faciunt capitulum generale, nec poſſunt eſſe pars æquationis generalis ita quod totum genus illius quantitatis inſeruiat vni capitulo. Quia bene poſſibile eſt (vt dictum eſt in capitulo) quòd æquatio cenſus æqualis rebus & numero perueniat ad æquationem vnius ℞. tantum, & ſimiliter poſſibile eſt inuenire trinomia ex ℞. v. & ℞. & numero, vel binomia ex duabus ℞. v. vel ex ℞. v. & ℞. ſimplici quæ æquiualent numero vel alteri ℞. in quam cadat æquatio capituli, ſed hoc non eſt per ſe nec generale. Quòd autem ita ſit patet, nam ſi maximè hoc eſſet, poſſet eſſe in trinomio quadrato proportionaliter, cuius pars media ſit numerus; veluti ℞. 8. p̃. 2. p̃. ℞. 2. Quod autem hoc non ita ſit patet, nam in cubo proueniunt plus quàm tres partes non communicantes, quare non poteſt æquari rebus & numero, & vt videas quòd eadem ratione, nec cen. & res poſſunt æquari numero etiam poſita parte media m̃. nec eadem ratione; & à fortiori cen. cen. poſſunt æquari rebus & numero: cùm autem reliqua capitula habeant ſuas æquationes & ſuperiora, vt relatum primum non concordẽt in denominationibus patet non dari capitulum generale.

Res ℞. 8.	p̃. 2.	p̃. ℞. 2.
Cenſus.		
Cubus.		

Si quis igitur dicat ad quid ſunt aliæ quantitates irrationales non bimediales quæ non poſſunt producere æquationem. Dico quòd etſi non producunt æquationem per ſe, producunt per accidens, vt in capitulo decimo nono, & etiam iuuant ad æquationẽ & producuntur ex hoc quod ſi quadrata ſunt æqualia etiam ℞. ſunt æquales, & etiam habent æquationem in capitulis imparibus vt dictum eſt de cen. cen. & cen. & numero & ſimiliter in paribus vt cu. & co. æqualia numero.

CAPVT XXVII.

De modis inueniendi Capitula noua.

QVINQVE modis inueniuntur Capitula noua. Primus & principalis eſt per demonſtrationem Geometricam, & hoc modo inuenta ſunt prima tria capitula Algebræ compoſita, vt patet ſuo libro, & ſimiliter capitulum cubi & rerum æqualium numero, veluti patet in libro noſtro ſuper Euclidem. Et eſt modus vniuerſalis & generalis, & quandoque operamur hoc cum corporibus ipſis, & fiunt ex his pulcherrima inuenta prout in decem libris de triangulis ſiue circulis diximus.

Secundus modus eſt etiam valde pulcher, & eſt vt accipias quæſtionem notam per aliquam viam, deinde fac poſitionem peruenientem ad capitulum ignotum ſuper eandem quæſtionem præciſe. Poſtmodum applicabis modum quo ſoluiſti quæſtionem capitulo ignoto, & formabis capitulum notum. Exemplum, Inuenias duos numeros quorum aggregatum æquetur quadrato vnius partis, & ex vno multiplicato in alium fiat 6. pone quòd primus ſit 1. co. & quia ex primo ducto in ſecundum ſit 6. erit ſecundus $\frac{6}{1.\text{co.}}$, & quia iuncti debent æquari

1. co. p̃. $\frac{6}{1.\text{co.}}$	$\frac{36}{1.\text{cen.}}$
1. cen.	
1. cu. p̃. 6. co.	36.
Res ℞. v. cu. ℞. 332. p̃. 18. m̃. ℞. v. cu. ℞. 332. m̃. 18.	
1. co. p̃. $\frac{6}{1.\text{co.}}$	1. cen.
1. co.	
1. cen. p̃. 6.	1. cu.

quadrato vnius partis, primò igitur æquentur quadrato de $\frac{6}{1.\text{co.}}$ quod eſt $\frac{36}{1.\text{cen.}}$ Habes igitur 1. co. p̃. $\frac{6}{1.\text{co.}}$ æqualia $\frac{36}{1.\text{cen.}}$ Multiplica omnia per 1. cen. habebis igitur 1. cu. p̃. 6. co. æqualia 36. quare res valebit per capitulum ſuum ℞. v. cu. ℞. 332. p̃. 18. m̃. ℞. v. cu. ℞. 332. m̃. 18. Deinde iterato fac quòd æquetur quadrato de 1. co. & habebis 1. co. p̃. $\frac{6}{1.\text{co.}}$ æqualia 1. cen. quare multiplicando omnia per 1. co. habebis 1. cen. p̃. 6 æqualia 1. cu. Tu vides igitur quod ſi dixeris duo numeri multiplicant 18. & aggregatum eſt æquale quadrato vnius partis, quòd illa pars neceſſariò eſt pars minor, & eſt 3. & alia pars eſt 6. non igitur poteſt eſſe quæſtio hæc verificata niſi de vno numero qui eſt 3. & alio qui eſt 6. Si igitur in hoc caſu proueniet etiam valor rei, & prima res fuit alia à ſecunda & prima fuit ℞. v. cu. ℞. 332. p̃. 18. m̃. ℞. v. cu. ℞. 332. m̃. 18.

&

& prima in ſecundam ducta facit 6. igitur diuiſo 6. per primam æquationem dictam, quod exit eſt æquatio de 1. cu. æquali 1. cen. p̄. 6. & quia vides quod permutando ſecundam poſitionem in primam debes quadrare 6. fit 36. dices igitur, ſi 1. cu. æquatur 1. cen. p̄. 6. igitur 1. cu. p̄. 6. co. æquabitur 36. & ita ſi 1. cu. æquatur 1. cen. p̄. 10. igitur 1. cu. p̄. 10. co. æquatur 100. & ita de aliis. Deinde inuenies æquationem vt dixi de 1. cu. p̄. 6. co. vel p̄. 10. co. æqualibus numero, qua habita diuide numerum rerum per eam, quod exit eſt æquatio cubi æqualis cenſui & numero, ecce qualiter per vnam quæſtionem ex capitulo noto venatus es capitulum ignotum Et hoc modo venatus ſum plura capitula generalia, ſed quia hæc conuerſio ſupponit cenſum eſſe vnum tantùm, ideo non eſt generalis. Quare non poſui eam, ſed poſui generalem ſumptam è tribus quantitatibus continuè proportionalibus, vt patet in capitulo vigeſimo primo.

Tertius modus ſumitur ab æquationibus. Exemplum, volo capitulum cenſuum æqualium cubo & numeris. Tu ſcis ex capitulo vigeſimo ſecundo qualiter hoc verificatur in binomio primo & quarto cum ſuis reciſis, & etiam in binomio ſecundo & quinto. Capio igitur vnum ex his, vtpote 6. p̄. ℞. 12. & eſt binomium quartum, quadra ipſum, fit 48. p̄. ℞. 1728. Multiplica ipſum in ſuam ℞ id eſt in 6. p̄ ℞. 12. & vides quòd talis multiplicatio ex regula cubandi binomia fit ex parte ℞, quadrando

6. p̄. ℞. 12. res.
48. p̄. ℞. 1728. cenſus.
432. p̄. ℞. 172800. cubus.
10. cenſus.
480. p̄. ℞. 172800.

6. fit 36. deinde triplando fit 108. deinde addendo quadratum ℞. 12. quod eſt 12. fit 120. & hoc multiplicando in ℞. 12. fit ℞. 172800. & numerus eſt 432. vides igitur quòd ſi aſſumpſeris 10. cenſus ex parte radicum æquabuntur vni cubo, quia vtriuſque pars quæ eſt ℞. 172800.

Hoc viſo aſſumo iterum quæſtionem 10. cen. æquatur 1. cu. p̄. numero, & quia non alligat te ad numerum. Cape quemuis numerum pro parte binomij, & dicamus quòd ſit gratiâ exempli 6. igitur reliqua pars binomij erit 1. co. quadra igitur & fit 36. p̄. 1. cen. p̄. 12. co. & quia quadrando binomium vel reciſum quadratum vtriuſque partis eſt numerus & multiplicatio vnius in in alteram eſt ℞. Igitur dicemus quòd 36. p̄. 1. cen. eſt numerus quadrati, & 12. co. ſunt ℞. Separa igitur inuicem, & multiplica ℞. per 10. quia tu vis ſcire quanta ſit ℞. cenſuum 10. quia illa debet æquari cubo. Multiplica igitur 10. in 12. co. fit 120. co. & hoc eſt pars quæ eſt ℞. 10. cenſuum, & quia vt dictum eſt, ℞. cubi fit ex triplo quadrati numeri & eſt 108. cum quadrato radicis & eſt 1. cen. in radicem rei quæ eſt 1. co. Igitur fiet 108. co. p̄. 1. cu. æqualia 120. co. ex ſuppoſito nam debent æquari vt dictum eſt pars quæ eſt ℞. in cubo, & pars quæ eſt ℞. in 10. cenſibus.

6. p̄. 1. co.
36. p̄. 1. cen. p̄. 12. co.
10.
120. co.
6. p̄. 1. co.
36. 1. cen.
3.
108. p̄. 1. cen.
1. co.
108. co. p̄. 1. cu.

Hoc facto vides quòd ſi 1. cu. p̄. 108. co. æquatur 120. co. Igitur 1. cu. æquatur 12. co. & quòd 1. cu. remanet idem. Vide igitur ex quo ſumitur 12. & vides quòd ſi quadraueris 6. fit 36. item multiplica duplum 6. quod eſt 12 in 4. differentiam 6. numeri poſiti à 10. numero cenſuum, fit 48. detrahe 36. à 48. remanet 12. Igitur 1. cu. æquatur 12. co. Igitur 1. cen. æquatur 12. Igitur prima regula erit hæc: Detrahe numerum poſitum à numero cenſuum, & quod relinquitur multiplica per duplum numeri poſiti, & ab eo detrahe quadratum numeri poſiti, reſidui ℞. eſt 2ª pars.

Hoc viſo quia multiplicare numerum in ſe eſt tantum quantum multiplicare duplum illius numeri in dimidium eiuſdẽ ex decima ſexta ſexti Euclidis. Igitur ℞. quæſita erit differentia eius quod fit ex duplo numeri poſiti in differentiam numeri poſiti à numero cenſuum ab eo quod fit ex duplo numeri poſiti in ſuum dimidium: ſed talis differentia æquatur ei quod fit ex duplo numeri poſiti in differentiam medietatis eiuſdem numeri à differentia numeri poſiti à numero cenſuum. Igitur regula ſecũda erit: Detrahe dimidium numeri poſiti à differentia numeri poſiti à numero cenſuum & reſiduum multiplica per duplũ numeri poſiti & ℞. prouentus eſt 2ª pars binomij quæſita.

Hoc ſtante ſic formabimus regulam ex multiplici abbreuiatione. Adde dimidium numeri poſiti numero poſito, & totum detrahe ex numero cenſuum, quod relinquitur multiplica in duplum numeri poſiti, producti accipe ℞. & hæc erit ſecunda pars binomij. Exemplum, 10. cen. æquantur 1. cu. p̄. numero, & ponamus primam partem binomij eſſe 2. adde ei dimidium, fit 3. detrahe 3. à 10. numero cenſuum, remanet 7. multiplica 7. in 4. duplum numeri poſiti, fit 28. & ℞. 28. erit adiicienda ad 2. Igitur ℞. 28. p̄. 2. erit binomium cuius 10. cenſus æquantur cubo & alicui numero. Et ſi accepiſſem 3. addidiſſẽ $1\frac{1}{2}$ quod eſt dimidium, & fuiſſet aggregatum $4\frac{1}{2}$, quod detractũ à 10. reliquiſſet $5\frac{1}{2}$, quod multiplicatum in 6. duplum numeri feciſſet 33. igitur ℞. 33. addita ad 3. feciſſet binomium cuius 10. cenſus potuiſſent æquari cubo & numeris, & ita poſſes complere capitulum pro numero iterando poſitionem & perueniens ad complementum regulæ poſitæ in capitulo ſuo trigeſimo ſeptimo.

Quartus modus dicitur deriuatio, & fit hoc modo: Cognitus eſt modus capituli cubi & rerum æqualium numero, dices igitur deriuatiuè quadrando vtrumque igitur cubus cenſus & cenſus ſunt æqualia numero, quia ſicut res eſt ℞. cubica cubi, ita cenſus eſt ℞. cubica

Cubus & res æquales numero,
Cubus cen. & cenſus æqualia numero.
Cubus æqualis rebus & numero.
Cubus cen. æqualis cenſibus & numero.

bica cubi cenſus: ideo modus in vtroque eſt præciſè vnus, excepto quod in primo inuenies valorem rei, in deriuatiuo valorem cenſus. Quare pro habendo valore rei, accipe poſtmodum ℞. v. æquationis cenſus, & hæc erit valor rei. Et hoc modo inuenimus 20. capitula deriuatiua explicata in capitulo vigeſimo, vbi adſunt ſigna crucis aut ſtellæ, & ſimiliter inuenimus 9. capitula quæ vocantur aſſimilata, veluti in cenſu & re æqualibus numero elicis cubum cenſus & cubum æqualia numero, nam ſicut cubus

Cenſus & res æqualia numero.
Cubus cenſus & cubus æqualia numero.
Cenſus æqualis rebus & numero.
Cubus cenſus æqualis cubis & numero.

eſt cubus rei, ita cubus cenſus eſt cubus cenſus. Quare inuenies æquationem per capitulum cenſus, & rerum æqualium numero, & habebis valorem cubi. Vt igitur habeas valorem rei, accipe ℞. v. cubam talis valoris. Hucuſque iſti modi ſunt vniuerſales demonſtratiui & infallibiles.

Quintus modus eſt ſimilitudinis, & eſt quadruplex, & non eſt nec generalis nec demonſtratiuus. Primus ſumitur à ſimilitudine augmentorum in æquationibus vt demonſtratum eſt in capitulo vigeſimo ſecundo nam per talem ſimilitudinem augmentorum venamur capitula plurima particularia, velut capitula cenſus cenſus rerum & numeri. Secundus modus fit per ſimilitudinem conuerſionis æquationis, veluti dicendo 1. cu. p̄. 6. co. æquatur 9. valor rei eſt vt vides. Si verò dicas 1. cu. æquatur 6.

1. cu. p̄. 6. co. æqualis 9.
Valor rei.
℞. v. cu. ℞. $28\frac{1}{4}$ p̄. $4\frac{1}{2}$ m̄. ℞. v. cu. ℞. $28\frac{1}{4}$ m̄. $4\frac{1}{2}$.
1. cu. æqualis 6. co. p̄. 9.
Valor rei,
℞. v. cu. $4\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $12\frac{1}{4}$ p̄. ℞. v. cu. $4\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $12\frac{1}{4}$.

co. p̄. 9. valor rei eſt vt vides etiam. Manifeſtum eſt autem quòd ſecundus valor habet dependentiam à primo & eſt talis. Accipe ſecundam partem primæ æquationis quæ eſt $4\frac{1}{2}$ pro prima in ſecunda æquatione, deinde cuba tertiam partem rerum quæ eſt 2. fit 8. & eam duplica, fit 16. detrahe 16. à quadrato primæ partis binomij primæ æquationis & ſui reciſi. & eſt $28\frac{1}{4}$ remanet $12\frac{1}{4}$, hoc adde & minue tamquam radicem in ſecunda æquatione. Habes igitur ſecundam æquationem extractam à prima, & tamen hæc regula non eſt omnino generaliſſima quia non tenet, quando tale duplum cubi tertiæ partis rerum non poteſt detrahi à quadrato ſecundæ partis binomij & reciſi primæ æquationis. Et ita extraxi conuerſionem capituli cubi æqualis rebus & numero, in capitulum cubi & rerum æqualium numero ſub eiſdem terminis præciſè, attamen neglexi ponere in capitulo vigeſimo primo, quia non eſt generalis, ſed fallit in dicto caſu. Tertius modus eſt ex ſimilitudine æquationum, veluti ſi dico 1. cu. p̄. 6. co. æquatur 2.

1. cu. p̄. 6. co. æqualia 2.
Valor rei,
℞. cu. 4. m̄. 2. m̄ ℞. cu. 2.
Cubus eius,
4. p̄. ℞. cu. 432. m̄. 2. m̄. ℞. cu. 864.
6. res,
℞. cu. 864. m̄. ℞. cu. 432.

1. cu. æqualis 6. co. p̄. 6.
Valor rei,
℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 2.
Cubus eius,
4. p̄. ℞. cu. 432. p̄. 2. p̄. ℞. cu. 864.
6. res,
℞. cu. 864. p̄. ℞. cu. 432.

Video quòd valor rei eſt ℞. cu. 4. m̄. ℞. cu. 2. & video quod cubus eius eſt 4. p̄. ℞. cu. 432. m̄. 2. m̄. ℞. cu. 864. & video quòd 6. co. ſunt ℞. cu. 864. m̄. ℞. cu. 432. Igitur video quòd vbi partes cubi ſunt p̄, partes rei ſunt m̄. & è contra: & quòd partes cubi, quæ ſunt numerus & ſunt 4. & 2. detrahuntur ideo dico quòd ſi deberent detrahi, ita quòd 1. cu. eſſet æqualis 6. co. p̄. numero oportet vt partes omnes ſint p̄. Igitur partes numeri cubi neceſſariò aggregabuntur. Dicam igitur quòd aggregatis partibus (quæ erant m̄. in prima æquatione) ita vt valor rei ſit ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 2. fiet 1. cu. æqualis 6. co. p̄. 6. quia ſicut 2. detractum à 2. in prima æquatione, fuit cauſa quod 1. cu. p̄. 6. co. æquaretur 2: ita 2. additum ad 4. facit 6. & eſt cauſa quòd 1. cu. æquetur 6. co. p̄. 6. Et hoc modo extraxi capitulum cubi æqualis rebus & numero ex capitulo cubi & rerum æqualium numero. Nam hoc inuento vidi quòd partes æquationis remanebant eædem, & quòd ſemper componebant numerum æquationis, vtpote 6. quare dixi oportet facere duas partes ex numero aſſignato ex quarum multiplicatione producatur cubus tertiæ partis rerum, nam vidi quòd in ſecunda æquatione partes inuicem ductæ producebant cubum tertiæ partis rerum, & ſimul iunctæ faciebant dictum numerum. Et hoc modo inueni capitulum cubi æqualis rebus & numero. Quartus autem modus ſimilitudinis eſt vt conſideres veluti in cẽſibus æqualibus rebus & numero capitulum eſt ſimile capitulo de cenſibus & rebus

æqualibus

æqualib⁹ numero, excepto quod in illo additur radix aggregati dimidio rerum, in alio minuitur. Igitur veriſimile eſt quod in capitulis cubi rerum & numeri ſit etiam parua differentia & quaſi ſimilis. Et ita eſt, nam in capitulo cubi æqualis rebus & numero adduntur ℞. cubæ inuicem, & in capitulo cubi & rerum æqualium numero minuuntur altera ab altera. Et ſimiliter ſicut in capitulo cenſuum rerum & numeri dimidiantur radices & quadrantur, ita in capitulo cubi rerum & numeri debet aſſumi $\frac{1}{3}$ radicum & debet cubari, & ita in cenſu cenſus aſſumi $\frac{1}{4}$ radicum & reduci ad cenſum cenſus. Et ſimiliter videmus quòd in capitulis cenſuum rerum & numeri æquatio eſt ex genere ℞. ſimplicium in vnoquoque capitulo eorum, igitur in cubo erit ex genere ℞. cubarum, & in capitulis cenſuum cenſus & cenſus & numeri erit ex genere ℞. ℞. & ita in capitulis relati rerum & numeri erit ex genere ℞. relatarum, quamuis aliquando coniungantur numeris, aliquando ſint ℞. v. vnum eſt quòd æquatio eſt ſemper de genere maioris denominationis, & hoc in capitulis vniuerſalibus, nam in particularibus vides quòd regula non tenet, quia binomia & recisa ſimplicia ſeruiunt capitulis cubi æqualis rebus & numero & cubi & numeri æqualium rebus vt viſum eſt in capitulo vigeſimo ſecundo, & plenius videbitur infra. His igitur modis bene intellectis aditus patet ad omne capitulum ignotum, nam poſtquam inueneris regulam, ſemper (ſi es expertus) facillimè inuenies eius demonſtrationem & Geometricam & Arithmeticam.

CAPVT XXVIII.

De Capitulo generali cubi & rerum æqualium numero, Magiſtri Nicolai Tartagliæ, Brixienſis.

HOc Capitulum habui à præfato viro ante conſiderationem demonſtrationum ſecundi libri ſuper Euclidem, & æquatio hæc cadit in ℞. cu v. binomij ex genere binomij ſecundi & quinti m̃. ℞. cuba vniuerſali reciſi eiuſdem binomij. Et eſt exemplum ℞. v. cu. ℞. 7. p̃. 2. m̃. ℞. cu. v. ℞. 7. m̃. 2. poteſt eſſe valor rei cuius cubus cum rebus æquatur numero & aliquando talis ℞. vniuerſalis æquiualet ℞. cu. reciſæ duorum numerorum tantùm & exprimitur per eos veluti ℞. cu. 9. m̃. ℞. cu. 3.

℞. cu. 9. m̃. ℞. cu. 3.
℞. cu. 243. p̃. ℞. cu. 81. | ℞. cu. 2187. p̃. ℞. cu. 9.
Cubus 9. p̃. ℞. cu. 2187. m̃. ℞. cu. 6561. m̃. 3.
9. res ℞. cu. 6561. m̃. ℞. cu. 2187.
6.

tunc hic eſt valor rei, cuius 1. cu. p̃. 9. co. æquantur 6. numero: nam cubus eius eſt 9. p̃. ℞. cu. 2187. m̃. ℞. cu. 6561. m̃. 3. quod eſt dicere 6. p̃. ℞. cu. 2187. m̃. ℞. cu. 6561: ſed 9. co. ſunt ℞. cu. 6561. m̃. ℞. cu. 2187. Igitur iunctæ 9. res cum cubo, faciunt 6. præcisè, eò quòd ambæ ℞. ſimul cadunt: & aliquando dicta æquatio æquiualet numero, & deſignatur per ipſum. Veluti ſi dicam 1. cu. p̃. 9. co. æquantur 26. tunc æquatio fit vt valor rei ſit ℞. v. cu. ℞. 196. p̃. 13. m̃. ℞. v. cu. ℞. 196. m̃. 13. ℞. autem 196. p̃. 13. eſt 27. cuius ℞. cu. eſt 3: & ℞. 196. m̃. 13. eſt 1. cuius ℞. cu. eſt 1. Igitur valor rei eſt ℞. cu. 27. m̃. ℞. cu. 1. quod eſt dicere 2. & aliquando reducitur æquatio ad æquiualens numero, ſed non eſt numerus de facto, ſed reducibilis arte ad numerum. Veluti 1. cu. p̃. 6. co. æqualia 10. æquatio eſt ℞. v. cu. ℞. 108. p̃. 10. m̃. ℞. v. cu. ℞. 108. m̃. 10. & hoc eſt in veritate 2: non tamen ſimpliciter reducitur ad 2. quia ℞. 108. p̃. 10. & ℞. 108. m̃. 10. ſunt quantitates ſurdæ, & multò plus earum ℞. v. cu. attamen dictæ ℞. v. cu. detractæ inuicem æquiualent 2. quia 6. co. ſunt 12. & 1. cu. eſt 8. & totum aggregatum eſt 20. Cùm igitur cubus cum rebus æquatur numero, accipe $\frac{1}{3}$ radicum & cuba, deinde quadra dimidium numeri, & iunge hos duos prouentus, & aggregati accipe ℞, huic ℞. adde dimidium numeri propoſiti, & habebis binomium, & ab eadem ℞. minue dimidium numeri, & habebis reſiduum; deinde accipe ℞. cubam binomij & ℞. cubam reſidui, & minue ℞. cubam reſidui à ℞. cuba binomij per m̃, & quod relinquitur eſt valor rei. Exemplum, volo æquationem de 1. cu. p̃. 6. co. æqualia 10. Accipe $\frac{1}{3}$ de 6, qui eſt numerus rerum, & eſt 2, cuba fit 8. accipe dimidium 10. quod eſt 5. quadra fit 25. iunge 25. ad 8. fiunt 33. accipe ℞. quæ eſt ℞. 33. ei adde 5. fit ℞. 33. p̃. 5. minue

1. cu. p̃. 6. co. æqualia 10.
3. 2.
2. 5.
8. 25.
25.
8.
℞. 33. p̃. 5.
℞. 33. m̃. 5.
℞. v. cu. ℞. 33. p̃. 5. m̃. ℞. v. cu. ℞. 33. m̃. 5.

etiam 5. fit ℞. 33. m̃. 5. accipe ℞. cu. v. Horum binomij & reciſi habebis ℞. v. cu. ℞. 33. p̃. 5. & ℞. v. cu. ℞. 33. m̃. 5. minue ℞. cu. reciſi à radice binomij, habebis valorem rei ℞. v. cu. ℞. 33. p̃. 5. m̃. ℞. v. cu. ℞. 33. m̃. 5.

Et ſimiliter ſi dicam quòd 1. cu. p̃. 3. co. æquatur 10. tunc diuide 3. numerum rerum per 3. exit 1. cuba 1. fit 1. diuide 10. fit 5. quadra, fit 25. adde 1. productum ſiue cubum tertiæ partis rerum, fit

1. cu. p̃. 3. co. æqualia 10.
3. 2.

tertia pars 1. 5.
cubus eius 1. 25.

25.
1.

26.
Valor binomij ℞. 26. p̃. 5.
Valor recisi ℞. 26. m̃. 5.
Valor rei,
℞. v. cu. ℞. 26. p̃. 5. m̃. ℞. v. cu. ℞. 26. m̃. 5.

26. Accipe igitur ℞. 26. & ei adde 5. & minue 5. dimidium numeri, habebis ℞. 26. p̃. 5. & ℞. 26. m̃. 5. accipe ℞. cubam vtriuſque, & minue minorem de maiore, habebis valorem rei eſſe ℞. v. cu. ℞. 26. p̃. 5. m̃. ℞. v. cu. ℞. 26. m̃. 5.

Vt autem videas veritatem, quære per regulam ſeptimam numeros multiplicandos hoc modo: Tu ſcis quòd quadrata partium ſunt ℞. v. cu. 51. p̃. ℞. 2600. & ℞. v. cu. 51. m̃. ℞. 2600. & quia triplanda ſunt dicta quadrata addendo aliam partem, fiat igitur multiplicando per 27. habebimus multiplicatorem primum vt vides, & ſecundum, quos multiplicabimus in partes rei. Multiplica igitur ℞. v. cu. ℞. 26. m̃. 5. in primum multiplicatorem, & ℞. v. cu. ℞. 26. p̃. 5. in ſecundum multi-

Res ℞. v. cu. ℞. 26. p̃. 5. m̃. ℞. v. cu. ℞. 26. m̃. 5.
[illegible]us partium, ℞. 26. p̃. 5. m̃. ℞. 26. m̃. 5.
Quadratum partium cubatarum 51. p̃. ℞. 2600. m̃. 51. m̃. ℞. 2600.
Quadratum partium. ℞. v. cu. 51. p̃ ℞. 2600. m̃ ℞ cu. v. 51 m̃ ℞. 2600.

Triplum quadrati partium, ℞. v cu. 1377. m̃. ℞. 1895400.	℞. v. cu. 1377. p̃. ℞. 1895400.
Quadratum partium, ℞. v. cu. 51. p̃. ℞. 2600.	℞. v. cu. 51. m̃. ℞. 2600.
Partes radicis, ℞. v. cu. ℞. 26. p̃. 5.	℞. v. cu. ℞. 26. m̃. 5.

Productum,
℞. 26. p̃. 5. p̃. ℞. v. cu. ℞. 49299354. m̃. ℞. 47385000. p̃. 6885. m̃. 7020.
m̃. ℞. 26. m̃. 5. m̃. ℞. v. cu. ℞. 49299354. m̃. ℞. 47385000. p̃. 7020. m̃. 6885.
Productum æquiualens ſuperiori,
℞. 26. p̃. 5. p̃. ℞. v. cu. 18954. m̃. 135.
m̃. ℞. 26. m̃. 5. m̃. ℞. v. cu. ℞. 18954. p̃. 135.

Cubus igitur eſt æquiualens ſuperiori,
10. p̃. ℞. v. cu. ℞. 18954. m̃. 135. p̃. ℞. v. cu. ℞. 18954. p̃. 135.

plicatorem; Et quoniam omnis ℞. cubica ducta in ſuum quadratum producit cubum ſui ipſius, id eſt, talem numerum abſque ℞. cu. igitur ex productione ℞. v. cu. ℞. 26. p̃. 5. in ℞. v. cu. 51. p̃. ℞. 2600. producitur ℞. 26. p̃. 5. & ex ductu ℞. v. cu. ℞. 26. m̃. 5. in ℞. v. cu. 51. m̃. ℞. 2600. producitur ℞. 26. m̃. 5. Igitur iſtæ duæ multiplicationes non plus producunt quàm ℞. 26. p̃. 5. & ℞. 26. m̃. 5. & quia vna eſt m̃. alia p̃. igitur detracta vna ab alia prouenit 10. p̃. producto ℞. v. cu. ℞. 26. p̃. 5. in ℞. v. cu. 1377. m̃. ℞. 1895400. m̃. producto ℞. v. cu. ℞. 26. m̃. 5. in ℞. v. cu. 1377. p̃. ℞. 1895400. pro quibus multiplicationibus faciendis per ſextum capitulum, cuba omnia & habebis ℞. 26. p̃. 5. multiplicandum in 1377. m̃. ℞. 1895400. & ℞. 26. m̃. 5. multiplicandum in 1377. p̃. ℞. 1895400. Habebis igitur pro primâ multiplicatione ℞. 49299354 m̃. ℞. 47385000. p̃. 6885. m̃. 7020: & pro ſecũda ℞. 49299354. m̃. ℞. 47385000. p̃. 7020. m̃. 6885. Igitur primum productum eſt ℞. 49299354. m̃. ℞. 47385000. m̃. 135. & ſecundum productum eſt ℞. 49299354. m̃ ℞. 47385000. p̃. 135. ſed ℞. 49299354. p̃. & ℞. 47385000. m̃. faciunt ℞. 18954. Igi-

℞. v. cu. ℞. 26. p̃. 5. m̃. ℞. v. cu. ℞. 26. m̃. 5.
℞. 26. p̃. 5. m̃. ℞. 26. m̃. 5.
27.
℞. 18954. p̃. 135. m̃. ℞. 18954. m̃. 135.
3. res ℞. v. cu. ℞. 18954. p̃. 135. m̃. ℞. v. cu. ℞. 18954. m̃. 135.
cubus 10. m̃. ℞. v. cu. ℞. 18954. p̃. 135. p̃. ℞. v. cu. ℞. 18954. m̃. 135.

tur hæc producta erunt ℞. 18954. m̃. 135. & ℞. 18954. p̃. 135. Igitur cubus totius eſt 10. p̃. ℞. v. cu. ℞. 18954. m̃. 135. m̃. ℞. v. cu. ℞. 18954. p̃. 135. Sed 3. radices habebimus cubando 3. fit 27. cubando etiam partes radicis, erunt ℞. 26. p̃. 5. & ℞. 26. m̃. 5. duc in 27. fit ℞. 18954. p̃. 135. m̃. ℞. 18954. m̃. 135. Harum igitur partium ℞. cubicæ ſunt 3. radices. Igitur 3. radices ſunt ℞. v. cu. ℞. 18954. p̃. 135. m̃. ℞. v. cu. ℞. 18954. m̃. 135. adde hoc ad 1. cu. vt vides in præcedente figura, fiet

1. cu. p̃. 3. co. iuncta ſimul 10. quia partes radicum ſunt m̃. vbi partes cubi ſunt p̃. & e contra, igitur iunctæ nihil faciunt.

Capvt XXIX.

De cubo æquali cenſibus & numero generali.

CVm habueris capitulum cubi æqualis cenſibus & numero tunc per primam conuerſionem capituli 21. conuertes illud in capitulum cubi & rerum æqualium numero, deinde quæres æquationem cubi & rerum æqualium numero per præcedens capitulum, quâ habitâ quære æquationem capituli cubi æqualis cenſibus & numero per dictam primam conuerſionem capituli 21ᶦ quæ æquatio erit valor rei quæſitæ.

Exemplum 1. cu. æquatur $13\frac{1}{2}$. cen. p̃. $121\frac{1}{2}$. volo ſcire valorem rei diuide per primam regulam capituli 21. $121\frac{1}{2}$. per $13\frac{1}{2}$. exit. 9. numerus rerum quadra $13\frac{1}{2}$. fit $182\frac{1}{4}$. diuide $121\frac{1}{2}$. p̃. $182\frac{1}{4}$. exit. $\frac{2}{3}$. multiplica $\frac{2}{3}$. per 9. habes 6. igitur per dictam regulam 1. cu. p̃. 9. co. æquatur 6. quare per præcedens capitulum valor rei eſt ℞. cu. 9. m̃ ℞. cu. 3. diuide igitur per dictam regulam 9. numerum rerum per ℞. cu. 9. m̃. ℞. cu. 3. exit. ℞. cu. $273\frac{3}{8}$. p̃. $4\frac{1}{2}$. p̃. ℞. cu. $30\frac{3}{8}$. valor rei de 1. cu. æquali $13\frac{1}{2}$. ce. p̃. $121\frac{1}{2}$. nam cubus huius trinomij æquatur $13\frac{1}{2}$. ce. p̃. $121\frac{1}{2}$. ex fine 26ᶦ capituli.

Et ſimiliter ſi dicat 1. cu. æquatur 6. cen. p̃. 18. tunc diuidemus 18. per 6. numerum cenſuum exit. 3. numerus rerum: diuide etiam 18. per 36. quadratum numeri cenſuum fit $\frac{1}{2}$. deinde multiplicabimus $\frac{1}{2}$. in 3. fit $1\frac{1}{2}$. pro numero. Igitur 1. cu. p̃. 3. co. æquatur $1\frac{1}{2}$ quare res valet ℞. cu. 2. m̃. ℞. cu. $\frac{1}{2}$. diuide 3. per ℞ cu. 2. ℞. ℞. cu. $\frac{1}{2}$. exit ℞. cu. 32. p̃. 2. p̃. m̃. ℞. cu. 2. & hic eſt valor cuius 1. cu. qui eſt ℞. cu. 629856. p̃. ℞. cu. 746496. p̃ 90. æquatur 18. p̃. 6. cen. nam 6. cen. ſunt ℞. cu. 629856. p̃. ℞. cu. 746496. p̃. 72. igitur additis 18. fient æqualia cubo prout patuit in 26ᵒ capitulo.

Alius modus longè facilior, cuba tertiam partem cenſuum & eam dupla, & totum hoc adde numero quem habes & de toto hoc agregato fac duas partes ex quarum multiplicatione proueniat cubus cenſus tertiæ partis cenſuum & ℞. cubicæ talium partium ſimul iunctæ addita tertia parte cenſuum conſtituunt valorem rei.

Exemplum 1. cu. æquatur 6. cen. p̃. 4 accipe $\frac{1}{3}$. de 6. quod eſt 2. cuba eum fit 8. dupla, fit 16 adde ad 4 fit 20. deinde cuba 2. tertiam partem 6. fit 8. quadra fit 64. & hoc eſt cenſus cubi de 2. fac igitur de 20. duas partes ex quarum multiplicatione vnius in alteram fiat 64. & erunt partes 16. & 4. accipe igitur radices cubas vtriuſque & erunt ℞. cu. 16. & ℞. cu. 4. has iunge ſimul & adde 2. tertiam partem cenſuum habebis valorem rei ℞. cu. 16. p̃. 2. p̃. ℞. cu. 4. huius igitur 1. cu. æquabitur 6. cen. p̃. 4. & talis æquatio non habet impedimentum, ideo capitulum eſt generaliſſimum.

Capvt XXX.

De capitulo generali habente tantum vnam exceptionem quando cubus æquatur rebus & numero.

HOc capitulum eſt fere conuerſum capituli 28ᶦ. Accipe igitur $\frac{1}{3}$. rerum & cuba, deinde quadra dimidium numeri, & ab eo minue cubum tertiæ partis rerum iam ſeruatum & ℞. reſidui adde & minue à dimidio numeri, & habebis ſimiliter binomium & reciſum quorum capies ℞. v. & iunges eas per p̃. & aggregatum eſt valor rei exemplum 1. cu. æquatur 6. co. p̃. 10.

1. cu. æqualis 6. co. p̃. 10.

1. 2.

2. 5.
8. 25.

25.
8.

5. p̃. ℞. 17.
5. m̃. ℞. 17.

℞. v. cu. 5. p̃. ℞. 17. p̃. ℞. v. cu. 5. m̃. ℞. 17.

accipe $\frac{1}{3}$. de 6. numeri rerum & eſt 2. cuba fit 8. accipe dimidium numeri & eſt 5. quadra fit 25. ab hoc detrahe 8. cubum tertiæ partis rerum fit 17. accipe ℞. fit ℞. 17. hanc adde & minue dimidio numeri quod fuit 5. habebis binomium 5. p̃. ℞. 17. & reciſum 5. m̃. ℞. 17. horum accipe ℞. v. cubas & iunge per p̃. & habebis valorem rei ℞. v. cu. 5. p̃. ℞. 17. p̃. ℞. v. cu. 5. m̃. ℞. 17. ex hoc patet vt dictum eſt quod vbi cubus tertiæ partis rerum eſt maior quadrato dimidij numeri, tunc nulla poteſt ſequi æquatio, aliter autem ſemper ſequitur & hoc etiam ego inueni ex regulis capituli 27ᶦ ſicut & omnia reliqua præter illa duo quibus aſſignaui auctores ſuis locis.

Capvt XXXI.

De capitulo & regulis particularibus cubi æqualis rebus & numero.

SVnt autem modi particulares cubi æqualis rebus & numero tres, primus eſt vt addendo vel minuendo tantum de numero ad cubum proueniat proportio radicis cubicæ numeri ad vnitatem talis qualis eſt proportio numeri ad radices & tunc diuide 1. cu. p̃. vel m̃. numero illo per 1. co. p̃. vel m̃. ℞. cu numeri illius & prouentus eſt æquatio vt in capitulo 31ᵒ dictum eſt. exemplum

1. cu. æquatur 16. rebus p̄. 21. tunc hæc non poteſt ſolui per præcedens capitulum ſed addemus 27. vtrique parti & fiet 1. cu. p̄. 27. æqualia 16. rebus p̄. 48. quare cum proportio 48. ad 16. ſit tripla, & ℞. cubica 27. eſt 3. igitur diuidemus 1. cu. p̄. 27. per 1. co. p̄. 3. & exibit 1. cen. m̄. 3. co. p̄. 9. diuidemus etiam 16. res p̄. 48. per 1. co. p̄. 3. exit. 16. igitur 1. cen. m̄ 3. co. p̄. 9. æquatur 16. igitur 1. cen. æquatur 3. co. p̄. 7. quare res valet ℞. 9$\frac{1}{4}$. p̄. 1$\frac{1}{2}$. & ita de aliis. Et ſcias quod numerus qui additur vel diminuitur eſt ſemper cubus.

Secunda regula eſt quod ſi potes diuidere numerum rerum in duas partes ita quod multiplicata vna per ℞. alterius proueniat numerus, tunc facta tali diuiſione accipe $\frac{1}{4}$. partis cuius erat accipienda ℞. & ipſum adde alteri numero, & totius accipe ℞. cui adde dimidium ℞. partis cuius accipienda erat ℞. & aggregatum eſt valor rei. exemplum 1. cu. æquatur 20. co. p̄. 32. tunc quia ex 20. poſſunt fieri duæ partes quæ ſunt 16. & 4. ex quarum multiplicatione vnius in ℞. alterius fit 32. (nam ex 16. in 2. ℞. 4. quæ eſt altera pars fit 32.) igitur hoc ſtante accipe $\frac{1}{4}$. de 4. cuius eſt accipienda ℞. & eſt 1. & adde 1. ad 16. fit 17. accipe ℞. 17. & ei adde 1. dimidium ℞. 4. fit ℞. 17. p̄. 1 valor rei.

Aliud exemplum 1. cu. æquatur 29. co. p̄. 52. quia igitur ex 29. poſſunt fieri duæ partes ex quarum vna quæ eſt 13. in ℞. alterius quæ eſt 4. ℞. 16. fit 52. nam 13. in 4. facit 52. igitur accipe $\frac{1}{4}$. de 16. quod eſt 4. adde ad 13. fit 17. accipe ℞. 17. cui adde 2. dimidium ℞. 16. fit valor rei ℞. 17. p̄. 2.

Aliud ſi dicat 1. cu æquatur 65. co. p̄. 8. quia igitur ex 65. poſſunt fieri duæ partes & ſunt 64. & 1. ex quarum vna in ℞. alterius fit 8. capiam $\frac{1}{4}$. de 64. cuius erat accipienda ℞. & eſt 16. addo 1. alteram partem fit 17. cape ℞. 17. & ei adde 4. dimidium ℞. 64. fiet valor rei ℞. 17. p̄. 4.

Aliud 1. cu. æquetur 23. co p̄. 28. tunc quia diuiſo 23. in 16. & 7. ℞. 16. quæ eſt 4 ducta in 7. facit 28. ideo capiam $\frac{1}{4}$. de 16. quod eſt 4. addo ad 7. fit 11. capio ℞. 11. & ei addo dimidium ℞. 16. quod eſt 2. fit valor rei ℞. 11. p̄. 2. & quod hoc ſit verum patet nam

Res ℞. 11. p̄. 2.
23.
23. Res ℞. 5819. p̄. 46. } differentia.
Cubus ℞. 5819. p̄. 74. } 28.

23. res ſunt ℞. 5819. p̄. 46. & cubus eſt ℞. 5819. p̄. 74. igitur differentia eſt 28. quare 1. cu. æquatur 23. rebus p̄. 28. quod eſt probandum.

Et ſimiliter ſi dicas quod 1. cu. æquatur rebus 24. p̄. ℞. 6. p̄. 12. numero, diuides numerum rerum in 24. & ℞. 6. ita quod ℞. ducta in ℞. alterius partis quæ eſt ℞. 24. facit 12. cape igitur $\frac{1}{4}$. 24. quod eſt 6. adde ad ℞. 6. alteram partem fit 6. p̄. ℞. 6. huius accipe ℞. v. quæ eſt ℞. v. 6. p̄ 6. cui adde dimidium ℞ 24. quod eſt ℞. 6. fiet valor rei ℞. v. 6. p̄. ℞. 6. p̄. 1. ℞. 6. huius 1. cu. æquabitur rebus 24. p̄. ℞. 6. p̄. 12. numero.

Tertius modus eſt quod cum fuerint duo numeri producentes numerum æquationis quorum vnus eorum ſit ℞. aggregati ex numero rerum & reliquo numero, tunc numerus ille qui eſt ℞. erit valor rei. Exemplum 1. cu. æquatur 24. p̄. 32. co. tunc valor rei eſt 6. quia diuiſo 24. per 6. exit 4. qui additus ad 32. facit 36. quadratum de 6. & ſimiliter 1. cu. æquatur 24. p̄. 10 co. res valebit 4. quia diuiſo 24. per 4. exit 6. qui additus ad 10. facit 16. quadratum de 4. Et ita 1. cu. æqualis 24. p̄. 61. co. res valebit 8. eò quod diuiſo 24. per 8. exit 3. qui additus ad 61. numerum rerum facit 64. quadratum de 8. & ita 1. cu æquatur 24 p̄. 575. co. quia ponendo 24. valorem rei ſi diuidatur 24. per 24. exit 1. qui additus ad 575. facit 576. quadratum de 24.

Capvt XXXII.

De capitulo cubi & cenſus æqualium numero & eſt generale habens vnam exceptionem tantum.

CVba in hoc capitulo $\frac{1}{3}$. numeri cenſuum & productum dupla, & hoc duplatum minue à numero quem habes & de reſiduo fac duas partes ex quarum multiplicatione producatur cubus cenſus tertiæ partis numeri cenſuum, illarum partium accipe ℞. cubicas & eas iunge ſimul & ab his minue $\frac{1}{3}$. numeri cenſuum & quod aggregatur eſt valor rei. exemplum 1. cu p̄. 6. cen. æquatur 36. dico cuba 2. tertiam partem cenſuum fit 8. dupla fit 16. detrahe à 36. fit 20. fac. igitur de 20. duas partes ex quarum multiplicatione producatur 64. & partes erunt 16. & 4. accipe igitur ℞. cu. 16. & 4. & iunge ſimul fient ℞. cu. 16. p̄. ℞. cu. 4. ab his minue 2. tertiam partem cenſuum, fiet valor rei ℞. cu. 16. m̄. 2. p̄. ℞. cu. 4. & eſt hoc capitulum ferme conuerſu. 2.[1]

Alius modus eſt vt conuertas capitulum hoc in capitulum cubi æqualis rebus & numero deinde inuenias æquationem per capitulum 21^{m} & ab ea minue $\frac{1}{3}$. numeri cenſuum. exemplum, aliquis dixerit multiplicaui numerum in ſuam ℞. p̄. 3. & prouenit 21. tunc ſupponemus illum numerum fore 1. cen. qui multiplicatus in ℞. ſuam p̄. 3. producet 1. cu. p̄. 3. cen. & hoc æquatur 21. quare ſequendo capitulum 21^{m} in ſua conuerſione accipe $\frac{1}{3}$. de 3. numeri cenſuum quod eſt 1. & cuba fit 1. adde ad 21. fit 22. quadra etiam 3. numerum cenſuum fit 9. accipe $\frac{1}{3}$. eius quod eſt 3. & multiplica in 1. quod eſt $\frac{1}{3}$. numeri cenſuum fit 3. detrahe ex 22. remanet 19. habebis igitur 1. cu. æqualem 3. co. p̄. 19. fac igitur de 19. duas partes exquarum multiplicatione proueniat 1. cubus tertiæ partis numeri rerum & erunt partes 9$\frac{1}{2}$. p̄. ℞. 89$\frac{1}{4}$. & 9$\frac{1}{2}$. m̄. ℞. 89$\frac{1}{4}$. harum ℞. cubicæ iunctæ detracto $\frac{1}{3}$. numeri cenſuum facient valorem rei, igitur res valet ℞. v. cu. 9$\frac{1}{2}$. p̄. ℞. 89$\frac{1}{4}$. m̄ 1.
p̄. ℞.

p̃. ℞. v. cu. 9½. m̃. ℞. 89¼. quod autem ita ſit per probationem experieris hoc modo. Primo inuenias quadrata partium ſecundum regulam cubandi trinomia & quadratum primæ partis eſt ℞. v. cu. 179½. p̃. ℞. 32219¼. & quadratum ſecundæ partis ſimiliter eſt ℞. v. cu. 179½. m̃. ℞. 32219¼. & quadratum tertiæ partis eſt 1. ex iis quæ dicta ſunt in capitulo nono & productum trium partium inuicem eſt m̃. 1. ex eadem regula.

℞. l. v. cu. 9½. p̃. ℞. 89¼.	p̃. ℞. v. cu. 9½. m̃ ℞. 89¼.	m̃. l. 1.	m̃. ℞
℞. v. cu. 179½. p̃. ℞. 32219¼.	℞. v. cu. 179½. m̃. ℞. 32219¼.	1.	6.

Sequere igitur regulam vt in capitulo 25° feciſti habebis primo partes cubi 9½. p̃. ℞. 89.¼. p̃. 9½. m̃. ℞. 89¼. m̃. 1. m̃. 6. quæ omnia ſimul iuncta faciunt 19. m̃. 7. quod eſt 12. deinde tripla partes omnes vt vides.

℞. v. cu. 4846½. p̃. ℞. 23487833¼.	℞. v. cu. 4846.½. m̃ ℞. 23487833¼.	3.

triplata quadratorum.

Cum igitur multiplicauerimus duo quælibet ex his triplatis vt vides in tribus figuris in reliquam partem fient tria producta ex tribus trinomiis quare cubus totus erit compoſitus ex 9. partibus & 12. iam prius ſeruato.

℞. v. cu. 4846½. p̃. ℞. 23487833¼. p̃. l. ℞. v. cu. 4846½. m̃. ℞. 23487833¼.
m̃. 1.

m̃. ℞. v. cu. 4846½. p̃. ℞. 23487833¼. p̃. l. ℞. v. cu. 4846½. m̃. ℞. 23487833¼.

℞. v. cu. 4846½. p̃. ℞. 23487833¼. p̃. l. 3.
℞. v. cu. 9½. m̃. ℞. 89¼.

p̃. ℞. v. cu. 46041¼. p̃. ℞. 2119776950.½. m̃. ℞. 2096289117 9/16.
m̃. ℞. 2096354180 11/16. p̃. l. ℞. v. cu. 256½. m̃. ℞. 65063¼.

℞. v. cu. 4846½. m̃. ℞. 23487833¼. p̃. l. 2.
℞. v. cu. 9½. p̃. ℞. 89¼.

p̃. ℞. v. cu. 46041¼. p̃. ℞. 2096354180 11/16. m̃. ℞. 2119776950½.
m̃ ℞. 2096289117 9/16. p̃. l ℞. v. cu. 256½. p̃. ℞. 65063¼.

Igitur cubus totus eſt 12. m̃. ℞. v. cu. 4846½. p̃. ℞. 23487833¼. m̃. l. ℞. v. cu. 4846½. m̃. ℞. 23487833¼. p̃. l. ℞. v. cu. 46041¼. p̃. ℞. 2119776950½. m̃. ℞. 2096289117 9/16. m̃ ℞. 2096354180 11/16. p̃. l. ℞. v. cu. 256½. m̃. ℞. 65063¼. p̃. ℞. v. cu. 46041¼. p̃. ℞. 2096354180 11/16. m̃. ℞. 2119776950½. m̃. ℞. 2096289117 9/16. p̃. l. ℞. v. cu. 256½. p̃. ℞. 65063¼. Hoc viſo quadra trinomium ducendo quamlibet partium in totum trinomium hoc modo.

℞. v. cu. 9½. p̃. ℞. 89¼. p̃. ℞. v. cu. 9½. m̃. ℞. 89¼. m̃. 1.
m̃. 1.

m̃. ℞. v. cu. 9½. p̃. ℞. 89¼. m̃. ℞. v. cu. 9½. m̃. ℞. 89¼. p̃. l. 1.

℞. v. cu. 9½. p̃. ℞. 89¼. p̃. ℞. v. cu. 9½. m̃. ℞. 89¼. m̃. 1.
℞. v. cu. 9½. p̃. ℞. 89¼.

p̃. ℞. v. cu. 179½. p̃. ℞. 32219¼. m̃. ℞. v. cu. 9½. p̃. ℞. 89¼. m̃. 1.

℞. v. cu. 9½. p̃. ℞. 89¼. p̃. ℞. v. cu. 9½. m̃. ℞. 89¼. m̃. 1.
℞. v. cu. 9½. m̃. ℞. 89¼.

p̃ ℞. v. cu. 179½. m̃ ℞. 32219¼. m̃ ℞. v. cu. 9½. m̃. ℞. 89¼. p̃. l. 1.

Multiplica igitur totam ſummam trium productorum per 3. & habebis 9. m̃. ℞. v. cu. 256½. p̃. ℞. 65063¼. m̃. ℞. v. cu. 256½. m̃. ℞. 65063¼. p̃. ℞. v. cu. 4846½. p̃. ℞. 23487833¼. p̃. ℞. v. cu. 4846½. m̃. ℞. 23487833¼. m̃. ℞. v. cu. 256½. p̃. ℞. 65063¼. m̃. ℞. v. cu. 256½. m̃. ℞. 65063¼.

Facta igitur aggregatione partium cubi cum triplo centuum ſit totum 21. p̃. ℞. v. cu. 46041¼. p̃. ℞. 2119776950½. m̃. ℞. 2096289117 9/16. m̃. ℞. 2096354180 11/16. p̃. ℞. v. cu. 46041¼. p̃. ℞. 2096354180 11/16. m̃. ℞. 2119776950½. m̃. ℞. 2096289117 9/16. m̃. ℞. v. cu. 256½. p̃. ℞. 65063¼. m̃. ℞. v. cu. 256½. m̃. ℞. 65063¼. nam cæteræ partes cedunt vna per p̃. alia per m̃. quia ſunt numero & quantitate pares. Oportet igitur vt tales partes ſint æquales quod cognoſcitur quoniam cubi earum partium ſunt æquales. Sic igitur conſtituemus adiungendo partes inuicem vt totum vnius ſit æquale toti alterius fient.

46041¼. p̃. ℞. 2119776950½. m̃. ℞. 2096289117 9/16. m̃. ℞. 2096354180 11/16.
46041¼. m̃. ℞. 2119776950½. m̃. ℞. 2096289117 9/16. p̃. ℞. 2096354180 11/16.

æqua-

æquantur cum
256$\frac{1}{2}$. p̄. ℞. 65063$\frac{1}{4}$.
256$\frac{1}{2}$. m̄. ℞. 65063$\frac{1}{4}$.

Et quia vt vides partes p̄. & m̄. nihil faciunt ſequitur tandem vt 513. æquentur 92083$\frac{1}{2}$. m̄. ℞. 8385156470$\frac{1}{4}$. quod eſt duplum ℞. 2096289117$\frac{9}{16}$. igitur demptis 513. ex 92083$\frac{1}{2}$. remanebit 91570$\frac{1}{2}$. quod eſt p̄. æqualis ℞. 8385156470$\frac{1}{4}$. & ita eſt quare patet probatio exempli non minus vtilis ipſa regula.

Tertius modus eſt vt inuenias conuerſionem cubi & cenſus æqualium numero in cubum æqualem rebus & numero per ſecundum modum talis conuerſionis 21. capituli, deinde invenias æquationem cubi æqualis rebus & numero, & cum ea diuide ℞. numeri æquationis cubi & cenſuum æqualium numero. Exemplum 1. cu. p̄. 6. cen. æquatur 36. dices igitur 1. cu. æquatur 6. co. p̄. 6. quare valor rei eſt ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 2. cum hac igitur diuide 6. numerum qui fuit ℞. 36. & exibit valor rei ℞. cu. 16. m̄. 2. p̄. ℞. cu. 4.

Capvt XXXIII.

De regulis particularibus cubi & cenſuum æqualium numero.

TV ſcis ex capitulo binomiorum & reciſorum quod reciſum ſecundum & quintum ſolum inſeruiunt capitulo cubi & cenſuum æqualium numero. Fac igitur ex numero cenſuum duas partes ex quarum multiplicatione vnius in quadratum alterius proueniat aſſignatus numerus. Quibus inuentis ſcias quod dimidium partis quæ non quadratur in dicta multiplicatione eſt pars ſecunda reciſi quæ eſt numerus m̄. deinde multiplica vnam partē in alteram & ei adde quadratum numeri m̄. & ℞. aggregati eſt prima pars valoris rei, à qua minue numerum m̄. & habebis valorem rei. Exemplum

1. cu. p̄. 20. cen. æqualia 72.
18. 2. partes
9. dimidium ſiue numerus m̄.
81. quadratum numeri m̄.
18.2. 36. productum vnius in alteram.

117. aggregatum cuius ℞. quæritur
℞. 117. m̄. 9. valor rei.

1. cu. p̄. 20. cen. æquatur 72. diuide 20. in duas partes ex quarum vna in quadratum alterius fiat 72. & erunt partes 18. & 2. nam 18. in 4. quadratum 2. facit 72. accipe igitur 9. dimidium 18. numeri qui non quadratur & eſt numerus m̄. deinde quadra ipſum fit 81. adde ei multiplicationem vnius partis in alteram ideſt 18. in 2. quæ eſt 36. fit 117. cuius ℞. eſt prima pars reſidui quæſita, igitur valor rei eſt ℞. 117. m̄. 9.

Et ſimiliter ſi dicat 1. cu. p̄. 11. cen. æquantur 72. partes de 11. erunt 8. & 3. nam 8. in 9. quadratum 3. facit 72. igitur

1. cu. p̄. 11. cen. æqualia 72.
8. 3. partes
4. dimidium ſiue numerus m̄.
16. quadratum numeri m̄.
24. productum vnius in alteram.

40. aggregatum cuius ℞. quæritur
℞. 40. m̄. 4. valor rei.

numerus m̄. eſt 4. videlicet dimidium partis non quadratæ, quadra igitur 4. fit 16 multiplica 8. in 3. fit 24. iunge cum. 16. fit 40. cuius ℞. eſt prima pars reciſi, igitur valor rei eſt ℞. 40. m̄. 4.

Similiter ſi dicat 1. cu. p̄. cen. 4. ℞. 10. æquatur 40. tunc numerus cenſuum eſt 4. ℞. 10. & diuiſus in 4. & ℞. 10. & ducta

1. cu. p̄. cen. 4. ℞. 10. æqualia 40.
4. ℞. 10 partes
2. dimidium ſiue numerus m̄.
4. quadratum numeri m̄.
℞. 160. productum vnius in alteram.

℞. 160. p̄. 4. aggreg. cuius ℞. quærit.
℞. v. ℞. 160. p̄. 4. m̄. l. 2. valor rei.

vna parte quæ eſt 4. in quadratum alterius quod eſt 10. fit 40. igitur numerus m̄. eſt 2. & eius quadratum eſt 4. & productum vnius partis in alteram eſt ℞. 160. igitur iungendo erit aggregatum ℞. 160. p̄. 4. à cuius ℞. minuendo 2. numerum m̄. fiet valor rei ℞. v. ℞. 160. p̄. 4. m̄. l. 2. id eſt quod oportet accipere ℞. 160. & ei addere 4. & totius accipe ℞. à qua minues 2. & totum hoc eſt parum plus quam 2. vt patet & hæc eſt regula de modo optime abbreuiata.

Alia regula eſt vt conuertas hoc capitulum in capitulum cubi æqualis rebus & numero deinde per 31[m] capitulum inuenta æquatione ſi poſſibile inuenies per capitulum, conuerſionis æquationem cubi & cenſuum æqualium numero, nam hoc eſt generale quod capitula conuertibilia ſibi inuicem inſeruiunt, & ideo hoc etiam inſeruit illi & res tam clara eſt vt non indigeat exemplo.

Quod ſi dixeris 1. cu. p̄. 8. cen. æquantur 40. tu ſcis quod res eſt 2. cuius cubus eſt 8. & cenſus eſt 4. & 8. cenſus ſunt 32. quæ addita ad 8. faciunt 40. nec poteſt addi nec minui quin ſit 2. quia quando denominationes æquantur numero ſolo ſemper æquatio eſt vna tantum vt diximus. Tu ſcis igitur quod res valet 2. inquirendo autē per modum huius capituli dices fac ex 8. duas partes ex quarum multiplicatione vnius in quadratum alterius fiant 40. & erunt per 37[m] partes illæ 3. p̄. ℞. 5. & 3. m̄. ℞. 5. nam 3. m̄. ℞. 5. ductum in 30. p̄. ℞. 500. quadratum 5. p̄. ℞. 5. facit 40. vt ibi apparet & ſimiliter dico de reliquis duabus partibus

1. cu. p̃. 8. cen. æqualia 40.
5. p̃. ℞. 5. 3. m̃. ℞. 5. partes
5. m̃. ℞. 5. 3. p̃. ℞. 5. partes
$1\frac{1}{2}$. m̃. ℞. $1\frac{1}{4}$. numerus m̃.
$3\frac{1}{2}$. m̃. ℞. $11\frac{1}{4}$. quad. numeri m̃.
10. m̃. ℞. 20. prod. vnius in alter.

$13\frac{1}{2}$. m̃. ℞. $61\frac{1}{4}$. aggregatum
℞. v. $13\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $61\frac{1}{4}$ p̃. l. ℞. $1\frac{1}{4}$ m̃. l. $1\frac{1}{2}$. valor
℞. v. $13\frac{1}{2}$. p̃. ℞. $61\frac{1}{4}$. m̃. l. ℞. $1\frac{1}{4}$. m̃. $1\frac{1}{2}$. valor
2. valor.

tibus, capio igitur gratia exempli 5. p̃. ℞. 5. erit igitur numerus m̃. dimidium alterius partis videlicet $1\frac{1}{2}$. m̃. ℞. $1\frac{1}{4}$. cuius quadratum eſt $3\frac{1}{2}$. m̃. ℞. $11\frac{1}{4}$. productum vero vnius in alteram partem eſt 10. m̃. ℞. 20. quæ iuncta cum $3\frac{1}{2}$. m̃. ℞. $11\frac{1}{4}$. faciunt $13\frac{1}{2}$. m̃. ℞. $61\frac{1}{4}$. cuius ℞. v. eſt prima pars reſidui, à qua detrahe numerum m̃. habebis valorem rei ℞. v. $13\frac{1}{2}$. m̃. ℞. $61\frac{1}{4}$. p̃. l. ℞. $1\frac{1}{4}$. m̃. l. $1\frac{1}{2}$. & hoc æquiualet 2. igitur hoc trinomium æquiualet 2. Et ſimiliter ſi accepiſſes primam partem 5. m̃. ℞. 5. fuiſſet ſecunda pars 3. p̃. ℞. 5. & valor rei ſequendo capitulum fuiſſet ℞. v. $13\frac{1}{2}$. p̃. ℞. $61\frac{1}{4}$. m̃. l. ℞. $1\frac{1}{4}$. m̃. $1\frac{1}{2}$. & hoc etiam neceſſario eſt 2. vt dictum eſt, igitur illa tria æquiualent videlicet 2. &. ℞. v. $13\frac{1}{2}$. m̃. ℞. $61\frac{1}{4}$.

Aequiualent.
℞. v. $13\frac{1}{2}$. m̃. ℞. $61\frac{1}{4}$. p̃. l. ℞. $1\frac{1}{4}$.
℞. v. 13. $\frac{1}{2}$. p̃. ℞. $61\frac{1}{4}$. m̃. l. ℞. $1\frac{1}{4}$.
$3\frac{1}{2}$.

p̃. l. ℞. $1\frac{1}{4}$. m̃. l. $1\frac{1}{2}$. & ℞. v. $13\frac{1}{2}$. p̃. ℞. $61\frac{1}{4}$. m̃. l. ℞. $1\frac{1}{4}$. m̃. l. $1\frac{1}{2}$. quare addito numero $1\frac{1}{2}$. vbiq; fient hæc tria vt vides æquiualentia videlicet ℞. v. $13\frac{1}{2}$. m̃. ℞. $61\frac{1}{4}$. p̃. l. ℞. $1\frac{1}{4}$. & ℞. v. $13\frac{1}{2}$. p̃. ℞. 61. $\frac{1}{4}$. m̃. l. ℞. $1\frac{1}{4}$. & $3\frac{1}{2}$. & probatio huius habetur per modum capituli ſecundi in fine quadrando partes & ei aggregato addendo duplum vnius in alterum & totius accipiendo ℞. relinquetur enim $12\frac{1}{4}$. cuius ℞. eſt $3\frac{1}{2}$.

Et ſimiliter ſi dicat 1. cu. p̃. 7. cen. æquantur 50. tunc facies ex 7. duas partes, ex quarum multiplicatione vnius in quadratum alterius producatur 50. & erunt partes 5. & 2. vel ℞. 11. p̃. 1. & 6. m̃. ℞. 11. capio autem hanc ſecundã æquationem vt videas æquiualentiam & ſequor capitulum & habeo valorem rei ℞. v. ℞. 44. p̃. $6\frac{1}{4}$. p̃. l. ℞. $2\frac{1}{4}$.

1. cu. p̃. 7. cen. æqualia 50.
5. 2. partes
℞. 11. p̃. 1. 6. m̃. ℞. 11. partes
3. m̃. ℞. $2\frac{1}{4}$. numerus m̃.
11. $\frac{1}{4}$. m̃. ℞. 99. quadrat. numeri m̃.
℞. 275. m̃. 5. prod. vnius in alteram

℞. v. 44. p̃. $6\frac{1}{4}$. aggregatum
℞. v. 44. p̃. $6\frac{1}{4}$. p̃ l ℞. $2\frac{1}{4}$. m̃. l. 3.
valor rei vel
℞. 11. m̃. 1.

m̃. l. 3. & hoc æquiualet inueniendo æquatione mper alias duas partes quæ fuerunt 5. & 2. huic ℞. 11. m̃. 1. manifeſtum eſt igitur quod talia trinomia cubicata & iuncta quibuſdam cenſibus annihilantur, ex parte omnium radicum tam vniuerſalium quam ligatarum, & quod dempto m̃. 1. ex vtraque parte quod ℞. 11. æquiualet ℞. v. ℞. 44. p̃. $6\frac{1}{4}$. p̃. l. ℞. $2\frac{1}{4}$. m̃. l. 3. quare cum ℞. $2\frac{1}{4}$. ſit $\frac{1}{4}$. de ℞. 11. detrahendo fiet ℞. $2\frac{1}{4}$. æqualis ℞. v. ℞. 44. p̃. $6\frac{1}{4}$. m̃. l. 2.

Ex his igitur patent tria primum quod dantur quædam binomia mixta in quibus verificantur æquationes cubi & cenſuum æqualium numero item cubi & numeri æqualium cenſibus nam & illa poterunt inueniri per hæc.

Secundum quod capitulum cubi & cenſuum æqualium numero conuertitur in capitulum cubi & numeri æqualium cenſibus. Patet nam cum dico 1. cu. p̃. 40. æquatur 8. cen. ſequitur igitur 1. cu. p̃. 8. cen. æquatur 40. & è contra ex vnã habitã cognoſces reliquam & aliquando vna eſt notior alterã veluti cum dico 1. cu. p̃. 8. cen. æquatur 40. hoc eſt notius quam 1. cu. p̃. 40. æquatur 8. cen. & ſi dico 1. cu. p̃. 50. æquatur 7. cen. hoc poſt modum eſt notius quam 1. cu. p̃. 7. cen. æquatur 50. nam ibi inuenies valorem rei vt dictum eſt, fore 5. & ita per vnum habebis aliud ſemper. Modus autem conuerſionis illius in hunc patet, modus autem conuerſionis huius in illum patet ibi.

Tert. Notandum quod tales æquationes poſſunt æquari & numeris & radicibus & quod talia capit. niſi expertis ſunt valde difficilia & propter hoc ſubtiliabitur ingenium tuum ſi volueris uſque in infinitum, eſt n. campus hic cui non eſt terminus nam ex binomio potes facere trinomium & ex trinomio quadrinomium & ita deinceps & omnia æquiualebunt numero vel ℞. & aliquando non æquivalebunt & tamen fient capitula cubi cenſuum & numeri & alia plura de quibus non dico.

Capvt XXXIV.

De regula generali cubi & numeri æqualis rebus.

COnuertes capitulum cubi & numeri æqualium rebus in capitulum cubi æqualis rebus & numero & inuenies æquationem veluti ſi dicam 1. cu. p̃. 88. æquatur 48. co. dicemus igitur 1. cu. æquatur 48. co. p̃. 88. quare res valet per capitulum ſuum ℞. 45. p̃. 1. dimidia igitur ℞. 45. p̃. 1. ſit ℞. $11\frac{1}{4}$. p̃. $\frac{1}{2}$. quadra ſit $11\frac{1}{2}$. p̃. ℞. $11\frac{1}{4}$. tripla ſit $34\frac{1}{2}$. p̃. ℞. $101\frac{1}{4}$. detrahe ex 48. numero rerum remanent $13\frac{1}{2}$. m̃. ℞. $101\frac{1}{4}$. huius ℞. v. addita vel detracta à ℞. $11\frac{1}{4}$. p̃. $\frac{1}{2}$. dimidio prioris valoris conſtituit ſecundum valorem de 1. cu. p̃. 88. æquali 48. co. igitur res valet ℞. $11\frac{1}{4}$. p̃. $\frac{1}{2}$. p̃. ℞. v. $13\frac{1}{2}$. m̃. ℞. $101\frac{1}{4}$. vel etiam ℞. $11\frac{1}{4}$. p̃. $\frac{1}{2}$. m̃. ℞. v. $13\frac{1}{2}$. m̃. ℞. $101\frac{1}{4}$. Huius probatio eſt manifeſta nam ex triplo quadrati primæ

partis

Res ℞. 11$\frac{1}{4}$. p̃. $\frac{1}{2}$. p̃. ℞. v. 13$\frac{1}{2}$. m̃. ℞. 101$\frac{1}{4}$.	
Triplum quadrati primæ partis	34$\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 101$\frac{1}{4}$.
quadratum ſecundæ partis	13$\frac{1}{2}$. m̃. ℞. 101$\frac{1}{4}$.
aggregatum 48.	
Triplum quadrati ſecundæ partis	40$\frac{1}{2}$. m̃. ℞. 911$\frac{1}{4}$.
Quadratum primæ partis	11$\frac{1}{2}$. p̃. ℞. 11$\frac{1}{4}$.
Aggregatum	52. m̃. ℞. 720.

partis & quadrato ſecundæ aggregatur 48. igitur cum hoc aggregatum debeat multiplicari in ℞. v. quæ eſt ℞. v. 13$\frac{1}{2}$. m̃. ℞. 101$\frac{1}{4}$. hoc productum æquabitur 48. rebus ductis in talem ℞. v. nihil igitur ſupereſt ex parte ℞. vniuerſalis. Deinde multiplicabimus 48. in ℞. 11$\frac{1}{4}$. p̃. $\frac{1}{2}$. & fiet ℞. 25910. p̃. 24. Et ſimiliter multiplicabimus ℞. 11$\frac{1}{4}$. p̃. $\frac{1}{2}$. in 52. m̃. ℞. 720. & fiet ℞. 25920. m̃. 64. multiplicabimus etiam ℞. 11$\frac{1}{4}$. p̃. $\frac{1}{2}$. per 48. fiet ℞. 25920. p̃. 24. detrahe ℞. 25920. m̃. 64. valoré cubi ex 25920. p̃. 24. valore 48. co. relinquetur 88. igitur 1. cu. p̃. 88. æquatur 48. co.

52. m̃. ℞. 720.
$\frac{1}{2}$. p̃. ℞. 11$\frac{1}{4}$.
26. m̃. 90. p̃. ℞. 30420. m̃. ℞ 180 quod eſt ℞. 25920. m̃ 64.
valor 48. co. ℞. 25920. p̃. 24. p̃. ℞. v.
valor 1. cu. ℞. 25920. m̃. 64. p̃. ℞. v.
Reſiduum 88.

Ex hoc igitur patet quod æquationes cenſus rerum & numeri ſunt binomia & reciſa: & æquationes cen. cen. & cenſuum & numeri ſunt ℞. v. binomiorum & reciſorum: & æquationes cubi & rerum æqualium numero, item cubi æqualis cenſibus & numero ſunt ℞. v. cubicæ binomiales vel trinomiales: & æquationes cubi æqualis rebus & numero & cubi & cenſuum æqualium numero ſunt partim binomiales aut trinomiales ℞. cubicæ partim quadratæ, & æquationes cubi numeri æqualium cenſibus aut rebus ſunt ℞. binomiales aut trinomiales quadratæ, igitur capitula cubi æqualium rebus & numero, & cubi, & cenſuum æqualium numero ſunt media inter hæc.

Liquet ex capitulo cubi & numeri æqualium rebus habentis duas æquationes quod illa quæ eſt reciſum & eſt ℞. 11$\frac{1}{4}$. p̃. $\frac{1}{2}$. m̃. ℞. v. 13$\frac{1}{2}$. m̃. ℞. 101$\frac{1}{4}$. eſt æquiualens 2. quia quando 2. eſt valor rei tunc 1. cu. p̃. 88. æquatur 48. rebus nam ambo ſunt 96. igitur dempto $\frac{1}{2}$. remanebit ℞. 11$\frac{1}{4}$. m̃. ℞. v. 13$\frac{1}{2}$. m̃. ℞. 101$\frac{1}{4}$. æquiualens 1$\frac{1}{2}$. & de talibus iam dixi in capitulo præcedente.

Nota quod cum volueris inuento vno valore æquationis cubi & numeri æqualium rebus habere reliquum valorem tu ſcis quod vnus ſemper eſt ℞. vnius partis numeri radicum quæ multiplicata in reliquam partem producit numerum æquationis reliquus valor eſt etiam eiuſmodi videlicet ℞. vnius partis quæ ducta in reliquam producit numerum æquationis.

Exemplum 1. cu. p̃. 32. æqualia 20. co. valor eſt 2. nam quadra fit 4. abijce ex 20. fit 16. multiplicato 2. in 16. fit 32. Item alius valor eſt ℞. 17. m̃. 1. quadra fit 18. m̃. ℞. 68. abijce ex 20. fit ℞. 68. p̃. 2. multiplico ℞. 17. m̃. 1. in ℞. 68. p̃. 2. fit etiam 32. & ita 1. cu. p̃. 12. æqualia 34. co. valor eſt 3. m̃ ℞. 7. vel 3. p̃. ℞. 7. quadra 3. m̃. ℞. 7. fit 16. m̃. ℞. 252. abijce ex 34. numero rerum fit 18. p̃. ℞. 252. multiplica 3. m̃ ℞. 7. in 18. p̃. ℞. 252. fit 12. & ſimiliter ſi quadraueris alium valorem habebis 16. p̃. ℞. 252. abijce ex 34. relinquuntur 18. m̃. ℞. 252. multiplica in 3. p̃. ℞. 7. fiunt 12. vt prius. cum igitur habueris vnam æquationem pro alia habenda hæc eſt regula generaliſſima. Quadra æquationem quam habes vtpote 3. m̃. ℞. 7. fit 16. m̃. ℞. 252. abjice ex numero rerum æquationis fit 18. p̃. ℞. 252. huic adde quartam partem pro regula quadrati prioris ℞. & eſt 4. m̃. ℞. 15$\frac{1}{4}$. fiet 22. p̃. ℞. 141$\frac{1}{4}$. huius accipe ℞. v. & eſt ℞. v. 22. p̃. ℞. 141$\frac{1}{4}$. & ab ea minue dimidium prioris valoris quod eſt 1$\frac{1}{2}$. m̃. ℞. 1$\frac{1}{4}$. habebis valorem ſecundum ℞. v. 22. p̃. ℞. 141$\frac{1}{4}$. p̃. l. ℞. 1$\frac{1}{16}$. m̃. 1$\frac{1}{2}$. & hoc cum reſoluitur æquiualet 3. p̃. ℞. 7. nam ℞. v. 22. p̃. ℞. 141$\frac{1}{4}$. æquiualet ℞. l. 20$\frac{1}{4}$. p̃. ℞. 1$\frac{1}{4}$. ſed ℞. 20$\frac{1}{4}$. eſt 4$\frac{1}{2}$. igitur ℞. v. 22. p̃. ℞. 141$\frac{1}{4}$. æquiualet 4$\frac{1}{2}$. p̃. ℞. 1$\frac{1}{4}$. adde igitur ℞. 1$\frac{1}{4}$. & minue 1$\frac{1}{2}$. fiet 3. p̃. ℞. 7. ecce quomodo per regulam generaliſſimam perueniſti ex vno valore in alium & idem accideret conuertendo.

12 cu. p̃. 12. æqualis 34. co.
3. m̃. ℞. 7.
16. m̃. ℞. 252.
18. p̃. ℞. 252.
4. m̃. ℞. 15$\frac{1}{4}$.
22. p̃. ℞. 141$\frac{1}{4}$.

CAPVT XXXV.

De regulis particularibus cubi & numeri æqualium rebus.

POſt quod cum potes accipere ℞. aliquam alicuius numeri minoris tertia parte numeri rerum & maioris quarta parte & cum ea diuidendo numerum æquationis & eius quod prouenit addendo dimidium numero rerum tunc aggregatur quadruplum quadrati ℞. aſſumptæ tunc ſequetur æquatio veluti ſi dico 1. cu. p̃. 12. æquatur 34. co. tunc accipio 3. radicem 9. qui eſt minor de $\frac{1}{3}$. & maior de $\frac{1}{4}$. de 34. qui eſt numerus rerum & cum 3. diuido 12. exit 4. cuius dimidium eſt 2. quod additum ad 34. numerum rerum facit 36. quadruplum quadrati 9. tunc dico quod æquatio perueniet ad binomium & reciſum, & prima pars

pars binomij vel reciſi eſt ipſa ℞. quæ fuit 3. & ſecunda pars eſt ℞. reſidui dempto triplo quadrati 3. quod eſt 27. ex numero rerum qui eſt 7. relinquitur igitur quod valor rei de 1. cu. p̄. 12. æqualibus 34. eſt 3. p̄. ℞. 7 vel 3. m̄. ℞. 7. Et ſimiliter ſi dixero quod 1. cu. p̄. 88. æquatur 53. co. accipio 4. ℞. 16. qui eſt minor de $\frac{1}{3}$. & maior $\frac{1}{4}$. de 53. numeri rerum & quia diuiſo 88. per 4. exit 22. cuius dimidium eſt 11. quod additum ad 53. numerum rerum facit 64. quadruplum 16. quadrati de 4. dicam igitur quod æquatio eſt 4. qui fuit ℞. 16. & reliqua pars eſt ℞. 5. reſidui 48. tripli quadrati 4. ad 53. numerum rerum. Dicemus igitur quod ſi 1. cu. p̄. 88. æquatur 53. rebus valor rei eſt 4 p̄. ℞. 5. vel 4 m̄. ℞. 5. & ita aſſequuta prima poſſibilitate habes ſecundam, quære igitur primam poſſibilitatem diligenter. Et nota quod hac regula habes duas æquationes primas, tertiam habes ex ſequente.

Tertium exemplum 1. cu. p̄. 10. æquatur 23. co. tunc capio $2\frac{1}{2}$. ℞. $6\frac{1}{4}$ qui eſt minor de $\frac{1}{3}$ & maior de $\frac{1}{4}$ de 23. & diuido 10. per $2\frac{1}{2}$ exit 4 cuius dimidium eſt 2. addo 2. ad 23. fit 25. quadruplum quadrati $2\frac{1}{2}$. Igitur dico quòd res valet $2\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $4\frac{1}{4}$ reſidui tripli quadrati $2\frac{1}{2}$ à 23. numero rerum, vel $2\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $4\frac{1}{4}$ nam in vtroque verificabitur quæſitum. & ita patet quòd æquatio erit in fractis & verificatio erit in integris. Si igitur 1. cu. p̄. 10. æquatur 23. co. res valet $2\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $4\frac{1}{4}$ vel $2\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $4\frac{1}{4}$ & regula hæc de ſe eſt generalis, verum ego tradidi eam particulariter, nam formando eam vniuerſaliter, debes dicere, fac ex numero rerum duas partes, ita vt maior ſit ſaltem tripla minori, quarum ℞. tertiæ partis maioris earum diuidens numerum & prouentus accipiendo dimidium, & addendo numero rerum, totum ſit $\frac{1}{3}$ p̄. dictâ parte cuius accepiſti ℞. tertiæ partis eius: & ſemper prima ℞. addendo ℞. reſidui vel minuendo conſtituet valorem rei.

Secunda regula, Cùm fuerit numerus rerũ diuiſibilis in duas partes, ex quarum multiplicatione vnius in ℞. alterius proueniat numerus æquationis, tunc diuide partem illam cuius eſt accipienda ℞. per 4. & ei adde reliquam partem, & totius accipe ℞. à qua minue dimidium prioris ℞. & tale reſiduum ſecundum vel quintum eſt valor rei.

Exemplum, 1. cu. p̄. 4. æquatur 17. co. quia igitur 17. poteſt diuidi in 16. & 1. ex quarum multiplicatione vnius in ℞. alterius, videlicet ex 1. in ℞. 16. quæ eſt 4. fit 4. ideo accipe ſemper $\frac{1}{4}$ de 16. cuius accipienda erat ℞. & eſt 4. ei adde 1. reliquam partem fit 5. Igitur accipe ℞. 5. & ab ea minue 2. dimidium ℞. 16. fit valor rei ℞. 5. m̄. 2. Et ſimiliter ſi dicat 1. cu. p̄. 16. æquatur 17. co. quia ex 16. in ℞. 1. alterius partis quæ eſt 1. fit 16. accipio $\frac{1}{4}$ de 1. cuius erat accipienda ℞. & fit $\frac{1}{4}$, adde ad 16. alteram partem, fit $16\frac{1}{4}$, cuius accipe ℞. & eſt ℞. $16\frac{1}{4}$, à qua minue $\frac{1}{2}$ dimidium prioris ℞. habebis ℞. $16\frac{1}{4}$ m̄ $\frac{1}{2}$ valorem rei. Et ſimiliter ſi dicat 1. cu. p̄. 12. æquatur 19. co. quia ex 19. fiunt duæ partes quæ ſunt 16. & 3. ex quarum multiplicatione 3. in ℞. 16. fit 12. ideo accipe $\frac{1}{4}$ de 16. cuius erat accipienda ℞. & eſt 4. huic adde 3. reliquam partem fit 7. cuius accipe ℞. & ab ea minue dimidium 4. prioris ℞. habebis valorem rei ℞. 7. m̄. 2. Et ſcias quòd hic habes vnam æquationem in reciſo ſecundo vel quinto, & ſemper huic correſpondet alia in integris, & eſt ℞. illius partis multiplicandæ, cuius dimidium ponitur m̄. in ſecunda æquatione veluti ſi dico 1. cu. p̄. 4. æquatur 17. co. valor rei eſt 4. ℞. 16. & ſi dico 1. cu. p̄. 16. æquatur 17. co. valor rei eſt 1. ℞. 1. partis multiplicandæ, & ſi dico 1. cu. p̄. 12. æquatur 19. rebus prima æquatio eſt 4. cuius cubus eſt 64. quibus additis 12. fit 76. qui ſunt 19. co. nam 19. in 4. producit 76. & ita hic prima regula habet vtramque æquationem in ſurdis in binomio vel reciſo primo & quarto, hæc autem habet æquationem in numero integro & reciſo ſecundo vel quinto, & omnes hæ regulæ ſi exerceantur generaliter perducunt hominem ad æquationem ſemper, nam de ſe ſunt generales.

Et nota quòd hæc ſecunda regula eſt præciſe eadem cum ſecunda regula trigeſimi primi capituli ſi bene conſideras, excepto quòd illa addit dimidium ℞. hæc autem minuit.

Ex hac etiam regula apparet quòd ſi quis dicat 1. cu. p̄. 88. æquatur 48. co. quòd valor rei eſt ℞. 45. m̄. 1. & in capitulo ſuperiore fuit in eodem caſu ℞. $11\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. v. $13\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $101\frac{1}{4}$. Igitur cum reliqua æquatio ſit 2. relinquitur quod ℞. 45. m̄. 1. æquiualeat ℞. $11\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. v. $13\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $101\frac{1}{4}$. Quare detrahendo $\frac{1}{2}$ de communi fiet ℞. 45. m̄. $1\frac{1}{2}$ æquiualens ℞. $11\frac{1}{4}$ p̄. ℞. v. $13\frac{1}{2}$ m̄ ℞. $101\frac{1}{4}$ & ita vides qualiter reciſum ſimplex æquiualet binomio ex ℞. ſimplici & vniuerſali, & ita poſſet per hoc & præcedens capitulum formari quæſtio, inuenias binomium ex ℞. ſimplici & vniuerſali quòd æquiualeat ℞. 18. m̄. 1. & apparet quòd oportet operari per ℞. 10. p̄. 1. quod eſt binomium de ℞. 10. m̄. 1.

Tertia regula eſt poſita in capitulo quinquageſimo primo practicæ & eſt quod cum diminutione communi numeri numerus reſiduatus continuerit res per ℞. cubicam numeri qui relinquitur, tunc æquatio eſt poſſibilis, veluti ſi dico 1. cu. p̄. 21. æquatur 16. rebus, tunc detrahendo 48. ex vtraque parte fiet 1. cu. m̄. 27. æqualia 16. rebus m̄. 48. & quia 48. numerus detractus continet 16. in 3. qui eſt ℞. cubica 27. habebimus diuidendo 1. cu. m̄. 27. per 1. co. m̄. 3. hoc 1. cen. p̄. 3. co. p̄. 9. æqualia 16. Quare 1. cen. p̄. 3. co. æquabitur 7. & ita valor rei eſt ℞. $9\frac{1}{4}$ m̄. $1\frac{1}{2}$ & eſt conuerſum primæ regulæ 31. capituli, nam ibi additur & diminuitur, hic verò tantùm diminuitur.

Capituli cubi æqualis rebus & numero non poteſt verificari reſiduum in ℞. ſimplicibus nec binomialibus ſicut nec capitulũ cubi & numeri æqualium rebus, nam vt etiam in pª regula cùm volueris diuidere gratiâ exempli 34. numerũ rerum in duas partes quarum

℞. tertiæ partis vnius earum diuidens 16. & addito dimidio prouentus ad 34. ſiat quadruplum quadrati dictæ partis dico quòd non poteſt eſſe ℞. tertiæ partis dicti numeri nec ℞. ſimplex, quia ſi ſic, igitur triplum quadrati eius eſt numerus, igitur reſiduum ad 34. eſt numerus: & quia diuidendo 16. per ℞. numeri prouenit ℞. & dimidium eius erit ℞. Igitur addita ℞. ad reſiduum de 34. fiet binomium, & hoc iam ſupponitur quadratum ℞. Igitur numerus æquabitur binomio quod eſt impoſſibile, nec poteſt eſſe binomium vel reciſum, quia quadratum earum & triplum quadrati erit ſimiliter binomium ſi ℞. ſit binomium. Quare reſiduum ad 34. erit reciſum, & prouentus diuiſionis 16. ſimiliter erit reciſum. Igitur additum dimidium prouentus cum reſiduo ad 34. fiet totum reciſum, & iam hoc debet eſſe quadratum ℞. binomialis aſſumptæ. Igitur quadratum binomij erit reciſum quod eſt impoſſibile. Cùm igitur non verificatur in numeris habentibus ℞. non verificabitur in numeris non habentibus ℞. nec in ℞. ſimpliciter nec in binomiis nec reciſis, ſed alia genera oportebit inuenire quantitatum.

Capvt XXXVI.

De Capitulo vniuerſali cubi & numeri æqualium cenſibus.

Dico, reduces hoc capitulum per vigeſimum primum capitulum ad capitulum cubi & numeri æqualium rebus, aut ad capitulum cubi & cenſuum æqualium numero, deinde æquationem inuentam in illis reduces per idem capitulum ad capitulum hoc, & ſcias quòd (vt etiam aliàs dixi) æquatio generalis huius capituli eſt æquatio mixta.

Cùm volueris, in cubo & numero æqualibus cenſibus per vnum valorem habere reliquum ſcias quòd vterque valor eſt pars numeri cenſuum quæ quadrata & ducta in reſiduum producit numerum æquationis, veluti ſi dico 1. cu. p̄. 12. æqualia 5. cen. res valet 2. quia quadrato 2. parte 5. & ducto quadrato in 3. reſiduum ad 5. fient 12. & reliquus valor eſt ℞. $8\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$ cuius quadratum eſt valor cenſus. Regula igitur generalis eſt; Multiplica valorem habitū in reſiduum numeri cenſuum, & ei adde quadratum dimidij ipſius reſidui, & totius accipe ℞. cui adde dimidium ipſius reſidui. Exemplum, Volo per valorem qui eſt ℞. $8\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$ in æquatione de 1. cu. p̄. 12. æqualibus 5. co. habere reliquum valorem, detraho ℞. $8\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$ ex 5, relinquuntur $3\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $8\frac{1}{4}$ duco $3\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $8\frac{1}{4}$ in ℞. $8\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$ fiunt ℞. 33. m̄. 3. huic addo quadratum dimidij reſidui, id eſt $1\frac{3}{4}$ m̄. ℞. $2\frac{1}{16}$ quod eſt $5\frac{1}{8}$ m̄. ℞. $25\frac{17}{64}$ fiunt $2\frac{1}{8}$ p̄. ℞. $\frac{11}{64}$, huius capio ℞. quæ eſt ℞. v. $2\frac{1}{8}$ p̄. ℞. $\frac{11}{64}$ & ei addo dimidium reſidui quod eſt $1\frac{3}{4}$ m̄. ℞. $2\frac{1}{16}$ fiet valor rei ℞. v. $2\frac{1}{8}$ p̄. ℞. $\frac{11}{64}$ p̄. l. $1\frac{3}{4}$ m̄. $2\frac{1}{16}$. Et hoc in veritate, eſt 2. nam ℞. v. $2\frac{1}{8}$ p̄. ℞. $\frac{11}{64}$ eſt ℞. $2\frac{1}{16}$ p̄. ℞. $\frac{1}{64}$ quod eſt dicere ℞. $2\frac{1}{16}$ p̄. $\frac{1}{8}$ cui ſi addantur $1\frac{3}{4}$ m̄. ℞. $2\frac{1}{16}$ fient 2. præciſè.

℞. $8\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$
$3\frac{1}{2}$ m̄ ℞. $8\frac{1}{4}$
℞. 33. m̄. 3.
$5\frac{1}{8}$ m̄. ℞. $25\frac{17}{64}$
$2\frac{1}{8}$ p̄. ℞. $\frac{11}{64}$
℞. v. $2\frac{1}{8}$ p̄. ℞. $\frac{11}{64}$ p̄. l. $1\frac{3}{4}$ m̄. ℞. $2\frac{1}{16}$.

Capvt XXXVII.

De Regulis particularibus cubi & numeri æqualium cenſibus.

Tv ſcis quòd hoc capitulum quantum ad particulares æquationes verificatur in tribus, videlicet in binomio primo & quarto & ſuis reciſis, & in binomio ſecundo & quinto. Et quia habet quilibet caſus duas æquationes ſimul, quando habet æquationem binomij primi vel quarti, habet etiam æquationem ſui reciſi, & quando habet æquationem in integris, habet etiam æquationem binomij ſecundi & quinti. Et antequam demonſtrem hoc, oportet oſtendere quòd genus binomij & reciſi non eſt ſufficiens ſatisfacere omni æquationi huius capituli, nam ſi poſuerimus 1. cu. p̄. numero æqualia 7. cen. & capiamus $2\frac{1}{3}$ pro numero poſito erit valor rei per vigeſimum ſeptimū capitulum ℞. 16. p̄. $2\frac{2}{3}$, quod eſt $6\frac{2}{3}$, reſiduum igitur erit $\frac{1}{3}$. Quare multiplicato vno per quadratum alterius prouenient $\frac{20}{27}$ nam $6\frac{2}{3}$ in quadratum $\frac{1}{3}$ facit $\frac{20}{27}$ & ducto $\frac{1}{3}$ in quadratum $6\frac{2}{3}$ quod eſt $44\frac{4}{9}$ fiunt $14\frac{22}{27}$. Quare poſito numero cenſuum in numero integro & valore rei in numero fracto, æquatio ſuperationis cenſuum ad cubum numquam perueniet ad numerum integrum vt demonſtraui, ſed talis æquatio ſuperationis æquatur multiplicationi vnius partis in quadratum alterius. Igitur tale productum non erit numerus integer. Hoc ſtante capio 7. cen. æquales numero quorum multiplicatio vnius partis in quadratum alterius poteſt aſcendere ad $50\frac{22}{27}$ ex ſua regula, igitur 7. poteſt diuidi taliter vt partes multiplicatæ producant 1. 2. 3. & ita vſque ad 50. & in maiori parte poterit diuidi duobus modis, ſed 7. in fracta ex præcedenti non poteſt diuidi vt producat integros nec in integra niſi 4. modis,

	7.	
$4\frac{2}{3}$		$2\frac{1}{3}$
21 $\frac{7}{9}$		
2 $\frac{2}{3}$		
50 $\frac{22}{27}$		

nam 5. & 6. non ſunt idonei numeri, quia excedunt $\frac{2}{3}$ de 7. igitur diuiſio 7. non poteſt procedere niſi ad 4. erunt igitur partes vt vides in figuris ex quibus patet quòd 7. non poteſt diuidi in his æquationibus niſi vt ducta vna in quadratum alterius producat 6. vel 8. vel 36. vel 50. & non aliter. Cùm igitur ab 1. vſque ad 50. ſint 50. numeri completi, ex quibus non poſſunt compleri niſi 4. remanent igitur 46. numeri qui non poſſunt haberi per regulam, quia æquatio non attingit. Igitur capitulum eſt valde particulare, nec eadem ratione poteſt verificari

verificari in ℞. ſimplicibus aut in quantitatibus binomialibus aut reciſis propter dicta in fine capituli trigeſimi quinti.

Eſt & alia proprietas in hoc capitulo digna memoriâ, quòd cùm cenſus æquantur cubo & numeris ſemper numerus cenſuum poteſt diuidi dupliciter in duas partes, ex quarum multiplicatione vnius in quadratum alterius fiat numerus, & partes illæ ſunt ſemper idem cum æquatione cenſuum æqualium cubo & numeris.

Exemplum, Si dico 1. cu. p̄. 50. æquatur 7. cen. dico quòd 7. qui eſt numerus cenſuum poteſt diuidi dupliciter in duas partes, ex quarum multiplicatione vnius in quadratum alterius fiat 50. & prima diuiſio erit in 5. & 2. nam 2. in 25. quadratum 5. facit 50. & 5. eſt prima æquatio de 1. cu. p̄. 50. æqualibus 7. cenſibus, nam vtrumque aggregat 175. nam 1. cu. de 5. eſt 125. quibus additis 50. fit 175. qui ſunt 7. cenſus & alia æquatio eſt ℞. 11. p̄. 1. nam diuiſo 7. in ℞. 11. p̄. 1. & 6. m̄. ℞. 11. ſi multiplicetur 6. m̄. ℞. 11. in 12. p̄. ℞. 44. quadratum ℞. 11. p̄. 1. fient 50. præciſè, & eadem æquatio quæ quadratur, quæ eſt ℞. 11. p̄. 1. eſt æquatio de 1. cu. p̄. 50. æqualibus 7. cen. hoc ſtante ſit

Prima regula, inuenta prima æquatione multiplica partem vnam in reliquam, & producto adde quadratum dimidij partis quæ non quadratur, & totius accipe ℞. cui adde dimidium partis quæ non quadratur. Exemplum 1. cu. p̄. 50. æquatur 7. cen. tu

1. cu. p̄. 50. æqualia 7. cen.
5. 2.
10. 1.
1. 1.
℞. 11. p̄. 1.

ſcis quòd primus valor eſt 5. quia ductum in ſe, & in reliquam partem quæ eſt 2. producit 50. Multiplica igitur 5. in 2. fit 10. adde 1. quadratum 1. dimidij partis non quadratæ fit 11. accipe ℞. & eſt ℞. 11. adde ei dimidium partis non quadratæ quod eſt 1. fiet valor rei ℞. 11. p̄. 1.

Et ſimiliter ſi dicat 1. cu. p̄. 32. æquatur 10. cen. tunc res valet 2. nam quadrato

1. cu. p̄. 32. æqualia 10. cen.
2. 8.
16. 4.
16. 16.
℞. 32. p. 4.

2. & ducto in 8. reſiduum fit 32. Igitur multiplica 2. in 8. reliquam partem fit 16. huic adde 16. quadratum 4. dimidij partis non quadratæ fit 32. accipe ℞. & ei adde dimidium partis quæ non quadratur, fiet valor rei ℞. 32. p̄. 4.

Et ita ſi dicat 1. cu. p̄. 16. æquatur 6. cen. pars quæ quadratur eſt 2. & eſt valor rei, reliqua eſt 4. duc vnam in alteram, fit 8. adde ei 4. quadratum dimidi

1. cu. p̄. 16. æqualia 6. cen.
2. 4.
8. 2.
4. 4.
℞. 12 p̄. 2.

alterius partis, fit 12. accipe ℞. cui adde 2. dimidium partis non quadratæ, fiet valor rei ℞. 12. p̄. 2.

Secunda regula eſt quando æquatio cadit in binomio & reciſo veluti ſi dico 1. cu. p̄. 40. æquatur 8. cen. vel 1. cu. p̄. 10. æquatur 9. cen. tunc æquatio non cadit in numero ſenſibili & tamen caſus eſt poſſibilis in binomiis & reciſis.

Pro cognoſcendo igitur poſſibilitatem & inueniendo poſtmodum æquationem,

Scias quòd ſi aliquis numerus minor $\frac{1}{3}$ numeri cenſuum & maior de $\frac{1}{4}$ diuidat numerum æquationis, ita quod proueniat numerus quadratus & dimidium illius ℞. prouentus additum numero cenſuum faciat quadruplum dicti diuiſoris tunc æquatio eſt poſſibilis, & valor rei eſt duplum numeri diuiſoris qui eſt minor $\frac{1}{3}$ numeri cenſuum, & maior de $\frac{1}{4}$ addita vel diminuta ℞. eius, quod fit ex duplo reſidui tripli numeri ad numerum cenſuum in duplum diuiſoris. Exemplum, 1. cu. p̄. 48. æquatur 10. cen. tunc capio 3. quod eſt minus $\frac{1}{3}$ & maius $\frac{1}{4}$ de 10. numeri cenſuum & diuido 48. numerum exit 16. quadratus numerus, cuius dimidium ℞. quod eſt 2. additum ad 10. numerum cenſuum, facit 12. quadruplum 3. numeri aſſumpti. Igitur dico quòd æquatio eſt poſſibilis & eſt 6. p̄. ℞. 12. vel 6. m̄. ℞. 12. & 6. eſt duplum 3. tertiæ partis, quæ eſt diuiſor & 12. fit ex 2. duplo ſuperationis 10. numeri cenſuum à 9. triplo numeri diuiſoris in 6, duplum diuiſoris, & ita ſi dico 1. cu. p̄. 40. æquatur 8. cen. diuido 40. per $2\frac{1}{2}$ qui eſt minor $\frac{1}{3}$ & maior $\frac{1}{4}$ de 8. exit 16. cuius dimidium ℞. quod eſt 2. additum ad 8. numerum cenſuum facit 10. quadruplum numeri diuiſoris qui fuit $2\frac{1}{2}$, igitur habebit æquationem in binomio & reciſo & valor rei erit 5. p̄. ℞. 5. vel 5. m̄. ℞. 5. & 5. eſt duplum numeri aſſumpti & ℞. 5. eſt ℞. numeri qui fit ex prima parte binomij vel numeri aſſumpti in 1. quod eſt duplum ſuperationis 8. numeri cenſuum ſuprà $7\frac{1}{2}$ triplum numeri diuiſoris. Et ita ſi dicam 1. cu. p̄. 8. æquatur 7. cen. tunc ex 7. capio 2. minus tertiâ parte, & maius quartâ, quo diuidente 8. numerum æquationis exit 4. numerus quadratus, cuius dimidium ℞. quod eſt 1. additum ad 7. facit 8. quadruplum 2. numeri diuiſoris. Igitur habet æquationem in binomio & reciſo, & erit valor rei ex dictis 4. p̄. ℞. 8. vel 4. m̄. ℞. 8. &

& e conuerſa primæ regulæ vigeſimi quinti capituli, & eſt generaliſſima & conuertibilis in tali æquatione.

Tertia regula eſt quòd debes reducere cu. & nu. æqualia cen. ad cu. & nu. æqualia co. Deinde inuenies æquationem ſiue valorem rei, deinde quadra ℞. cubam numeri quem habes cum cubo æqualem rebus ſiue cenſibus, nam ille numerus manet idem in vtraque æquatione, vt patet ex vigeſimo primo capitulo. Diuide igitur quadratum ℞. cu. dicti numeri per æquationem iam inuentam, & quod exit eſt æquatio cu. & nu. æqualium cen. Res clara eſt, nec indiget exemplo.

Capvt XXXVIII.

De æquationibus cen. cen. rerũ & numeri.

Cvm in æquatione non generali trium capitulorum debeas diuidere ſemper numerum rerum per 4. deinde inuenire quos velis duos numeros quorum alter cubatus & etiam multiplicatus per quadratum alterius faciat dictum numerum tuncque illi duo numeri faciant binomium aptum illis radicibus, ideo quantitas erit vt deſcribetur. Exemplum, volo ſcire 144. co. cum 1. cen. cen. quot numeris poſſint æquari. Diuide 144. per 4. ſemper exit 36. deinde capio cubum minorem puta 27. eius ℞. cu. eſt 3. cum qua diuido 9. reſiduum ad 36. exit 3. huius capio ℞. & eam adiungo ℞. cubicæ 27. fit valor rei 3. p̄. ℞. 3. vel m̄. & numerus erit per regulam 180 Dicemus igitur quòd 1. ce. ce. p̄. 180. æquatur 144. co. &

co. 144.
36.
27. 9.
3. 180.

8. 28.
℞. 14. p̄. 2. 260.

35. 1.
℞. 35. p̄. 1. 1092.

hoc quia eſt binomium aut reciſum primum vel quartum.

Diuido etiam 36. in 28. & 8. capio ℞. cu. 8. quæ eſt 2. cum ea diuido 28. exit 14. & ℞. 14. p̄. 2. & eius numerus erit 260. Dicemus igitur quòd 1. cen. cen. æquatur 144. co. p̄. 260. quia eſt binomium.

Vel dicemus quòd valor rei eſt ℞. 14. m̄. 2. & tunc 1. ce. ce. p̄. 144. co. æquatur 260 quia æquatio eſt reciſum.

Diuido etiam 36. in 35. & 1. capio ℞. cu. 1. quæ eſt 1. diuido 35. reſiduum per 1. exit 35. Capio ℞. 35. & ab ea minuo vel addo 1. habeo valorem rei ℞. 35. p̄. 1. vel ℞. 35. m̄. 1. & numerus eius eſt 1092. Dicemus igitur quòd ſi æquatio eſt ℞. 35. p̄. 1. quòd 1. cen. cen æquatur 144. co. p̄. 1092. & ſi æquatio eſt ℞. 35. m̄. 1. quòd 1. cen. cen. p̄. 144. co. æquatur 1092.

Capvt XXXIX.

De æquationibus capitulorum quadrinomiorum & quinomiorum.

Prima Regula Ludouici de Ferrariis quam inuenit Geometrica demonſtratione, Cùm fuerint cubus, cenſus & res æquales numero, fueritque numerus rerum æqualis ei quod fit ex numero cenſuum in tertiam ſui partem, ſemper habebitur æquatio poſito numero quocumque volueris.

Exemplum, Si quis dicat 1. cu. p̄. 6. cen. p̄. 12. co æquatur 10. vel 20. vel 30. ſemper habebitur æquatio quia 12. qui eſt numerus rerum producitur ex 6. numero cenſuum in tertiam ſui partem. Modus autem æquationis talis eſt Cuba tertiam partem cenſuum, & productum adde numero & aggregati accipe ℞. cubam à qua detrahe tertiam partem numeri cenſuum & reſiduum eſt valor rei. Exemplum, 1. cu. p̄. 6. cen. p̄. 22. co. æquantur 12. Accipe tertiam partem 6. numeri cenſuum & eam cuba fit 8. adde ad 22. fit 30. accipe ℞. cu. 30. fit ℞. cu. 30. minue 2. ab ea, erit valor rei ℞. cu. 30. m̄. 2. Ponam igitur valorem rei cenſus & cubi, deinde multiplicabo per ſuos numeros & iungam ſimul,

Valor rei,	Valor cenſus,
℞. cu. 30. m̄. 2.	℞. cu. 900. p̄. 4. m̄. ℞. cu. 1920.
12.	6.
℞. cu. 51840. m̄. 24.	℞. cu. 194400. p̄. 24. m̄. ℞. cu. 414720.

Valor cubi,
22. p̄. ℞. cu. 51840. m̄. ℞. cu. 194400.
1.

22. p̄. ℞. cu. 51840. m̄. ℞. cu. 194400.

Partes,
1. cu. 22. p̄. ℞. cu. 51840. m̄. ℞. cu. 194400.
6. ce. 24. m̄. ℞. cu. 414720. p̄. ℞. cu. 194400.
12. co. m̄. 24. p̄. ℞. cu. 51840.

Summa, 22. p̄. ℞. cu. 51840. p̄. ℞. cu. 51840. m̄. ℞. cu. 414720.

Sed duæ ℞. cu. 51840. p̄. faciunt ℞. cu. 414720. p̄. quia debent multiplicari per 8. in duplicatione, igitur cùm ℞. cu. 414720. p̄. & m̄. nihil faciant, patet quòd 1. cu. p̄. 6. cen. p̄. 12. co. æquantur 22. quod eſt propoſitum.

Secunda,

Sed ... ex hac ſequitur quod cum fuerit 1. cu. p. co. æq alia cen. & numero & fuerit numerus rerum productus ex tertia parte numeri cen. in numerum cen. tunc cuba tertiam partem numeri cenſuum & eam minue a numero propoſito vel ab ea minue numerum propoſitum, & reſidui accipe ℞. cubam quam addes aut minues à tertia parte numeri cenſuum & tale binomium aut reciſum eſt valor rei. Ex quo ſequitur quod talis æquatio poteſt cadere tribus modis nam ſi tertia pars numeri cenſuum eſt minor ℞. cu. reſidui non poterit auferri ℞. cu. reſidui ſed ſolum addi tertiæ parti numeri cenſuum & erit binomium ſecundum: ſi vero tertia pars numeri cenſuum ſit maior ℞. cuba reſidui, poterit dicta ℞. auferri & addi, quare fiet binomium aut reciſum primum.

Exemplum 1. cu. p̄. 12. co. æquatur 6. cen. p̄. 38. accipe $\frac{1}{3}$. de 6. quod eſt 2. cuba fit 8. minue ex 38. remanet 30. accipe ℞. cu. 30. quæ eſt ℞. cu. 30. & quia ipſa eſt maior de 2. qui eſt tertia pars cenſuum neceſſario addetur ad 2. & fiet valor rei binomium ſecundum quaſi ℞. cu. 30. p̄. 2. eius probationem vide in capitulo 24°.

Aliud exemplum 1. cu. p̄. 12. co. æquatur 6. cen. p̄. 11. accipe $\frac{1}{3}$. de 6. quod eſt 2. cuba fit 8. detrahe ex 11. remanet 3. accipe ℞. cu. 3. quæ eſt ℞. cu. 3. & quia ℞. cu. 3. eſt minor 2. dicemus quod valor rei eſt 2. p̄. ℞. cu. 3. vel 2. m̄. ℞. cu. 3. eius probatio eſt vt vides.

1. cu. p̄. 12. co. æqualia 6. cen. p̄. 11.	
Res 2. Cen. 4.	p̄. ℞. cu. 3. p̄. ℞. cu. 9. p̄. ℞. cu. 192.
Cubus. 11. 12. res 24.	p̄. ℞. cu. 5184. p̄. ℞. cu. 1944. p̄. ℞. cu. 5184.
Summa 35.	p̄. ℞. cu. 41472. p̄. ℞. cu. 1944.
6. cen. 24. Numerus 11.	p̄. ℞. cu. 41472. p̄. ℞. cu. 1944.
Summa 35.	p̄. ℞. cu. 41472. p̄. ℞. cu. 1944.

Et per idem faceres in exemplo vbi æquatio eſſet 2. m̄. ℞. cu. 3. excepto quod minueres 5. numerum æquationis ex cubo tertiæ partis cenſuum & haberes 1. cu. p̄. 12. co æqualem 6. cen. p̄. 5. quare aduerte.

Capitula igitur quæ ſunt in 4. denominationibus ſunt vt dixi 28. & quæ ſunt in quinque ſunt 15. & de quibuſdam eorum dicam prout verificantur in binomijs & reciſis dando ſufficientiam in reliquis.

3 Cum numerus æquatur rebus cenſibus & cubo tunc tu ſcis quod cubus & res ſunt vnius naturæ, & in ſecundo reciſo proportio numeri cenſus ad numerum rei eſt maior quam ℞. ad ℞. igitur è contra proportio ℞. rei ad ℞. cenſus eſt maior quam numeri ad numerũ, igitur cum & proportio ℞. cubi ad ℞. cenſus ſit maior quam numeri cenſus ad numerum rei ex tertia conſideratione capituli, igitur proportio ℞. cubi & rerum ad ℞. cenſus eſt maior quam numeri ad numerum, congregatæ igitur ℞. totidem quot in cenſu & additæ cenſui facient numerum. Exemplum. Proportio ℞. 1445. ad

Numerus æqualis cubo ce. & rebus
Res ℞. 5. m̄. 2.
Cenſus 9. m̄. ℞. 80. rec. ſecund. quint.
Cubus ℞. 1445. m̄. 38.

℞. 80. eſt veluti 17. ad 4. proportio ℞. 5. ad ℞. 80. eſt veluti 1. ad 4. igitur proportio ℞. 1445. p̄. ℞. 5. & etiam ℞. 1620. ad ℞. 80. eſt veluti 18. ad 4. ſiue vt 9. ad 2. cenſus igitur $4\frac{1}{2}$. ſunt $40\frac{1}{2}$. m̄. ℞. 1620. igitur additæ ad 1. cu. p̄. 1. co. faciunt $\frac{1}{2}$. igitur 1. cu. p̄. $4\frac{1}{2}$. cen. p̄. 1. co. æquantur $\frac{1}{2}$. nam $40\frac{1}{2}$. p̄. & 40. m̄ faciunt $\frac{1}{2}$. p̄. & 1. cu. p̄. 5. cen. p̄. 5. co. æquantur 1. in hac æquatione. Nec puta quod res ſibi determinent propriam quantitatem cenſuum quia re variata variatur æqualitas. Veluti ſi ponatur res ℞. 5. m̄. 1. erit 1. cu. p̄. 2. co. p̄. 5. cen. æqualia 12. & 1. cu. p̄. 4. co. p̄. 6. cen. æqualia 16.

Numerus æqualis cubo ce. & rebus
Res ℞. 5. m̄. 1.
Cenſus 6. m̄. ℞. 20. rec. ſecundum quint.
Cubus ℞. 320. m̄. 16.

Cum res æquatur cubis cenſibus & numero verificatur capitulum in binomio 4 primo

Res æquales cubo cen. & numero
Res 3. p̄. ℞. 2.
Cenſus 11. p̄. ℞. 72. binom. prim. quint.
Cubus 45. p̄. ℞. 1682.
Res æquales cubo cen. & numero
Res 3. m̄. ℞. 2.
Cen. 11. m̄. ℞. 72. rec. prim. quartum
Cubus 45. m̄. ℞. 1782.
Res æquales cubo cen. & numero
Res ℞. 5. m̄. 2.
Cenſus 9. m̄. ℞. 80.
Cubus ℞. 1445. m̄. 38. rec. ſecund. quint.
Cen & cubus ℞. 845. m̄. 29.
13. res ℞. 845. m̄. 26.
13. res æquales 1. cu. p̄. 1. ce. p̄. 3.

primo & quarto cum ſuis reciſis atque etiam in reciſo ſecundo & quinto. Exemplum vt hic 1.cu. p̃. 1.ce.æquantur in ℞. 35. rebus quia ambo faciunt ℞. 2450. ſed 35.res ſunt 105. in numero & 1. cu. p̃. 1. cen. ſunt 56. in numero, igitur 1. cu. p̃. 1. ce p̃. 49. æquatur 35. rebus, igitur res æquantur cubo cen. & numero.

Et ſimiliter 1. cu. p̃. 2. ce. p̃. 56. æquantur 41. rebus & ita 1. cu. p̃. 3. cen. p̃. 63. æquantur 47. rebus. Idem patet in reciſo primo & quarto.

Et ſimiliter in reciſo ſecundo & quinto fient 1. cu. p̃. 1. ce. ℞. 845. m̃. 29. igitur cum 13. res ſint ℞. 845. m̃. 26. igitur detractis 1. cu. p̃. 1. ce. ex 13. rebus remanebunt 3. quare 13. res æquabuntur 1. cu. p̃. 1. ce. p̃. 3. & ſi ponas 1. cu. p̃. 2. cen. p̃. 2. æquabuntur 9. rebus & ſimiliter ſi dicas 1. ce. p̃. 2. cu. p̃. 7. æquantur 30. rebus & 1. ce. p̃. 3. cu. p̃. 11. æquatur 47. rebus.

Nota quod in capitulis vbi ingrediuntur cubus & cenſus potes etiam reducere eos ad 1. ce. ſicut ad 1. cu. tam in ternariis quam quaternariis. Exemplum 1. cen. æquatur $\frac{1}{4}$. cu. p̃. 2. vel 1. cen. æquatur $\frac{1}{9}$. cu. p̃. 1. co. p̃. 3. & dicitur reductio ad imparem denominationem & hoc maxime debet fieri in capitulis quæ verificantur in ſecundo & quinto binomijs vel reciſis.

Secundo nota quod poſita tali vnitate maioris denominationis in ternarijs vel quaternarijs capitulis vt ſunt hæc quæ ſunt quaternaria eo quod comprehendunt 4. denominationes tunc ſemper reſpectu eiuſdem binomij vel reciſi ſeruatur æqualitas augmenti in omnibus alijs veluti in exemplo primo dictum eſt quod res valet 3. p̃. ℞. 2. & quod 1. cu. p̃. 1. cen. p̃. 49. æquantur 35. rebus & 1. cu. p̃. 2. cen. p̃. 56. æquantur 41. rebus & 1. cu. p̃. 3. cen. p̃. 63. æquantur 47. rebus, vbi vides quod numerus ſemper augetur per 7. & res per 6.

Tabula æqualium augmentorum

1. cu. p̃. 1. ce. p̃. 49.	rebus 35.
1. cu. p̃. 2. ce. p̃. 56.	rebus 41.
1. cu. p̃. 3. ce. p̃. 63.	rebus 47.

Exemplum aliud

1. ce. p̃. 1. cu. p̃. 3.	rebus 13.
1. ce. p̃. 2. cu. p̃. 7.	rebus 30.
1. ce. p̃. 3. cu. p̃. 11.	rebus 47.

& procedit in infinitum. Et ſimiliter in ſecundo exemplo numerus augetur per 4. & res per 17. & proceditur in infinitum in tali ſecundo vel quinto reciſo de ℞. 5. m̃. 2.

Quinta. Cum vero cenſus æquatur cubis rebus & numero tunc hoc verificatur in binomio primo & quarto & eius reciſis & etiam in binomio ſecundo & quinto, habet igitur triplicem æquationem. Exemplum 5. cenſus æquantur 1. cu. p̃. 1. co. p̃. 7. hoc eſt verum vbi res valet 3. p̃. ℞. 2. & eſt binomium quartum nam 1. cu. p̃. 1. co. ſunt 48. p̃. ℞. 1800. & 5. cenſus ſunt 55. p̃. ℞. 1800. igitur 5. cenſus exuperant 1. cu. p̃. 1. co. in 7. igitur 5. cenſus æquantur 1. cu. p̃. 1. co. p̃. 7.

Cenſus æquales cubis rebus & num.	
Res 3. p̃. ℞. 2.	
Cen. 11. p̃. ℞. 72. binomium primum quartum.	
Cubus 45. p̃. ℞. 1682.	
5. cen. 55. p̃. ℞. 1800.	
Cubus & res 48. p̃. ℞. 1800.	
æquatio 7.	

Et per idem dices in reſiduo primo vel quarto vt in exemplo 5. cenſus ſunt 55. m̃. ℞. 1800. & cubus 1. cum 1. co. ſunt 48. m̃. ℞. 1800. igitur 5. cenſus æquantur 1. cu. p̃. 1. co. p̃. 7. vt prius, & ita hoc verifica-

Cenſus æqualis cubis rebus & numero	
Res 3. m̃. ℞. 2.	
Cen. 11. m̃. ℞. 72. reciſum primum quart.	
Cubus 45. m̃. ℞. 1682.	
5. cen. 55. m̃. ℞. 1800.	
Cubus & res 48. m̃. ℞. 1800.	
æquatio 7.	

Cenſus æqualis cubis rebus & numero	
Res ℞. 5. p̃. 2.	
Cen. 9. p̃. ℞. 80. binomium ſecundum quintum	
Cubus ℞. 1445. p̃. 38.	

bitur ex dicendis dummodo ℞. cuborum exuperet proportionaliter ℞. rerum & ideò ſi poneres in hoc binomio vel reciſo 1. cu. p̃. 2. co. p̃. 5 $\frac{1}{6}$. hoc æquabitur 5 $\frac{5}{6}$. cenſus: & ſi poneres 1. cu. p̃. 3. co. p̃. 4 $\frac{2}{3}$. æquabitur 5 $\frac{1}{3}$. cenſus & ita vides quod augendo res minuitur numerus donec perueniat ad hoc vt numerus cadat ex parte cenſus, & tunc cenſus & numerus æquabitur cubo rebus & erimus extra hoc capitulum. Et facile eſt hoc videre quoniam vt dixi procedunt ex ſuppoſita re per æqualia augmenta veluti hic aucta 1. co. ſemper cenſus augetur per $\frac{11}{6}$. & numerus minuitur per $\frac{1}{6}$. & ideo auctis 4. co. fient 1. cu. p̃. 7. co. æquales 6. cenſibus præciſè & poſt cadet numerus ex parte cenſus vtpote 1. cu. p̃. 8. co. æquabitur 6 $\frac{1}{6}$. cenſus p̃. 1 $\frac{1}{6}$. numeri & ita deinceps.

Et per idem dices in ſecundo & quinto binomio, erit enim 1. cu. p̃. 1. co. p̃. $\frac{1}{2}$. æqualia 4 $\frac{1}{2}$. cenſus & 1. cu. p̃. 2. co. p̃. $\frac{1}{4}$. æqualia 4 $\frac{3}{4}$. cenſus & 1. cu. p̃. 3. co. p̃. 1. æqualia 5. cenſibus cumque hoc verificetur etiam de vnitate patet quod ſi quis dicat 1. cu. p̃. 3. co. p̃. 1.

p̃. 1. æquatur 5. cenſibus, poteris dicere quòd res ſit 1. vel quod ſit ℞. 5. p̃. 2. & verificabitur in vtroque.

6 Cùm verò cubus æquatur cenſibus, rebus & numero, tunc ſolum ſeruiet hic binomium ſecundum & quintum, vt in exemplo 1. cen. p̃. 1. co. ſunt ℞. 125. p̃. 11. cubus fuit ℞. 1445. p̃. 38. Igitur proportio ℞. ad ℞. eſt veluti 17. ad 5. proportio autem hæc eſt veluti $3\frac{2}{5}$ ad 1. Igitur $3\frac{2}{5}$ cen. p̃. $3\frac{2}{5}$ co. erunt ℞. 1445. p̃. $37\frac{2}{5}$, detracta hac à cubo, remanent $\frac{3}{5}$, igitur 1. cu. æquatur $3\frac{2}{5}$ cen. p̃. $3\frac{2}{5}$ co. p̃. $\frac{3}{5}$ numeri & 5. cubi æquabuntur 17. cen. p̃. 17. co. p̃. 3. ex his ſequuntur hæ verificationes.

Cubus æquans cen. rebus & numero.
Res ℞. 5. p̃. 2.
Cenſus 9. p̃. ℞. 80. Binomium ſec. quintũ.
Cubus ℞. 1445. p̃. 38.

Numerus æqualis cu. cen. rebus	Res æquales cubo cen. & numero.
In reciſo ſecundo & quinto.	In bin° p° & 4° & ſuis rec^{is} & rec° 2° & 5°.
Cenſus æqualis cu. rebus & numero,	Cubus æqualis cenſibus rebus & numero
In bin° p° & 4° & ſuis rec^{is} & bin° 2° & 5°	In binomio ſecundo & quinto.

Manifeſtum eſt igitur quòd hæc capitula valde generalia ſunt excepto vltimo, videlicet quando cubus æquatur cenſibus, rebus & numero, nam tale capitulum, etſi ſit generale, attamen eſt valde inuolutum cuius inuolutionis cauſa & modus declarandi ſubiungitur.

Pendent autem capitula quaternaria ex ternariis, vt vides, nam cùm numerus æqualis cubo & rebus non faciat capitulum per regulam præcedentem, igitur capitulum de numero æquali cubo, cenſibus & rebus, æquiualet quaſi capitulo de numero æquali cubo & cenſibus. Hoc autem verificatur in reciſo ſecundo & quinto, igitur hoc reducitur ad illud.

Similiter res æquales cubo, cenſibus & numero, componuntur ex capitulis rei æqualis cen. & numero, & his ſeruit binomium primum & quartum & ſua reciſa & capitulo rei æquiualentis cubo & numeris, ſed tale capitulum verificatur in binomio primo & quarto & ſuis reciſis, & etiam reciſo ſecundo & quinto. Igitur capitulum hoc habebit triplicem æquationem vt & illa ex quibus componitur.

Et ſimiliter capitulum cenſus æqualis cubo & rebus & numero, componitur ex capitulis cenſus æqualis cubo & numero, & cenſus æqualis rebus & numero, ſed in his æquatio cadit in binomio primo, ſecundo, quarto vel quinto, vel reciſo primo & quarto, igitur & hic.

Et ſimiliter capitulum de cubo æquali cenſibus rebus & numero componitur ex duobus capitulis, quorum vnum eſt cubus æqualis cenſibus & numero, & hoc non datur per præcedentem regulam in corollario. Alterum eſt cubus æqualis rebus & numero, & hoc habet æquationem in binomio ſecundo & quinto; igitur hoc capitulum neceſſariò habet æquationem in binomio ſecũdo & quinto tantùm, & ita de aliis.

Ex hoc ſequitur quod regula hæc tenet vniuerſaliter in componendis capitulis, nec vnquam oportet prætermittere numerum.

7 Ex qua habetur capitulum de numero & cu. æqualibus cenſibus & rebus, nam hoc componitur ex capitulis duobus, quorum vnum eſt numerus & cubus æqualia cenſibus, & hoc verificatur in binomio primo & quarto & ſuis reciſis, & etiam in binomio ſecundo & quinto. Alterum eſt cubus & numerus æqualia rebus, & hoc verificatur in binomio primo & quarto & ſuis reciſis, & etiam in reciſo ſecundo & quinto. Igitur poſſibilis eſt in hoc caſu omnis æquatio, videlicet in vtroque binomio & vtroque reciſo.

Et ſimiliter capitulum de numero & cen. æqualibus cubo & rebus componitur ex duobus capitulis quorum vnum eſt cenſus & numerus æqualia rebus, & hoc verificatur in binomio primo & quarto, & ſuis reciſis, & aliud eſt capitulum cen. & numeri æqualis cubis, & hoc non habet æquationem, vt patet in regula præcedenti. Igitur cùm numerus & cenſus æquantur cubis & rebus, æquatio cadet in binomio primo & quarto cum ſuis reciſis. 8

Et ſimiliter capitulum de numero & rebus æqualibus cenſibus & cubo, componitur ex capitulo numeri & rei æqualis cenſui, & hoc verificatur in binomio ſecundo & quinto, & ſimiliter ex capitulo numeri & rerum æqualium cubo, ſed tunc æquatio cadit in binomio ſecundo & quinto. Igitur totum capitulum hoc cadet in æquatione binomij ſecundi & quinti quod eſt propoſitũ. 9

Cubus & numerus æqualia cen. & rebus.
Æquatio in binomio primo, ſecundo, quarto, quinto & ſuis reciſis.
Cu. & res æquales cen. & numero.
Æquatio in primo & quarto binomio & ſuis reciſis.
Cu. & cenſus æqualia rebus & numero.
Æquatio in ſecundo & quinto binomio.

Nota, quòd hoc vltimum capitulum ſortitur aliquando æquationem in ℞. numeri ſimplicis cùm fuerint partes proportionatæ, veluti ſi dico 1. cu. p̃. 3. cen. æquatur 5. co. p̃. 15. numero, tunc res valet ℞. 5. & cenſus eſt 5. & ita ſortitur quantitatem potentia tantùm rationalem, quod nulli ex aliis accidit capitulis.

Et ex hoc patent capitula cen. cen. cu. rerum & numeri quæ ſunt 7. Et ſimiliter alia 7. cen. cen. cen. numeri & rerum, & alia 7. cen. cen. cu. cen. & numeri, nam ſi dicat cen. cen æquatur cubis cen. & numero, tunc tu ſcis quòd hoc capitulum componitur ex cen. cen. æquato cubis & numero quod verificatur in binomio primo, ſecundo, quarto & quinto, & reciſo 10

etiam primo & quarto: & ex capitulo cen. cen. æqualis cen. & numero, quod verificatur in binomio ſecundo & quinto. Igitur verificabitur in omnibus. Memento tamen illum eſſe valorem cenſus, quare res non poterit eſſe niſi vel binomium primum, ſecundum, quartum vel quintum, aut reciſum primum aut ſecundum, aut ℞. reciſi ſecundi vel quinti, & eſt quantitas reſidua medialis prima, vel quæ cum rationali componit totum mediale; & ita de aliis facilis eſt inquiſitio, vt clarum eſt. Si autem vis regulas æquationis, omnes faciliter inuenies per capitulum vigeſimum ſeptimum.

11ª Regula, cùm 1. cen. cen. p̃. cen. æquatur cubis & numero cuius & fuerit dimidium numeri cuborum ℞. numeri cenſuum, tunc ſemper aſſequeris æquationem hoc modo: Minue ℞. numeri propoſiti ex quarta parte numeri cenſuum, & reſidui accipe ℞. quam minue & adde ex quarta parte numeri cuborum, & habebis valorē rei quæſitæ. Exemplum, 1. cen. cen. p̃. 36. cen. æquatur 12. cu. p̃. 49. tunc quia 6. qui eſt medietas 12. numeri cuborum eſt ℞. 36. numeri cenſuum, dico quòd æquatio habebitur ex regula præcedente ſic. Accipe ℞. numeri propoſiti quæ eſt 7. minue eam ex quarta parte numeri cenſuum quæ eſt 9. remanent 2. cuius accipe ℞. quæ eſt ℞. 2. hanc adde & minue ad 3. quartam partem

Res,	3. p̃. ℞. 2.
Cenſus,	11. p̃. ℞. 72.
Cubus,	45. p̃. ℞. 1682.
Cen.cen.	193. p̃. ℞. 8712.

numeri cuborum, habebis rem valere 3. p̃. ℞. 2. & 3. m̃. ℞. 2. Quòd ita ſit patet, nam 1. cen. cen. p̃. 36. cen. eſt 589. p̃. ℞. 8712. p̃. ℞. 93312. quod eſt totum ℞. 242208. & 12. cubi ſunt 540. p̃ ℞. 242208. quibus ſi addantur 49. fient 12. cubi p̃. 49. æquales 1. cen. cen. p̃. 36. cen. quod eſt propoſitum.

Capvt XL.

De Capitulis deriuatiuis vel aſſimilatis.

Cvm autem fuerint capitula incognita in denominationibus habentibus ſe ſimiliter cum cognitis, tunc æquatio erit certa ponendo incognitas cognitarum loco. Deinde inuenta æquatione quære minorem denominationem cognitam quæ pars ſit reſpectu minoris denominationis incognitæ, & ſecundùm illud accipe partem ex denominatione incognita. Exempla ſubiiciam.

Scis quòd capitulum cenſus, rerum & numeri eſt cognitum, & ſcis quòd res eſt ℞. cenſus, igitur ſcies omne capitulum in quo minor denominatio eſt ℞. maioris. Veluti cenſus & res & numerus habent tria capitula nota, igitur & reliqua ſequentia, in quibus commune eſt quòd minor denominatio eſt ℞. maioris, Dicamus igitur quòd 1. ce. cu. æquetur 3. cu. p̃. 10. tunc vides quòd cubus eſt ℞. cen. cubi ſicut res eſt ℞.

Principalis.	Numerus,	℞.	cenſus.
	Numerus,	res	cenſus.
Deriuatiua.	Numerus,	cenſus,	cenſus cenſ.
	Numerus,	cubus,	cen. cubi.
	Numerus,	cen.cen.	cen.cen.cen
	Numerus,	Relm pm	cen. Relı pı.
Principalis.	Numerus,	℞. cu.	cubus.
	Numerus,	res	cubus.
Deriuatiua.	Numerus,	cenſus,	cen. cubi.
	Numerus,	cubus,	cubus cubi.

cenſus, dices igitur 1. cen. æquatur 3. co. p̃. 10. Igitur res valet per capitulum in practica compoſitorum minorum ℞. 12¼ p̃. 1½ quod eſt 5. & hic eſt valor cubi quia poſuiſti cubum eſſe rem. Igitur ſi 5. eſt valor cubi, & nos quærimus valorem rei, erit valor rei ℞. cubica 5.

Aliud exemplum habeo cen. cubi p̃. 3. cen. æquatur 10. tunc tu vides quòd cen. eſt ℞. cubica cen. cubi. Igitur dices 1. cu. p̃. 3. co. æquatur 10. quia etiam res eſt ℞. cubica cubi, quare valor rei erit ℞. v. cu. ℞. 26. p̃. 5. m̃. ℞. v. cu. ℞. 26. m̃. 5. & hic eſt valor cenſus qui eſt ℞. cubica cenſus cubi. Si igitur quæris valorem rei, tu ſcis quòd res eſt ℞. cenſus; igitur valor rei erit ℞. v. ℞. v. cu. ℞. 26. p̃. 5. m̃. ℞. v. cu. ℞. 26. m̃. 5. & hic eſt valor rei, cuius 1. cu. cen. p̃. 3. cen. æquatur 10. Et ita dicam, quòd ſi 1. cu. cen. æquatur 6. cen. cen. p̃. 18. tunc vides quòd ℞. cen. cen. eſt cen. & hoc eſt ℞. cubica cubi cen. & ita

Principalis.	Numerus,	℞. ℞.	cen. cen.
	Numerus,	res	cen. cen.
Deriuatiua.	Numerus,	cen.	cen. cen. cen
Principalis.	Numerus,	cubus ℞. ℞.	cen. cen.
	Numerus,	cubus	cen. cen.
Deriuatiua.	Numerus,	cen. cubi.	cen. cen. cen.
Principalis.	Numerus,	cen. ℞. cubicæ	cubus
	Numerus,	cen.	cubus.
Deriuatiuus.	Numerus,	cen. cen.	cubus cen.

etiam ℞. cenſuum eſt ℞. cubica cubi, quare hoc capitulum eſt, ac ſi diceret 1. cu. æquatur 6. cen. p̃. 18. & tunc æquatio eſt ℞. cu. 32. p̃. 2. p̃. ℞. cu. 2. & hic eſt valor ℞. cen. cen. quia eſt valor rei poſitæ in qua cen. cen. obtinet locum cenſus, ſed nos volumus ℞. ℞. igitur ℞. v. ℞. cu. 32. p̃. 2. p̃. ℞. cu. 2. eſt valor rei de 1. cu. cen. æquali 6. cen. p̃. 18. Et ita explicaui capitula 27. deriuatiua ſiue aſſimilata triplicia per quæ manifeſta ſunt quadruplicia & reliqua.

Cùm

Cùm fuerit 1. cu. p̃. ce. p̃. co. æqualia numero, & fuerit dimidium numeri cen. ℞. numeri rerum, tunc ſemper habebitur æquatio, & hoc eſt quia mutata poſitione habebis eundem numerum æqualem 1. cu. ce. p̃. ce. ce. p̃. ce. multiplicando denominationes in ſeipſas. Et ſit exemplum, 1. cu. p̃. 6. ce. p̃. 9. co. æquatur 50. ſi igitur diceres prima pars eſt 1. co. ſecunda erit 1. ce. quia eſt prima ℞. ſecundæ, & tertia erit 1. cu. Sunt igitur tres quantitates continuè proportionales, quarum prima multiplicata per 9. ſecunda per 6. & addita tertia fiunt 50. Pone igitur primam 1. ce. ſecunda erit 1. ce. ce. quia prima eſt ℞. ſecundæ & tertia erit 1. cu. ce. Igitur habebis 1. cu. ce. p̃. 6. ce. ce. p̃. 9. ce. etiam æqualia 50. Quia igitur hoc habet æquationem extrahendo ℞. igitur & prima. Et quia in ſecunda æquatione inuenitur valor rei, & ſupponimus primam eſſe 1. ce. erit igitur æquatio prima quadratum æquationis ſecundæ; in talibus igitur regula generalis eſt. Accipe ℞. de 1. cu. p̃. ce. p̃. co. quam ſemper habebit eo quòd ſupponimus dimidium numeri ce. eſſe ℞. numeri rerum, & quod exit eſt 1. cu p̃. numero rerum, & hoc æquabitur ℞. numeri. Sequere æquationem per capitulum vigeſimum octauum, ea inuenta quadra eam, & quod prouenit eſt valor rei dictæ æquationis. Exemplum, 1. cu. p̃. 6. ce. p̃. 9. co. æquatur 50. accipe ℞. huius tanquam eſſet 1. cu. cen. p̃. 6. ce. ce. p̃. 9. ce. quæ erit 1. cu. p̃. 3. co. per modum 17. regulæ quinquageſimi primi capituli practicæ accipe ℞. 50. quæ eſt ℞. 50. dices igitur quòd 1. cu. p̃. 3. co. æquatur ℞. 50. Quære æquationem per capitulum vigeſimum octauum, quæ erit ℞. v. cu. ℞. 13 $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 12 $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. v. cu. ℞. 13 $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 12 $\frac{1}{2}$, hanc igitur æquationem quadra & fiet ℞. v. cu. 26. p̃. ℞. 675. p̃. ℞. v. cu. 26. m̃. ℞. 675. m̃. ℞. v. cu. 13 $\frac{1}{2}$ m̃. 12 $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. v. cu. 13 $\frac{1}{2}$ m̃. 12 $\frac{1}{2}$ quod eſt dicere ℞. v. cu. 26. p̃. ℞. 675. p̃. ℞. v. cu. 26. m̃. ℞. 675. m̃. l. 2. ſed ℞. v. cu. 26. p̃. ℞. 675. eſt 2. p̃. ℞. 3. & ℞. v. cu. 26. m̃. ℞. 675. eſt 2. m̃. ℞. 3. igitur illæ duæ ℞. cu. iunctæ faciunt 4. à quibus demptis 2. qui eſt numerus m̃. l. remanet valor rei 2. Et inuentio huius regulæ fuit per Ludouicum de Ferrariis, & ego eam deduxi ad practicam hoc modo.

INCIPIVNT QVADRAGINTA QVÆSTIONES.

1 PRIMA, inuenias omne genus ℞. de $\frac{61}{64}$ tu ſcis quòd eius ℞. quadrata eſt ℞. $\frac{61}{64}$ &

Numerus,	$\frac{61}{64}$
℞. quadrata,	℞. $\frac{61}{64}$
℞. cubica,	℞. cu. $\frac{61}{64}$
℞. pronica minor,	℞. 1 $\frac{13}{64}$ m̃. $\frac{1}{2}$
℞. pronica media,	℞. v. cu. ℞. $\frac{116851}{442368}$ p̃. $\frac{61}{128}$ m̃. ℞. v. cu. ℞. $\frac{116851}{442368}$ m̃. $\frac{61}{128}$.
℞. pronica maior,	℞. $\frac{15}{16}$ m̃. $\frac{1}{4}$.

cubica eſt ℞. cu. $\frac{61}{64}$ & in pronica maiore habebis 1. cen. cen. p̃. 1. co. æqualia $\frac{61}{64}$, quare res valebit per capitulum trigeſimum octauum ℞. $\frac{65}{16}$ m̃. $\frac{1}{4}$, & in media habebis 1. cu. p̃. 1. co. æqualia $\frac{61}{64}$. Quare per capitulum vigeſimum octauum res valet ℞. v. cu. ℞. $\frac{116851}{442368}$ p̃. $\frac{61}{128}$ m̃. ℞. v. cu. ℞. $\frac{116851}{442368}$ m̃. $\frac{61}{128}$ & ita pro pronica minore erit 1. ce. p̃. 1. co. æqualia $\frac{61}{64}$ quare res valebit ℞. 1 $\frac{13}{64}$ m̃. $\frac{1}{2}$ & ita ſcies operari in aliis.

Secunda, Inuenias ℞. cubam de ℞. 12. p̃. 2. Tu ſcis quòd ℞. cubica differentiæ quadratorum partium, eſt differentia quadratorum radicum. Ideo quadra ℞. 12. fit 12. quadra 2. fit 4. detrahe 4. à 12. remanet 8. cuius ℞. cu. eſt 2. differentia quadratorum radicum. Pone igitur quod quadratum partis minoris ipſius radicis ſit 1. ce. igitur quadratum partis maioris radicis eſt 1. ce. p̃. 2. & pars minor radicis erit 1. co. Tripla igitur quadratum maioris partis, fit 3. ce. p̃. 6. adde ei quadratum minoris quod eſt 1. cen. fit 4. cen. p̃. 6. multiplica in minorem quantitatem quæ fuit 1. co. fit

1. co.	
1. ce.	1. ce. p̃. 2.
1.	3.
1. ce.	3. ce. p̃. 6.
3. ce. p̃. 6.	
4. ce. p̃. 6.	
1. co.	
4. cu. p̃. 6. co. æqualia 2.	
1. cu. p̃. 1 $\frac{1}{2}$ co. æqualia $\frac{1}{2}$	
1. co.	
1. ce.	1. ce. m̃. 2.
1. ce.	3. ce. m̃. 6.
3. ce. m̃. 6.	
4. ce. m. 6.	
1. ce.	
4. cu. m̃. 6. co. æqualia ℞. 12.	

4. cu. p̃. 6. co. æqualia 2. Igitur 1. cu. p̃. 1 $\frac{1}{2}$ co. eſt æqualis $\frac{1}{2}$. Accipe $\frac{1}{3}$ de 1 $\frac{1}{2}$ & eſt $\frac{1}{2}$, cuba fit $\frac{1}{8}$ inuenias numeros quorum differentia ſit $\frac{1}{2}$ & productum ſit $\frac{1}{8}$ & erunt numeri ℞. $\frac{3}{16}$ p̃. $\frac{1}{4}$ & ℞. $\frac{3}{16}$ m̃. $\frac{1}{4}$. Igitur valor rei eſt ℞. v. cu. ℞. $\frac{3}{16}$ p̃. $\frac{1}{4}$ m̃. ℞. v. cu. ℞. $\frac{3}{16}$ m̃. $\frac{1}{4}$ & hæc erit minor pars. Alia autem poteſt inueniri addendo 2. quadrato huius totius ſumendo ℞. v. ſed longè melius iterando poſitionem ponendo maiorem partem 1. co. eius quadratum 1. ce. & quadratum minoris partis erit igitur 1. ce. m̃. 2. & habebis operando vt priùs 4. cu. m̃. 6. co. æqualia ℞. 12. quare 1. cu. æquabitur 1 $\frac{1}{2}$ co. p̃. $\frac{1}{4}$ numeri & res habebitur per capitulum accipe $\frac{1}{3}$ de 1 $\frac{1}{2}$ quod eſt $\frac{1}{2}$ & cuba fit $\frac{1}{8}$ diuide $\frac{1}{4}$ in duas partes

	℞. 12. p̃. 2.
℞. cuba eius eſt	℞. cu. $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. cu. $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. cu. v. ℞. $\frac{1}{16}$ p̃. $\frac{1}{4}$ m̃. ℞. cu. v. ℞. $\frac{1}{16}$ m̃. $\frac{1}{4}$.

producentes $\frac{1}{8}$ & erunt per centeſimam regulam quadrageſimi ſecũdi capituli practicæ

partes

partes $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{5}$ igitur ℞. cu. $\frac{1}{5}$ p̄. ℞. cu. $\frac{1}{4}$ eſt maior pars.

3 Tertia, Fac de 10. duas partes, quarum cubi iuncti ſimul faciant 500. Scias primo quæſitum an ſit poſſibile, & eſt quia maximum quod poſſit fieri per aggregationem cuborum eſt cubus totius, videlicet 1000. & minimum eſt quarta pars eius, videlicet 250. non igitur poſſunt fieri ex 10. duæ partes quarum cubi iuncti ſint plus quàm 1000. vel minus quàm 250. quia igitur 500. eſt maius 250. & minus 1000. caſus eſt poſſibilis. Diuide igitur 10. in 1. co. & 10. m̄. 1. co. cuba per regulam cubandi binomia, habebis 1. cu. ex vna parte, ex alia

1. co.	10. m̄. 1. co.	
1. ce.	100. p̄. 3. ce.	1. ce. p̄. 300.
1. cu.	1000. p̄. 30. ce. m̄. 1. cu. m̄. 300. co	

1000. p̄. 30. ce. m̄. 1. cu. m̄. 300. co. æqualia 500. quare cùm 1. cu. p̄. & m̄. nihil faciant, habebis 500. p̄. 30. cen. æqualia 300. co. quare 1. cen. p̄. $16\frac{2}{3}$ æquatur 10. co. quare res valet 5. p̄. ℞. $8\frac{1}{3}$, & reliqua pars eſt 5. m̄. ℞. $8\frac{1}{3}$. Et ex hac patet etiam talis quæſtio:

Fac de 90. duas partes quarum ℞. cubæ iunctæ faciant 6. In hac ſimiliter aduertere oportet, quod minimum quod poſſint aggregare ℞. cubæ talium partium eſt ℞. Cuba 90. & maximum quod poſſint aggregare eſt ℞. cuba quadrupli de 90. id eſt ℞. cuba 360. Quia igitur cubus de 6. eſt maior quàm 90. & minor quàm 360. caſus eſt poſſibilis quia igitur de 90. habes facere duas partes quarum ℞. cubæ iunctæ faciant 6. igitur faciendo de 6. duas partes, quarum cubi iuncti faciant 90. habebis quod quæris, id eſt partes de 90. quarum ℞. cubæ iunctæ faciunt 6. Erunt igitur tales partes 45. p̄. ℞. 1682. & 45. m̄. ℞. 1682. quæ iunctæ faciunt 90. & radices cubæ earum faciunt iunctæ 6.

4 Quarta, Fac de 10. duas partes quarum quadrata inuicem multiplicata faciant 60. Pone quòd vna ſit 5. p̄. 1. co. alia erit 5. m̄. 1. co. quadra fiunt 25. p̄. 1. ce. p̄. 10. co. & 25. p̄. 1. cen. m̄. 10. co. Deinde multiplica inuicem, fient 625. p̄. 50. cen.

5. p̄. 1. co.
25. p̄. 1. ce. p̄. 10. co.
5. m̄. 1. co.
25. p̄. 1. cen. m̄. 10. co.
625. p̄. 50 cen. p̄. 1. ce. ce. m̄. 100. ce

p̄. 1. cen. cen. m̄. 100. cen. nam aliæ incruciationes cadunt, igitur 625. p̄. 1. ce. ce. æquantur 36. p̄. 50. cen. quare 589. p̄. 1. ce. ce. æquantur 50. cen. Igitur abbreuiando accipe ℞. 36. & eſt 6. eam minue à 25. fit 19. huius accipe ℞. quæ eſt ℞. 19. Igitur dicemus quod vna pars fuit 5. p̄. ℞. 19. alia 5. m̄. ℞. 19. Quadra igitur 5. p̄. ℞. 19. fit 44. p̄. ℞. 1900. quadra 5. m̄. ℞. 19. fit 44. m̄. ℞. 1900. Multiplica 44.

5. p̄. ℞. 19.
44. p̄. ℞. 1900.
5. m̄. ℞. 19.
44 m̄. ℞. 1900.
1936. m̄. 1900. quod eſt 36.

p̄. ℞. 1900. in 44. m̄. ℞. 1900. fit 36, præciſè.

Similiter poſſet ſolui, fac ex 10. duas partes quarum ℞. inuicem multiplicatæ faciant 4. Nam potes dicere conuertendo, Inuenias duos numeros ex quorum multiplicatione fiat 4. & quadrata iuncta ſint 10. & hoc poteſt fieri pluribus modis, vt oſtendi in practica.

Quinta, Fac de 10. duas quantitates, & iterum duas alias, ita quòd multiplicatio ſecundæ in tertiam ſit ſeptupla multiplicationi primæ in quartam, & proportio ſecundæ ad primam diuiſa per proportionem tertiæ ad quartam, relinquat proportionem 8. ad 3. Circa hoc oportet vt ſcias quòd cùm fuerint quatuor quantitates quarum primæ duæ tantum aggregent quantum ſecundæ duæ, & multiplicatio ſecundæ in tertiam produxerit exempli gratiá ſeptuplum eius quod fit ex prima in quartam, quod ſemper diuiſa proportione ſecundæ ad primam per proportionem quartæ ad tertiam, ſemper exibit ſeptula, & ſi dixiſſes quòd feciſſet quintuplum in diuiſione exiſſet quintupla, quare cùm ex illis duabus proportionibus prodeuntibus ex diuiſione proportionis ſecundæ ad primam per proportionem quartæ ad tertiam & tertiæ ad quartam, ſemper inuicem in crucem multiplicatis, prodeat proportio duplicata tertiæ ad quartam. Igitur multiplicatis talibus proportionibus inuicem, & accepta ℞. producti, habebimus proportionem tertiæ ad quartam. Ex hoc ſoluitur prædicta quæſtio hoc modo, nam dictum eſt quòd diuiſa proportione ſecundæ ad primam per proportionem tertiæ ad quartam exeat $\frac{8}{3}$, & dictum eſt quòd multiplicatio ſecundæ in tertiam, ſit ſeptupla multiplicationi primæ in quartam. Igitur diuiſa proportione ſecūdæ ad primam per proportionem quartæ ad tertiam, exibit $\frac{7}{1}$ quare multiplicabimus in crucem & eſt diuidere vnam per aliam, & habebimus proportionem $\frac{21}{8}$ cuius ℞. id eſt proportio ℞. 21 ad ℞. 8. eſt proportio partium. Dices igitur, fac de 10. duas partes quarum proportio ſit veluti ℞. 21. ad ℞. 8. dicendo per regulam 3. ſi ℞. 21. p̄. ℞. 8. eſſet 10. quid eſſet ℞. 8. multiplica ℞. 8. in 10. fit ℞. 800. diuide per ℞. 21. p̄. ℞. 8. & exit ℞. $99\frac{63}{169}$ m̄. ℞. $37\frac{147}{169}$ & hæc eſt quarta quantitas, tertia erit 10. p̄. ℞. $37\frac{147}{169}$ m̄. ℞. $99\frac{63}{169}$. Deinde pro prima & ſecunda, tu ſcis quòd diuiſa proportione ſecundæ ad primam per proportionem quartæ ad tertiam, exit proportio $\frac{7}{1}$ igitur multiplicata proportione quartæ ad tertiam, per proportionem $\frac{7}{8}$ habebimus proportio-

8	7 ℞. 21
3	1 ℞. 8

nem

R. 99$\frac{92}{169}$ m̃. R. 37$\frac{47}{169}$	7	R. 4871$\frac{1}{9}$ m̃. R. 1855$\frac{104}{9}$
10. p̃. R. 37$\frac{147}{169}$ m̃ R. 99$\frac{9}{169}$	1	10 p̃. R. 37$\frac{97}{169}$ m̃. R. 99$\frac{61}{9}$

nem ſecundæ ad primam eſt autem proportio quartæ ad tertiam hæc cum ſua multiplicatione. Diuide igitur 10. in duas partes ſe habentes in tali proportione, & inuenies primam eſſe R. 5$\frac{1955}{2809}$ m̃ $\frac{10}{53}$ & ſecunda erit 10$\frac{10}{53}$ m̃. R. 5$\frac{1955}{2809}$.

Aliter pro inuenienda prima & ſecunda, pone quòd prima ſit 1. co. ſecunda erit 10. m̃. 1. co quare proportio ſecundæ ad primam erit $\frac{10\ \tilde{m}\ 1\ co.}{1\ co.}$ & quia hæc diuiſa per proportionem tertiæ ad quartam, relinquit proportionem 8. ad 3. igitur diuiſa proportione $\frac{10\ \tilde{m}\ 1\ co.}{1\ co.}$ per $\frac{8}{3}$ exibit proportio tertiæ ad quartam. Diuide igitur $\frac{10\ \tilde{m}\ 1\ co.}{1\ co.}$ per $\frac{8}{3}$ exit $\frac{30\ \tilde{m}\ 3\ co.}{8\ co.}$ & hæc eſt proportio tertiæ ad quartam. Quare diuidemus 10. per 1. p̃. illa proportione, & eſt addere ſemel numeratorem denominatori per dicta in quæſtionibus practicæ erit diuiſor $\frac{30\ \tilde{p}\ 5\ co.}{8\ co.}$ quare proueniet multiplicato denominatore in 10. & diuiſo per numeratorem, ſic enim diuiduntur integra per fracta $\frac{80\ co.}{30\ \tilde{p}\ 5\ co.}$ & hæc eſt quarta pars, & tertia erit reſiduum ad 10. igitur erit 10. m̃ $\frac{80\ co.}{30\ \tilde{p}\ 5\ co.}$ Habes igitur omnes 4. quantitates vt vides. Multiplica pri-

Prima,		Secunda,
1. co.	✕	10. m̃. 1. co.
Tertia,		Quarta,
10. m̃ $\frac{80\ co.}{30\ \tilde{p}\ 5\ co.}$		$\frac{80\ co.}{30.\ \tilde{p}\ 5\ co.}$
100 p̃ $\frac{80.\ cen}{30.\ \tilde{p}\ 5\ co.}$ m̃ 10 co. m̃ $\frac{800.\ co.}{30.\ \tilde{p}\ 5\ co.}$		$\frac{80.\ cen}{30\ \tilde{p}.\ 5\ co.}$

mam in quartam, & habes $\frac{80.\ cen.}{30\ \tilde{p}.\ 5\ co.}$ Multiplica ſecundam in tertiam fit 100. m̃ $\frac{800\ co.}{30\ \tilde{p}.\ 5\ co.}$ p̃. $\frac{80.\ cen.}{30.\ \tilde{p}.\ 5\ co.}$ m̃. 10. co. Et hoc debet eſſe teptuplum multiplicationi primæ in quartam, quod eſt $\frac{560.\ cen.}{30.\ \tilde{p}\ 5.\ co.}$ Igitur multiplica omnia per 30. p̃ 5. co. habebimus 560. cen. æqualia 80. cen. m̃. 50. cen. p̃. 3000. p̃. 500. co. m̃. 300. co. quare tandem 1. cen. p̃. $\frac{20}{53}$ co. æquabitur 5$\frac{35}{53}$ quare res valebit R. 5$\frac{1955}{2809}$ m̃. $\frac{10}{53}$ & hæc erit prima pars, ſecunda igitur erit reſiduum ad. 10. quod eſt 10$\frac{10}{53}$ m̃. R. 5$\frac{1955}{2809}$ & ita habebimus partes vt vides.

Prima,	Secunda,
R. 5$\frac{1955}{2809}$ m̃. $\frac{10}{53}$	10$\frac{10}{53}$ m̃. R. 5$\frac{1955}{2809}$
Tertia,	Quarta,
10. p̃. R. 37$\frac{147}{169}$ m̃. R. 99$\frac{9}{169}$	R. 99$\frac{9}{169}$ m̃ R. 37$\frac{147}{169}$

6 Sexta, Inuenias 5. quantitates continuè proportionales, ita quòd quadratum primæ additum ſummæ omnium faciat quadratum ſecundæ quantitatis. Nota quòd hæc quæſtio dicitur libertatis, quia verificatur in omni proportione, & ideo poſitio libera eſt. Vnde homo ignorans hoc laboraret cum magna difficultate, quærens illud quod non eſt quærendum, & hoc accidit in pluribus caſibus. Quando igitur homo ponit tibi rem difficilem, experiaris ſemper primò hanc regulam libertatis, quia forte in omni poſitione eueniet quod putas accidere in vna tantùm. Pone igitur quòd ſint illæ quantitates in proportione tripla. Igitur prima erit 1. co. ſecunda 3. co. tertia 9. co. quarta 27. co 5ª 81. co. iunge omnes, fiunt 121. co. adde quadratum primæ, fit 1. ce. p̃. 121. co. æqualia quadrato ſecundæ, quod eſt 9. ce. Igitur 8. ce. æquatur 121. co. igitur 8. co. æquantur 121. igitur res valet 15$\frac{1}{8}$ & eſt prima quantitas & reliquæ erunt in proportione tripla conſequentes, vt 45$\frac{3}{8}$ & 136$\frac{1}{8}$ & 408$\frac{3}{8}$ & 1225$\frac{1}{8}$ & per idem ſoluitur hæc.

Inuenias duos numeros in proportione dupla, quorum quadrata ſint æqualia ipſis numeris. Et potes dicere etiam de cubis & de quacunque proportione volueris, & eſt quæſtio facilis. Pone igitur quòd primus ſit 1. co. ſecundus erit 2. co. Horum quadrata ſunt 1. ce. & 4. cen. hæc iuncta faciunt 5. ce. æqualia 3. co. Igitur res valet $\frac{3}{5}$ diuidendo 3. per 5. & ſecunda pars eſt duplum quod eſt 1$\frac{1}{5}$ quæ iuncta faciunt 1$\frac{4}{5}$ & tantum faciunt quadrata etiam horum iuncta, nam quadratum $\frac{3}{5}$ eſt $\frac{9}{25}$ & quadratum 1$\frac{1}{5}$ eſt $\frac{36}{25}$, quæ iuncta faciunt $\frac{45}{25}$ quæ ſunt 1$\frac{4}{5}$ & ex hoc patet etiam talis quæſtio.

Inuenias tres quantitates continuè proportionales in proportione tripla, ita quòd $\frac{1}{26}$ aggregati earum in ſe ductum ſit $\frac{1}{3}$ mediæ quantitatis. Pone quòd prima ſit 1. co. & quia ſecunda eſt tripla erit 3. co. & tertia erit 9. co. Igitur aggregatum 13. co. quare $\frac{1}{26}$ eſt $\frac{1}{2}$ co. & quadratum eſt $\frac{1}{4}$ cen. & hoc eſt $\frac{1}{3}$ de 3. co. quantitatis ſecundæ. Quare $\frac{1}{4}$ cen. æquatur 1. co. igitur 1. cen.

1. co.	3. co.	9. co.	13. co.
	$\frac{1}{2}$ co.	$\frac{1}{4}$ cen.	26.

$\frac{1}{4}$ cen. æqualis 1. co.
1 cen. æqualis 4. co.
Res valet 4.

Partes,		
4.	12.	36.

æquatur 4. co. Igitur res valet 4. & tanta eſt prima quantitas, & ſecunda eſt tripla ei, quare erit 12. & tertia 36. Ex quo patet quòd hæc quæſtio in nullis aliis quantitatibus poteſt verificari, & ex hoc etiam patet talis quæſtio.

Inuenias tres quantitates continuè proportionales, quarum ſecunda eſt 12. & $\frac{1}{4}$ aggregati ductum in ſe facit $\frac{1}{3}$ ſecundæ. quantitatis, igitur facit 4. quod eſt $\frac{1}{3}$ de 12 igitur

igitur fuit 2. Igitur cùm 2. ſit $\frac{1}{16}$ aggregati erit aggregatum 52. Igitur per centeſimam regulam quadrageſimi ſecundi capituli practicæ erunt partes vt priùs 4. 12. 36.

7 Septima, inuenias tres quantitates continuè proportionales, quarum ſecunda ſit ℞. cubica aggregati primæ & tertiæ, & cubus ſecundæ in quadratum ipſius ſecundæ ductus producat quincuplum aggregati omnium trium quantitatum. Pone quòd ſecunda ſit 1. co. Igitur aggregatum primæ & tertiæ eſt 1. cu. igitur aggregatum omnium quantitatum eſt 1. cu. p̃. 1. co. cuba igitur ſecundam fit 1. cu. quadra eandem, fit 1. ce. multiplica 1. ce. in 1. cu. fit 1. p° Rel° & hoc eſt quincuplum ad 1. cu. p̃. 1. co. quare 1. p°. Rel° eſt æquale 5. cu. p̃. 5. co quare ſchiſando 1. ce. ce. æquatur 5. ce. p̃. 5. res valet ℞. 11 $\frac{1}{4}$ p̃. 2 $\frac{1}{2}$ quare aggregatum primæ & tertiæ eſt inueniendum hoc modo: Quadra ℞. v. ℞. 11 $\frac{1}{4}$ p̃. 2 $\frac{1}{2}$, fit ℞.

℞. v. ℞. 11 $\frac{1}{4}$ p̃. 2 $\frac{1}{2}$		
℞. 11 $\frac{1}{4}$ p̃. 2 $\frac{1}{2}$		
	30.	40.
℞. 10125. p̃. 100.		
℞. v. ℞. 10125. p̃. 100.		

11 $\frac{1}{4}$ p̃. 2 $\frac{1}{2}$. Cuba ℞. 11 $\frac{1}{4}$ p̃. 2 $\frac{1}{2}$, fit ℞. 10125. p̃. 100 Accipe ℞. huius, fit ℞. v. ℞. 10125. p̃. 100. huius igitur ℞. v. fac duas partes, quæ inuicem multiplicatæ faciant ℞. 11 $\frac{1}{4}$ p̃. 2 $\frac{1}{2}$ quod eſt quadratum ſecundæ quantitatis, & eodem ferè modo ſoluitur hæc.

Inuenias tres quantitates continuè proportionales, quarum ſecunda ſit ℞. cubica aggregati tertiæ & primæ, & ex productione aggregati ℞. tertiæ, & primæ in differentiam ipſarum radicum producatur ſecunda quantitas. Pone igitur quòd ſecunda ſit 1. co. Igitur aggregatum primæ & tertiæ eſt 1. cu. & quia per primam regulam decimi quinti capituli ex tali multiplicatione producitur differentia primæ & tertiæ, igitur cùm producatur ſecunda quæ eſt 1. co. ex ſuppoſito erit differentia primæ & tertiæ 1. co. Igitur fac de 1. cu. duas partes, quarum differentia ſit 1. co. & erunt partes $\frac{1}{2}$ cu. p̃. $\frac{1}{2}$ co. & $\frac{1}{2}$ cu. m̃. $\frac{1}{2}$ co. Multiplica inuicem, fiunt $\frac{1}{4}$ cen. cu. m̃. $\frac{1}{4}$ cen. & hoc debet eſſe æquale quadrato ſecundæ, quod eſt 1. ce. propter quantitates continuè proportionales. Igitur æquando fient 1. ce. cu. æqualis 5. ce. Quare 1. ce. ce. æquatur 5. igitur media quantitas eſt ℞. ℞. 5. & aggregatum primæ & tertiæ erit ℞. ℞. 125. cubus eius, & quia prima eſt $\frac{1}{2}$ cu. m̃. $\frac{1}{2}$

℞. ℞. 7 $\frac{1}{16}$ m̃. ℞. ℞. $\frac{1}{16}$
℞. ℞. 5.
℞. ℞. 7 $\frac{11}{16}$ p̃. ℞. ℞. $\frac{5}{16}$

co & tertia $\frac{1}{2}$ cu. p̃. $\frac{1}{2}$ co. erit vt diuidamus ℞. ℞. 125. per 16. quod eſt cen. cen. de 2. exit 7 $\frac{1}{16}$ & ſimiliter diuidemus ℞. ℞. 5. per æqualia fit ℞. ℞. $\frac{5}{16}$ igitur quantitates ſunt vt vides.

Octaua, Inuenias tres numeros continuè proportionales, quorum primus ſit ℞. cubica aggregati, & ſecundus cum tertio iunctus faciat 10. Hæc eſt alterius modi à præcedente. Pone igitur primum 1. co. & quia eſt ℞. cubica aggregati, igitur 1. cu. eſt aggregatum, & quia ſecunda & tertia faciunt 10. & prima eſt 1. co. Igitur aggregatum eſt 10. p̃. 1. co. & hoc æquatur 1. cu. Igitur per regulam ſuam cubi æqualis rebus & numero res valet ℞. v. cu. 5. p̃. ℞. 24 $\frac{16}{27}$ p̃. ℞. v. cu. 5. m̃. ℞. 24 $\frac{16}{27}$ & hæc eſt prima quantitas. Dices igitur per capitulum regularum ſupplementi. Diuide 10. in duas partes in continua proportione cum ℞. v. cu. 5. p̃. ℞. 24 $\frac{16}{27}$ p̃. ℞. v. cu. 5. m̃. ℞. 24 $\frac{16}{27}$, & facta diuiſione habebis dictos tres numeros. Per idem ſi dixiſſes quòd prima & tertia forent 10. & ſecunda ℞. cubica aggregati, haberes idem aggregatum, videlicet ſecundam quantitatem ℞. v. cu. 5. p̃. ℞. 24 $\frac{16}{27}$ p̃. ℞. v. cu. 5. m̃. ℞. 24 $\frac{16}{27}$. Deinde oportet operari per centeſimam regulam quadrageſimi ſecundi capituli practicæ loco primæ regulæ ſupplementi. 8

Nona, Inuenias tres numeros continuè proportionales, ex quorum multiplicatione primi in ſecundum, fiant 6. & differentia primi à tertio ſit 13 $\frac{1}{3}$. Pone quòd ſecunda quantitas ſit 1. co. multiplica in ſe fit 1. cen. diuide per $\frac{6}{1.co.}$ exit $\frac{1}{6}$ cu. Habes igitur $\frac{6}{1.co.}$ & $\frac{1}{6}$ cu. quorum differentia æquatur 13 $\frac{1}{3}$. Dices igitur 13 $\frac{1}{3}$ p̃. $\frac{6}{1.co.}$ æquatur $\frac{1}{6}$ 9

	6.	13 $\frac{1}{3}$	
$\frac{6}{1.co.}$	1. co.		$\frac{1}{6}$ cu.
	1. co.		
6.	13 $\frac{1}{3}$ co.		$\frac{1}{6}$ ce. ce.
	6.		
36.	80. co.		1. ce. ce.
℞. 54. m̃. 6.	℞. 6. p̃. 2.	℞. 54. p̃. 7 $\frac{1}{3}$	

cu. Multiplica omnia per 1. co. deinde per 6. habes 80. co. p̃. 36. æqualia 1. cen. cen. quare per capitulum trigeſimum octauum res valebit ℞. 6. p̃. 2. & hæc eſt media quantitas, quare cùm ex prima in ſecundam fiat 6. diuide 6. per ℞. 6. p̃. 2. exit ℞. 54. m̃. 6. prima quantitas. Et quia prima differt à tertia in 13 $\frac{1}{3}$ igitur tertia eſt ℞. 54. p̃. 7 $\frac{1}{3}$ & tales quantitates ſunt continuè proportionales, & productum primæ in tertiam, ſiue ſecundæ in ſeipſam eſt 10. p̃. ℞. 96.

Decima, Dixit Princeps Aſtrologo quantum viuam? Dixit Aſtrologus 5. radicibus annorum quos habeo ſuperuiues. Iterum dixit Princeps Aſtrologo, quot annis superuiues tu? Reſpondit Aſtrologus, 10. radicibus cubicis annorum quos habes, iam porrò anni quos habeo & anni quos ſuperuiues & anni quos habes & anni quibus ſuperuiuam ſunt in continua proportione. Quæritur quot annorum erat vnuſquiſque, & quot annis ſuperuiuet. Pone igitur quòd 10

Aſtrologus

Aſtrologus haberet 1.cen. annorum, igitur Princeps ſuperuiuet 5. co. annorum quæ ſunt 5. radices annorum Aſtrologi. Et quia anni quos habet Princeps ſunt in continua proportione, dices ſi 1. cen. producit 5. co. quid producet 5. co. multiplica 5. co. in ſe fit 25. cen. diuide per 1. cen. exit 25. & tot annos habebat Princeps. Deinde dic ſi 1. cen. producit 5. co. quid producet 25. multiplica 25. in 5. co. fit 125. co. diuide per 1. cen. exit $\frac{125}{1\,co.}$ & hoc eſt tempus quo

1. cen.	5. co.	25. anni	$\frac{125}{1\,co.}$

ſuperuiuet Aſtrologus: ſed hoc debet æquari 10. radicibus cubicis temporis quod habet Princeps. Tale tempus eſt 25. anni vt viſum eſt, igitur accipiemus 10. ℞. cubas 25. & erunt ℞. cuba 25000. & hoc æquatur $\frac{125}{1\,co.}$ Igitur multiplica omnia per 1. co. erit 125. æqualo ℞. cu. 25000. cu. cubando igitur vtramque partem, habebimus 1953125. æqualia 25000. cu. Diuide igitur 1953125. per 25000. exit 78 $\frac{1}{8}$ igitur ℞. cu. 78 $\frac{1}{8}$ eſt valor rei. Cùm igitur anni vitæ iam exacti Aſtrologi ſint 1. cen. erunt igitur ℞. cu. 7103 $\frac{33}{64}$, & quia anni quibus ſuperuiuet Princeps, ſunt 5. co. multiplicabimus 5. in ℞. cu. 78 $\frac{1}{8}$ & fit ℞. cu. 6765 $\frac{5}{8}$ & tot annis ſuperuiuet Princeps. Anni autem exacti Re-

Anni exacti Aſtrologi	Anni quibus viuet
℞. cu. 6103 $\frac{33}{64}$	℞. cu. 25000.
Anni exacti Regis	Anni quibus viuet
25	℞. cu. 9765 $\frac{5}{8}$

gis fuerant 25. & anni quibus ſuperuiuet Aſtrologus ſunt $\frac{125}{1\,co.}$ igitur diuide 125. per ℞. cu. 78 $\frac{1}{8}$ exit ℞. cu. 25000.

11 Vndecima, Fac de 2 $\frac{1}{2}$ duas tales partes ita quòd ſi addatur tertia in continua proportionalitate, productum ſecundæ in tertiam ſit 12. Poſui autem 2 $\frac{1}{2}$ ad facilitatem, quæſitum eſt enim generale. Pone igitur quòd vna partium quæ eſt media ſit 1. co. igitur ſi ipſa multiplicata in tertiam facit 12. igitur tertia quantitas eſt $\frac{12}{1\,co.}$ Dic igitur ſi $\frac{12}{1\,co.}$ eſſet 1. co. quid eſſet 1. co. per regulam trium multiplica 1. co. in ſe fit 1. cen. diuide per $\frac{12}{1\,co.}$ fit $\frac{1}{12}$ cu. per dicta in libro practicæ de diuiſionibus, nam cùm diuidis per aliquam fractionem multiplica diuidendum per denominatorem, & productum diuide per nume-

	2 $\frac{1}{2}$	
$\frac{12}{1\,co.}$	1. co.	$\frac{1}{12}$ cu.
	12. co. p̄. 1. cu. æqualia 30.	

Partes
prima 2 $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. cu. 2. m̄. ℞. cu. 32.
ſecunda ℞. cu. 32. m̄. ℞. cu. 2.
tertia 1 $\frac{1}{4}$ p̄. ℞. cu. 65 $\frac{67}{125}$ p̄. ℞. cu. $\frac{68}{125}$

ratorem, habes igitur ſecundam partem 1. co. & tertiam $\frac{1}{12}$ cu. æqualia 2 $\frac{1}{2}$ & ex conſequenti multiplicando omnia per 12. habebis 1. cu. p̄. 12. co. æqualia 30. quare per regulam cubi & rerum æqualium numero quantitas media quæ eſt 1a co. valebit ℞. cu. 32. m̄. ℞. cu. 2. Hanc detrahe ex 2 $\frac{1}{2}$ fiet prima 2 $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. cu. 2. m̄. ℞. cu. 32. & tertia erit diuidendo 12. per ℞. cu. 32. m̄. ℞. cu. 2. per quæſtionem 159. libri practicæ & habebis 30. pro diuiſore, & erit pars tertia ℞. cu. 65 $\frac{67}{125}$ p̄. 1 $\frac{1}{4}$ p̄. ℞. cu. $\frac{68}{125}$.

Duodecima, Inuenias tres quantitates continuè proportionales quarum productum primæ in ſecundam faciat 6. & quadrata ſecundæ & tertiæ ſimul iuncta faciant 1 $\frac{1}{4}$. Hæc eſt ſimilis præciſè præcedenti excepto quòd habitis partibus oportet quadrare eas, quare habebis 1. cu. cen. p̄. 36. cen. æqualia 48. multiplicatis partibus per 36. Igitur per regulam ſuam inuenies duos numeros producentes 1728. qui eſt cubus de 12

	1 $\frac{1}{2}$	
$\frac{6}{1\,co.}$	1. co.	$\frac{1}{6}$ cu.
	1. cen.	$\frac{1}{36}$ cu. ce.

1. cu. ce. p̄. 36. ce. æqualia 48.

Valor rei.

℞. v. ℞. cu. 72. m̄. ℞. cu. 24.

12. quod eſt tertia pars cenſuum, & tales differant in 48. Tales igitur erunt 24. & 72. quare valor rei erit ℞. v. ℞. cu. 72. m̄. ℞. cu. 24. & hæc erit ſecunda quantitas: & tertia erit ℞. v. 1 $\frac{1}{4}$ p̄. ℞. cu. 24. m̄. ℞. cu. 72. & prima erit illud quod fit diuiſo 6. per ℞. v. ℞. cu. 72. m̄. ℞. cu. 24.

Decima tertia, Inuenias 5. numeros continuè proportionales quorum ℞. quinti ſit 13
tripla ei quod prouenit diuiſo tertio per primum, & productum quadrati primi in quartum ſit æquale quadrato ſecundi. Tu ſcis ex capitulo quòd prima quantitas neceſſariò eſt 9. & quia multiplicatio quartæ in quadratum primæ eſt æqualis quadrato tertiæ, igitur poſita ſecunda 1. co. erit tertia $\frac{1}{9}$ cen. & quarta $\frac{1}{81}$ cu. quare multiplicato $\frac{1}{81}$ cu. in quadratum primæ quòd eſt 81. fit 1. cu. & hoc æquatur $\frac{1}{81}$ ce. ce. quod eſt quadratum tertiæ quantitatis. Igitur 1. ce. ce. æquatur 81. cu. igitur res valet 81. & ſecunda quantitas eſt 81. tertia autem 729. & quarta 6561. & quinta 59049. cuius ℞. eſt 243. quod eſt triplum ad 81. & eſt proportio tertiæ ad primam. Et ita poteris multas ſoluere quæſtiones tales.

Decima quarta, Fac de 10. partes 3. continuè proportionales, ita quod productum 14
ſecundæ in tertiam ſit triplum quadrato primæ, pone quod prima ſit 1. ſecunda 1. co. tertia 1. cen. multiplica primam in ſe fit 1. multiplica ſecundã in tertiam fit 1. cu. igitur 1. cu. eſt triplum ad 1. Igitur 1. cu. æquatur 3. igitur valor rei eſt ℞. cu. 3. & quia tertia quantitas eſt 1. cen. igitur erit ℞. cu. 9. Habes igitur tres quantitates continuè proportionales ex quarum multiplicatione ſecundæ in tertiam fit triplum primæ &

ſunt 1. & ℞. cu. 3. & ℞. cu. 9. ſed hæ iunctæ non faciunt 10. dic igitur, ſi ℞. cu. 9. p̄. ℞. cu. 3. p̄. 1. foret 10. quid eſſet ℞. cu. 9. & ℞. cu. 3. & 1. multiplica quamlibet partem in 10. & fiunt ℞. cu. 9000. & ℞. cu. 3000. & 10. diuide per illud trinomium proportionale multiplicando ipſum per ſuum reciſum vt in quæſtione capituli ſexageſimi ſexti fit diuiſor 6. & diuidendi vt vides. Vnde facta diuiſione prodibunt partes hæ prima ℞. cu. 375. m̄. 5. ſecunda ℞. cu. 1125. m̄. ℞. cu. 375. tertia ℞. cu. 3375. m̄. ℞. cu. 1125. Sed ℞. cu. 3375. eſt 15. ideo tertia erit 15. m̄. ℞. cu. 1125.

℞. cu. 9. p̄. ℞. cu. 3. p̄. 1.		10. ℞. cu. 9. ℞. cu. 3. 1.
℞. cu. 9.	℞. cu. 3.	1.
10.	10.	10.
℞. cu. 9000.	℞. cu. 3000.	10.
Diuiſor ℞. cu. 9. p̄. ℞. cu. 3. p̄. 1.		
Reciſum ℞. cu. 81. m̄. 3.		
Diuiſor 6.		
℞. cu. 9000.	℞. cu. 3000.	10.
℞. cu. 81. m̄. 3.	℞. cu. 81. m̄. 3.	℞. cu. 81. m̄. 3.
℞. cu. 729000. m̄. ℞. cu. 243000.	℞. cu. 243000. m̄. ℞. cu. 81000.	℞. cu. 81000. m̄. 30.
6.	6.	6.
℞. cu. 3375. m. ℞. cu. 1125.	℞. cu. 1125. m. ℞. cu. 375.	℞. cu. 375. m̄. 5.
Partes		
Prima ℞. cu. 375. m̄. 5.		
Secunda ℞. cu. 1125. m̄. ℞. cu. 375.		
Tertia 15. m̄. ℞. cu. 1125.		
Quadratum primæ ℞. cu. 140625. p̄. 25. m̄. ℞. cu. 375000.		
Productum ſecundæ in tertiam ℞. cu. 3796875. p̄. 75. m̄. ℞. cu. 10125000.		

quamobrem erit vt partes ſint inuentæ. Quod autem iunctæ faciant 10. patet quia deductis ℞. cu. 1125. p̄. & m̄. & ℞. cu. 375. p̄. & m. remanent 15. m̄. 5. quod eſt 10. Productum verò ex ſecunda in tertiam eſt ℞. cu. 3796875. p̄. 75. m̄. ℞. cu. 10125000. & hoc eſt triplum quadrato primæ quod eſt ℞. cu. 140625. p̄. 25. m̄. ℞. cu. 375000. Quod etiam ſint continuè proportiobales patet multiplicando ſecundam in ſe & primam in tertiam, talia enim producta ſunt æqualia. Per idem ſoluitur hæc,

Fac de 10. partes tres continuè proportionales ita quòd quadratum tertiæ ſit quadruplum aggregato quadratorum ſecundæ & primæ. Oportet in hoc primò inuenire proportionem ſicut in decima quæſtione. Pone igitur quòd prima ſit 1. ſecunda 1. co. tertia 1. cen. Quadra habebis 1. cen. cen. quadruplum de 1. cen. p̄. 1. quare 1. cen. cen. æquatur 4. cen. p̄. 4. Igitur res valet ℞. v. ℞. 8. p̄. 2. erunt igitur partes 1. & ℞. v. ℞. 8. p̄. 2. & ℞. 8. p̄. 2. Deinde dic ſi ℞. 8. p̄. 3. p̄. ℞. v. ℞. 8. p̄. 2. Producit 10. quid producet 1. & ℞. 8. p̄. 2. & ℞. v. ℞. 8. p̄. 2. Et ita de aliis.

15 Decima quinta, Fac de 10. tres partes continuè proportionales ita quòd quadrata primæ & tertiæ ſint triplum quadrato ſecundæ. Hæc ſoluitur generaliter, ita quòd ſi dicas quòd ſit quadratum primæ & ſecundæ quintuplum quadrato tertiæ ſoluitur eodem modo mutatis mutandis. Conſtat igitur quòd ſi partes ſunt continuè proportionales, quòd etiam quadrata ſunt continuè proportionalia. Igitur ſi quadratum ſecundæ partis eſſet 1. igitur aggregatum quadratorum primæ & tertiæ eſſet 3. & quia 3. componitur ex duabus quantitatibus (vt dixi) in quarum medio cadit 1. igitur faciemus de 3. duas partes, in quarum medio cadat 1. per 116. regulam 42. capituli & erunt $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ & $1\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $1\frac{1}{4}$. Habebimus igitur tres quantitates in proportione prædictorum quadratorum quærendorum. Igitur cùm quæramus ℞. & non quadrata, erunt ℞. v. prædictorum quales quæruntur. Erit igitur (poſita quantitate media 1.) prima quantitas ℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ & tertia erit

$1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ 1. $1\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $1\frac{1}{4}$

℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ 1. ℞. v. $1\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $1\frac{1}{4}$

10.

10.

℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ p̄. 1. p̄. ℞. v. $1\frac{1}{2}$ ℞. $1\frac{1}{4}$

℞. v. $1\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $1\frac{1}{4}$. Dic igitur ſi hoc totum aggregatum trium quantitatum eſſet 10. quid eſſet 1. quantitas media, multiplica 1. in 10. fit 10. diuide 10. per 1. p̄. ℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ p̄. ℞. v. $1\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ & quod exit eſt quantitas media, qua inuenta per 116^{am} regulam, habebis primam & 3^{am} quantitatē.

Et ſimiliter ſi diceret quòd quadratum primæ & tertiæ iuncta eſſent triplum quadratis primæ & ſecundæ, poneres primam 1, ſecundam 1. co, tertiam 1. ce. & haberes 1. ce. ce. p̄. 1. triplum ad 1. ce. p̄. 1. Quare 1. ce. ce. æquatur 3. cen. p̄. 2. quare quantitates erunt prima 1. ſecunda ℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $4\frac{1}{4}$, tertia $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $4\frac{1}{4}$. quare diuide 10. per hoc & habebis primam partē.

In primo igitur caſu ſi facias poſitionem de 1. & 1. co. & 1. ce. habebis 1. ce. ce. p̄. 1. æqualia 3. ce. quare res valet ℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞.

p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ & hæc eſt ſecunda quantitas. Igitur tertia erit $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$. Igitur aggregatum erit $2\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ p̄. ℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$. Huius igitur quære reciſum, & pone ℞. v. per m̄. habebis productum vt vides. Quare detrahendo ſimile à ſimili fiet produ-

$2\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ | p̄. ℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$
$2\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ | m̄. ℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$

$7\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $31\frac{1}{4}$ | m̄. $1\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $1\frac{1}{4}$
6. p̄. ℞. 20.
6. m̄. ℞. 20.
16.

$2\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ m̄. ℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$
6. m̄. ℞. 20.

15. p̄. ℞. 45. p̄. ℞. v. 30. p̄. ℞. 500. m̄. ℞. 125. m̄. 5. m̄. ℞. v. 54. p̄. 1620.
& eſt 10. m̄. ℞. 20. p̄. ℞. v. 30. p̄. ℞. 500. m̄. ℞. v. 54. p̄. ℞. 1620.

$\frac{5}{8}$

$6\frac{1}{4}$ m̄. ℞. $7\frac{13}{16}$ p̄. ℞. v. $11\frac{11}{12}$ p̄. ℞. $76\frac{101}{1024}$ m̄. ℞. v. $21\frac{1}{12}$ p̄. ℞. $247\frac{197}{1024}$

ctum 6. p̄. ℞. 20. Huius quære reciſum quod eſt 6. m̄. ℞. 20. fiet igitur multiplicando diuiſor 16. multiplica igitur ſecundum reciſum in primum fiet 10. m̄. ℞. 20. p̄. ℞. v. 30. p̄. ℞. 500. m̄. ℞. v. 54. m̄. ℞. 1620. Diuide igitur 10. diuidendum per 16. exit $\frac{5}{8}$, multiplica $\frac{5}{8}$ in ſupràdictum productum habebis primam partem ex his $6\frac{1}{4}$ m̄. ℞. $7\frac{13}{16}$ p̄. ℞. v. $11\frac{11}{12}$ p̄. ℞. $76\frac{101}{1024}$ m̄. ℞. v. $21\frac{1}{12}$ p̄. ℞. $247\frac{197}{1024}$ qua primâ parte habita habebis reliquas per poſitionem factam.

16 Decima ſexta, Fac de 10. partes 4. continuè proportionales ita quòd quadrata primæ & quartæ ſint ſexquialtera quadratis ſecundæ & tertiæ. Pone igitur quod quadrata ſecundæ & tertiæ ſint 1. igitur quadrata primæ & quartæ erunt $1\frac{1}{2}$, igitur ex quinquageſimo primo capitulo cum talia quadrata ſint continuè proportionalia, inueniemus primam partem eſſe $\frac{1}{6}$, ſecundam $\frac{1}{3}$, tertiam $\frac{2}{3}$, quartam $1\frac{1}{3}$. Igitur proportio quadratorum eſt dupla, quare proportio erit vt 1. 2. 4. 8. & proportio quantitatum erit vt ℞. 1. ℞. 2. ℞. 4. ℞. 8. Iunge omnia, faciunt 3. p̄. ℞. 18. Dic igitur ſi 3. p̄. ℞. 18. eſſet 10. quid erit 1. & quid erit ℞. 2. & quid erit 2. & quid erit ℞. 8. Quære reciſum de ℞. 18. p̄. 3. & eſt ℞. 18. m̄. 3. & productum quod eſt diuiſor eſt 9. Multiplica ℞. 18. m̄. 3. in productum ex 10. in 1. ℞. 2. 2. & ℞. 8. & diuide per 9. habebis primam partem ℞. $22\frac{2}{9}$ m̄. $3\frac{1}{3}$, ſecundam $6\frac{2}{3}$ m̄. ℞. $22\frac{2}{9}$, tertiam ℞. $88\frac{8}{9}$ m̄. $6\frac{2}{3}$, quartam $13\frac{1}{3}$ m̄. ℞. $88\frac{8}{9}$. Hæ autem partes ſi rectè conſideras faciunt 10. præciſè. Quòd autem ſint continuè proportionales patet multiplicando primam in tertiam, fit $44\frac{4}{9}$ p̄. $22\frac{2}{9}$ m̄. duplo eius quod fit ex ℞. $22\frac{2}{9}$ in $6\frac{2}{3}$ & eſt ℞. producti ex $44\frac{4}{9}$ in $22\frac{2}{9}$: multiplicata autem ſecunda in ſe fit idem, nam producitur $44\frac{4}{9}$ p̄. $22\frac{2}{9}$ m̄. duplo eius quod fit ex ℞. $22\frac{2}{9}$ in $6\frac{2}{3}$ quare patet ſecundum; quoniam quarta in ſecundam multiplicata producit quadratũ tertiæ,

Aggregatum ℞. 18. p̄. 3.			
Reciſum ℞. 18. m̄. 3.			
Diuiſor 9.			
1. / 10.	℞. 2. / 10.	2. / 10.	℞. 8. / 10.
10. ℞. 18. m̄. 3. ℞. 1800. m̄. 30. / 9.	℞. 200. ℞. 18. m̄. 3. 60. m̄. ℞. 1800. / 9.	20. ℞. 18. m̄. 3. ℞. 7200. m̄. 60. / 9.	℞. 800. ℞. 18. m̄. 3. 120. m̄. ℞. 7200. / 9.
℞. $22\frac{2}{9}$ m̄. $3\frac{1}{3}$	$6\frac{2}{3}$ m̄. ℞. $22\frac{2}{9}$	℞. $88\frac{8}{9}$ m̄. $6\frac{2}{3}$	$13\frac{1}{3}$ m̄. ℞. $88\frac{8}{9}$

Quod autem quadrata quartæ & primæ ſint dimidium plus quadratis ſecundæ & tertiæ patet. Quadra $6\frac{2}{3}$ m̄. ℞. $22\frac{2}{9}$ fit $66\frac{2}{3}$ m̄. ℞. $3950\frac{50}{81}$. Quadra ℞. $88\frac{8}{9}$ m̄. $6\frac{2}{3}$, fit $133\frac{1}{3}$ m̄. ℞. $15802\frac{38}{81}$ quæ iunctæ faciunt 200. m̄. ℞. $35555\frac{5}{9}$. Quadra primam, fit $33\frac{1}{3}$ m̄. ℞. $987\frac{53}{81}$. Quadra quartam, fit $266\frac{2}{3}$ m̄. ℞. $63209\frac{71}{81}$ quæ iũctæ faciunt 300. m̄. ℞. 80000. ſed 300. m̄. ℞. 80000. eſt dimidium plus de 200. m̄. ℞. $35555\frac{5}{9}$.

17 Decima ſeptima, Diuide 8. in tres partes continuè proportionales, ita quòd diuiſa ſecunda per primam, & tertia per ſecundam, atque etiam diuiſa tertia per primam, aggregata iuncta ſint 20. Tunc ſcis quòd diuiſa tertia per primam prouentus æquatur producto ex prouentu diuiſionis ſecundæ per primam in prouentum diuiſionis tertiæ per ſecundam, quia proportio eſt duplicata ex regula 42ª capituli practicæ. Igitur oportebit facere de 20. duas partes quarum quadratũ dimidij minoris æquetur maiori quantitati. Pro quo faciendo adde 1. ad 20. pro regula fit 21. & huius accipe ℞. fit ℞. 21. ab hoc minue 1. pro regula fit ℞. 21. m̄. 1. & hæc eſt ſemper proportio. Pone igitur primam partem 1. igitur ſecunda erit ℞. 21. m̄. 1. Quadra ℞. 21. m̄. 1. fit 22. m̄. ℞. 84. iunge ſimul partes fiunt 22. m̄. ℞. 21. Dic igitur ſi 22. m̄. ℞. 21. eſſet 8. quid eſſet 1. multiplica 1. in 8. fit 8. diuide per 22. m̄. ℞. 21. exit

1. | ℞. 21. m̄. | 22. m̄. ℞. 84.

$\frac{176}{463}$ p̄. ℞. $\frac{1344}{214369}$ & hæc eſt prima pars quam multiplicabis per ℞. 21. m̄. 1. (& eſt proportio) & habebis ſecundam, qua iterum multiplicata per ℞. 21. m̄. 1. habebis tertiam.

Decima octaua, Inuenias 4. quantitates continuè proportionales quarum prima ſit 2. & productum aggregati illarum in 1. m̄. proportione, producat 20. Adde primam quantitatem ad tale productum, fit 22. 18

diuide per proportionem ponendo proportionem 1. co. Diuiſo igitur 22. per 1. co. fit $\frac{22}{1.co.}$ & hæc eſt quarta quantitas, hanc diuide per proportionem habebis $\frac{22}{1.ce.}$ pro tertia. Hoc diuide per 1. co. exibit $\frac{22}{1.cu.}$ pro ſecunda, hoc diuide per 1. co. exit $\frac{22}{1.ce.ce.}$ pro prima, & hoc eſt æquale 2. Igitur multiplica omnia per diuiſorem, habebis 22. æqualia 2. ce. ce. quare 11. æquatur 1. ce. ce. igitur proportio eſt ℞. ℞. 11.

2. | ℞. ℞. 176. | ℞. ℞. 1936. | ℞. ℞. 21296.
℞. ℞. 11. m̄. 1.

℞. ℞. 176. p̄. ℞. ℞. 1936. p̄. ℞. ℞. 21296. p̄. ℞. ℞. 234256.
m̄. ℞. ℞. 176. m̄. ℞. ℞. 1936. m̄. ℞. ℞. 21296. m̄. 2.

Remanent ℞. ℞. 234256. m̄. 2. quod eſt 20.

Quantitas igitur ſecunda eſt ℞. ℞. 176. & tertia eſt ℞. ℞. 1936. & quarta eſt ℞. ℞. 21296. Hæ igitur iunctæ & multiplicatæ in ℞. ℞. 11. m̄. 1. faciunt 20.

19 Decima nona, Fac de 10. tres partes continuè proportionales, ita quòd ducta prima in aggregatum ſecundæ & tertiæ fiat 8. & ducta tertia in aggregatum primæ & ſecundæ, fiat 12. Scias quòd talia producta ſunt in proportione ipſarum quantitatum. Igitur cùm proportio 12. ad 8. ſit ſexquialtera, erit proportio ipſarum quantitatum ſexquialtera, quare prima erit $2\frac{2}{19}$, ſecunda $3\frac{3}{19}$, tertia $4\frac{14}{19}$: ipſæ autem non poſſunt producere dictos numeros quare quæſtio eſt impoſſibilis & ideo benè aduerte ne decipiaris. Si verò dicat ſic

Fac de 10. tres partes continuè proportionales, ita quòd productum primæ in ſecundam & tertiam, item tertiæ in primam & ſecundam faciat 20. Tunc tu ſcis quòd talia producta æquantur ei quod fit ex media quantitate in aggregatum, & ex media quantitate in ſeipſam. Pone igitur mediam 1. co. erit vt multiplicando in ſe & in 10. fiat 1. ce. p̄. 10. co. & hoc eſt æquale 20. igitur res valet ℞. 45. m̄. 5. & reſiduum erit 15. m̄. ℞. 45. Quare partes erunt $7\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $11\frac{1}{4}$ m̄. ℞. v. ℞. 4500. m̄. ℞. $2531\frac{1}{4}$ m̄. $2\frac{1}{4}$, ſecunda erit ℞. 45. m̄. 5. & tertia erit $7\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $11\frac{1}{4}$ p̄. ℞. v. ℞. 4500. m̄. ℞. $2531\frac{1}{4}$ m̄. $2\frac{1}{4}$

20 Vigeſima, Diuide 10. in tres partes continuè proportionales, ita quòd diuiſa ſecunda per primam, exeat 8. Hoc non eſt aliud dicere quàm diuide 10. in tres partes continuè proportionales in proportione octupla. Et ſi dixiſſet quòd exiret 12. dixiſſem quòd eſſent proportionales in proportione duodecupla. Poſita igitur prima parte 1. co. ſecunda erit 8. co. & tertia 64. co. quare aggregatum erit 73. co. æquales 10. res igitur valet $\frac{10}{73}$ & eſt prima quantitas, & ſecunda octuplum quod eſt $1\frac{7}{73}$, & tertia $8\frac{56}{73}$. Si verò dicat hoc modo,

Diuide 10. in tres partes continuè proportionales, ita quod diuiſo aggregato aliarum per quamlibet illarum & prouenientia iuncta facerent 17. tunc hic eſt alius modus quærendi valde diuerſus à præcedente. Scias igitur quòd diuidere aggregatum aliarum, & diuidere totum aggregatum quod eſt 10. differentia in qualibet parte eſt 1. veluti ſi vna pars ſit 3. & aggregatum aliarum neceſſariò erit 7. diuidere igitur 10. per 3. exit ſemper 1. p̄. quàm diuidere 7. per 3. Igitur cùm diuiſores ſint 3. erunt exeuntia diuidendo totum 26. eſt igitur ſemper addendum 3. pro regula ad numerum quemuis prouenientem. Cùm igitur debeat prouenire 17. dices quòd ſi diuideres 10. per quamlibet illarum prouenientia erunt 20. æquiualet igitur hæc quæſtio addendo 3. quæſtioni 77^{a}. Igitur dic diuide 10. in tres partes continuè proportionales, ita quòd diuiſo 10. per quamlibet illarum ex aggregatis prouentibus proueniat 20. & manifeſtum eſt ex ſeptuageſima ſeptima quæſtione quòd partes erunt maior 5. m̄. ℞ $1\frac{1}{4}$ p̄. ℞. v. $21\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 125. media eſt ℞. 5. minor 5. m̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ m̄. ℞. v. $21\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 125.

Vigeſima prima, Fuit fornax capacitatis pedum 3000. habens longitudinem maiorem latitudine 20. pedibus, & latitudo maior eſt altitudine 20. pedibus. Quæritur quantum fuit longa, alta & profunda; Pone quòd latitudo quæ eſt media inter altitudinem & longitudinem ſit 1. co. igitur erit longitudo 1. co. p̄. 20. & altitudo 1. co. m̄. 20. Multiplica longitudinem in altitudinem fiunt 1. ce. m̄. 400. multiplica hoc in latitudinem fiunt 1. cu. m̄. 400. co. æqualia 3000. Igitur 400. co. p̄. 3000. æquantur 1. cu. Diuide 400. per decimam ſextam regulam in duas partes, ita quòd ℞. vnius ducta in alteram faciat 300. & erunt partes 300. & 100. Igitur diuide ℞. 100. quæ eſt 10. fit 5. quadra fit 25. adde ad 300. fit 325. accipe ℞. quæ eſt ℞. 325. cui adde dimidium ℞. 100. quod fuit 5. erit valor rei ſiue latitudo ℞. 325. p̄. 5. & longitudo erit 25. p̄. ℞. 325. & altitudo ℞. 325. m̄. 15. ductæ enim hæ inuicem faciunt 3000. & differentia eſt 20. pedum in vtroque, nam ex ductu ℞. 325. p̄. 5. in ℞. 325. p̄. 25. fit 450. p̄. ℞. 292500. ex hoc autem in ℞. 325. m̄. 15. fit ℞. 95062500. p̄. ℞. 65812500. m̄. ℞. 65812500. m̄. 6750. ſed ℞. 65812500. p̄. & m̄. nihil faciunt. Igitur productum eſt ℞. 95062500. m̄. 6750. ſed ℞. 95062500. eſt 9750. Igitur tale productum eſt 9750. m̄. 6750. & hoc eſt 3000. præciſè.

Vigeſima ſecunda, Fuit Camera cuius capacitas cum toto ambitu fuit 16. perticarum & ipſa camera quadrata erat. Quæritur capacitas & ambitus. Tu ſcis quòd camera ambitur 6. ſuperficiebus ſicut cubus. Dices igitur 1. cu. p̄. 6. cen. æquantur 16. quare res valet ℞. 22

12. m̄.

12. m̃. 2. & parietes erunt 16. m̃. ℞. 192. & ambitus, id eſt ſex parietes

R:a, ℞. 12. m̃. 2.
cenſus, 16. m̃. ℞. 192.
6. cenſus 96. m̃. ℞. 6912.
Cubus, ℞. 6912. m̃. 80.
Aggregatum, 16.

erunt 96. m̃. ℞. 6912. cubus autem ℞. 12. m̃. 2. erit ℞. 6912. m̃. 80. quare iunctus cubus cum 6. ſuperficiebus facit 16. vt vides in figura.

23 Vigeſima tertia, Inuenias numerum binomium ex ℞. v. & ℞. ſimplici æquale 5. Si velles ex duabus ℞. v. dictum eſt in capitulo ſecundo in fine: nunc autem dicimus in aliis quæ ſunt diuerſæ. Accipe igitur ℞. cuiuſlibet numeri qui non ſit quadratus, & ſit ℞. 2. vtpote & ſi vis binomium minue à 5. fit 5. m̃. ℞. 2. quadra fit 27. m̃. ℞. 200. huius accipe ℞. v. quæ eſt ℞. v. 27. m̃. ℞. 200. & ei adde ℞. 2. habebis ℞. v. 27. m̃. ℞. 200. p̃. l. ℞. 2. æqualia 5. Et ſi voluiſſes per viam reciſi adde ℞. 2. ad 5. fit 5. p̃. ℞. 2. cuius quadratum eſt 27. p̃. ℞. 200. huius ℞. v. eſt ℞. v. 27. p̃. ℞. 200. à qua minue ℞. 2. fiet ℞. v. 27. p̃. ℞. 200. m̃. l. ℞. 2. æqualia 5. Et ſi addidiſſes ℞. 3. fieret 5. p̃. ℞. 3. & quadratum eius 28. p̃. ℞. 300. cuius ℞. v. eſt ℞. v. 28. p̃. ℞. 300. ab hac minue ℞. 3. habebis iterum ℞. v. 28. p̃. ℞. 300. m̃. l. ℞. 3. æqualia 5. & è contrà minuendo habuiſſes conuerſum. Quod ſi addidiſſes maius quàm 5. vtpote ℞. 30. haberes ℞. 30. p̃. 5. cuius quadratum eſt 55. p̃. ℞. 3000. cuius ℞. v. eſt ℞. v. 55. p̃. ℞. 3000. detrahe ℞. 30. fit ℞. v. 55. p̃. ℞. 3000. m̃. l. ℞. 30. æqualia iterum 5. Et è contrà minuendo non poteſt fieri, quia ℞. 30. non poteſt minui à 5. quia maior non poteſt auferri de minore. Et ita vides quòd per hunc modum ſemper fit in primo vel quarto genere binomij vel reciſi, & quod ℞. ſimplex eſt minor vniuerſali, & quod infinitæ dantur æquiualentiæ cuilibet numero. Idem fac de ℞.

5.
℞. v. 27. m̃. ℞. 200. p̃. l. ℞. 2.
℞. v. 27. p̃. ℞. 200. m̃. l. ℞. 2.
℞. v. 28. m̃. ℞. 300. p̃. l. ℞. 3.
℞. v. 28. p̃. ℞. 300. m̃. l. ℞. 3.
℞. v. 55. p̃. ℞. 3000. m̃. l. ℞. 30.
Omnia hæc ſupraſcripta æquiualent.

24 Vigeſima quarta, Inuenias duos numeros qui tantum faciant multiplicati quantum iuncti, & eorum cubi iuncti faciant $25\frac{1}{27}$. Quòd dico de hoc numero dico de aliis, ſed poſui ob commoditatem. Soluitur per regulam de duplo & per capitulum vigeſimum nonum. Pone igitur quòd aggregatum eorum ſit 1. co. Igitur cùm aggregatum æquetur producto vnius partis in alteram, igitur productum vnius in alterum eſt etiam 1. co. Fac igitur ex 1. co. duas partes ex quarum multiplicatione vnius in alterum fiat 1. co. & erunt per centeſimam regulam vel centeſimam decimam ſextam quadrageſimi ſecundi capituli practicæ partes $\frac{1}{2}$ co. p̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ cen. m̃. 1. co. & $\frac{1}{2}$ co. m̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ cen. m̃. 1. co. Cuba igitur has partes & iunge ſimul, & quia vides quòd cubus binomiorum ſit ex triplo quadrati vnius partis in alteram cum quadrato eiuſdem partis, & quia partes ſunt æquales p̃. & m̃. & primæ partes etiam ſunt æquales, ideo ſufficiet multiplicare triplum quadrati ſecundæ partis cum quadrato primæ, & eſt totum 1. cen. m̃. 3. co. eo quòd triplum quadrati ſecundæ partis eſt $\frac{3}{4}$ cen. m̃. 3. co. & quadratum primæ partis eſt $\frac{1}{4}$ cen. igitur totum eſt 1. cen. m̃. 3. co. multiplica in $\frac{1}{2}$ co. fient partes $\frac{1}{2}$ cu. m̃. $1\frac{1}{2}$ cen. igitur iunctæ fient 1. cu. m̃. 3. cen. æqualia $25\frac{1}{27}$. Igitur 1. cu. æquatur 3. cen. p̃. $25\frac{1}{27}$. Quare per capitulum vigeſimum nonum res valet ℞. cu. 27. p̃. 1. p̃. ℞. cu. $\frac{1}{27}$.

$\frac{1}{2}$ co. p̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ cen. m̃. 1. co.
1. ce. m̃. 3. co. $\frac{3}{4}$ cen. m̃. 1. co.
$\frac{1}{2}$ co. m̃. $\frac{1}{2}$ ce.
$\frac{1}{2}$ co. m̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ cen. m̃. 1. co.
1. cen. m̃. 3. co.
$\frac{1}{2}$ cu m̃. $1\frac{1}{2}$ ce. $\frac{1}{4}$ cen. m̃. 1. co.
1. cu. m̃. 3. cen.

Et nota quòd ſi vis abbreuiare in ſimilibus quæſtionibus; Scias quòd ſemper habebis 1. cu. æqualem 3. cen. p̃. numero propoſito, & ideo ſi dixiſſet inuenias duos numeros qui tantum faciant iuncti quantum multiplicati, & eorum cubi iuncti faciant 30. vel 40. Dices igitur quòd 1. cu. æquatur 3. cen. p̃. 30. vel p̃. 40. & ita de aliis numeris, ſed feci operationem illam vt melius intelligeres.

$2\frac{1}{6}$	p̃.	℞.	$\frac{13}{36}$
$4\frac{25}{36}$			$\frac{13}{36}$
$1\frac{1}{36}$			
$5\frac{7}{9}$			
$2\frac{1}{6}$	m̃.	℞.	$\frac{13}{36}$
$4\frac{25}{36}$			$\frac{13}{36}$
$1\frac{1}{36}$			
$5\frac{7}{9}$			
$11\frac{5}{9}$			
$2\frac{1}{6}$			

Hoc viſo quia nos habemus valorem rei quæ eſt aggregatum & eſt ℞. cu. 27. p̃. 1. p̃. ℞. cu. $\frac{1}{27}$ quod eſt totum $4\frac{1}{3}$.

& debet diuidi in duas partes ex quarum multiplicatione producatur $4\frac{1}{8}$, facimus hoc per centeſimam regulam iterum quadrageſimi ſecundi capituli, & erunt partes $2\frac{1}{8}$ p̃. ℞. $\frac{11}{16}$ & $2\frac{1}{8}$ m̃. ℞. $\frac{11}{16}$ & horum multiplicatio tantum facit quantum aggregatum & cubi earum ſunt $25\frac{1}{17}$.

Circa hoc nota quoniam cùm 1. cu. æquetur 3. cen. p̃. numero & æquatio debeat eſſe talis quod dimidium in ſe ductum ſaltem debeat æquari aggregato & hoc non competit alicui numero minori 4. Igitur aggregatum æquationis non poteſt eſſe minus quam 4. & quia minimus cubus partium 4. diuiſi in duas partes eſt 16. nam cucubus de 2. eſt 8. & 8. duplicatum facit 16. igitur talis quæſtio non poteſt proponi in minori numero quàm 16.

25 Vigeſima quinta, Inuenias tres numeros continuè proportionales, quorum primus ſit 2. & quadrata ſecundi & tertij iuncta faciant 40. Pone quòd ſecundus ſit 1. co. quadra, ſit 1. cen. & hoc cum quadrato tertij debet æquari 40. igitur tertius eſt ℞. 40. m̃.

2. 1. co. ℞. 40. m. 1. ce.
4. 1. ce. 40. m̃. 1. ce.

160. m̃. 4. ce. æqualia 1. ce. ce.
2. ℞. v. ℞. 164. m̃. 2. ℞ 41 m̃. 1.
℞. 164. m̃. 2. 42 m̃. ℞. 164.

40.

1. cen. Habes igitur eos, quadra ſingulos, habebis 4. 1. cen. & 40. m̃. 1. cen. multiplica primum in tertium, fit 160. m̃. 4. ce. & hoc eſt æquale quadrato ſecundi quod eſt 1. ce. ce. Igitur 1. ce. ce. p̃. 4. ce. æquatur 160. Igitur res valet ℞. v. ℞. 164. m̃. 2. & hæc eſt ſecunda quantitas, quadra eam fit ℞. 164. m̃. 2. diuide per 2. primam quantitatem, exit tertia ℞. 41. m̃. 1. & quadrata ſecundæ & tertiæ, faciunt 40. vt vides in figura, nam ℞. 164. p̃. & m̃. nihil faciunt, & 42. & m̃. 2. faciunt 40.

Quòd ſi dicat quòd media ſit 2. & quadrata primæ & tertiæ ſint 40. tunc eſt longè facilius. Quadra 2. fit 4. diuide 40. in duas partes, ex quarum multiplicatione fiat 4. & erunt (per centeſimam regulam quadrageſimi ſecundi capituli practicæ) partes 20. p̃

℞. v. 20. p̃. ℞. 396. | 2. | ℞. v. 20. m̃. ℞. 396.

℞. 396. & 20. m̃ ℞. 396. & ℞. v. harum erunt numeri quæſiti.

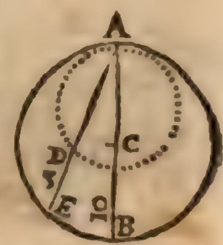
26 Vigeſima ſexta, Fac de 10. tres partes continuè proportionales, ita quòd multiplicatio ſecundæ in primam ſit $\frac{1}{3}$ aggregati quadratorum ſecundæ & tertiæ. Pone primò quòd partes ſint 1. 1. co. 1. ce. productio ſecundæ in primam eſt 1. co. quadrata ſecundæ & primæ ſunt 1. ce. p̃. 1. ce. ce. Igitur 1. cu. p̃. 1. co. æquatur 3. ſchiſando omnia per 1. co. quare res valet ℞. v. cu. ℞. $2\frac{31}{108}$ p̃. $1\frac{1}{2}$ m̃. ℞. v. cu. ℞. $2\frac{31}{108}$ m̃ $1\frac{1}{2}$ & hæc eſt ſecunda quantitas, & prima fuit 1.

Prima, Secunda, Tertia,
1. 1. co. 1. ce.

1. co. 1. ce. 1. ce. ce.
1. 1. co. 1. cu.
3. æqualis 1. cu. p̃. 1. co.

& tertia eſt quadratum ſecundæ ex ſuppoſito quod eſt 1. ce. quare habita ſumma trium quantitatum, multiplica 10. per ſecundam & fit ℞. v. cu. ℞. $287037\frac{1}{27}$ p̃. 1500. m̃. ℞. v. cu. ℞. $287037\frac{1}{27}$ m̃. 1500. hoc productum diuide per tale aggregatum, quod exit eſt valor ſecundæ quantitatis. Et ſi per eundem diuiſorem, id eſt aggregatum diuiſeris 10. exibit valor primæ quantitatis, & ita de tertia multiplicando eam per 10. & diuidendo per dictum aggregatum.

Vigeſima ſeptima, Sit circulus a b e, cuius diameter ſit a b & ſit 10. & ſit in eo circulus a d c & contingat maiorem in a, & ſit protracta a d medio modo proportionalis inter a c & c b, & ſit d e 3. Quæro quanta eſt a c diameter parui circuli. quia enim a d ſe habet ad d e ſicut a c ad c b, quia productis d c & e b fiunt duo trigoni ſimiles, igitur erit proportio quadrati a c ad quadratum a d veluti a c ad c b & ex conſequenti veluti a d ad d e: 27

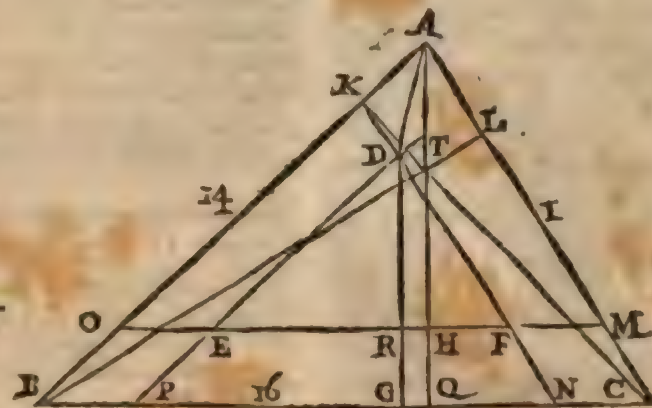


ſed proportio quadrati a c ad quadratum a d eſt veluti quadrati a d ad quadratum b c (quia a c a d c b ſunt continuè proportionales) igitur proportio quadrati a d ad quadratum c b eſt veluti a d ad d e: ſed proportio quadrati a d ad quadratum c b eſt duplicata ad proportioné a d ad c b. Igitur proportio a d ad d e eſt duplicata proportioni a d ad c b. Igitur a c, a d, c b, d e, ſunt continuè proportionales. Ponatur igitur c b 1. co. quadra, fit 1. ce. diuide per e d quæ eſt 3. fit d a $\frac{1}{3}$ cen. Multiplica $\frac{1}{3}$ cen. in 1. co. fit $\frac{1}{3}$ cu. diuide per e d quæ eſt 3. exit $\frac{1}{9}$ cu. & hoc eſt a c. Igitur $\frac{1}{9}$ cu. p̃. 1. co. æquatur 10: nam a c eſt $\frac{1}{9}$ cu. & c b poſita eſt 1. co. & a b eſt 10. quare multiplicando per 9. fiet 1. cu. p̃. 9. co. æqualia 90. Quare per capitulum ſuum res valet ℞. v. cu. ℞. 2052. p̃. 45. m̃. ℞. v. cu. ℞. 2052. m̃. 45. & hæc eſt quantitas b c. Quare a c eſt 10. m̃ ℞. v. cu. ℞. 2052. p̃. 45. m̃. ℞. v. cu. ℞. 2052. m̃. 45. Pro cognoſcenda autem a e, dices ſi ℞. v. cu. ℞. 2052. p̃. 45. m̃. ℞. v. cu. ℞. 2052. m̃. 45. producit 10. quid producet 3. Multiplica 3. in 10. fit 30. diuide per ℞. v. cu. ℞. 2052. p̃. 45. m̃. ℞. v. cu. ℞. 2052. m̃. 45. quod exit eſt quantitas a e. Vel aliter, quadra c b fit ℞. v. cu. 4077. p̃. ℞. 16621200. p̃. ℞. v. cu. 4077. m̃. ℞. 16621200. m̃. l. 6. diuide per d e quæ eſt 3, exit ℞. v. cu. 151. p̃. ℞. 22800. p̃. ℞. v. cu. 151. m̃. ℞. 22800. m̃. l. 2. & tanta eſt a d. Igitur cùm a e ſit 3. p̃. erit a e ℞. v. cu. 151. p̃. ℞. 22800. p̃. ℞. v. cu. 151. m̃. ℞. 22800.

R. 22800. p̄. 1. & tantum prouenit diuiſo 30. per R. v. cu. 2052. p̄. 45. m̄. R. v. cu. R. 2052. m̄. 45.

28 Vigeſima octaua, Sit trigonus a b c & ſit a b 14. a c 11. b c 16. & velim in illo facere murum craſſitudinis brachiorum 2. Volo ſcire latera capacitatis interioris videlicet d e f & etiam aream, & etiam quantus eſt murus angularis videlicet linea a d. debes ſcire quòd de trigono æquilatero diximus in capitulo ſexageſimo ſeptimo. Et ideo hæc eſt longe difficilior. Protraho tres perpendiculares ab angulis a b c, & erunt a g, b l, c k erunt autem notæ vt patet ex capitulo operis, quæram igitur vt vna operatione habeam omnes perpendiculares & aream trigoni a b c faciendo vt vides, & habebis aream trigoni a b c R. $5696\frac{7}{16}$ quam diuide per dimidium cuiuſlibet lateris, & habebis katetos a g R. $89\frac{7}{1024}$, b l R. $188\frac{151}{484}$. c k R. $116\frac{199}{784}$: deinde producam latera d e vſque ad p. & d f vſque ad n, & e f in vtramque partē,

16.
14.
11.
41.
2.
$20\frac{1}{2}$
$4\frac{1}{2}$
$6\frac{1}{2}$
$9\frac{1}{2}$
R. $5696\frac{7}{16}$



erúntque ſuperficies e o b p & f m n c æquidiſtantium laterum. Quare b p eſt æqualis b o, & m f æqualis n c, & n f æqualis m c. Dic igitur ſi R. $89\frac{7}{1024}$ producit R. $89\frac{7}{1024}$ m̄. 2. quid producet 16? multiplica 16. R. in 89. m̄. 2. fit R. $22785\frac{3}{4}$ m̄. 32. diuide per R. $89\frac{7}{1024}$ & exibit 16. m̄. R. $11\frac{46003}{91143}$ & tanta eſt o m. Circa quod nota quòd ſemper o m erit quanta eſt c b in numero videlicet 16. m̄. illud quod producitur diuiſo eo quod fit ex g h quæ eſt 2. in b c quæ eſt 16. fit 32. pro a g. Abbreuiando igitur ponemus o m 16. m̄. 32. diuiſo per R. $89\frac{7}{1024}$ & ita eſt 16. m̄. R. $11\frac{46003}{91143}$ & hoc dixi ad abbreuianda alia exempla talia. Poſtmodum dic ſi R. $188\frac{151}{484}$ producit 2. quid producet 16? Diuide igitur idem 32. per R. $188\frac{151}{484}$, exibit f m R. $5\frac{39901}{91143}$: ſimiliter diuide 32. per R. $116\frac{199}{784}$ & habebis o e R. $8\frac{73672}{91143}$. Demptis igitur f m & o e ex o m quæ fuit 16. R. $11\frac{46003}{91143}$, habebis e f 16. m̄. R. $11\frac{46003}{91143}$ m̄. R. $5\frac{39901}{91143}$ m̄. R. $8\frac{73672}{91143}$.

Abbreuiatio igitur eſt, Multiplica 2. groſſitudinem muri in vnum latus putà b c fiet 32. hoc diuide per omnes katetos, & tria prodeuntia deme à latere ipſo quod multiplicaſti & eſt 16. remanens erit quantitas lateris correſpondentis e f.

Habito igitur vno latere dic per regulam 3. ſi 16. producit 16. m̄. R. $11\frac{46003}{91143}$ m̄. R. $5\frac{39901}{91143}$ m̄. R. $8\frac{73672}{91143}$ quid producet 11? & quid producet 14? Multiplica prædictum quadrinomium per 11. & diuide per 16. quod exit eſt quantitas d f, & ſimiliter multiplica prædictum quadrinomium per 14. & diuide per 16. quod exit eſt quantitas d e.

Habitis lateribus habebis aream per ſuum modum, vel facilius. Quadrabis e f & ſimiliter b c, eritque proportio quadrati b c ad quadratum e f veluti trigoni a b c ad trigonum d e f. Multiplica igitur quadratum e f in aream trigoni a b c quæ fuit R. $5696\frac{7}{16}$, & quod prouenit diuide per 256. quadratum b c, exiens eſt area trigoni d e f.

Pro abbreuiatione talis operationis, nota quòd cum area trigoni diuiſa per dimidium laterum producantur kateti, igitur kateti cuiuſlibet trigoni ſunt communicantes, & proportio illorum eſt veluti laterum. Quare reducemus hæc quadrinomia in binomia, habebimus igitur e f 16. m̄. R. 75 [illegible]/91143, & d f 11. m̄. R. 35 [illegible]/91143, & d e 14. m̄. R. 57 [illegible]/91143.

Ex his habebimus lineam a d hoc modo: nam proportio b g ad g c eſt veluti o h ad h m & quia o m fuit 16. m̄. R. $11\frac{46003}{91143}$, igitur o h cognita eſt: & quia proportio e r ad r f eſt veluti o h ad h m quia trianguli ſunt ſimiles, & e f fuit 16. m̄. R. 75 [illegible], igitur e r eſt cognita. Et quia e o cognita fuit, igitur o r eſt cognita, quare detracta o r ex o h remanebit h r cognita. Quare & d t ei æqualis: & quia d r eſt cognita eo quòd eſt perpendicularis trigoni cuius omnia latera & etiam area ſunt cognita, igitur h t cognita eſt. Et quia a h fuit R. $89\frac{7}{1024}$ m̄. 2. igitur reſiduum detracta h t cognita remanebit cognitum. Quare cùm a t & d t ſint cognitæ erit a d R. aggregati quadratorum a t & d t cognita quod fuit demonſtrandum. Operationem dimiſi quia patet ex dictis.

Vigeſima nona, Inuenias duos numeros ex quorum multiplicatione fiant 6. & eorum cubi iuncti faciant 30. Tunc regula eſt vt diuidas 30. in duas partes, ex quarum multiplicatione proueniat 216. cubus 6. & tales partes erunt 18. & 12. per centeſimam regulam quadrageſimi ſecundi capituli. Harum partium R. cubicæ ſunt numeri quæſiti, id eſt R. cu. 18. & R. cu. 12. nam inuicem ducti faciunt R. cu. 216. quæ eſt 6. ex ſuppoſito, & eorum cubi iuncti ſunt 30. 29

Hh 4 Similiter

Similiter ſi dicat, Inuenias duos numeros ex quorum diuiſione vnius per alterum, proueniat 6. & cubus vnius cum quadrato alterius faciat 30. tunc eſt ac ſi diceret inueuias duos numeros in proportione ſexcupla quorum cubus vnius cum quadrato alterius faciat 30. tunc pone vnum 1. co. alter igitur erit 6.co. & tunc ſemper debes cubare maiorem & quadrare minorem, & habebis 216. cu. p̃. 1. cen. æqualia 30. Quare 1. cu. p̃. $\frac{1}{216}$ cen. æquabitur $\frac{5}{36}$ & hoc habet æquationem vt patet. Quòd ſi dicat quòd quadratum maioris detractum à cubo minoris, vel quadratum minoris detractum à cubo maioris faciat 30. id eſt reſiduum ſit 30. tunc debes cubare & quadrare quod proponitur & detrahere, nam ſemper ſequitur æquatio quia peruenitur ad capitulum cubi æqualis cenſibus & numero.

30 Si verò dicat quòd diuidatur 4. in duas partes quarum cubus vnius cum quadrato alterius faciat 30. exempli gratiâ dico hoc debet fieri per poſitionem incruciatam & eſt quartum genus poſitionis, & fit hoc modo. Accipe $\frac{2}{3}$ de 4. numeri diuidendi ſemper & eſt $2\frac{2}{3}$, huic adde pro regula ſemper $\frac{1}{9}$ fit $2\frac{7}{9}$, huius accipe ℞. quæ eſt $1\frac{2}{3}$ & ei adde $\frac{1}{3}$ pro regula quod fuit ℞. $\frac{1}{9}$ etiam additi pro regula fiet totum 2. deinde adde 2. ad 4. fit 6. deinde pone vnam partem eſſe 1. co. m̃. 2. & aliam 6. m̃. 1. co. nam 6. fuit aggregatum ex numero inuento & numero diuidendo, & 2. eſt numerus inuentus & la. co. minuitur ab aggregato, & numerus inuentus minuitur de la. co. nam iunctis 6.m̃.1.co.cum 1.co.m̃.2.fit 4. præciſè. Cuba igitur partem quæ eſt res m̃. numero, fit 1. cu. m̃. 8. m̃. 6. cen. p̃. 12. co. quadra maiorem numerum m̃. co.

Prima pars,	6. m̃. 1. co.	
Cenſus,	36. p̃. 1. ce. m̃. 12. co.	
Secunda pars,	1. co. m̃. 2.	
	12. p̃. 1. ce.	3. ce. p̃. 4.
Cubus,	1. cu. m̃. 8. m̃. 6. ce. p̃. 12. co.	

Aggregatũ cubi & cen' æqualia	1.cu. p̃, 28. m̃. 5. ce. 30.

fit 36. p̃. 1. ce. m̃. 12. co. iunge ſimul, fiunt 1. cu. p̃. 28. m̃. 5. cen. æqualia 30. Igitur 1.cu. æquatur 5. ce. p̃. 2. Quare res valebit ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ p̃. ℞. $10\frac{7}{27}$ p̃. $1\frac{2}{3}$ p̃. ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ m̃. ℞. $10\frac{7}{27}$ & quia prima pars fuit 6. m̃. 1. co. igitur prima pars quæ fuit quadranda eſt $4\frac{1}{3}$ m̃. ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ p̃. ℞. $10\frac{7}{27}$ m̃. ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ m̃. ℞. $10\frac{7}{27}$, & alia pars (& eſt pars maior cubanda) eſt ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ p̃. ℞. $10\frac{7}{27}$ p̃. ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ m̃. ℞. $10\frac{7}{27}$ m̃. $\frac{1}{3}$ & eſt valor rei m̃. 2. & ita in reliquis tenet regula generaliter.

Velut ſi diceres, fac de 6. duas partes ita quòd cubus vnius cum quadrato alterius faciat 100. Tunc accipe $\frac{2}{3}$ de 6. quod eſt 4. huic adde $\frac{1}{9}$ pro regula fit $4\frac{1}{9}$, accipe ℞. $4\frac{1}{9}$ & ei adde $\frac{1}{3}$ pro regula fit ℞. $4\frac{1}{9}$ p̃. $\frac{1}{3}$, hoc adde ad 6. habebebis $6\frac{1}{3}$ p̃. ℞. $4\frac{1}{9}$. Pone igitur hunc numerum m̃. 1. co. & 1. co. m̃. numero inuento, habebis igitur $6\frac{1}{3}$ p̃. ℞. $4\frac{1}{9}$ m̃. 1. co. & 1. co. m̃. ℞. $4\frac{1}{9}$ m̃. $\frac{1}{3}$, cuba hunc & quadra primum habebis 1. cu. æqualem cenſibus & numero quia per modum huius poſitionis cadunt res ab vtraque parte.

Si verò dicat fac de 7. duas partes quarum cubus vnius cum quadrato alterius faciat 49. tunc quando numerus producendus eſt quadratum numeri diuidendi vt hìc (nam 49. eſt quadratum 7.) tunc dupla numerum diuidendum qui eſt 7. fit 14. ei adde $\frac{1}{4}$ pro regula ſemper fit $14\frac{1}{4}$, huius accipe ℞. & ab ea minue $\frac{1}{2}$ pro regula habebis valorem rei ℞. $14\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$. Et ita ſi dixiſſet diuide 9. in duas partes quarum cubus vnius cum quadrato alterius faceret 81. tunc ſemper duplica 9. numerum diuidendum fit 18. adde ei $\frac{1}{4}$ pro regula, fit $18\frac{1}{4}$,

Res ℞. $18\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ 19. 55.	$9\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $18\frac{1}{4}$ $9\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $18\frac{1}{4}$
Cubus ℞. $6588\frac{1}{4}$ m̃. $27\frac{1}{2}$	$108\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $6588\frac{1}{4}$

cape ℞. & ab ea minue $\frac{1}{2}$ fiet valor rei ℞. $18\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ & reſiduum erit $9\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $18\frac{1}{4}$. cuius probatio eſt quod cubes ℞. $18\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ fit ℞. $6588\frac{1}{4}$ m̃. $27\frac{1}{2}$ quadra $9\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $18\frac{1}{4}$ fit $108\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $6588\frac{1}{4}$ iunge ſimul, fiunt 81. quod erat propoſitum.

Trigeſima prima, Sunt duo numeri quorum differentia eſt 10. & quadratum minoris cum quadrato tertiæ partis maioris, & ℞. aggregati æquatur 110. ſoluitur ex centeſima decima ſeptima quæſtione practicæ per regulam poſitionis proportionatæ nam ſi minor numerus ponatur 1. co. erit maior 1. co. p̃. 10. & $\frac{1}{3}$ maioris $\frac{1}{3}$ co. p̃. $3\frac{1}{3}$ Multiplica 3. denominatorem in ſe fit 9 adde 1. fit 10. multiplica etiam 3. in $3\frac{1}{3}$ fit 31

1. co.	$\frac{1}{3}$ co. p̃. $3\frac{1}{3}$

3. 10.
9.
1.
10. 1.
1. co. m̃. 1.
$\frac{1}{3}$ co. p̃. 3.

10. diuide hoc ſecundùm productũ per primum, exit 1. & hic eſt numerus minuendus ab 1. co. Multiplica hoc per 3. etiam fit 3. & hic eſt numerus addendus ad $\frac{1}{3}$ co. quare quadra vtrumque & habebis $\frac{1}{9}$ ce.

$\frac{1}{3}$ co. p̃. 3.
$\frac{1}{9}$ ce. p̃. 2. co. p̃. 9.
1. co. m̃. 1.
1. ce. m̃. 2. co. p̃. 1.

$1\frac{1}{9}$ ce. p̃. 10.
℞. v. $1\frac{1}{9}$ ce. p̃ 10.

p̃. 2. co. p̃. 9. & 1. cen. m̃. 2. co. p̃. 1. quæ ſimul iuncta faciunt $1\frac{1}{9}$ ce. p̃. 10. huic

aggregato

aggregato adde ℞. fiet totum $1\frac{1}{9}$ cen. p̄. 10. p̄ ℞. v. $1\frac{1}{9}$ ce. p̄. 10. & hoc æquatur 110. igitur 110. m̄. $1\frac{1}{9}$ ce. m̄. 10. quod eſt dicere 100. m̄. $1\frac{1}{9}$ ce. æquatur ℞. v. $1\frac{1}{9}$ ce. p̄. 10. Quadra partes, fient 10000. p̄. $1\frac{19}{81}$ ce. ce. m̄. $222\frac{2}{9}$ ce. æqualia $1\frac{1}{9}$ cen. p̄. 10. Quare fient 9990. p̄. $1\frac{19}{81}$ ce. ce. æqualia $223\frac{1}{3}$ ce. reduc ad 1. ce. ce. habebimus 1. ce. ce. p̄. $8091\frac{9}{10}$ æqualia $180\frac{9}{10}$ ce. quare ſequendo capitulū dimidia cenſus, fiunt $90\frac{9}{20}$, quadra fiunt $8181\frac{81}{400}$, aufer numerum qui fuit $8091\frac{9}{10}$ fit reſiduum $89\frac{121}{400}$, huius ℞. eſt $9\frac{9}{20}$, quam minue ex $90\frac{9}{20}$, remanent 81. cuius ℞. eſt 9. valor rei. Et quia poſuimus $\frac{1}{3}$ numeri maioris eſſe $\frac{1}{3}$ co. p̄. 3. igitur fuit 6. igitur numerus maior fuit 18. quod erat quærendum.

Et hoc exemplum eſt poſitionis proportionalis,

Et exemplum quæſtionis præcedentis eſt poſitionis incruciatæ.

Et in quarta quæſtione huius libri habes exemplum poſitionis æqualis.

Exemplum poſitionis ſimplicis habes in tertia quæſtione harum.

Exemplum poſitionis collectæ habes in vigeſima quarta quæſtione, & ſeruit regulæ de duplo.

Exemplum poſitionis iteratæ habes in quæſtione decima quarta harum.

Exemplum poſitionis liberæ habes in ſexta quæſtione harum.

Exemplum poſitionis duplicatæ inſeruientis regulæ de medio habebis in ſequenti quæſtione.

Exemplum poſitionis falſæ per m̄. & eſt fortior omnibus, habes in quæſtione trigeſima quarta & trigeſima octaua infràpoſita.

Et ita ſunt nouem genera poſitionum diuerſa cum quibus ſoluuntur omnes quæſtiones.

32 Trigeſima ſecunda, Inuenias duos numeros quorum quadratum vnius cum cubo alterius faciat 10. & quadratum maioris æquetur multiplicationi minoris in aggregatum. Hæc ſoluitur per regulam de medio, & poſſunt formari infinitis modis quæſtiones ſub hac forma diuerſæ. Pone quòd prima ſit 1. co. & ſecunda $\frac{1}{2}$. Igitur quadra maiorem habebis 1. ce. multiplica minorem in aggregatum habebis $\frac{1}{2}$ co. p̄. $\frac{1}{4}$ quare res valet (per capitulum cenſus æqualis rebus & numero) ℞. $\frac{5}{16}$ p̄. $\frac{1}{4}$ & hic eſt valor rei. Deinde fac ſecundam poſitionem ponendo $\frac{1}{2}$ co. & ℞. $\frac{5}{16}$ p̄. $\frac{1}{4}$ co. quadra fit cen $\frac{3}{8}$ p̄. ℞. $\frac{5}{64}$, cuba $\frac{1}{2}$ co. fit $\frac{1}{8}$ cu. Igitur $\frac{1}{8}$ cu. p̄. $\frac{3}{8}$ p̄. ℞. $\frac{5}{64}$ cen. æquantur 10. igitur 1. cu. p̄. 3. p̄. ℞. 5. ce. æquatur 80. Accipe $\frac{1}{3}$ numeri cenſuum quod eſt 1. p̄. ℞. $\frac{5}{9}$ & cuba, fit $2\frac{2}{3}$ p̄. ℞. $7\frac{17}{729}$, dupla fit $5\frac{1}{3}$ p̄. ℞. $28\frac{68}{729}$, minue ex 80. remanent $74\frac{2}{3}$ m̄. ℞. $28\frac{68}{729}$, fac duas partes ex hoc ex quarum multiplicatione producatur quadratum $2\frac{2}{3}$ p̄. ℞. $7\frac{17}{729}$ & ℞. v. cubæ talium partium detracto 1. p̄. ℞. $\frac{5}{9}$ ſunt valor rei cuius dimidium eſt pars minor, quia poſuimus $\frac{1}{2}$ co. eſſe valorem rei. Reliqua pars inuenitur iterando poſitionem facilius quàm per multiplicationem.

Et ſi dixiſſet quòd quadratum minoris æquetur ductui aggregati earum in differentiam, & quod cubus aggregati earum eſſet 20. tunc ſcis quòd aggregatum eſt ℞. cu. 20. ex qua oportet facere duas partes quarum quadratum minoris ſit æquale productioni ℞. cu. 20. in differentiam, & licet ſolui poſſit eo modo, melius tamen ſoluitur per regulam de medio. Pone quòd minor ſit 1, maior ſit 1. co. igitur quadratum minoris eſt 1. & productum aggregati in differentiam eſt 1. cen. m̄. 1. Igitur cùm 1. cen. m̄. 1. ſit æqualis 1. res valebit ℞. 2. Prima igitur eſt 1. co. ſecunda co. ℞. 2. iunge fit co. ℞. 2. p̄. 1. & huius cubus eſt cubi ℞. 50. p̄. 7. & hoc æquatur 20. Igitur res valet ℞. v. cu. ℞. 20000. m̄. 140. & hæc eſt minor pars, alia erit ℞. cu. 20. m̄. ℞. v. cu. ℞. 20000. m̄. 140.

Trigeſima tertia, Diuide 10. in duas partes quarum cubus vnius ſit æqualis quadrato alterius. Hæc ſoluitur per poſitionem duplicatam, ſed cum animaduerſione: nam eo quòd cubus minoris æquatur quadrato maioris, ſequitur vt cubus minoris partis & quadratum maioris ſit vnum & idem. Igitur oportet inuenire denominationem habentem ℞. quadratam & cubam, & hæc eſt 1. cu. cen. eius namque ℞. quadrata eſt 1. cu. & ℞. cu. eſt 1. cen. Igitur vides quòd cubus de 1. cen. æquatur quadrato de 1. cu. igitur tales partes de 10. neceſſariò erunt 1. cu. & 1. cen. alicuius quantitatis, quia cubata minore quæ eſt 1. cen. & quadrata maiore quæ eſt 1. cu. prouenit idem quod eſt 1. cu cen. Igitur dices quòd 1. cu. p̄. 1. cen. æquetur 10. eò quòd 10. eſt diuiſus in duas partes quarum vna eſt 1. cu. altera 1. cen. Quare per capitulum trigeſimum ſecundum, cùm 1. cu. p̄. 1. cen. æquatur 10. res valet ℞. v. cu. $4\frac{26}{27}$ p̄. ℞. $24\frac{411}{729}$ m̄. l. $\frac{1}{3}$ p̄. ℞. v. cu. $4\frac{26}{27}$ m̄. ℞. $24\frac{411}{729}$ quare habemus rem. Et iam dictum eſt quòd 10. diuiditur in 1. cu. & 1. cen. dicemus igitur quòd partes erunt vna quæ maior eſt cubus dictæ quantitatis poſitæ, & alia quæ erit minor erit cenſus dictæ quantitatis, & tales partes æquabuntur 10. & cubus minoris æquabitur quadrato maioris eò quòd vtrumque erit cenſus cubi de ℞. v. cu. $4\frac{26}{27}$ p̄. ℞. $24\frac{411}{729}$ m̄. $\frac{1}{3}$ p̄. ℞. v. $4\frac{16}{27}$ m̄. ℞. $24\frac{411}{729}$ & ita patet ſolutio pulchræ quæſtionis. Si autem velles habere dictas partes oporteret cubare & quadrare dictam quantitatem ſecundùm præcepta vigeſimi quinti capituli.

Ex hoc apparet quòd cùm 1. cu. p̄. co. æquatur 1. cen. p̄. numero, & fuerit dimidium numeri rerum ℞. numeri tunc habebis 1. cu. p̄. 1. cen. æqualia ℞. illius numeri, & valor rei inuentus per hanc æquationem erit ℞. quadrata valoris rei inueniendi per primam æquationem propoſitam. Exemplum, 1. cu. p̄. 24. co. æquatur 1. cen. p̄. 144. Dices igitur quia dimidium rerum (quod eſt 12) eſt ℞. 144. numeri, quod 1. cu. p̄. 1. cen. æquatur 12. dictæ ℞. & valor rei eſt 2. in hac æquatione. Igitur cùm his valor ſit ℞. primi valoris, erit valor rei de 1. cu. p̄. 24. co. æqualibus 1. cen. p̄. 144. quadratū 2. quod eſt 4. & tantum valuit res. 33

Eodem

Eodem modo præciſè ſoluitur quæſtio hæc: Fac de 10. duas partes quarum ℞. cu. vnius ſit æqualis ℞. quadratæ alterius. Igitur ℞. cubica & quadrata cùm ſint vna, erunt 1. co. Igitur partes erunt 1. cu. & 1. cen. igitur 1. cu. p̃. 1. ce. æquatur 10. & valor rei erit vt priùs cuius cubus & cenſus erunt partes quæſitæ.

34 Trigeſima quarta, Quidam dixit quantum dotis attulit Lucretia Ælio? reſpondit ille, duc. 1000. pluſquam haberet Ælius in facultatibus. Iterum interrogauit ille, quantum habuit Ælius in facultatibus. Reſpondit alius aurei facultatum Ælij quadrati ſunt 20000. m̃. quàm aurei dotis Lucretiæ quadrati, quæritur dos Lucretiæ & facultas Ælij. Scias quòd hæc eſt pulcherrima quæſtio quia per negotiationem inueniri nequit; ideo Mercator maximè in talibus hallucinatur, quia quantò plus operatur, tantò magis elongatur à quæſito: ideò pone quòd Ælius habeat m̃. 1. co. igitur dos fuit 1000. duc. m̃. 1. co. quia habuit Lucretia duc. 1000. dotis p̃. facultatibus Ælij, quadra habebis p̃. 1. cen. ex parte Ælij, quia m̃. in m̃. facit p̃. & ex parte Lucretiæ 1000000. p̃. 1. cen. m̃. 2000. co. Detrahe cenſum Ælij ex cenſu dotis Lucretiæ, remanent 1000000. m̃. 2000. co. æqualia 20000. Igitur detrahe 20000. ex 1000000. remanent 980000. duc. æquales 20000 co. quare res valet 490. & tantum habuit m̃. Ælius in facultatibus ſuis, id eſt debiti ſine aliquo capitali, detrahe 490. ex 1000. remanent 510. valor dotis, & tantum attulit Lucretia. Et ſi tales proponas Mercatoribus quæſtiones, tunc agnoſcunt errorem ſuum, & nota bene quòd quadratum m̃. eſt p̃. & cubus m̃. eſt m̃; & ideo dixit alius, quantum attulit Iulia dotis? reſpondit ille duc. 40. pluſquàm Sergius habeat in facultatibus. Iterum interrogauit ille quantum habuit Sergius in facultatibus? reſpondit alius, cubus duc. Sergij eſt 17920. duc. minus cubo ducatorum dotis Iuliæ. Quæritur quantum habuit vnuſquiſque; Pone quòd Sergius habeat 1. co. minus, igitur Iulia habuit 40. duc. m. 1. co. Cuba partes, habebis 1. cu. m. & 64000. p̃. 120. cen. m. 4800. co. m. 1. cu. detrahe m. 1. cu. facultatum Sergij ex m. 1. cu. dotis Iuliæ relinquuntur 64000. p̃. 120. cen. m. 4800. co. æqualia 17920. Igitur habebimus 46080. p̃. 120. cen. æqualia 4800. co. quia eò quòd vna pars ſuperabat alteram in 17920. igitur detracta parte & ſuperatione detractione debet relinqui nihil. Igitur cum relinquantur p̃. & m. oportet vt partes p̃. & m. æquiualeant ad hoc vt illud tale compoſitum ſit nihil, reduc ad 1. cen. habebimus 384. p̃. 1. cen. æqualia 40. co. quare res valebit 16. duc. & tantùm habuit m̃. Sergius ſine aliquo capitali, detrahe 16. ex 40. remanet 24. duc. dos Iuliæ: vel potes dicere è contrà quòd Sergius habuit 24. duc. debiti, & Iulia 16. duc. attulit ei dotis, & verificatur in vtroque. Et ſimiliter ſi dicat, inuenias numerum cuius 1. cu. æquatur 1. cen. p̃. 20. co. & 1. cen. æquetur 4. co. p̃. 32. Tunc ſcias quòd in talibus ſi quæreres per p̃. videbis impoſſibilitatem manifeſtam, ſed dices conuertendo igitur 1. cen. p̃. 4. co. æquatur 32. & 1. cu. p̃. 1. ce. æquatur 20. co. Igitur res valet 4. & ideo nota conuerſionem capitulorum p̃. & m. per ſubiecta illorum. Et ſi bene intellexeris hoc ſecretum, facies mirabilia. Et tu vides quòd ſi 1. cen. æquatur 4. co. p̃. 32. res valet ℞. 36. p̃. 2. & ſi 1. cen. p̃. 4. co. æquatur 32. res valet ℞. 36. m. 2. Igitur proportio valoris vnius ad alterum eſt veluti binomij ad ſuum reciſum. Et hoc nota,

Trigeſima quinta, Fiſcus Mediolani ſumpſit mutuò duc. 12000. ad 14. pro 100. ad rationem anni, ea conditione vt ſoluerentur, in 9. menſibus æqualiter quia aſſignationes ſunt ſuper vectigalibus à publicanis perſoluendis ſingulo menſe. Et hic qui dederit pecunias pactus eſt vt reciperet eas æqualiter ſingulo menſe tantundem computatis reditibus, & quòd reditus capitalis eſſet ſimplex & non ad caput anni. Quæruntur igitur duo, quot peccuniæ debent ſolui ſingulo menſe, & pro quantum fuit pro 100. iſta conuentio. Hæc & tales ſimiles accidunt quotannis fermè Mediolani, vtinam non ita eſſet! & fuit re vera diebus proximè præteritis, & hoc modo eſt difficilis quæſtio, & quidam conantur ſoluere per reductionem ad vnum terminum, & non eſt ita, nam eſſet in magnum damnum Fiſci. 35

Propterea debes conſiderare quòd reditus ſingulo menſe ſimplex eſt $1\frac{1}{6}$ pro 100. quia eſt 14. pro 100. in anno. Igitur ſi 100. fit $101\frac{1}{6}$ in menſe, 600. fient 607. in menſe. Et ex conſequenti lucratur $\frac{7}{600}$ capitalis. Quia igitur vſura nihil lucratur oportet vt tota ſolutio ſit ſuper capitale & vſura maneat in vltimo. Promerere igitur 600. ad menſes vt vides non ponendo ſolutionem primi menſis, deinde accipe vltimum terminum qui eſt 600. m. 8. co. & ei iunge reditus 9. menſium qui ſunt 63. m. $\frac{21}{50}$ co. fiunt 663. m. $8\frac{21}{50}$ co. æqualia 1. co. nam ſolutio vltimi menſis debet æquari aliis ex ſuppoſito, & in aliis ſoluit 1. co. igitur & in hoc vltimo menſe ſoluet 1. co. & iam ſuppoſitum eſt quòd ſolueret reſiduum totum ex capitali & vſura, igitur tale reſiduum

Menſes,	Capitale,	Vſura,
1.	600.	7.
2.	600. m. 1. co.	7. m. $\frac{7}{600}$ co.
3.	600. m. 2. co.	7. m. $\frac{14}{600}$ co.
4.	600. m. 3. co.	7. m. $\frac{21}{600}$ co.
5.	600. m. 4. co.	7. m. $\frac{28}{600}$ co.
6.	600. m. 5. co.	7. m. $\frac{35}{600}$ co.
7.	600. m. 6. co.	7. m. $\frac{42}{600}$ co.
8.	600. m. 7. co.	7. m. $\frac{49}{600}$ co.
9.	600. m. 8. co.	7. m. $\frac{56}{600}$ co.
	600. m. 8. co. p̃. 63. m. $\frac{21}{50}$ co.	
	Æqualia 1. co.	

æquatur 1. co. quod vt dixi erat 663. m. $8\frac{21}{50}$ co. Igitur cùm hoc æquetur 1. co. fient 663. æqualia $9\frac{21}{50}$ co. quare diuide nume-

rum

rum per le. co. exibit valor rei duc. $70\frac{60}{157}$. Et quia poſitum eſt quod eſſent ducat. 12000. diuide 12000. per 600. exit 20. Multiplica 20. per duc. $70\frac{60}{157}$ fit duc. $1407\frac{101}{157}$, & tantum debuit ſolui ſingulo menſe, & qui ſoluunt aliter, grauiter errant & & in damnum fiſci. Si igitur vis ſcire quantum lucrantur, Primò multiplica ſolutionem per menſes qui ſunt 9. exit duc. $12668\frac{124}{157}$. Detrahe capitale, fit lucrum duc. $668\frac{124}{157}$. Et ſi vis ſcire quantum lucrantur pro 100. diuide 12000. capitale per $1407\frac{101}{157}$ ſolutionem vnius menſis, quod exit eſt numerus menſium in quo fit ſolutio capitalis. Deinde reduc illos menſes ad vnum terminum, & habebis in quanto tempore duc. 12000. lucrantur duc. $668\frac{124}{157}$. Deinde fac per regulam 3.

Si verò velles pro regula hoc facere vide 12000. aureos, quot aureos lucrantur in nouem menſibus ad 14. pro 100. & inuenies quòd lucrantur ducatos 1260. adde ad 12000. fiunt 13260. Deinde accipe progreſſionem de 8. qui eſt 1. m̃. numero menſium ſemper, & eſt 36. hanc multiplica per lucrum vnius menſis quod eſt 140. fit 5040. diuide per capitale quod eſt 12000. exit $\frac{21}{50}$, adde ad 9. numerum terminorum fit $9\frac{21}{50}$, diuide 13260. per $9\frac{21}{50}$ quod exit eſt $1407\frac{101}{157}$ ſolutio vnius menſis, quæ ſi multiplicatur per 9. numerum menſium, habebis vt priùs aggregatum lucri & capitalis, vnde detracto capitali remanebit lucrum.

36 Trigeſima ſexta, Inuenias duos numeros quorum differentia ſit 4. & cubi iuncti eorum ſint 100. Pone ſemper 1. co. p̃. dimidio & m̃. dimidio numeri differentiæ, & habebis 1. co. p̃. 2. & 1. co. m̃. 2. & cuba vt vides, & iunge: habebis igitur 2. cu. p̃. 24. co. æqualia 100. Quare ſequere capi-

1. co. p̃. 2.
1. cu. p̃. 12. co. p̃. 6. ce. p̃. 8.
1. co. m̃. 2.
1. cu. p̃. 12. co. m̃. 6. ce. m̃. 8.

2. cu. p̃. 24. co. æqualia 100.

ulum, habebis valorem rei eſſe ℞. v. cu. ℞. 3012. p̃. 50. m̃. ℞. v. cu. ℞. 3012. m̃. 50. & hic eſt valor rei. Et quia poſuimus vnum ex illis numeris 1. co. p̃. 2. & alium 1. co. m̃. 2. addemus & detrahemus 2. à valore ſupradicto, & habebimus dictos numeros fore ℞. v. cu. ℞. 3012. p̃. 50. m̃. ℞. v. cu. ℞. 3012. m̃. 50. p̃. l. 2. & hic eſt maior: & minor erit ℞. v. cu. ℞. 3012. p̃. 50. m̃. ℞. v. cu. ℞. 3012. m̃. 50. m̃. l. 2.

Quòd ſi dixerit, Inuenias duos numeros quorum differentia ſit 4. & cuborum differentia ſit 100. ſimiliter facies poſitionem, & cubabis vtramque partem, demum minue minorem de maiore & relinquuntur 12. cen. p̃. 16. æqualia 100. quare 84. æquatur 12. cen. & res valebit ℞. 7. Et quia vt priùs ſuppoſitum eſt quòd vnus numerorum ſit 1. co. p̃. 2. alter 1. co. m̃. 2. habebimus illos numeros eſſe ℞. 7. p̃. 2.

1. co. p̃. 2.
1. cu. p̃. 12. co. p̃. 6. ce. p̃. 8.
1. co. m̃. 2.
1. cu. p̃. 12. co. m̃. 6. ce. m̃. 8.

12. cen. p̃. 16.

& ℞. 7. m̃. 2. Quòd ſi dicat ſunt duo numeri quorum differentia eſt 8. & differentia cubi vnius à quadrato alterius fuit 100. quæruntur numeri. Fac igitur primò de 8. duas partes quarum triplum quadrati vnius ſit æquale duplo reliquæ partis, & hoc pro regula, & erit prima pars 1. co. ſecunda 8. m̃. 1. co. Dupla 8. m̃. 1. co. fit 16. m̃. 2. co. quadra 1. co. fit 1. cen. tripla fit 3. cen. æqualia 16. m̃. 2. co. quare 1. ce. p̃. $\frac{2}{3}$ co. æquantur $5\frac{1}{3}$ & res valebit 2. Vna igitur pars eſt 2. alia 6. Fac igitur per poſitionem incruciatam ponendo numerum primum 1. co. m̃. 2. & ſecundum 1. co. p̃. 6. quorum differentia eſt 8. cuba minorem & quadra maiorem, deinde detrahe, habebis tandem 1. cu. m̃. 7. cen. m̃. 44. æqualia 100. Quare 1. cu. æquatur 7. cen. p̃. 144. Cuba $2\frac{1}{3}$ tertiam partem cenſuum, habebis $12\frac{19}{27}$, dupla fit $25\frac{11}{27}$, adde ad 144. fit $169\frac{11}{27}$. Quadra $12\frac{19}{27}$ fit $161\frac{280}{729}$, diuide

1. co. m̃. 2.
1. cu. p̃. 12. co. m̃. 6. ce. m̃. 8.
1. co. p̃. 6.
1. ce. p̃. 12. co. p̃. 36.

1. cu. m̃. 7. ce. m̃. 44. æqualia 100.

$169\frac{11}{27}$ in duas partes, ex quarum multiplicatione fiant $161\frac{280}{729}$ & erunt partes $84\frac{19}{27}$ p̃. ℞. $7013\frac{1}{3}$ & $84\frac{19}{27}$ m̃. ℞. $7013\frac{1}{3}$. Igitur valor rei eſt ℞. v. cu. $84\frac{19}{27}$ p̃. ℞. $7013\frac{1}{3}$ p̃. l. $2\frac{1}{3}$ p̃. ℞. v. cu. $84\frac{19}{27}$ m̃. ℞. $7013\frac{1}{3}$ quia igitur partes ſunt vna 1. co. m̃. 2. & eſt illa quæ cubatur, & alia 1. co. p̃. 6. illa quæ quadratur erunt partes vt vides,

Prima, ℞. v. cu. $84\frac{19}{27}$ p̃. ℞. $7013\frac{1}{3}$ p̃. l. $\frac{1}{3}$ p̃. ℞. v. cu. $84\frac{19}{27}$ m̃. ℞. $7013\frac{1}{3}$.

Secunda, ℞. v. cu. $84\frac{19}{27}$ p̃. ℞. $7013\frac{1}{3}$ p̃. l. $8\frac{1}{3}$ p̃. ℞. v. cu. $84\frac{19}{27}$ m̃. ℞. $7013\frac{1}{3}$.

Si verò dicat quod inuenias duos numeros quorum differentia ſit 8. & cubus vnius cum quadrato alterius faciat 100. tunc facies præciſè vt in præcedente pro inuenienda poſitione & erunt partes 2. & 6. vt priùs, in poſitione verò pones 1. co. p̃. 2. cubandam & 1. co. m̃. 6. quadrandam. Quare quadra 1. co. m̃. 6. fit 1. cen. m̃. 12. co. p̃. 36. cuba 1. co. p̃. 2. fit 1. cu. p̃. 12. co. p̃. 6. cen. p̃. 8. iunge ſimul fiunt 1. cu. p̃. 7. cen. p̃. 44. æqualia 100. Quare 1. cu. p̃. 7. cen. æquabitur 56. Sequere æquationem cubando $2\frac{1}{3}$ fit $12\frac{19}{27}$, dupla fit $25\frac{11}{27}$, detrahe ex 56. remanent $30\frac{16}{27}$, quadra $12\frac{19}{27}$ fit $161\frac{280}{729}$, fac ex $30\frac{16}{27}$ duas partes ex quarum multiplicatione producatur $161\frac{280}{729}$ & erunt partes $15\frac{8}{27}$ p̃. ℞. $72\frac{16}{27}$ & $15\frac{8}{27}$ m̃. ℞. $72\frac{16}{27}$, & ideo valor rei erit ℞. v. cu. $15\frac{8}{27}$ p̃. ℞. $72\frac{16}{27}$ m̃. l. $2\frac{1}{3}$ p̃. ℞. v.

cu.

1. co. p̄. 2.
1. co. m̄. 6.

1. cu. p̄. 12. co. p̄. 6. ce. p̄. 8.
1. ce. m̄. 12. co. p̄. 36.

1. cu. p̄. 7. cen. p̄. 44.
æqualia 100.

cu. $15\frac{8}{27}$ m̄. ℞. $72\frac{16}{27}$. Et quia primus numerus cubandus eſt 1. co. p̄. 2. & ſecundus numerus quadrandus 1. co. m̄. 6. erit primus numerus ℞. v. cu. $15\frac{8}{27}$ p̄. ℞. $72\frac{16}{27}$ m̄. l. $\frac{1}{3}$ p̄. ℞. v. cu. $15\frac{8}{27}$ m̄. ℞. $72\frac{16}{27}$ & ſecundus numerus erit ℞. v. cu. $15\frac{8}{27}$ p̄. ℞. $72\frac{16}{27}$ m̄. l. $8\frac{1}{3}$ p̄. ℞. v. cu. $15\frac{8}{27}$ m̄. ℞. $72\frac{16}{27}$ & patet quòd hæc quantitas eſt per m̄. vt in quæſtione trigeſima quarta dictum eſt. Quòd ſi velles per p̄. oporteret vt æquauiſſes dictum cubum cum quadrato magno numero vtpote 1000.

Si verò dicat, fac de 4. duas partes quarum cubus vnius cum quadrato alterius faciat 30. dico quòd hæc eſt poſita in trigeſima regula, & ſoluitur alio modo quàm ibi. Fac igitur duas partes de 4. quarum duplum vnius ſit æquale triplo quadrati alterius, & erunt partes $1\frac{1}{3}$ & $2\frac{2}{3}$. Pone igitur vnam quantitatem $2\frac{2}{3}$ m̄. 1. co. & aliam $1\frac{1}{3}$ p̄. 1. co. manifeſtum eſt quòd hæ iunctæ faciunt 4. Cuba partem minoris numeri, & & quadra partem maioris numeri, deinde iunge vt vides. Habebis igitur $9\frac{13}{27}$ p̄. 5. cen. p̄. 1. cu. æqualia 30. Quare 1. cu. p̄.

$1\frac{1}{3}$ p̄. 1. co.
$2\frac{10}{27}$ p̄. 4. ce. p̄. $5\frac{1}{3}$ co. p̄. 1. cu.
$2\frac{2}{3}$ m̄. 1. co.
$7\frac{1}{9}$ p̄. 1. cen. m̄. $5\frac{1}{3}$ co.

$9\frac{13}{27}$ p̄. 5. cen. p̄. 1. cu.
æqualia 30.

5. cen. æquabitur $20\frac{14}{27}$. Cuba $\frac{1}{3}$ cenſuum fit $4\frac{17}{27}$, dupla fit $9\frac{7}{27}$, detrahe ex $20\frac{14}{27}$ remanent $11\frac{7}{27}$, fac ex $11\frac{7}{27}$ duas partes quarum productum vnius in alteram faciat quadratum $4\frac{17}{27}$ quod eſt $21\frac{316}{729}$ & habebis partes $5\frac{17}{27}$ p̄. ℞. $10\frac{7}{27}$ & $5\frac{17}{27}$ m̄. ℞. $10\frac{7}{27}$. Harum igitur ℞. cubicæ iunctæ (detracta tertia parte cenſuum) erunt valor rei. Igitur res valet ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ p̄. ℞. $10\frac{7}{27}$ m̄. l. $1\frac{2}{3}$ p̄. ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ m̄. ℞. $10\frac{7}{27}$ igitur cùm numeri dicti ſint $1\frac{1}{3}$ p̄. 1. co. & $2\frac{2}{3}$ m̄. 1. co. erunt primus ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ p̄. ℞. $10\frac{7}{27}$ m̄. l. $\frac{1}{3}$ p̄. ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ m̄. ℞. $10\frac{7}{27}$, & ſecundus erit $4\frac{1}{3}$ m̄. ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ p̄. ℞. $10\frac{7}{27}$ m̄. ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ m̄. ℞. $10\frac{7}{27}$ vt prius.

37 Trigeſima ſeptima, Sit trigonus a b c, cuius angulus a ſit rectus, & a b & a c iuncta ſint 12. & baſis b c ſi 6. p̄. kateto a d, quæruntur latera. Per quartam ſecundi Euclidis, quadratum aggregati ex a b & a c, quod eſt 144. ex ſuppoſito æquatur quadratis a b & a c, & duplo a b in a c, ſed quadrata a b & a c æquantur quadrato b c per quadrageſimam ſextam primi Euclidis, & duplum eius quod fit ex a c in a b æquatur duplo eius quod fit ex a d in b c per octauam ſexti eiuſdem. Igitur quadratum b c cum duplo eius quod fit ex a d in b c æquatur



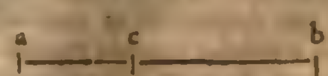
144. pone igitur a d 1. co. erit b c 1. co. p̄. 6. ex ſuppoſito. Quadra b c fit 1. ce. p̄. 12. co. p̄. 36. multiplica a d in b c fit 1. ce. p̄. 6. co. duplica fit 2. ce. p̄. 12. co. adde cum quadrato b c habebis 3. ce. p̄. 24. co. p̄. 36. æqualia 144. Quare 1. cen. p̄. 8. co. æquabitur 36. Igitur res valet ℞. 52. m̄. 4. & tanta eſt a d, & b c erit ℞. 52. p̄. 2. Pro inueniendo igitur partes, tu ſcis quòd quadratum b c æquatur quadratis a b & a c, quadra igitur b c fit 56. p̄. ℞. 832. fac de 12. duas partes quarum quadrata iuncta faciant 56. p̄. ℞. 832. per algebra ponendo 6. p̄. 1. co. & 6. m̄. 1. co. horum quadrata iuncta ſunt 72. p̄. 2. cen. & hæc æquatur 56. p̄. ℞. 832. igitur 1. cen. æquatur ℞. 208. m̄. 8. Igitur res valet ℞. v. ℞. 208. m̄. 8. & quia a c maior pars qualiſcumque ſit ſupponitur 6. p̄. 1. co. & a b 6. m̄. 1. co. erit a c 6. p̄. ℞. v. ℞. 208. m̄. 8. & a b erit ℞. v. ℞. 208. m̄. 8. Et nota circa hoc quòd dantur limites ſuperationis b c ſuper a d, nam b c non poteſt eſſe maior a d, in pluſquam 12. quod eſt aggregatum a b & a c, nec poteſt talis ſuperatio eſſe minor ℞. 18. quæ eſt ℞. $\frac{1}{8}$ quadrati aggregati a b & a c quod eſt 144. & hoc eſt vniuerſale in omnibus quod exceſſus non poteſt eſſe maior aggregato laterum, nec minor ℞. $\frac{1}{8}$ quadrati aggregati laterum.

Trigeſima octaua, Fac de 6. duas partes quarum multiplicatio vnius in alteram faciat 16. Tu debes diuidere 6. fit 3. quadra fit 9. aufer 16. fit 7. m̄. huius ℞. adde & minue à 3. fiunt partes 3. p̄. ℞. m̄. 7. & 3. 38

3. p̄. ℞. m̄. 7.
3. m̄. ℞. m̄. 7.

9. m̄. m̄. 7. quod eſt 16.

m̄. ℞. m̄. 7. Multiplica igitur 3. p̄. ℞. m̄. 7. in 3. m̄. ℞. m̄. 7. fit 9. m̄. m̄. 7. ſed m̄. m̄. 7. eſt p̄. 7. Igitur ex tali multiplicatione fit 16. quòd autem tales numeri tantùm faciant 6. patet, quia p̄. ℞. m̄. 7. & m̄. ℞. m̄. 7. nihil faciunt vt patet. Quòd etiam m̄. m̄. 7. ſit p̄. 7. patet, nam m̄. in m̄. facit p̄. item quia minuere vnam diminutionem eſt addere, ponatur igitur tota a b diminuta



a c, ſi igitur minuas illud m̄. vel auferas ex a b remanebit a b in ſua integritate, abſtuliſti enim quod minuebat: & etiam quod ſi minuas vnum p̄. relinquitur tantò minus

minus quantum eſt illud quod diminuiſti. Igitur ſi diminuis vnum m̄. tantundem addes. Et ſi dicas quòd hoc eſt contra quintam ſecundi Euclidis, dico quòd qui hoc dicit, non intelligit verè Euclidem, & eius imaginatio eſt ſupra intellectum, iſtud tamen verum eſt quod tales æquationes requirunt intellectum ſubtiliſſimum & ſunt quaſi entia rationis.

Quod ſi dicat fac ex 6. duas partes ex quarum multiplicatione vnius in alteram fiat 20. tunc eadem ratione dices quòd valor rei eſt 3. m̄. ℞. m̄. 11. & 3. p̄. ℞. m̄. 11. Differt hæc à præcecente quia ℞. 11. eſt maior 3. nec talis æquatio poteſt conuerti dicendo quòd ſit ℞. 11. p̄. 3. & ℞. 11. m̄. 3. Primò quia faciunt ℞. 44. & etiam quia multiplicatæ faciunt 2. & non 20. Et nota quod ℞. p̄. 9. eſt 3. p̄. vel 3. m̄. nam p̄. & m̄. in m̄. faciunt p̄. Igitur ℞. m̄. 9. non eſt 3. p̄. nec m̄. ſed quædam tertia natura abſcondita.

Quòd ſi dicat, fac de 6. duas partes, quarum quadrata iuncta faciant 116. habebis ex trigeſima quinta regula quinquageſimi primi capituli practicæ per hunc modum partes 10. p̄. & 4. m̄. hæc iuncta faciunt 6. & eorum quadrata ſunt 116. quia m̄. in m̄. facit p̄.

Quòd ſi dicat, fac de 6. duas partes ex quarum multiplicatione fiant 40. m̄. & tunc hæc fit eodem modo quaſi dicas inuenias duos numeros quorum differentia ſit 6. & multiplicatio vnius in alterum faciat 40. operando igitur quadra 3. dimidium 6. fit 9. adde ad 40. fit 49. accipe ℞. quæ eſt 7. eam adde & minue ad 3. dimidium numeri diuidendi, fiunt partes 10. p̄. & 4. m̄. quæ iunctæ faciunt 6. & ex multiplicatione vnius in alterum fit 40. m̄.

Quòd ſi dicat, fac ex 6. duas partes quarum quadrata iuncta faciant 40. m̄. quadra 3. dimidium 6. fit 9. aufer ex 20. m̄. dimidio producendi, fit 29. m̄. accipe ℞. quæ eſt ℞. m̄. 29. eam adde & minue à 3. fient partes 3. p̄. ℞. m̄. 29. & 3. m̄. ℞. m̄. 29. quadra 3. p̄. ℞. m̄. 29. fit 9. m̄. 29. p̄. ℞. m̄. 1044. quadra 3. m̄. ℞. m̄. 29. fit 9. m̄. 29. m̄. ℞. m̄. 1044. iunge ſimul hæc, fiunt m̄. 40. præciſè & tales numeri aggregant 6.

Ex hoc patet complementum capitulorum omnium cubi æqualis rebus & numero, & cubi & cenſuum æqualium numero, & cubi & numeri æqualium rebus & cenſibus. Si igitur quis dicat 1. cu. æquatur 9. co. p̄. 6. cuba 3. tertiam partem rerum fit 27. fac de 6. duas partes ex quarum multiplicatione vnius in alteram fiat 27. & erunt partes 3. p̄. ℞. m̄. 18. & 3. m̄. ℞. m̄. 18. Igitur ℞. cubicæ horum iunctæ ſunt valor rei, videlicet ℞. v. cu. 3. p̄. ℞. m̄. 18. p̄. ℞. v. cu. 3. m̄. ℞. m̄. 18. Proba & inuenies.

Et ſimiliter ſi dicat, 1. cu. p̄. 6. cen. æquatur 12. cuba 2. tertiam partem cenſuum fit 8. dupla fit 16. detrahe ex 12. fit 4. m̄. fac ex 4. m̄. duas partes ex quarum multiplicatione vnius in alteram fiat 64. cenſus cubi de 2. tertiæ partis cenſuum. Quadra igitur 2. m̄. fit 4. p̄. detrahe 64. ex 4. remanent 60. m̄. accipe ℞. & eam adde & minue à dimidio reſidui habebis valorem rei m̄. 2. p̄. ℞. m̄. 60. & m̄. 2. m̄. ℞. m̄. 60. Horum igitur ℞. cubicæ iunctæ dempta tertia parte cenſuum faciunt valorem rei hunc ℞. v. cu. m̄. 2. p̄. ℞. m̄. 60. p̄. ℞. v. cu. m̄. 2. m̄. ℞. m̄. 60. m̄. l. 2.

Et ex hoc ſoluitur talis quæſtio, Inuenias duos numeros quorum quadrata iuncta ſint 10. & cubi iuncti ſint 30. hæc enim peruenit ad capitulum cubi & numeri æqualium rebus. Ponemus igitur quod aggregatum talium numerorum ſit 1. co. fac de 1. co. duas partes, quarum quadrata iuncta ſint 10. per trigeſimam quintam regulã quinquageſimi primi capituli, & erunt partes $\frac{1}{2}$ co. p̄. ℞. v. 5. m̄. $\frac{1}{4}$ cen. & $\frac{1}{2}$ co. m̄. ℞. v. 5. m̄. $\frac{1}{4}$ cen. Horũ cubi ſunt vt vides quia in cubatione duæ partes quæ ſunt à dextra nihil faciunt quia in vna ſunt p̄. in alia m̄.

Prima pars $\frac{1}{2}$ co. p̄. ℞. v. 5. m̄. $\frac{1}{4}$ cen.
Secunda pars $\frac{1}{2}$ co. m̄. ℞. v. 5. m̄. $\frac{1}{4}$ cen.

$\frac{1}{8}$ cu. p̄. $7\frac{1}{2}$ co. m̄. $\frac{1}{8}$ cu.
$\frac{1}{8}$ cu. p̄. $7\frac{1}{2}$ co. m̄. $\frac{1}{8}$ cu.

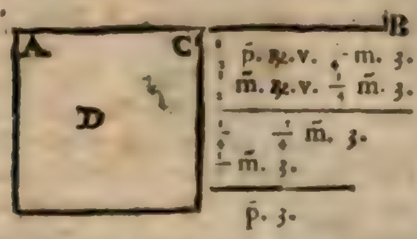
15. co. m̄. $\frac{1}{2}$ cu. æqualia 30.
30. co. æquales 1. cu. p̄. 60.

quare per trigeſimum ſextum capitulum dices 1. cu. æquatur 30. co. p̄. 60. quare ex ſuo capitulo & hac regula valor rei eſt ℞. v. cu. 30. p̄. ℞. m̄. 100. p̄. ℞. v. cu. 30. m̄. ℞. m̄. 100. Hanc igitur ℞. diuide per æqualia fit ℞. v. cu. $3\frac{3}{4}$ p̄. ℞. m̄. $1\frac{9}{16}$ p̄. ℞. v. cu. $3\frac{3}{4}$ m̄. ℞. m̄. $1\frac{9}{16}$, hoc totum quadra fit ℞. v. cu. $12\frac{1}{2}$ p̄. ℞. m̄. $87\frac{57}{64}$ p̄. ℞. v. cu. $12\frac{1}{2}$ m̄. ℞. m̄. $87\frac{57}{64}$ p̄. l. 5. hoc totum tripla fiet ℞. v. cu. $337\frac{1}{2}$ p̄. ℞. m̄. $63900\frac{15}{19}$ p̄. ℞. v. cu. $337\frac{1}{2}$ m̄. ℞. m̄. $63900\frac{15}{19}$ p̄. l. 15. hoc totum auferes ex 30. numero rerum, remanebunt 15. m̄. ℞. v. cu. $337\frac{1}{2}$ p̄. ℞. m̄. $63900\frac{15}{19}$ m̄. ℞. v. cu. $337\frac{1}{2}$ m̄. ℞. m̄. $63900\frac{15}{19}$. Huius igitur totius ℞. addita vel diminuta à dimidio primi valoris (quod fuit ℞. v. cu. $3\frac{3}{4}$ p̄. ℞. m. $1\frac{9}{16}$ p̄. ℞. v. cu. $3\frac{3}{4}$ m. ℞. m. $1\frac{9}{16}$) oſtendit valorem rei. Erit igitur valor rei ℞. v. cu. $3\frac{3}{4}$ p̄. ℞. m. $1\frac{9}{16}$ p̄. ℞. v. cu. $3\frac{3}{4}$ m. ℞. m. $1\frac{9}{16}$ p̄. ℞. v. huius totius 15. m. ℞. v. cu. $337\frac{1}{2}$ p̄. ℞. m. $63900\frac{15}{19}$ m. ℞. v. cu. $337\frac{1}{2}$ m. ℞. m. $63900\frac{15}{19}$. Si igitur de hoc toto feceris duas partes, quarum quadrata iuncta ſint 10. per trigeſimam quintam regulam quinquageſimi primi capituli, habebis illas partes eſſe numeros quæſitos quorum quadrata iuncta ſint 10. & cubi iuncti ſint 30.

Et ſimiliter poteris eodem modo perficere capitulum cubi & numeri æqualium cenſibus. Nota tamen quòd dantur ſolutiones particulares in aliquibus caſibus veluti ſi dicat inuenias duos numeros quorum quadrata iuncta ſint 12. & cubi iuncti 40. peruenies eodem modo ad 1. cu. p̄. 80. æqualia 36. co. quare ex regula capituli particularis cubi & numeri æqualium rebus numeri illi erunt 2. p̄. ℞. 2. & 2. m̄. ℞. 2.

Et vt habeas verum intellectum horum

& demonſtrationem ſimul. Ponamus quod aliquis dicat diuide 1. in duas partes, ex quarum multiplicatione fiat triplum. Tunc ponemus lineam a b eſſe 1. & accipiemus a c dimidium cuius quadratum d. & ab eo auferemus triplum a b eò quòd volumus productionem tripli, reſiduæ igitur ſuperfi-



ciei ſi aliquid maneret ℞. addita & diminuta ex a c oſtendit partes ex quinta ſecundi Elementorum. Quia vero ſupponitur illud reſiduum eſſe m̄. erit igitur reſiduum $\frac{1}{4}$ quadrati a b quod eſt d minus triplo a b quod ſupponitur vnitas igitur erit vt partes ſint $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quadrati m̄. 3. & $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quadrati m̄. 3. Cùm igitur duxeris vnam in aliam, quia incruciationes cadunt, habebis productum p̄. eſſe $\frac{1}{4}$ quadrati a b, & productum m̄. eſſe $\frac{1}{4}$ eiuſdem naturæ, videlicet eiuſdem quadrati m̄. 3. pro numero. Auſer igitur $\frac{1}{4}$ m̄. 3. ex $\frac{1}{4}$ quia m̄. detractum facit p̄. & $\frac{1}{4}$ ex $\frac{1}{4}$ eiuſdem naturæ detractum nihil facit, relinquetur p̄. 3. Igitur manifeſtum eſt quòd ex his partibus producitur p̄. 3. Ex hoc apparet quòd conuenientius eſt dicere valorem partium eſſe $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ cen. m̄. 3. & $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ cen. m̄. 3. & ideo hæc æquatio ſeruit vnitati in generali prout eſt communis omni numero, nec ex hoc ſequitur aliquod inconueniens. Cùm autem ſupponis quod $\frac{1}{4}$ ſit eiuſdem naturæ cum $\frac{1}{4}$ & cum 3. potes dicere conuenienter quòd partes ſunt $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. m̄. $2\frac{1}{4}$, & $\frac{1}{2}$ m̄ ℞. $2\frac{1}{4}$ in æquationibus igitur dices ponendo quòd valor rei ſit 1. co. quòd ſi 1. cu. æquatur 9. co. p̄. 6. quòd poſito 6. numero cuiuſdam rei ignotæ ſiue de la co. & 9. numero quantitatis ſurdæ, quòd res valebit ℞. v. cu. 3. co. p̄. ℞. v. 9. cen. m̄. 27. cu. quantitatis p̄. ℞. v. cu. 3. co. m̄. ℞. v. 9. cen. m̄. 27. cu quantitatis ſurdæ. Triplum igitur huius ſi ab eo addatur & minuatur ℞. nonupli cenſus diminuto 27^{lo} cubi proportionati ad valorem rei ſicut eſt valor rei ad vnitatem ſi horum capiantur ℞. cubæ, ipſæ ſunt valor rei.

39 Trigeſima nona quæſtio promiſcua, Si quis dicat inuenias tres numeros continuè proportionales quorum primus & ſecundus æquetur tertio, & ſimiliter quadratum primi & ſecundi iuncta æquentur aggregato primi & ſecundi, operare per poſitionem collectam, habebis quantitates vt vides.

Prima	$\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $\frac{1}{20}$
Secunda	$\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $\frac{9}{20}$
Tertia	1. p̄. ℞. $\frac{4}{5}$

Fac de 10. duas partes quarum quadratum vnius cum ℞. alterius faciat 10. dices igitur illæ partes ſunt ℞. vna alterius. Igitur 1. cen. p̄. 1. co. æquatur 10. & valor rei eſt ℞. $10\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$, & alia pars eſt $10\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $10\frac{1}{4}$.

Inuenias tres numeros continuè proportionales quorum primus cum ſecundo æquentur tertio, & tertius ſit ℞. quadrata cubi ſecundi numeri. Pones mediam 1. co. & tertia erit ℞. 1. cu. quare per regulam trium prima erit ℞. 1. co. habebis igitur 1. co. p̄. ℞.

Primus	℞. v. $1\frac{1}{4}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$
Secundus	$1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$
Tertius	$1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ p̄. ℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̄ ℞. $1\frac{1}{4}$

1. co. æqualia ℞. 1. cu. Quare in talibus pone ℞. ab vna parte, habebis ℞. 1. cu. m̄. ℞. 1. co. æqualia 1. co. quare quadrando partes habebis numeros vt vides.

Diuide 10. in duas partes tales, quòd maior diminutis duabus ſuis ℞. æquetur minori additis duabus ſuis ℞. Vel dicas, Diuiſi 10. in duas partes quarum maior additis duabus ℞. minoris æquatur minori additis duabus ℞. maioris. Dico in vtraque pones vnam partem 5. p̄. 1. co. & aliam 5. m̄. 1. co. quare detracta vna ab altera fient 2. co. æquales ℞. v. 20. p̄. 4. co. p̄. ℞. v. 20. m̄. 4. co. Vel per viam facili quadrando igitur partes peruenies ad æquationem ce. ce. & cen. & eſt ſecretum. Hanc inueni in libro magno ex carta in bancho primo Bibliothecæ S. Antonij Venetiis, à quo libro abraſus fuit titulus auctoris, & fuit factus vt teſtatur de anno 1202. & ſunt in eo pauculæ operationes non difficiles per manum fratris Lucæ in margine explicatæ, & ſunt pleraque ibi fere quæ ſunt in libro fratis Lucæ vt videatur frater Lucas qui poſterior fuit annis ferme 300. totum librum tranſcripſiſſe. Et in eo libro eſt nomen auctoris libri qui dicitur Algebra, & vocabatur Mahomet; & poſt inueni in libro alio quòd vocabatur Mahomet filius Moiſi. Quod autem dixerim eſſe ſecretum patet nam in ſecunda harum peruenies ad 4. cen. æqualia 40. m̄ ℞. v. 1600. m̄. 64. cen. quare conuertendo fieret 40. m̄. 4. cen. æqualia ℞. v. 1600. m̄. 64. cen. Hæc autem æquatio perducit ad 1. cen. æquale 16. & tamen æquatio falſa eſt, nam partes eſſent 9. & 1. Ideo ſcias quòd hoc eſt ex ordine numerorum quadratorum integrorum quorum initium proportionis differentiæ ad differentiam ℞. eſt a tripla, nec poteſt deduci ad duplam, nec inueniri in datis terminis minor, vnde 10. non poteſt diuidi in duas partes quarum differentia ſit tripla ad differentiam ℞. partium quia differentia 9. ab 1. eſt quadrupla differentiæ ℞. ideo poteſt diuidi in omnem tripla maiorem in infinitū. Et hoc accidit quia quando cēſus, æquatur alicui numero diminutæ radice cenſuum tunc eſt in capitulo cen. & numeri æqualium rebus in quo cadit ℞. m̄ numeri.

Quòd ſi dicat, inuenias tres numeros continuè proportionales quorum productū primi in ſecundum æquetur primo vel ſecundo vel tertio vel aggregato ex duobus illorum vel omnibus dico potes ponere primū numerum ad libitum, & ſecundum 1. co. veluti primus ſit 4. ſecundus 1. co. tertius erit $\frac{1}{4}$ cen. quare ſi voluerimus æquationem ad aggregatum habebimus 4. co. æquales $\frac{1}{4}$ cen. p̄. 1. co. p̄. 4. quare 12. co. æquabuntur 1. cen. p̄. 16. & res valebit 6. p̄. ℞. 20. vel 6. m̄.

Prima	4.
Secunda	6. p̃. ℞. 20.
Tertia	14. p̃. ℞. 180.
	24. p̃. ℞. 320.

6. m̃. ℞. 20. Sed eſt alius modus vt ponas primum 1. cen. ſecundum 1. co. tertium 1. & erit 1. cu æqualis 1. cen. p̃. 1. vel 1. co. p̃. 1. vel 1. cen. p̃. 1. co. & erit 1. cen. æqualis 1. co. p̃. 1. & res valebit ℞. $1\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ quare primus erit $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $1\frac{1}{4}$, ſecundus ℞. $1\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$, tertius 1. & productum ex primo in ſecundũ æquabitur aggregato eorum, & tertius æquabitur differentiæ primi & ſecundi numeri & propter hoc poſui quæſtionem in qua conſidera,

Si verò quis dicat fac de 10. tres partes continuè proportionales, ita quòd multiplicatio primæ in ſecundam ſit æqualis quadratis ſecundæ & tertiæ ſimul iunctis. Pones primam 1. cen. ſecundam 1. co. tertiam 1. vel è contrà & habebis 1. cu. æqualem 1. cen. p̃. 1. multiplicando vel 1. cu. p̃. 1. co. æqualia 1. & ita inuentis partibus per regulam trium quantitatum habebis partes de 10.

Quòd ſi dicat, fac de 6. duas partes ita quòd quadratum totius & quadratũ maioris partis & multiplicatio maioris partis in minorem & quadratum minoris ſint continuè proportionalia: In hoc nota primùm quòd tres vltimæ quantitates ſemper ſunt continuè proportionales, & ideo ſufficit dicere quod quadratum totius & maioris partis & productum ex maiore in minorem ſint continuè proportionalia. Secundum eſt quòd in hac oportet vti poſitione ſimplici & non æquali nam per æqualem perduceres ad capitulum quinque denominationum, pone igitur vt vides 6. totum, & 1. co. primam partem, & 6. m̃. 1. co. ſecundam partem quadra primam fit 36. quadra ſecundam fit 1. cen. multiplica primam partem in ſecundam fit 6. co. m̃. 1. cen. & hæc ſunt con-

6.	1. co.	6. m̃. 1. co.
36.	1. cen.	6. co. m̃. 1. ce.
216. co. m̃. 36. æqualia 1. ce. ce.		
1. cu. p̃. 36. co. æqualia 216.		

tinuè proportionalia igitur multiplica primam in tertiam fiet quadratum ſecundæ, ſequere igitur habebis 216. co. m̃. 36. cen. æqualia 1. ce ce. ſchiſa per 1. co. habebis 1. cu. p̃. 36. co. æqualia 216. quare res valet per capitulum ℞. v. cu. ℞. 13392. p̃. 108. m̃. ℞. v. cu. ℞. 13392. m̃. 108. & hæc eſt prima pars & maior reliqua erit 6. m̃. dicta ℞. v. binomiali & nota quòd in talibus proportio maioris partis ad minorem eſt veluti totius ad partem maiorem duplicata.

Ideo eſt in vigore 4. quantitatum continuè proportionalium quarum quarta æquatur tertiæ & primæ.

Quòd ſi dicat fac de 6. duas partes quarum quadratum minoris & quadratum maioris & productum ex tota in maiorem partem ſint continuè proportionalia. Hæc quæſtio eſt longè difficilior præcedente, quia cum hac & trigeſima quæſtione habentur omnia quæſita difficilia quæ non tranſcendunt capitulum cubi & plura etiam tranſcendentia & ſolui poſſunt plurimæ ex illis quæſtionibus quas poſui in fine, & dicuntur Quæſtiones arduæ; ſit igitur 6. diuiſum in a & c quia igitur ex ſuppoſito productũ ex 6. in a & quadratum a & quadratum c ſunt continuè proportionalia, igitur per nonam ſecundi libri noſtri ſuper Euclidẽ tum illud quod fit ex 6. in a fit medio

6.	a	c
	1. cen.	

modo proportionale inter quadratum 6. & quadratum a, erit proportio quadrati 6. ad quadratum a veluti producti ex 6. in a ad quadratum a duplicata. Quare cùm proportio producti ex 6. in a ad quadratum a ſit vt quadrati a ad quadratum c, erit proportio quadrati 6. ad quadratum a vt quadrati a ad quadratum c duplicata, & quia proportio quadrati 6. ad quadratum a eſt veluti 6. ad a duplicata, igitur proportio 6. ad a eſt veluti quadrati a ad quadratum c, quare multiplicato 6. in quadratum c tantum fiet quantum multiplicato a in quadratum a, & hoc eſt cubare a. Igitur dicemus quòd cubus a æquatur quadrato c ducto in 6. cùm igitur a & c componant 6. ex ſuppoſito dices feci ex 6. duas partes quarum cubus maioris fuit æqualis 6. cenſibus minoris. Pone igitur quòd a ſit 1. cen. igitur cubus eius erit 1. cu. cen. & quia hoc eſt æquale 6. cen. de c. Igitur dices quòd c eſt ℞. $\frac{1}{6}$ cu. cen. ſed ℞. 1. cu. ce. eſt cu. ℞. 1. igitur ℞. $\frac{1}{6}$ cu. cen. eſt cu. ℞. $\frac{1}{6}$ dices igitur quòd cu. ℞. $\frac{1}{6}$ p̃. 1. cen. æquatur 6. multiplica igitur omnia per ℞. $\frac{1}{6}$ habebis $\frac{1}{6}$ cu. p̃. ce. ℞. $\frac{1}{6}$ æqualia ℞. 6. Quare multiplica omnia per 6. vt reducas vnum cubum habebis 1. cu p̃. cen. ℞. 6. æqualia ℞. 216. Quare es in capitulo, & erit valor rei accipiendo $\frac{1}{3}$ numeri cenſuum quod eſt ℞. $\frac{2}{3}$, & cubando fit ℞. $\frac{8}{27}$, duplando fit ℞. $1\frac{5}{27}$ detrahe ex ℞. 216. remanet ℞. $185\frac{5}{27}$ fac de hac duas partes ex quarum multiplicatione fiat $\frac{8}{27}$ qui eſt cubus cenſus tertiæ partis numeri. Accipe igitur dimidium ℞. $185\frac{5}{27}$ quod eſt ℞. $46\frac{8}{27}$, quadra fit $46\frac{8}{27}$, detrahe $\frac{8}{27}$ remanent 46. accipe ℞. & eam adde & minue à dimidio numeri habebis tandem valorem rei ℞. v. cu. ℞. $46\frac{8}{27}$ p̃. ℞. 46. p̃. ℞. v. cu. ℞. $46\frac{8}{27}$ m̃. ℞. 46. m̃. l. ℞. $\frac{2}{3}$ quare cùm maior pars ſit poſita 1. cen. erit pars maior quadratum huius trinomij, & reſiduum a b eſt valor minoris partis.

Ex hac patet quòd cum dicis ſunt duo numeri quorum cubus vnius æquatur 10. cen. alterius & aggregatum talium numerorum eſt 7. gratiâ exempli,

ſemper debes dicere igitur 1. cu. p̄. cen. ℞. 10. & eſt ℞. numeri cenſuum alterius numeri propoſiti æquabitur ℞. 490. qui 490. producitur ex quadrato numeri æquationis (qui fuit 7.) in numerum cenſuum propoſitorum alterius quantitatis qui fuit 10. Dices igitur ſi 1. cu. alicuius numeri æquatur 10. cen. alterius numeri, & illi numeri iuncti faciunt 7. igitur 1. cu. p̄. cen. ℞. 10. æquabitur ℞. 490. quare res eſt in capitulo & valor rei eſt ℞. quadrata numeri illius cuius cubus æquatur 10. cen. alterius. Poteſt etiam ſolui hoc modo faciliùs, ſed non elicitur regula quam poſui. Cùm proportio 6. ad a ſit veluti quadrati a ad quadratum

6	d	a	c
	1. co.	$\frac{1}{6}$ ce.	$\frac{1}{36}$ cu.

c & proportio quadrati a ad c eſt duplicata ad proportionem a ad c, erit proportio 6. ad a duplicata ad proportionem a ad c, quare interpoſito d inter 6. & a erunt 6. d a c continuè proportionales. Ponatur igitur d 1. co. erit a $\frac{1}{6}$ cen. & c $\frac{1}{36}$ cu. quare cùm a & c æquetur 6. igitur $\frac{1}{36}$ cu. p̄. $\frac{1}{6}$ cen. æquantur 6. quare 1. cu. p̄. 6. cen. æquantur 216. Sequere æquationem, habebis valorem rei ℞. v. cu. 100. p̄. ℞. 9992. p̄. ℞. v. cu. 100. m̄. ℞. 9992. m̄. l. 2. & hic eſt valor d. Et quia a eſt $\frac{1}{6}$ ce. ipſius d, quadrabimus hoc trinomium, & illius accipiemus ſextam partem, & hæc erit maior pars, qua detracta ex 6. relinquitur minor. Quòd autem a & c æquetur 6. nihil refert, poſſes enim dicere diuide 6. in duas partes, quarum quadratum minoris & quadratum maioris, & maior multiplicata per 10. vel per 3. ſint continuè proportionalia. Vides quod loco 6. poneres 10. vel 3. ſed in æquatione poſt modum a & c ſiue partes cubi & cenſuum æquabuntur 6. vt etiam in alia ſolutione patuit. Ideò regula eſt generaliſſima ex qua innumeræ aliæ regulæ etiam longè difficiliores elici poſſunt, has non pono quia non comprehenderentur in decem libris ſimilibus libro fratris Lucæ, & qui intelligit fundamenta artis, cognoſcit quòd ego dico veritatem, nam etiam ex quæſtione trigeſima elicitur capitulum vniuerſaliſſimum cubi cenſuum, rerum & numeri per viam reuerſionis vt patet intuenti.

40 Quadrageſima, Nauis quædam ventis vrgentibus in perditionem per plures dies ac incertum æquor vecta in pelago quieſcente tempeſtate ignorans vbi ſit: reditum poſtulat quæritur quibus ventis dirigi debeat, quantúmve à deſtinato loco receſſerit: id autem ſcire facilè licebit ſi priùs locum vbi eſt cognouerimus. Hanc mihi Baptiſta de Ponte vigo propoſuit ac ſolui cùm per horam fermè hæſitaſſem, viſáque eſt mihi reſponſio vtilis & ad alia & à præceptis Ptolomei non abhorrens, vbi de metheoroſcopio inſtrumento diſſerit. Obſerua igitur, quando luna in meridiani capſulæ ſiue magnetis lineam inciderit cum armillis aut metheoroſcopio ipſius locum per diſtantiam à ſole aut ſtella aliqua noti loci, per altitudinem etiam ſolis aut ſtellæ cognitæ horam & minutum temporis à meridie ſupputa. Dixi autem ad meridianum capſulæ quia facile ille habetur, & iuxta zodiacum propter incruciationem ſub æquinoctiali parum differt à vero meridiano, quo cognito diligentiſſimè ſupputa ad eandem horam lunæ locum cum tabulis & motum in hora, detraheque locum inuentum per tabulas à loco inuento per inſtrumentum, ſi prior minor fuerit, aut è contrà ſi maior, & differentiam loci vide in quanto tempore luna perambulat ex motu lunæ in hora, & colliges tempus differentiæ cui pro vnaquaque hora adde gradus 15. & pro vnoquoque minuto horum 15. minuta diſtantiæ & colliges differentiam longitudis loci in quo es à loco tuo ſecundùm quem ſupputaſti locum lunæ ex tabulis, hanc differentiam adde longitudini loci tui patrij ſi locus lunæ ex tabulis maior fuerit eo qui per inſtrumentum conſpicitur, aut minue ſi locus lunæ loci incogniti per inſtrumentum habitus locum lunæ ex tabulis patrium ſuperauerit, quo facto habes verum locum longitudinis loci in quo es. Deinde ſume altitudinem ſolis in meridie cui adde declinationem loci ſolis ſi ſol fuerit à libra ad piſces, aut minue ſi fuerit ab ariete ad virginem, & quod conflatur minue de 90°. habebis reſiduum eleuationem poli ſupra horizontem. Cum metheoroſcopio igitur ſignabis verum locum longitudinis & altitudinis loci in quo es, ſimiliter & loci ad quem reuerti deſtinas, & ſuperinducto circulo magno habebis differentiam graduum & minutorum loci in quo es à loco ad quem reuerti vis: dando autem ſingulis gradibus miliaria 62 $\frac{1}{2}$ & cuilibet minuto miliare vnũ habebis diſtantiam. Deinde abiicies nonam partem graduum quia capſula (quam vulgariter buſolum vocant) circulum in 320. partes diuiſum habet, nam 16. ventis conſtat principalibus, quilibet quatuor habet quartas, vnicuique quartæ quinque puncta diſtribuuntur ex quo conſurgunt partes in circuitu 320. relinquetur igitur partes inſeruientes capſulæ vel cartæ maritimæ ex quo inuentis locis tuis ſecundum veritatẽ vel æſtimationem habebis lineam venti cum quo regredi debes, vnde etiam carta geographica vniuerſi orbis ſine obſeruatione eclipſium quæ rara & difficilis eſt diligentiſſime & cum maxima facilitate ab vno poſſet inſtaurari, cum ratio ecclipſis innumeros obſeruatores & peritos requirat. Exemplo non vtor cùm facilis res ſit his qui inſtituta noſtra geographiæ perlegerint.

DE REGVLA ALIZA LIBELLVS.

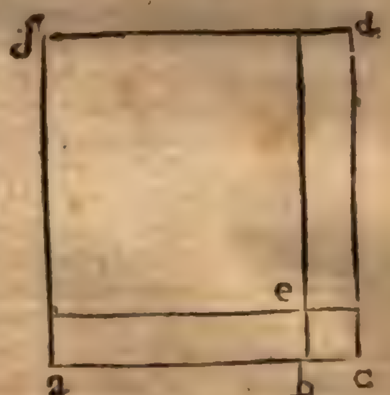
CAPVT PRIMVM.

De ſuppoſitis ac modis.

CVM iam in Arte Magna demonſtrauerimus omnia capitula conuerti, modò duo principalia, nec iam ex conuerſione, inuenta generalia fuerint, manifeſtum eſt inuento alio capitulo generali, præter capitula cubi, & rerum æqualium numero, & cubi æqualis quadratis & numero. quod ex priore per conuerſionem deducitur, & ſi generale ſit, omnia capitula ſeu ex tribus, ſeu ex quatuor nominibus, generaliter non ſolùm cognita eſſe, ſed & demonſtrata; modo hoc ipſum demonſtratione inuentum ſit. At verò faciliora inuentu ſunt, quæ ex tribus nominibus conſtant, quàm quæ ex quatuor, non ſolùm quia hæc pluribus partibus conſtent, ſed quoniam hæc per illa habeantur. Horum autem quæ tribus nominibus conſtant faciliimum eſt capitulum cubi æqualis rebus & numero, cuius pars iam maxima ex prima regula habetur, & quod ſecundùm rationem capituli iam inuenti ſe habet: & etiam quod ex illo in alia non contra conuerſionem oſtenderimus. Horum omnium cauſa de illo agemus.

In capitulo igitur Cubi æqualis rebus & numero, duo proponuntur ſpeciatim, numerus æquationis, numerus etiam rerum: generaliter autem, quòd cubus nunc alicuius rei ſeu quantitatis, propoſitis numeris ſimplici & rerum æqualis eſt. Oportet autem vt generaliter hoc inueniamus & demonſtratiuè & facillimè. Cùm ergò cubus æqualis ſit duabus quantitatibus diuerſi generis (aliter non eſſet hoc generale, ſi ad ſolos numeros & eorum partes extenderetur) neceſſe eſt vt & ipſe in duas tantùm partes reſoluatur, quarum vna numerus ſit, & aſſignato æqualis, alia totidem partes contineat natura varias, quot in rebus continentur de eis æquales. Quo circa neceſſe eſt cubum ſaltem ex duabus partibus conſtare natura diuerſis, igitur & latus eius ſeu res, neque enim ab vnius generis natura per multiplicationem quotieſcunque repetitam plures quantitates diuerſorum generum fieri poſſunt, vt ab Euclide in decimo libro demonſtratum eſt. Propoſ. Verùm ſi in re contineantur duæ quantitates à numero alienæ, neceſſe eſt vt inter ſe ſint incommenſæ, aliter æquiualerent vni: at ex eiuſmodi neceſſe eſt cubum fieri, qui tres partes contineat, numerum & duas rhete, vt rebus ac numero poſſit coæquari. Cùm ergò diuiſerimus rem in duas partes, oportet cubum tres eiuſmodi progignere; & ſi in tres vt progignat quatuor atque ita deinceps, & (vt dictum eſt) vt in illis ſit numerus numero propoſito æqualis: reliquæ partes verò vt ſint ex natura partium lateris, & illarum aggregatis coæquales.

Rurſus vt repetamus quæ dicta ſunt, ſit cubus a d ex linea a c diuiſa trib. & conſtat quòd in eo erunt quatuor partes diuerſæ principales cubus a b, cubus b c, triplum



a b in quadratum b c, & triplum b c in quadratum a b. Oportet igitur accommodare numerum, & poteſt fieri ſeptem modis, facilioribus, vt diximus, ſi non poſſumus inuenire æſtimationem in faciliori, quomodo in difficiliori inueniemus? Primus ergò modus eſt, vt numerus tribuatur cubis: atque hic modus eſt inuentus, & eſt pars illa capituli quæ habetur in qua accipimus ℞. cubicas partium numeri pro rei partibus,

bus, & ita cubi illarum ſunt numeri qui iuncti æquantur aggregato cuborum c c & e f & res ipſæ æquantur parallelipedis ſex, quæ ex cubo a d reſidua ſunt. Sed quoniam cubi a b & b c nunquam poſſunt eſſe minores quarta parte totius cubi a d, & hoc etiam non contingit niſi cùm fuerit a c diuiſa per æqualia in b. Cùm igitur numerus fuerit minor quadrante cubi totius a d, non poterit æquari cubis a b, b c: & ideò capitulum hac in parte non fuit generale.

Per 9. ſecundi El. & regula Dialet.

Sequitur ergo ſecundus modus, & eſt vt parallelipeda omnia dentur numero & cubi rebus: & quia parallelipeda non poſſunt eſſe maiora dodrante totius cubi, quia cubi non poſſunt pariter accepti eſſe minores quadrante, ideò nec hoc capitulũ poteſt eſſe generale, quoniam cùm numerus fuerit maior dodrante totius cubi, non poterit tribui parallelipedis. Cùm ergo neutrum iſtorum capitulorum poſſit eſſe generale per ſe, ambo tamen iuncta conſtituunt capitulum generale: etiam primum ſeruit quando numerus non fuerit minor quadrante totius cubi, ſeu triente rerum, quod idem eſt: ſecundus cùm numerus non fuerit maior dodrante totius cubi, ſeu maior triplo quantitatis rerum, quod ad idem pertinet. Ex quo liquet quòd cùm numerus fuerit à quadrante ad dodrantem totius cubi, & eſt magna latitudo ſcilicet ſemiſſis, tunc æſtimatio poteſt haberi per vtranque regulam, quia numerus poteſt tradi cubis & parallelipeda rebus, & conuerſo modo numerus parallelipedis & res ipſis cubis. Æſtimatio ergò erit eadem, & duobus modis inuenta. Licet autem videre ex demonſtratis in lib. de Proport. quòd proportio aggregati cuborum ad aggregatum ſex parallelipedorum eſt, veluti aggregati quadratorum a b & b c, partium detracto producto a b in b c ad triplum producti ſeu ſuperficiei a b in b c, ſeu triplum ſuperficiei a e.

Propoſ. 146.

Tertius, quartus, quintúſque modus non ſunt adeò elegantes tametſi priores duo quippiam habeant præcipui. Tertius ſiquidem eſt cùm quatuor parallelipeda numero dantur, reliqua duo cum cubis rebus. Eſt autem hoc inter corpora illa præcipuum, quòd proportio ipſorum corporum eſt, vt quadratorum partium ſimul iunctorum ad ambo producta: velut, capio rem 7. diuiſam in 5. & 2. quatuor parallelipeda ſunt 140. cubi partium cum duobus parallelipedis ſunt 203. proportio 203. ad 140. eſt velut 29. aggregati quadratorum 5. & 2. ad 20. duplum producti 5. in 2. Et ſimiliter, in quarto modo numerus datur duobus tãtùm parallelipedis mutuis. Hoc tamen habet præcipui, quod extenditur ad quadrantem ad vnguem numeri, vnde videtur ad vnguem perficere capitulum cum prima regula. Manifeſtum eſt ergo quod in ſecundo modo oportet producere tertiam partem numeri ex mutuis parallelipedis, in tertio medietatẽ, in hoc autẽ totum numerum. Et ſemper agg gatũ ex duobus mutuis parallelipedis æquale eſt ductui producti partium inuicẽ in aggregatum earum: ſeu in rem. Sed in quinto modo damus numerum vni cubo, reliqua ſeptem corpora rebus, ideo eſt valde difficilis, & redit ad capitulũ quatuor nominum inde ex eo ad primum, ideo eſt deterius omnibus: ſi tamen poſſet inueniri, eſſet generale vt duo ſequentia.

Sextus modus eſt, vt demus numerum vni cubo & tribus parallelipedis quæ fiunt ex latere cubi illius in quadrata lateris alterius cubi, & reliqua quatuor corpora, ſcilicet, cubum cum tribus parallelipedis rebus. Et ideò eſt difforme, quoniam quod æquatur eſt ſimile ſcilicet cubi cum parallelipedis tribus aduerſis, cui æquatur diſſimile, nam vnum aggregatum æquatur numero, aliud rebus. Præcipuum tamen eſt his corporibus, vt differentia aggregatorum ſit æqualis cubo differentiæ laterum, velut in exemplo poſito primum aggregatum eſt 185. ſecundum 158. differentia 27. cubus 3. differentiæ 5. & 2. Et hoc capitulum ſi inueniretur, eſſet generale.

Septimus modus eſt, cùm numerum damus aggregato ex cubo & duobus cohærentibus parallelipedis cum vno aduerſo & res reliquis quatuor corporibus, velut in exemplo ad 125. cubum 5. addo 100. duplum parallelipedi 2. in 25. quadratum 5. & 20. parallelipedum 5. in 4. quadratum 2. & totum fit 245. & ſimiliter reliquum erit 8. pro cubo, & 40. pro duplo 5. in 4. quadratum 2. & 50. parellelipedum 2. in quadratum, vt omnia ſint 98. Præcipuum in hoc eſt, quòd vtraque pars habet rationem quadrati, & ℞. quadrata fit ex 75. in ℞. vnius partis, velut ℞. 245. fit ex 7. in ℞. 5. & 98. ex 7. in ℞. 2. Et proportio talium corporum eſt velut partium rei, id eſt velut 5. ad 2. Patitur tamen & hoc difficultatem eandem cum priore, ſcilicet quòd corpora ſimilia generatione comparantur naturis diuerſis per ſe in genere, vt numero & rebus. Reliquæ autem compoſitiones, aut ſunt anomalæ, velut ſi daremus numerum vni parallelipedo, vel trib. vel quinque vel duobus, non mutuis, aut quatuor, ex quibus duo mutua non eſſent, aut vni cubo & vni parallelipedo, vel duobus vel tribus non eiuſdem generis. Aliæ ſunt inutiles, velut ſi daremus numerum aggregato ex ambobus cubis, & duobus parallelipedis aut quatuor quomodocunque, nam ſi numerus cùm paruus ſit, non ſufficit aggregato cuborum, quomodo ſufficit eidem ſi addantur parallelipeda?

CAPVT II.

De regulis ſpecialibus Cap. XXV. Artis magnæ cubi æqualis rebus & numero.

PRIMA hîc ſit a d numerus rerum ea ratione conſtructa ſuperficie rectangula, vt altitudo eius c d ducta in reſiduum, deducto quadrato b d, quòd ſit a e producat f numerum, liquet ergò quòd cubus c d ſeu c b cum numero f æquatur numero rerum, id eſt parallelipedo ex b c in a d, ſumatur ergo

ergo b l quarta pars b d, & totius a i latus a m, cui adiiciatur m n dimidium b c, quæ in b l, erit ergo poſita a n re corpus ex a n in a d rurſus res ipſæ dico quòd cubus a n æquatur totidem rebus a n, id eſt ſecundum numerum a d & numero f. Nam quadratum a n eſt æquale quadrato a m & m n, quæ ſuperficiebus a l & b l ex ſuppoſito & duplo a m in m n, quod eſt æquale duplo quadrati m n (poſita m o æquali li m n) producti ex m n, in m o, & duplo producti m n in a o, duplum autem producti m n in m o, ſeu quadrati m n eſt ex ſuppoſito æquale duplo b l. Quadratum igitur a n eſt æquale ſuperficiei a l, & triplo b l, & duplo a o in m n, a l autem cum triplo b l eſt tota ſuperficies a d: quadratum igitur a n eſt æquale a d ſuperficiei a d, & duplo m n in a o, eſt autem c d dupla m n igitur ſuperficiei ex c d in a o, cubus ergo a n qui fit ex a n in quadratū a n æqualis eſt parellelipedo ex a n in a d & in c d in a o, ſed ex a n, c d, a o, fit idem quod ex c d in ſuperficiem ex a n in a o, quæ eſt æqualis ſuperficiei a e, nam ex a n in a o fit cum quadrato m n, quod eſt b l quadratum a m, eò quòd m n & m o ſunt æquales, igitur detracta communi ſuperficiei b l ex a n in a o fit a e, & ex c d in a o ex ſuppoſito fit f numerus, igitur cubus a n æqualis eſt parallelipedis ex a n in a d, & ex c d in ſuperficiem a e, quod eſt æquale f numero, igitur cubus a n eſt æqualis parallelipedo ex a n in a d cum numero f, at ex a n in a d eſt numerus rerum poſitarum ſupponendo a n rem, quia adfuit numerus rerum, igitur cubus eſt æqualis rebus & numero propoſitis. Hæc demonſtratio oſtendit quòd hoc capitulum non oritur ex illis ſeptem modis, ſed aliâ ratione. Ex hoc etiam ſequitur quòd capitulum cubi & numeri æqualium rebus eſt ſimplicius, & ex ſe magis obuium cognitioni capitulo cubi æqualium rebus & numero. Nam in eo ſufficit vt inuenias partem in numero rerum, cuius radix ducta in reliquam partem producat numerum propoſitum. Hæc etiam regula non eſt generalis per ſe toti capitulo cubi æqualium rebus & numero, quia vbi numerus eſſet maior non ſatisfaceret, ſed eſt generalis capitulo cubi & numeri æqualium rebus. Secunda quoque regula nec ex his demonſtratur, ſed accepta quacunque parte cubi pro numero reliqua eſt æqualis rebus ex ſuppoſito, igitur ſuperficies eſt æqualis numero rerum. Si ergo ea ſuperficies cum eo quod prouenit diuiſo numero per eandem quantitatem fuerit quadratum illius quantitatis, igitur quantitas illa eſt res. Sed neque hoc ad hoc propoſitum pertinet, cùm ex illa diuiſione rei non pendeat. Et licet ad quadrati diuiſionem quod cubi baſis eſt, res diuiſa intelligatur, attamen illa diuiſio magis pertinet ad capita cubi & numeri comparatorum quadratis quàm rebus. Tertia regula oritur ex tertio modo præcedentis diuiſionis. Quarta regula ſimiliter ex quarto modo demonſtratur, nam duo cubi cum quatuor parallelipedis ad duo reliqua parallelipeda eam obtinent proportionem quàm quadrata partium rei diuiſæ cum ſuperficie vnius partis in alteram ad alteram ſuperficiem quæ quadratum compleet. Cùm ergo duo quadrata & ſuperficies ex vna parte in aliam ſint tres quantitates continuæ proportionis & radices extremarum, ſeu latera quadratorum ex ſuppoſito ducta in ipſa quadrata mutuò producant numerū æquationis & parallelipeda etiam, igitur parallelipeda ſunt æqualia numero, reliqua autem corpora rebus. Ergo cùm cubus ſit æqualis illis octo corporibus, erit etiam æqualis rebus & numero. Quòd verò ſex illa corpora ſint æqualia rebus, conſtat ex conſtitutione cubi, & demonſtratis in lib. de Proport. Quinta regula ex ſecundo modo originem ducit, verùm cùm ibi demonſtrata ſit, non eſt vt eam repetam. Sexta regula huic propoſito non congruit, nam ſpecialis eſt. Septima oritur ex quinta, ſed videtur ab ea diuerſa, quia in illa ſupponitur ℞. tota, ſcilicet ℞. v. 28. m̄. 3. quad. in hac dimidium ℞. 7. m̄. $\frac{3}{4}$ quad. Et quia in vna ducuntur partes mutuo in quadrata in alia aggregatum in productum partium: ſunt tamen idem vt demonſtratum eſt in lib. de Proport. Pendet autem per regulam de modo cum 1. cu. æqualis ſit 7. reb. p̄. 90. ex 7. m̄. quadrato differentiæ quod eſt 1. quad. poſita differentia 1. poſ. (tanquam producto partium, & eſt ſemper æquale differentiæ aggregati quadratorum à producto vnius partis in alteram) in ℞. v. 28. m̄. 3. quadrata, inuentum per regulam de modo fit 30. tertia pars numeri æquationis. Sic octaua pendet ex tertia eodem proceſſu: ſed quia poſitæ ſunt ſolum ad inuentionem generis quantitatum quæ multiplicatæ in quadrata vel radices producant numerum, ideo omitto.

Per 4. 2. Element.

Per 5. 2. Element.

CAPVT III.

De modo inueniendi quantitates quæ ſeruiant capitulis per producta vnius partis in aliam, & quadratum differentiæ partium.

CVM dixerit quis 1. cu. p̄. 8. æqualia 7. quadratis, tunc diuides 7. in duas partes, ex quarum vna in alterius quadratum fit numerus, & ſemper oportet vt reliqua pars quæ non in ſe ducitur ſit binomium vel reciſum primum, quia quadratum alterius neceſſariò eſt binomium vel reciſum primum. Ex Euclide igitur ſi debet numerum efficere ductum in reliquam partem, oportet vt ſit illa ſecunda pars binomium vel reciſum primum. Prima ergo pars poteſt eſſe binomium vel reciſum primum, ſecundum & terium, & poteſt etiam eſſe binomium quartum, quintum & ſextum, non tamen reciſum, quia cùm prima ſit ℞. & ſecunda pars neceſſariò ſit binomium, quia prima eſt reciſum, igitur in vtraque eſſet ℞. p̄. igitur non poteſt eſſe numerus ille qui ab initio diuiſus eſt. Dico ergo quòd diuiſo numero quadratorum in duas partes quas vocabimus principales, &

eam quæ in ſe ducitur, vocabimus principalem, & pro aliis duabus partibus inueniendis, duc primam in duplum ſecundæ, & à producto deducito quadratum primæ, & ℞. reſidui eſt pars addenda principalibus, aut detrahenda cum cōditionibus condictis. Et ſimiliter pro numero producendo duc differentiam principalium in ſe, & productū in duplum primæ principalis, & quod producitur eſt quæſitus numerus. Exemplum ergo in propoſito, diuido 7. in 4. & 3. duco 4. in duplum 3. fit 24. deduco c b quadratum 4. relinquitur 8. cuius ℞. addita 4. vel detracta & ita addita vel detracta à 3. conuerſo modo conſtituit partes 4. p̃. ℞. 8. & 3. m̃. ℞. 8. vel 4. m̃. ℞. 8. & 3. p̃. ℞. 8. Et ideo notandum eſt quod ſub æquatione eadem prima pars principalis, & ſecunda idem faciunt per binomium & reciſum. Vtraque enim harum æſtimationum ſcilicet 4. p̃. ℞. 8. & 4. m̃. ℞. 8. eſt æſtimatio 1. cu. p̃. 8. æqualium 7. quadratis. Pro numero ergo habendo æſtimationis, ſeu qui producitur, cape 1. differentiam 4. & 3. partium principalium: & duc in ſe, fit 1. duc in 8. duplum primæ principalis fit 8. numerus quæſitus. Exemplum ergo aliud, diuido 7. in 3. & 4. & fit 3. pars prima, duco in duplum 8. fit 24. aufero 9. quadratum primæ fit 15. Et erit pars ℞. 15. detrahenda à 4. & addenda 3. propter ea quæ dicta ſunt. Pro numero ſume differentiam quæ eſt 1. duc in ſe, fit 1. duc in duplum 3. primæ principalis, fit 6. numerus quæſitus. Habebo igitur 1. cu. p̃. 6. æqualia 7. quadrata. Et ſimiliter diuido 7. in $1\frac{1}{2}$ & $5\frac{1}{2}$ & duco u duplum $5\frac{1}{2}$ in $1\frac{1}{2}$ fit $16\frac{1}{2}$ detraho $1\frac{1}{4}$ quadratum $1\frac{1}{2}$ relinquitur $14\frac{1}{4}$, huius igitur radici adde $1\frac{1}{2}$, & detrahe à $5\frac{1}{2}$ & fierent partes ℞. $14\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$ & $5\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $14\frac{1}{4}$. At productum fit ex differentia $5\frac{1}{2}$ & $1\frac{1}{2}$ in ſe & fit 16. & ducto 16. in 3. duplum $1\frac{1}{2}$ fit 48. ſimili modo ferè ex 8. duas partes, ex quarum ductu vnius in quadratum alterius fiat 9. poſita vna $4\frac{1}{2}$ alia $3\frac{1}{2}$, per ſecundam regulam patet propoſitum, ſcilicet quòd producemus 9. vel 7. nam quadratum differentiæ eſt 1. & ductum in duplum $4\frac{1}{2}$ conſtituit 9. & in duplum $3\frac{1}{2}$ conſtituit 7. & ita ſi diuidatur in 5. & 3. producetur 40. vel 24. In prima ergo diuiſione erunt partes $4\frac{1}{2}$ p̃. vel m̃. ℞. $11\frac{1}{4}$ & $3\frac{1}{2}$ p̃. vel m̃. eadem ℞. $11\frac{1}{4}$, & ita ſi diuiſeris in $2\frac{1}{2}$ & $5\frac{1}{2}$ habebis 45. & erunt partes ℞. $21\frac{1}{4}$ p̃. $2\frac{1}{2}$ & $5\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $21\frac{1}{4}$. Nam aliter eſſe non poteſt, vt ab initio diximus. Et ſi diuiſeris in $1\frac{1}{2}$ & $6\frac{1}{2}$ habebimus 75. Et ex hac operatione patet, quòd præter integra dimidia non poteſt vlla diuiſio eſſe vtilis. Sic enim duc diuiſum in a & b, & ſit c differentia, & quia ſi diuidatur per $4\frac{1}{2}$ & $5\frac{1}{2}$ vel $6\frac{1}{2}$ & $3\frac{1}{2}$, & ſic de ſingulis differentia eſt numerus integer, ergo cùm a & b non ſunt neque integri neque media, erunt maiora vel minora, ergo c eſt maius vel minus integro. Et quia numerus qui debet produci, neceſſariò fit ex quadrato c in duplum a, vbi a ſit prima pars, & iam a non eſt nec integer numerus nec dimidium, igitur duplum a non eſt numerus, ſed aliquis ex eadem denominatione cum c. At quia ducitur in ſe, & eſt vltra integrum, aliquid erit productum, factum genere denominationis quadratæ, vt ſi ſit $2\frac{1}{3}$ erit $5\frac{4}{9}$ at ductum 5. in $\frac{4}{9}$ in $7\frac{1}{3}$ duplum minoris, quia denominatio compoſita eſt ad $5\frac{4}{9}$ producit numerum ex genere fractorum, quorum denominator eſt 27. vtpote $41\frac{20}{27}$ vt demonſtratum eſt ſuo loco, igitur productum non poteſt eſſe numerus aliquis integer, ſed 10. non poteſt diuidi per integra & media niſi decem modis, ergo numerus æquationum non poteſt eſſe niſi decem. At 10. quadrata æqualia cubo & numero poſſunt æquari, vt demonſtratum eſt in libro de Proportionibus vſque ad 148. numeris integris & ſingulis, ergo diuiſio binomiorum & reciſorum, & per integra non ſatisfacit, ſed deſunt 138. numeri integri: præter illos, in quibus ſunt adiectæ partes ipſæ numerorum quibus eadem ratione hæ quantitates ſatisfacere non poſſunt. Sed pro nunc ſufficiat oſtendiſſe de de integris, & quia capitula omnia conuertuntur, liquet quòd idem defectus eſt in illis.

Conſiderandum præterea quòd ex hac regula habetur proportio numeri cum daadditione producti ad numerum ſine additione, velut ſi 8. diuiſum in 3. & 5. producit 45. & additis partibus quæ ſunt ex regula producitur 24. vt ſuperiùs dixi ℞. ex regula ſecunda dico, quòd proportio 45. ad 24. vt demonſtratione patet ſe habet, vt 15. productum 5. in 3. ad 8. duplum quadrati differentiæ. Et ita diuidendo 8. in 6. & 2. fit 24. primo modo, & per ſecundam regulam fit 64. & proportio 24. ad 64. eſt velut 12. producti ex 6. in 2. ad 32. duplum quadrati 4. differentiæ.

Capvt IV.

De modo redigendi quantitates omnes, quæ dicuntur latera prima ex decimo Eu l.dis in compendium.

Evclides conſtituit viginti quatuor lineas analogas, id eſt, irrationales, & vnam rhete ſeu rationalem vicem habentem numeri.

Rationalis ſeu rhete, vt ſex vel ſeptem: aloga ſimpliciter quæ numero & rheti potentia tantum eſt commenſa, vt ℞. ſex vel ſeptem, id eſt latus tetragonicum ſuperficiei rhete, ſed non quadratæ. Media & eſt latus tetragonicum ſuperficiei alogæ ſimpliciter. vt ℞. ℞. 6. & ℞. ℞. 7. Ex comparatione autem alogarum inter ſe, vel cum rhetis conſurgunt ſex genera binomiorum, de quibus dicemus.

Proprium primi binomij & ſimiliter reciſi eſt, quòd prima pars ſit numerus, & ſecunda aloga, & quadrata harum differant numero quadrato, vt 3. p̃. ℞. 5. quorum quadrata ſunt 9. & 5. differentia eſt 4. latera autem 9. & 4. ſunt 3. & 2. & ita 3. m̃. ℞. 5. erit reſiduum primum. Et ita 4. p̃.

℞. 12.

℞. 12. conueniunt autem, vt dictum eſt in tertio libro, tam binomia quam reciſa, quòd primi & quarti prima pars eſt numerus 2 ℞. 2. & 5. ſecunda pars eſt numerus 2. ℞. 3. & 61. ambæ partes ſunt ℞. ſed primus ordo, id eſt 1. 2. & 3. differunt à 2. ordine, id eſt 4. 5. & 6. quòd in primo ordine pars maior, ſeu prima ſemper eſt potentior minore parte; ſeu ſecundo quadrato quantitate commenſæ primæ parti, in ſecundo ordine incommenſæ. Modus autem generalis omnibus binomiis & reciſis habendi radicem eſt, vt ducas ſecundam partem in ſe, vt ℞. 12. per ſe fit 12. cuius ſume quartam partem ſemper, & eſt 3. fac ex prima parte 4. duas partes producentes 3. & erunt 3. & 1. horum radices iunctæ faciunt 4. p̄. ℞. 12. & in producendo quadrata, efficiunt ſemper rhete, & aloga fit ex duplo vnius partis in alteram: & eſt regula quam poſuimus in tertio libro operis perfecti. *Cap. 19. Regula 2.* Cum verò Euclides non poneret latus linearum hoc inuenit, vt acciperet ſuperficiem ex rheti & binomio primo, cuius latus tetragonicum dixit eſſe aliquod binomium. *Lib. 10. Propoſ. 54.* Conſtat autem talem ſuperficiem etiam eſſe binominum primum, & eſt tertia regula quæ vt antedicta excipitur ab Euclide. *Propoſ. 66.* Omnis enim quantitas commenſa binomio primo, eſt binomium primum. Sunt autem commenſæ cum fuerit proportio earum vt numeri ad numerum ex dictis ab illo in decimo libro. *Propoſ. 6.* Sed non ſunt omnia binomia eiuſdem ſpeciei inter ſe commenſa, & eſt quarta regula: nam vt viſum eſt 3. p̄ ℞. 5. & 4 p̄. ℞. 7. ſunt binomia prima, & tamen inter ſe non ſunt commenſa ex eodem Euclide. *Propoſ. 17:* Idem in omni genere contingit alogarum, ſcilicet vt cōmenſæ ſint eiuſdem ſpeciei, non tamen quæ ſunt eiuſdem ſpeciei inuicem commenſæ ſint. Inueni poſtmodum quod idem eſt ducere ℞. 5. in 3. & fit ℞. 45. quæ ſi ducatur in ℞. 5. fit ℞. 225. & eſt 15. ſi duxerimus ℞. 5. in ſe fit 25. & 5. in 3. fit 15. vide quanto facilius ſit. & hæc eſt quinta regula. Sexta autem continet quatuor propoſitiones quæ inuicem conuertuntur, & eſt quod cum fuerint duæ quantitates a d maior, & c minor, & diuiſa fuerit a b in d, ita vt inter b d & d a cadat media, pars dimidia c, tunc ſi ab eſt potentior c quadrato commenſæ b d eſt commenſa d a, etſi non, non. Et ſi b d eſt commenſa d a tota a b, eſt potentior c commenſa ipſi a b, etſi non, non. Hoc autem pendet ex hoc quod abſciſa de æquali d a quadratum a b ſuperat quadratum c, quod eſt æquale quadruplo b d in d a per octauam ſecundi Elementorum in quadrato b e. Vſus autem harum linearum eſt, vt manifeſtum eſt ad binomia & reciſa inuenienda, & ambas dictas bimedias. Septima regula ſumitur ab Euclide, & eſt quod ſi ſuperficies æqualis quadrato binomij ad rheten adiūgatur, latus ſecundum eſt binomium primum. Et eſt eadem tertiæ regulæ licet videatur conuerſa. Cum enim vt in illa diximus latus binomij primi ſi aliquod binomium, igitur quadrata binomiorum omnium ſunt binomia prima, at latus illud rhete eſt tanquam proportio, & non variat ſpeciem, igitur latus illud alterum neceſſario eſt binomium primum. Et omnia quæ hic dicuntur de binomiis, intelliguntur de ſuis reſiduis, & ſunt generalia in omnibus quantitatibus comparando aggregatum ad reciſum ſeu reſiduum, ideò per hanc octauam regulam tractabimus ſolum de ſex generibus binomiorum, & quinque aliis, & ponemus nomina ſingulatim hic à latere. Modus quoque iungendi ℞. has, vt apparet in eodem tertio libro commodior eſt, vt diui-

Rhete	Aloga	media.
Binom. 1.	Binom.	Reſ. 1. Reſid.
Binom. 2.	Bimed. 1. Reſ. 2.	Reſ. med. 1.
Binom. 3.	Bimed. 2. Reſ. 3.	Reſ. med. 2.
Binom. 4.	linea ma. Reſ. 4.	linea mi.
Binom. 5.	Pot. in Rat. & Med.	Reſ. 5. cum Rat. & Med
Binom. 6.	Pot. in duo Med.	Reſ. 6. cum Med. & Med

das maiorem radicem per minorē, & exeuntis accipe radicem cui adde, id eſt, & duc in ſe: & productum in quadratum minoris radicis ℞. productum eſt quæſiti. Decima regula eſt, quod huiuſmodi diuiſiones ſunt magis conſpicuæ in figura quàm in numeris, veluti poſita ℞. maximi aloga conſtat per 44. primi Elementorum poſſe ſuper datam rhetem fieri ſuperficiem æqualem illi. Eius ergo latus ſecundum erit, vt dixi in ſeptima regula naturæ eiuſdem, cuius eſt ſuperficies, & cum eo latere potero diuidere ſuperficiem rationalem ſeu rheten, & confeſtim ex prima diffinitione ſecundi Elementorum habebo latus ſecundum quod vix in numeris haberi poteſt, & cum habetur fit magno labore, ibi verò ſtatim eſt conſpicuum, ſed ars generalis nondum eſt inuenta in numeris. Eſt autem iuxta vndecimam regulam, vt inuenias reciſum vſque ad quatuor quantitates, velut: volo diuidere 10. per ℞. 6. p̄. ℞. 15. p̄. ℞. 5. p̄. ℞. 2. pones reciſum ex æquis partibus contrariis, & habebis diuidendum & diuiſorem: qui eſt 6.

10 ℞. 6. p̄. ℞. 5. p̄ ℞. 3. p̄. ℞. 2.
℞. 6. p̄. ℞. 5. m̄. ℞. 3. m̄. ℞. 2.

6. p̄. ℞. 120. m̄. ℞. 24.
℞. 600. p̄. ℞. 500 m̄. ℞. 300. m̄. ℞. 200.

6. p̄. ℞. 120. p̄. ℞. 24.
133. p. ℞. 17280.

132. m̄. ℞. 17280.

p̄. ℞. 120. m̄. ℞. 24. cui appone trinomium quod ductum in reciſum producit 132. p̄. ℞. 17280. duc etiam trinomium illud in quadrinomium, & habebis diuidendum, quem tædij & breuitatis cauſa omitto. Rurſus appono reciſum & duco in binomium, & fit 144. pro diuiſione, ducto autem reciſo in quantitatem quæ conſtat ex duodecim nominibus fiet diuidendum vigintiquatuor nominum. Forſan poterunt reduci ad panciora, quia radices illæ ſint commenſæ. Et ſi tranſeant quatuor quantitates non commenſas in duobus caſibus adhuc poterit eſſe

eſſe diuiſus. Vel quando habuerit radicem, vt 6.p̄.℞.24.p̄.℞.12. p̄.℞.8. vel cum habuerit diuiſorem: velut ſi quis dicat, diuide 10. per ℞.24.p̄.℞.15.p̄.℞.15.p̄.℞.12.p̄.℞.10.p̄.℞.5.p̄.℞.2.p̄.℞.2. Hic quia producitur ex ℞.6.p̄.℞.5.p̄.℞.2. in ℞.3.p̄.℞.2.p̄.1. diuidemus per regulam datam per alterum horum, inde quod exit per reliquum. Et ideò poſſumus reducere ad vnum caſum quando diuiſor diuidi poteſt per multinomium, vt ita dicam, ita vt minuatur numerus nominum. Nam inuentio lateris eſt quædam diuiſio. Conſideranda eſt vltimo ratio proportionis ſuperficiei ad lineam. Et dico quod ſuperficies a ad lineam b c eſt, vt ſuper b c fiat ſuperficies rectangula æqualis a dico quod c d. latus ſecundum eſt proportio, vel id quod adæquatur proportioni a ad b c, quia n ex proportione ducta in terminum fit alter terminus vt in numeris videmus; & eſt ex diffinitione proportionis, & ex latere c d in b c fit a, quia ſit d b æqualis a, igitur c d dicetur proportio vera ſuperficiei a ad lineam b c. Et eſt magis conſpicua quàm ſuperficiei ad ſuperficiem, & lineæ ad lineam. Euclides tamen (vt dixi) prætermiſit, quoniam videbat lineas in latitudine eſſe indiuiduas: nos tamen dicimus quod componitur ex lineis, ſicut ex fluxu puncti fit linea, & inſtantis tempus, & alia eodem modo, & hæc eſt duodecima regula.

Binomij ſecundi latus eſt bimedia prima vt docet Euclides ſuo modo, poterit igitur vel ſub nomine ℞.v. oſtendi vel recta ratione. Capiamus ergo ℞.72.p̄.8. & per ſecundam regulam ducamus 8. in ſe fit 64. cuius pars quarta eſt 16. fac ex ℞.72. duas partes, ex quarum ductu inuicem fiet 16. accipio per quintam ſecundi Elementorum dimidium ℞.72. quod eſt ℞.18. & duco in ſe fit 18. abiicio 16. remanet 2. cuius ℞. addita & detracta à ℞.18. facit ℞.32. & ℞.8. per nonam regulam: igitur ℞. harum partium.i. ℞.℞.32.p̄.℞.℞.8. conſtituunt bimediam primam, & ſubtractæ vna ab altera reſiduum bimedij primi. Sunt enim commenſæ tantum potentia, nam quadratum ℞.℞.8. eſt dimidium quadrati ℞.℞.32. nam ℞.8. eſt dimidium ℞.32. & continent ſuperficiem rheten, & maior eſt potentior breuiore in quadrato ℞.8. cuius latus eſt ℞.℞.8. incommenſa in longitudine ℞.℞.32. quod eſt propoſitum. Et iſte modus eſt omnibus aliis longe facilior, & à nobis pro exemplo explicatur.

Binomij tertij ſumatur radix vt ℞.32.p̄.℞.24. & erit ℞.℞.18.p̄.℞.℞.2. quæ poteſtate tantum commenſæ ſunt, & continent ſuperficiem mediam 1.℞.℞.36. ſeu ℞.6. & in hoc differt à priore, & maior eſt potentior minore in quadrato ℞.℞.8. quæ eſt ℞.℞.18. incommenſa in longitudine, ſicut ℞. dimidij ad radicem totius: aut radix 3. ad ℞.2. & hæc vocatur bimedia ſecunda.

Binomij quarti vt 3.p̄.℞.6. inuenio radicem: capioque ad vitandas fractiones 6.p̄.℞.24. cuius accipio ℞. quæ eſt ℞.v.3.p̄.℞.3.p̄.℞.v.3.m̄.℞.3. ducito primum ℞.v.3.p̄.℞.3 in ſe fit 3.p̄.℞.3. duc ℞.3.m̄.℞.3. fit 3.m̄.℞.3. iunge, fiunt 6. duc ℞.v.3.p̄.℞.3. in ℞.v.3.m̄.℞.3. fit quadratum ducendo vnamquamque ſeorſum in ſe, & fiunt 3.p̄.℞.3. & 3.m̄.℞.3. inde inuicem, & fiunt 6. inde accipiendo ℞. quæ erit ℞.6. & hoc erit productum ℞.v.3.p̄.℞.3. in ℞.v.3.m̄.℞.3. Sed quia oportet bis multiplicare fient dua ℞.6. quæ ſunt ℞.24. Sed quia per quartam ſecundi Elementorum quadratum ℞.v.3.p̄.℞.3.p̄.℞.v.3.m̄.℞.3. æquale eſt quadratis partium cum duplo vnius in alteram, igitur quadratum ℞.v.3.p̄.℞.3.p̄.℞.v.3.m̄.℞.3. eſt 6.p.℞.24. eſt quadratum ℞.v.3.p.℞.3.p̄.℞.v.m̄.℞.3. In

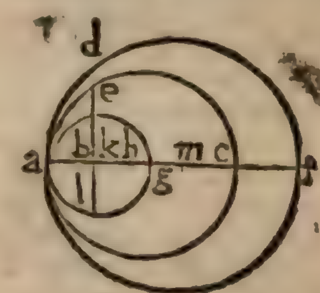


figura autem capiemus a b, cui triplam faciemus b c in directū coniunctam, & ſumemus medium ac quod ſit h delineabimus ſuper id circulum a e c, & ducemus ex a b ad perpendiculum b e, quæ erit latus ſeu ℞.3. hanc adiungemus a c in directum, & abſcindemus ab a c, & fient b f 3.p̄.℞.3. & b g 3.m̄.℞.3. ſuper c a, igitur & a f diuiſis per æqualia in k & m. ducemus circulos ad f & a l, ex parte e producemus b e d latus b f, & ex aduerſo b l latus b g. Itaque id erit æqualis ℞.v.3.p̄.℞.3. & ℞.v.3.m̄.℞.3. Ex hoc patet quod Geometrica oſtenſio eſt clarior arithmetica: & vt ita dicam euidentior, ea vero quæ fit per numeros eſt fidelior, certior & ſecurior, quia experimento probatur, vt ſupra feci. Et eſt tertia decima regula, ſequitur etiam alia pulchra quartadecima, ſcilicet in ordine (licet non ad artem multum) & eſt quod ſicut vnum eſt principium in rebus naturalibus, ita etiam in tranſitu arithmeticorum ad Geometricas figuras monas, quam quidam appellant vnitatem, eſt principium neceſſarium inuentionis ſuper qua fundatur ars. Dico modo quod ℞.v.3.p̄.℞.3.p̄.℞.v. *39ª decimi.*
3.m̄.℞.3. conueniunt omnes incommenſæ proprietates lineæ maioris. Nam ſunt *Per 16. Prop.*
duæ quantitates potentia incommenſæ, omne etiam binomium eſt incommenſum ſuo reciſo, etiam eſt vera in omnibus alogis, & facilè demonſtratur, & eſt regula quintadecima, & ambo quadrata pariter accepta ſunt rhete, & productum vnius in alteram mediam, nam quadrata iuncta faciunt 6. & productum vnius in alteram eſt ℞.6.
Notandum quod apud Euclidem additur *Propoſ. 33. 1*
vna operatio, ſcilicet quod partes in ſe ducuntur, & additur quadratum mediæ partis minoris inde ſumitur ℞.v.1. Et hæc operatio in numeris eſt ſuperflua, quia poſſumus accipere radicē cuiuſlibet quantitatis.

Binomij quinti, & eſt vt ℞.24.p̄.4 ducemus dimidium minoris in ſe per ſecundam

dam regulam fiet 4. fac ex ℞. 24. duas partes producentes 4 & erunt medietates ℞. 6. quæ ductæ in ſe faciunt 6. adiſce 4. relinquitur 2. cuius ℞. addita ad ℞. 6. facit ℞. 6. p̃. ℞. 2. & detracta ℞. 6. m̃. ℞. 2. & harum quantitatum ℞. v. conſtituunt quantitatem quæ poteſt in rheten & mediam.
Propoſ.40. Quadrata quidem harum ſunt ℞. 24. & productum vnius in alteram eſt ℞. 4. quod eſt 2. cuius duplum eſt 4. numerus binomij. Et ſunt potentia incommenſæ, quoniã ſunt vt dixi binomiũ, & reciſum ℞. 6. p̃. ℞. 2. cum ℞. 6. m̃. ℞. 2. Omnes igitur hæ quantitates cum ſint radices binomiorum in ſe ductæ, producũt ſuum binomium. Et eſt regula ſextadecima. Eadem vt dixi intelligenda ſunt de reciſis & reſiduis, quæ ſunt radices reciſorũ.

Binomij ſexti, & eſt vt ℞. 24. p̃. ℞. 12. ducemus ℞. 12. in ſe fit 12. cuius quarta pars eſt 3. faciemus ex ℞. 24. duas quæ partes producant 3. & ducemus ℞. 6. dimidium ℞. 24. in ſe fit 6. aufer 3. relinquitur 3. cuius ℞. addita & detracta ex ℞. 6. facit ℞. 6. p̃. ℞. 3. & ℞. 6. m̃. ℞. 3. quarum quantitatum radices vniuerſales conſtituunt iunctæ quantitatem, quæ poteſt in duo media, nam ſunt potentia primum incommenſæ, quia quadrata illarum ſunt binomium & reciſum. Deinde quia compoſitum ex quadratis eſt ℞. 24. medium, & productum vnius in alterum eſt ℞. 3. & ℞. 3. eſt incommenſa ℞. 24. eſt enim proportio vnius ad alteram ℞. 8. con-
Propoſ.41. ſtat propoſitum ex Euclide. Præter hoc demonſtrat quod dictæ alogæ quantitates, aliter diuidi non poſſunt vt ſint ex eodem genere, in quo erant ante ſeparationem. Vtpote 6. p̃. ℞. 20. eſt diuiſum in 6. & ℞. 20. & conſtituit binomium primum, aliter vt idem conſtituat diuidi non poteſt. Cum diuiſæ fuerint quantitates rhete per reſiduum aliquod exibit binomium eiuſdem ordinis commenſum partibus ſuis illi reſiduo: etſi per binomium exibit reſiduum eiuſdem ordinis, ſimiliter commenſum partibus, & erunt partes illæ binomiorum cum reciſis, & etiam binomiorum & reciſorum eadem proportione, & ex ductu reſidui in binomium ſemper producitur rhete. Et hæc de-
Prop.112. 113. & 114. monſtrantur ab Euclide in fine 10. li. Ex his conſtat quod binomio commenſo binomio reſidui aut reſiduo commenſo reſiduo binomij rhete ſemper producitur. Item ſi latus ſecundum ſuperficiei æqualis quadrato lineæ potentia tantum rationalis diuidatur binomio vel reſiduo, exibit binomium vel reciſum cum eadem proportione partium, quandoque eiuſdem ordinis quandoque diuerſi. Velut diuidendo ℞. 24. p̃. ℞. 3. p̃. ℞. 2. exit ℞. 72. m̃ ℞. 48. At proportio ℞. 72. ad ℞. 48. eſt vt ℞. 3. ad ℞. 2. & ſunt eiuſdem ordinis. At ſi diuidas eandem ℞. 24. p̃. 2. p̃. ℞. 2. exibit ℞. 24. m̃. ℞. 12. quæ licet habeant partes in eadem proportione, eadem tamen ſunt binomium cum reciſo eiuſdem ordinis, ſed binomium eſt ordinis quarti & reciſum ſexti. Ex quo patet vnum mirum quod licet non poſſint eſſe quatuor quantitates in eadem proportione, quarum tres ſint numeri, & quarta ſit potentia tantum rationalis, poſſunt tamen eſſe quatuor quantitates, quarum tres erunt potentia tantum rationales, & vna erit numerus, & poterit eſſe quantitatis alogæ ad numerum proportio, velut alterius alogæ, ad alogam, ſeu vt duarum alogarum. Sequitur etiam quod duæ quantitates incommenſæ habebunt ambas partes commenſas, vt 2. p̃. ℞. 3. & 5. p̃. ℞. 12. nam cum ſint binomia primi & quarti ordinis ſunt incommenſa, & tamen 2. & 5. ſunt commenſa, & ſimiliter ℞. 12. & ℞. 3. cum vna ſit dupla ad aliam.

CAPVT V.

De conſideratione binomiorum & reciſorum cõtinentium figuram rheten, vbi de æſtimatione capitulorum.

CVm omne binomium & reciſum poſſit eſſe latus ſuperficiei numeratæ, ideò non diſtinguam niſi ratione partium, in quibuſdam enim maior pars eſt numerus, in quibuſdam minor, in quibuſdam neutra. Proponam autem exemplum in omnibus. Dico quod æſtimatio in binomio vel reciſo, in quo non eſt numerus, non eſt

4. p̃. ℞. 2. 4. m̃. ℞. 2.	14.	2. p̃. ℞. 3. 4. m̃. ℞. 12.	2.
℞. 6. p̃. 2. ℞. 6. m̃. 2.	2.	℞. 6. p̃. 2. ℞. 216. m̃. 2.	12.
℞. 6. p̃. ℞. 2. ℞. 6. m̃. ℞. 2.	4.	℞. 6. p̃. ℞. 12. ℞. 216. m̃. ℞. 79.	24.

idonea in hoc caſu: quia detracta à numero relinquit tres quantitates incompoſitas numerum & duas radices, & ex radicibus illis in ſe ductis non fit niſi numerus, & vna radix numeri, ergo in producto non poterunt ſe delere. Examinemus ergo rem per ſingula capita, & dicamus quod ſi cubus 24. æquetur 32. rebus rei æſtimatio cum ſit duplex eſt 3. p̃. ℞. 5. & 3. m̃. ℞. 5. & ipſæ conficiunt iunctæ 6. æſtimationem cubi æqualis 32. rebus p̃. 24. & quia ex 32. oportet facere duas partes, ex quarum vna in radicem alterius fiat 24. duco ergo 3. p̃. ℞. 5. in ſe fit 14. p̃. ℞. 180. detraho ex 32. relinquuntur 18. m̃. ℞. 180. Et hic ductus in 3. p̃. ℞. 5. debet producere 24. numerum æſtimationis. Apparet ergo in hoc primo exemplo quod oportet diuiſionem fieri in binomio primo, nam

18. m̃. ℞. 180.
2. p̃. ℞. 5.
24.
14. p̃. ℞. 180.
3. p̃. ℞. 5.
18. m̃. ℞. 180.

18. m̃. ℞. 180. & 14. p̃. ℞. 180. ſunt binomia prima, quia habent radicem, & illa etiam oportet vt ſit binomium primum, quia ducta in binomium primum producit numerum. Et ſi reſiduum non fuiſſet binomium primum, ſed quartum, etiam radix binomij primi fuiſſet binomium quartum, aliter non potuiſſet producere numerum. Secundum exemplum igitur ſit 1. cu. p̃. 12. æqualia 34. rebus rei æſtimationes ſunt

ſunt 3. p̃. ℞. 7. & 3. m̃. ℞. 7. quæ componunt 6. æſtimationem 1. cu. æqualis 34. rebus p̃. 12. duco ergo 3. p̃. ℞. 7. gratia exempli in ſe fit 16. p̃. ℞. 252. detraho ex 24. relinquuntur 18. m̃. ℞. 252. ex quo & 3. p̃. ℞. 7. producitur 12. ad vnguem. Iſta ſunt plana. Tertium eſt 1. cu. p̃. 8. æquatur 18. rebus, & æſtimatio eſt ℞. 6. m̃. 2. (omitto nunc integram) quadratum ℞. 6. m̃. 2. eſt 10. m̃. ℞. 96. reſiduum ℞. 96. p̃. 8. Cauſa eſt ergo quod binomium primum relinquitur reſiduum quin & econuerſò. Quuia ergo fuit radix reſiduum quintum res bene ſe habet.

℞. 96. p̃. 8.
℞. 6. m̃. 2.

8

1. cu. p̃ 8. æqual. 18. poſ.
æſtim. ℞. 6. m̃. 2.

1. cu. p. 48. æqual. 25. rebus
æſtim. ℞. 3 $\frac{1}{4}$ m̃. 1. $\frac{1}{2}$

1. cu. p̃. 21. æqual. 16. rebus
æſtim. ℞. 9 $\frac{1}{4}$ m̃. 1. $\frac{1}{2}$

1. cu. p̃. 18. æqual. 19. rebus
æſtim. ℞. 17 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$

1. cu. p̃. 18. æqual. 15. rebus
æſtim. ℞. 8 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$

1. cu. p̃. 18. æqual. 39. rebus
℞. 12. m̃. 3.

1. cu. p̃. 12. æqual. 34. rebus
æſtim. 3. p̃. ℞. 7. vel 3. m̃. ℞. 7.

1. cu. p̃. 24. æqual. 34. rebus
æſtim. 3. p̃. ℞. 5. vel 3. m̃. ℞. 5.

Idem dico de binomio & reſiduo ſecundis. Et in hoc genere habet fermè plura exempla quam in primo velut vides. Et ℞. 12. m̃. 3. eſt reciſum ſecundum, & ℞. 6. m̃. 2. eſt reciſum quintum, & 3. m̃. ℞. 5. reciſum primum, & 3. m̃. ℞. 7. reciſum quartum, habes igitur omnia exempla.

Primum igitur conſiderandum eſt, quod in primo & quarto poteſt eſſe rei æſtimatio binomium & reciſum vt vides in duobus vltimis exemplis, ſed in ſecundo & quinto non poteſt eſſe niſi reciſum. Probatur, nam ſi ſit binomium primum, igitur reſiduum erit, vel reſiduum primi vel quarti modi, ergo per præcedentum ductum in reciſum ſecundi vel quinti generis non producit numerum. Sunt igitur ſex æſtimationum genera binomium, primum quartum, & reciſum primi quarti, itemque ſecundi & quinti modi. Secundũ eſt, quod cum ſint duæ æſtimationes in hoc capitulo cubi & numeri æqualium rebus, vel æquales vel inæquales, & in reciſo ſecundo, & quinto non poſſit eſſe ſuum binomium, & ſecunda æſtimatio habeatur per primam (ducto illius dimidio in ſe, & triplicato producto & detracto à numero rerum) ℞. reſidui deducto dimidio æſtimationis primæ eſt æſtimatio ſecunda: velut 1. cu. p̃. 18. æquatur 39. rebus & rei æſtimatio eſt ℞. 12. m̃. 3. duco ℞. 3. m̃. 1 $\frac{1}{2}$ in ſe fit 5 $\frac{1}{4}$ m̃. ℞. 27. triplica fit 15 $\frac{3}{4}$. m̃. ℞. 243. detrahe ex 39. numero rerum, relinquitur 23. $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. 243. à cuius radice vniuerſali detrahe ℞. 3. m̃. 1 $\frac{1}{2}$ dimidium primæ æſtimationis, erit ſecunda æſtimatio ℞. v. 23 $\frac{1}{4}$ p. ℞. 243. ablata ℞. 3. m̃. 1 $\frac{1}{2}$ & hoc totum conſtat eſſe æquale 69. neceſſe eſt vt ſecunda æſtimatio ſit numerus, vel aliquid quod ſe habeat ad priorem æſtimationem, vt ℞. v. 23 $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. 243. p̃. 1 $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 3. ad reciſum ſecundum. Et ita liceret per eandem regulam inuenire ſecundam æſtimationem. Tertium eſt, quod cum in eodem numero puta 18. inueniantur plures æſtimationes vt pote puta ℞. 4. 17 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ & ℞. 12. m̃. 3. Ita oporteret ſub eodem numero rerum idem facere. Et hoc magis cõueniret ad rei intelligentiam.

Quartum, quod videmus numerum rerum in numeros non ſolum integros ſed etiam fractos velut in quarto exemplo 19. diuiditur in 17 $\frac{1}{2}$ & 1 $\frac{1}{2}$ in Quinto autem 15. in 10 $\frac{1}{2}$ & 4 $\frac{1}{2}$ & in ſecundo 25 in 3 $\frac{1}{2}$ & 21 $\frac{1}{2}$ & in tertio 16. in 11 $\frac{1}{2}$ & 4 $\frac{1}{2}$ Conſyderare igitur oportet num in alias.

Quintum; quod videmus numerum æquationis ſi ſit compoſitus, vt 18. 12. 24. facile habere æſtimationem & plures etiam, ſi autem primus, difficile eſt inuenire vnam ſolam.

Capvt VI.

De operationibus p̃. *&* m̃. *ſecundum communem vſum.*

IN multiplicatione & diuiſione p̃. fit ſem- 1
per ex ſimilibus m̃. ex contrariis, vnde p̃. ductum in p̃. & diuiſum per p̃. & m̃. ductum in m̃. & diuiſum per m̃. producunt ſemper p̃. Et ita p̃. in m̃. vel m̃. in p̃. vel p̃. diuiſum per m̃. vel m̃. per p̃. producit m̃.

In additione omnia retinent ſuam natu- 2
ram, in detractione commutant, vt p̃. additum fit p̃. m̃. m̃. detractum p̃. vicem gerit m̃. m̃. detractum p̃. Sin autem vincatur, relinquitur id à quo detrahitur, vt m̃. 4. à m̃. 6. relinquitur m̃. 2. quia m̃. à quo detrahitur p̃. maius.

℞ p̃. eſt ℞. m̃. quadrata nulla eſt iuxta 3
vſum communem, ſed de hoc inferius agemus, de cubica dubium non eſt, nam ℞. 1. cu. m̃. 8. eſt m̃. 2.

Si quis dicat diuide 8. p̃. 2. p̃. ℞. 6. vel ℞. 4
6. p̃. 2. tum inuenies ambo reciſa ℞. 6.

℞. 6. p̃. 2.
8 — ℞. 6. m̃. 2.

℞. 384. m̃. 16. p̃. 2.
8 — 2. m̃. ℞. 6.

16. m̃. ℞. 384. 2. p̃. ℞. 6.
m̃. 2.

℞. 96. m̃. 8.
℞. 96. m̃. 8.

m̃. 2. & 2. m̃. ℞. 6. quod eſt vere m̃. ducas ergo reciſa in 8. pro quantitate diuidenda,

ſunt

ſiunt ℞.384.m̃.16.& 16.m̃.℞.384. quod eſt m̃. hoc igitur cum primum ſit diuidendum per p̃. 2. exit manifeſtè ℞.96. m̃.8. Secundum diuiditur per m̃.2. exit ex prima regula ide m ſcilicet ℞.96.m̃.8.

Reciſum autem quod componitur ex p̃. & m̃. poteſt habere radicem, & illa conſtat ex p̃.& m̃.vt 5.m̃.℞.24. eius ℞. eſt ℞.3. m̃. ℞. 2.

Capvt VII.

De examine æſtimationum, ſumptarum ex regula ſecunda & tertia, ſecundi capituli.

PRoponamus quod cubus æqualis ſit 18. rebus p̃.30. vnde rei æſtimatio iuxta partem capituli inuentam, ſit ℞. cu. 18. p̃. ℞. cu.12. & ſupra augendo numerum extenditur in infinitum. Et ſi dederimus parallelipeda omnia numero, oportebit ex hac æſtimatione facere duas partes, ex quarum ductu in quadrata mutuo fiat 10. tertia pars numer. Quare etiam ex ductu aggregati, ſeu æſtimationis in productum fiet idem. Diuidam ergo 10. per ℞. cu.18.p̃.℞. cu.12. exit ℞.cu.12.m̃.2.p̃.℞.cu.5.1/3 productum, diuidam ℞.cu. 18. p̃. ℞.cu. 12. in duas partes, quæ ductæ inuicem producant ℞. cu. 12. m̃. 2. p̃. ℞. cu. 5 1/3 & erunt partes.

Per quintā 2. Elem.

| ℞.cu.2 1/4 p̃.℞.cu.1 1/2 p̃.℞ .v.5.m̃.℞.cu.1/16 ℞.cu.1/32.
| Et ℞. cu.2 1/4 p̃.℞.cu.1 1/2 m̃.℞.v.5.m̃.℞. cu.1/16 m̃.℞.cu.1/32.

Dico ergo quod cum duo parallelipeda cũ ſimili æſtimatione poſſint æquari etiam 50. ſexparallelipeda poterũt æquari 90.& multo amplius veluti cubus æquatur 18. rebus p̃. 58.rei æſtimatio eſt ℞.cu.54.p̃.℞. cu.4. Et ſi cubus æquetur 18. rebus p̃.75.rei æſtimatio erit ℞.cu.72. p̃.℞.cu.3.Et ſi quis dicat 1. cu æquatur 18. rebus p̃. 33.rei ęſtimatio, per eandem regulam erit ℞.cu.24.p̃.℞.cu.9. Diuidam ergo 11. per ℞.cu.24.p̃.℞.cu.9. exit ℞.cu.21 1/3 m̃.2.p̃.℞.cu.3, Partes igitur erunt

| ℞.cu.3.p̃.℞.cu.1 1/3 p̃. ℞. v.5. m̃. ℞.cu.1/1 m̃.℞.cu.1/64.
| p̃.℞.c.3.p̃.℞.cu.1 1/3 m̃.℞.v.5.m̃. ℞.cu.1/1 m̃.℞.cu.1/64.

ſimiliter ſi cu.æqualis ſit 18.rebus p̃.42.erit æſtimatio ℞.cu.36.p̃.℞.cu.6.Et parallelipeda 14. diuide 14. ergo per ℞.cu.36.p̃.℞.cu. 6.exit ℞.cu.48. m̃.2. p̃.℞. cu. 1 1/3 duc ℞.cu. 4 1/2 p̃.℞.cu.1/4, in ſe ſit ℞. cu.20 1/4 p̃.3. p̃. ℞. cu.1/16, detrahe ex hoc quod produci vis, id eſt aggregatum relinquitur 5.m̃.℞.cu.1/4 m̃. ℞. cu.1/48. p̃.℞. partes erunt.

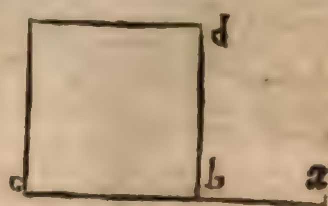
| ℞.cu.4 1/2 p̃.℞.cu.1/4 p̃.℞.v.5.m̃ ℞.cu.6 1/4 m̃.℞.cu.1/48, p̃.
| ℞.cu.4 1/2 p̃.℞.cu.1/4 m̃.℞.v.5.m̃.℞. cu.6 1/4 m̃.℞.cu.1/48.

Capvt VIII.

De natura laterum parallelipedorum.

SIt parallelipedum ex a b in c d quadratum æquale numero: & dico primo quòd ſi a b fuerit latus cubi, & cubus b c numerus, erunt a b & b c commenſæ. Nam proportio a b ad b c eſt vt numeri ad numerum, igitur commenſæ, quod ſi a b ſit

Per ſextam diff.10.El.



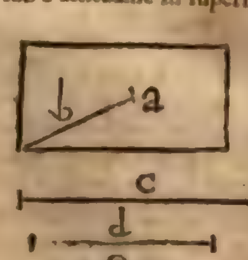
latus cubi, & non commenſum b c clarum eſt, quòd cubus b c non poteſt eſſe numerus per præcedentem, neque b c ipſa. Tertiò dico quòd ſi cubus b a non ſit numerus, & parallelipedum ſit numerus, nec b c eſt latus cubicum numeri: aliter eſſent parallelipedi ad cubum, vt a b ad b c, & ideò vt numeri ad numerũ, & a b commenſa b c, quod eſt contra Euclidem. Omnis enim commenſa lateri cubi eſt latus cubi. Dico demum quod in hoc caſu a b non eſt commenſa b c. nam cum cubus b c non ſit numerus, & parallelipedum ſit numerus, ergo parallelipedum eſt incommenſum cubo b c, ſed a b ad b c, vt parallelipedi ad cubum igitur a b eſt incommenſa b c, quod eſt quartum.

Per 33.11.& 10.& 6. propoſ.10.Elem. Per 10.10. Elem.

Capvt IX.

Quomodo ex quacumq; linea conſtituantur duo parallelipeda nõ maiora quarta parte cubi lineæ propoſitæ.

SIt parallelipedum a, cuius altitudo b, propoſita linea cuius duplum cubi medietatis non ſit minus parallelipedo propoſito, volo datam lineam ſic diuidere, vt contentum ſub c altitudine in ſuperficiem par-



tium, ſit æquale a parallelipedo. Inter c & b ſtatuatur media proportione d, & fiat vt c ad d ita lateris tetragoni a ad e lineam, erit ergo ſuperficiei a ad quadratum e, velut c ad d duplicata, quare vt c ad b, quæ etiam eſt dupla proportioni c ad d, parallelipeda ergo

Per 24. 11 Elem.

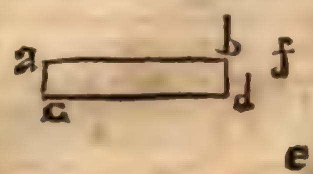
ex c in quadratum e, & ex b in a erunt æqualia, quia ergo parallelipedum ex b in a non eſt maius parallelipedo ex c in quadratum medietatis eius, neque ergo parallelipedum ex c in quadratum e maius erit parallelipedo ex c in quadratum medietatis ipſius c, ergo e non eſt maius medietate c. Ex c igitur facio duas partes, quarum rectangulum ſit æquale quadrato e per ea quæ demonſtrauimus in Geometria & habebimus partes lineæ propoſitæ. Cum igitur parallelipedum ex c in ſuperficiem, ex ſuis partibus ſit æquale parallelipedo ex b in a ſequitur per demonſtrata in libro de Proportionibus, quod duo mutua parallelipeda partium c lineæ propoſitæ ſunt æqualia parallelipedo ex b in a, quod eſt propoſitum.

Per 145. propoſ.

Caput X.

Quomodo conueniant partes cum linea propoſita in parallelipedo.

1 Sit propoſita primùm a c linea diuiſa in b, vt parallelipedum ex tota a c in ſuperficiem a d ex a b in b c ſit æquale numero, & ſit primò a c numerus, conſtat quod oportet a d eſſe numerum & partes a b, b c numeros aut binomium cum reciſo, & poteſt demonſtrari quia



Ex quinta ſecundi El.

differentia partium neceſſariò eſt numeri radix, aut numerus ipſe ad hoc, vt quadratum medietatis quod eſt numerus, quia a c tota eſt numerus, excedat rectangulum a d qui eſt numerus, quoniam ex illo in a c numerum ſit numerus e. Exempli cauſa, ſit a c tota, b & e numerus 36. poſſum ex ſecundo modo tribuere numerum ſex parallelipedis, & tunc duo erunt 12. diuide 12. per a c, exit 2. ſuperficies a d, igitur partes erunt 3. p̃. ℞. 7. & 3. m̃. ℞. 7. Et duo cubi erunt 90. p̃. ℞. 8092. Et 90. m̃. ℞. 8092. quod totum eſt 180. vnde parallelipedis relinquuntur 36. Poſſum dare dimidium e iuxta tertium modum vni parallelipedo, & erunt partes 3. p̃. ℞. 6. & 3. m̃. ℞. 6. poſſum iuxta quartum modum tribuere totum 36. duobus parallelipedis, & partes erunt 3. p̃. ℞. 3. & 3. m̃. ℞. 3. Et in primo caſu cubus æquabitur 30. rebus p̃. 36. In ſecundo cubus æquabitur 30. rebus etiam p̃. 36. Et in tertio rurſus eodem modo, ſed diſcrimen eſt, quoniam in primo caſu 30. res æquantur cubis ſolum, in ſecundo cubis & duobus parallelipedis: in tertio duobus cubis & quatuor parallelipedis.

2 Ponantur rurſus e 12. a c ℞. 24. diuidam e totum, ſed melius eſt reducere ad tertium modum diuidendo dimidium, ſcilicet 6. per ℞. 24. exit ℞. 1$\frac{1}{2}$, duc ℞. 6. dimidium ℞. 24. in ſe fit 6. abiice ℞. 1$\frac{1}{2}$, & fit 6. m̃. ℞. 1$\frac{1}{2}$, huius ℞. v. addita & detracta a ℞. 6. oſtendit partes, proponam autem iuxta

Sec. mod. ℞. 6. p̃. ℞. v. 6. m̃. ℞$\frac{1}{2}$ ℞. 6. m̃. ℞. v. 6. m̃. ℞$\frac{1}{2}$
Ter. mod. ℞. 6. p̃. ℞. v. 6. m̃. ℞. 1$\frac{1}{2}$ ℞. 6. m̃. ℞. v. 6 m̃. ℞$\frac{1}{2}$
Quar. mod. ℞. 6. p̃. ℞. v. 6. m̃. ℞. 6. ℞. 6. m̃ ℞. v. 6. m̃. ℞. 6.

ſingulos modos. Conſtat hanc æſtimationẽ inutilem eſſe, nam habemus cubum per parallelipeda duo vel quatuor, vel ſex æqualia numero. At reliquum ergo eſt ℞. aliqua vt pote ℞. 13824. m̃. 12. aut m̃. 6. vel m̃. 4. ſed hoc diuiſo per ℞. 24. quæ eſt res, nullus poteſt prodire numerus, igitur cubus non poteſt æquari rebus ſub aliquo numero integro vel fracto.

Simili ratione ſed alia tamen cauſa oſtendo, quod ſi a c ſit ℞. cu. numeri ſimplex quòd non poteſt ſatisfacere. Proponamus ergo quod a c ſit ℞. cu. 40. & e ſit 2. & accipio quartum modum in hoccaſu, vt faciliorem ſeu ſimpliciorem, diuido 2. per ℞. cu. 40. exit ℞. cu$\frac{1}{5}$ ſuperficies a d, diuido a c per æqualia, fit ℞. cu. 5. duco in ſe fit ℞. cu. 25. detraho ℞. cu. $\frac{1}{5}$ relinquitur ℞. cu. 12$\frac{4}{5}$, huius ℞. addo & detraho a d ℞. cu. 5. partes erunt ℞. cu. 5. p̃. ℞. cu. ℞. 12$\frac{4}{5}$, & ℞. cu. 5. m̃. ℞. cu. ℞. 12$\frac{4}{5}$, Iſtarum igitur partium duo tantum parallelipeda faciunt 2. reliquum igitur à cubo ℞. cu. 40. manifeſtum eſt quòd neceſſe ſit eſſe numerum, & eſt 38. igitur diuiſum per rem quæ p̃. ℞. cu. 40. neceſſariò producit ℞. cu. igitur numerus rerum non poteſt eſſe numerus verus, ſed ℞. cu. vt ſi quis dicat cubus æquatur rebus, ℞. cu. 100. p̃. 10. hoc autem non venit in vſum. Quærimus enim nos cubum æqualem numero rerum, & numero ſeu integro ſeu fracto. Et dato quòd incideremus in talem caſum hoc eſſet rarò, nec habemus regulam generalem, ſed poſſet inueniri, velut in binomiis vel reciſis provt nunc ſubiungemus. 3

Proponatur nunc (poſtquàm priores tres modi parum vtiles ſunt, nam primus eſt notus etiam ſine capitulis, & eſt cuique obuiam, nec eſt generalis, nec vt in pluribus ſaltem, reliqui duo prorſus inutiles, nec vlla ℞. alia ſimplex vt ℞. ℞. vel ℞. ℞. p̃. vel ℞. quadrata poteſt eadem ratione eſſe vtilis, quia cubus eius neceſſariò eſſet è genere primæ ℞. & detracto e reciſo, ergo diuiſo per rem non poſſet exire numerus vllus) quod a c ſit duæ ℞. quadratæ, dico quod & hic modus inutilis eſt, nam detracto numero e relinquetur cubus reciſum, & ita non poteſt diuidi per rem vt prodeat numerus, nam in cubo binomij vel reciſi vbi ambæ partes ſint radices, non poteſt prodire numerus, vt conſtat. 4

Et neque poteſt a c eſſe ℞. ℞. vel ℞. ℞. vel ℞. cu. quadrata, quia tales perueniunt ad radices eiuſdẽ generis, vnde detracto numero. fiũt reciſæ ſed reciſũ non poteſt diuidi per ℞ 5

vllam

vllam vnius generis, vt prodeat numerus, igitur non poterit eſſe numerus rerum verus in æquatione. Sed neque ex ℞. 2. & ℞. ℞. 18. nec ex ℞. ℞. ℞. 8. & ℞. ℞. 2. nam quamuis tria parallelipeda in prima ſint 18. & in ſecunda 6. relinquuntur tamen tres naturæ diuerſæ, vt in prima ℞. 8. & ℞. ℞. 5832. & ℞. ℞. 23328 conſtat autem quòd ℞. ℞. non poteſt magis eſſe commenſa ℞. ſimplici quam ℞. ſimplex numero. Ergo ℞. ℞. 23328. nec ℞. ℞. 5832. poſſunt eſſe commenſæ cum ℞. 8. ſed neque inter ſe: quia ℞. 5832. fit ex ℞. 18. in ℞. ℞. 18. & ℞. ℞. 23328. fit ex 6. in ℞. ℞. 18. at 6. & ℞. 18. non ſunt commenſæ, licet diuiſæ 23328. per 5832. exeat 4. & ideò contingit, quia diuiſa ℞. ℞. 23328. per ℞. ℞. 5832. exit ℞. ℞. 2. igitur non ſunt commenſæ. Cùm ergo in re non ſint niſi duo genera quantitatum in diuidendo, & eſt reſiduum cubi tria, non poterit pro-
Cor. 1. dire numerus rerum. Et ita in omnibus ſimilibus.

Ex quo patet quòd hoc eſt generale, licèt explicuerimus de parallelipedo, qualiſcũque tribuatur pars cubi ipſi numero, reliquum erit plurium partium non commenſarum
Cor. 2. quàm ſint in re, igitur non poterunt eſſe res ſub numero aliquo.

Ex hoc etiam ſequitur quòd quo plures erunt eiuſmodi partes incommenſæ, eo ſiet diſcrimen numeri partium cubi detracto numero à partibus radicis maius, ergò multò minus poterit reſiduum diuiſum per rem reddere numerum vt proponebatur.

6 Nec poteſt eſſe vna ℞. v. quadrata, neque cuba, alterius generis: nam ſi ſit ℞. quadrata, idem ſequitur quod in ſecunda regula. Sin autem cubica diſſoluetur, ergo non poterit continere rem, id eſt ℞. v. cu. ſub aliquo numero. Neque ℞. v. quadrata iuncta alteri ℞. ſimplici, nam vt dixi in corollario ſecundo præcedentis, quo plures fuerint partes incommenſæ in re, eo plures erunt in cubo in comparatione ad reliquas.

Neceſſe eſt igitur vt huiuſmodi æſtimatio vniuerſalis ſit aut ſub binomio; in quo ſit numerus, aut in quo non ſit, aut trinomio in quo ſit numerus, aut in quo non ſit, aut in pluribus nominibus in quo ſit, aut in quo non ſit, aut in quantitate ſylueſtri, ſcilicet quæ non ſit in aliquo genere radicum, nec compoſita ex illis, nec per detractionem relicta. Velut quantitas cuius ℞. ducta in reſiduum ad 12. producat 2. vbi capitulum inuentum non eſſet.

Capvt XI.

Partes cubi quot & quæ, & de neceſſitate illarum, & quæ incommenſa.

Repetamvs igitur & dicamus quod latus cubi, cuius quantitas quæritur, ſi debet æquari cubus duobus rebus & numero, oportebit vt cubus ſit diuiſus in duo ſaltem, ergo latus eius, nam ex vno non prouenit niſi vnum: ergo in duo ſaltem, cùm ergò fuerint duæ partes, dum ſit cubus, neceſſe eſt vt ſiat quadra-



tum totius, & hoc conſtat ex tribus partibus diuerſis natura, & ſi prima potentia a c & a b ſint incommenſæ omnibus inuicem incommenſis, nam proportio quadrati a c ad id quod ſit ex a c in c b; eſt velut a c ad c b, & ſimiliter proportio eius quod ſit ex a c in c b ad quadratum b c eodem modo, ergo quod ſit ex a c in c b, eſt incommenſum vtrique. Quadrata etiam a c & c b inter ſe incommenſa ergo per demonſtrata ab Euclide erunt tres ſuperficies in quadrato a b, quadratum a c, c b, duplum a c in c b omnes incommenſæ, cubus *Quarta ſecundi Elem.*
autem a b conſtat ex a c & c b in tres dictas ſuperficies, & ſiunt quatuor genera corporum: vnum ex a c in quadratum a c, aliud ex b c in quadratum b c, tria ex a c in quadratum a b, & tria ex b c in quadratum a c. (Hæc autem non recito, quia reuocare velim conſtructionem cubi in memoriam, ſed cùm alibi ſint demonſtrata, vt poſſim quæ opus eſt oſtendere.) Quare primum quæ ſiunt ex a c in quadrata b c ſunt incommenſa cubo b c, quia ſe habent vt a c ad c b, & eadem ratione quæ ſiunt ex b c in quadrata a c, & ſimiliter quæ ſiunt ex a c in quadrata b c ad ea quæ ſiunt ex b c in quadrata a c,

d	e	f	g
8.	12.	18.	27.

ſunt enim omnia vt dixi in proportione a c ad c b, vt à latere vides. Sed poſui numeros vt clariùs videres proportionem & ipſos ductus mutuos ſemel tantum, repræſentantes parallelipeda ex a c in quadratum a b; & c b in quadratum a c. Dico etiam quòd perabſurdum eſſet accipere partes commenſas inuicem a c & c b, quia ſic eſſet perinde ac ſi eſſent vna & eadem quantitas. Hoc ſtante habes proximas eſſe incommenſas. At proportio f ad d eſt duplicata ei quæ eſt a c ad c b, vbi ergo a c & c b eſſent poteſtate commenſæ d & f eſſent commenſæ, & e & g. Si verò ſecunda poteſtate, vt ſi vna eſſet numerus alia ℞. cu. vel ambæ ℞. cu. commenſæ tunc cubi inuicem eſſent commenſi, ſed ad parallelipeda vtraque incommenſi. Etiam ipſa parallelipeda incommenſa ſunt, vt liquet inter ſe, quoniam ſunt in proportione a c ad c b. Et ſimiliter ℞. quad. 2. & ℞. cu. quad. 32. & ℞. quad. 3. & ℞. cu. quad. 108. ſunt commenſæ poteſtate ſecunda. Primæ enim ductæ ad cubum, producunt ℞. quad. 8. & ℞. quad. 32. ſecundæ ℞. quadrata 27. & ℞. quadrata 180. quæ ſunt inuicem duplæ. Vnde notandum quòd aliud eſt ℞. cu. eſſe ſecunda poteſtate commenſas, nam omnes tales ſunt, & earum cubi neceſſa-

riò ſunt numeri, aliud ipſas eſſe commenſas velut ℞. cub. 16. p̄. ℞. cu. 2. vel m̄. ipſæ enim ſolæ ſunt quarum parallelipeda ſunt numeri, quod demonſtratur: nam ſi non ſint commenſæ a c & c b, igitur nec g & f, nec d & e, ſed d & g ſunt numeri, quia cubi ℞. cu. igitur e & f non poſſunt nō eſſe numeri. Non ergo poteſt eſſe a b compoſita ex duabus ℞. cubicis incommenſis, quia parallelipeda non eſſent numeri neque commenſis, quia eſſet vna ℞. cub. & cubus totus numerus. Nullæ ergò duæ quantitates aliquo modo ſi non adſit numerus poſſunt ſatisfacere parallelipedis pro numero, vt reliquum cubi ſatisfaciat rebus, nam ſi omnino ſint incommenſæ lonlongitudine prima & ſecunda potentia, erunt quatuor producta incommenſa: ergo dato quòd vnum eſſet numerus, tria illa reliqua non poſſent continere duas quæ ſunt in rebus numero, ergo non datur numerus rerum. Si autem eſſent commenſæ longitudine, eſſent vna quantitas, igitur non ſatisfaceret. Si verò commẽſæ potentia ſecunda, & eſſent ℞. cu. cubi eſſent numeri non parallelipeda, ſin autem non eſſent ℞. cu. erit e ad f, vt a c ad c b, ſed a c non eſt commenſum c b, ergo nec e cum f, igitur duo incommoda ſequentur primum, quòd ſi vnum parallelipedum eſt numerus, alterum non erit, quare non poterit fieri regula generalis. Secundum quod aggregatum cuborum, quod erit eiuſdem naturæ, non poterit vni parti conuenire ſecundum numerum, quia eſt in proportione commenſa ad quamcunque partem cum quadrato vnius earum, cùm ergo ſit quadratum non numerus, niſi quantitas ſit ℞. & ſi ſit, tunc eſt contra dicta, conſtet quod non poteſt fieri æquatio. Exemplum dictum eſt ℞. cu. quad 32. p̄. ℞. 2. cubus ſecundùm ſimplicia parallelipeda ad laborem fugiendum eſt ℞. quad. 72 p̄. ℞. cu. quad 2048. p̄. ℞. cu. quad 8192. Hic conſtat nullum fieri numerum, ideò conuenire non poteſt. Dico modò quòd nullum parallelipedum poteſt in his ſuppoſitis eſſe numerus: aliter ſint a & b non ℞. cubicæ in ſecunda potentia commenſæ, & producant parallelipedum c numerum ſi fieri poteſt, & quia ſunt potentia ſecunda commenſæ, capio duas ℞. cu. in eadem proportione d & e, quæ producant f, parallelipedum, erit ergo ex dictis f ℞. cu. numeri, at c numerus eſt, ergo proportio c ad f, vt numeri ad ℞. cu. talis eſt triplicata ex Euclide ei quæ eſt a ad d, at d ℞. cu. eſt alicuius numeri, igitur a eſt numerus, vel ℞. cu. numeri, quod eſt contra ſuppoſitum. Sed neque poſſunt eſſe potentia prima commenſæ partes, quia ſic eſſet f ad d, & g ad e, vt numeri ad numerum. Eſſent ergo hæ duæ quantitates, ſi igitur vna eſt numerus reliqua non poteſt continere a c & c b, quæ ſunt longitudine incommenſæ: ſi nulla ergo cubus non æquatur numero. Neque poterunt hæ duæ partes eſſe ℞. v. cu. Quoniam

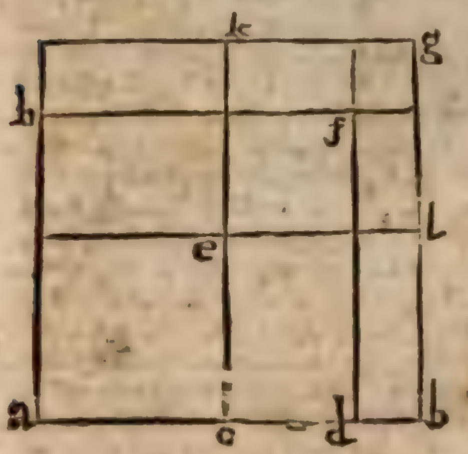
a—b—c
d—e—f

ſi commenſæ, erunt vna: hoc autem demonſtratum eſt eſſe non poſſe, ſi incommenſæ fient quatuor partes in cubo incommenſæ, ergo vna erit ſuperflua. Relinquitur tandem vt vna ſit numerus alia ℞. vt videbimus, vel vt ſint plures quàm duæ partes. Videamus ergo de tribus partibus primum cubicis omnibus, & incommenſis, vt ſunt ℞. cu. 6. ℞. cu. 5. & ℞. cu. 2. cognoſces autem eſſe incommenſas longitudine, quando (vt dixi) numeri illarum ducti in quadratum alterius, non producunt numerum cubum, neque tunc ℞. cu. vnius ducta in alterius quadratum producit numerum, conuertuntur ergò ſic producere numerum, & mutuò producere & numeros producere eodem modo numerum cubum, & radices illas commenſas eſſe. Et contraria horum etiam conuertuntur. Ex quo tandem concluditur, partem illam capituli cubi æqualium rebus & numero non poſſe conſiſtere in quantitate compoſita ex duabus ℞. cubicis ſimplicibus aut vniuerſalibus, aut numero & ℞. cubica. Nam in numero & ℞. cubica oportebit dare cubos numero, quia erunt numeri, ergo in numero paruo non ſatisfacient, præterea parallelipeda incommenſa erunt & duæ ℞. cu. & in re non eſt niſi vna pars quæ ſit ℞. cu. igitur non erit numerus rerum. Neque ſi ambæ partes ſint ℞. cu. quoniam ſi dederis parallelipeda numero primum non conuenient cum neceſſariò, ſi non ſint commenſa, ſint ℞. cu. ergo non numerus. Præterea cubi erunt numeri, ergo non poterunt res continere per numerum, cùm res conſtet ex duabus ℞. cu. ſic enim ℞. cu. ductæ in numerum, producerent numerum. Neque poſſumus dare vtrunque cubum p̄. numero vbi numerus ſit minor quarta parte totius cubi, vt docuimus, vbi autem eſt maior vel æqualis, damus, & ſit illa pars capituli cubi æqualis rebus & numero, quæ iam nota eſt, igitur reliqua pars in hac æquatione nullum habet locum. Neque poſſumus dare differentiam cuborum numero, vt in ℞. cu. p̄. & m̄. velut ℞. cu. 6. m̄. ℞. cu. 2. quia parallelipeda m̄. erunt maiora & p̄. minora, ergo cùm in re ℞. cu. p̄. ſit maior ℞. cu. m̄. neceſſariò, nullo modo res poterunt contineri per numerum in parallelipedis, ſed bene iungendo p̄. cum m̄. & m̄. cum p̄. rerum cum cubo fiet ad vnguem capitulum cubi, & rerum æqualium numero. Sed neque æſtimatio poteſt conſtare ex numero, & ℞. quadrata, vt ſit generalis, hoc enim demonſtratum ſuprà, neque poteſt conſtare ex numero & ℞. v. quadrata quia in cubo erunt duæ partes præter numerum incommenſæ (quia ℞. v. non eſt potentia prima commenſa numero) & in re vna tantùm ergo non conſtabit numerus rerum. Neque ex numero & ℞. v. cu. quoniam oportebit dare cubos numero, & parallelipeda erunt duo incommenſa, ergò vt priùs cum ſit tantum vna ℞. v. cu. non poterunt res numero aliquo contineri in cubo.

Ex cap. 10.

Cap. 3. in fine.

cubo. Iam ergo ventum eſt neceſſariò ad Triarios, ſit ergo a b diuiſa in tres partes, quæ omnes ſint ℞. cu. incommenſæ, nec in eadē proportione, & conſtat quòd fient octo genera corporum, vnum quod erit numerus qui conſtabit ex cubo ſingularum partium. Cùm enim a c, c d, d b, ſint ℞. cu. numerorū, erunt cubi earum numeri: quare & aggregatum eorum numerus. Secundum corpus conſtabit ex ſexcuplo corporis, cuius latera ſunt omnes partes ſcilicet a c, c d, d b, iam

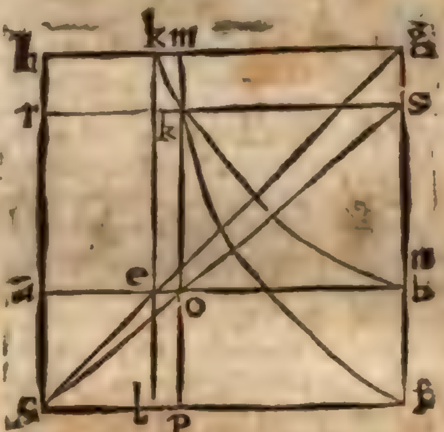


ergo habes nouem corpora. Reliqua decemocto cúm ſint tria, & tria æqualia, erunt ergo ſex, primum conſtabit ex c d in triplum quadrati a c, ſecundum ex b d in triplum quadrati a c, tertium ex a c in triplum quadrati c d, quartum ex b d in triplum quadrati c d, quintum ex a c in triplum quadrati b d, ſextum ex c d in triplum quadrati b d, cùm ergo ſint ſeptem partes incommenſæ in cubo, & tres tantùm in re, cubus non poterit æquari rebus ſub aliquo numero. Oſtendo modo quod ita ſit: nam in ſuperficie a g ſunt tria quadrata a e, *Per 43. primi Elem.* e f, f g: & ſex ſuperficies quarum binæ, & binæ ſunt æquales d e e h, & d l h k, & l f f k. At ex a c, c d, d b, in ſua quadrata fiunt tres cubi, ex a c verò in f l, f k, idem fit quod ex c d in d l h k, & ex b d in d e, e h, igitur conſtat de nouem iam corporibus in duo redactis. Dico modò quòd ex vna parte in quadratum alterius fiunt tria corpora, vtpote ex a c in e d, e h, & ex c d in, fiunt tria parallelipeda ex c d in quadratum a c, igitur cùm binæ quantitates reſiduæ multiplicentur in quadratum tertiæ fient ſex aggregata ex tribus parallelipedis, omnia igitur viginti ſeptem reducta ad octo.

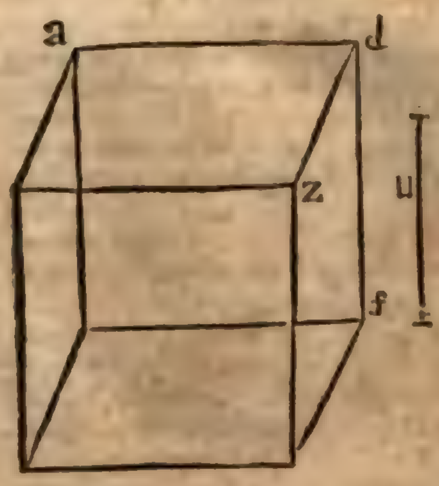
CAPVT XII.

De modo demonſtrandi geometricè æſtimationem cubi & numeri æqualium quadratis.

SINT quadrata duodecim æqualia cubo, & centum nonaginta duobus numero, gratiâ exempli, & conſtat ex ſupra- *Prop. 27.* dictis, quòd ſi numerus eſſet maior ducentis quinquaginta ſex, quòd propoſitum eſſet falſum, & ſi eſſet ipſe numerus ducenti quinquaginta ſex, quòd latus cubi eſſet octo ſeu bes eiuſdem numeri quadratorum, & ideò propoſuimus numerum illo minorem. Et ex eiſdem conſtat quod ſi numerus eſſet dimidium maximi numeri, ſcilicet centum viginti octo, quòd res eſſet tertia pars numeri quadratorum propoſitorum, quia proportio quadrati beſſis ad quadratum trientis eſt velut beſſis ad id quod prouenit diuiſo centum viginti octo ſolido propoſito per quadratum beſſis, quod eſt ſexaginta quatuor, exit enim duo qui eſt quarta pars octo, vt ſexdecim quadratum quatuor, trientis eſt quarta pars ſexaginta quatuor quadrati octo beſſis numeri quadratorum propoſiti. Nos ergo ſumpſimus alium numerum ab his vt dixi. Proponatur ergo corpus ſolidum d q t z rectilineum & æquidiſtantium laterum ac ſuperficierum, cuius ima ſuperficies ſit d q t quadrata, & ſit totum ſolidum centum nonaginta duo, ſcilicet numerus propoſitus, & eius altitudo ſit linea d z, & ſit a b data duodecim æqualis, ſcilicet numero quadratorum propoſito, & diuiſa ita vt b e ſit dupla ad e a. Et duabus c b &



d q ſubtendatur linea quædam u, & ſit d z ad a c, vt e b ad u, erit ergo quadrati e b ad quadratum q t, vt e b ad u, quare vt d z ad a c: igitur ſolidum quod ſub a c & quadrato e b æquale ſolido d q t z, propoſitum igitur eſt ſic diuidere a b, vt ſolidum ex vna parte in quadratum alterius ſit æ-



quale ſolido ex a c in quadratum e b. Et hoc nos docet facere Eutocius Aſcalonita

lonita in ſecundum de Sphæra, & Cylindro bifariam, ſed ſufficiat adduxiſſe primam illius demonſtrationem. Non adducam autem propoſitiones ex Euclide tanquam notiſſimas, erigo ergo a c ad perpendiculum ſuper a b, & compleo ſuperficiem a b e f, & duco c e vſque occurrat f b in g, & compleo ſimiliter ſuperficiem æquidiſtantium laterum h g e f, & duco ex e æquidiſtantem c h, quæ ſit l e k, & reſecetur g m, æqualis d q, & duabus lineis a b & e b ſubtendatur in continua proportione f n. Ducatur ergo ſuper g f axe paraboles quæ tranſibit per m, vt oſtendam, & ſimiliter ex b, ducatur circa coincidentes h c & c f hyperboles quæ tranſibit per k, per ea rurſus quæ demonſtrata ſunt ab Apollonio in ſecundo conicorum Elementorum. Vbi ergo ſi diuident k b & m f in x, ducam r x ſ æquidiſtantem a b & x p æquidiſtantem r c, quæ ſecabit a b in o, quem punctum dico eſſe quæſitum. Ducam ergo c o quam oſtendam pertingere ad ſ, quia ergo vt e a ad a c, ita quadratum b e ad quadratum g m, & ideò rectanguli ex c f in f n ad idem, at vt e a ad a c, ita e f ad f g, & vt c f ad f g ſic quadratum c f ad id quod ſub c f, f g, quare vt id quod ſub c f, f n ad quadratum g m, ita quadratum c f ad id quod ſub c f, f g. Igitur quadratum c f ad id quod ſub c f, f n, vt id quod ſub c f, f g ad quadratum g m. At vt quadratum c f ad contentum ſub c f f n, ita c f ad f n, & vt c f ad f n, ita contenti ſub c f, f g ad contentum ſub f g & f n, igitur vt c f f g ad quadratum g m, ita contenti ſub c f, f g ad contentum ſub g f, f n, igitur quadratum g m æquale ei quod fit ex g f in f n. Igitur g m eſt media proportione inter g f & f n. Ducta ergo parabola ex primo Conicorũ Apollonij per f, ita vt ductæ poſſint ad f n axe g f cadet in m punctum, quod eſt primum. Et quia h e eſt æqualis e f, ſunt enim ſupplementa, erunt h l & a f æqualia, & coincidentes h c, c f. Ergo hyperbole ducta ex b reſecabit proportione reſpondentem f b ipſi g f ex g h: igitur cadet in x, quod eſt ſecundum. Cùm ergo h c & c f ſint coincidentes, & rectangula r x p, & a b f tangant hyperbolem, igitur inuicem ſunt æqualia; detracta igitur communi a o p c, erunt duæ ſuperficies a r x o & a b p f æquales. Et cùm ſint ſupplementa erunt circa eandem diametrum. Igitur c o cadet in ſ, quod eſt tertium. Quoniam ergo c f ad f ſ, vt c p ad p o, & ideò vt a o ad a c, & vt c f ad f ſ ita contenti ſub c f, f n, quod eſt quadratum e b ad contentum ſub ſ f, f n, erit quadrati e b ad contentum ſub ſ f, f n, velut o a ad a c, & contentum ſub n f, f ſ æquale quadrato ſ x, propter parabolam aſſumptam, ſuper n f, igitur quadrati e b a l [illegible] dratum o b, quod eſt æquale quadrato x ſ, velut o a ad a c, igitur ſolidum ex a o in quadratum o b eſt æquale ſolido ex a c in quadratum e b, quod fuit demonſtrandum. Et fuit quartum, liquet autem quod ratio conſtructionis huius problematis pendet ex his duobus, primum quod aſſumpto puncto n

Per nonam octaui Ele.

Per trigeſimã quartã vndecimi Elementorũ.

æqualiter diſtante à vertice paraboles, qui eſt f, ita vt paraboles reſecet æqualem ex perpendiculari ducta ex n ad parabolem ipſi n f ſemper ducta ad perpendiculum ex illo axe g f, quantuſcunque ſit ad parabolem, media illa eſt inter n f, & lineam à vertice ad punctum, ex quo perpendicularem eduxiſti. Alterum pendet ex conſtructione hyperboles, nam cùm ducta ad perpendiculum ſuper axe, & axis inciderint in duas rectas ad perpendiculum, illæ in quas incidunt, vocantur coincidentes, & ſemper faciunt ſuperficies æquales extra contentas. Vt in exemplo ſumpto puncto k cum vertice k c eſt æqualis c b, & ſumpto puncto x cum vertice ſit x c æqualis eidem c b. Ex quo ſequitur manifeſtè quod x c eſt æqualis k c, ideò hoc euenit, quia ſemper k eſt æqualis x l, vbicunque punctus x ſtatuatur. Apparet ergò quòd ſuppoſita a b 12. ſemper f n erit eadem quia in proportione a d, a b & e b, & ideò $5\frac{1}{3}$. Et ſi d q t z ponatur 192. erit a c 3. & ſi 128. erit a c 2. & ſi 64. erit 1. Et in primo caſu x c ſemper erit 36 in ſecundo 24. in tertio erit 12. Poſita ergò f ſ quad. c, erit x f in omni caſu res numero ℞. $5\frac{1}{3}$, igitur r x erit 12. m̃. rebus ℞. $5\frac{1}{3}$, quia ergò x p eſt æqualis ſ f, erit ſuperficies r p, atque ideò a f 12. quad. m̃. cu. ℞. $5\frac{1}{3}$, & hoc poteſt eſſe æquale 36. & 24. & 12. vel cuicunque numero. Cùm ergo reduxerimus ad vnum cubum, fient in omni caſu 8. quadrata, ſcilicet ducta quantitate a b, quæ eſt 12. per f n, quæ eſt $5\frac{1}{3}$, fit 64. tum eſt 8. Igitur ſuppoſita a b ſolum 12. quantumcunque ſit ſolidum d q t z, erunt ſemper 8. quadrata æqualia cubo & numero, qui producitur ducta a c & a b, & producto in ℞. $5\frac{1}{3}$, ſi ergò b c ſit 36. erit numerus 6912. & ſi fuerit 24. erit ℞. 3172. & ſi fuerit 12. erit ℞. 168. Et æſtimatio in ſe ducta producet ſ f, quæ ducta in n f, & eius ſumpta radice proueniet ſ x pars quæſita, nam ipſa eſt æqualis o b. Ergò ducta in ſe, & detracta ab a b, & vno in alterum ducto proueniet ſolidum d q t z. Et ideò facilis operatio Geometrica difficillima aſt arithmeticè, nec etiam ſatisfacit.

Capvt XIII.

De inuentione partium trinomij cubici, quod cubum producit cum duabus partibus tantùm cubicis.

ET dico modo quòd ſi aſſumatur trinomium cubicum, ex cuius ductu partium producatur numerus, quòd producentur duæ partes tantùm, quæ ſint ℞ cubicæ, ſed in re ſunt tres partes cubicæ incommenſæ, vt dictum eſt, igitur partes cubi non poſſunt continere partes rerum ſecundùm numerum. Ex quo ſequitur quòd cùm res fuerit ex tribus radicibus cubicis in continua proportione, quòd idem ſequetur, nam ℞. cu. 12. p̃. ℞. cu. 6. p̃. ℞. cu. 3. producunt quantum media ducta ad cubum, igitur inuicem ducta producunt



℞.cu. ℞.cu.4. ℞.cu.18.

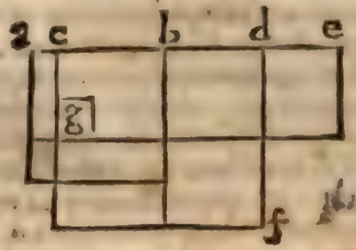
1296.	216.	972.	729.
162.	27.	288.	216.
48.	8.	36.	27.

Per 17. ſexti Elem. cunt ℞. cu. 216. quæ eſt 6. Hoc igitur generaliter ſic demonſtratur. Supponatur trinomium cubicum a b c d, ſolum cum hac conditione, quod corpus ex a b, c d ſit numerus, conſtat ergo quod ſunt nouem corpora, quæ ſunt æqualia numero. Reliqua decem octo, fiunt tria, vt dictum eſt, ex a b in quadratum b c, & ex c d in quadratum a b, quæ dico eſſe commenſa, velut & ex b c in quadratum c d. Nam quod fit ex a b in quadratum b c, ad id quod fit ex c d in in quadratum a b ſe habet, vt quadratum b c ad id quod fit ex a b in c d, at quadratum b c ſe habet ad id quod fit ex a b in c d, vt numerus ad numerum, nam ex b c in quadratum ſuum fit cubus, qui eſt numerus, & ex b c in rectangulum a b, in c d, fit parallelipedum æquale numero, igitur proportio b c quadrati ad ſuperficiem a b in c d, eſt velut numeri ad numerum, ea *Per 32. vndecimi Elem.* igitur ratione etiam quod ex b c in quadratum c d, igitur fient duo tantum ℞. cu. incommenſæ, at in radice ſunt tres, igitur non poſſunt res æquari cubis aſſumptæ per numerum. At ſi propoſueris partem numerum velut ℞. cu. 32. p̃. ℞. cu. 16. p̃. 2. proueniunt 152 p̃. ℞. cu. 131072. p̃. ℞. cu. 128000. Ideò cum ſit longe minor proportio quàm partium rei, non poterit cubus æquari certo numero rerum. vide etiam infrà. *Cap. 51.*

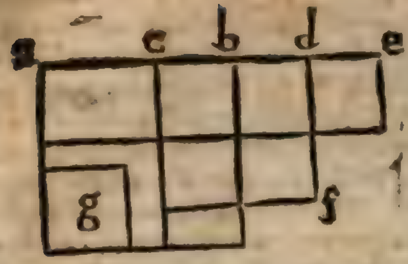
CAPVT XIV.

De inuentione generis æſtimationis.

Cap. 13. Artis magnæ. CVm ſit conſtitutum quod æſtimatio cubi & numeri ſit duplex, aut binomium & ſuum reciſum primum, aut reciſum quintum, & ex vtraque fiat æſtimatio cubi æqualis rebus & numero neceſſe eſt, vt cum ex binomio & ſuo reciſo fiat nume- *Vide cap. 5. ſupra.* rus, & ex reciſo quinto, & numero binomium quintum, vt capituli cubi æqualis rebus & numero ſit tantum inuenta æſtimatio binomij quinti vltra numerum. Ideò primum quæramus habita æſtimatione cubi & numeri, ſed non dati æqualium rebus, numerum rerum & æquationis. Propoſito ergo binomio primo vel quarto, aut reſiduo eorum, ſeu reſiduo ſecundo aut quinto, ducatur pars quæ eſt numerus in ſe & triplicetur, & ei addatur quadratum partis, quæ eſt radix, & conflabitur numerus rerum. Deinde pro numero æquationis duplica partem, quæ eſt numerus, & duc in ſe, & reſiduum à numero rerum ducatur in idem duplum numeri, & fiet numerus æquationis. Exemplum ℞. 7 m̃ 2. Primum duc 2. in ſe fit 4. triplica fit 12. adde quadratum ℞. 7. fit 7. & totum 19 numerus rerum. Inde pro numero æquationis dupla 2. fit 4. duc in ſe fit 16. differentia à 19. numero rerum eſt 3. duc in 4. duplum 2. fit 12. numerus æquationis. Igitur 1. cu. p̃. 12. æquatur 12. rebus. Huius cauſa eſt quòd poſita a b



re diuiſa, quomodocunque in c, ita quod b c ſit numerus, & a c alia quantitas, & iuxta quadratum b c addantur duo alia quadrata ei æqualia, & eadem ſumantur cum quadrato a c pro numero rerum, illæ res erunt æquales cubo aſſumptæ lineæ a b cum eo quod fit ex duplo b c in differentiam numeri rerum à duplo quadrati b c, quod ſit b d, nam ſi tria quadrata b c cum quadrato a c ſunt numerus rerum, ergo res ſunt æquales tribus cubis b c, & triplo a c in quadratum b c, & cubo a c, & parallelipedo ex b c in quadratum a c, detraho igitur cubum a b ex illis corporibus, relinquetur differentia dupli cubi b c, duplo b c, in quadratum a c, at verò numerus ex ſuppoſito fit ex duplo b c in differentiam e f, à numero rerum quæ eſt quadratum b c, minus quadrato a c, nam quadratum c f continet quater quadratum b c, & numerus rerum continet quadratum b c ter & inſuper quadratum a c, igitur facto g æquali quadrato a c, duplum quadrati b c excedit numerum rerum in gnomone g, at demonſtratum eſt quod res excedunt cubum a b, in differentia dupli cubi a b, ab eo quod fit ex b c in quadratum a c, quod eſt g, ideóque in duplo b c in gnomonem, igitur numerus hic additus cubo æquatur rebus. Idem dices ſi numerus eſſet minor radice, ſed a b reſiduum, eodem enim modo procedit demonſtratio, ſed oportet mutare figuras. Idem verò contingit vbi cubus ſit æqualis rebus & numero, & ſit binomium ſecundum aut quintum, vt ſit numerus rerum triplum quadrati b c, cum quadrato a c eritque numerus, id quod fit ex duplo c b in differentiam quadrati c f, à quadrato dupli b c, quod ſit f. Erunt enim tres triplum cubo b c, triplum parallelipedi a c in quadratum



tum b c, cubus a c, & parallelipedum ex b c in quadratum a c, detrahantur hæc octo corpora ex cubo a b, relinquetur differentia cubi a b, ab octo corporibus duplum b c in quadratum a c, à duplo cubi b c, at numerus ſit ex ſuppoſito ex duplo b c in differentiam c f. quadrati à tribus ſuperficiebus quadratis b c, cum quadrato a c, hæc autem eſt quantum differentia quadrati a c, à quadrato b c, cum triplum quadrati b c ſit commune vtriſque quantitatibus, fiat igitur g quadratum b c in quadrato a c, cum ſit minus ergo numerus æquatur duplo b c in gnomonem g, cubus autem a b excedit res, vt demonſtratum eſt in differentia dupli b c in quadratum a c, à duplo cubi b c, ſed duplum b c in gnomonem g eſt æquale duplo exceſſus b c in quadratum a c, à duplo cubi b c, quoniam ſunt eædem altitudines & ſuperficies, ergo cubus æquatur rebus & numero aſſumptis.

Germ. Ex hoc patet quod hæc æquatio eſt inæqualis, ideóque neque generaliter poteſt tradi regula, nam numerus datur duplo parallelipedi minoris partis in gnomonem, qui eſt differentia quadratorum partium, liquet etiam quod talis gnomo in omni caſu eſt æqualis rebus ſolis, vbi partes ſuppoſitæ ſint dimidium numeri plus vna re, & minus vna re.

Capvt XV.

De inuentione partium rei per partes cubi.

VBi propoſitæ ſint partes cubi a c notæ, ex quibus velis ſcire quantitatem lineæ a c. Quinque ſuppoſitis id ages cognitis. Primum vt ſcias proportionem par-



D	E	F	G
27.	18.	12.	8.

tium ſingularum aut exceſſum, quæ continetur his regulis. Prima, proportio cubi ad cubum eſt triplicata lateris ad latus. Secunda, proportio cubi ad parallelipedum, quod fit ex quadrato lateris ſui eſt vt partium lineæ. Tertia, proportio cubi ad parallelipedum alternum eſt, vt partium lineæ duplicata. Quarta proportio parallelipedorum inuicem, eſt vt partium lineæ. Quinta, proportio aggregati cuborum ad aggregatum duorum mutuorum parallelipedorum eſt velut aggregati quadratorum partium lineæ, detracto parallelogramo ipſarum ad illud parallelogramum. Sexta, proportio cubi cum parallelipedo proximo ad parallelipedum alternum, cum alio cubo eſt vt partium lineæ duplicata. Septima, proportio aggregati ex cubo & parallelipedo alterno, ad aggregatum ex parallelipedo proximo, & alio cubo eſt velut partium lineæ. Octaua, differentia aggregati ex cubo, & triplo parallelipedorum alternorum, ab aggregato parallelipedorum trium proximorum, & alterius cubi eſt cubus differentiæ partium lineæ. Secundum ſuppoſitum debet reducere parallelipeda, & cubos ſemper ad vnum præterquam in hac octaua regula, vt vnum vni comparetur. Tertium ſuppoſitum, proportiones partium reducuntur ad proportionem 1. cu. 1. quad. 1. poſ. & 1. ipſius proportionis, ita vt 1. poſ. ſit ipſa proportio. Vnde ſi quis dicat, fuit parallelipedum 4. & reſiduum cubi 104. dico tu ſcis conſtitutionem cubi, & pones 1. cub. p̄. 1. pro re p̄. 1. & habebis 1. cu. p̄. 3. cu. quad. p̄. 3. cu. p̄. 1. & hoc eſt in proportione ad 1. cu. vt 108. quod fit reſtituto 4. ad 104. ad 4. vt 27. ad 1. ℞. autem cubica 1. cu. cu. p̄. 3. cu. quad. p̄. 3. cu. p̄. 1. eſt 1. cu. p̄. 1. radix cu. 1. cu. eſt 1. poſ. ℞. cu. 27. eſt 3. igitur 1. cu. p̄. 1. æquatur 3. poſ. Et in hoc ſuppoſito ingreditur ſcientia compoſitionis cubi ex cubis partium, & ſex parallelipedis, quorum tria ſunt ſimilia & æqualia, & tria ſimiliter inter ſe, & quod fiunt ex vna parte in alterius quadratum & cognitio extrahendi ℞. cu. & quadratam, & diuidendi per communem diuiſorem, cum fuerint plures denominationes. Quartum ſuppoſitum eſt, vt ſcias quod dum volueris iungere aliquas ℞. eiuſdem generis aut detrahere, diuides vnum per aliud, & accipe ℞. illius generis prouentus, & pro additione adde 1. & pro detractione auferto, & quod fit, ducito ad quadratum, ſi fuit ℞. quadrata, vel ad cubum ſi cuba, & productum multiplicabis per diuiſorem, & quod prouenit eſt quæſitum. Quintum ſuppoſitum eſt, vt adiuues te cum regulis generalibus Algebraticis, & de modo.

Si quis ergo dicat cubus & duo parallelipeda altrinſecus ſunt 24. & cubus alter cum duobus parallelipedis 18. igitur per tertium ſuppoſitum 1. cub. p̄. 2. poſ. eſt ſeſquitertium 2. quad. p̄. 1. & æquale $2\frac{2}{3}$ quad p̄. $1\frac{1}{3}$ & habebis $\frac{10}{27}$, rerum p̄. $\frac{700}{729}$, æqualia cubo & rei æſtimatio cum $\frac{8}{9}$ ꝛ p̄ ɴ q eſt rei æſtimatio.

Et generaliter poſito vno cubo, puta a b cum quartis parte nota erit reliquum notum. Quia ab nota: ergo ſi cubus b c, igitur b c, igitur parallelipeda, vel ſi parallelipedum diuiſo eo per a b, vel quadratum a b prodibit b c, igitur tota a c.

Ex difficilioribus autem modis primus eſt cum cubi & tria parallelipeda proxima cognita ſunt: habebis tamen rei æſtimationem ℞. cubicā totius, velut vnum aggregatum ſit 48. aliud 16. erit res 4. latus cubicum 64. totius. Secundum adhuc difficilius, cum cubi, & duo parallelipeda

proxima

proxima nota fuerint, nam nec licebit aſſequi rem, vt in priore, ſubiacet tamen inuentioni, & habet æqualitatem. Vltimum eſt, cum eſt anomalum, vt aggregatum ex ex duobus parallelipedis vnius generis, & vno vel tribus ex alio genere, vel duo cubi cum vno parallelipedo, vel duobus ex vno genere, alio ex alio genere, vel cubus & tria parallelipeda vnius generis cum parallelipedo alterius generis. Et ita de aliis modis inæqualitatis.

Demum eſt compoſitio notior cubi cum duobus parallelipedis proximo, & vno remotiore, nam primum talia aggregata ſunt in proportione partium lineæ. Et ſingula eorum habent radicem quadratam, velut vnum ſit 20. aliud 80. erit proportio partium lateris totius cubici quadrupla, igitur ponemus vnam 1. poſ. aliam 4. inde produmus 64. cu. p̄. 48. cu. p̄. 12. cu. p̄. 1. cu. & hæc ſunt æqualia 100. res igitur eſt ℞. cu. $\frac{1}{5}$. Aliter ponemus proportionem 1. quad. erunt

1. cu. qd. p̄. 3. qd. qd. p̄. 3. qd. p̄. 1.
1. cu qd. p̄. 2. qd. qd. p̄ 1. qd. — 1. cu. p̄. 1. poſ.
1. qd. qd. p̄ 2. qd. p̄. 1.
4. qd. qd. p̄. 8. qd. p̄. 4 — 2. qd. p̄. 2.

$\frac{1}{2}$ p̄ oſ.

partes vt à latere: diſſolue in duo aggregata propoſita, habebis partes, vt vides, igitur cum ſit proportio illarum quadrupla, multiplicabis aggregatum minus per 4. & aſſumes ℞. quadratam partium quam ſemhabent; quia ab initio habuerunt, & poſt duxiſti per numerum, habes igitur 1. cu. p̄. 1. poſ. æqualia 2. quad p. 2. & ideò ſemper poteris diuidere vnum per aliud, habebit ergo $\frac{1}{2}$ poſ. æqualia duplæ. Circa quod nota quòd cum 1. cu. p̄. 1. poſ. ſit æquale 2. quad. p̄. 2. poſ. igitur diuidendo vnum per aliud, prouenit vnum, & iam prouenit $\frac{1}{2}$ poſ. igitur $\frac{1}{2}$ poſ. eſt 1. & 1. poſ. eſt 2. & ego poſui 1. quad. pro proportione, res ergo redit ad idem. Sed hoc volui oſtendere ob reliqua.

CAPVT XVI.

Quòd quadrinomij ex radicibus cub. cubus ad tres partes quarum duæ ſint tantum ℞. cubæ, reducitur aut longè plures.

ET ſit primò quadrinomium ex ℞. cubicis in continua proportione, in quibus non ſit numerus, vt ℞. cu. 3. p̄. ℞. cu. 6. p̄. ℞. cu. 12. p̄. ℞. cub 24. eſt ergo ℞. cub. 24. ad ℞. cu. 3. triplicata proportio, vt 6. ad 3. vt ℞. cu. 6. ad ℞. cu. 3. triplicata, igitur ℞. cu. 3. eſt dimidium ℞. cu. 24. igitur faciunt ℞. cu. quæ eſt ℞. cu. 81. ſed ℞. cu. 81. ducta in ℞. cu. 72. productum ex ℞. cu. 6. in ℞. cu. 12. producit ℞. cu. 729. ſcilicet 9. duplicatam, Igitur per ſupradicta quadrinomium illud reductum ad cubum non habet niſi duas ℞. cub. ideò res non poſſunt æquari cubo. Oſtendo modò quod ex producto ex cu. 72. in ℞. cu. 81. fiat numerus, quia per dicta productum ex ℞. cu. 3. in ℞. cu. 3. in ℞. cu. 6. inde in ℞. cu. 12. cum ſint in continua proportione. Pariter ex ℞. cu. 6. in ℞. cu. 12. & exinde in ℞. cu. 24. fit numerus: igitur ex producto ℞. cu. 6. in ℞. cu. 12. in ℞. cu. 3. & in ℞. cu. 24. fiunt numeri, ergo in aggregatum fit numerus, quod erat demonſtrandum.

Si verò inter illas ℞. cub. ſit numerus, velut ℞. cub. 2. p̄. ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 8. p̄. ℞. cu. 16. Idem continget vt palam eſt, producuntur enim ℞ cu. 128. & 4. & reliquæ omnes illis commenſæ ſunt, vt facilè demonſtrari poteſt, idem fiet in trinomio ſolo ex ℞. cu. 16. p̄. ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 2. Et eo magis vt de hoc non ſit dubitatio, quia ſumus in caſu priore.

Si verò ſint tales, vt duæ in quadratum alterius producant numerum iam commenſæ ſunt. Et ideò non ſunt amplius quatuor, ſed tres: ſi vna ℞. alterius nihil refert in hoc caſu, capiamus ergo ℞. cu. 2. ℞. cu. 3. ℞. cu. 4. ℞. cu. 5. Et manifeſtum eſt quod fiunt plures ℞. cu. non commenſæ quam quatuor reducendo ad cubum. Ergo nullum quadrinomium ex ℞. cubicis non eſt idoneum.

CAPVT XVII.

Quot modis numerus poſſit produci ex non numero.

PRimum numerus quilibet producitur ex his numeris, à quibus diuidi potuit. Et ita ſi volo diuidere 10. poteſt diuidi per numerum alogon qui conſtet ex quatuor radicibus incommenſis non tamen vltra etiamſi ſit vna pars numerus. Et ſi ſint ℞. cub. non vltra tres. Et hoc fit per reciſa, vt in tertio lib. operis perfecti, velut ſi diuidens ſit ℞. 6. p̄. ℞. 5. p̄. ℞. 3. p̄. ℞. 2. inuenies ſuum reciſum vt vides. Et ita ſi volo diuidere per ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 3. p̄. ℞. cu. 2. vt docuit Scipio Tertus Bononienſis.

Exemplum primum
℞. 6. p̄. ℞. 5. p̄. ℞. 3. p̄. ℞. 2.
℞. 6. p̄. ℞. 5. m̄. ℞. 3. m̄. ℞. 2.
6. p̄. ℞. 120. m̄. ℞. 24.

Exemplum ſecundum
℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 3. p̄. ℞. cu. 2.
℞. cu. 16. p̄. ℞. cu. 9. p̄. ℞. cu. 4. m̄. ℞. cu. 12. m̄. 2. m̄. ℞. cu. 6.
Productum 9. m̄. ℞. cu. 648.
81. p̄. ℞. cu. 4199645. ℞. cu. 472392.
Diuiſor 81.

Et

Et manifeſtum eſt quòd aſſumuntur quadrata illarum p̄. & producta inuicem pro m̄. productum autem eſt aggregatum cuborum partium. 4. & 3. & 2. quod eſt 9. m̄. ℞. cubica tripla ei quæ fit ex prima in extremam, ſcilicet ℞. cu. 24. quæ triplicata producit ℞. cu. 648. Et eadem ratione inuenies ſuum trinomium eodem modo, vt vides ducendo partes in ſeipſas & inter ſe. Et ita conficies numerum diuiſorem. Sed hæc vt dixi alio pertinent.

Hoc ipſum eſt quod volebam docere, ſcilicet quod vbi non poſſis diuidere numerum propter multitudinem partium, ſufficiet ſupponere, velut volo diuidere 10. per ℞. 6. p̄. ℞. 5. p̄. ℞. 3. p̄. ℞. 2. p̄. ſufficiet ſupponere diuiſorem diuidendo, & habebis.

$$\frac{10}{℞.6.\bar{p}.℞.5.\bar{p}\ ℞.3.\bar{p}.℞.2.\bar{p}.1.}$$

Et cum hoc potes operari multiplicando, diuidendo, addendo & detrahendo ad vnguem, ſicut in fractis numeris fieri ſolet. Velut volo diuidere 20. per hunc numerum exibit ℞. 24. p. ℞. 20. p. ℞. 12. p. ℞. 8. p. 2. Et ita habes quod 10. producitur ex quibuſuis numeris diuidentibus cum ſuo alterno.

At propriè fit primo ex quibuſuis binomiis & reciſis, quorum differentia partium in ſe ductarum, eſt ille idem numerus, velut ex ℞. 11. p̄. 1. & ℞. 11. m̄. 1. & ℞. 12. m̄. ℞. 2. & ℞. ℞. 12. p̄. ℞. 2. & ita de aliis & ita poteſt produci vt 4. p̄. ℞. 6. & 4. m̄. ℞. 6. & 5. p̄. ℞. 15. & 5 m̄. ℞. 15.

Secundo poteſt produci ex binomio, & reciſo proportionem habentibus, vt 4. p̄. ℞. 12. & 2. m̄. ℞. 3. producunt enim 2. propoſito ergo quouis binomio vel reciſo inuenias ſuum alternum, & duc inuicem, & producto diuide numerum propoſitum, & id quod exit, duc per ſecundo inuentum, & habebis quæſitum, velut volo inuenire numerum qui ductus per 3. p̄. ℞. 7 producat 10. inuento 3. m̄. ℞. 7. & ductis inuicem fit 2. diuide 10. per 2. exit 5. duc 5. in 3. m̄. ℞. 7. fit 15. m̄. ℞. 175. duc 15. m̄. ℞. 175. in 3. p̄. ℞ 7. fit 45. m̄. ℞. 1225. cuius ℞. eſt 35. detrahe à 45. relinquitur 10.

Tertio fit ex fractis eodem modo, quo in primo ℞. 17$\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 3$\frac{1}{4}$ in ℞. 17$\frac{1}{2}$ m̄. ℞. 7$\frac{1}{2}$, producunt 10. & ita in numeris, velut 3$\frac{1}{4}$ p̄. ℞. $\frac{1}{16}$. & 3$\frac{1}{4}$ m̄. ℞. $\frac{1}{16}$, & ita in alogis, velut 3$\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $\frac{6}{11}$ & 3$\frac{1}{4}$ m̄. ℞. $\frac{6}{11}$.

Quarto, ſi velis duos numeros quorum quadrata differant in 10. facile hoc eſt cum quouis numero, exemplum capio 2. & 10. duc 2. in ſe fit 4. detrahe à 10. remanent 6. diuide per 2. exit 3. huius dimidium per ſe ſumptum & additum ad 2. producit quadrata quorum differentia eſt 10. nam quadrata 3$\frac{1}{2}$ & 1$\frac{1}{2}$ differunt in 10. Similiter capio 2$\frac{1}{5}$ duco in ſe, fit 4$\frac{21}{25}$, detraho ex 10. relinquuntur 5$\frac{4}{25}$, diuide per 2$\frac{1}{5}$, & eſt ac ſi diuidas $\frac{129}{25}$ per $\frac{11}{5}$, quod eſt ac ſi diuideres 1295. per 55. exeunt ergo 2$\frac{19}{55}$ cuius dimidium eſt $\frac{129}{110}$, adde ad 2$\frac{1}{5}$, fiet 3$\frac{41}{110}$ & $\frac{13}{110}$, producunt quadrata quorum differentia eſt 10.

Producitur inſuper a numeris ſimplicibus quibuſlibet, qui ſunt in ordine eodem, & producunt numerum iuxta naturam eius, vt à ℞. 10. in ſe: & à ℞. ℞. quauis, quæ ducta in aliam ℞. ℞. producat ℞. 100. & ab analogis vt ℞. 20. in ℞ 5. producunt 10. quia proportio ℞. 20. ad ℞. 10. eſt vt ℞. 10 ad ℞. 5. Et proportio ℞. 50. ad ℞ 10. vt ℞. 10. ad ℞. 2. Et quæuis ℞. cubicæ inuicem ductæ producentes 1000. cubum 10. vt ℞. cu. 1000. in ℞. cu. 10. ℞. cu. 200. in ℞. cu. 5. & ℞. cu. 50. in ℞. cu. 20. Et ita 10. producitur ab omnibus ℞. relatis producentibus 100000. ℞. primum 10.

CAPVT XVIII.

Quod vltima diuiſio cubi non ſatisfacit capitulo propoſito.

PORRO, vltima diuiſio cubi ſuperius data licet ſit ſpecioſa valde non ſatisfacit capitulo propoſito, vti neque æſtimatio binomiorum vel reciſorum primi vel quarti ordinis, nec reciſorum ſecundi vel quinti. Sed nec æſtimatio differentiæ ℞. cub. nec ℞. quadrata aut cuba differt a numero per ℞. quadratam aut cubam aliter reciſum eſſet æquale radici ſimplici, quod eſſe non poteſt, ſed eſt differentia reciſum. Sed veniamus ad aggregata, quorum vnum parti ſit æquale numero, ſi capitulum debet eſſe generale & diuiſio vtilis, igitur hoc modo triplex eſt radix quadrata cubica & corporea. Quadrata eſt per rationem compoſitionis ex duabus partibus, atque duabus velut diuiſo cubo 125. in 100. & 25. radix quadrata 100. eſt compoſita ex 8. & 2. & tota eſt 10. & quadratum 8. eſt 64. & quadratum 2 eſt 4. & duplum 8. in 2. eſt 32. qui omnes iuncti faciunt 100. Et ita eſt compoſitum ex quatuor corporibus 64. 16. 16. & 4. Et ita reliquæ partis quæ eſt 25. radix, eſt 4. & 1. corpora 16. 4. 4. & 1. quæ ſunt 25. Proportio igitur partium eſt vt partium cubi, nam 8. ad 2. & 4. ad 1. vt 100. ad 25. Et ita ſi 1. cu. æquetur 6. rebus p̄. 6. rei æſtimatio eſt ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 2. & ſi velimus dare corpus vnum ipſi numero, id eſt ipſi 6. reliquum rebus erit illud æquale neceſſariò ℞. 864. p̄. ℞. cu. 432. Igitur qualis proportio ℞. cu. 864. p̄. ℞. cu. 432. ad 6. talis partium ℞. quadratæ 6. inuicem. Quare vt ℞. cu. 864. p̄. ℞. cu. 432. p̄. 6. ad 6. ita ℞. 6. ad partem radicis minorem per compoſitam proportionem, igitur ducto 6. in 6. & producto quod p̄. ℞. 216. diuiſo per ℞. cub. 864. p̄ ℞. cub. 432. p̄. 6. exibit pars illa. Diuido ergo ℞. 216. per ℞. cub. 864. p̄. ℞. cu. 432. p̄. 6. & aſſumam ſuum reciſum, quod eſt ℞. cub. 432. m̄. 6. & ducam cum priore, & fit 36. diuiſor, ergo diuidendum eſſet ℞. 216. ductum in ℞. cub. 432. m̄. 6. quare diuidam ℞. 216. per 36. exit ℞ $\frac{1}{6}$ id duco per ℞. cu. 432. m̄. 6. & producitur ℞. cu. 6. quad. 864. m̄. ℞. 6. pars minor, quare maior eſt ℞. 24. m̄. ℞. cu. quad. 864. Hæc nolui addere tanquam vtilia ad inſtitutum, ſed ob operationem.

Cap. 15.

SCHOLIVM

S c h o l i v m.

Ex hoc habetur quòd cùm duæ radices cubicæ, fuerint in continua proportione cum numero, radices illæ inuicem ductæ, producunt numerum, ſint a b c in continua proportione, & ſit a numerus, & b c ℞. cub. dico productum b in c eſſe numerum ſubiungatur d in continua proportione, eritque d ad a, c, ſi triplicata ei quæ eſt b ad a, at b ad a eſt velut ℞. cu. ad numerũ, igitur d ad a eſt vt numeri ad numerũ, ſed a eſt numerus ergo d eſt numerus: igitur productũ d in a eſt numerus, ſed id eſt æquale producto ex b in c, quia quantitates ſunt in continua proportione, igitur productum b in c eſt numerus. Hoc dixi, vt oſtenderem ℞. cu. 864. ductam in ℞. cu. 432. producere numerum ſcilicet quantum producitur ex 6. in 12. quartam quantitatem, quæ eſt in continua proportione ſcilicet 72. à quo detracto 36. m̃. relinquebatur 30. vt fuit aſſumptum in ſuppoſito.

a	num.	
b	℞	cub.
c	℞	cub.
d		

Secundum genus ℞. eſt cubicum, de quo toties actum eſt. Sed hic non eſt in propoſito.

Tertium autem genus vocatur corporeæ radicis, & eſt velut diuidendo 125. cub. 5. in 75. pro 15. rebus, & 50. pro numero, & radix eſt eadem vtrique parti, & etiam toti ſcilicet 3. & 2. & fiunt quatuor corpora vtrinque cubus, & productum alterius partis in quadratum proprium 615. & productum eiuſdem in quadratum alterius ſemel: cum ergo vna pars ſupponatur numerus, erit diuiſio illa ad hoc, vt cubus eius ſit cubus partis eius radicis, aliter diuiſio eſſet inutilis: quare pars illa eſt numerus neceſſariò, aut ℞. cu. numeri, cum ergo reliquæ partes ponantur quadrata eius ℞. cu. ducta in aliam, erunt numerus rerum, & quadratum æqualia numero, igitur erit ſecunda pars, aut numerus, aut reciſum, ergo æſtimatio rei non poteſt eſſe generalis: quia (vt dixi) æſtimatio eſt capituli, & totius & partis, ergo nihil profecimus. Si verò prima pars ſit ℞. cub. velut 1. cu. æqualis eſt 6. rebus p̃. 6. & ponatur prima pars ℞. cu. 3. Ponemus ſecundam 1. poſ. igitur partes erunt 3. ſcilicet cubus ℞. cu. 3. & reliquum quad. ℞. cu. 3. p̃. poſ. ℞. cu. 72. nam ducendo 1. poſ. ſecundam partem in quadratum primæ partis, quod eſt ℞. cu. 9. nam prima pars fuit ℞. cub. 3. fiunt res, ℞. cub. 9. & quia aſſumimus duplum illius quadrati, erunt res numero ℞. cub. 72. & hoc eſt æquale 3. reſiduo 6. detracto cubo primæ partis ſcilicet 3. igitur reducendo ad 1. quadrata, id eſt diuidendo per ℞. cu. 3. fiet igitur 1. quad. p̃. rebus ℞. cu. 24. æqualia ℞. cu. cuius, ſequere capitulum, & erit rei æſtimatio ℞. ℞. cub. 72. m̃. ℞. cu. 3. Eſſet igitur vna pars, ſcilicet maior ℞. cu. 3. minor ℞. ℞. cu. 72. m̃. ℞. cu. 3. Et res ipſa ℞. ℞. cu. 72. At conſtat quòd cubus huius non poteſt eſſe æqualis 6. rebus p̃. 6. ſed neque vlli numero rerum, cum numerus non poſſit æquari ex ℞. cu. quare hæc diuiſio licet ſpecioſa non poteſt generaliter ſatisfacere, ita ſimpliciter ſumpta. Quod autem neceſſe ſit ad hoc genus quantitatis ſimplicis ℞. ℞. cub. deuenire demonſtro. Nam poſita a prima parte, & b ſecunda, aſſumitur numerus rerum in creatione corporis in duplo quadrati a, quod & numerus quadratorum eſt a, igitur vt numerus quadratorum deducatur ad vnum oportet diuidere per a, ergo etiam oportet diuidere per a, quia ergo c eſt duplum quadrati a, diuiſum c per a, exibit duplum a, quod ſit d, igitur numerus rerum, quæ cum quadrato æquantur numero cuiuis qui ſit e, erit d duplum a, at in capitulo inueniendæ æſtimationis quadrati, & rerum æqualium numero oportet ducere dimidium numero rerum in ſe, numerus autem rerum fuit d duplum a, igitur oportebit ducere a dimidium d in ſe, & addere ipſi numero e, & totius excipere ℞. a, qua detrahemus dimidium numeri rerum 1. ipſum a ℞. erit æſtimatio ſecundæ partis ſemper ℞. quad. ℞. cub. aggregati ex quadrato a & e diuiſo. per a detracto a, ſed prima pars eſt a, igitur tota æſtimatio eſt ℞. quadrata aggregati duarum ℞. cu. ſcilicet a in ſe ducti, & e diuiſi per a. Ita ergo poſito numero e 8. vt dixi, & a ℞. cu. 2. ſufficiet, ducere ℞. cu. 2. in ſe, fit ℞. cu. 4. & detrahere 2. cub. ℞. cu. 2. ex 8. relinquitur 6. hoc diuide per ℞. cu. 2. exit ℞. cu. 108. hoc antẽ eſt cõmenſum ℞. cu. 4. ideò iunctæ faciunt ℞. cub. 256. igitur ſecunda quantitas b p̃. ℞. cu. 256. m̃. ℞. cu. 2. ſed a fuit ℞. cu. 2. igitur tota res eſt ℞. ℞. cu. 256. Non eſt igitur idonea hæc diuiſio. *Per Cap. 10.*

3 /	27.	8	/ 2.
	18.	12.	
2 /	18.	12	/ 3
	12.	18.	
	75.	50.	

a	c	d
b		

a	c	d
b	e	

S c h o l i v m II.

Dico igitur quod duæ illæ ℞. cubicæ, ſcilicet quadratum a, & reſiduum e, quòd eſt numerus (quia e eſt numerus, cubus a eſt numerus) diuiſũ per a facit commenſum. Quia enim diuiſo cubo a, qui eſt numerus, exit quadratum a, quod ſit b, & diuiſo c numero qualicunque per a exit d, ſit autem cubus a e, erit e, ad c vt b ad d, quare cum c & e ſint numeri ex ſuppoſito, erit b commenſum d, quod eſt propoſitum.

e	
a	c
b	d

Conſtat etiam ex hoc quòd diuiſo cubo æquali 10. rebus p̃. 8. in duas partes, vt in vltimo modo & ſuppoſita vna parte rei 1. poſ. erit reliqua pars ℞ $\frac{8}{pos.}$ m̃. 1. poſ. hac igitur ducta ad cubum & in quadratum alterius ſemel, & quadrati duplo etiam in eandem fiet totum æquale 10 rebus primis, at, 10. res primæ ſunt decuplum vtriuſque partis rei 1. ℞ $\frac{202}{pos.}$ Et ideo hoc erit æquale

illi

illi parti cubi compoſitæ ex illis quatuor partibus dictis. Et quia proportio rerum ad numerum eſt ſicut proportio partium rei inuicem, & proportio rerum ad numerum eſt manifeſtè $1\frac{1}{4}$ ipſius rei. Ideò oporteret facere ex 8. duas partes eo modo, ita vt ducta minore in totum cum quarta parte produceret maiorem dico de radicibus cubicis.

De æſtimatione autem binomij primi aut quarti, vel reciſorum ratio eſt, quia tria quadrata numeri & vnum radicis neceſſariò ſunt maiora tribus quadratis radidicis & vno numeri, quia in his numerus ſemper eſt maior radice, ergo cum volueris æquare radices, vt cadant, numerus in rebus ſuperabit numerum in cubo, & ita cubus non poterit æquari rebus & numero, ſed res potius cubo & numero. Et ita in reciſo ſecundo & quinto, apparet ratio dum deduces, & formabis cubum ex partibus.

De cubi radice poſita 3. & ℞. cu. 2. differentia partium eſt 3. m̄. ℞. cu. 2. detracta enim b c ex a b, relinquitur a c. Ergo differentia a b, quæ eſt 3.



3 ℞.c.2.

& a c quæ eſt 3. m̄. ℞. cub. 2. cum ſit b c, manifeſtè erit ℞. cu. 2. Tanta verò eſt 3. p̄. ℞. cu. 2. a 3. Ergo nulla ℞. differt à numero in radice.

Ex his tandem patet quòd non datur æſtimatio generalis pro capitulo cubi æqualis rebus & numero in parte ea quæ nondum eſt inuenta, ſed dantur multæ æſtimationes, quæ ſimul iunctæ ſatisfaciunt, vt ſi ſciri poſſit, nondum cognita ſit generaliter.

Capvt XIX.

Quod vbi æſtimatio ſatisfacit, quouis modo diuidatur cubus ſatisfacit. ſi non, non.

PRopono ergo iſtud quòd ſi ℞. cu. non ſatisfacit gratia exempli aut ℞. qd.qd. cum ℞. cuba, quomodo vis diuidatur cubus, nunquam ſatisfaciet. Item dico, quòd ſi 1 cub. æqualis ſit 6. rebus p̄. 6. & rei æſtimatio dando numeros cubis ſit ℞. cub. 4. p̄. ℞. cu. 2. Eadem æſtimatio ſatisfaciet diuiſo cubo in duas partes, quomodo vis. Non tamen ſequitur quòd ſi hæc quantitas vt pote ℞. cu. 4. p̄. ℞. cub. 2. ſic diuiſa non ſatisfaciat cubo diuiſo in corpora ſimilia non ob id ſit æſtimatio, ſatisfacit tamen alio modo, vt a latere vides Ergo ſi cubus æquatur 9. rebus p̄. 9.

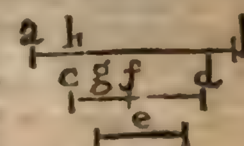
cũ ſit aliqua æſti-	℞.cu.64.℞.cu.8.
matio, poterit	℞.cu.256.℞.cu.128.
ſatisfacere iuxta	℞.cu.16.℞.cu.32.

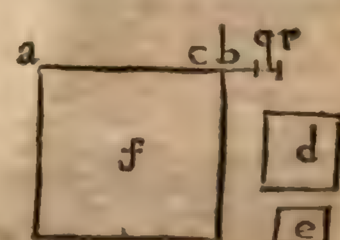
quamcunque diuiſionem, ſed non vt ipſa diuiſa eſt, & iuxta quamcumque diuiſionem, ſed non vt cubus erit diuiſus.

Capvt XX.

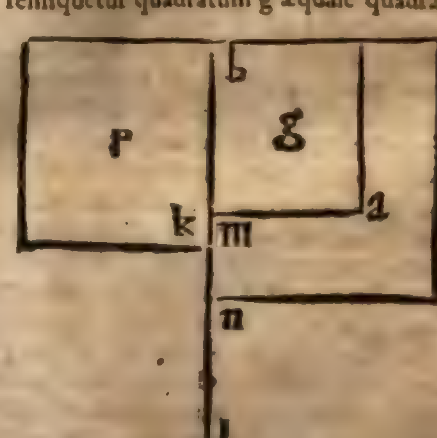
Data linea quomodo quadrifariam diuidatur in duas partes, vt ſit proportio vnius ad productum totius in alteram data.

SIt data a b quam volo diuidere ita in puncto h, vt ſit proportio a b & a h ad b h, vt c d ad e, abſcindo d f æqualem e, & diuido c f per æqualia in g, & facio vt g d ad d f, ita a b ad b h, cum ergo ſit ita, erit g d ad g f, vt a b ad a h, quare coniungendo ab a h ad a h, vt gd g f quare vt c d ad g f, at rurſus a b ad b h, vt g d ad d f, igitur diſiungendo a h ad h b, vt g f ad f d, quare per eam quam vocant proportionem æquam c d ad d f, vt ab a h ad h b. Secundo volo diuidere a b in e, vt ſit quadrati a c ratio, ad id quod ſit ex a b in b c, vt d ad e, facio g quadratum



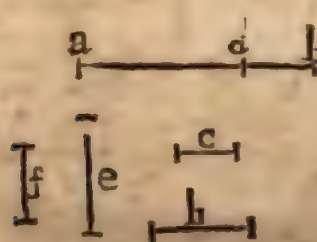


ad f, vt d ad e. Et rurſus facio per eandem h l ad h k, vt h k ad a b, eritque h l ad a b, vt d ad e, & ſit h m dimidium h l & eius quadratum p, cui æqualem gnomonem circumpono quadrato g, ita vt totum quadratum quod vocetur o, ſit æquale quadratis g & p, facio igitur a c æqualem m n, dico a b rectè eſſe diuiſam in c. Quadratum enim h n, cum ſit æquale quadratis h k & h m, & quadratis h m, m n, & duplo h m in m n detracto communi quadrato h m relinquetur quadratum g æquale quadrato



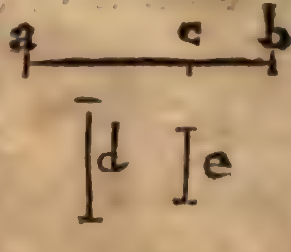
m n, & duplo m n in m h, quare quadrato m n, & ei quod ſit ex m n in h l, ſiquidem h m eſt

h m eſt dimidium h l. cum igitur ſuppoſuerimus a c æqualem m n, erit quadratum a c cum eo quod fit ex a c in h l æquale quadrato g, igitur quadratum a c cum eo quod fit ex a c in h l, habet proportionem ad quadratum f, quam habet d ad e, nam talem habuit quadratum g ad ipſum quadratum f. Addo ad a b, 69. ei æqualem, & 92. ad quam ſit proportio, vt a c ad 69. Cum ergo quadratum a b ſit æquale quadratis a c, c b & duplo a c in c b, at duplum a c in c b eſt æquale ei quod fit ex a c in d c quia c q eſt dupla b c, & quadratum b c eſt æquale ei quod fit ex a c in 92. erit quod fit ex a c in a r æquale quadrato f, igitur quod fit ex a c in ſe & in h l ſe habet ad id quod fit ex a c in a r, vt d ad e. Quare h l & a c ad a r, vt d ad e. At quia a c c b, & 92. ſunt in continua proportione ex ſuppoſito erit coniungendo a b ad 62. vt a c ad c b. Igitur quod fit ex b r in a c, eſt æquale ei quod fit ex a b in c b. At proportio quadrati a c ad id quod fit ex a c in b r eſt veluti a c ad b r, ergo proportio a c ad b r eſt veluti quadrati a c ad id quod fit ex a b in b c. At proportio h l & a c ad a r eſt veluti a c ad b r, quia h l ad a b fuit, vt d ad e, & h b cum a c ad b r, vt d ad e, igitur h l cum a c ad a r, vt h l ad a b, quare permutando h l cum a c ad h l, vt a r ad ab, igitur diſiungendo h l ad a c, vt a b ad b r, quare rurſus permutando h l ad a b, vt a c ad b r, ſed h r ad a b vt d ad e, & a c ad b r, vt a c quadrati ad id quod fit ex a b in b c, igitur a c quadrati ad id quod fit ex a b in c, vt d ad e.

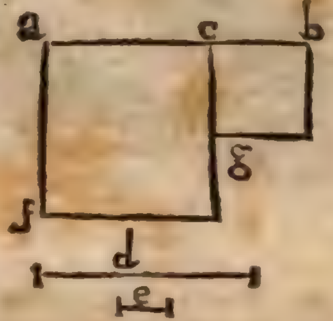


Tertiò, proponatur eadem a b, & data ratio ad monadem c, volo diuidere a b in d, vt ſit ratio rectanguli a b in b d, ad lineam a d, qualis e ad f. Poteſt & generalius proferri: vt quod fit ex a b in b d, ad id quod fit ex a d in c habeat proportionem e ad f. Quod eſt vt rectangulum a b in b d æquale ſit rectangulo ex a d in h, quæ h ſe habeat ad e, vt c ad f: adeò vt reducatur ad hoc, & eſt generale, diuiſa a b in d, vt ſit proportio a b ad h, vt a d ad d b. Hoc autem eſt quaſi per ſe manifeſtum, nam coniunctis h & a b, vt fiat a b h ad h, ita a b ad b d erit diſiungendo ad d b, vt a b ad h.

Quartum eſt, vt diuidamus a b, datam in in c, vt ſit ratio cubi a c, ad id quod fit ex a b in quadratum b c, aut b c in qua-



dratum a b, vt d ad e. Et dico quod oportet, vt in primo caſu proportio a c ad c b, habeat rationem duplicatam a b ad a c. Et in ſecundo, vt ratio a b ad a c ſit duplicata ei quæ eſt a c ad c b. Et quia in prima quæſtione reducitur res ad cubum, cum rebus æqualia numero, & iſtud eſt cognitum, ideò declarabo ſolum ſecundam, vt proponatur quòd cubus a c ſit non a plus producto a b in b c, & deſcribam quadrata a c & b c, & quia ſi eſſent æqualia, eſſent baſis a f c & b e g in proportione a b ad a c, quare a b ad a e duplicata ei quæ eſt a c ad c b, cum igitur ſit d ad e nonupla, erit a f c ad b e g nonupla b c quæ eſt a b ad a c. Nam ſi 216. eſt nonuplum ad 24. & 24. conſtat 6. & 4. & 216. ex 36. & 6. proportio 36. ad 1. eſt nonupla eius, quæ eſt 24. ad 6. ſi ergo poſuerimus a c vnum quadratum, & b c 4. m̃. quadrato vno, erit cub. a *Per 34. vndecimi El.*



c cub. qd. & b c qd. 16. p̃. 1. quad. quad. m̃. 8. quad. Si igitur proportio d ad e ſit nonupla, erit 1. cu. quad. æqualis 576. p̃. 36. quad. quad. m̃. 288. quad. & ſi proportio d ad e ſit ſexdecupla, erit 1. cub. qd. æqualis 5024. p̃. 64. qd. quad. m̃. 41. qd. Igitur in primo caſu accipiendo radices quadratas partium habebimus 1. cu. æqualem 24. m̃. 6. quad. Et in ſecundo 1. cu. æqualem 32. m̃. 8. quad. & ſi eſſent æquales, eſſet 1. cub. æqualis 4. m̃. 1. quad. habes igitur æſtimationes, vt vides quatuor æqualis quadruplæ nonuplæ ſexdecuplæ. Cum ergo prima tria exem-

1. cu. p̃. 2. quad. æqual. 8.
1. cu. p̃. 4. quad æqual. 16.
1. cu. p̃. 6. quad. æqual. 24.
1. cu. p̃. 8. quad. æqual. 32.

pla ſolui poſſint ex capitulo, vltimum non poſſit, & demonſtratio Geometrica ſit vniuerſalis, patet eam non eſſe generalem rationem capituli ad inueniendam æſtimationem, ſed eſſe longè meliorem.

Capvt XXI.

Demonſtratio oſtendens æquationis neceßitatem.

ET proponatur a b diuiſa in c, & per præcedentem eſt vna demonſtratio proportionis cubi a c, ad ſolidum ex a b in quadratum b c in parte cognita & incognita, vbi proportio eſt maior ſed parum, aut minor ſemper nota, at hæc propor-



tio compoſita eſt ex duabus quarum vna eſt nota altera data: nota quidem eſt ex præcedenti proportio cubi a c ad ſolidum ex c b in quadratum a b, cum ſit cubi & rerum æqualium numero generalis, alia eſt data ſolidi b c in quadratum a b ad ſolidum, ex a b in quadratum b c, ſemper velut c b ad b a, fiunt enim illa ex rectangulo eodem a b in b c, alterum iuxta altitudinem a b, alterum iuxta altitudinem b c, cum ergo interpoſito ſolido ex b c in quadratum a b, inter cubum a c & ſolidum a b in quadratum b c, componetur proportio cubi a c ad ſolidum a b in quadratum b c, quomodolibet conſtat propoſitum.

Per conuer. 32. vndecimi El.

Per ſecundā propoſitionē lib. de Propor.

Paradoxvm.

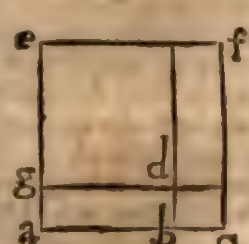
Ex hoc patet quòd diuiſa linea inter puncta data, in proportione data cubi partis vnius ad ſolidum ex tota in alterius quadratum, vt ſit proportio horum ſolidorum (quęuis linea ſit aut pars) data & cognita quantitate partium ſub vno numero diuiſæ lineæ, non erit cognita quantitas earundem partium ſub eadem diuiſione, ſed mutato ſolum numero ſeu denominatione aſſumptæ lineæ. Et hoc contingit, quia vltima pars præcedentis propoſitionis non eſt perfectè nota: quia quantitates natura ſimiles non poſſunt eſſe in proportione lineæ, velut linea ad lineam ſuperficies ad ſuperficiem, & corpus ad corpus non poſſunt eſſe in proportione vnius lineæ, ſed lineæ ad lineam: vt viſum eſt in libro de Proportionibus. Dico ergo quòd ſi data eſt a b inter duo puncta data, & proportio cubi a c ad ſolidum a b in quadratum c b ſecundum totam lineam a b, vel ſecundum quamlibet illius partem, veluti a d vt omnia hæc ſint data & immota, nihilo minus ſi conſtituamus a b totam ſub numero paruo putà quatuor aut ſex, perueniemus per vltimam partem præcedentis quantacunque ſuppoſita a d modò ſit pars a b ad cognitionem a c, quia perueniemus ad 1. cu. p̃. quadratis, non pluribus quã quatuor æqua..bus numero alicui, qui poterit conuenire æquationi iam cognitæ. Et ſuppoſita a b centum exempli gratia, licet ſit eadem linea, quæ prius nec maior, & proportione ſub eadem a d, poterit eſſe vt perueniamus ad æquationem eiuſdem capituli, & non cognitam. Et hoc eſt (quia vt dixi) proportio talium ſolidorum, non poteſt eſſe verè linea a b, neque a d, ſed vel vt linea a b vel a d ad aliquam aliam lineam, aut ſimpliciter denominationis a b vel a d, quæ ſumitur in comparatione ad monadem. Vnde ſi quis inueniat demonſtrationem, vt dixi veram propotionis cubi a c ad ſolidum ex a b in quadratum c b, ſecundum lineam a d, tunc inuenta æſtimatione ſub a b denominata, vt decem inueniretur ſub denominata vt centũ. Et ita ſub duobus inueniretur ſub decem, & eſt mirabile pulchrum & arduum.

Propoſ. 34.

Capvt XXII.

De contemplatione p̃. & m̃. & quod m̃. in m̃. facit m̃. & de cauſis horum iuxta veritatem.

CVm dico 6. p̃. 2 clarum eſt, quod eſt 8. ſecundum rem: ſed iuxta nomen eſt cõpoſitum ex 6. & 2. ſimiliter cum dico 10 m̃. 2. ſecundum rem eſt 8. iuxta nomen autem eſt 10. detracto. Et ideò in operatione quod ad finem attinet 6. p̃. 2. debet producere 64. quia 8. in ſe ductum producit 64. & ita 10. m̃. 2. quia eſt 8. debet producere idem 64. Sed quod ad modum operandi, quia 8. eſt diuiſum in 6. p̃. 2. ſeu in 10. m̃. 2. oportet operari per quartam ſecundi Euclidis. Et in 6. p̃. 2. eſt manifeſtum, vt in figura ponatur a b 6. b c 2. fient a d 12. d e 4. d f 12. d e 36. totum igitur 64. & de hoc non eſt dubium, ſed ſi ponatur a c 10. & b c 2, m̃. erit quadratum a c nihilominus 64. id eſt quadratum d e, quia a b verè eſt 8. Eſt ergo ac, ſi quis diceret habes agrum decem pedum quadratum, cuius duo pedes ſunt alterius, & quadratum partis tuæ eſt tuum, reliquum totum eſt alterius, igitur tu haberes d e ſolum, quod eſt 64. & gnomo ille g b f eſſet alterius, & eſſet 36. vt liquet.

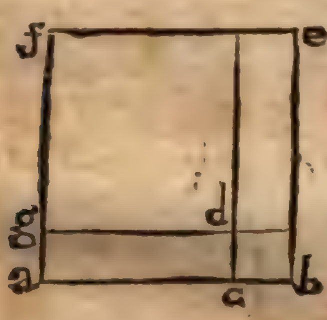


Cauſa ergo diuiſionis in p̃. vel m̃. eſt duplex nam ſi eſſent eiuſdem naturæ, vt 6. & 2. vel 10. & 2. vel 6. & $\frac{1}{2}$ aut 10. m̃. $3\frac{1}{2}$, ſtultum eſſet & ſuperfluum dicere 6. p̃. 2. aut 6. p̃. $\frac{1}{2}$ aut 10. m̃. 2. aut 10. m̃. $3\frac{1}{2}$, ſed deberemus dicere 8. m̃. 6. p̃. 2. aut 10. m̃. 2. vel $6\frac{1}{2}$ in 6. p̃ $\frac{1}{2}$ vel 10. m̃. $3\frac{1}{2}$, & eſſet facilius pro multiplicatione & diuiſione. Et præcipuè quod in diuiſione ſemper oportet reducere quantitatem ſignificatam per plura nomina, ſeu p̃. ſeu m̃. ad vnam ſimplicem quantitatem. Sed cauſa talium nominum

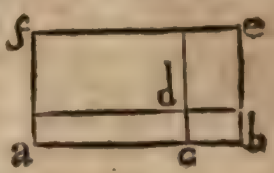
p̃. ſeu

p̄. ſeu m̄. eſt, vel quia quantitas quæ additur vel detrahitur, non eſt eiuſdem naturæ cum prima, vt 6. p̄. ℞. 2. aliter binomium eſſet rhete, aut alogum, id eſt numerus aut radix numeri, quod demonſtratum eſt ab Euclide eſſe non poſſe. Et ita 6. m̄. ℞. cu. quia ſunt diuerſarum naturarum, nec poſſunt ſignificari vno nomine, neceſſe fuit iungere illas quantitates per p̄. vel m̄. neque etiam poſſunt ſignificari vno nomine per viam ℞. nam 6. p̄. ℞. 2. & ℞. v. 38. p̄. ℞. 288. & licet videatur ſimplex, eſt tamen ℞. vnius compoſiti numeri ſeu quantitatis, id eſt 38. & ℞. 288. Secunda cauſa eſt cum ſecunda quantitas, aut tertia adiuncta vel detracta eſt ignota, velut ſi dicamus 6. p̄. 1. poſ. licet enim poneremus quod poſitio eſſet 2. & ita totum hoc eſſet verè 8. quia tamen neſcimus quanta ſit poſitio, ideò cogimur dicere 6. p̄. 1. poſ. 10. m̄. 1. poſ. ex quo conſtat quòd in primo caſu nunquam niſi per fortunam multiplex poteſt reduci ad vnam naturam, neque enim vt dictum 6. p̄. ℞. 2. poteſt effici vnus numerus, nec vnius naturæ, ſed in ſecundo caſu aliquando poteſt, aliquando non. Vt ſi dicamus 10. m̄. 1. poſ. & poſ. ſit 2. tunc æquiualeret 8. At ſi poſitio eſſet ℞. 2. vel ℞. cub. 3. manifeſtum eſt quòd nunquam poſſet reduci ad vnam naturam, ſed æquiualeret ſemper binomio, vel reciſo, vel aliæ quantitati alogæ, vt 6. m̄. ℞. 2. 6. m̄. ℞. cu. 3. Dixi in primo caſu quod aliquando tamen quantitas multiplex æquiualet ſimplici, & hoc maximè accidit in ℞. v. & abſtruſis, velut declara-
Cap.11. tum eſt à nobis in Arte magna, quod ℞. v. cu. ℞. 10. 8. p̄. 10. m̄. ℞. v. cu. ℞. 10. 8. m̄. 10. idem eſt quod 2. Et hoc etiam accidit in quadratis, vt ℞. v. 6. p̄. ℞. 9. eſt 3. Ergo vt dixi ob duas illas cauſas neceſſe fuit ponere p̄. & m̄.

Propoſ.4. Hoc viſo cum operatio p̄. ſit clara, ex demonſtratis ab Euclide in ſecundo Elementorum reliquum eſt, vt oſtendam illud idem de m̄. & ponatur ab 10. vt prius & b c 2. m̄. liquet ergo quod a c verè eſt 8. & eius quadratum d f erit 64. ſed totus reſiduus gnomo eſt, vt dixi perinde, ac ſi b c eſſet alterius, ideoque totus gnomo etiam illius, vt



oſtendam, & conſtat quod ille gnomo per eandẽ propoſitionem fiet ex a c in b c bis, & ſunt rectangula ad d e cum quadrato b c, iſte autem gnomo totus eſt 36. quia a c quadratum eſt 100. & f d 64. igitur g c e gno-
4. ſecundi Elem. mo reſiduus eſt 36. & a d & d e ſunt m̄. & ſunt 32. & gnomo eſt 36. m̄. igitur quadratum b c, quod eſt 4. eſt etiam m̄. nam ſi eſſet p̄. non eſſet gnomo m̄. niſi 28 & d f 72. & a c ℞. 72. & non ℞. 64. quod eſt 8. igitur quadratum b c eſt m̄. & fit ex m̄. in ſe ducto, igitur m̄. in ſe ductum, producit m̄. & ſimiliter ſtatuatur a b 10. & b e m̄. 2. erit ergo verè a c 8. & ponatur a f 4. & a g 1. m̄. gratia exempli, erit igitur verè f g 3. quare f d 24. tota autem a e ſuperficies eſt 40. igitur gnomo g c eſt 16. reſiduum, & fit ex a c in c d, ideoq; ſuperficies a d eſt



8. & ex b c in g f, ſuperficies d e b, & ex b c in c d, & eſt 2. quod totum eſt 16. ſed hoc eſt m̄. quia eſt differentia productorum 10. in 4. & 10. m̄. 2. in 4. m̄. 1. igitur tam m̄. in m̄. id eſt b c in c d, quarum vtraq; eſt m̄. producit b d m̄. quæ eſt 2. quàm a c p̄. in c d m̄. & b c m̄. in f g p̄. quæ ex confeſſo apud illos producunt m̄. Et ideò patet communis error dicentium, quod m̄. in m̄. producit p̄. neque enim magis m̄. in m̄. producit p̄. quàm p̄. in p̄. producat m̄. Et quia nos vbique diximus contrarium, ideò docebo cauſam huius, quare in operatione m̄. in m̄. videatur producere p̄. & quomodo debeat intelligi. Supponamus ergo in ſecunda figura quòd a b ſit 10. vt prius & b c ſit 1. poſ. m̄. manifeſtum eſt quod oporteret iuxta hanc operationem ducere a c in ſe, & b c in ſe, & a c in b c bis, ſed cum a c ſit ignota, eſt 10. m̄. 1. poſ. accipimus a b, quæ eſt nota: eſt enim 10. vt operamur cum a b & b c 9. & quia quadratum a b cum quadrato b c eſt æquale quadrato a c cum duplo a b in b c, ideò detrahimus duplum a b in b c ex quadratis a b & b c, & quoniam duplum a b in b c, ſuperat gnomonem g c e in quadrato b d, vt conſtat ideò detrahimus, quantum eſt quadratum b c pluſquam oporteret & ponimus m̄. cum ſolus gnomo verè ſit m̄. quia ergo detrahimus quantum eſt quadratum b c, pluſquàm deberemus à quadrato a b, tanquam p̄. ideò ad reſtitutionem illius m̄. quod detrahimus præter rationem oporteret addere, quantum eſt quadratum b c p̄. ideò cum b c ſit m̄. dicemus quod 62. m̄. quadratum conuerſum eſt in p̄. ideò quod m̄. in m̄. produxit p̄. Sed non eſt verum: ſed nos addidimus quantum eſt quadratum b c p̄. non quod quadratum b c ſit p̄. ſed alia aſſumpta quantitas pro arbitrio noſtro æqualis b c addita eſt, & facta eſt p̄. idem dico in tertia figura, quia operamur per a b & a f loco a c & f g, ideò in operando videtur quòd m̄. in m̄. producat p̄. Et ſit ergo, vt in ſecundo exemplo a b ſit 10. b c 1. poſ. & ſic 2. verè erit a c 8. igitur d f erit 64. & gnomo g c e 16. poſ. p̄. 1. quad. 136. nam 16. poſ. ſunt 32. & 1. quadrat 4. quod totum eſt 36. Et tunc debet dici a b iunctum & ſeparatum non propriè m̄. ſi verò operemur cum tota a b c, habebimus 100. p̄. 1. quad. m̄. 20. poſ. ecce quòd

in priore æquatione non habebas niſi 16. poſ. m̄. hic verò habes 20. & ideò cum in priore æquatione haberes 1.quad.m̄. & hic habeas 1.quad.p̄. ideò oportuit addere numero poſ.4. 1. à 16. ad 20.ſeu quia addidiſti illas 4. poſ. m̄. pluſquam oporteret, ideò ſubtraxiſti 1. quad. m̄. & etiam loco eius addidiſti 1. quad. p̄. & ideò ad hoc deueniſti, vt diceres m̄.in m̄. producere p̄.quod tamen eſt falſum, non enim contingit ex operatione multiplicationis, ſed vt peruenires ad maiorem notitiam per illam ſeptimam propoſitionem ſecundi Euclidis, ſimiliter dico, ſi multiplicas 3. m̄ ℞. 2.in 5. m̄. ℞.3. verè oporteret ducere a c in f g, & haberes verum productum: ſed quia nec

3. m̄. ℞. 2. nota eſt verè ſub vno nomine, nec 5. m̄. ℞. 3. eſt nota ſub vno nomine, &	5.m̄.℞.3. 5.m̄.℞.2.

omnis multiplicatio & diuiſio fit ſingillatim per ſimplices quantitates, ideò in reciſis neceſſe eſt operari per ſeptimam propoſitionem ſecundi Euclidis loco quartæ: & ita quia in illa includitur additio illa quadrati m̄. in multiplicatione vnius in partis integræ, in partem detractam bis ſupra gnomonem, ideò oportet addere ad p̄.quantum eſt quadratum partis illius quæ eſt m̄. Ideò vt in binomiis operamur per quartam propoſitionem, & ſecundum ſubſtantiam quantitatis compoſitæ, ita etiam in reciſis quo ad ſubſtantiam & verè operamur cum eadem: ſed ad nominum cognitionem operamur in virtute ſeptimæ eiuſdem.

Quartum & vltimum eſt, quod erat conſiderandum, cur p̄.in p̄. ſolum faciat p̄. & m̄. in m̄. & in p̄. faciat m̄. Et dico quod (vt dixi) m̄. oportet ſupponere tanquam non ſit de ipſo p̄. eſt enim alienum, ideò ad conſtruendum oportet aſſumere plura, ad deſtruendum ſufficit vnum. Ad hoc ergo vt p̄. conſtituatur, oportet vt p̄. in p̄. ducatur, nam cum ducitur p̄. in m̄. ſeu in alienum fit m̄ quia nihil poteſt vltra vires ſuas, ergo p̄. poteſt quantum eſt ipſum, igitur cum ducitur extra ipſum producit m̄. aliter poſſet plus producere quam poteſtate eſſet. Sed cum ducitur in aliud p̄. non poteſt etiã niſi quantum poteſt in partes illius p̄. Exemplum, ducitur 6.in 10.igitur in 6.& 4. ſed vt in 6. ex demonſtratis non poteſt vltra 36. vt autem 4. ducitur in 6. non poteſt, niſi vt in 4. & 2. & vt in 4. niſi vt in ſeipſum, igitur non poteſt niſi vſque ad 16.& vt reſiduum 2. in 4. niſi vt in 2. & 2. igitur non poteſt niſi 4. & 4.ſed 36.16.4. & 4. producunt 60. igitur 6. in 10. non poteſt producere niſi 60. igitur m̄. in m̄. ſeu alienum in alienum, & m̄. in p̄. ſeu p̄. in m̄. ſeu quod eſt in alienum, ſeu alienum in id quod eſt, producunt m̄. ſolum, ſeu alienum quod erat demonſtrandum. Ex quo intelliges veram rationem ducendi m̄ & diuidendi

Cor.1. per m̄. & accipiendi ℞. tam quadratam

Supra ca. 6. quàm cubam (nam de cuba dubium non eſt, quod eſt m̄.) non antea cognita.

Ex hoc etiam patet, quod diuiſo m̄. per p̄.exit m̄. nam ducto m̄. in p̄. fit m̄. ergo di-

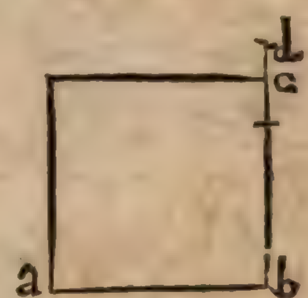
Cor.2. uiſo m̄. per p̄.exit m̄. Et diuiſo m̄.per m̄.exit m̄. & p̄.quia ex m̄.in p̄.& m̄. fit m̄. igitur diuiſo eo producto, quod eſt m̄. exit alterutrum, ſcilicet p̄. vel m̄. Diuiſo autem p̄. per m̄. nihil exit, nam ſeu exiret p̄. ſeu m̄. ex m̄. in idem p̄. vel m̄. produceretur p̄. quod eſt contra demonſtrata.

Caput XXIII.

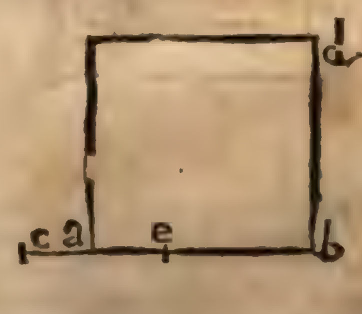
De examine capituli cubi & numeri æqualium rebus.

Lemma.

Proponatur primo a b res & quadratum eius a c, & ſit b d numerus quadratorum æqualium cu. 6.& numero, dico quod b d eſt maior b a, nam ſi minor eſſet cubus



a b maior quadratis, igitur multo maior eſſet cubus a b cum numero, quadratis ipſis, non ergo æqualis. Contraria ratione ſequitur, quod ſi cubus æquaretur quadratis & numero, neceſſe eſt a b rem eſſe maiorem numero quadratorum. Per idem ſi b d ſit numerus rerum æqualium cubo & numero, neceſſe eſt b d eſſe maiorem a b, modo a b ſit æqualis, aut maior monade: nam ſi a b eſſet maior b d eſſet a c maius ſuperficie a b in b d, quare ſi a b eſt maior monade, cubus a b erit multo maior rebus: ergo cubus a b cum numero multo maior rebus ſecundum numerum b d, non ergo poſſunt eſſe æquales, ſed vbi a b eſſet minor monade, poſſet eſſe in hoc caſu cubus cum numero æqualis rebus, vt 1.cu. p̄. $\frac{1}{64}$ æqualis $\frac{1}{8}$, rei tunc a b eſt $\frac{1}{4}$, quod eſt maius $\frac{1}{8}$. Quod ſi cubus æquetur rebus & numero vt ſit b d numerus rerum & quadratum eius b d a vt etiam a b ſit numerus idem rerum, & æqualis b d, tunc ſi quadratum b d numeri rerum additum numero æquationis ſit æquale cubo numeri rerum, tunc æſtimatio rei, id eſt b c



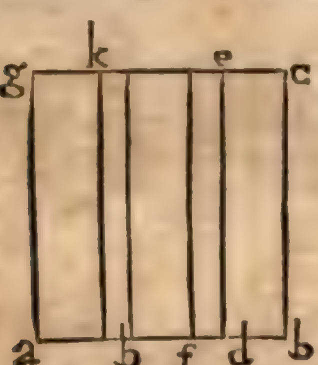
erit numerus rerum, velut b d ſit 4.numerus rerum & numerus æquationis 48. ex 48. &

& 3. quadrato 4. fit 46. cubus eiuſdem 4 igitur 4. eſt æſtimatio rei. Sed ſi quadratum b d cum numero rerum fuerit minus cubo b d, erit b c æſtimatio rei b c, minor b a. vt ſi cubus æquetur 4 rebus p̄.47. quia 16. & 47. faciunt 63. minus 64. cubo 4. numeri rerum erit b c, minor b a: & ſi quadratum eſſet cum numero æquationis maius cubo eſſet æſtimatio rei maior numero rerum. Veluti cub. æquetur 4. rebus p̄. 50. tunc æſtimatio rei erit b c, maior b a, qui eſt 4. numerus rerum.

DEMONSTRATIO.

Quibus ſtantibus proponatur res, & b c numerus rerum & parallelogrammum a b c quantitas ipſarum rerum collectarum, & ſint res ſub numero b c, putà 34. æquales 1. cub. p̄. 12. Et erit per lemma præcedens b c maior b a, item oportet ex demonſtratis in libro de Proportionibus, vt cubus tertiæ partis b c ſit æqualis, aut maior numero æquationis. Sic ergo numerus æquationis ſuperficies d b c e, eritque b d neceſſariò numerus: ſuperficies ergo a d e, eſt æqualis cubo a b, & quia cubus a b fit ex demonſtratis ex cubis d b & d a, &

Per 10. ſeu 21. 10. Elem.



triplo vnius in quadratum alterius, & cubus b d eſt numerus, quia b d, eſt numerus, ergo diuiſo cubo numero, per b c numerum prodibit numerus: ſit igitur ſuperficies e f æqualis cubo d b, erit igitur ſuperficies f g, æqualis triplo b d, in quadratum d a & a d in quadratum d b, & cubo a d Exemplum ergo erit (vt dixi) quod d e ſit 12. & b c 34. erit b d $\frac{6}{17}$, a b autem, vt binomium eſt 3. p̄. ℞. 7. & cubus b d $\frac{216}{4913}$, tota igitur ſuperficies f c eſſet $12\frac{216}{4913}$. Propterea vides per eandem rationem, quod diuiſa f c per b c, exit f d numerus maior b d. Et rurſus cubus ille componetur ex cubis b f, f a, & triplo mutuo dicto, & ita ſemper cubus fiet minor, & numerus æquationis maior: nam diuiſo $12\frac{216}{4913}$ per 34. exit $\frac{59186}{167042}$, & tanta eſt b f, cuius cubum oporteret rurſus addere ad ſuperficiem b e, & ita iuxta datam proportionem augetur numerus æquationis & cubus minuitur. Oportet igitur in hoc caſu ita diſtinguere dicendo, quòd ſi per cubum intelligis priorem cubum, ſcilicet a b ille cum 12. numero, & non cum $12\frac{216}{4913}$, æquatur 34. rebus, licet enim contineat alios numeros, non ſunt tamen de natura numeri æquationis, ſed propria pars. Si verò dicas quod aliquis cubus p̄. $12\frac{216}{4913}$, qui erit minor cubo a b æquetur 34. rebus? dico quod non, quia ille cubus erit cubus lineæ minoris a b, igitur ſi 34 a b æquantur cubo minoris lineæ, quàm ſit a b & $12\frac{216}{4913}$, oportebit tunc quod res tunc ſit minor, quæ eſt latus cubi, igitur oportebit quòd ſint plures res quàm 34. quæ ſint æquales cubo p̄. $12\frac{216}{4913}$, & ita omnia variantur vno variato.

Rurſus ergo aſſumatur linea a h, quæ ſit pars binomij, & h b numerus, tunc cubus h b poterit ſolus eſſe numerus, vt cum h fuerit quantitas abſurda, velut gratia exempli ℞. v. ℞. 7. p̄. ℞. 3. vel poterit eſſe cum cubo a h, cum a h fuerit ℞. cu. numeri, vel cum triplo h b in quadratum a h, vt in propoſito poſita a h ℞. 7. nam cubus h b eſt 27. & triplum h b in quadratum a h eſt 63. vt totus numerus ſit 90. quibus additis 12. fit 102. qui eſt æqualis 34. numero rerum ducto in 3. qui eſt numerus æſtimationis ſeu binomij. In omni caſu ergo ex his tribus conſtat quòd numerus totus eſt ſuperficies h c. Et quia numerus æquationis æquatur illi, dico quod non poteſt eſſe maior, nam ſic pars æquaretur toti, nec æqualis ex demonſtratione habita; nam b h tota eſſet numerus, ergo cubus eius eſſet numerus, ergo numerus æquationis h c, cum numero cubi h b eſſet maior numero, qui continetur in rebus, ergo res non poſſent eſſe æquales numero & cubo. Quia quantitas aloga eſſet æqualis numero, relinquitur igitur, vt numerus æquationis ſit neceſſariò minor, numero qui continetur in rebus. Sit ergo numerus æquationis d c, & erit numerus cubi h e neceſſariò: nam hi duo numeri pariter accepti ſunt neceſſariò æquales numero contento in rebus, quē ſuppoſuimus eſſe h c. Dico ergo, quòd a h non poteſt eſſe ℞. ſimplex, quia non ſatisfacit per viam binomij, vt oſtenſum ſuprà. Nec poteſt eſſe ℞. cu. nam cubus eſſet numerus, igitur 34. radices gratia exempli eſſent vnum aggregatum radicum cub. quæ æquiualerent vni, & hanc oporteret æquari tripla producti vnius in quadratum alterius mutuò: at hoc eſſe non poteſt, quoniam illa ſolida ſunt incommenſa, quia ſunt in proportione a h ad h b, id eſt ℞. cub. ad numerum, quæ ſunt incommenſa inter ſe. Relinquitur ergo vt ſit a h vna quantitas alterius generis, quæ ducta viciſſim cum h b vna in quadratum alterius, additóque illius cubo ſciat quantum ducta in 30. gratia exempli, qui eſt numerus rerum. *Cap. 18.*

At quia in illo aggregato eſt etiam triplum quadrati h b in a h, oportebit ergo vt cubus a h cum triplo quadrati a h in h b ſit æquale reſiduo tripli quadrati h b, & numeri rerum ducto in a h: igitur diuiſis omnibus per a h, erit vt quadratum a h, cum rebus triplo numeri h b, ſit æquale numero ſimplici, qui eſt differentia numeri rerum, & tripli quadrati h b. Exemplum ponatur h b 2. & b c numerus rerum 30. igitur triplum quadrati h b, quod eſt 12. detractum à 30. relinquitur 18. ergo 18. eſt æqualis 1. quad. p̄. triplo h b, id

æquatio quæſita, igitur oportet vt ſit differentia duarum quantitatum, & fundamentum erit in prima regula dicta in Arte magña ſuperius.

Sit cubus a b æqualis 29. rebus a d, & erit ſuperficies b c 29. & c e 42. numeris, & erit corpus, & iuxta altitudinem a d. Et cum ex 29. poſſint fieri partes, vt vides à latere ex quibus vna ducta in alterius radicem fit numerus, poterit numerus rerum datus cum 28.50.60.52. & 20. æquari cubo, dico modo quod etiam poterunt fieri



aliæ partes non integræ, vtpote 18. p̃. ℞. 72. & 11. m̃. ℞. 72. & ex 18. p̃. ℞. 72. in 3. m̃. ℞. 2. radicem 11. m̃. ℞. 72. fit 42. alius numerus. Ex quo liquet quod oportet 11. m̃. ℞. 72. eſſe binomium primum aut reciſum, vt & etiam. Proponatur ergo e f 18. p̃. ℞. 72. & c g 18. erit ergo h f p̃. ℞. 72. igitur alia pars erit f d denominata per d g, ſcilicet 11. m̃. f h ℞. 72. ita vt diuiſio vera b c, ſcilicet

28.1.1.28.
25.4.2.50.
20.9.3.60.
13.10.4.52.
4.25.5.20.
18.p̃.℞.72.11.m̃.℞.72.3.m̃.℞.2. / 42.

29. fit verè in f, nam c f eſt 18. id eſt c g p̃. ℞. 72. id eſt f h & d f 11. id eſt d g m̃. ℞. 72. id eſt f h. Diuiſio autem iuxta nomen in g, quoniam c g eſt 18. & g d 11. Et quia proportio c b corporis ad c e eſt veluti c d ad c a, erit c d ad c a, velut 29. poſ. ad 42. igitur velut 1. poſ. ad $1\frac{13}{29}$, vel $\frac{29}{42}$ poſ. ad 1. numerũ. Rurſus quia ex regula prima capituli c f in ℞. f d, fit c e corpus, & ſit latus d f, d k erit a d ad d k, veluti c f ſuperficiei ad c e ſuperficiem quare veluti c l ad c a. Atque iterum cum l g fiat ex duplo partium d k, proponatur denominata per p̃. & m̃. & ſit quod eſt p̃. d m̃. & quod eſt m̃. k m duplum, igitur m k in m d producit h f. Vt in exemplo, cum ergo c g proponatur numerus 18. & g l ℞. 72. & proportio partium d k vt denominatæ, id eſt vt d m, quæ eſt numerus m̃. m k, & eadem proportioni c g ad g l, ſequamur ergo primum argumentum rei. Erit a d ℞. v. $20\frac{1}{4}$ p̃. ℞. $40\frac{1}{2}$ p̃. $1\frac{1}{2}$ m̃. ℞ $\frac{1}{2}$. Ex regula prima.

25. Art. mag.

e f 18. p̃. ℞. 72.
c g 18.
h f ℞. 72.
f d 11. m̃. ℞. 72.
d g 11.
c d ad c a vt 1. poſ. $1\frac{13}{29}$.
d k ℞. v. 11. m̃. ℞. 72.
a d ad d k, vt c l ad c a.
m k in m d pd. dim. f h ℞. 18.
d m 3.
m k ℞. 2.
d k 3. m̃. ℞. 2.
c g ad g l, vt d m ad m k.

Hæc igitur eſt vera æſtimatio rei, & eadem eſt 6. & fit experimentum, quia detracta $1\frac{1}{2}$ m̃. ℞ $\frac{1}{2}$, ex 6. fit $4\frac{1}{2}$ p̃. ℞ $\frac{1}{2}$, & hoc eſt æquale ℞. v. $20\frac{1}{4}$ p̃. ℞. $40\frac{1}{2}$ quod patet quia quadrata vtriuſque ſunt $20\frac{1}{4}$ p̃. ℞. $40\frac{1}{2}$. Igitur hoc genus æſtimationis eſt generale, quia poteſt æquari numero, & non æquari, & poſſet æquari binomio, quia detractis partibus alligatis remaneret binomium aut reciſum neceſſariò, & tunc poſſet poni ℞. v. radix binomij aut reciſi primi.

Rurſus proponatur b c 20. numerus rerum c e corpus 32. proponatur c f c b f d 4. ex e f in ℞. f d, quæ eſt 2. fit 32. Sit iterum c d ad c a vt 20. poſ. a d 32. ſcilicet vt 1. poſ. ad $1\frac{3}{5}$, & quia eſt iterum a d ad d k, vt c f ad c e, quare vt c l ad c a. Et quia a d ex regula prima eſt ℞. 17. p̃. 1. & d k eſt 2. erit a k ℞. 17. m̃. 1. & c e ℞. 68. m̃. 2.

Capvt XXV.

De examine tertiæ regulæ capituli XXV. Artis magnæ.

PRoponamus quod cubus ſit æqualis 18. rebus p̃. 108. tunc ſi fecero ex 18. numero rerum duas partes, ex quarum ductu vnius in ℞. alterius mutuò fiat 54. dimidium 108. Et manifeſtum eſt quòd res eſt 6. Et per regulam generalem eſt ℞. v. cub. 54. p̃. ℞. 2700. p̃. ℞. v. cu. 54. m̃. ℞. 2700. & hęc verè eſt 3. p̃. 6. ℞. p̃. 3. m̃. ℞. 3. quod eſt 6. vt prius. Diuiſio autem non eſt ſecundum eum modum, ſed ℞. partium 18. ſunt 3. & 3. & partes 9. & 9. & producta mutuo ſic erunt 54. Et ſimiliter aſſumptis 21. rebus, & 90. numero, faciemus iuxta capitulum generale ex 90. duas partes, ex quarũ ductu vnius in alterum fiat 343. cubus 7. tertiæ partis 21. numeri rerum, & habebimus partes ℞. v. cu. 45. p̃. ℞. 1681. p̃. ℞. v. cu. 45. m̃. ℞. 1682. & eſt 3. p̃. ℞. 2. p̃. 3. m̃ ℞. 26. vt prius, & ita augendo numerum rerum eximus extra capitulum, ſed minuendo numerum rerum nimis non licet vti regula vtpote 1. cu. æqualis 15. rebus p̃. 126. non licet diuidere 15. in duas partes, ex quarum ductu vnius in ℞. alterius mutuo, fiat 63. dimidum 126. Quia maximum in quo diuidi poſſit, eſt quando diuiditur in partes æquales, vt demonſtratum eſt. Ergo tres ſunt partes in hoc capitulo, prima quæ ſeruit

Per 209 lib de Proport.

 regulæ

regulæ ſpeciali non generali, cum numerus rerum eſt magnus in comparatione numeri æquationis. Secunda quæ ſeruit regulæ generali non ſpeciali cum numerus æquationis eſt magnus comparatione numeri rerum. Tertia quæ ſeruit vtrique, vt in exemplo non poteſt regula generalis attingere ad 1. cub. æqualem 22. rebus p̃. 84. quia 21. quarta pars 84. non facit quadratum, neque maius neque æquale cubo 7$\frac{1}{3}$ tertiæ partis rerum. Similiter regula ſpecialis non attingit ad 1. cub. æqualem 17. rebus p̃. 114. quoniam 8$\frac{1}{2}$ ductum in ℞. 8$\frac{1}{2}$, producit ℞. 614$\frac{1}{8}$, quæ eſt minor 28$\frac{1}{2}$, quarta parte 114. numeri propoſiti, vt mutua illa non poſſint componere 57. dimidium numeri propoſiti. Traducenda eſt ergo in toto illo ſpacio, in quo conueniunt vna ad aliam faciendo ex re iam inuenta duas partes, ex quarum ductu vnius in quadratum alterius mutuo, fiat dimidium numeri propoſiti, & illæ erunt partes. Iſtud autem facile fiet diuidendo numeri propoſiti dimidium per rem inde diuidendo rem in duas partes producentes id quod prouenit. Exemplum, cubus æquatur 6. rebus p̃. 6. rei æſtimatio eſt ℞. cub. 4. p̃. ℞. cub. 2. cum hoc diuidemus 3. dimidium numeri æquationis, exit ℞. cub. 2. m̃. 1. p̃. ℞. cu. $\frac{1}{2}$, ducam dimidium ℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 2. in ſe fit 1. p̃. ℞. cu. $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. cu. $\frac{1}{32}$, à quo detraho ℞. cu. 2. m̃. 1. p̃. ℞. cu. $\frac{1}{2}$, relinquitur 2. m̃. ℞. cub. $\frac{1}{4}$, m̃. ℞. cu. $\frac{1}{16}$, cuius ℞. v. addita & detracta à dimidio prioris oſtendit partes vt vides. Et modum etiã

℞. cu. $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. cu. $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. 2. m̃. ℞. cu. $\frac{1}{4}$ m̃. ℞. cu. $\frac{1}{16}$.
℞. cu. $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. cu. $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. 2. m̃. ℞. cu. $\frac{1}{4}$ m̃. ℞. cu. $\frac{1}{16}$.

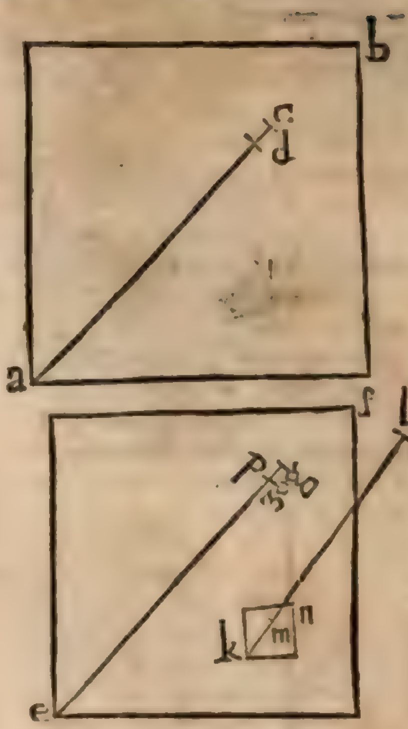
cum demõſtratione ſuperius docui. Quadrata ergo horum iuncta ſunt 6. & mutuo producta iuncta ſunt 3. quod patet experienti. Et eſt pulchra operatio.

Capvt XXVI.

De propoſitione cubi æqualis quadratis & numero ad cubum cum numero æqualem quadratis.

SI cubus ſit æqualis quadratis & numero, alius verò cubus cum eodem numero ſit æqualis aliquot quadratis, erit proportio differentiæ numeri quadratorum a ſua æſtimatione, dum cubus & numerus eſt æqualis quadratis ad differentiam æſtimationis à numero quadratorum, dum cubus eſt æqualis quadratis, & numero ſicut æſtimationis cubi æqualis quadratis & numero ad æſtimationem cubi & numeri æqualium quadratis duplicata.

Cum ex a b in c d, & ex e f in g h, & ex k n in l m, fiat idem numerus, erit proportio c d ad g h, & c d ad l m, & g h ad l m, velut e f ad a b, & k n ad a b, & k n ad e f, quare vt e h ad a c, & k m ad a c, & k m ad g h duplicata. Veluti ponatur e h ℞.



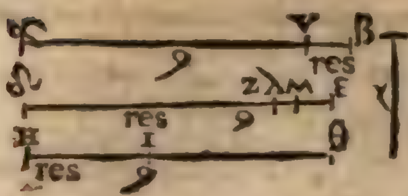
a c latus a d 9. numerus quad. c d 8. diuiſ. per a b ſeu differentiam æſtimat. à numero quad.

e g 9. numerus quad. e h latus ign. h g 8. diuiſ. ſeu per differentiam æſtim. à numero quad. ignom.

K l 9. numerus quad. K m, latus ſecundæ æſtim. ignom. l m 8. diuiſum per K n, ſeu differentiam æſtimat. à numero quad. ignom.

24. p̃. 4. & k m 1. in 1. cub. p̃. 8. æquali 9. quad. Cum ergo nota e g g h h e nota fiat ſub eiſdem terminis k m & m l ex capite cubi & numeri æqualium quadratis, igitur nota a d d c, & paribus alıis erit nota e h & h g. Diſcrimen ſolum eſt, quòd in cubo æquali rebus & numero differentia eſt lateris, quod ſuperat numerum quadratorum, in ſequentibus figuris numerus quadratorum ſuperat æſtimationẽ rei ſeu latus quad. liquet ergo quod inter e h & k m intercedunt quatuor conditiones: prima quod e h & k m ſunt ambæ æſtimationes capituli propoſiti cubi & 8. numeri; æqualium 9. quad. Secunda quod e h & k m ſunt in proportione, in qua eſt l m ad h g viciſſim, ſed hæc eſt duplicata. Tertia quod k m eſt compoſita ex tetragonali g h in e p, poſita o h dimidio h g, & ipſa p h dimidio o h. Quarta quam diximus decſſe comparando a c & c d ad e h & b g, eſt quòd e h & k m æſtimationes ſunt minores e g ſeu k l numero quadratorum. Cum ergo ex tertia conditione, quod fit ex g h in p e ſit notum, quia g h & o e notæ ſunt, & g o nota, quia dimidium g h erit k m compoſita ex eis nota. Deducitur ergo primum problema ad hoc, detrahe ex k l quantitatem, quæ ſe habeat in proportione duplicata ad h g, in qua e h ad k m. Cum e g & k l ſint idem ſeu æquales. At ſecundum problema eſt, diuide k l, quæ eſt eadem vel æqualis a d, ita vt proportio m l ad c d ſit duplicata ei, quæ eſt a c ad k m. In vtroque autem pariter deducitur res ad cubum & numerum æqualem numero rerum, igitur æſtimatio pariter ignota ex nota pendebit.

Sumãtur ergo rurſus αγ, δε, ηθ, nouem ſingulæ & æquales, & ſit tota res, & in reliquis dum cubus, & 8. æquantur 9. quad. res ſit δζ & ε. Si ergo poſuerimus δζ ℞. 24. p̃. 4. erit ζε 5. m̃ ℞. 24. Ponamus ergo εθ 1. quad. & ſit medio in proportione inter εθ & ζε, κ erit κ poſ. ℞. v. 5. m̃. ℞. 24. igitur cum ſit proportio κ ad ζε, vt δζ ad



δζ ad ει, ducemus δζ, id eſt ℞. 24. p̃. 4. in ζι, quæ eſt 5. m̃. ℞. 24. fit ℞. 24. m̃. 4. quam diuido per κ, id eſt poſ. 5. m̃. ℞. 24. & exeunt poſ. ℞ $\frac{24.\tilde{p}.4.}{1.poſ.}$ & hæc eſt ει. Igitur tota νθ quæ eſt 9. eſt 1. quad. p̃. ℞ $\frac{24.\tilde{p}.4.}{1.poſ.}$ quare 1. cub. p̃. ℞. 24. p̃. 4. æquatur 9. poſ. & quia notum eſt hoc ex capitulo iam dicto: & aſſumo eodem modo αγ & γς, notas vt ſit γς, 6. m̃. ℞. v. cub. 31. p̃. ℞. 934. p̃. ℞. v. cub. 31. m̃. ℞. 934. & dicamus quod ſit $\frac{811}{1000}$, nam eſt propè, & ponamus quod 10. vt prius ſit 1. quad. erit κ' poſ. $\frac{11}{10}$, duc ergo $\frac{11}{10}$ ςγ in ας, id eſt $\frac{121}{100}$ in $\frac{779}{1000}$, & quia eſt diuidendum productum per $\frac{11}{10}$, ideo ſufficiet ducere per $\frac{11}{10}$, & fit $\frac{8569}{1000}$, ſeu $8\frac{569}{1000}$, diuidendum per ipſos, nam κ fuit $\frac{11}{10}$ poſ. quia fuit latus $\frac{121}{100}$ quadratum, habemus ergo vt priùs $8\frac{569}{1000}$, diuidendum per 1. poſ p̃. quadrata æqualia 9. igitur 1. cub. p̃. $8\frac{569}{1000}$ æqualia 9. poſ.

Videtur ergo proprior modus demonſtrationi, vt ſupponamus a d rei æſtimationem, in qua a b numerus quadratorum, & b d numerus æſtimationis, diuiſus per quadratum, a b. Et rurſus a b numerus, id eſt quadratorum, & e b numerus æſtimationis, idem cum priore, & diuiſus per quadratum a c vel a e, quia habet duas æſtimationes, ſed tunc æquatio erit diuerſa, quam oportebit inuenire. Dico ergo quod ſi cubus p̃. 200. eſt æqualis 100. erit a e res & a b 100. ponamus ergo a d æſtimationem cubi æqualis 100. quad. p̃. 200. erit ergo a d nota, & a b eſt 100. numerus quadratorum, igitur b d differentia nota, & quia demonſtratum eſt, quod proportio c b ad b d eſt duplicata ei quæ eſt a d ad a e, igitur proportio mediæ inter c b ad b d eſt vt a d ad a e, ſit ergo b d 2. pro exemplo vt intelligas pones e $6\frac{1}{2}$ quad. & ſi b d eſſet 3. poneres e $6\frac{1}{3}$ quad. & ſi b d eſſet 4. pones e $6\frac{1}{4}$ quad. ad hoc vt media ſit 1. poſ. quæ ducta in a e, producit quantum a d in d b, productum autem a d in d b eſt notum, quia a d & d b notæ ſunt, & hoc eſt æquale mediæ ductæ in a e, quæ eſt numerus quadratorum communis, detracta e b quæ eſt pars illa, quæ prouenit diuiſa monade per b d, & eſt nota, & eſt pars cubi. Sequitur igitur ex conſtructione, vt reducendo ad 1. cub. vt habeas cubum cum numero æqualem numero rerum. Et vt numerus rerum ſit ſemper productum ex b d in a d: & numerus æquationis compoſitus ex producto quadrati a b in a d, & cubo ipſius b d, veluti ſi ponatur (vt dixi) a b 100. & b d 2. erit 1. cub. p̃. 408. æqualis 200. rebus, fit autem 200. ex 2. quæ eſt b d in 100. quæ eſt a b numerus quadratorum 408. autem componitur ex 400. producto 4. quadrati 2. & eſt b d in 100. quæ eſt a b, & 8. cubo 2. b d. & ita ſi b d eſſet 3. eſſet 1. cub. p̃. 927. æqualis 300. rebus, & eodem modo ſi b d eſſet 9. eſſet cubus cum 8829. æqualis 900. rebus, numerus enim rerum ſemper eſt productus ex æſtimationis differentia à numero quadratorum in ipſum numerum quadratorum. Numerus autem æquationis ſcilicet 8829. eſt compoſitus ex 8100. producto quadrati 9. id eſt 81. in 100. numerum quadratorum, & 729. cubo b d, quæ eſt 9. Cum igitur hoc capitulum ſit ſpeciale, & circumſcriptum habebit æſtimationem notam, vt reliqua capitula ſpecialia cubi & numeri equalium rebus, & hæc æquiualebit generali cubi & numeri æqualium quadratis.



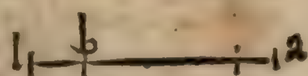
Ergo propoſita quæſtione cubi & numeri æqualium quadratis erit nota æſtimatio cubi æqualis totidem quadratis, & eidem numero, quare a d nota, & quia a b numerus quadratorum eſt notus, erit nota b d, ducemuſque b d in a b & habebimus numerum rerum, ducemus etiam b d ad quadratũ inde in a b, & producto addemus cubum d b, & habebimus numerum æquationis, cum regula ergo ſpeciali inueniemus æſtimationem eius, & hæc erit prima æquatio, ſcilicet mediæ quantitatis inter c b & b d, hanc igitur ducemus in ſe, & diuidemus per b d, & exibit quantitas b e ſecunda æquatio, quam detrahemus ex a b numero quadratorum propoſito, & habebimus a e æquationem tertiam quæſitam. Vnde patet quàm difficilis ſit hæc inuentio, & quam abſurdum genus quantitatis prouenīat per decem difficultates. Prima eſt inuentio ad quæ ſolet eſſe trinomium compoſitum cubicum, & ex radicibus vniuerſalibus, quia pendet ex capitulo generali. Secunda eſt reſiduum b d detracta a b. Tertia eſt productum ex a b in b d. Quarta eſt quadratum b d. Quinta productum, ex eodem quadrato in a b. Sexta cubus b d. Septima eſt æſtimationis inuentio cum operationibus capituli ſpecialis. Octaua eſt deductio inuentæ æſtimationis ad quadratum. Nona eſt diuiſio producti per quantitatem b d. Decima eſt detractio prouentus à numero quadratorum. Ex his facillimæ ſunt tres, ſcilicet ſecunda, quinta & decima, penè impoſſibiles duæ, ſcilicet ſeptima & nona, reliquæ valde difficiles.

CAPVT XXVII.

De æſtimatione data, vt inueniatur numerus æquationis.

ET cum in capitulis maioribus 1. cubi tum etiam in aliis ex tribus inueniatur quartum, vtpote ex cubo æquali quadratis & numero datis inuenimus æſtimationem. Ita æſtimatione & cubo & quadratis inueniemus numerum, aut ex eadem &

& cubo & numero inueniemus quadrata, nam de cubo non eſt, vt quæramus ipſum per quadrata & numerum datum cum ſola æſtimatio doceat, cum ergo ſint ſex capitula & duobus modis in ſingulis contingat inueniri, quarum erunt duodecim capitula. Sit ergo primum data a c æſtimatio rei, & numerus quadratorum a b datus, qui cum numero aliquo æquatur cubo a c igitur quia a c data eſt, erit



cubus a c, datus & quadrata ſub numero a b data, reſiduum ergo ad cubum eſt, quod fit ex b c in quadratum a c, & hoc eſt notum, quia a c & a b notæ & quadratum a c, igitur numerus æquationis. Detrahe igitur numerum quadratorum ex æſtimatione data, & quod relinquitur duc in quadratum æſtimationis, productum eſt numerus æquationis. Exemplum æſtimatio eſt 10. cubi æqualis 6. quadratis & numero cuipiam, detrahe 6. ex 10. relinquitur 4. duc in 100. quadratum 10. fit 400. igitur cubus æquatur 6. quad. p̃. 400.

2 Sit modo numerus æquationis ſcilicet productum ex b c in quadratum a c, & diuidam illum per quadratum a c, prodibit b c, detraho ex a c, relinquitur a b numerus quadratorum.

3 Sit cubus a b & quadrata b c, data & æſtimatio nota erit, ergo cubus notus, & b c ducta in quadratum a b etiam nota, iugendo vtrunque habebis numerum æquationis.

4 Et ſit cubus & a b data ſit & numerus æquationis datus, igitur detraham cubum a b datum ex æquationis numero dato, reſiduum diuidam per quadratum a b datum, quia a b data eſt, quod prodit eſt b c numerus quadratorum.

5 Et ſit a c numerus quadratorum datus, & a b æſtimatio rei, & quadrata illa ſint æqualia cubo & numero. Quia ergo a b data eſt, erit quadratum eius, & cubus eius datus, & ideò etiam productum ex a c in quadratum a b, à quo detracto cubo a b, relinquitur numerus æquationis. Exemplum a c ſit 6. numerus quadratorum, a b autem 4. cubus eius eſt 64. quadratum 16. igitur ſex quadrata ſunt 96. detrahe 64 cubum æſtimationis, relinquitur 32. numerus æquationis, igitur 1. cu. p̃. 32. æquatur 6. quad. quando æſtimatio rei eſt 4. Et in huiuſmodi cum æſtimatio media æquatur extremis, caue ne caſus ſit impoſſibilis.

6 Et ſit modo numerus æquationis & æſtimationis notus, & velim numerum quadratorum æqualium cubo & dicto numero æquationis. Quia ergo a b nota eſt æſtimatio, erit cubus eius notus: huic addam numerum æquationis iam notum, habebo totum numerum notum quem diuidam per quadratum a b, iam notum, prodibit a c numerus quadratorum.

7 Sit etiam æſtimatio nota cubi & rerum æqualium numero, liquet quod cubus & res erunt notæ quæ iunctæ faciunt numerum æquationis notum.

Et rurſus ſi à numero æquationis noto detrahas cubum æſtimationis notæ reſiduum erit notum, quod diuiſum per æſtimationem oſtendit numerum rerum. 8

Rurſus ſi cubus æquatur rebus & numero, & res ſint notæ, & æſtimatio, ducemus æſtimationem in numerum rerum, & detrahemus à cubo rei & reſiduum erit numerus æquationis. 9

Et ita ſi à cubo iam noto æquationis numerus detrahatur reſiduum diuiſum per æſtimationem oſtendit numerum rerum. Caue tamen ne caſum proponas impoſſibilem, velut cubum æqualem rebus, & 10. numero & æſtimatio 2. nam oportet æſtimationem ſemper eſſe maiorem ℞. cu. numeri æquationis, id eſt 10. & ita in aliis. 10

Sit etiam cubus p̃. 12. æqualis rebus, & ſit æſtimatio, 2. tunc cubus 2. eſt 8. adde ad 12. fit 20. diuide per 2. prohibit 10. numerus rerum. 11

Et iterum ſit cubus cum numero æqualis 10. rebus & æſtimatio 2. duco 2. in 10. fit 20. detraho 8. cubum, relinquitur 12. numerus æquationis qui cum cubo 2. iunctus æquatur decuplo 2. Et quia in capitulis quadratorum vel rerum equalium numero & cubo eſt duplex rei æſtimatio, dico quod propoſita quauis earum, ſequitur idem. Veluti cubus p̃. 24. eſt æqualis quadratis & æſtimatio vna eſt 2. alia ℞. 21. p̃. 3. duco 2. ad cubum, fit 8. addo ad 24. fit 32. diuido per 4. quadratum 2. exit 8. numerus quadratorum. Similiter duco ℞. 21. p̃. 3. ad cubum, fit ℞. 48384. p̃. 216. adde 24. fit 240. p̃. ℞. 48384. diuide per 30. p̃. ℞. 758. quadratum ℞. 21. p̃. 3. exit 8. 12

Capvt XXVIII.

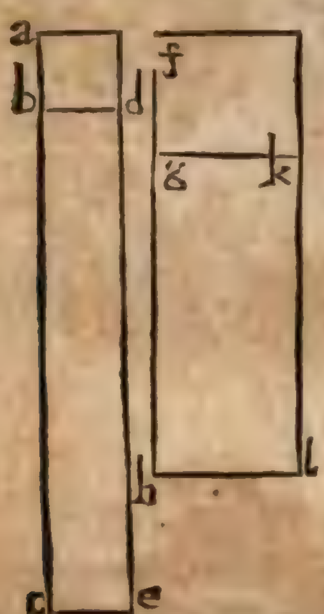
Quòd in propoſito capituli XXVI. peruenitur ad cubum, & res æqualia numero.

Cum verò iam concluſum ſit, quòd ſi quis poſſit inuenire regulam ſpecialem cubi & numeri æqualium rebus, quando numerus rerum ſit ex ductu duorum numerorum inuicem, & numerus æquationis ex ductu quadrati vnius in aggregatum amborum, quod habebit æſtimationẽ cubi & numeri æqualium quadratis: dico quod hæc ſpecialis regula eſt difficilis inuentu, quia æquipollet vni generali, quoniam conuenit omnibus caſibus, in quibus cubus & numerus æquantur rebus. Exemplum, ſi dico cubus & 6. æquantur octo rebus, dico quòd hæc erit ſub regula illa ſpeciali quia ponam: quod vna pars ſit 1. poſ. alia $\frac{8}{1.\ poſ.}$, duco igitur 1. poſ. in ſe fit 1. quad. duco 1. quad. in aggregatum 1. poſ. p̃. $\frac{8}{1.\ poſ.}$, fit cu. p̃. 8. poſ. æqualia 6. at hoc habet capitulum generale, igitur regula illa non eſt propriè ſpecialis.

Caput XXIX.

De comparatione capitulorum cubi, & rerum æqualium numero, & cubi & numeri æqualium totidem rebus.

ET proponatur cubus a d cum rebus numero 10. æquales 12. & erit ſuperficies b c 10. corpus autem a e 12. Dico primum quòd ſi ſumatur f k cubus, qui cum 12. numero, & ſit g l corpus iuxta altitudinem f g, æqualia 10. rebus, erit ergo ſuperficies f l ex ſuppoſito, & habebit duas æſtimationes, quod ſingulæ illarum erunt in mutua proportione hoc modo b c ad f h, vt f g ad a b, & iterum a e ad g h, vt f g ad a b. Quare proportio a e ad g h, duplicata e c, quæ eſt b e ad f h. liquet etiam quod vtraque æſtimatio f g eſt maior à b, quia cum æqualiter ſumatur eſt æqualis g l numero, qui eſt æqualis toti a e, & vltra





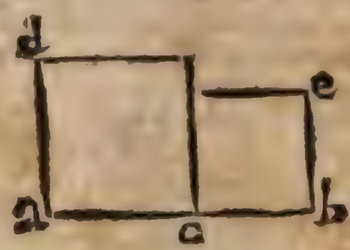
etiam cubo f k per communem animi ſententiam. Ex quo ſequitur, quod a c ſit maior g h, igitur cum ſit duplicata ei quæ eſt b c ad f h, erit b e maior f h. Et etiam clare per ſe patet cum ſit mutua, vt f g ad a b. Et quia 10. res f h æquantur cubo f k & g l numero æquationis, & g l eſt æqualis cubo a d & b e rebus, erit f h numerus rerum æqualis cubis f k a d, & rebus b c, detractis igitur rebus b e ex rebus f h, quæ ſunt numero æquales, erunt decem differentiæ f g & a b, æquales cubis a b & f g pariter acceptis.

Rurſus proponantur duæ quantitates a b & b c, vt tota a c ſit 2. gratia exempli, vt ſit differentia illarum d b, & decuplum d b ſit æquale cubis a b & b c, diuidemus a c 2. in 1. p̄. 1. poſ. & 1. m̄. 1. poſ. & cubi erunt 6. quad. p̄. 2. & hoc eſt æquale 20. rebus, id eſt decuplo d b, quæ eſt differentia, igitur 1. quad. p̄. $\frac{1}{3}$ æquatur $3\frac{1}{3}$ rebus & rei æſtimatio eſt $1\frac{2}{3}$, p̄. ℞. $2\frac{4}{9}$ vel $1\frac{2}{3}$ m̄. ℞. $2\frac{4}{9}$.

Caput XXX.

Qualis æqualitas cuborum partium lineæ diuiſæ.

SIt a b diuiſa in c quadrata eius c d, c e, dico quòd cubi a c c b ſunt æquales parallelipedo ex a b in aggregatum quadratorum c d c e dempta ſuperficie a c in c



b, nam quod fit ex a b in aggregatum quadratorum c d, c e eſt æquale ei quod fit ex a c in c d, c e & ex b c in c e, c d, quare duobus cubis a c & c b, & eis quæ fiunt mutuo parallelipedis a c in c e, & c b in c d, at a c in c e, quantum ex b e in ſuperficiem a c in c b, & ex c b in c d, quantum ex a d in ſuperficiem a c in c b, quod igitur fit ex a b in c d, & c e eſt æquale cubis a c c b, & ei quod fit ex a d in ſuperficiem a c in c b, & ex b e in eandem, quòd autem fit ex a d in ſuperficiem a c in c b, cum eo quod fit ex b c in eandem eſt æquale ei quod fit ex tota a b in ſuperficiem a c in c b, eo quod a d eſt æqualis a c & b e æqualis b c: igitur quod fit ex a b in c d, c e eſt æquale ei quod fit ex a b in ſuperficiem a c in c b, cum cubis a c & c b, igitur detracto eo quod fit ex a b in ſuperficiē a c in c b ex eo quod fit ex a b in c d, c e & eſt idē quod detrahere ſuperficiem a c in c b ex quadratis a c c b, erit parallelipedum ex a b in c d c e, detracta ſuperficie a c in c b, æquale cubis a c, c b quod erat demonſtrandum.

Caput XXXI.

De æſtimatione generali cubi æqualis rebus, & numero ſolida vocata & operationibus eius.

ET poſtquam non quærimus in æſtimatione niſi demonſtrationem operationem & propinquitatem, dico quòd æſtimatio cubi æqualis rebus & numero generalis in parte quæ non habetur eſt nota ſecundum tres modos propoſitos in ſolidis, per primam & tertiam regulam cap. 25. Artis magnæ: & appropinquatio non eſt minor quàm in reliquis radicibus quadratis aut cubicis, operationem autem nunc docebimus. Verùm in tertia regula ob præcedentem videtur maior æqualitas atque notitia. Si quis ergo dixerit cubus eſt æqualis 13. rebus p̄. 60. igitur dicemus ex tertia regula,

regula, quod res eſt ℞. ſolida 13. in 30. qui eſt dimidium 60. id eſt, vt ita diuidatur 13. vt ex partibus in radices ſuas mutuò ductis fiat 30. Dico ergo quod ſi volueris hanc ℞. ſol. ducere gratia exempli in ℞. duas duces ℞. 2. in ſe fit 2. duc in 13. fit 26. inde duc ℞. 2. ad cubum, fit ℞. 8. duc ℞. 8. in 30. fit ℞. 7200. igitur ℞. producta erit ℞. ſol. 26. in ℞. 7200. Et ita ſi volueris eandem diuidere per ℞. 2. duc ℞. 2. in ſe fit 2. diuide 13. per 2. exit 6$\frac{1}{2}$, deinde diuide 30. per ℞. 8. cub. ℞. 2. exit ℞. 112$\frac{1}{2}$, & erit quod prouenit ℞. ſol. 6$\frac{1}{2}$ in 112$\frac{1}{2}$. Hæc autem facile demonſtrari poſſunt, in additione quoque ſimilium velut ℞. ſol. 13. in 30. cu. ℞. ſol. 52. in 240. diuides ſingulos per ſuas correſpondentes, & exibunt diuiſo 52. per 134. & diuiſo 240. per 30. 8. & ℞. cu. 8. eſt eadẽ cum ℞. quadrata 4. quia iam ſupponuntur ſimiles partes, addam igitur ad 2. monadem, fit 3. duc ad quadratum fit 9. duc in 13. fit 117. duc & 3. ad cubum fit 27. duc in 30. fit 810. erit ergo ℞. coniuncta ſol. 117. in 810. Idem dico de ſubtractione. Diuidendo ſingulas partes per ſuas ſimiles, eius quod prouenit capiendo ℞. quad. vel cu. quæ erit vna à qua detrahe, & reſiduum reducito ad quadratum & cubum, & duc in ſuas partes quæ ei reſpondent. In diſſimilibus autem adiiciemus aut detrahemus ſimpliciter, quòd etiam facimus in ℞. vniuerſalibus & anomalis. Poſſent & aliqua in huiuſmodi ſubtiliora inueniri, ſed ſatis ſit ſi aliquis dicat, habui cubum æqualem 6. rebus p̄. 1. dices igitur æſtimatio rei eſt ℞. ſol. 6. in $\frac{1}{2}$, id eſt aggregatum duarum radicum quadratorum partium 6. ex quarum mutua multiplicatione in ipſas partes producatur $\frac{1}{2}$.

Et pro appropinquatione celeri ac breui duces ad integras per numerum partes habentem, ducendo puta per 4. & habebis ℞. ſol. 96. in 32. igitur pars vna erit 95$\frac{8}{9}$, & alia $\frac{1}{9}$. Et hoc eſt maius, minus autem 95$\frac{9}{10}$ & $\frac{1}{10}$, igitur propinqua vna erit 95$\frac{17}{19}$ alia $\frac{2}{19}$, huius ergo accipiemus quartam partem, & erunt numeri 5$\frac{151}{171}$ & $\frac{1}{76}$.

In inæqualibus autem iungendis, detrahendis, multiplicandis ac diuidendis eadem facimus quæ in ℞. diuerſis, neque enim licet eas aliter iungere quam per p̄. & ſubtrahere quam per m̄. velut ℞. cu. 10. cum ℞. quadrata 8. dicemus ℞. 8. p̄. ℞. cu. 10. vel detrahendo ℞. 8. m̄. ℞. cu. 10. Et ſi quis dicat quòd poſſumus etiam iungere hoc modo ℞. v. 8. p̄. ℞. cu. 100. p̄. ℞. ℞. cu. ℞. 3276800. dico quòd eſt hæc longior & difficilior. De longitudine patet ſenſu: de difficultate in vltima parte cogeris intelligere ℞. quadratam & ℞. cu. vt in alia & præter id etiam ℞. cub. 100. inde totius aggregati ℞. vniuerſalem, licet forſan quod ad propinquitatem attinet, forſan redderetur aliquanto exactior, quia eſſet vna tantum & minoris aggregati, vnde notandum, quòd ſi quis velit ℞. cu. 10. p̄. ℞. 8. Et ℞. v. ℞. cu. 10. p̄. ℞. 8. quòd prima ſub eadem additione erit proxima 2$\frac{17}{30}$ & 2$\frac{6}{10}$, quod totum eſt 5. vt manifeſtum, ſed ℞. v. 2$\frac{17}{30}$ & 2$\frac{1}{30}$ eſt 2$\frac{59}{225}$. Et hoc manifeſtè eſt proximius radici veræ ℞. cub. 10. p̄. ℞. 8. quam 5. quia ℞. ℞. 10. eſt proximior ℞. ℞. ℞. 101. quam ℞. 10. ℞. ℞. 101. & multo magis quam 10. ipſum ℞. 101. differt m̄. penè per $\frac{1}{20}$, & ℞. 10. differt eo modo ſumpta à ℞. ℞. 101, per $\frac{1}{67}$, quod eſt multo minus quam $\frac{1}{10}$ in $\frac{1}{18}$. Sed tamen hoc contingit per ſe non habita proportionis ratione. Forſan in multiplicatione & diuiſione aliter dicendum eſſet, quoniam partes redduntur pauciores: ſed tamen cum incommenſæ fuerint remanet numerus aggregati, vt ℞. 6. p̄. ℞. 5. in ℞. 3. m̄. ℞. 2. producit ℞. 18. p̄. ℞. 15. m̄. ℞. 12. m̄ ℞. 10. quid ergo refert ſi dicam ℞. 18. p̄. ℞. 15. m̄. ℞. 12. m̄. ℞. 10. & ℞. 6. p̄. ℞. 5. in ℞. 9. m̄. ℞. 2. cum enim oportebit illas addere, duplicare, diuidere, diuidam vnamquamque ſeorſum, & poſt iungam eodem modo aut detraham. Sint ergo diſſimiles ℞. ſol. 13. in 30. & ℞. ſol. 5. in 6. ſic multiplicabo ℞. ſol. 13. in 30. produc. in ℞. ſol 5. in in 6. ſic diuidam ℞. ſol. 13. in 30. & ita addam ℞. ſol. 13. in 30. p̄. ℞. ſol. 5. in 6. & ita detraham ℞. ſol. 13. in 30. ℞. ſol. 5. in 6. m̄. ℞. ſol. 5. in 6. Et accipiam ℞. v. hoc modo ℞. v. ℞. ſol. 13. in 30. & eſt ℞. 5. & ita accipiam ℞. cu. hoc modo ℞. v. cu. ℞. ſol. 13. in 30. Et in ſolidis radici cuicunque debet adiici v. id eſt nota vniuerſalis cum ſit vnum totum.

Et nota quod ℞. ſol. dicitur non tota ſed comparatiuè, velut cum dico ℞. v. ℞. 9. p̄. ℞. cu. 27. vult dicere, accipi ℞. 9. quæ eſt 3. & ℞. cub. 27. quæ eſt etiam 3. iunge, fiunt 6. igitur ℞. v. 9. p̄. ℞. cu. 27. eſt ℞. 6. Sed non eſt ſic de ℞. v. ℞. ſol. 13. in 30. neque enim cum ℞. 13. quadratorum aggregati ſit 5. & ℞. 30. vt parallelipeda ſic rurſus ℞. v. eſt ℞. 8. aggregati 5. & 5. ſed eſt ℞. ſimpliciter vnius partis tantum, id eſt 5. Et ideo nota quod ſemper ſunt æquales, igitur ducendo, diuidendo ℞. ſolidæ partes ſunt æquales.

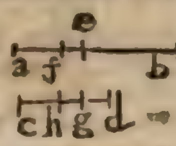
Et nota quòd licèt producti ex aggregato duorum quadratorum in aggregatum duorum quadratorum producant ſemper aggregatum ex duobus quadratis, vt 5. in 5. & 5. in 13. & 5. in 8. & 5. in 18. & 13. in 25. & 13. in 8. & 8. in 25. & 8. in 50. & ita de aliis, tamen illæ partes non ſeruant proportionem, velut 5. in 13. efficit 65. qui componitur ex 64. & 1. quadratis, qui nihil habent cum 15. qui verè producitur ex 5. ℞. ſolida 13. in 30. in 3. ℞. ſol. 5. in 6. nec etiam diuiſo 65. in 49. & 16. nam radices ſunt 7. & 4. quæ iunctæ faciunt 11. qui etiam eſt diuerſus à 15. Ideò aliunde petenda eſt ratio cur componantur, conſtat enim eſſe longè plures qui non componuntur: vt vſque ad 20. ſunt 2. 5. 8. 10. 13. 17. 18. 20. Sunt ergo duodecim qui non componuntur, & octo tantum qui componuntur. Et à 20. ad 40. Sunt 25. 26. 29. 32. 34. 37. 40. adhuc pauciores à 40. ad 60. ſunt 41. 45. 50. 52. 53. 58. pauciores.

Capvt XXXII.

Capvt XXXII.

De comparatione duarum quantitatum iuxta proportionem partium.

ET ſumantur duæ quantitates ab maior, c d minor, dico quod poterunt diuidi ita vt ſit proportio vnius partis ad aliam maioris inæqualitatis, & reſidui ad reſiduum vſque in infinitum, nam ablata a e æquali c d erit b e ad reſiduum infinita, ergo ex regula dialectica ſemper licebit diuidendo reſiduum, vtpote facta a f æquali c g, diuidendo e f & d g per æqualia erit proportio reſidui vſque ad b, ad reſiduũ vſq; ad g perpetuò maior: & ita vſque in infinitum diuidendo verſus d, & aſſumendo aliquid maius in ab erit vt procedatur vſque in infitum in proportione reſiduorum.



Dico præterea quòd non poterunt ambæ proportiones eſſe minores proportione totius ad totum: quia ſi detrahatur minor proportio vt a e ad c g, quam a b ad c d fiat a e ad c h, æqualis a b ad c d, igitur a e ad c g minor quã a e ad c h, igitur c h minor c g: b e ergo ad h d, vt a b ad c d, igitur b e ad g d maior quam a b ad c d.

Per 10 quinti Elem.
Per 9. quinti Elem.
Per 8. quinti eiuſdem.

Manifeſtum eſt ergo quod ſub minima proportione ambæ partes erunt cum fuerint quantitates diuiſæ ſecundum proportionem totius ad totum: hoc etiam infinitis modis, ſed non fit varietas.

Dico modo quòd non poterunt in proportionem reduplicatam maiorem quam totius ad totum æqualem, nec minorem quam ſit proportio media, voco proportionem reduplicatam cum fuerit proportio partium vt reſiduorum duplicata, velut ſi proportio a b ad c d nonupla dico quòd non poteſt diuidi a b & c d, vt ſit proportio maior, nec æqualis nonuplæ, nec æqualis aut minor tripla, nam ſi ſit a e ad c f nonupla, igitur e b ad f d nonupla, ergo nonupla nonuplæ duplicata erit quod eſſe non poteſt, & ſi maior nonupla ergo ex demonſtratis e b ad f d minor nonupla, ergo non duplicata ad illam.



Nec poteſt diuidi a b & c d ita vt ſit minor quam tripla: nam ſi ſit tripla b e ad f d, cum ſit per demonſtrata a e ad c f maior nonupla eo quod e b ad f d eſt minor, quam a b ad c d. igitur a e ad c f maior duplicata e b ad f d, non ergo duplicata. Multo minus ſi ſit proportio e b ad f d minor tripla poterit eſſe reſidui ad reſiduum duplicata.

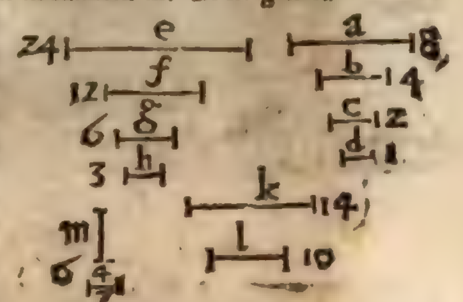
Cum ergo quis dixerit diuide 18. & 2. ita vt proportio partium ſit reduplicata quadruplæ, tunc cum quadrupla ſit minor nonupla, & maior tripla, duc 4. numerum proportionis in ſe fit 16. duc in 2. minorem quantitatem fit 32. aufer maiorem ſcilicet 18. relinquitur 14. hunc diuide per differentiam proportionis à ſuo quadrato, id eſt 12. qui eſt differentia quadrati 4. & ipſius 4. & exit $1\frac{1}{6}$: aufer ex 2. relinquitur $\frac{5}{6}$ aufer quadruplum $1\frac{1}{6}$, quod eſt $4\frac{2}{3}$ ex 18. relinquitur $13\frac{1}{3}$ quod eſt ſexdecuplum ad $\frac{5}{6}$.

Ex hoc etiam patet, quòd ſeu maior maioris, vt hic ſeu minor habuerit rationem reſidui, id eſt partis quæ habet proportionem duplicatam, ſemper habebit ad minorem portionem minoris lineæ nunquam ad maiorem.

Capvt XXXIII.

De duplici ordine quatuor quantitatum homologarum eiuſdem proportionis ad duas alias.

SInt a b c d & e f g h homologæ, & in eadem proportione, & ſint duæ aliæ k & l eiuſdem generis, & ex differentia a & d in m producatur differentia productorum b in k & d in l, dico quòd differentia productorum f in k & h in l, producetur ex differentia e & h in eandem m. Et eſt generalis in ſimilibus ſemper ſeruando rationẽ aſſumptorũ. Nam quia b ab d vt f ad h, erit b ad f vt d ad h permutando, quare productorum ex b & f in k inuicem, vt productorum d & h in l inuicem, vtraque enim vt b ad f & d ad h, quæ ſe habent eodem modo: permutando igitur productorum b in k & d in l, vt f in k & h in l: quare & differentiarum veluti b ad f: at vt b ad f, ita differentiæ a d, ad differentiam e h. igitur diuiſa differentia f in k & h in l per differentiam l h exibit m.



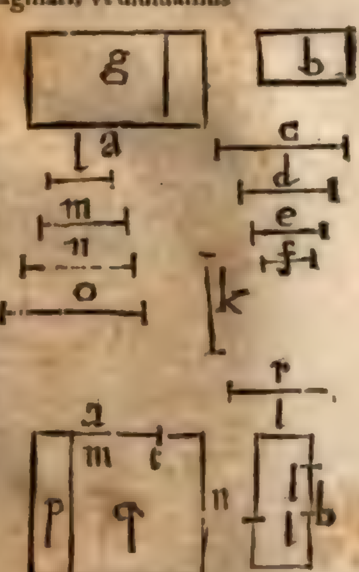
Per 11 quinti Elem.
Per 19. quinti Elem.

Capvt XXXIV.

De triplici diuiſione duarum quantitatum in mutuam reduplicatam.

CVmque propoſitæ fuerunt duæ lineæ a & b poſſumus imaginari, vt diuidamus vtramque, vt ſit proportio mutua reduplicata: nam de recta ſuperius locuti ſumus. Et poteſt iſtud fieri per additionẽ eiuſdem quantitatis ad vtramque quãtitatem, ſed vt hat media proportio, & poteſt fieri vt eadẽ quantitas addatur & detrahatur ab vtraque, & reſiduorum proportio ſit duplicata proportioni aggregatorum: & hæc tria hic docebimus demonſtrantes ſolum: nam reliquorum ſufficiet docere operationem. Quartum autem eſt de quo poſterius agetur quod eſt difficillimum. Volo ergo diuidere a & b, vt ſit proportio ſecun-

Cap. 3.



Per 12. ſexti Element. dæ partis, b ad ſecundam partem, aut primæ partis, a ad primam partem, b duplicata iuxta proportionem datam inter c & ſtatuo e f in continua proportione cum c d, & duco d in a & f in b, & fiant ſuperficies a & b, & detraho b ex a, & relinquatur g, & detraho f ex e & relinquatur k, & fiat ſuperficies ſuper k æqualis g, cuius latus ſit l, & iuxta proportionem f e d c ſtatuo l m n o, & duco l in b, & n in a, & fiant ſuperficies a n, b l. *Per 44. primi Element.* Et rurſus detraho b l ex a n, & ſit p, cuius reſiduum ſit ſuperficies q, aufero etiam l ex o, & relinquatur r, & ſuper r ſtatuo ſuperficiem æqualem q, cuius ſecundum latus conſtat eſſe rurſus l per præcedentem: aufero l ex b, & relinquatur ſ & m aufero ex a, & relinquatur t. Dico ergo quòd cum proportio m ad l ſit vt c ad d, quòd proportio ſ ad t eſt *Per 1. ſecundi Element.* duplicata ei quæ eſt m ad l, ſeu c ad d. Nam ex demonſtratis p ſit ex l in b, & q ex l in r, igitur a n ex l in b r, igitur n ad l, vt b r ad a, ſed n ad l, vt m ad l duplicata, igitur b r *Per 16. ſexti Element.* ad a, vt m ad l duplicata. Et vt c ad d pariter duplicata, conſtat autem b r ex l, ſ, r. r autem cum l facit o ex ſuppoſito, nam r fuit differentia o & l, igitur b r ſunt æquales ex communi anmi ſententia o ſ: igitur o ſ ad *Per 19. quinti Element.* a, vt c ad d duplicata. At o ad m vt c ad d duplicata, quia ſunt in continua proportione, igitur reſidui ſ ad reſiduū t, vt c ad d duplicata, quod propoſitum erat. Operatio autem breuis eſt, ponamus vt in exemplo c 24. d 12. e 6. f 3. a ſi 10. b 8. Duco d in a fit 120. duco f in b fit 24. detrahe 24 ex 120. relinquitur 96. diuide 96. per 21. differentiam c & f, exit 4$\frac{4}{7}$ quantitas l, igitur ducendo l per e fit 36$\frac{4}{7}$, diuide per f exit 9$\frac{1}{7}$, quantitas m

24	
12	10
6	
3	8

quæ eſt dupla ad l, vt c ad d, detrahe ergo 4$\frac{4}{7}$ ex 8. relinquitur 3$\frac{3}{7}$, detrahe 9$\frac{1}{7}$, ex 10. relinquuntur $\frac{6}{7}$, proportio 3$\frac{3}{7}$ ad $\frac{6}{7}$, eſt quadrupla, & duplicata ei quæ eſt c ad d.

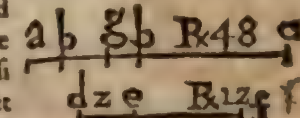
Propoſitis ergo duabus lineis rurſus a & b, quibus volo addere communem c, & detrahere rurſus vt ſit proportio reſiduorum duplicata ei quæ eſt aggregatorum. Duc differentiam quadratorum in ſe, & eius cape trigeſimam ſextam partem, cui adde tertiam partem producti vnius in alteram, & à radice totius aggregati, detrahe ſextam partem differentiæ dictorum quadratorum, reſiduum eſt quæſita tertia quantitas, velut capio 5. & 4. differentia quadratorum eſt 9. eius quadratum 81. cuius $\frac{1}{36}$ eſt 2$\frac{1}{4}$, cui adde $\frac{1}{3}$ producti 5. in 4. & eſt 6$\frac{2}{3}$, qui eſt tertia pars 20. & fit 8$\frac{11}{12}$, cuius à radice detrahe $\frac{1}{6}$, differentiæ quadratorum, id eſt 1$\frac{1}{2}$, & relinquitur res quæſita ℞. 8$\frac{11}{12}$ m̃. 1$\frac{1}{2}$. Igitur partes erunt 6$\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 8$\frac{11}{12}$, & 5$\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 8$\frac{11}{12}$ reſidua ſcilicet: aggregata autem 3$\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 8$\frac{11}{12}$, & ℞. 8$\frac{11}{12}$ p̃. 2$\frac{1}{2}$.

Rurſus ſint propoſitæ duæ lineæ, & ſit vna 4. alia 3. volo addere communem quantitatē vtrique quod ſit proportio aggregati media ſeu radix proportionis propoſitarum quantitatū: & eſt quaſi conuerſa præcedentis. Duco 4. in 3. fit 12 huius ℞. addo vtriq; & habeo intentum, proportio enim ℞. 12. ad 3. eſt velut 4. p̃. ℞. 12. ad ℞. 12. p̃. 3. nam 3. in 4. p̃. ℞. 12. producit 12. p̃. ℞. 108. & ℞. 12. in ℞. 12. p̃. 3. nō minus producit idē 12. p̃. ℞. 108.

Ex hoc ſequitur quod proportio binomij ad aliud binomiū alterius ſpeciei poteſt eſſe quantitas potentia tantum rhete, velut ſi duco ℞. 3. in ℞. 12. p̃. 2. fit 6. p̃. ℞. 12. igitur 6. p̃. ℞. 12. eſt in proportione ℞. 3. ad ℞. 12. p̃. 2. Et ita de reciſis 6. m̃. ℞. 12. eſt in proportione ℞. 3. ad ℞. 12. m̃. 2. & hoc propter communicationem, quia ℞. eſt media inter duos numeros, & numerus inter duas ℞.

Scholivm.

Dico modo quòd ſi partes binomiorum non ſint commenſæ ſecundum eandem proportionem, quòd ſi binomiorum binomio eſſet commenſum, aut reciſum reciſo, numerus eſſet commenſus potentia tantum rhete ſeu longitudine alogæ. Et ſint gratia exempli a b tripla d e & b c dupla e f, dico quòd ſi tota a c eſſet commenſa toti d f, eſſent partes a b, b c inuicem commenſæ itēq; d e & e f. Nam vt demonſtrauimus ſupra, quia non eſt eadem omnium proportio, igitur vnius par ad partem vna maior altera minor, ſit ergo minor b c ad e f, quam a c ad d f, & hæc minor quam a b ad d e, fiat vt a c ad d f, ita a g ad d e, commenſum eſt igitur a g d e, & fuit etiam a b cōmenſum d e, igitur a g g b commenſę. Similiter b c commēſa fuit e f & g e eidē, quia in proportione a e ad d f, g c igitur cōmenſa b e, quare g b ipſi b c fuerat etiam b a, igitur a b b c commenſæ ſunt, quare etiam d e f. Non eſt autem neceſſarium (vt dixi) quòd ſi partes ſint commenſæ, vt totum ſit toti cōmenſum vt dixi: neq; etiam ſi totum toti & pars parti, vt reliqua pars reliquæ parti, velut 10. & 9. ſunt commenſa, & ℞. 20. & ℞. 5. commenſa, non tamen 10. p̃. ℞. 20. eſt commenſum 9. p̃. ℞. 5. aliter ſequeretur quod 10. & ℞. 20. eſſent commenſa, quod eſt abſurdum.



Ex hoc ſequitur quod binomio non commenſa non poſſunt eſſe in proportione numeri: poſſunt tamen eſſe in proportione vnius ſimplicis quantitatis.

Capvt XXXV.

De ſex proportionibus mutuis reduplicatis, quæ oriuntur ex additione vnius quantitatis ad vnam aliam, & duabus inutilibus.

CVm propoſita fuerit vna quantitas, puta 2. poſſum addere illi aliam quantitatem, octoque modi proportionis reduplicatæ conſurgent, quorum duo ſunt inutiles: modi ergo ſunt, vt quantitas addita ad propoſitum habeat duplicatam proportionem quam aggregatum ad additā. Secundus cōuerſus, vt aggregatum ad a d additam habeat duplicatam ad eam quæ eſt additę ad propoſitum. Et ideò ponam eos ordinatim in tabula. Prima igitur vtilium duc 2. numerum propoſitum ad quadratum fit 4. & ad cubum fit, 8. & habebis 1. cub. æqualē 4 rebus p̃. 8.

1 Aggreg.

1 Aggreg.ad add.dup.add.ad prop.
2 Add.ad prop.dup.aggreg.ad add.
3 Aggreg.ad add.dup.prop.ad add.
Propoſ.ad add.dup.aggreg.ad add.inn.
4 Aggreg.ad propoſ.dup.propoſ.ad add.
5 Propoſ.ad add.dup.aggreg.ad propoſ.
6 Aggreg.ad prop.dup.add.ad propoſ.
Addit ad prop.dup.aggreg.ad prop.inn.

Secunda, duc 2. ad cubum, ſit 8. accipe ℞.quæ eſt ℞.8. & accipe ℞. 2. & ita habebis 1. cu.æqualem quadrat. ℞. 2. & ℞.8. & quadratum æſtimationis eſt res quæſita.

Tertia habet quadratum p̃.2.poſ.numero propoſito æqualia 4. quadrato numeri propoſiti.

Quarta habebimus cub. p̃. quad. 1. numeri propoſiti æqualia 8. cubo numeri propoſiti.

Quinta, duc 2. ad cubum ſit 8.& habebis 1.cub.p̃.rebus numero propoſito, ſcilicet 2. æqualia ℞. 8. & quadratum æſtimationis eſt quantitas quæſita.

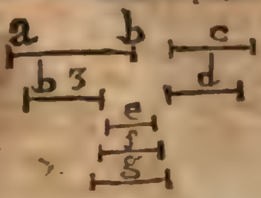
Sexta habebimus quadratum æquale rebus numero propoſito, id eſt 2.& numero quadrato numeri propoſiti, id eſt 4. vt ſit 1. quad.æquale 2.poſ.p̃.4.

Dico demum quod proportio confuſa aggregati primæ & quartæ quantitatum omiologarum ad aggregatum ſecundæ & tertiæ earundem eſt veluti quadrati p̃.1. detracta proportione ad ipſam proportionem, vt aliàs demonſtraui. Ex quo habetur confuſa quarumlibet quatuor quantitatum rectè intelligenti.

Capvt XXXVI.

De diuidendis duabus lineis æqualibus ſecundum proportionem mutuam reduplicatam datam.

Istud docemus in arte magna. Sed ibi adnotanda ſunt illa verba ex quibus totum negocium pendet: Rurſus quod fit ex a b & a d in a b, & e f eſt æquale ei quod fit ex e f & e g in aggregatũ a b & e f, quia ex ſuppoſito e f & e g, æquantur a b & a d, conſtat ergo a b quantitatem, & e f bis aſſumi, & cum hoc ſupponi a b & a d æquales eſſe e f & e g, vt primũ poteſt ſupponi pro arbitrio, ſed ſecundum non ita: eo tandẽ venitur vt duæ & duæ quantitates ſint in eadẽ proportione cũ tertia. Et quod tertia illa ſcilicet a b & e f componitur ex ſecundis a b & e f. At duabus quibuslibet cõſtitutis proportionibus, & manẽtibus duabus quãtitatibus, licebit conſtituere communẽ illã quantitatem, & reliquas duas inuenire. Exemplũ, ſint datæ duæ quãtitates a 6. b 3. & aliæ duæ c d ſubiungo ead a b in cõtinua proportione, & facio f ad e, vt d ad c, &

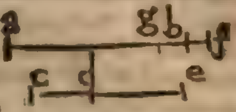


g ad f ſimiliter, eritque g ad a, vt f ad b duplicata. Eo igitur peruenire oportet cum proportione data loco æqualitatis. Conſtat etiã quòd ſi proportio a ad c ſit duplicata ei quæ eſt b ad d, quod hæ quatuor quantitates copulabuntur ad vnam.

Capvt XXXVII.

De ſex comparationibus quatuor quantitatum reduplicatæ proportionis.

Et ſint quatuor quantitates reduplicata mutua proportione a b prima, c d e ſecũda, d e tertia, b f quarta, dico quòd duabus ex his notis fiunt vt liquet ſex coniugationes, & duæ harum neq; cum aggregatis per ſe notis notæ ſunt, ſcilicet nota prima & quarta, vel ſecunda & tertia notiſq; a f & c e: at reliquæ quatuor notam faciunt quãtitatẽ modo aggregatũ omnium notũ ſit. Sit ergo primũ a b & c d nota, vtpote a b 24.



c d 6. aggregatũ a f & c e 47. tũc tu ſcis quod proportio d e ad b f eſt, vt a b ad c d duplicata, igitur vt 16. ad 1. igitur d e & b f ad b f, vt 17. ad 1. at d e & b f ſunt 17. igitur diuiſo 17. per 17. habebis b f vnum & d e ſexdecim, nã d e & b f ſunt 30. vt dixi, quia a b & c d ſunt 30. & a f & c e 47. igitur reſiduum quod eſt d e & b f eſt 17.

Sit rurſus b f 1. d e 16. aggregatũ a f & c e, 47. igitur a b & c d ſunt 30. & proportio a b ad c d, vt 4. ad 1. & a b c d ad c d, vt 5 ad 1. diuide 30. per 5. exit 6. & tãta erit c d & a b 24.

Proponatur modo a b & d e notæ 40. totũ, vt prius 47. & ſit primo nota b f, & ſit 1. & c d 6. ponam a b 1. poſ. erit tertia in proportione $\frac{1}{6}$ quad. duc in b f, fit $\frac{1}{6}$ quad. diuide per c d, exit $\frac{1}{36}$ quad. igitur $\frac{1}{36}$ quad. p̃. 1. poſ. æquantur 40. & 1. quad. p̃. 36. poſ. æquantur 1440. & ita rei æſtimatio eſt 24. cuius quadratũ eſt 576. & eius pars trigeſima ſexta 16. ſeu detracto 24. à 40. relinquitur idẽ 16. Supponatur modo a b nota 24. d e 16. totũ 47. erit reliquum aggregatum c d & b f 7. ponatur c d 1. poſ. erit tertia in proportione $\frac{1}{24}$ quad. duc $\frac{1}{24}$ quad. in 16. fit $\frac{2}{3}$ quad. diuide per a b, id eſt 24. exit $\frac{1}{36}$ quad. æquantur igitur $\frac{1}{36}$ quad. p̃. 1. poſ. ad 7. Igitur 1. quad. p̃. 36. poſ. æqualia 252. & res eſt 6. & eſt c d reſiduũ eſt 1. b f. At modo ſi ponatur c e 22. nota ita vt c d ſit 6 & d e 16. & a f 25. Ponemus vt in tertio caſu a b 1. poſ. erit tertia in proport. $\frac{1}{6}$ quad. Igitur ſi $\frac{1}{6}$ quad. producit 6. quid producet d e quæ eſt 16. duc 6. in 16. fit 96. diuide p̃ $\frac{1}{6}$ quad exit $\frac{576}{1\ quad.}$ hoc ergo cum 1. poſ. iunctũ efficit 25. igitur 25. quad. æqualia 1. cub. p̃. 576.

Et hoc non continetur in capitulo. Sed quia in hoc caſu ſupponimus numerum quadratorum eſſe 22. quia c e & æſtimatio eſt c d 6. cuius cubus 210. qui cum 576. efficit 792. & hoc eſt æquale 22. quadratis, nam 22. in 36. efficit 792. Et ſupponimus a g numerum quadratorum, id eſt 22. & a b rei æſtimationem, & quod ex b g in quadratum a b fiat 576. habebimus 1. cub. æqualem 22. quad p̃. 576. Et hoc habet capitulum. Sed res non redit ad idem, nam æſtimatio rei eſt minor 24. quia ſi eſſet 24. cubus eſſet æqualis 24. quadratis, igitur

22. quadratis & duplo vnius quadrati, at unum quadratum eſt 576, igitur erit æqualis 22 quadratis, & 1152 nõ ergo 22 quadratis p̃ 576 ſolum. Et ſimiliter notis a b & b f, & noto aggregato c e incidimus in eiuſdem difficultates.

Capvt XXXVIII.

De confuſa quantitatum mutuarum in porportione reduplicata comparatione.

ET ponamus ut ſint duæ lineæ a b & c d, diuiſæ in e & f, & ſit proportio f d ad c b, uelut a e ad c f duplicata, & ſint e f ſecunda & c b quarta æquales & notæ, & totum aggregatum erit etiam notum. nam in hoc caſu proportio aggregati primæ & quartæ, id eſt a b ad aggregatum ſecundæ & tertiæ. id eſt, c d eſt ut quadrati proportionis p̃. 1, ad proportionem ipſam itidem p̃. 1, uelut ſit a b 15, c d 9, diuido 15 per 9, exit 1 $\frac{2}{3}$, & hoc eſt quadratum proportionis p̃. 1 in cõparatione ad 1 poſ. p̃. 1, quare cũ 1 poſ.

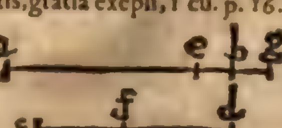


p̃. 1, hic habeat locum unius, erit ut ponamus 1 p̃. 1 poſ. & ducamus p̃. 1 $\frac{2}{3}$, fit 1 $\frac{2}{3}$, poſ. p̃. 1 $\frac{2}{3}$ æqualia 1 quad p̃. 1, igitur 1 quad. æquatur 1 $\frac{2}{3}$, poſ. p̃. $\frac{2}{3}$ ergo res eſt ℞ $\frac{49}{36}$ p̃. $\frac{5}{6}$, quod eſt 2, & proportio erit dupla, pone igitur 1 poſ, detrahe ex 9, fit 9 m̃. 1 poſ. & ita etiam quia ſecunda eſt æqualis quartæ, erit 15 m̃. 1 poſ. dupla etiam 9 m̃ 1 poſ. & 18 m̃. 2 poſ. æqualia 15. m̃. 1 poſ. & 15 p̃. 2 poſ. æqualia 18 p̃. 1 poſ. igitur res eſt 3. Ideò in hoc caſu tres quantitates neceſſariò ſunt in continua proportione.

Capvt XXXIX.

De diuidendis duabus lineis notis ſecundum proportionem mutuam reduplicatam iuxta partes datas.

HOc capitulum eſt pars duorũ ſuperiorũ: & ex eo habetur capitulum generale cubi & numeri æqualium quadratis: nam
Cap. 26. & 27. propoſitis, gratia exẽpli, 1 cu. p̃. 16. æquali-



bus 9 quadratis, proponã lineam a e 9, & quærã æſtimationem 1 cu. æqualis 9 quad. p̃. 16 quæ ſit a b, igitur nota b e, addã b g æqualem b e, ergo a e, a b, a g, c b, b g, e g, c d æqualis a e omnes notæ. Propoſitũ igitur eſt diuidere c d in f, ut ſit f d ad b g duplicata ei quæ eſt a b ad e f, qua inuenta cum cubus e f, additis 16 ex ſuppoſito ſit æqualis corpori ex c d in quadratum c f, quoniã totũ eſt æquale ſuis partibus: & d e ſit 9, & quod fit ex d f in quadratũ c f 16, nam tantum fit ex b g in quadratũ a b: igitur 9 quadrata e f æquãtur cubo p̃. 19. Vt ergo diuidamus c d iuxta hoc noſcere oportet ordinẽ eorũ quæ dicta ſunt ſupra, ſcilicet quòd quãtitates a b, c f, f d & b collocãtur hoc ordine, ut ſunt mutuæ reduplicatæ: alio ut ſunt in cõtinua porportione cum una & eadẽ, ſcilicet a b prima, f d ſecunda, c f tertia, b g quarta, prima & quarta manẽt in utroque ordine, ſed ſecunda & tertia mutantur, nam c f eſt in reduplicata ſecunda, & f d tertia, in recta f d eſt ſecunda, c f tertia.

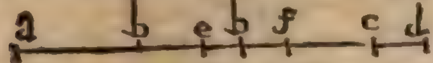
Proponantur rurſus notæ h, a b & c d, & ſint partes cõſtitutæ e a, e b, f c, f d, quarum una ſi nota eſſet palã eſt ob cõtinuã proportionem quòd eſſent omnes notæ, ſed ſi ſolæ h, a b & c d, palã eſt quòd erunt notæ partes per Artem magnã deueniendo ad capitulũ cubi rerũ & quadratorum æqualiũ numero. Ex qua peruenies ad cognitionem partium propoſitarum, ut ſi h ponatur 4 a b 6 m̃. ℞. 12 c d ℞. 12 m̃. 1. Et partes ſe habebunt, ut uides. Eſt autem proportio 1 ad 4 m̃. ℞. 12 duplicata ei quæ eſt 2 ad ℞. 12 m̃. 2, & caue ne te confundas. Dico etiã quod ſi cubus & 24 ſint æquales 8 quad. & ſit c d numerus quadratorũ ſcilicet 8, ut ſit a e æqualis c d, ſciemus c b & b g, & erunt poſita c b 1 quad. & b g, 1 cu. p̃. 8 poſ. æqualia ℞. 24 numeri propoſiti, & tam c b quã b g erũt quadrata æſtimationis. Quia ergo notæ c b, b g, & per duo ſuppoſita nota. ſcilicet quantitatẽ c d ſeu a c & numerũ æquationis, id eſt 24. & hic producitur ex ſuppoſito ex f d in quadratũ f c & f d & f e habent neceſſitatẽ ſaltẽ alternã, quia dũ c d & a c ſunt 8, & numerus qui producitur 24, uariatur ut ſit 20 aut 22 aut 25, tunc uariatur quãtitas rei, & quadratũ eius c b, b g, igitur propoſita quãntitate c d uel a e quãtitates e b ſeu b g habent connexionẽ cũ c f & f d: & quia ſi nõ ſupponeretur numerus 24, haberetur ex partibus c f & f d, ducẽdo f d in quadratum f c, fiet ut inuenta e b contraria ratione neceſſaria ſit cognitio diuiſionis c d in f. Nam cum propoſuerimus c f, f d cognitas per duo conſequentia ad illa quæ ſunt aggregatum earum, & productũ d f in quadratum f c, conſequimur duas alias a e & e b ſeu b g, igitur per a e, e b ſeu b g, & duo conſequentia & ſunt a b, b g & productũ g b in quadratum a b cum uno ex tribus c f, f d, c d, inueniemus reliqua duo. At c d nota eſt ſemper ex ſuppoſito cum ſit æqualis a e igitur c f & f d. Si ergo ponatur productum g b in quadratum a b 20, & c f duo erit f d 5, diuiſo 20 per 4 quadratum 2, & ſi f d ponatur 5. erit c f ℞. 4, id eſt, 2 nã diuiſo 20 per 5 exit 4, manifeſtũ eſt ergo quod c f, f d & c d habẽt conſequẽtiã ad a b ſeu a e & e b ſeu b g. Concludo quòd ſuppoſita cognitione a b, b g, quæ ſẽper habetur neceſſaria eſt cõnexio cum c f & f d, quia c d eſt differẽtia a b b g quæ nõ eſſet, ſi c d nõ eſſet illa differẽtia, ſed ſolũ 1 cub. p̃. 24 æquaretur 8 quadratis, & eſſet nota a b, & b g, ex quarum ducta b g in quadratũ a b, fieret 24, ſed c d nõ eſſet 8, nec æqualis differẽtiæ a b & b g. Proponatur ergo linea a d nota, & eſt reiæſtimatio cubi æqualis quadratis numero a c,

	4
	2 ℞. 12 m̃. 2
	1. 4 m̃. ℞. 12

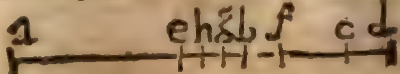
Cap. 39 regula ſecũda

&

& numero æſtimationis propoſito qui fit ex c d in quadratum a d, & nota eſt ex hoc



c d. item nota eſt quia eſt differentia a d & a c numeri quadratorum atque notarum, iam verò a d diuiſa eſt bifariam in a c, c d notas, & a b & b d ignotas, quærendum eſt igitur an ex notis a c, c d (quia habent connexionem) haberi poſſint a b & b d, & erit quæſitum notum. Secundo an data diuiſione in b magnitudo c d conſtituatur itemque a c. Et differt à præcedente quoniam per a e, c d in præcedente, & poſitionẽ quærimus quantitatem b d, & ea habita cognoſcimus c d, b c & ita a b & quæſitum. In hoc autem ſecundo conſtitutis a b, b d & habetur quantitas a d etiã & eſt res & eius quadratũ etiã notum erit, ex quibus quærimus quantitatitatem a c id eſt numeri quadratorum & quod fit ex c d in quadratum a b & eſt numerus æſtimationis qui cum quadratis numero a c æquatur cubo a d. Tertio quæritur quam rationem habet incrementum c d in comparatione ad b c quia b c ad c d eſt duplicata ei quæ eſt a d ad a b ex ſuppoſito ſi ergo c d certa & data quantitas ſtatuatur quo minor erit a b eo maior erit b c reſiduum, ſupponitur autem minor c d quàm a b, maiorem autem oportet eſſe proportionem b c ad c d quam a d ad a b, quia duplicatam, igitur incrementum a b an ſemper augeat proportionẽ b c ad c d ſupra proportionem a d ad a b an minuat: nam de æqualitate certum eſt quod non: & an varietur hæc ratio mutata quantitate c d hoc igitur & quomodo fiat certè eſt conſiderandum, loquamur igitur de ſecundo, quia eſt facillimum cum enim data ſit a d & a b, data erit tertia linea quæ ſit data, igitur proportio partium a d, ad d e diuiſe a e, & data b d in diuiſa, ergo poterit diuidi vt a d ad d e, ſeu ad c, & diuiſio illa cadet in c, cum igitur proportio a d ad e data ſit, erit & b c ad c d, data eſt autem b d data ex ſuppoſito igitur vtraque earum b e, c d data quod erat demonſtrandum, nam data b c cum ſit data a b, erit data a c numerus quadratorum. Cumque ſit data a d, erit illius quadratum datum: & quia c d data erit productum c d in quadratum a d datum, is autem eſt numerus æſtimationis quæſitus. Inueniamus etiam primum vt facilius & proponamus a d 10. d c 1. erit ergo numerus 100. & ſit b d 1. poſ. & a b 10. m̃. 1. poſ. cuius quadratum eſt 1. quad. p̃. 100. m̃. 20. poſ. quod diuiſum per a d relinquit $\frac{1}{10}$ quad. p̃. 10. m̃. 2. poſ. hæc eſt tertiæ quantitas quæ ducta in b c, producit quantum a d prima in c d quartã quod productum eſt 10. Quia ergo b d eſt 1. poſ. & c d 1. erit b c 1. poſ. m̃. 1. igitur productum tertiæ quãtitatis eſt $\frac{1}{10}$ cu. p̃. 10. poſ. m̃. 2. quad. m̃. $\frac{1}{10}$ quad. m̃. 10. p̃. 2. poſ. & hoc totum eſt æquale 10. Quare reddendo viciſſim fient 2$\frac{1}{10}$ quad. p̃. 20. æqualia $\frac{1}{10}$ cu. p̃. 12. poſ. & 1. cu. p̃. 120. poſ. æqualia 21. quad. p̃. 200. & erit cu. æqualis 27. rebus p̃. 46. & ideò eſt in parte nota. Pro tertio oportet præſupponere primũ quod ſi a d ſit diuidenda, ſicut proportio ipſius a d a b ſit vt b c ad b d, erit c a, cũ maxima fuerit æqualis radici octupli quadrati a d dempto duplo a d. & tunc ſi a e eſt minima, erit c d maxima. Et rurſus cũ fuerit proportio b c ad c d, vt quadrati ad quadratũ a b non poterit eſſe c d maior in comparatione ad a d, quam vt ſtatuatur tertia pars a c æſtimatio cubi p̃. vnius rei æqualis quartæ parti quadrati a d. Et hoc pendet ex demonſtratis in libro de Proportionibus. Exemplũ conſtituta ad 10. erit tertia pars a e æſtimatio cubi & rei æqualis 25. qui eſt quarta pars 100. quadrati 10. erit ergo tertia pars a c ℞. v. cu. ℞ 256$\frac{17}{27}$ p̃. 12$\frac{1}{2}$ m. ℞. v. cu. ℞ 256$\frac{17}{27}$ m̃. 12$\frac{1}{2}$, vnde tota a c erit ℞. v. cu. 113917$\frac{12}{27}$ p̃. 337$\frac{1}{2}$ m̃. ℞. v. cu. 113917 m̃. 337$\frac{1}{2}$, & c d erit reſiduum. Conſiderandũ eſt ergo quod ſuppoſita c d minore problema poteſt componi, quia primum proportio quadrati a d ad quadratũ a b, quanto minor eſt a b, tanto maior eſt in comparatione ad proportionem b c ad c d, tum quia a d eſt maior b c, tum quia ſumimus proportionem quadratorum in primis, & linearum in ſecundis. Et ideò cum augetur a b minor fit differẽtia proportionis quadrati a d ad quadratum a b ad proportionem b c ad c d. Et quia rurſus neceſſe eſt, vt proportio quadrati a d ad quadratum a b ſit maior proportione b c ad c d: quia b c poterit eſſe minor c d, quia c d data eſt, quadratum autẽ a d ſemper eſt maius quadrato a b, cum ſit totum ad partem comparatum: creſcit ergo proportio b c ad c d in comparatione quadrati a d ad quadratum a b, donec fiat ei æqualis, inde fit maior, & rurſus vt dixi minor, ergo rurſus fiet æqualis, & hæc eſt cauſa duarum æſtimationum, oportet igitur inuenire maximam proportionem b c ad c d in comparatione quadrati a d ad quadratũ a b. Quia ergo maximum parallelipedum a c fit ex b c in quadratum a b, cum a b fuerit dupla b c, igitur tũc maxima erit proportio eius ad parallelipedum c d in quadratũ a b, quare tum minima proportio quadrati a d ad quadratũ a b in comparatione b c ad c d. Et ita ſi ſumantur duo puncta e & f, ita vt c e in quadratum e a vel c f in quadratũ f a efficiant parallelipeda ſingula æqualia parallelipedo c d in quadratũ a d, tunc punctum b erit inter e & f, ſed non æqualiter diſtabit. Sed quia hoc eſt generale ſeu a c ſit differentia a d & c d, ſeu quæuis alia quãtitas: Ideò oportet hoc inuenire ex proprietate differentiæ coniuncta cũ generali ratione dicta: & ratione ſecundæ æſtimationis inuenta per primam ſæpius dictã, ſit ergo a d, d e data &



punctũ in a c maximæ proportionis b c ad c d in comparatione a d quadrati ad quadratum a b. b. & ſit c e in quadratum e a datum, vt ſit æquale d c in quadratum d a, & ſit æſtimatio data c e in quadratum a e, vt dixi neceſſariò e a, dico quòd data eſt a f ſimiliter, & quod b eſt inter e & f, hoc enim eſt demonſtratum. Tertiò dico quod b f eſt minor b e, ita vt ſemper f ſit proximius b quam ipſum e. Cum igitur ex ratione inuentionis ſecundæ æſtimationis per primam ex

Per 11. ſexti Elem. *Per 10. ſexti Elem.* *Ex 5. ſecundi Elem.* *Propoſ. 135.*

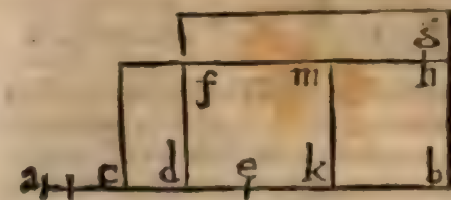
ex tota a c numero quadratorum oportet detrahere a c primo inuentam æſtimationem & reſiduum ſcilicet e c, ducere in a e cum quarta parte e c, quæ ſit e g, vt ducatur e c in a g, & ſumptum fuerit latus potens in illam ſuperficiem, id eſt media inter e c & a g, & ei addita dimidia c e quæ ſit f h, & conflabitur a f ex ſuppoſito, igitur h a eſt media inter e c & a g, ex his quæ dicta ſunt, dico igitur quod f non poterit eſſe in a b, quia ſi eſſet inter e & b productum eſſet maius producto e c in quadratum a e, & ſi eſſet inter a & e eſſet minus. Similiter ſi ſupponerentur c b & b f æquales, minus eſſet productum c f in quadratum f a quàm c e in quadratum e a, ergo cum, vt demonſtratum, quanto c prior eſt b, tanto productum c e in quadratum e a eſt maius, igitur ſi debet minus quia in æquali diſtantia erat maius, neceſſe eſt vt e b ſit maior b f, quod erat demonſtrandum. Dico modo quòd tota conſideratio eſt in hoc, quia c d quæ aſſumpta eſt, variatur iuxta productum c f in quadratum f a, gratia exempli; & eſt numerus æſtimationis, ſed non ſumitur à partibus c a, verùm à tota ſolum, & ideò ſumitur c a pro indiuiſa. Si autem ſumeretur pro diuiſa velut in



e, vel b, vel f, non ſumitur e a, vt differentia e d & d a. Et iuxta hoc ſi dicam propoſita, a b, volo eam diuidere ſic vt cubus a c ſit æqualis ei quod fit ex a b in quadratum b c: deuenies ad cubum & res æqualia numero. Et eodem modo ſi poſita a b, b c velis diuidere a c in d, vt cubus a d ſit æqualis ductui ſeu parallelipedo a b, b c, c d peruenies ad 1. cu. & res æquales numero & in ambobus ſupponitur quòd latus cubi ſit differentia laterum parallelipedi, adeò vt hic haberemus intentum, ſed hic deficit vnum ſcilicet vt ſit parallelipedum & non cubus.

Similiter notum eſt quod cum fuerit propoſita a b, quam velim diuidere in c, vt mutua parallelipeda ſint decem gratia exempli, poſſum inuenire parallelipedum ex b c in quadratum c a: quia diuiſis decem per a b exit productum a c in c b notum: quare partes a c, c b. igitur productum c b in quadratum a c notum erit. *Per 5. ſecundi Elem.* Et ponatur quod ſit ℞. cub. 10. mutuum & a b ſit 10. gratia exempli, erit productum a c in c b ℞. cu. 100. quare a c 5. p̃. ℞. v. 25. m̃. ℞. cu. 100. & c b 5. m̃. ℞. v. 25. m̃. ℞. cu. 100. Inde habebis productum vt dixi. Et demonſtratum eſt etiam quod eiuſmodi producta ſunt in proportione partium a e ad c b.

Et rurſus, quia demonſtratum eſt quòd diuiſa quauis linea puta a b quomodolibet in c proportio parallelipedorum mutuorum eſt vt partium: & differentia illorum eſt parallelipedum a c in c b in differentiam a c & c b, ſi igitur medium a b punctum e, erit ergo ſolidum a c in quadratum c b maius ſolido b c in quadratum a c ſolido dupli c e in ſuperficiem c h. ſit k b æqualis, a c erit ergo ſolidum a c in quadratum c b



æquale ſolidis cubo b k, & a c in quadratum c k, & parallelipedo a c in duplum c k in k b, quare cum a c ſit æqualis k b, erit ſolidum a c in quadratum c b æquale ſolidis duobus, vni quod conſtat ex a K, K c in quadratum k b, alteri quod conſtat ex a c in quadratum c k, ſolidum verò c b in quadratum a c ſeu k b eſt commune ei quod fit ex b c in quadratum a c, quoniam a c eſt æqualis k b, & a k æqualis b c, igitur ſolidum a c in quadratum c b excedit ſolidum b c in quadratum a c, in eo quod fit ex c K, in quadratum c a & a c in quadratum c K. hoc autem eſt æquale ei quod fit ex duplo c e in ſuperficiem c h. Quod enim fit ex a c in quadratum c K, & c K in quadratum a c, eſt æquale ei quod fit ex a K id quod fit ex a c in k. Dico ergo quod hoc eſt æquale ei quod fit ex duplo c e in c h. Id eſt vt proportio c h ad c m ſit velut a K ad duplum c e. nam c h ad c m eſt vt c b ad c k: ck autẽ eſt duplum c e, & a K æqualis c b, quia a c eſt æqualis K b, igitur per demonſtrata ab Euclide proportio c b ad c k, vt a K ad c e, quod fuit propoſitum. *Ex 143. Propoſ. lib. de Proport. Per 1 ſexti Elem. Per 7. quinti Elem.*

Ex quo patet maximum futurum diſcrimen parallelipedi a c in quadratum c b ad parallelipedum b c in quadratum c a, quoties proportio c e differentiæ ad d e, differentia fuerit maxima in comparatione tetragoni partium rectanguli d g ad tetragonum rectangulum c h. Quo fit vt tale parallelipedum ſit maximum, cum proportio c K ad a c fuerit maxima in comparatione quadrati a e ad c h, at proportio quadrati a e ad c h eſt vt quadrati a c ad quadratum a e detracta proportione confuſa quadrati a e ad quadratum c e. hæc autem duplicata ei quæ eſt a e ad c e. Maxima igitur differentia parallelipedorum, quoties proportio differentiæ partium ad dimidium quantitatis fuerit maximè propinqua proportioni quadrati dimidij ad ſeipſum detracta duplicata eiuſdem dimidij ad dimidium illius differentiæ, nunquam autem poteſt eſſe ei æqualis. Et deducta ad numerum ſi a b ponatur 12. erit a e 6. & a c 6. m̃. 1. poſ. c b 6. p̃. 1. poſ. & 1. cu. p̃. 108. æqualis 36 poſ. & hoc eſſe non poteſt, igitur non poteſt æquari proportio, vt ergo inueniamus maximum quod poteſt produci oportet vt inueniamus numerum quem producit 24. in ℞. 12. tertiæ partis, & producitur ℞. 6912. Et hic eſt numerus maximus: ideóque res ℞. 12. ſcilicet tertiæ partis 36. igitur a c eſt 6. m̃. ℞. 12. & b c 6. p̃. ℞. 12. & parallelipedum ℞. 27648. & eſt fermè 166. & partes quaſi $9\frac{1}{2}$ & $2\frac{1}{2}$, & ideò in proportione, 24. diuiſi in 19. & 5. Et hoc non eſt mirum, ſed quod mirum, eſt,

eſt, eſt quod cum parallelipedum c K in c h non ſit annexum alteri aliorum, nam poſſum ſcire quoduis illorum ignorato parallelipedo c k in c h, & ſcire c K in c h, incognito vtroque aliorum ſicut etiam de parallelipedo a b in c h, hoc tamen ſit notum aliud autem non. Et ideò id accidit, quia a b ſupponitur nota, ſed c h præſupponitur incognita, eſt tamen magnum problema.

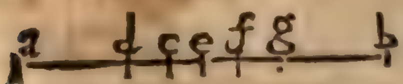
Jam verò habemus ſecundum modum principalem inuentionis capituli cubi, & numeri æqualium numero rerum. Poſito enim quòd velim ſcire 1. cub. p̄. 64. æquandum 36. rebus, ponam a b duplum ℞. 36. & erit 12. & duplicando 64. fit 128. & quæ-ram diuiſionem a b in c vt ex a b in c h fiat 128. igitur diuiſo 128. per a b, quæ eſt 12. exibit c h $10\frac{2}{3}$, quare a c erit 6. m̄. ℞. $25\frac{1}{3}$, & c b 6. p̄. ℞. $25\frac{1}{3}$. Eſt autem diuiſa b a in e per æqualia & propoſitum eſt diuidere eam rurſus in d per inæqualia, vt ſit proportio a e dimidij a b ad d e dimidium differentiæ d b & d a, velut d g ad c h, tunc enim erit parallelipedum ex d e in d g 64. & duplum d e in d g 128. quemadmodum propoſitum eſt. Et ita propoſito quouis numero qui poſſit produci ex 36. diuiſo in duas partes, ita vt ex vna in duplum ℞. alterius fiat ille numerus: ſeu ſimpliciter in ℞. alterius produeatur dimidium numeri propoſiti. Et ita habebimus capitulum generale conſtat autem in hoc caſu quod a d erit 4. d b 2. & d g 32. & cum d e ſit 2. erit duplum d e, quod eſt 4. in d g 128. parallelipedum ſenſu inuentum, ſed hoc oportet inuenire ratione, habemus ergo datam a b diuiſam per æqualia in e, & per inæqualia in c cognitas partes, & volumus diuidere eam in d, vt ſit proportio d a ad c a, ad eam quæ eſt c b ad b d in proportione a e ad e d.

Per 5. ſecundi Elem.

Capvt XL.

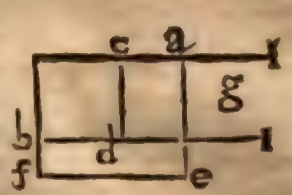
De tribus neceſſariis quæ præmittere oportet ad inuentionem.

SI ergo d e ſupponitur res, non poteſt eſſe numerus, & a d radix, quia eſſet a b tota ℞. & non numerus propoſitus, neque radix, quia a d eſſet reciſum b d binomium, & produceretur numerus ſimplex aut compoſitus cum radice per m̄. vel p̄. igitur ductus in d e ℞. fieret binomium aut reciſum aut ℞. igitur numerus æquationis non eſſet numerus. Pari ratione non poteſt d e eſſe binomium aut reciſum tertiæ nec ſextæ ſpeciei, qua non poteſt eſſe ℞. ſimplex. Rurſus proponatur d e binomium, & ſit d c numerus, & e f æqualis e c & e g æqualis,



e d, erit ergo f g numerus, & c f ℞. ex a d ergo reciſo in d b binomium oportet vt fiat reciſum ſimile binomio d g, vt ex eo in productū d g fiat numerus, idē erit ſi c e ponatur numerus & d c ℞. Intereſt hoc ſolum an ℞. ſit maior numero an minor. Et in hac conſtitutione nō poteſt d e eſſe reciſum, quia oporteret aſſumere quantitatem maiorem d e, & ita eſſemus extra caſum regulæ & problematis. Semper ergo d e eſt binomium. Et ponamus d e 3. p̄. ℞. 5. & erunt res 32. æquales cubo p̄. 24. & a e ℞. 32. & ſimiliter ſi d e ſit 3. m̄. ℞. 5. ſed non erit 3. contentum in d e. Idem dico cum 1. cu. p̄. 12. æquatur 34. rebus, & eſt æſtimatio 3. p̄. ℞. 7. & & 3. m̄. ℞. 7. nam non poteſt verari niſi in binomio: ſed eſt aliud cum 1. cub. p̄. 8. æquatur 18. poſ. nam res eſt ℞. 6. m̄. 2. & non poteſt contingere in binomio: igitur prima duo exempla ſunt idonea. Et quia in his addere oportet aliquem numerum qui ductus in ℞. totius producat numerum æquationis, & manifeſtum eſt, quod non poteſt eſſe ℞. neque binomium neque reciſum, non enim conficeret numerum, ideo oportet vt ſit numerus, nos autem iam ſupponimus hic eſſe quadratum. Proponamus ergo a e 8. & quadratum illius ſit 64. numerus rerum: & ſit vt addendo 17. fiat alius quadratus, ſcilicet 81. cuius ℞. quæ eſt 9. ducta in 17. additum faciat 153. erit igitur 1. cu. p̄. 153. æqualis 64. rebus, & rei æſtimatio $4\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $3\frac{1}{4}$, id eſt dimidium ℞. totius p̄. ℞. differentiæ numeri æquationis, & $\frac{1}{4}$ numeri aggregati. Erit ergo poſita c e ℞. $3\frac{1}{4}$, & c d $4\frac{1}{2}$ ad $3\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $3\frac{1}{4}$, & d b $12\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $3\frac{1}{4}$, & d g 9. p̄. ℞. 13. Et productum a d in d b $40\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $263\frac{1}{4}$, hoc ergo ductum in d e ſcilicet $4\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $3\frac{1}{4}$ fit 153. Poſſumus ergo diuidere etiam 64. in duas partes, ex quarum vna in ℞. alterius fiat 153. & quia ℞. illa eſt res, & eſt d e, ducemus d e in ſe, & fit $23\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $263\frac{1}{4}$, igitur reliqua pars eſt $40\frac{1}{2}$, m̄. ℞. $263\frac{1}{4}$, ecce quod res redit ad idem. Ex d g igitur in productū a d in d b fit 306. quo diuiſo per 16. exit $19\frac{1}{8}$, igitur partes erunt 8. p̄. ℞. $44\frac{7}{8}$, & 8. m̄. ℞. $44\frac{7}{8}$. Reducuntur ergo hi duo modi ad vnum, velut ſi ſit numerus rerum propoſitus a b, & g numerus æquationis, & ſeu diuiſeris a b in quadratum b c, vt latus eius b d in ſuperficiē d a faciat g, ſeu addideris b c ſuperficiem ad a b, vt tota a f

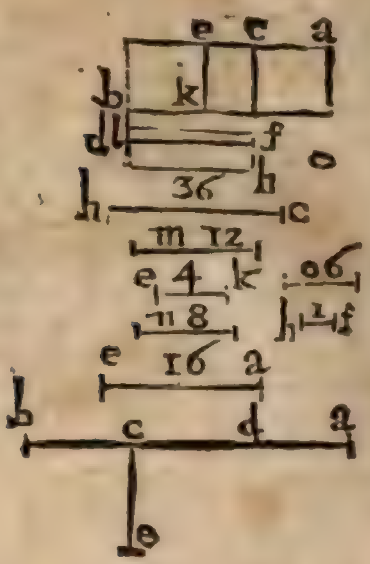
Vide ſupra cap. 5.



fiet quadrata & latus eius a c in additam b e producat g, fient notæ æſtimationes, in prima quidem latus b d, in ſecunda dimidium a e addito aut detracto latere differentiæ dodrantis a f, & ſuperficiei a b propoſitæ. At quoniam a e in c b eſt æquale g, & b d in d a æquale eidem g, erit a c in c b æquale c d in d a, e a igitur ad c d, vt a d ad c b, at a e maior eſt c d, ergo a d maior e b, cumque b c & a f quadratæ ſint, erit a d æqualis d f, igitur d f maior c b, quod eſſe non poteſt: non poteſt igitur diuiſio vna eſſe.

Oportet igitur vt ſit ſuperficies a b

æqualis numero rerum eiuſmodi, vt b e pars quadrata ſit, cuius latus e *k* in *k* a ſit æquale g numero æquationis, & rurſus ſit c d æqualis a b, cui deſit ad complendum quadra-

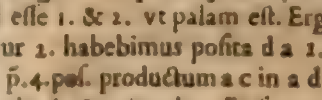


tum ſuperficies h d, ita vt ex c h rurſus in h d fiat idem g, & b erit in vtroque caſu nota res: ſcilicet in primo e *k*, in ſecundo dimidium c h cum e a quæ poteſt in ſuperficiem f l poſita l c, dodrante l c. Quia ergo h c ad e *k* eſt vt a *k* ad d h, erit h c ad e *k* duplicata ad proportionem mediæ a e e *k* ad mediam inter h c & h f. Sit igitur m media inter h c & e *k*, igitur h c ad m, vt mediæ inter a e e *k*, quæ ſit n ad mediam inter h e h e f, quæ ſit o, igitur h c ad m, vt n ad o. Et erunt tres ordines coniuncti ad duo extrema e *k*, n, e a, e *k*, m, h c, & h c, o, h f.

Et rurſus cum dixerit quis diuiſi a b in c, & fuit c d differentia partium, ex qua in c e mediam inter partes producitur f: dico quod habebo 1. quad. quad. p̃. quarta parte quadrati f æqualia quadratis numero, quadrati dimidij a b, & ideo f non poteſt excedere quadratum dimidij a b, ſeu quartam partem quadrati a b, velut ſi a b ſit 8. e b, f b, b a, b c, b o, 1. quad. quad. p̃. 9. æqualia 16. (quadrato 4. dimidij a b) quadratis ſcilicet: quare res erit ℞. v. 8. m̃. ℞. 55. & duplum eius, id eſt ℞. v. 32. m̃ ℞. 880. erit quãtitas c d differentiæ partium. Et ideò problema eſt vt cum ſciam quantitatem a b, & modum inueniendi productum ex c d in c e, vt ſit æquale f, ſi inuenero modum vt ex c d in productum b c in a c, quod eſt quadratum c e, fiat idem f, inuentum erit capitulum. Sed variantur partes ſcilicet c d & c e in vno & altero problemate.

Rurſus cum ex c d differentia partium in productum a c in a b ſit f, & b c ſit æqualis a d erit vt ex a c in a d, & poſt producto in c d fiat f. ergo ſi c d eſſet media proportione inter a c & a d, eſſet a c diuiſa in d ſecundum proportionem habentem mediũ & duo extrema: & ſi productum ſic eſſet, eſſet c d ℞. cu. f, & quoniam productum a c in a d, eſt ſemper in aliqua proportione cum quadrato c d, vel maioris vel minoris, & ea ſumitur in æquali proportione ſemper a b 1. quad. p̃. numero rerum lineæ diuiſæ æqualibus quadrato eiuſdem: aut 1. quad. p̃. quadrato numeri lineæ diuiſæ æqualibus rebus in triplo numeri rerum vt ſi linea diuiſa ſit 10. habebo 1. quad. p̃. 10 rebus æqualia 100. vel 1. quad. p̃. 100. æqualia 30. rebus, & æſtimatio ſemper erit eadem. Et ſi quadratum c d ſit duplum aut triplum producto a c in a d habebimus, id eſt quad. p̃. multiplic. eiuſdem numeri rerum æqualia multiplica quadrati eiuſdem numeri, aut 1. quad. p̃. quadrato numeri eiuſdem lineæ diuiſæ æqualia rebus ductis per conuerſum proportionis p̃. 2. Exemplum in quadrupla proportione antea fuit 1. quad. p̃. 10. rebus æqualia 100 vel 1. quad. p̃. 100. æqualia 30. rebus, hic habebo 1. quad. p̃. 40. rebus æqualia 400. vel 1. quad. p̃. 100. æqualia 60. rebus, qui numerus producitur ex 4. numero proportionis, & 2. aſſumpto ex regula. Et res ſeu æſtimatio eſt eadem, vel ſi productum fuerit multiplex quadrato, aſſumemus contrario modo, vel 1. quad. cum rebus ſumptis ſecundum illam partem æqualia parti eidem quadrati lineæ diuiſæ: vel 1. quad. p̃. quadrato eiuſdem lineæ diuiſæ æqualia rebus duplo p̃. proportione eadem lineæ diuiſæ: & res redit ad idem. Et exemplum eſt clarum.

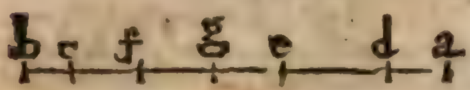
Ex quo tandem patet quod aſſumpta a b, vt in præſenti capitulo, quæ ſit 12. & ex c d differentia in productum a c in c b fiat 8. habemus 1. cu. p̃. 4. æqualia 36. poſ. hoc enim demonſtratum eſt: Ergo a c erit diuiſa in d, eo modo vt ex a c in a d inde in d c fiat 8. & rei æſtimatio erit dimidium c d: ergo c d duplum æſtimationis, & reſidui dimidium a d vel b c, ſi ergo c d eſſet ℞. cu. 8. id eſt 2. erit d a ℞. 5. m̃. & c a ℞. 5. p̃. 1. & ideò tota a b ℞. 20. Si quis ergo dicat fac ex ℞. 20. duas partes, ex quarum ductu rectanguli earum in differentiam fiunt 8. habebis partes b c ℞. 5. m̃. 1. c a ℞. 5. p̃. 1. productum, quarum eſt 4. quod ductum in c d, quæ eſt differentia, & eſt 2. producit 8. Et habebimus 1. cu. p̃. 4. æqualia 5. rebus. Et fundamentum a b eſt potentia tantum rethe. Si ergo 1. cu. p̃. 6. æquatur 7. rebus res poteſt eſſe 1. & 2. vt palam eſt. Ergo ſi c d ponatur 2. habebimus poſita d a 1. poſ. 2. quad. p̃. 4. poſ. productum a c in a d, & in c d æqualia 6. & erit a d 1. Et ſi ponatur c d 1. habebis 1. quad. p̃. 1. poſ. æqualia 6. igitur a d eſt 2. quando ergo c d eſt 2. d a eſt 1: & quando c d eſt 1. d a eſt 2. Sed ſuppoſita prima ratione quod ex a c, c d, d a in continua proportione fiat 8. & c d ſit ℞. cu. 8. ſcilicet 2. ſi ergo c d quadratum eſſet quadruplum rectangulo a c in a d hoc habet rationem hoc modo, quod enim fit ex a c in a d eſt æquale ei quòd fit ex c d, d a in a d



aſſumatur d e dupla d a, & d f quadrupla eidem quadratum igitur d e eſt æquale quadruplo quadrati d a, & quadratum c d eſt æquale quadratis c e, e d & duplo c e in e d, igitur duplum d e in e c, & eſt d f in c e cum

cum quadrato e c eſt æquale quadruplo c d in d a, id eſt ei quod fit ex f d in dc ſemel, hoc autem eſt æquale ei quod fit ex f d in c e & e d, detracto igitur communi eo quod fit ex f d in c e relinquetur quadratum c e æquale ei quod fit ex f d in d e, eſt autem f d quadrupla d a & e dupla eidem d a, igitur c e poteſt in octuplum d a. Ponatur ergo c a qualiſcunque numerus puta 10. cum e a ſit triplum d a & c e ℞. octupli quadrati d a erit tota c a 3. p̄. ℞. 8. in numero rerum, & hoc æquatur 10. igitur res ſcilicet d a eſt diuiſo 10. per 3. p̄. ℞. 830. m̄. ℞. 800. ergo c d reſiduum erit ℞. 810. m̄. 20. ex tota igitur a c in d a fit 300. m̄. ℞. 80000. & hoc eſt quarta pars quadrati c d, ſcilicet 1200. m̄. ℞. 320000. ſicut proponebatur.

Rurſus dicamus quod quadratum c d ad ſexcuplum ei quod ex c a in a d aſſumā d f

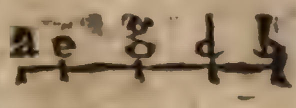


ſexcuplam, vt in priori quadruplam d a, & ſimiliter d e mediam inter d f & d a, nam & in priori conſtitutione d e fuit media inter f d & d a, & aſſumam g e æqualem c d, ſicut in priore, ſed e g fuit ibi ipſa e f, hic autem eſt minor eo quod proportio eſt maior quadrupla, & tunc quadratum d e eſt ſexcuplum quadrato d a, quia eſt æquale ei quod eſt ex f d in d a, igitur ex ſuppoſito quod fit ex d g in c e cum quadrato c e eſt ſexcuplum c d in d a, ſeu æquale ei quod fit ex c d in d f, ſeu quadrato d f cum eo quod fit ex d f in f e, diuidamus ergo vtranque, & fient partes (vt vides) auferantur vtrinque quadrata e f & duplum d e in e f, relinquentur d f in f e, & quadratum e d æqualia quadrato c f, duplo c f in f e, & duplo c f in d e, at d f in f e eſt æquale ei quod fit ex e f in f e, & d e ſemel eo quod d f eſt æqualis f e & e d iunctis, igitur quadratum e d eſt æquale ei quod fit ex e f in

d f in f e *
Quad. e f +
Quad. e d.
Duplum d e in e f *

Quadratum e f +
Quadratum c f
Duplum c f in f e *
Duplum d e in e f +
Duplum c f in d e *

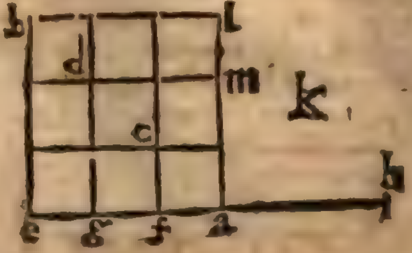
e in f e, & e d. & eſt tota e d. Quadratum autem e d eſt æquale ſexcuplo quadrati d a, igitur quod fit ex e f in e d eſt ſexcuplum quadrati d a. Ponatur ergo d a 1. poſ. d fecit 6. poſ. tota f a 7. poſ. ſi igitur ponatur c a 10. vt prius erit c f 10. m̄. 7. poſ. c d autem 10. m̄. 1. poſ. duc inuicem fient 100. m̄. 80. poſ. p̄. 7. quad. æqualia 6. quad. & ita vides quod res reducitur in quouis caſu ad 1. quad. cum quadrato numeri propoſiti, & numerus rerum ſemper fit ex numero propoſito, vt pote 10. in numerum proportionis p̄. 2. proportio fuit ſexcupla, & ideo addito 2. fiet 8. & poſitiones 80. ergo reducetur ad regulam de modo ſic. Proponitur linea a c 10. & proportio ſexcupla, adde 2. fit 8. duc in 10. fit 80. accipe dimidium & eſt 40. duc in ſe fit 1600. aufer 100. quadratum 10. relinquitur 1500. cuius ℞. detracta à 40. efficit 40. m̄. ℞. 1500. quantitatem d a. Ergo vt ad rem deueniam ſi quis dicat 1. cu. p̄. 4. æquatur 12. rebus, capiam a b duplum ℞. 12. & eſt ℞. 48. & f corpus duplum 4. & eſt 8. & diuidam a b per æqualia in ℞. 12. & addam & minuam 1. poſ. & fiat e b ℞. 12. p̄. 1. poſ. & ℞. a e ℞. 12. m̄. 1. poſ. & productum erit 12. m̄. 1. quad. ducamque illud in e d differentiam a e & e b, facta d b æquali a e, & fient 24. poſ. p̄. 2. cub. æqualia 8. igitur 1. cub. p̄. 4. æqualis 12. poſ. cum ergo dimidium e d ſit rei æſtimatio, & tota a b numerus aut potentia rhete, erit primum vt a g ſit numerus aut potentia rhete. Inde vt cum ex e b in b d & in d e, fiat vt dixi f ſuppoſita b d numero vtpote 1. erunt quadrata, & res æqualia 8 hoc enim eſt ſuppoſitum, & habebimus 1. quad. p̄. 2. poſ. æqualia 2.





Conſtat autem quòd proportio cubi c b ad parallelipedum c b, b d, d c eſt ſemper veluti quadrati c b ad rectangulum e c d in d b, quare c b ad latus parallelipedi eiuſdem ſubtriplicata ei quæ eſt quadrati c b ad rectangulum c d in d b, at c b ad mediam inter c d, d b ſubduplicata ei quæ eſt quadrati c b ad rectangulum c d in d b, lateris igitur ſolidi c b, c d, d b, ad latus rectanguli e d in d b, eſt vt ℞. quad. $4\frac{1}{3}$ ad ℞. cu. $4\frac{1}{3}$. Con

Cum volueris diuidere b a vt proportio eiuſdem ad rectangulum a d in d b, ſit viginti quadrupla, gratia exempli, diuide quadratum b a per 24. & quod exit detrahe ex quadrato dimidij b a, & ℞. reſidui addita & detracta à dimidio oſtendit partes, vt ſi a b ſit 10. ducam in ſe fit 100. diuido per 24. exit $4\frac{1}{6}$, detraho ex 25. quadrato a g relinquitur $20\frac{5}{6}$, cuius ℞. addita 5. dimidio 10. & detracta oſtendit partes vtpote a d, d b, & habetur ex Euclide. Iam verò conſtituatur a b quadratum 7. & a c 1. & a d 4.



erit ergo a e ℞. 7. a f 1, a g 2. & ſit e h dupla e a, & erit ℞. 28. ℞ ſit numerus k b, ſit ergo cubus a c p̄. 6. æqualis 7. rebus, & item cubus a g p̄. eodem numero 6. æqualis 7. rebus. Quia ergo a b eſt 7. erit corpus a b poſita a f altitudine & re 7. res, hoc autem corpus æquale eſt 1. cu. id eſt cubo a f

cum

cum b, eſt autem i gnomo l c b f iuxta altitudinem a f, & ſimiliter corpus ex a b in a g eſt æquale gnomoni l d b g in a g, cum cubo a g, quare gnomo l d b g in a g eſt 6. Igitur diuiſa erit bifariam a b ſuperficies, vt ex latere vnius partis in reliquam fiat ſeu b. Et item diuiſa erit bifariam e h in a per æqualia, vt ex a f & a g, doctis in quadratum a e, ſeu productum a h in a e fiant 7. res: quia a b iam ſupponitur 7. & a f & a g res. Et rurſus diuiſa erit c h bifariam in f & in g, vt productum b f in f e ſit æquale gnomoni l c b f & in g, vt productum l g in g e, ſit æquale gnomoni l d b g: vnde vnum quodque horum per primam partem huius ductum per differentiam à medietate, id eſt h f in f e per f a, & h g in g

Per demonſtrat.5.ſecũdi.Elem. e per g a, producit eundem numerum k ſeu b. Iam verò ſit cubus & 8. æqualis 8. rebus res 2. erit vt ducas 1. dimidium 2. in ſe

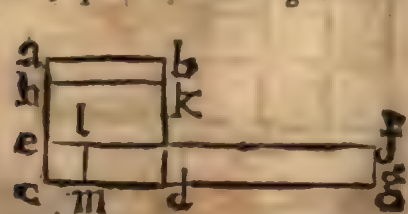
Per 13.Cap. Art.mag. fit 1. triplica fit 3. deducito numero rerum, relinquitur cuius ℞. m̃. 1. dimidio prioris æſtimationis ℞. 5. m̃. 1. eſt ſecunda æſtimationis ℞. 5. m̃. 1. eſt ſecunda æſtimatio. Ponam ergo f numerum 8. & a b 2. primam

f num. 8



æſtimationem, & b d ℞. 5. m̃. 1. ſecundam æſtimationem, & ideo poſita, b c erit c d ℞. 20. dupla ipſi c d, & a e ℞. 5. m̃. 1. æqualis b d, ponam ergo a d ℞. 5. p̃. 1. poſ. a e ℞. 5. m̃. 1. poſ. ductæ inuicem producunt 5. m̃. 1. quad. duco in a b fiunt 10. poſ. m̃. 2. cu. æqualia 8. igitur 1. cu. p̃. 4. æqualia 5. & res eſt eadem 2. & ℞. 5. m̃. 1. ergo ſub eiſdem æſtimationibus fit tranſitus, ſed non ſine cognitione prioris æſtimationis per quam deuenio ad ſcientiam d e, quæ eſt ℞. 20. Dictum eſt etiam ſuprà quod ſi capiam duplum ℞. numeri rerum, & eſt ℞. 32. & diuidam in ℞. 8. p̃. 1. poſ. & ℞. 8. m̃. 1. poſ. fiet 8. m̃. 1. quad. & ducto in 2. poſ. fient 16. poſ. m̃. 2. cu. æqualia 16. & redibit ad 1. cu. p̃. 8. æqualia 8. rebus. In hac igitur per non nota inuenitur aliquid nouum in illo per nota inuenitur aliquid, ſed eſt idem, nam c d ſupponitur in priore ℞. 32. hic ℞. 20.

Rurſus proponãtur duæ ſuperficies æquales rectangulæ a b c d & c e f g, & ſint æquales numero rerum, & ſint quadrata in eis c h k d & c e l m, ita vt ex latere illorum in reliquum ſuæ ſuperficiei fiat numerus idem, qui ſit n. conſtat igitur tam c e



quam c a eſſe rei æſtimationem, cumque ex c e in l g fiat n, & ex c h in h b, idem n. fient etiam ex g m in m e, & ex a h in h d. quare g m ad a h duplicata ei quæ eſt h c ad c e: igitur poſita g m prima, a h quarta, c h ſecunda, c e tertia, erit ergo quod fit ex prima & tertia in tertiam, ſcilicet ſuperficies e g, æqualis ei quod fit ex ſecunda & quarta in ſecundam, ſcilicet ſuperficies a d. Et rurſus quod fit ex prima in quadratum tertiæ æquale ei quod fit ex quarta in quadratum ſecundæ. Conſtituetur igitur problema ſic: Sunt quatuor quantites ordinatim a b c d, quarum proportio a ad d eſt duplicata ei quæ eſt b ad c: & quod fit ex a c in c eſt æquale ei quod ex d b in b, & quod fit ex a in quadratum c eſt æquale ei quod fit ex d b in b. Ex quibus ſequitur quartũ, quòd proportio eius quod fit ex a in quadratum c, ad id quod fit ex a c in c, eſt veluti eius quod fit ex d in quadratum b ad id quod fit ex d b in b. Et permutando etiam, ſed illud eſt perſpicuum cum ſit proportio æqualis ad æquale.

a
b
c
d

Dico præterea quòd regula Artis magnæ quæ docet aſſumere radicem aggregati ex numero rerum, & numero æquationis diuiſo per illam ℞. ſola eſt generalis illi capitulo, & eſt demonſtrata ibi. Et eſt origo eius ex triangulo orthogonio nam ſi ſit cubus b c æqualis rebus iuxta numerum a d, & numero g, erit ergo ex communi animi ſententia g ex b c in gnomonem c d e, fiat ergo b f quadratum æquale c d e gnomoni, eritque cubus b c, æqualis b c in a d b f, ſed quadratum b c, quod eſt a b, æquale eſt a d & b f, igitur latera a d & b f continent rectum contenſum b c. Hæc igitur æſtimatio ſatisfacit in omni æquatione ſeu numerus rerum ſit paruus ſeu magnus.



Capvt XLI.

De difficillimo problemate quod facillimum videtur.

Nihil eſt admirabilibus quàm cum ſub facili quæſtione latet difficillimus ſcrupulus, huiuſmodi eſt hic: quadratum a b cum latere b c eſt 10. & quadratum b c cum latere b d eſt 8. quæritur quantum ſit vnum horum ſeu latus ſeu quadratum? Quia ergo a b c eſt 10. & a b 1. quad. erit b c 10. m̃. 1. quad. igitur b c 100. m̃. 20. quad. p̃. 1. quad. quad. igitur c b d erit 100. m. 20. quad. p̃. 1. poſ. p̃. 1. quad. quad. & hoc eſt æquale 8. quare 1. quad. quad. p̃. 92. æquatur 20. quad. m̃. 1. poſ. adde 19. quad. vtrinque fient 1. quad. quad. p̃. 19. quadrat. p̃. 92. æqualia 39. quad. m̃. 1. poſ. detrahe $1\frac{1}{4}$, erunt 1. quad. quad. p̃. 19. quad. p̃. $90\frac{3}{4}$ æqualia 39. quad. m̃. 1. poſ. m̃. $1\frac{1}{4}$, inde adde 2. poſ. p̃. 1. quad. vtrinque

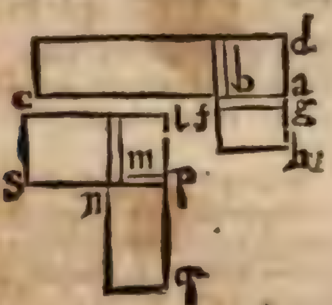


que vt in Arte magna, & videbis difficillimam quæſtionem.

CAPVT XLII.

De duplici æquatione comparanda in capitulo cubi & numeri æqualium rebus.

ET proponatur cubus & 4. æquales 6. rebus, & rei æſtimatio eſt 2. & altera ℞.3. m̃. 1. & rurſus ponatur cubus, & 10. æqualis 9. rebus, & æſtimatio eſt idem 2. altera ℞.6.m̃.1. & manifeſtum quod prior æſtimatio, ſcilicet maior ſatisfacit diuerſis, imò infinitis problematibus. At in reliqua fieri nullo modo poteſt, vt neque in vna cum neutra fuerit numerus velut pro 1.cu. p̃.12. æqualibus 34. rebus 3.p̃.℞.7. neque 3.m̃.℞.7. nam poſita re vtpote 3. m̃.℞.7. cubus eſt ſemper 90.m̃.℞.8092.ergo ℞.nõ poteſt continere ℞. niſi 34. vicibus, igitur,



1 cu. p̃. 4. æqualis 6. poſ. k. numer.4.	a b e c g d f
1. cu. p̃. 10. æqualis 9. poſ. k. num.10.	

cubus ille cum numero non poteſt æquari alteri numero rerum quam 34. & hoc eſt valde admiratione dignum. Diſpoſitis ergo f d & n l æqualibus, ſcilicet 4. quadrato 2. & a b ℞. 3. m̃.1. & m o ℞.6. m̃. 1. ponam a æqualem g d, b æqualem b c, c æqualem g h, d æqualem a b, e æqualem a q, f æqualem m o, g æqualem n f. Ex his ſequuntur quinque principalia.

Cor.1. Si quadratum a auferatur ex numero rerum, & cum reſiduo diuidatur numerus æquationis prodibit ipſum a communis æſtimatio, veluti 1. cu. p̃.4. æquatur 6. rebus, & 1.cu.p̃.10.æquatur 9.rebus, & communis æſtimatio quæ eſt a eſt 2. ducoo in ſe fit 4. detraho ex 6. & 9. numeris rerum, relinquuntur 2. & 5. diuido 4. numerum æquationis primæ per 2. & 10. numerum æquationis ſecundæ per 5. exit 2. in vtroque ſcilicet ipſum a

Cor.2. Sequitur etiam quod cum ex dictis fiant, ex g & c in quadratum a k, & k numeri

Ex fine 40. cap. æquationis, vt ſit g ad c, vt q ad ℞. & quia quod fit ex e in quadratum a, eſt æquale ei quod fit ex b in quadratum d, & ex g in quadratum a æquale ei quod fit ex e in quadratum f, erit quod fit ex b in quadratum d, ad id quod fit ex e in quadratum f, velut c ad g. Et eſt probatum exemplum ex 7. m̃. ℞. 24. quod eſt quadratum f in $5\frac{4}{5}$ p̃. ℞.$3\frac{21}{25}$ fit 10.

Rurſus quia quod fit ex c & a in a eſt Cor.3.
æquale ei quod fit ex b d in d, & ex g a in a, *Per eandem.*
ei quod ex e f in f, erit quod fit ex b d in d ad id quod ex e f in f, velut c ad g. fit enim ex b d in d ℞. 12. & ex e f in f ℞.75. & eſt proportio vt 1. ad $2\frac{1}{2}$.

4.p̃.℞.12.	1.℞.3.m̃.1.		
2. b	c	d	
a e	g	f	
		℞.6.m̃.1.	

Cumque æſtimatio (vt dixi) non potuerit eſſe communis pluribus numeris rerum, Cor.4.
& numeris æquationis commutabitur neceſſariò, ſi fuerit binomium in ſuum reciſum, & ita habebis & ſecundam æquationem & numerum communem qui erit idẽ, velut 1. cu. p̃.12. æqualis 34. rebus: non ſe offert primò illa pars quæ ducta in ℞. alterius, efficit 12. ſed eſt tamen 18. p̃.℞.252. alia eſt 16. m̃.℞.252. cuius ℞. eſt. 3. m̃.℞. cum ergo habes 3. m̃. ℞. duc in ſe & fit 16. m̃. ℞.252. & quia ℞. eſt ſexta pars ℞.252. ideo oportet aſſumere numerum ſexcuplum ad 3. & eſt 18. cum ℞.252. per p̃. & addere ad 16. m̃.℞.252. habes 34. ad vnguem. Et viciſſim ſi habueris 3. p̃.℞.7. habebis quadratum 16. p̃. ℞. 252. & ita reliquus erit ſexcuplus ad 3. p̃. ℞.7 ſed ℞. erit m̃. ideoque 18. m̃. ℞. 252. & ita viciſſim inuenies ex æſtimatione partes, vna erit quadratum, alia erit multiplex vt ℞. radicis, ſed contrario modo binomium pro reciſo, & reciſum pro binomio.

Iam ergo habes duos ordines æſtimatio- Cor.5.
num: primus cum eadem æſtimatio eſt communis aliis numeris rerum & æquationum, & inuenire licet illos ducendo in ſe, detrahendoque à quouis numero, & cum reſiduo diuidere alium numerum, vt prodeat eadem æſtimatio: vt in primo corrolario. Secundus, cum æſtimatio eſt binomium vel reciſum, & ducitur in ſe, & detrahitur à numero aliquo, ita vt reſiduum habeat eandem proportionem ad partem, quæ eſt numerus, quam ℞. quæ eſt pars quadrati ad ℞. quæ eſt pars æſtimationis: & illa proportio eſt duplum numeri æſtimationis ſemper, ideo numerus ille eſt ſemper duplum quadrati numeri æſtimationis, vt in quarto ſeu præcedenti corrolario: velut ſi numerus æſtimationis fuerit 2. erit talis numerus 8. ſi 3 18. ſi 4. 32. & ita deinceps, reliquus autem numerus erit compoſitus ex quadratis partium æſtimationis, vt ſi partes ſint 3. p̃.℞.7. vel m̃. ℞.7. erit 16. igitur totus numerus erit 34. Ergo tertius modus qui quæritur erit diuerſus ab his, & non erit per viam reciſi & binomij, neque vt eadem æſtimatio ſeruiat pluribus, velut in margine vides, quod ſingulis ſunt duæ æſtimationes in 1.cu.p̃.20.æquali 15.poſ.neutrũ contingit, non primum, quia 2. eſt minus, & 3. eſt maius, neque poteſt eſſe pars numeri. Nec ſecundum, quia oporteret vt addito 1. vel 10. ad 15. ℞. 16. vel 25. diuidendo 20. produceret idem 1. vel 10. & non fit, nam exeunt 4. vel 5.

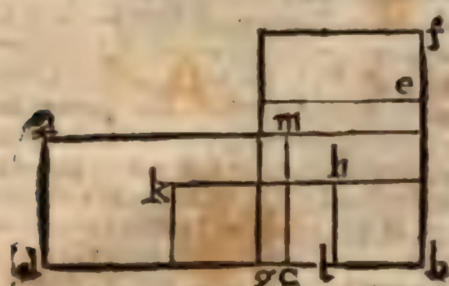
1.cu.p̃.4.

1. cu. p̄.4.	2.	6. poſ. ℞. 3. m̄. 1.
1. cu. p̄.6.	2.	7. poſ. 1.
1. cu. p̄.8.	2.	8. poſ. ℞. 5. m̄. 1.
1. cu. p̄.12.		34. poſ.
3. p̄. ℞. 7.		
3. m̄. ℞. 7.		
1. cu. p̄.20.		15. poſ.

Caput XLIII.

De comparatione numeri æquationis ad partes numeri rerum.

SIt a b ſuperius 12. & ex b c latere tertiæ partis in c a fit 16. maximum quod eſſe poteſt. Sit ergo b f æqualis a b, & quadrata ſuperficies g e, ex cuius latere in reſiduum e f fiat 8. & hæc diuiſio eſt quam quærimus. Sit ergo b k, cuius tertia pars



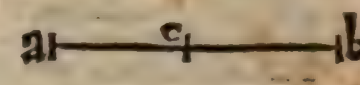
ſit quadratum b h, ex cuius latere in reſiduum eſſet, fiat 8. erit ergo b l ℞. cu. 4. b h ℞. cu. 16. l k ℞. cub. 128. qua ducta in b l fit ℞. cu. 512. ſcilicet 8. Igitur tota b k eſt cu. 432. Habemus ergo duo nota b c in c a, ſed productum non eſt 8. b l in l k, quorum productum eſt 8. ſed b k non eſt 12. & b g in e f, & eſt 8. & b f 12. ſed non eſt nota diuiſio facta in e. Proportio ergo a c ad k l, eſt vt quadrati b c ad quadratum b l, quare vt b c ad b l duplicata: cum verò proportio ſolidi b c in c a, ſit dupla ad ſolidum ex b l in l k, erit c a ad l k velut quadrati proportionis ad ℞. cub. quad. quad. proportionis, & b c ad b l, vt proportionis ad ℞. cu. quad. proportionis. Proportio autem k l ad e f, eſt vt e b ad b l, quare b e ad b l duplicata ei quæ eſt k l tetragonici a ad e f tetragonicum. Habet ergo diuiſio b k per l h proportionem notam in omnibus partibus, vt liquet cum b a diuiſa in c: & habet etiam proportionem notam cum b f, diuiſa in e, quia vt dixi proportio k l ad e f, vt e b ad b l, eſt autem e g ad b h duplicata ei quæ eſt e b ad b l. Si ergo coniungantur hæ proportiones, quoniam extremorum componitur ex intermediis, & maximè quod differentia e g & a c eſt æqualis differentiæ quadrati b c & e f, ſeu gnomo e m g æqualis differentiæ a c & f e.

Per 34. vndecimi El.

Caput XLIV.

Quomodo diuidatur data linea ſecundum proportionem habentem medium, & duo extrema in corporibus.

SIt data a b diuiſa in c, vt ex a b in quadratum a c fiat cubus b c, igitur b c poſita 1. quad. & ponamus a b 4. erit 1. cu.

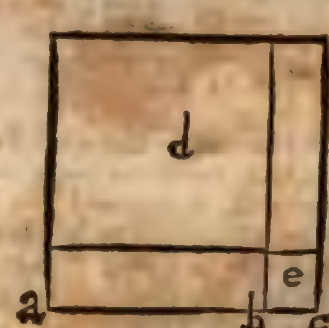


quad. æqualis 64. m̄. 32. quad. p̄. 4. quad. quad. igitur ℞. radici 1. cu. p̄. 2. quad. æqualis 8. cuius æſtimatione habita quadratum eſt quantitas b c quæ quærebatur.

Caput XLV.

Quomodo partes diuiſæ lineæ corporibus & quadratis inuicem comparentur.

ET ſint de quadrata 26. & de cubi 126. & compleatur ſuperficies quadrata, & erit cubus p̄. 252. duplo 126. ſemper æqualis 78. rebus triplo numeri æqualis quadratis deiunctis: Et hoc ex regula poſita a c 1. poſ. fient enim partes $\frac{1}{2}$ poſ. p̄. ℞. v. 13. m̄. $\frac{1}{4}$ quad. & $\frac{1}{2}$ poſ. m̄. ℞. v. 13. m̄. $\frac{1}{4}$ quad. quæ deductæ ad cubos oſtendunt quod dixi.



Et rurſus ſi ponantur d e quadrata 26. & corpora ex d in b c bis, & b in a b bis, 60. erit 1 cu. æqualis 26. rebus numero quadratorum, & 60. duplo producti mutui, & res eſt in capitulo. Iam ergo ex hoc ſuppoſito ſciemus quanta ſit a c, quæ eſt b, & partes & æſtimationem cubi p̄. 252. æqualium 78. rebus, quo propoſito accipiemus $\frac{1}{3}$ 78. & $\frac{1}{3}$ de 252. & conuertetur quæſitum in duo quadrata quæ iuncta faciunt 26. & duo cubi qui ſunt 126. Et quia propoſitum eſt quod productum vnius in alterum mutuo eſt 30. ſi hoc ſciremus manifeſtum eſſet capitulum. Sunt ergo quatuor, quantitas a c, & eſt 6. quantitas d e, & eſt 26. quantitas corporum mutuorum, & eſt 30. quantitas cuborum, & eſt 126. Illud accedit quod ſi dicam quadrata ſint 25. & cubi non poterunt

eſſe

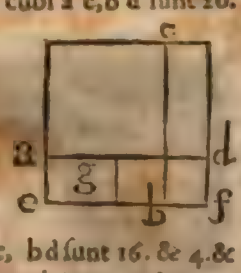
eſſe maiores 125. cubo 5. ℞. 25 igitur cum neque poſſint eſſe minores ℞. 7812 $\frac{1}{2}$ duplo, ſcilicet cubi ℞. medietatis 25. quæ eſt ℞. 12 $\frac{1}{2}$ vt ſit circumſcripta inter 88. qui eſt ℞. fermè 7812 $\frac{1}{2}$ & 125. & præter id cum dico 1. cub. æquatur 6. rebus p̄. 9. manifeſtum eſt quod numerus 9. datur cubis non parallelipedis, vt etiam hic, ideò erit nota pars huius capituli cubi & numeri æqualium rebus. Et eſt valde dignum conſideratione: nam vt ſtatuantur cubi æquales 126. & quadrata 26. vt dictum eſt, poterimus loco 26. aſſumere quemcunque numerum minorem pro quadratis vſque ad 14. vt dicamus, quadrata d e ſint 14. vel 15. vel 16. & ita ad 25. vſque & cubi ſint 126. igitur ex regula præſenti cubus p̄. 252. æquabitur 42. rebus vel 45. vel 48. & ita vſque ad 78. & ita in intermediis eadem ratione ſcilicet 43, 44, 46, 47, rebus, & ita de ſingulis, & variato numero 252. habebimus alios, ergo habita hac regula, habebimus capitulum perfectum. Et tamen (vt dixi) in ſuppoſito habemus partem regulæ notam.

Et ſanè hoc eſt (vt in exemplo maneamus) iam notum quod ſi quis dicat cubi a b b c ſunt 126. quadrata 26. quod numerus tribuitur cubis, & ſi 26. eſſet numerus rerum aut numerus mutuorum ſolidorum, iam omnia eſſent nota. Et rurſus, ſi dico quod 30. eſt numerus ſolidorum & 26. rerum iam habeo 1. cu. æqualem 26. rebus p̄. 60. & res eſt nota. Et ſi dico quadrata ſunt 26. & parallelipeda 30 deuenimus ad 1. cub. quad. p̄ 2028 quad p̄. 3120. poſ. æqualia 104. quad. quadrat. p̄. 3600. & hac via non habemus capitulum. Et mirum eſt quod cum aſſumimus 26. pro numero rerum, & 60. pro ſolidis, aut 30. hic numerus tranſeat in cubos quamuis ſit mutuorum ſolidorum: & cum accipitur numerus pro cubis, & quadrata pro alio numero, hæc tranſeant in res, & numerus cuborum in reſiduum rerum detracto cubo, quaſi numerus rerum componatur ex tribus cubis.

CAPVT XLVI.

Quomodo propoſito rectangulo, & cubis laterum eius habeamus totum cubum,

ET proponatur rectangulum a b putà 4. & cubi laterum a c, b d 20. dico cubum notum eſſe, quia enim cubi a c, b d ſunt 20. oportet facere ex 20. duas partes, quarum ℞. cu. ductæ inuicem faciant 4. ſuperficiem a b, igitur cubi inuicē ducti facient cubum 4. qui eſt 64. partes



igitur, id eſt cubi a c, b d ſunt 16. & 4. & ℞. cu. earum ſunt latera a b igitur cubus totus eſt 20. p̄. ℞. cu. 27648. p̄. ℞. cu. 6912. Et ſi ponantur a c b d nota vt quantitas rerum & corpora a b c d iuxta altitudinem, erunt duo tantum, quia ſub numero rerum a c b d vt pote 13. continentur duo mutua & reliqua quatuor ſub a b & c d id eſt ſub 60. igitur a c & b d numerus rerum ſi fuerit paruus, erit capitulum per ſe notum ex regula Artis magnæ: ſi autem fuerit magnus velut cu. 24. rebus p̄. 5. tunc ex præſenti problemate ſi poſſit reduci ad hoc, vt ſeparentur mutua erit propoſitum neceſſarium, ſcilicet vt accepto dimidio 5. & eſt 2 $\frac{1}{2}$ inuenias duos numeros qui producant 2 $\frac{1}{2}$ diuiſum per rem, & eorum cubi faciant 24. m̄. 2 $\frac{1}{2}$ id eſt 21 $\frac{1}{2}$ nam vt dixi in 24. continentur cubi ambo a c b d & duo mutua. Iſtud ergo non eſt per ſe notum: inuenias numerum qui diuiſus producat 6. tanquam ſuperficiem a b, & ipſe ſit æqualis cubis a b & c d duobuſq; mutuis, aut quatuor, nam poſito vno 1. poſ. altero $\frac{6}{1\,poſ.}$ erunt 1. cu. p̄. $\frac{216}{1\,cu.}$ cum 6. poſ p̄. $\frac{12}{1\,poſ.}$ vel cum 12. poſ. p̄. $\frac{12}{1\,poſ.}$ æqualia 65. gratia exempli, igitur 1. cu. quad p̄. 6. quad. quad. p̄. 36. quad. p̄. 216. vel 1. cu. quad. p̄. 12. quad. quad. p̄. 72. quad. p̄. 216. æqualia ſunt 65. cu. hoc ergo valde eſt obſcurum, & oporteret vt haberet ℞. cu. Verum quia ponitur 65. cu. a c & b d & duo mutua & æquantur duo cubi cum duobus mutuis a c & b d in e f, vt nuper dixi, igitur e f quæ eſt res in a c, & b d eſt 65. at e f in a b eſt 6. res ex ſuppoſito, & in c d 6. res, quoniam a b & c d ſunt æquales, quia ſunt ſupplementa circa diametrum, igitur e f in a b, c d ſunt 12. res, & e f in a c, b d 65. & e f in a c, b d, a b, c d complet cubum e f, igitur cubus e f æquatur 12. rebus p̄. 65. & res eſt nota, puta 5. ex qua habetur æſtimatio illa fac de 5. duas partes quæ producant 6 & erunt 3. & 2. erit ergo res 2 $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $\frac{1}{4}$ vel 2 $\frac{1}{2}$ m̄ ℞ $\frac{1}{4}$, & hæc erit æſtimatio 65. cuborum æqualium 1. cu. quad. p̄. 6. quad. quad. p̄. 36. quad. p̄. 216. nam 65. cu. ſunt in vna 1755. in alia 520. & tantundem ſunt illæ quantitates, proba & inuenies.



Ex hoc habetur quod cum 1. cu. quad. p̄. quad. quad. p̄. quad. p̄. numero in cōtinua proportione fuerint æqualia cubis tunc habebis 1. cu. æqualē rebus duplo numeri quad. quad. cum numero cuborum: & inuenta æſtimatione fac duas partes, quæ producant numerū quad. quad. & partes vtriq; erunt æſtimationes 1. cu. quad. p̄. quad. quad. p̄. quad. p̄. numero æqualibus numero cuborum. Velut ſi dicas 1. cu. quad. p̄. 9. quad. quad. p̄. 81. quad. p̄. 729. ſunt æqualia 100. cu. Dices ergo 1. cu. æqualis eſt 18. poſ. p̄. 100. & rei æſtimatio eſt ℞. v. cu. 50. p̄. ℞. 2284. p̄. ℞. v. cu. 50. m̄. ℞. 2284. Ex hac facito duas partes quæ inuicem ductæ producant 9. & quælibet illarum partium eſt æſtimatio quinomij illius propoſiti. Et proponatur rurſus 1. cu. quad. p̄. 12. quad. quad. p̄. 72. quad. p̄. 216. æqualia 95. cu. ſuperficies a b ſit b vt prius, & ſit 95. æquale duobus cubis, & quatuor mutuis corporibus quæ fiunt ex e f in ſuperficiem a c d b, adeò vt ex e f in eam fiat 95. igitur ad complendū cubū deeſt quod fit ex e f in a b, & a b eſt 6. ideò & a b eſt 6. igitur quod fit ex e f in a b eſt 6. res, igitur 1. cu. æquatur 6. rebus p̄. 95. & res eſt 5. vt prius fac de 5 duas partes, ex quarum ductu vnius in alteram fiat 6. dimidium 12. numeri quadratorum, & erunt partes 3. & 2. & ita 1. cub. quad. p̄. 12. quad. quad. p̄.

72.quad.p̃.216.æqualia 95.cub.& res eſt 3. vel 2. experiare & inuenies

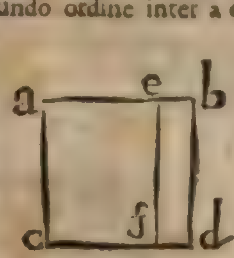
Et eodem modo dicemus ſi corpus illud ſit ex duobus cubis, & quatuor mutuis & tertia parte duorum mutuorum, & ſit gratia exempli 105. totum illud, & quia ex e b in b f fit a b quod eſt 6. erit e g 4, igitur e g in e f 4. res ergo 1. cub. ęqualis 4. rebus p. 105. & res eſt, 5. quia ducendo per primam viam peruenimus ad 1. cu.quad p.14 quad.quad.p.84. quad. p. 216. æqualia 105. cu. Ideo faciemus ex 5. re duas partes, ex quarum ductu producantur 6.qui 6. habentur ex 14.diuidendo per $2\frac{1}{3}$ numerum mutuorum corporum duorum, vel ex 216.quia ſemper erit ℞. cu. eius, vel etiam diuiſo numero quadratorum ſcilicet 84. per numerum quad. quad. qui eſt 14. & ita ſi numeri erunt diſpoſiti hoc modo, vt ſecundus ſit talis pars tertij vt ſit ℞. cu. quarti, erit regula generalis, ſed ita vt quantitas e g varietur, vt oporteat problema ita conſtruere: ſunt duæ quantitates ex quarum ductu producitur 6. & aggregatum cuborum cum duplo & ſexta parte mutuorum eſt 100. tunc inueniemus ſuperficiem e g 5. & erit cubus æqualis 5. rebus p̃. 100.& ita habebimus e f, & partes producentes a b, & hic eſt primus modus & facilis. Sed ſi proponantur prius 1. cu. quad. p. 13.quad. quad. p. 78. quad. p. 216. æqualia 100. tunc quia tu neſcis 100. quibus partibus æquetur, ſed ſolum habes 6. ℞. cu. 3. ſeu quod prouenit diuiſo 78. per 13. & diuiſo 13. per 6, exit $2\frac{1}{6}$ abiice igitur relinquetur $\frac{1}{6}$ ſume $\frac{1}{6}$ de 6. relinquetur 5. & habebis 1. cu. æqualem 5. rebus p. 100. vt prius, vnde nota erit e f. Et ita ſi dixeris 1. cu. quad. p. 15. quad. quad. p. 90. quad. p. 216. æquatur 120. cu. accipe ℞. cu. 216. quæ eſt 6. ſeu diuiſo 90. per 15. & diuide 15. per 6. exit $2\frac{1}{2}$ abiice 2 remanet $\frac{1}{2}$ ſume dimidium 6. quod eſt 3. abiice 3. ex 6. relinquitur 3, dicemus ergo quod 1. cu. æquatur 3. poſ. p. 120. igitur res erit ℞. cu. 60. p. 3599. p̃. ℞. cu. 60. m̃. ℞. 3599. hanc ita diuidemus vt producant 6. numerũ primo inuentum vt infrà demonſtrabimus.

Nota quòd in huiſmodi æſtimatione non ſolum neceſſarium eſt, vt numerus putà 65. vel 95. vel 100. aut 120. ſit magnus comparatione numeri rerum quæ aſſumuntur, ſed oportet vt res inuenta poſſit in duas partes quæ producant ℞. cub. numeri æquationis quæ fuit in exemplis aſſumptis 6, aliter quæſitum eſt falſum & impoſſibile.

Capvt XLVII.

Quòd diuiſa ſuperficies ſeu corpus latera habet maiora latere totius.

Sit quadratum a b c d ſeu cubus, & ſit diuiſum quomodolibet in e f dico quòd latera c e & e d, ſeu cubica ſeu quadrata pariter iuncta ſunt maiora a b, nam latus a f eſt medium inter a c & a e, igitur cum a c ſit maior a e, erit latus a f maius a e, & ſimiliter latus d e medium inter b d & d f. igitur cum b d ſit maior d f, erit latus d e maius c b, quare latera a f f b iuncta maiora a e, c b ſimul iunctis, & hoc eſt quod voluimus. Similiter in cubo, nam latera ſunt media ſecundo ordine inter a c & c e, & inter b d & d f, vt demonſtratum eſt ab Euclide in vndecimo Elementorum, ideò erunt maiora a c & ç b. Sed ex hoc ſequitur quod in cubo æquali rebus & numero æſtimatio rei eſt ſemper maior ℞. cu. numeri: & etiam quia talis æſtimatio eſt ℞. cu. cubi qui eſt maior numero cum ſit æqualis rebus ipſis etiam vltra numerum.



Capvt XLVIII.

De quadratorum quantitate & mutuis corporibus cognitis.

Animaduertendum quòd ſi duo quadrata a b b c ſint nota vt pote 13. & mutua quatuor ſint 60. & velim efficere corpora ſolida ad altitudinem totius, illa erunt 13. res p̃. 60. æqualia cubo, & tunc 13. continebunt cubos a b b c, & inſuper duo mutua: ſed quia ex capitulo proprio ſupponitur quod 13. res contineant tria mutua, & 60. cubos, ideò in æſtimatione quærenda fiet res ℞. v. cub. 30. p̃. ℞. $808\frac{7}{8}$ p̃. ℞. cub. 30. m̃. ℞. $808\frac{7}{8}$ Et ideo non erunt 3. & 2. tamen totum erit, cum autem dixero quod ex quadratorum a b b c, lateribus fiant mutua 30. tunc erit c d latus diuiſum aliter ſcilicet in 2. & 3. Ideo cum dicimus 1. cu. æquatur 13. rebus p̃. 60. iſtud ſeruit eiſdem quæſitis, vt 60. comprehendat duos cubos tantum, vel duos cubos cum duobus mutuis, vel duos cubos cum quatuor mutuis, vel cum quatuor mutuis, & dimidio duorum reliquorum & generaliter cum omni parte: ſed vt dixi æquatio tamen capituli qua inuenitur quantitas c d ſumitur a c, ſi numerus vt 60. æqualis ſit ſolis cubis, & hoc ſeruit capitulo, quomodo propoſito rectangulo & cubis laterum.



Si quis dicat 1. cu. p̃. 70. æquatur 39. rebus dices tu, igitur duo cubi ſunt 35. dimidium 70. & duo quadrata 13. tertia pars 39. & ita ex hoc peruenies ad 1. cu. p̃. 70. æqualia 39 rebus per regulam de modo.

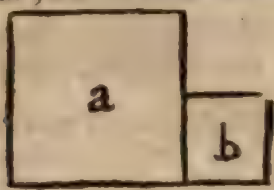
Iterum ergo ſi quis dicat duo cubi ſunt 35. productum vnius in quadratum alterius mutuo eſt 30. triplicabis 30. fit 90. adde 35. fit 125. res eſt 5. ℞. cu. 125.

Et quoniam rurſus ex dictis in Arte magna cum fuerit cubus p̃. 70. æqualis 39. rebus tranſmutatur in cubum æqualem totidem rebus & eidem numero, ſed æſtimatio prima habetur ducto dimidio ſecundæ æſtimationis in ſe, & triplicato & deducto à numero rerum addita vel detracta à dimidio ſecundæ æſtimationis oſtendit primam. Cap. 13.

Adhuc ergo ſit cubus p̃. 70. æqualis 39. rebus, & res eſt 5. vel 2. & ſub eadem æſtimatione maiore cubus æqualis eſt 15. rebus p̃. 60. & per primam conſiderationem

quadrata

quadrata a & b ſunt 13. tertia pars 39. & cubi 35. dimidium 70. Per ſecundam autem manentibus quadratis a & b 13. mutua corpora ſunt 30. & æſtimatio eſt eadem. Et



eſt 5. & ſi eſſet 4 $\frac{1}{2}$ gratia exempli & quadrata a b 12. Igitur manente æſtimatione eadem & numero quadratorum partes rei eſſent 2 $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. $\frac{15}{16}$ & 2 $\frac{1}{4}$ m̃. ℞. $\frac{15}{16}$ Et mutua corpora erunt productum 4 $\frac{1}{2}$ aggregati in 4 $\frac{1}{8}$ productum laterum a b 18 $\frac{9}{16}$ igitur 1. cu. æquabitur 12. rebus p̃. 37 $\frac{1}{8}$ numerus verò rerum æqualium cubo & numero eſt 36 triplum 12. & numerus ipſe 70. $\frac{7}{8}$ & cubi 35 $\frac{7}{16}$ Oportet ergo vel ex cubo & numero rerum eodem, & æſtimatione eadem ſuppoſito numero æquationis inuenire alterum, ſed nondum cognita æſtimatione, vel ſuppoſito numero æſtimationis, & æquatione vna inuenire numerum rerum eundem. Exemplum 1. cub. p̃. 70. & 1. cu. æqualis 60. & oportet vt eadem quantitas, quæ eſt 13. ſatisfaciat vtrique ſcilicet 35. pro dimidio 70. & 30. pro dimidio 60. Hoc autem eſt notum per ſe, quoniam addo ad 60. dimidium ex dictis fit 90. addo ad 90. 35. dimidium 70. fit 125. cuius ℞. cu. eſt 5. æſtimatio vtrique ſatis faciens, fac ex 5. duas partes, quarum cubi ſint 35. ex dictis in arte erunt partes 3. & 2. quarum quadrata ſunt 13. numerus rerum vnus alter 39. triplum 13. pro altero.

CAPVT XXXXIX.

De quibuſdam æquationibus & modis extra ordinem.

CVm fuerit cubus æqualis 6. rebus p̃. quouis numero putà 40. tantum fit diuiſo 40. per 4. rei æſtimationem, exit 10. quantum ducta æſtimatione in ſe fit 16. detracto numero rerum qui eſt 6. relinquitur 10. Ergo poſito cubo æquali 6. rebus p̃. 20. æſtimatio quæſita, ſi diuidatur 20 per a erit quod prouenit, & eſt $\frac{20}{a}$ æquale quadrato ipſius a m̃. 6. igitur diuiſo 40. per ſuam æſtimationem id eſt 10. ſe habet ad $\frac{20}{a}$ ſicut ducta æſtimatione quæ eſt 4. in ſe, & deducto a ad quadratum a deducto 6. Cum enim cubus fiat ex æſtimatione in ſuum quadratum, igitur deducto quod fit ex diuiſione numeri per rem ex quadrato rei, relinquetur numerus rerum: ergo viciſſim deducto numero rerum ex quadrato æſtimationis relinquitur quod exit. Si quis dicat diuide 6. in duas partes quæ ſint in proportione ℞. cub. 3. clarum eſt quod poteſt fieri ex tertio libro, diuidendo per ℞. cub. 3. p̃. 1. & eſt ℞. cu. 9. m̃. ℞. cu. 3. p̃. 1. & ductum in ſuum binomium producit 4. & in 6. fit ℞. cu. 19. m̃. ℞. cu. 648. p̃. 6. diuide per 4. exit ℞. cu. 30 $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. cu. 101 $\frac{1}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$

Aliter ergo ponemus vnam partem 6. m̃. 1. poſ. aliam 1. poſ. proportio ℞. cub. 3. igitur duc 1. poſ. in ℞. cu. 3. fit poſ. ℞. cu. 3. duc ad cu. fit 3. cu. & hoc eſt æquale cubo 6. m̃. 1. poſ. qui 216. p̃. 18. quad. m̃. 108. poſ. m̃. 1. cu. igitur 1. cu. p̃. 27. poſ. æqualia ſunt 4 $\frac{1}{2}$ quad p̃. 54. Igitur per regulam 1. cu. p̃. 20. $\frac{1}{4}$ poſ. æquatur 20 $\frac{1}{4}$ numero, igitur cubus tertiæ partis rerum eſt 307 $\frac{35}{64}$ adde quadratum dimidij numeri æquationis fit 410 $\frac{1}{16}$ igitur rei æſtimatio eſt ℞. v. cu. ℞. 410 $\frac{1}{16}$ p̃. 10 $\frac{1}{8}$ m̃. ℞. v. cu. ℞. 410 $\frac{1}{16}$ m̃. 10 $\frac{1}{8}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$ at illæ radices æquiualent prædictis, quia ℞. 410 $\frac{1}{16}$ eſt 20 $\frac{1}{4}$ igitur addendo & detrahendo 10 $\frac{1}{8}$ fiunt ℞. cu. 30 $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. cu. 10 $\frac{1}{8}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$ vt prius. *Cap. 18. Art. mag.*

Ex hoc patet quòd cum habueris 1. cu. p̃. rebus æqualia quadratis p̃. numero, tum debes diuidere numerum rerum per numerum quadratorum & numerum qui exit duces ad cubum, & eum diuides per numerum æquationis, & cum eo multiplicabis totum quadrinomium, & quod ſupereſt in numero abijce ab vno, & illud ſerua, deinde, diuide ℞. cub. numeri iam inuenti in duas partes quæ ſe habeant in proportione numeri abiecti per primum modum, & habebis æſtimationem quæſitam. Exemplum habes iam propoſitum: ſit 1. cub. p̃. 27. rebus æqualis 4 $\frac{1}{2}$ quad. p̃. 54. diuide 27. per 4 $\frac{1}{2}$ exit 6. duc ad cubum fit 216. tum diuide per 54 numerum æquationis exit 4. duc in ſuperiorem habes 4. cu. p̃. 108. poſ. & 18.

1. cu. p̃. 27. æqual. | 4 $\frac{1}{2}$ quad. p̃. 54.
| 4.

cu. p̃. 108. poſ. | 18. quad. p̃. 216.
3 | 216 p̃. 18. quad. m̃. 108. poſ. m̃. 1. cu.

℞. cu. 3. | 6. diuidendum

quad. p̃. 216. abijce quicquid eſt ſupra 1. cu. & eſt 3. & relinquentur 216. p̃. 18. quad. 108. poſ. m̃. 1. cu. cape igitur ℞. cu. 3. & etiam ℞. cu. 3. & ei adde 1. pro regula fit ℞. cu. 3. p̃. 1. diuide 6. per ℞. cu. 3. p̃. 1. per priorem modum exibit æſtimatio quæſita 1. cu. p̃. 27. poſ. æqualium 4 $\frac{1}{2}$ quad. p̃. 54. Sed hæc conuerſio non eſt generalis niſi cum ducto numero qui prodit ex diuiſione cubi in numerum quadratorum conſurgit numerus triplus ad ℞. cub. numeri, ſeu ad numerum qui prouenit ex prima diuiſione.

CAPVT L.

De ſolidis radicibus & earum tractatione.

CVm voluero diuidere 6. vt fiat ℞. ſolida 9. duc 6. in ſe fit 36. diuide 9. per 36. exit $\frac{1}{4}$ & hæc eſt prima pars, ſecunda igitur erit 5 $\frac{3}{4}$ nam ex cubo $\frac{1}{4}$ & duplo quadrati $\frac{1}{4}$ in 5 $\frac{3}{4}$ & quadrato 5 $\frac{3}{4}$ in $\frac{1}{4}$ iunctis fit 9. *Regula prima.*

2 Cum volueris habere radicem ſolidam 50. in proportione 3. ad 2. gratia exempli, cape 1.& 1 $\frac{1}{2}$ in proportione 3.ad 2.ita quod in illis ſit vnitas, iunge igitur 1. & 1 $\frac{1}{2}$ ſit 2 $\frac{1}{2}$ duc in ſe ſit 6 $\frac{1}{4}$ diuide 50. per 6 $\frac{1}{4}$ exit 8.cuius ℞.cu.quæ eſt 2. eſt pars prima ℞.ſolidæ 50.

3 Cum volueris habita prima parte ℞. ſolidæ habere ſecundam in partibus cognitis primæ & ſecundæ vt pote 8 & 24.accipe ℞. cu.primæ, quæ eſt 2. & tum ea ducta in ſe & ſit 4. diuide dimidium 2. & quod exit eſt quæſitum 5 3 3.

4 Cum volueris habita prima & tertia quãtitate veluti 8. & 18. habere ℞.ſolidam,tu ſcis quod prima pars eſt ſemper ℞.cu.primę partis 8. quæ eſt 2. diuide 18. exit 9. cuius ℞. quadrata quæ eſt 3. eſt pars ſecunda.

5 Cum volueris habita ſecunda & tertia parte habere ℞. ſolidam, tunc accipe dimidium ſecundæ partis vt pote 12. quod eſt dimidium 24. & ex cap. 28. Artis magnæ habebis eas.

6 Cum volueris habita prima parte & tertia, & aggregato comparare ℞. inuicem, ſcias quod ℞. quadratæ partium extremarum, vt pote 8. & 18. ſunt partium ſolidæ 1.2. & 3.quę ſunt ℞. ſolidæ 8. & 18. item ipſarum partium accipiendo dimidium ſecundæ, pro ſecunda, nam proportio 18.ad 12. & 12. ad 8. & 3.ad 2. & ℞.18.ad ℞.8. ſunt omnes ſexquialtera.

8 12 18 | 50
12
2 —— 3
5
℞.8 --- ℞.18
℞.50.

7 Et ſicut ex 3. & 2. p t bus ſolidæ fit ℞. 50.ſolida ita ex ℞. 8.& ℞. 18 quadratis fit ℞. 50. quadrata.

8 Itaque cum volueris habita prima parte, vt pote 8. & reſiduo aggregati, vt pote 42. habere radicem ſolidam totam, diuide 50. aggregatum per 8. exit 6 $\frac{1}{4}$ cuius ℞. quadratam, quæ eſt 2 $\frac{1}{2}$ accipe & ab ea minue 1. fit 1 $\frac{1}{2}$, duc in ℞. cu. 8. quæ eſt 2.fit 3. pars reliqua, & eſt conuerſa ſecundę regulæ.

9 Ex his manifeſtum eſt, quod vbi cubus æquetur 36 rebus p̄. 36. dando duo ſolida cubo, alterum rebus alterum numero, proportio vnius ad alterum erit 1.poſ. quæ eſt vt 36. poſ. ad 36. nam quilibet cubus ex duobus ſimilibus ſolidis componitur vt 125.componitur ex ſolido 2. & 3. quod eſt 50. & 3. & 2. quod eſt 75. & proportio alterius ad alterum eſt ſexquialtera, vt 3. ad 2.

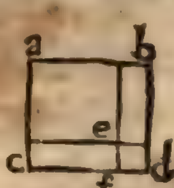
10 Quælibet duo ſolida ſimilia cubum componunt,velut capio 24 p̄.24. p̄.6.quod totũ eſt 54.ſolidumprimum,aliud erit 12.& 12.& 3. quod eſt 27. aggregatum eſt 81. cubus ℞. cu. 24. p̄. ℞. cu. 3.quod eſt dicere ℞.cu. 81. nam ℞. cu. 24. & ℞. cu. 3.componuntur ℞. cu. 81.& ℞. cu.24. p̄. ℞. cub. 3.poſita prima parte ℞. cu. 24. producit [illegible]dum 24.p̄.24. p̄.6. & poſita prima parte ℞. cub. 3.producit ſolidum 12.p̄. 12.p̄.6.

CAPVT LI.

Regula quædam ſpecialis atque item modus tractationis ſubtilis.

SI fuerint duo numeri quod fit ex ductu vnius in ℞. alterius mutuò, inde aggregato in ſe ducto, eſt æquale ei quod fit ex ductu vnius in quadratum alterius addito duplo ℞. quadratæ producti vnius in quadratum alterius inuicem. Exemplum, capio 2. & 3. & producta mutua in ℞. ſunt ℞.18 p̄. ℞. 12. quorum quadratum eſt 30. p̄. ℞. 864. dico quod hoc eſt æquale producto vnius in quadratum alterius, & eſt 30. cum duplo ℞. 216. qui fit ex 12. in 18. mutuis 3. & 2. Ergo ſint partes 6. p̄. 1. poſ. & 6. m̄. 1. poſ. & debeat eſſe quadratum mutui 100. id eſt vt mutuum ℞. ſit 10.Erunt ergo mutua quadratorum 432. m̄. 12. quad. p̄. ℞. 186624.p̄. 432.quad. quad.m̄.155552. quad. m̄ 4. cu. & hoc eſt æquale 100.igitur 332. p̄. illa ℞. eſt æqua 12. quad. & 12. quad. m̄. 332.æqualia ℞. illi 6. igitur quadrata m̄.166 ſunt æqualia ℞. 46656.p̄.108. quad. quad. m̄. 3888. quad. m̄. 1. cu. quad. Igitur partibus in ſe ductis 1. cu. quad. p̄. 1896. quad æquantur 19100.p̄. 72. quad. quad. Sed æquatio non eſt in parte nota, eſt tamen pulchrum.

Proponatur rurſus 6. diuiſum per ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 2. & exibit ℞. cu. 16. m̄. 2. p̄. ℞. cu. 4. vt notum eſt, & ponamus c e ſuperficiem ℞. cu. 16. m̄. 2. p̄. ℞. cu. 4. & ſint cubi a e e d 40. igitur per dicta ſuperius ſi velim aſſumere cubam trinomij, quadratum eſt 12. m̄. ℞. cu. 432. & cubus ob id ℞. cub. 93312.m̄. 36. oportet autem vt ex hac quantitate quæ eſt 40.& refert aggregatum cuborum fiant duæ partes quæ inuicem ductæ faciant illum cubum:erunt ego



partes 20. p̄. ℞. v. 436. m̄. ℞. cu. 93312. & 20. m̄. ℞. v. 436. m̄. ℞. cu. 93312, & ℞. v. cu. harum partium ductæ inuicem producunt ℞. cu. 93312. m̄. 516.& cubi ſunt 40. Partes igitur ſunt ℞. v.^{æ} cu. 20 p̄. ℞. v. quad. 436. m̄. ℞. cu. 93312. & ℞. v.^{æ} cu. 20. m̄. ℞. v. quad. 436. m̄. ℞. 93312. cum ergo producant inuicem ductæ c. e, id eſt ℞. cub. 16. m̄. 2. p̄. ℞. cu.4. vbi eſſet ℞. illa binomia proportionem habens, haberemus quæſitum cum ſit ex natura binomij cubici. Hoc volui ſcribere vt intelligeres ſubtilitatem operationis:& quod æſtimatio non eſt in quantitate cognita, niſi vt diuiſum ſcilicet velut diuidendo quantitatem aliquam per virgulam quæ non habet nomen, & ita eſt & non eſt : eſt tamen notior & magis habilis ad omnes operationes quantitate ſolida: imò eſt quaſi media inter ſolidam & per ſe notam,in quo genere ſunt omnes ℞. ſimplices & coniunctæ.

Capvt LII.

De modo omnium operationum in quantitatibus medio modo notis.

DEbes ſcire quod omnes operationes multiplicatio, diuiſio, additio, detractio & ℞. inuentio in huiuſmodi, eſt velut in partibus numerorum, velut volo multiplicare,

3 / ℞. 6. p̄. ℞. 5. p̄. ℞. 3. m̄. ℞. 2. m̄. 1. per ℞. cu. 7. m̄. ℞. cu. 2. / ℞. cu. 5. m̄. ℞. cu. 3. p̄. ℞. 2.

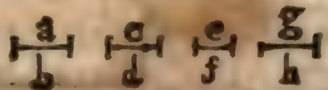
oportet vt ducas denominatores ſimul & fiet hoc

℞. cu. 189. m̄. ℞. cu. 54. / ℞. 12. p̄. ℞. 10. p̄. ℞. 6. m̄. 2. m̄. ℞. 2. p̄. ℞. cu. quad. 5400. p̄. ℞. cu. quad. 3125. p̄. ℞. cu. quad. 675. m̄. ℞. cu.

℞. cu. 189. m̄ ℞. cu. 54. / quad. 200. m̄. ℞. cu. 5. m̄. ℞. cu. quad. 1944. m̄. ℞. cu. quad. 1125. m̄. ℞. 243. p̄. ℞. cu. quad. 72. p̄. ℞. cu. 3.

Et ſimiliter facies in diuiſione additionib. ac detractionib. reducendo ad idem genus quantitates ſimplices, & ſimiliter in capiendo radicem. Velut capio radicem

25. / 14. p̄. ℞. 120. p̄. ℞. 2. m̄ ℞. 48. m̄. ℞. 24. m̄. ℞. 10. m̄. ℞. 5. capio ℞. cu. 25. & eſt 5. & capio radicem infra ſcripti denominatoris, & eſt ℞. 6. p̄. ℞. 5. m̄. ℞. 2. m̄. 1. & habeo 5 / ℞. 6. p. ℞. 5. m. ℞. 2. m. 1. ductum hoc ad veram quantitatem per ſua contraria fiet diuiſor, qui ſit b, & qui diuiditur multorum nominum a, & 5.



diuiſus c. & ℞. 6. p. ℞. 5. m̄ ℞. 2. m̄. 1 dicatur d & dicatur 25. numerator primus & ſuus denominator ſeptem nominum f. Quia ergo a ad b vt c ad d & e ad f vt c ad d duplicata erit e ad f vt a ad b duplicata Igitur ſi ducantur a & b in ſe, & producantur g & h erit h. numerus, & g. h proportio nota, & eſt g ad h. vt e ad f igitur g ad f nota. Et hæc eſt ſexta operatio propria quantitatibus mediis.

Per 20. ſexti Elem.

Capvt LIII.

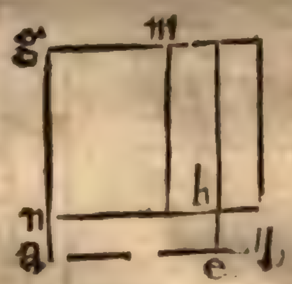
De diligenti conſideratione quorundam ſuperius dictorum.

ETiam dicamus quòd cubus æqualis ſit 12. rebus p. 20. & rei æſtimatio eſt ℞. cub. 16. p̄. ℞. cu. 4. & hæc poteſt tribui dando 20. numerum cubis ſimiliter, & poteſt idem numerus dari ambobus cubis & duobus mutuis, & etiam ambobus cubis & quatuor mutuis parallelipedis, & ita trifariam: conſideremus ergo poſtquam capituli inuentio, ac regula cum demonſtratione ſumpta fuit, per primum modum. Sumemus ergo cubum dimidii æſtimationis, id eſt ℞. cu. 2. p̄. ℞. cu $\frac{1}{2}$, & eſt 2 $\frac{1}{2}$ p. ℞. cu. 54. p̄. ℞. cu. 13 $\frac{1}{2}$, & duplum eius quod eſt minimum, quod poſſit produci ex diuiſione æſtimationis eſt 5. p. ℞. 432. p. ℞. cu. 108. liquet igitur non poſſe diuidi ſic hanc ℞. propter numeri paruitatem, nam cubus totius eſſet 20. p̄. ℞. cu. 27648. p̄. ℞. cu. 6912. Sin autem capiamus 1. cu. æqualem 12. rebus p̄. 34. erit æſtimatio ℞. cu. 32. p̄. ℞. cu. 2. & duplum cubi dimidij 8 $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. cu. 1024. p̄. ℞. cub. 54. & hoc totum eſt proximum 22 $\frac{1}{2}$ ideo duo mutua poterunt contineri in 11 $\frac{1}{2}$ diuides ergo 34. per ℞. cu. 32. p̄. ℞. cu. 2. exit ℞. cub. 1024. m̄. ℞. cu. 64. quod eſt 4. m̄. ℞. cub. 4. & hoc oportet eſſe æquale duobus quadratis, fac ergo ex ℞. cu. 32. p̄. cu. 2. duas partes, quarum quadrata ſint æqualia trinomio illi accipe ergo dimidium trinomij, & eſt ℞. cu. 128. m̄. 2. p̄. ℞. cub $\frac{1}{2}$ à quo aufer quadratum dimidij diuidendi, id eſt quadratum ℞. cu. 4. p̄. ℞. cub $\frac{1}{4}$ & eſt ℞. cu. 16. p̄. 2. p̄. ℞. cu $\frac{1}{16}$ detrahe, relinquetur ℞. cu. 54. m̄. 4. p. ℞. cu $\frac{1}{2}$ huius igitur ℞. v. addita & detracta oſtendit partes hoc modo. Iam ergo

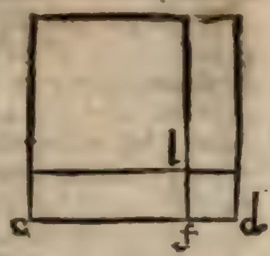
| ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu $\frac{1}{4}$ p̄. ℞. V. ℞. cu. 54. p̄. ℞. cu $\frac{1}{16}$ m̄. 4
| ℞. cu. 4. p̄ ℞. cu $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. V. ℞. cu. 54. p̄. ℞. cu $\frac{1}{16}$ m̄. 4.

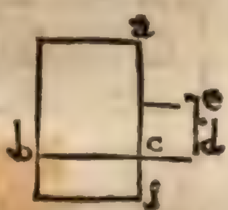
go vides quod cubus æquatur 34. ita quod 34. numerus eſt æqualis duobus cubis cum duobus mutuis partium & quia reſiduum eſt numerus rerum, & eſt duplum mutuorum diuiſo eo per rem, exibit numerus rerum quem conſtat eſſe eundem.

Proponatur ergo a b & c d 4. & ſint res & ſint earum quadrata b g d k ſit autem a b diuiſa in e. vt cubi g h, h b ſint quadraginta, & erunt b res p̄. 40. æqualia toti cubo, & ideò auferatur m h æqualis a h erunt igitur tres illæ ſuperficies b & iuxta altitudinem a b, b res & ex a b in m n & h b 40. & a c erit ℞. v. cu. 20. p̄. ℞. 392. & e b. ℞. v. cu. 20 m̄. ℞. 392. & ſit e f 3. & f d erit 1. & cubi k l & l d cum duobus mutuis corporibus, & hoc eſt quantum fit ex c d in k l, l d iterum 40. & erunt ſuperficies k l & l d 10. & æquales neceſſario ſuperficiebus m n & h b quia & ipſæ ductæ in a b quæ eſt æqualis c d producit 40. Igitur quia volo in prima ſuperficie quod ſoli cubi æquales ſint 40. & in ſecunda quod cubi cum duobus corporibus mutuis efficiant idem 40. & quod æſtimatio ſit eadem, igitus



tur neceſſe eſt vt in ſecunda figura 1. cub. æquetur 6. rebus etiam p̃. 40. ſed diuiſio in f eſt. proximior medio quam in prima figura in e nec regula illa ſeruit huic æquationi ſic intellectæ, ergo oporteret inuenire aliam ei propriam. Idem igitur dico de exemplo ſuperiore, ponatur a b. ℞. cu. 32. p̃. ℞. cu. 2. & ſit diuiſio binomij in e & 1. cu. æqualis 12. rebus p̃. 34. & erunt n m & h b 12. In ſecunda autem figura erunt itidem k l, ld 12. ſed diuiſio erit, vt propoſitum eſt in f nec licebit cum æquatione 1. cu. æqualis 12. rebus p̃. 34. inuenire c d vt compoſita eſt ex c f & f d, ſed ex alia regula, ſed inueniemus a b vt eſt diuiſa in partes a e, e b e c poſtmodum ſi noluerimus a f, f d. Hoc tamen ſatis eſt vt intelligamus dari quantitatem mutuam, quæ poſſit eo modo ducta producere numerum. Si fuerint duæ quantitates quod fit ex prima in quadratum ſecundæ, eſt æquale ei quod fit ducta ſecunda in ℞. primæ in ſe. Hoc autem commutandi cauſa. Sit prima a b quadratum, ſecunda c d fiat ergo ex b c in c d b f dico b f eſſe latus b a in c e. Quia enim ex a b in c d fit quantum ex b c in b f, eo quod vtrobique ducitur c d in quadratum b c, erit proportio corporis c d in a b ad b f ſuperficiem linea b c. Similiter proportio corporis ducti in b c ad a b eſt quadratum c d, igitur proportio producti a b in c e ad b f eſt ipſa b f, igitur b f in ſe ducta, producit a b in c e.





SCHOLIVM.

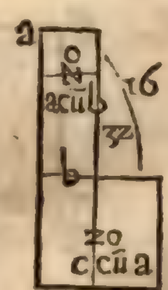
32. p̃. lat. a.

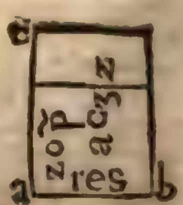
Ex viſis hic & ſuperiùs apparet liquidò, quod omnes regulæ vigeſimi quinti capituli Artis magnæ, quas vocant ſpeciales, ſunt generales & dicuntur ſpeciales ſolum ratione generis æſtimationis, & ideò ſi quis dicat cu. æqualis eſt 20. rebus p̃. 32. dicemus quod æſtimatio eſt 20. d p̃. ℞. p̃. 32 id eſt diuiſum in partem & radicem producentes 32. Et ſimiliter erit 32. p̃. 20. cum p̃. 32. id eſt producentis 20. cum producente 32. Et ſimiliter dicetur Ag. ℞. p̃. 20. p̃. m̃. 16. id eſt aggregatum radicum partium 20. quæ mutuò ductæ producunt 16. dimidium 32. Dicemus etiam ex ſuperius dictis hoc idem, vt res redigatur ad tres æſtimationes, nam aliæ ſunt confuſæ. Ex quibus ſequitur quòd illæ æſtimationes inter ſe erunt æquales. Et ſimiliter

cap. 2.

Cap. 28.

Vide ſupra cap. 31. & 40. in fine,





cum operatus fueris in illis, tranſibis ex vno in aliud capitulum, vt cum æſtimatione. Et & infra ca. 57.

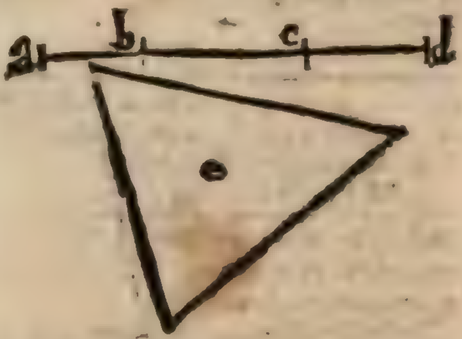
20. d. p̃. ℞. p̃. 32.
32. p̃. 20. cu. 1. 32.
Ag. ℞. p̃. 20. p̃. m̃. 16.

nota quod in figura a variat magnitudinem iuxta ſingulas regulas.

CAPVT LIIII.

De perpetua additione quantitatum.

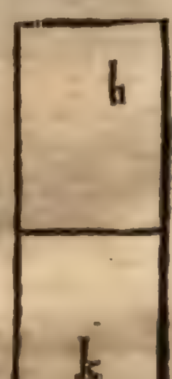
Dico quod ſi capias duas quantitates a b b c & iungas eas, & ſit producti b a in a c aggregatum à quadrato b c differentia ſuperficies e, dico quod ſi addatur a c tantum



quam parti c d æqualis b c quod differentia quadrati a c conuerſa ratione à producto c d in a d, & hoc ſemper procedet, id eſt poſita a d vna parte addemus æqualem a c, & fiet a c in aggregatum a d & ac differentia à quadrato ad idem e. oſtenſa prima patent reliquæ. Et ſemper fit commutatio, nam ſi in prima quadratum b c ſit maius eo quod ex a b in a c erit in ſecunda quod fit ex c d in a d maius quadrato a c. Quod ergo fit ex c b in ſe cum eo quod fit ex c a in ſe eſt æquale duplo quadrati c b in ſe, & duplo c b in a b, & quadrato a b quod etiam fit ex a b in a c, & c d in d a eſt æquale eiſdẽ quinque ſuperficiebus, igitur quadrata c b & c a ſunt ęqualia duabus ſuperficiebus a b in a c, & d c in d a, ſint ergo quadrata b c, c a ſuperficies f g, ita vt f ſit æqualis quadrato a c, g quadrato b c, ſuperficies autem h k æqualis a b in a c, & c d in d a, erit igitur vt demonſtratum k h æqualis f g, ſit autem h æqualis a b in a c, k autem ęqualis c d in d a; quantum igitur h excedit g tantum f k, vel contra quantum g excedit h tantum k excedit f, ſed differentia g & h ex ſuppoſito eſt e, igitur e eſt etiam differentia f & k, ſed f eſt æquale quadrato a c. & k producto ex c d in d a, igitur conſtat propoſitum.

Per 4. ſecundi Elem.
Per 1. ſecundi Elem.





Capvt LV.

Quæſtio generaliſſima, per quam ex tribus conditionibus vniuerſalibus ad vnam deuenimus quantitatem ſpecialem, & eſt admirabilis.

Est quantitas cuius latus ductum in reſiduum producti latus tanto maius eſt latere aggregari quanto reſiduum totius detractis duobus lateribus maius eſt hoc ipſo latere. Quantitas eſt 1. quad latus 1. poſ. reſiduum 1. quad. m̃. 1. poſ. latus igitur producti ℞. 1. cu. m̃. 1. quad habemus igitur 1. poſ. ℞. 1. cu. m̃. 1. quad. & 1. quad. m̃. ℞. 1. cu. m̃. 1. quad. & m̃. 1. poſ. quæ ſe æqualiter excedunt: igitur vt in proportionibus æqualibus multiplicatio, ita in exceſſibus coniunctio 1. quad. m̃. ℞. 1. cu. m̃. 1. quad. duplum erit ℞. 1. cu. m̃. 1. quad. Et ideò 1. quad. æquale triplo ℞. 1. cu. m̃. 1. quad. quod eſt ℞. 9. cu. m̃. 9. quad. Igitur 1. quad. quad. æquale 9. cu. m̃. 9. quad. & 1. quad. p̃. 9. æqualia 9. poſ. igitur res eſt $4\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $11\frac{1}{4}$. Aggregatum $31\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $911\frac{1}{4}$ detrahe $4\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $11.\frac{1}{4}$. Relinquitur aggregatum ſecundæ & tertiæ 27. m̃ ℞. 720. hanc diuide vt æqualiter ſe excedant, detrahe duplum $4\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $11\frac{1}{4}$ ex 27. m̃ ℞. 720. relinquuntur 18. m̃. ℞. 405. cuius ſume tertiam partem quæ eſt 6. m̃. ℞. 45. adde primæ habebis $10\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $101.\frac{1}{4}$, tertia fiet ſimili ex additione $16\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $281\frac{1}{4}$.

| $4\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $11\frac{1}{4}$
| $10\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $101\frac{1}{4}$
| $16\frac{1}{4}$ m̃. ℞. $281\frac{1}{4}$

Qvæstio II.

Linea a b eſt decem diuiſa in quatuor quantitates æqua proportione & differentiæ illarum, ſimul iunctę ſunt quinque. Sit igitur



a e 1. & c d. 1. poſ. d e erit 1. quad. & e b 1. cu. Et quia ex regulis generalibus quantitatum differentiæ a c, c d, d e, e b, ſunt æquales differentiæ a c & e b, in quotuis quantitatibus quolibet modo, & ordine ſumptis erit differentia a c a b c b ad a b 1. cu. m̃. 1. ad 1. cu. p̃. 1. quad. p̃. 1. poſ. p̃. 1. igitur dupla, quare 1. cu. p̃. 1. quad. p̃. 1. poſ. p̃. 1. æqualia 2. cu. m̃. 2. & 1. cu. æqualis 1. quad. p̃. 1. poſ. p̃. 3. & eſt in capitulo & clarum. Habebimus ergo aggregatum 1. cu. p̃. 1. quad. p̃. 1. poſ. p̃. 1. at nos volebamus non illud, ſed 10. dicemus ergo ſi a b aggregatum eſſet 10, quanta eſſet a c, duc 10. in 1. fit 10. diuide per aggregatum, exibit quantitas a c in linea a b quæ eſt 10. & ea quantitas ducta per rem producet c d, eadem ducta in rem producet d e deductis a e, c d & d e ex a b, relinquetur nota etiam b e.

Qvæstio III.

Quod ſi dicat differentias a c & c d, itemque d e & e b eſſe quinque cum tota a b ſit decem: ponemus vt prius, & erunt differentiæ c d & e a 1. poſ. m̃. 1. & e b & e d 1. cu. m̃. 1. quad. igitur 1. cu. p̃. 1. quad. p̃. 1. poſ. p̃. 1. ſunt dupla 1. cub. m̃. 1. quad. p̃. 1. poſ. m̃. 1. Quia ergo 1. cub. p̃. 1. quad. ſe habet ad 1. poſ. p̃. 1. vt 1. cu. m̃. 1. quad. ad 1. poſ. m̃. 1. nam vtriuſque proportio eſt 1. poſ. erit permutando 1. cu. p̃. 1. quad. ad 1. cu. m̃. 1. quad. vt 1. poſ. p̃. 1. ad 1. poſ. m̃. 1. igitur iungendo erit proportio 1. cu. p̃. 1. quad. p̃. 1. poſ. p̃. 1. ad 1. cu. m̃. 1. quad p̃. 1. poſ. m̃. 1. vt 1. poſ. p̃. 1. ad 1. poſ. m̃. 1. At illa proportio fuit dupla, duplum igitur eſt 1. poſ. p̃. 1. ad 1. poſ. m̃. 1. & 1. poſ. p̃. 1. æqualis 2. poſ. m̃. 2. igitur 1. poſ. æqualis 3. proportio igitur quantitatum tripla eſt. Erunt igitur quantitates 1. 3. 9. 27. tota igitur a b eſt 40. At nos ſupponimus eam eſſe decem ſolum, igitur cum 40. ſit quadruplum ad 10 erunt a c, c d, d e, e b, quarta pars 1. 3. 9. 27. Quare erunt $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$ $2\frac{1}{4}$. $6\frac{3}{4}$. Et differentiæ $\frac{1}{4}$ & $\frac{3}{4}$ & $2\frac{1}{4}$ & $6\frac{3}{4}$ ſunt 5. 1. $1.\frac{1}{2}$ & $4\frac{1}{2}$.

Ideo nota quod aggregatum quatuor quantitatum, ad aggregatum illarum duarum differentiarum proportionem habet quam proportio ipſa monade addita habet ad proportionem ipſam detracta vnitate, vt ita liceat latinè loqui tamen. Velut 8. 12. 18. 27. aggregatum 65. aggregatum differentiarum 13. proportio quintupla; & eſt vt $2\frac{1}{2}$ ad $\frac{1}{2}$, eſt autem $2\frac{1}{2}$ 1. p̃. proportione ſexquialtera, quæ ſcribitur $1\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{2}$ m̃. eadem proportione. *Coroll. 1.*

Ex hoc etiam ſequitur, quod cum proportio aggregati ad duas differentias primæ & ſecundæ, itemque tertiæ & quartæ fiat detracta & addita monade ad proportionem partium, & in omnibus quantitatibus eadem maneat, quòd ſi voluero aliquam proportionem, vtpote nonuplam inter aggregatum quantitatum & duarum differentiarum accipiam. 1. m̃. in proportione. 1. octuplam, & accipiam partem octauam 2. & eſt $\frac{1}{4}$ cui addam 1. & eſt $1\frac{1}{4}$, & hæc erit proportio ſcilicet ſexquiquarta, etſi voluero decuplam aufero 1. fit nonupla, & capio nonam partem 2. quæ eſt $\frac{2}{9}$ & ei addo 1. fit $1\frac{2}{9}$ proportio 1. ſuperbipartiens duas nonas, & ſi voluero ſupertripartientem decimas. 1. $1\frac{3}{10}$ inter quantitates vt habeam proportionē aggregati ad aggregatum, vt 23. ad 3. & habebis quantitates vt vides, ideo detrahe 3. à 23. relinquitur 20. diuide 2. per 20 exit $\frac{1}{10}$ ſumo triplū, & eſt $\frac{3}{10}$, cui addo 1. & fit $1.\frac{3}{10}$. proportio partium quæſita & idem in aliis. *Coroll. 2.*

Quantit.	1000
	1300
	1690
	2197
Ag.q.	6187
Ag.d	807
Propor. 23	ad 3

Quantitatum proportiones ad aggregatum manent eadem dico ad aggregatum differentiarum omnium, & primæ & tertiæ, & ad differentiam ſecundæ à tertia: Et tamen vna eſt facillima inuentu, ſcilicet ad differentiam primæ & ſecundæ & tertiæ & quartæ, alia difficilima, ſcilicet ad aggregatum omnium, vt viſum eſt in quæſtione *Corol. 3.*

 ſecunda,

ſecunda, alia fermè impoſſibilis ſcilicet ad differentiam ſecundæ & tertiæ. Nam cum proportio ad aggregatum omnium ſit vt vides, & ſimillter ad aggregatum duarum differentiarum detracta vna ab alia, ſeu in prima poſitione relinquetur proportio aggregati ad differentiam ſecundæ & tertiæ vt 1. cu. p̃. 1. quad. p̃. 1. poſ. p̃. 1. ad 1. quad. m̃. 1. poſ. & ita fiet æquatio cubi rerum &

1 cu. p̃. 1. quad. p̃. 1. poſ p̃. 1. 1. cu. m̃. 1. quad. p̃. 1. poſ. m̃. 1.
1. cu. p̃. 1. quad. p̃. 1. poſ. p̃. 1. 1. cu. m̃. 1.
1. cu. p̃. 1. quad. p̃. 1. poſ. p̃. 1. 1. quad. m̃. 1. poſ.

& numeri æqualium quadratis: quantum ad generalem modum.

Quia verò proportiones ſe habent inuicem vt 1. poſ. 1. quad. & 1. cu. proportionis, proportio enim ſecundæ ad primam eſt ſimplex & vna, & tertiæ ad ſecundam vt quad. & quartæ ad tertiam vt cubus. Velut vides in exemplo, differentiæ vero ſunt in eadem proportione: Ideo ſi quis dicat diuide 10. in quatuor quantitates, quarum proportio differentiarum extremarum ſit tripla ad mediam facile inuenies, nam habebis 1. cu. m̃. 1. quad. p̃. 1. poſ. m̃ 1. tripla ad 1. quad. m̃. 1. poſ. diuide per 1. poſ. m̃ 1. habebis 1. quad.

8. 12. 18. 27.
$1\frac{1}{3}$ 4 $3\frac{1}{3}$
4 6 9

p̃. 1. æqualem 3 poſ. igitur res eſt $1\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $1\frac{1}{4}$, hæc erit proportio quantitatum iuxta quam diuidemus poſtea 20. & ſemper differentia primæ à ſecunda & tertiæ à quarta, tripla erit differentiæ ſecundæ à tertia.

Qvæstio IV.

Iuxta quam faciemus quatuor quantitates in continua proportione quarum differentia ſecundæ à tertia ſit 2. & primæ à ſecunda, & tertiæ à quarta 6. Erunt igitur illæ differentiæ in ea proportione, vtpote $1\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $1\frac{1}{4}$ | $3\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $11\frac{1}{4}$ 9. m̃. ℞. 80. Sed media differentia non eſt 2. dic ergo ſi $3\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $1\frac{1}{4}$ eſſet 2. quid erit $1\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $1\frac{1}{4}$ & 9. m̃. ℞. 80. Duc. 2. in eas quantitates, fient vt vides: diuide eas per $3\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $11\frac{1}{4}$, & eſt vt multiplices per binomium omnia fietque

3. m̃. ℞. 5. 18. m̃. ℞. 320.
$3\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $11\frac{1}{4}$ $3\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $11\frac{1}{4}$

diuiſor. 1. & eſt ac ſi non diuideres quantitates, ergo erunt vt vides, ſed hæ ſunt differentiæ quantitatum. Pones ergo primam 1. poſ. ſecundam 1. poſ. p̃. 3. m̃ ℞. 5. tertiam 1. poſ. p̃. 5. m̃. ℞. 5. quartam 1. poſ. p̃. 8. duc primam in vltimam fiunt 1. quad. p̃. 8. poſ. æqualia ductui ſecundæ in tertiam, qui eſt 1. quad. p̃. 8. poſ. m̃. poſ. ℞. 20. p̃. 20. numero m̃. ℞. 320. Igitur poſ. ℞. 20. æquantur 120.

1.
3. p̃. ℞. 5. 2. 1. m̃ ℞. 5.

m̃. ℞. 328. diuide numerum per numerum poſitionum, erit rei æſtimatio ℞. 20. m̃. 4. Igitur quantitates erunt vt vides.

Et conſtat quod ſunt in continua proportione: nam ex prima in tertiam fit 6. m̃ ℞. 20. quod eſt quadratum ſecundæ. Et differentia primæ à ſecunda eſt 3. m̃. ℞. 5. &

℞. 5. m̃. 1.	1. poſ.
℞. 5. m̃. 1.	1. poſ. p̃. 3. m̃. ℞. 5.
℞. 5. p̃ 1.	1. poſ. p̃. 5. m̃. ℞. 5.
℞. 20. p̃. 4.	1. poſ p̃. 8.
℞. 180.	

tertiæ à quarta 3. p̃. ℞. 5. quæ iunctæ faciunt 6. & differentia ſecundæ à tertia eſt. 2. vt propoſitum eſt.

Capvt LVI.

De duabus quæſtionibus pulchris ſed impertinentibus.

CVm fuerint tres quantitates, & volueris eas diuidere in duos ordines quantitatum eiuſdem proportionis primum diuides ſecundum pro arbitrio. 1. mediam, quia innumeris modis poterit ſolui quæſtio, vt etiam ſub certa porportione quantitatibus vt libet variatis iuxta proportionis naturam, erunt ergo duo generales modi, ſcilicet quantitatis & proportionis. Sint ergo quantitates 5. 8. 13. Et proportionem aſſumamus duplam, erunt igitur 5. m̃. 1. poſ. 8.

5. m̃. 1. poſ. 8. m̃. 2. poſ. 13. m̃. 4. poſ.
65. p̃. ℞. quad. m̃. 33. poſ. 64. p̃. 4. quad. m̃. 32. poſ.
$4\frac{18}{19}$ $7\frac{15}{19}$ $12\frac{11}{19}$
Aggreg. Prim. Sec. Agg. 3. 5 \ 2 23 20 \ $\frac{6}{4}$ 13 36. | 32 $1\frac{7}{13}$ 13 / $2\frac{8}{13}$ $2\frac{7}{13}$ $1\frac{7}{26}$ $1\frac{411}{676}$ $1\frac{7}{13}$ $\frac{7}{26}$ $\frac{49}{676}$

m. 2. poſ. 13. m. 4. poſ. in continua proportione, quare vt vides extrema inuicem conueniunt

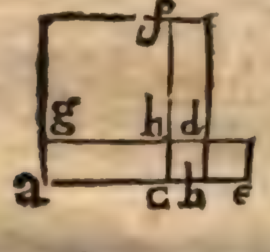
niunt ducta cum media in ſe, & abiecto numero quadratorum vtrinque qui ſemper erit idem erit 1. poſ. æqualis 1. igitur quantitates erunt 1. 2. 4. & reliquæ 4. 6. 9. & hic modus eſt facilis. Etenim ſi poſuiſſes in proportione quadrupla fuiſſent, vt vides. At ſi quantitates mediæ iam diſtinctæ ſupponantur. Velut in primo exemplo à latere vides. Duc. 5. primum aggregatum in 4. quadratum mediæ minoris fit 20. diuide per 13. aggregatum maiorum exit $1\frac{7}{13}$, detrahe inde 4. quadratum mediæ minoris ex 36. quadrato mediæ maioris relinquitur 32. diuide per 13. exit $2\frac{6}{13}$ detrahe ex 5. minore aggregato relinquitur $2\frac{7}{13}$, cuius dimidio in ſe ducto cum fiat $1\frac{411}{676}$ detrahes iam ſeruatum primum prouentum, & eſt $1\frac{7}{13}$ relinquetur $\frac{49}{676}$ cuius ℞. $\frac{7}{26}$ addita vel detracta ab $1\frac{7}{26}$ dimidio reſidui minoris aggegati oſtendit partes 1. vel $1\frac{7}{13}$. Igitur partes erunt ſe-

* 1.	2.	4.			
4.	6.	9.			
$\frac{20}{11}$	2.	$\frac{13}{5}$			
$\frac{45}{11}$	6.	$\frac{52}{11}$			
5.	4. m̃.	1.	poſ.	13.	
	4. p̃.	1.	poſ.		

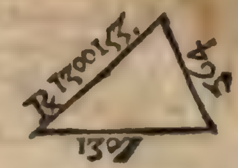
cundum primam æſtimationem 1. 2. 4. & 4. 6. 9. & iuxta ſecundam. Quod ſi aggregata ſint mutua 1. vt prima cum tertia coniungatur, erunt gratia exempli 8. & 2. & 6. & 10. peruenies ad notitiam eodem modo 4. 2. 1. & 4. 6. 9. & $\frac{4}{5}$ 2. 5. & $7\frac{1}{5}$ 6. 5. & ideo duplex ordo videtur ex his haberi.

REGVLA SEGVNDA Pomponij de Bolognetis.

Sint duæ lineæ a b & b c gnomo, qui eſt differentia quadratorum c g f d, & producatur b c æqualis b c, dico quod rectan-



gulum ex a c differentia in a e aggregatum laterum eſt æquale gnomoni dicto. Nam ex Prima ſecundi Elementorum quod fit ex a c in a e, eſt æquale ei quod fit ex a c in ſe, & in c b & b c. Sed quod fit ex a c in ſeipſum eſt æquale quadrato g f, & quod fit ex a c in b c eſt æquale rectangulo c g ex diffinitione data in initio Secundi Elementorum: & quod fit ex a c in b e eſt æquale rectangulo d f, quia b e eſt æqualis c h, etenim ſuppoſita eſt æqualis b c & d f eſt æquale a b, ex his quæ dicta ſunt in Primo Elemento- *Propoſ. 43.* rum, igitur liquidò patet propoſitum.



1307. | 564.

1708249 | 318096.
318096 |

℞. 1390153 | 1307.

564.

1871.
743.

5613.
7484.
13097.

1390153.

975342.
975342.

1950684.
3901368.
292602640.
487670140.

6827394 00.
8778078 160.

951292016964.
1600.

951292018564.

Cum ergo ſoleamus inuenire ex baſi orthogonij & altero latere reliquum latus hoc modo, ſit latus recto oppoſitum 1307. alterum 564. ducuntur in ſe, & fiunt 1708249. & 318096. detrahe vnum ex altero fit 1390153. cuius ℞. eſt alterum latus. Sed ex præcedenti demonſtratione longe breuius iunge 564. et 1307. fiunt 1871. detrahe etiam vnum ex altero fit 743. duc. 743. in 1871. fiunt vt ſuprà.

In hac operatione ingrediuntur figuræ 43. in priore autem figuræ 72. Maius etiam eſt diſcrimen & licentia errandi maior in maioribus numeris. At verò ex demonſtratione ſimili poterimus iungere latera, nam ſi magna ſint ambo, vt pote 975342. & 975362. ducemus maiorem in ſe & duplicabimus, & ei addemus quadratum differentiæ, habebimus quadratum lateris oppoſiti angulo recto. Fit ergo hæc operatio tota cum 75. figuris, at alio modo 120. figuris indiget. Præterea operationes addendi in hac ſunt 16. in alia 34. quod ſi quantitas minor parua ſit, & differentia magna erit, tunc ordinarium modum ſequemur.

Modus multiplicandi noſter vt 87. in 89. duc 90. in 90. proximum denarium fit 8100. duc defectum ſeu differentiam, in differen-

tiam

tiam fit 3. totum 8103. iunge 3. & 1. fit 4. duc in 90. fit 360. detrahe ex 8103. relinquitur 7743. ſi verò volueris ducere 87. in 93. duc 90. in 90. fit 8100. duc 3. in ſe fit 9. detrahe ab 8100. relinquitur 8091. Duc tertio 88. in 94. duc 90. in 90. fit 8100. duc 2. minus in 4. excelſum fit 8. detrahe ex 8100 relinquitur 8092. detrahe 2. minus à 4. plus fit 2. plus, duc in 90. fit 180 adde ad 8092. fit 8272. Duc demum 49. in 93. duc 50. in 90. fit 4500. Et 1. in 3 fit 3. detrahe, habes 4497. duc in 50. fit 90. duc 3. in 50. fit 150. detraho 90. a 150. relinquitur 60. adde ad 4497. habes 4557. vel ducas 47. in 88. duc 90. in 50. fit 4500. duc 3. in 2. fit 6. iunge fiunt 4506. duc 3. in 90. fit 270. & 2. in 50. fit 100. iunge fiunt 370. detrahe ex 4506. relinquuntur 4136. ſemper autem oportebit duo iungere tantum aut quatuor aut duo iungere & duo minuere. Et vtilis eſt ad ſupputationem quę mente ſola fit.

Capvt LVII.

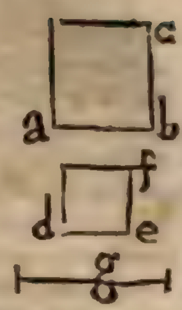
De tractatione æſtimationis generalis capituli cubi æqualis rebus & numero.

Cap. 40. in fine, & 53 in fine,

IAm docuit te quod æſtimatio generalis capituli cubi æqualis rebus & numero non eſt habita, neque per regulam generalem neque ſpecialem, niſi per illam, vt inuenias quantitatem quæ ducta in ſecundam, producat numerum æquationis, & illa ſecunda quantitas gerit vicem gnomonis, & ſit prima radix ſeu latus aggregati ex numero rerum, & ſecunda illa quantitate inuenta. Et eſt hoc ſecundum naturam (vt dixi) quia linea ponitur latus aggregati duarum ſuperficierum quadratarum, & ideo erit oppoſita angulo recto à lateribus illorum duorum quadratorum contento. Et dixi iam quod hæc quantitas deſcribitur, vt in exemplo cubi æqualis 20. rebus p̃. 32. ſic 32. p̃. 20. c. p̃. 32. 1. producens 20. cum producente 32. ſeu melius ℞. 20. p̃. d. 32. id eſt ℞. 20. p̃. diuiſo 32. per ipſam radicem. Aliter ℞. 20. f. 32. id eſt ℞. 20. cum fragmento 32. ſupple per eandem radicem diuiſi. Fragmentum enim eſt quod ex diuiſione prodit. Hoc igitur nomine vtemur deinceps ſi cui aliorum aliquid arrideat, vel etiam nouum imponat, modo res conſtet non grauabor. Igitur ℞. 20. f. 32. eſt æſtimatio cubi æqualis 20. rebus p̃. 32. numero vt dictum eſt.

Per 47. primi Elem.

Dico ergo primum quòd hæc æſtimatio non poteſt eſſe, neque ex natura binomij, niſi vt mutantur neque reciſi ſint a b c & d e f quadrata illa, & a c numerus rerum d f, quod prouenit diuiſo numero per g rem ipſam: quia ergo g ſi eſt binomium d e f eſt reciſum, igitur cum a b c ſit numerus, erit aggregatum ex a b c & d e f reciſum, igitur latus eius eſt reciſum: non ergo g fuit binomium, & ſi ponas quod g ſit reciſum, erit d e f binomium & aggregatum a b c, d e f binomium, igitur latus eius binomium primum & non reciſum.



Ex 54. decimi Elem. & ſequent.

Cap. 25. Ar. mag. Car.

Cum igitur cubus æqualis rebus & numero, vt in exemplo præcedenti, vt ſupra viſum eſt habeat æſtimationem ℞. 17. p̃. 1. & hoc eſt binomium, & neceſſe eſt vt ſit ℞. 20. f. 32. diuido 32. per ℞. 17. p̃. 1. & ſufficit ducere ℞. 17 m̃. 1. in 2. fit ℞. 68. m̃. 2. quod additum ad 20. efficit 18. p̃. ℞. 68. & ita vides quod redit ad binomium, cuius ℞. eſt ℞. 17. p̃. 1 rei æſtimatio, conſtat ergo quòd nullum reciſum poteſt eſſe eiuſmodi: neque etiam binomium cuius prima pars ſit numerus, nam fragmentum erit neceſſariò cum ſecunda parte m̃. & ℞. igitur totum eſſet reciſum. Eſt igitur quærenda quantitas eius generis vt diuiſo numero per eam illius poſſit eſſe radix, & conſtat in binomio quinto (vt dixi) & in ſecundo ſit ℞. 12. p̃. 3. vt ſuprà volo inuenire cubum æqualem rebus & numero, fac vt in regula de modo, & videbis quod ſolum conuenit ſecundo binomio, & quinto. Regula ergo de modo duplica numerum æquationis ſeu æſtimationis habitæ, & duc vtrumque in ſe & differentiam adde quadrato ℞. æſtimationis, & habebis numerum rerum. Inde accipe ℞. quadrati rei & ab ea minue differentiam numeri rerum, & numeri quadrati rei, & hoc duc in rem ipſam, & producetur numerus æquationis. Exemplum proponitur ℞. 7. p̃. 2. pro æſtimatione duplica 2. fit 4. duc 2 & 4. in ſe fiunt 16. & 4. quorum differentia eſt 12. adde 7. quadratum ℞. 7. fit 19. numerus rerum. Inde accipio ℞. 112. quadrati ℞. 7. p̃ 2. & ab ea minue 8. differentiam 19. numeri rerum, & 11. numeri quadrati ℞. 7. p̃. 2. nam ducta in ſe producit 11. p̃. ℞. 112. igitur numerus illius quadrati eſt 11. hanc ergo differentiam minue à ℞. 112. iam ſeruatam, & eſt ℞. quadrati rei fiet ℞. 112. m̃. 8. duc in rem quæ eſt radix 7. p̃. 2. habebis numerum 12. igitur 1. cu. æquatur 19. rebus p̃. 12 numero. Conſtat verò quod æſtimatio non poteſt augeri, nec minui ſtante numero rerum & æquationis eodem, nam ſi augeatur quod exit minuitur, igitur & ℞. aggregati quæ eſt res, & ſi minuitur quod exit, augetur igitur & ℞. aggregati quæ eſt res & ita dum augetur minuitur, & dum minuitur augetur quod eſſe non poteſt. Conſtat etiam quod talis æſtimatio eſt communis binomio cubico inuento in parte capituli, & binomio ſuperficiali hic declarato & communis quantitas eſt æſtimatio generalis.

Cap. 4.

Capvt

Capvt LVIII.

De communi quantitate duabus incommenſis quot modis dicatur.

SVnt ergo iam notæ duæ æſtimationes cubi æqualis rebus & numero, vna in parte maiore numeri, & eſt binomij cubici, alia in parte minoris numeri binomij ex ℞. quadratis ſecundi vel quinti, & communis æſtimatio quæ non poteſt eſſe incommenſis, eſſent enim inter ſe commenſæ, & quarta ſcilicet quæ intelligitur in parte minoris numeri, deficere igitur commune oportet vt dicatur per coniunctionem. Sint igitur a b & b c incommenſæ, & ſint



℞. 8. p̄. 2. | ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 2.

coniunctæ ita vt medium earum ſit d id eſt aggregati, vt gratia exempli, a b ſit ℞. 8. p̄. 2. & b c ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 2. Poſtquàm igitur non poteſt eſſe communis æſtimatio per commenſum commune: ita enim eſſent eiuſdem naturæ inter ſe, aut erunt ergo per viam additionis & detractionis vt ſit a d, igitur a d erit ℞. 2. p̄. 1. p̄. ℞. cu $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. cu $\frac{1}{4}$ quare b d erit ℞. 2. p̄. 1. m̄. ℞. cu. $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. cu $\frac{1}{4}$ quam conuenit addere quadrinomio, & ita potuiſſemus ab initio inuenire a b & b c, ſicut duo hæc quadrinomia eiuſdem generis. Ponamus rurſus quod primum inuentum gratia exempli, ſit a e quod addat ſuper a b ℞. cu. 2. vt eam oporteat detrahere, aut ſit minus e c in ℞. cu. 2 igitur oporteret inuenire a e & e c prius quæ ſunt inæquales, & vna eſt quantitas trinomia alia ℞. cu. ſimplex, hoc autem abſurdum, ideò via operationis nulla eſt. Neceſſe eſt igitur vt ſit quantitas communis genere non a b nec b c, & hoc eſſe poteſt, nam animal eſt commune homini & aſino & boui & equo, ita a b & b c continentur ſub communi aliqua quantitate, quæ donec communis eſt omnibus habet ſolam eam proprietatem, quod cum diuiditur numerus ſimplex æquationis, per illam ipſam eſt ℞. numeri rerum cum eo quod prodit. Huic accidere poteſt vt ſit numerus, vt binomium ſecundi & quinti generis: vt ſit ℞. cu. binomia ſimplex, vt hic vel binomij cum ſuo reciſo, vel vt ſit alia quantitas ſemper cum illa proprietate. Diuidamus ergo 16. per ℞. 8. p̄. 2. exit ℞. 128. m̄. 8. addo ad 20. fit 12. p̄. ℞. 128. quadratum ℞. 8. p̄. 2. nam cubus fuit æqualis 20. rebus 2. exit ℞. cu. 16. m̄. 2. p̄. ℞. cu 4. hoc adde ad 6. numerum rerum fit ℞. cu. 16. p̄. 4. p̄. ℞. cu. 4. & hoc eſt quadratum ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 2. Commune eſt ergo vt vides in vtraque diuiſione prodire reciſum, quod additum numero rerum, tranſeat in naturam ſimilem quadrato rei: numerus igitur rerum mutat naturam eius, quod prouenit ex diuiſione numeri æquationis per rem.

Capvt LIX.

De ordine & exemplis in binomijs ſecundo & quinto.

CVm ſemper incrementum numeri, & primus numerus incipiat à ℞. primi numeri rerum, & dimidium eius ℞. ſit ſecunda pars binomij ſtabilis, quæ eſt numerus æſtimationis & primæ partis quadratum incipit à quarta parte primi numeri rerum & inde tam numerus rerum quam etiam incrementa quadratorum primæ partis binomij, quæ eſt ℞. augeantur per monades: quæ facilius patent in ſuppoſitis exemplis primis quatuor, cum quintum ſit extra ordinem manente æſtimatione, velut in tertio exemplo primus numerus rerum eſt 9. cuius ℞. eſt 3. à quo incipit primus numerus æquationis, & eius dimidium eſt 1. $\frac{1}{2}$ pars ſecunda æquationis, quæ remanet immobilis, & prima quæ eſt ℞. 2 $\frac{1}{4}$ cuius quadratum eſt quarta pars primi numeri rerum, id eſt 9. Et augentur talia quadrata poſt modum per monadem, ſeu vnum, vt etiam numerus rerum, vt in figura vides.

Exemplum primum incrementi per 1.

1 cu. 0 p̄. 1. poſ. ℞ $\frac{1}{4}$ p̄: $\frac{1}{2}$
1 cu. 1 p̄. 2. poſ. ℞. 1 $\frac{1}{4}$ p̄: $\frac{1}{2}$
1 cu. 2 p̄. 3. poſ. ℞. 2 $\frac{1}{4}$ p̄: $\frac{1}{2}$
1 cu. 3 p. 4. poſ. ℞. 3 $\frac{1}{4}$ p̄: $\frac{1}{2}$
1 cu. 4 p̄. 5. poſ. ℞. 4 $\frac{1}{4}$ p̄: $\frac{1}{2}$
1 cu. 5 p̄. 6. poſ. ℞ 5 $\frac{1}{4}$ p̄: $\frac{1}{2}$
1 cu. 6 p̄. 7. poſ ℞. 6 $\frac{1}{4}$ p̄: $\frac{1}{2}$
1 cu. 7 p̄. 8. poſ ℞. 7 $\frac{1}{4}$ p̄: $\frac{1}{2}$
1 cu. 8 p̄. 9. poſ. ℞. 8 $\frac{1}{4}$ p̄: $\frac{1}{2}$
1 cu. 9 p̄. 10. poſ. ℞ 9 $\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{1}{2}$
1 cu. 10. p̄. 11. poſ. ℞. 10 $\frac{1}{4}$ p̄: $\frac{1}{2}$
1 cu. 11 p̄. 12. poſ. ℞. 11 $\frac{1}{4}$ p̄: $\frac{1}{2}$
1 cu. 12 p̄. 13. poſ. ℞. 12 $\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{1}{2}$
1 cu. 13 p̄. 14. poſ. ℞. 13 $\frac{1}{4}$ p̄: $\frac{1}{2}$
1 cu. 14 p̄. 15. poſ. ℞. 14 $\frac{1}{4}$ p̄: $\frac{1}{2}$
1 cu. 15 p̄. 16. poſ. ℞. 15 $\frac{1}{4}$ p̄: $\frac{1}{2}$
1 cu. 16 p̄. 17. poſ. ℞. 16 $\frac{1}{4}$ p̄: $\frac{1}{2}$
1 cu. 17 p̄. 18. poſ. ℞. 17 $\frac{1}{4}$ p̄: $\frac{1}{2}$

Exemplum ſecundum increment iper 2.

1 cu. 0 p̄. 4. poſ. ℞. 1. p̄. 1
1 cu. 2 p̄. 5. poſ. ℞. 2. p̄. 1.
1 cu 4 p̄. 6. poſ. ℞. 3. p. 1.
1 cu. 6 p̄. 7. poſ. ℞. 4. p̄. 1
1 cu. 8 p̄. 8. poſ. ℞. 5. p̄. 1.
1 cu. 10 p̄. 9. poſ. ℞. 6. p̄. 1
1 cu. 12 p̄. 10. poſ. ℞. 7. p̄. 1.
1 cu. 14 p̄. 11. poſ. ℞. 8. p̄. 1.
1 cu. 16 p̄. 12. poſ. ℞. 9. p̄. 1.
1 cu. 18 p. 13. poſ. ℞. 10. p̄. 1.
1 cu. 20 p. 14. poſ. ℞. 11. p. 1.
1 cu. 22 p. 15. poſ. ℞. 12. p. 1.
1 cu. 24 p. 16. poſ. ℞. 13. p. 1.
1 cu. 26 p̄. 17. poſ. ℞. 14. p̄. 1.

1 cu. 26 p̃. 17. poſ. ℞. 14. p̃. 1.
1 cu. 28 p̃. 18. poſ. ℞. 15. p̃. 1.
1 cu. 30 p̃. 19. poſ. ℞. 16. p̃. 1.
1 cu. 32 p̃. 20. poſ. ℞. 17. p̃. 1.
1 cu. 34 p̃. 21. poſ. ℞. 18. p̃. 1.

Exemplum tertium incrementi per 3.

1 cu. 0 p̃. 9. poſ. ℞. 2 $\frac{1}{4}$ p̃: 1 $\frac{1}{2}$
1 cu. 3 p̃. 10. poſ. ℞. 3 $\frac{1}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$
1 cu. 6 p̃. 11. poſ. ℞. 4 $\frac{1}{4}$ p̃: 1 $\frac{1}{2}$
1 cu. 9 p̃. 12. poſ. ℞. 5 $\frac{1}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$
1 cu. 12 p̃. 13. poſ. ℞. 6 $\frac{1}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$
1 cu. 15 p̃. 14. poſ. ℞. 7 $\frac{1}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$
1 cu. 18 p̃. 15. poſ. ℞. 8 $\frac{1}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$
1 cu. 21 p̃. 16. poſ ℞. 9 $\frac{1}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$
1 cu. 24 p̃. 17. poſ. ℞. 10 $\frac{1}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$
1 cu. 27 p̃. 18. poſ. ℞. 11 $\frac{1}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$
1 cu. 30 p̃. 19. poſ. ℞. 12 $\frac{1}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$
1 cu. 33 p̃. 20. poſ. ℞. 13 $\frac{1}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$
1 cu. 36 p̃. 21. poſ. ℞. 14 $\frac{1}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$
1 cu. 39 p̃. 22. poſ. ℞. 15 $\frac{1}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$
1 cu. 42 p̃. 23. poſ. ℞. 16 $\frac{1}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$
1 cu. 45 p̃. 24. poſ. ℞. 17 $\frac{1}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$
1 cu. 48 p̃. 25. poſ. ℞. 18 $\frac{1}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$
1 cu. 51 p̃. 26. poſ. ℞. 19 $\frac{1}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$

Exemplum quartum incrementi per 4.

1 cu. 0 p̃. 16. poſ. ℞. 4. p̃. 2.
1 cu. 4 p̃. 17 poſ ℞. 5. p̃ 2.
1 cu. 8 p̃. 18. poſ. ℞. 6. p̃. 2.
1 cu. 12 p̃. 19. poſ. ℞. 7. p̃. 2.
1 cu. 16 p̃ 20. poſ. ℞. 8. p̃. 2.
1 cu. 20 p̃. 21. poſ. ℞. 9. p̃. 2.
1 cu. 24 p̃. 22. poſ. ℞. 10. p̃. 2.
1 cu. 28 p̃. 23. poſ. ℞. 11. p̃. 2.
1 cu. 32 p̃. 24. poſ ℞. 12. p̃ 2.
1 cu. 36. p̃. 25 poſ. ℞. 13. p̃. 2.
1 cu. 40 p̃. 26. poſ. ℞. 14 p̃. 2.
1 cu. 44 p̃. 27. poſ. ℞. 15. p̃. 2.
1 cu. 48 p̃. 28. poſ. ℞. 16. p̃. 2.
1 cu. 52 p̃. 29. poſ. ℞. 17. p̃. 2.
1 cu. 56 p̃. 30. poſ. ℞. 18. p̃. 2.
1 cu. 60. p̃. 31. poſ. ℞. 19. p̃. 2.
1 cu. 64 p̃. 32. poſ. ℞. 20. p̃. 2.

Exemplum quintum vbi res eadem eſt.

1 cu. 216 p̃. 0. poſ. 6.
1 cu. 210 p̃. 1. poſ. 6.
1 cu. 204 p̃. 2. poſ. 6.
1 cu. 198 p̃. 3. poſ. 6.
1 cu. 192 p̃. 4. poſ. 6.
1 cu. 186 p̃. 5. poſ. 6.
1 cu. 180. p. 6. poſ. 6.
1 cu. 174 p. 7. poſ. 6
1 cu. 168. p. 8. poſ. 6.
1 cu. 162 p. 9. poſ. 6.
1 cu. 156 p. 10. poſ. 6.
1 cu. 150. p. 11. poſ. 6.
1 cu. 144 p. 12. poſ. 6.
1 cu. 138 p. 13. poſ. 6
1 cu. 132 p. 14. poſ. 6.
1 cu. 126 p. 15. poſ. 6.
1 cu. 120 p. 16. poſ. 6.

Ex quibus ſequuntur quatuor corollaria.

Cor^m. 1. Ex hoc igitur ordine habemus primum quod oportet, vt cum dimidium ℞. ſit pars ſecunda æſtimationis, & ℞. ſit neceſſariò numerus par vel impar, vt ſecunda pars ſit numerus integer, aut numeri dimidium. Cor^m. 2.

Secundò, ſequitur quod capitulum non poteſt eſſe generale, quia primus numerus neceſſariò eſt quadratus, nam ſi non ſit cum incrementa fiant per radicem numeri, igitur vel primus numerus vt pote in tertio ordine erit integer & non quadratus, aut quadratus ſed non integer: ſi quadratus & non integer, igitur cum alij numeri rerum fiant per additionem continuam vnius, erunt omnes numeri rerum fracti, igitur non ſeruiet capitulum cubo æquali rebus integris & numero vlla ex parte quod eſt abſurdum. Sin autem fuerit numerus & non quadratus, igitur cum incrementa fiant per ℞. illius, nunquam prodibit numerus verus æquationis, & ita capitulum erit inutile.

Ex hoc ſequitur etiam quòd numquam numerus æquationis poteſt adeò augeri, ut quadratum dimidij eius ſit maius cubo tertię partis numeri rerum: nam tunc per primam regulam fieret ęſtimatio binomium cubicum: & per hanc regulam binomium quadratum, & ita unum æquale eſſet alteri, quod licet eſſe poſſit, vt in hoc exemplo ℞. v. cu. 20. p̃: ℞. 329. p̃. ℞. v cu. 20. m̃: ℞ 392. & eſt 2. p̃. ℞ 2. & 2. m̃. ℞ 2. quod eſt 4. non poteſt tamen continuari, & æſtimatio reſoluitur in numerum integrum. *Per vltimã decimi Element.* Cor^m. 3.

Cor^m. 4. Ex hoc habetur æſtimatio propoſito numero rerum & ęquationis inuenias omnia quadrata contenta ſub numero rerum, & ſuas ℞. cum quibus duces iſtas in differentiam numeri rerum, & numeri quadrati, & ſi producatur numerus æquationis. tunc differentiæ illius, & quartæ partis numeri quadrati inuenti ℞. eſt prima pars binomij, & dimidium ℞. illius inuentæ pars ſecunda binomij. Exemplum 1. cu. ęqualis eſt 30 p̃: 19. poſ. ſub 19 numero rerum continentur quadrati numeri, vt a latere vides: cum verò differentia 9. a ſingulis ſit ducta in ℞. numeri bifariam producitur 30. numerus ęquationis.

16 ——	4.	3.	12.
9 ——	3.	10.	30.
4 ——	2.	15.	30.
1 ——	1.	18.	18.

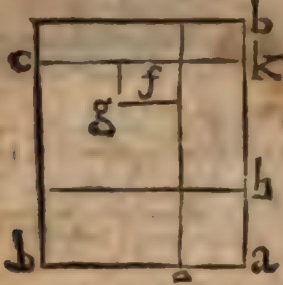
In poſteriore accipiemus 1. quartam partem 4. & addemus ad 15. differentiam fit 16. cuius ℞. quæ eſt 4. addito 1. conſtituit ęſtimationem 5. In priore addemus 2 $\frac{1}{4}$ quartam partem 9. ad 10. differentiam fit 12 $\frac{1}{4}$ cuius ℞. quæ eſt 3 $\frac{1}{2}$ addito 1 $\frac{1}{2}$ dimidio 3. ℞. 9. fit 5. vt prius rei æſtimatio.

Capvt LX.

Demonſtratio generalis capituli cubi æqualis rebus & numero.

ET cum ſit regula hæc quòd ad æſtimationem attinet ſpecialis, ideò etiam non mirum eſt ſi ſit etiam ſpecialis in modo inueniendi, cum ſupponat numerum quadratum. Ergo vt generaliter conſideretur

tur proponamus rem ipſam a b & eius quadratum a e, quod conſtat ex aliquo numero diuiſo per a b & prouentu addito numero rerum, numerus igitur diui-



ſus nunc ponatur ſuperficies a ideòque poterit eſſe maior & minor & æqualis ipſi a e proponatur primum quod ſit æqualis igitur quod prouenit erit b a latus & hoc eſt notum: quippe numerus notus ideò nota velut 1. cub. æqualis 25. p̄. 20. rebus res eſt 5. & æqualis 36. p̄. 30. rebus res eſt 6. Sit modo B D maior quadrato A C in D E, & ſit A C vnum, & quia E D erit quantum A D, & addita C D, conſtituit quadratum A C ex demonſtratis, ſi ergo adderetur ſola A F vt fieret A C eſſet numerus rerum ad vnguem E C, ſed quia additur D F plus conſtituatur F G æqualis F D, igitur ſuperficies E G C, erit numerus rerum putà 8. & ſuperficies b d eſt numerus ex ſuppoſito, & differentia earum erit 24. qui eſt dodrans 32. & triplum numeri rerum A B: & ideò E D fit ex eâ, id eſt vno, in A D ſeu A k cum adiecta k D igitur adiecto quadrato k D commune erit productum ex A B adiecta A D in k D monade addita æquale differentiæ numeri æquationis, & numeri rerum cum quadrato kd. Si vero proponatur B H numerus paruus, & qui erit A H & monade ducta in A H fit E H ſuperficies quæ adiecta numero rerum conſtituit quadratum A C, igitur numerus rerum eſt ſuperficies H C E, & ſit gratia exempli 18. & H B 8. igitur differentia erit 10. talis autem differentia eſt H C m̄. H E H c fit ex H k in A B, H E ex H a in A E. Igitur eſt diuiſa A k æqualis A B vt ex tota in vnam partem, altera detracta relinquatur 10.

Quando ergo ſuperficies diuidenda, & eſt numerus æquationis fuerit magna, tunc in pluribus ſtiſfaciet pars illa capituli iam inuenti per binomia ex ℞. cubicis, quandoque etiam non. Sed quando ſuperficies fuerit minor quadrato, non poterit. Poſtquam ergo ſupponimus monadem, illa nota eſt: & quia ſupponimus a k potentia etiam alogam capiamus, gratia exempli, quod ſit ℞. cu. 12. p̄. 2. cuius quadratum a c eſt ℞. cu. 144. p̄. ℞. cu. 768. p̄. 4. volumus ergo diuidere ℞. cu. 12. p̄. 2 vt ducta in vnam partem, & addita reliqua ſit æqualis 5. gratia exempli & alteri parti: Sit ergo pars vna 1. poſ. & erunt partes 1. poſ. & ℞. cu. 12. p̄. 2. m̄. 1. poſ. duc ergo 1 poſ. in ℞. cu. 12. p̄. 2. fiunt poſ. ℞. cu. 12. p̄. 2. & hoc eſt æquale ℞. cu. 12. p̄. 5. m̄. 1. poſ. quare poſ. ℞. cu 12. p̄. p̄. 3. æquabuntur ℞. cu. 12 p̄. 5. diuide numerum æquationis per numerum poſ. inueniendo reciſum ℞. cu. 12. p̄. 3. ſeu ℞. cub. 27. p̄. ℞. cu. 12. & eſt ℞. cu. 3 1/6 m̄. ℞. cu. 1 1/5 p̄. ℞. cu 2/1 duc in ipſum fit 6 1/2 ducito ℞. cu. 12. p̄. 5. per 1 — m̄. ℞. cub. 1 — p̄. ℞. cub. — Hoc igitur productum diuide per 6 1/2 exit res ipſa 1 1/11 p̄. ℞. cu. [illegible] m̄. ℞. cu. [illegible]. Hæc eſt vna pars, alia

1 1/6 m̄. ℞. cu. 1 1/5 p̄. ℞. cu. 2/1   5. p̄ ℞ cu 12.
7 1/2 p̄. 2. p̄. ℞. cu. 83 1/3 p̄. ℞. cu. 40 1/2   m̄ ℞ cu. 187 1/2 m̄. ℞. cu 18.
ſeu 9 1/2 p̄. ℞. cu. 5. 1/3 m̄. ℞. cu. 12.

igitur erit 1/11 p̄. ℞. cu. 12. p̄. ℞. cu. [illegible] m̄. ℞. cu. [illegible] ducta igitur ℞. cu. 12. p̄. 2. in 1 [illegible] p̄. ℞. cu [illegible] m̄. ℞. cu. [illegible] & a producto detrahendo [illegible] p̄. ℞. cu. [illegible] p̄. ℞. cu. 12. m̄ ℞. cu. [illegible] relinquetur 3 ad vnguem. Nos autem quærimus ſimul quod ex ducta a b, id eſt ℞. 12. p̄. 2. in h a, id eſt reſiduum quod fuit 1/11 p̄. ℞. cu. 12. p̄ ℞. cu. [illegible] m̄. ℞. cu. [illegible] fiat numerus. Et hæc erit quantitas.

Clarum eſt igitur quod problema conſtruitur hoc modo, & componitur ex regula de modo & poſitione: Inuenias quantitatem quæ poſſit diuidi in duas partes, vt ductum totum in vnam producat 3. gratia exempli, & in reliquam partem addito priore producat 8. pro exemplo. Quoniam ergo liquet quod genus æſtimationis illius eſt quantitas ex genere, vel forma diuiſæ vt ſuperius n eſt demonſtratum quod non licet diuidere niſi per quadrinomium in ℞. quadratis in cubicis per binomium aut trinomium analogum, vel per regulam ſpecialem, cum ergo in cæteris non liceat, dico quòd adeò ſunt notæ hæ quantitates vt illæ. Nam quod ad eſſentiam attinet ita aloga eſt ℞. 2. vt ℞. cu. 7. p̄. ℞. regula 3. m̄. ℞. ℞. 5. vel etiam totum hoc $\frac{\text{℞. cu 7 p̄. ℞. ℞ 3. m̄. ℞. ℞. 5.}}{\text{℞. cu. quad 10. p̄. ℞ 3 m̄ ℞. 2.}}$ Quòd ad propinquitatem attinet nihil refert cum perpetuo liceat appropinquare. Quo verò ad operationes illæ ſunt notiſſimæ, ideò propono eas. Sit ergo vt velim ℞. a/b capio ℞. numeratoris & denominatoris, & eſt ℞. b & ℞ a, & ſuperpono vnam alteri eodem ordine, &

habeo ℞. $\frac{a}{b}$ ℞. $\frac{a}{b}$ & ſimiliter $\frac{\text{℞. cu. a}}{\text{℞. cu. b}}$ & ita ℞. cu. $\frac{10.}{\text{℞. ℞. 5. p̄. ℞. cu. 2.}}$ $\frac{\text{eſt ℞. cu. 10.}}{\text{℞ v. cu. ℞ ℞ 5. p̄. ℞ cu. 2}}$

& ita volo ducere $\frac{\text{10.}}{\text{℞.℞.5.p̄.℞.cu.2.}}$ in $\frac{\text{℞.2.}}{\text{℞.R}^{u}\text{5.m̄.℞.℞.℞.2.}}$ fit $\frac{\text{℞.200.}}{\text{℞.℞.R}^{u}\text{1953125.p̄.}}$

$\frac{\text{℞.200.}}{\text{℞.cu.R}^{u}\text{4000. m̄.℞.℞.10.m̄.℞.℞.℞.cu.128.}}$ & ita diuidendo multiplicabimus in crucis modum, & habebimus $\frac{\text{℞.R}_{u}\text{500000.m̄.℞.℞.20000.}}{\text{℞.℞.20.p̄.℞.cu.℞.32.}}$ Et contrario modo contrario diuidendo. Et ita in additione $\frac{\text{℞.R}^{u}\text{500000.℞.℞.20.p̄.℞.cu.℞.32.m̄.℞.℞.20000.}}{\text{℞.R}^{u}\text{1953125.p̄.℞.cu.R}_{u}\text{4000.m̄.℞.℞.10.m̄.℞.℞.cu.128.}}$

& in detractione pariter $\frac{\text{℞.℞.20.p̄.℞.cu.℞.32.p̄.℞.℞.20000.m̄.℞.R}^{u}\text{500000.}}{\text{℞.℞.R}^{u}\text{1953125.p̄.℞.cu.R 4000.m̄.℞.℞.10.m̄.℞.℞.℞.cu.128.}}$

Hæc igitur eo vſque acta ſint.

SERMO

SERMO DE PLVS ET MINVS.

Li. de Aliza cap. 1.

ALiàs ſcripſimus quantum ex demonſtratione neceſſarium viſum fuit quod totum concludit quod m̃. in p̃. & in m̃. producit, m̃. ergo diuiſo m̃. per m̃. producitur modo p̃. de modo m̃. Vel ſi ſint duo m̃. diuiſa, poterunt prodeuntia eſſe p̃. & m̃. omnia verò quæ diuiduntur per p̃. ſunt ſimilia diuiſo, ideò diuiſo p̃. per p̃. producitur p̃. & diuiſo m̃. per p̃. exit m̃. quod patet ex multiplicationibus. Ex quatuor igitur membris tria nota ſunt: at ſi p̃. diuidatur per m̃. nihil exit, aliter ex m̃. in p̃. vel m̃. produceretur p̃. quod eſſe non poſſe demonſtratum eſt. Sed ſi diuiſor ſit m̃. adiunctum habens p̃. quod exit, ſe habet ad id quod exit diuiſo per p̃. tantum, vt ſe habet p̃. ad m̃. Veluti diuido 60. per 6. m̃. 1. poſ. & per 6. exit 10. quod ſe habebit ad 10. ſicut 6. ad 6. m̃. 1. poſ. vel 10. ſe habebit ad id quod exibit p̃. 10. vt 6. m̃. 1. poſ. ad 1. poſ. & hoc pendet ex demonſtrati & aſſumptis, vt dixi, ab Euclide in ſecundo elementorum propterea quod ad finem artis hac in parte conducit: dicemus ergo per regulam 4. quantitatum in eadem proportione quam vocant trium ſi 6. m̃. 1. poſ. ſeu re producit 1. rem quid producet 10. duc. 10. in 1. rem, fiunt 10. res, diuide per 6. m̃. 1. poſ. exeunt $\frac{10.\ res}{6.\ \tilde{m}.\ 1.\ re}$ Raphael au-

Prop. 7.

6. m̃. 1. poſ.	10. res
1 poſ.	6. m̃. 1. re

tem Bombellus Bononienſis contraxit hanc ad ℞. cub. Binomij & reciſi, quia non videbatur m̃. hoc vtile niſi pro perfectione cubi æqualis rebus & numero: ſed ibi eſt ℞. cu. l. duplex Binomij ſcilicet & ſui reciſi ideò rectè contraxit hoc m̃. ad illas duas conditiones ℞. cub. ſcilicet l. & Binomij cum ſuo reciſo, & quia in duobus rectè ſe geſſit: primum quod ſuppoſuit m̃. ſimplex nihil eſſe, neque vllis poſſe vel debere declarari: quod & verum eſt; & ideò negotiatur circa m̃. quod eſt ℞. illa cub. l. Binomij & ſui reciſi quæ ſemper eſt aliquid, quoniam omne Binomium cum ſuo reciſo æquale eſt duplo partis quod eſt plus, ideò non eſt minus ſimplex. Alterum eſt quod oſtendit tria illa capitula cubi numeri & rerum in plano per lineas rectas & ſuperficies ideò voluimus conſiderare illa quæ ſcripſit de hoc m̃. Nihilominus defecit grauiter in hoc quod non explicait quid intelligeret per p̃. m̃. & m̃. m̃. quæ italica lingua clarius explicantur p̃. di m̃. & m̃. di m̃. ſeu quod non animaduerterit, ſeu quod non poſſet niſi intellectu comprehendi ſed non imaginari: ſeu quod nimis difficile viſum ſit, certè multum auxit difficultatem rei, alioquin obſcuriſſimæ, prætermiſiſſe duas vix lineas Vt cumque explicuit rectè ſanè operationem terminorum, quod eſt alterum capitum præcipuorum, cum reliquum ſit notitia (& vt declaraui deductio ad numerum) illarum ſcilicet quantitatum. Propterea explicabimus quædam ſuppoſita ſparſim collecta circa hoc & repetam vnum antea breuiter explicatum & eſt.

p̃. di m̃. in m̃. di m̃. producit p̃. illorum autem ſingula in ſimile producunt m̃. 1.

Diuiſo p̃ per p̃. di m̃. exit m̃. di m̃. & per m̃ di m̃. exit p̃. di m̃. patet ex primo velut etiam quod diuiſo m̃. per p̃. di m̃. vel per m̃. di m̃. exit ſuum ſimile hoc eſt in primo p̃. di m̃. in ſecundo m̃. di m̃. 2.

In capitulo cubi æqualis numero & rebus, inquit, ſi fuerit cubus æqualis 15. rebus p̃. 4. duxerimus 5. tertiam partem numeri cuborum ad cubum fiet 125. & oporteat facere ex 4. duas partes, ex quarum ductu vnius in alteram fiat 125. tunc partes erunt 4. m̃. 125. quod eſt m̃. 121. quarum radices additæ & detractæ a 4. quadrato dimidij efficiunt 4. p̃. ℞. 121. & 4. m̃. ℞. 121. & ℞. cu. illarum iunctę efficiunt rem (& hoc 121. m̃. vocatur p̃. di m̃. cuius vt notum ℞. eſt 11.) & ita vna pars erit 2. p̃. 11. alia 2. p̃. m̃. 11. quarum ℞. cu. l. efficiunt rem quam conſtat eſſe 4. 3.

Quia dicit has ℞. cub. eſſe 2. p̃. di m̃. 11. & 2. m̃. di m̃. 11. quod ſi conſtaret haberemus intentum: nam 2. p̃. m̃. 1. & 2. m̃. di m̃. 1. iuncti faciunt 4. 4.

Quod antea dicit in hoc caſu eſt quod 2. p̃. di m̃. 1. habet ſuum quadratum 3. p̃. di m̃. 4. & cubum eſſe 2. p̃. di m̃. 11. Ex quo ſequitur quod ex 2. p̃. di m̃. 1. etiam ducto in 3. p̃. di m̃. 4. fiant 2. p̃. di m̃. 11. 5.

Pendet ex præcedenti nam 2. p̃. di m̃. 1. 6.

detracto 1. m̄ (per primum ſuppoſitum) à 4. quadrato 2. fit 3. p̄. & p̄. m̄. 4. propter decuſſatam multiplicationem.

7. p̄. ductum in aliam quantitatem in eodem ſtatu relinquit illam : m̄. autem mutat viciſſim, vt p̄. di m̄. in m̄. di m̄. & m̄. di m̄. in p̄. di m̄.

8. Poſt deducit 3. p̄. di m̄. 4. ad cubum duobus modis ſubſcriptis qui ad idem tendunt vel vt fiat quadratum & ex eo in 3. p̄. m̄.

---

3. p̄. di m̄. 4.
2. p. di m̄. 1.

---

6. p̄. di m̄. 11. m̄. 4.
hoc eſt 2. p̄. di m̄. 11.

---

4. ducto cubus 117. p̄. di m̄. 44. alter modus in ſecunda figura clarus eſt. Hic ſolum reſtant dubitationes quædam.

Prima cur velit quod p̄. m̄. 4. in p̄. m̄. 24. efficiat m̄. 96. dicet quod diſtinguit ſimplicia quæ producuntur à compoſitis vt compoſita à ſimplicibus in compoſita vt ſit prima regula p̄. vel m̄. in compoſita efficit m̄. compoſitum : ſecunda compoſita in compoſita efficiunt ſimplicia p̄. ſi diſſimilia, m̄. ſi ſimilia : tertia ſimplicia producunt

---

3. p̄. m̄. 4
3. p̄. m̄. 4.

---

9. p̄. m̄. 16. p̄. m̄. 24.
m̄. 7. p. m̄. 24.
3. p. m̄. 4.

---

m̄. 21. m̄. 96. p. di m̄. 72. m̄. di. m̄. 28.
m̄. 117. p̄. di. m̄. 44.

---

3. p. m̄. 4.
27.———16.———48. 144. m̄.
Detractum à 27. p. reſtant m̄. 117.

9———16. 25. cuius 13689.
cubus ♀ 15625.

1936.
44.

---

m̄. 117. p̄. di m̄. 44. vt prius.

---

2. m̄. 3.
2. m̄. 3.
13. m̄. 12.

ſimplicia m̄. ſuperante : quarta de m̄. in m̄. ſimplex non eſt hic quæſtio nec determinatio.

2. Dubitatio eſt longè maior, nam res ponitur 2. p̄. m̄. 1. ſeu pars rei vna in qua p̄. ſuperat m̄. & eius quadratum ponitur 3. p̄. di. m̄. 4. igitur m̄. ſuperat p̄. & hoc deſtruit totum Euclidem, nam quorum latera ſunt maiora, quadrata ſunt maiora, & contra vt de circulis & diametris. Et etiam quia duplum vnius partis in alteram ſuperaret quadratum partium quod etiam eſt contra Euclidem in ſecundo element. Ad hoc reſpondetur tripliciter. Primum quod etiam in vera multiplicatione & formatione quadrata habetur contrarium ordin. vt in 2. m̄. 3. quod eſt m̄. 1. vere quadrat. pars p̄. ſuperat m̄. aliter diceret quod hæc conſtitutio ſit contraria rectæ vt in illa augetur incrementum quadratorum ſupra rectangula partium, ita hic contra euenit, vel dic quod ſit commutatio quia in illa contingit quoniam m̄. in m̄. ſupponitur producere p. ob errorem in fabricatione quadrati : ſed verè vt demonſtratum eſt *initio huius* ♀ cu. m̄. in m̄. vel in p. producat m̄. vt di- *ſermonis.* ctum eſt, dicemus quod quadratum 2. m̄. 3. eſt 4. m̄. 21. & quadratum quod plus eſt 3. m̄. 2. eſt 9. m̄. 16. verè. Sed dices quomodo cum exuberet 1. p. ergo debet p. exuperare m̄. in 1. aut plus aut parte.

Tertia Dubitatio eſt quoniam neſcimus quæ quantitates veræ ſint quæ tot miracula faciunt, nec ipſe auſus eſt explicare nec reddere rationem huius rei.

Quarta, Quia non probat intentum ſcilicet quomodo ℞. cu.l. 2. p. m̄. 11 p.l. ℞. cu. 2. m̄. di m̄. 11. ſint quantitates quæ conſtituunt 4. ad vnguem. nam ſi ſupponatur quod ſint 2. p. m̄. 11. p. 2. m̄. m̄. 11. admittemus confici 4. ſed oportet oſtendere hoc tam in binomio quam in reciſo & conuerſo modo; & hoc per demonſtrationes corporeas in plano, vel per principia nota aut ſaltem oſtendere quod ſuppoſita non ſint abſurda aut ſenſu aut multitudine exemplorum aut finis perfectione; quorum nullum cum exhibuerit, magnam dubitationem de re ipſa reliquit ſeu de inuento. Ergo tranſgreditur bifariam in hac operatione geometricos limites. Primum cum detrahit 125. ex 4. & relinquit m̄. 121. ſecundum cum detrahit ℞. 121. ex 2. & ideò binomium appellat p̄. di m̄. & reciſum m̄. di m̄. vt in ſecundo. in tertio accipit ℞. cu. inuentorum & nota l. ligat eas, & pro ℞. 121. quadrata ponit 11. qui ductus in ſe producit 121. in quarto accipit ℞. cu. deſcriptas per notas ℞. cu. per numeros vt ſint 2. p̄. di m̄. 1. p̄. 2. m̄. di m̄. 1. quod eſt 4. vt in quinto. Hic ſunt difficultates. Prima, quoniam exemplum eſt de re quæ eſt eadem numero æſtimationis & ipſe non poſuit aliud. Secunda quoniam dicit quod 2. p̄. di m̄. 1. eſt. ℞. cu. l. 2. p. di m̄. 11. & ita 2. m̄. di m̄. 1. ℞. l. cu. 2. m̄. di m̄. 11. oportet oſtendere modum. Tertia

---

1. cu. æqualis 15. rebus p̄. 4.

1um
5 2
125———4
m̄. 121.

---

2. p̄. ℞. 121. 2. m̄. ℞. 121.

2um ℞. cu. 2. p̄. m̄. ℞. 121. &
℞. cu. 2. m̄. di m̄. ℞. 121.

3um ℞. cu. 2. p̄. di m̄. 11. p̄.
℞. cu. l. 2. m̄. di m̄.

4um 2. p̄. di m̄. 1. p̄.
2. m̄ di m̄. 1.

5um 4.

---

quid ſit tandem hoc m̄. vt pote 2. m̄. ℞. 121.

121. Quarta quid ſit in ſuperficie vel corpore.

Quod ad primum reſpondeo quod poſito 1. cu. æquali 21. rebus p̄. 20. erit cubus 7. 243. qui detractus à 100. relinquit m̄. 243. erunt ergo partes 10. p̄. ℞. 243. & 10. m̄. ℞. 243. & primum aduertendum quod cum vna pars ſit binomium altera reciſum, non tamen conſtat quæ ſit potius appellanda nomine binomij quæue reciſi & quoniam 243. non habet ℞. quadratam. ideò aſſumemus pro 2. 3. & 4. ſecundum,

$\frac{7}{141}$ m̄. 243. $\frac{10}{100}$

1um	Reciſ. binom. 10. p̄. m̄. ℞. 243. & binom. reciſ. 10. m̄ m̄. ℞. 243.
2um	℞. cu. l. 10. p̄. m̄. ℞. 243. p̄. ℞. cu. l. 10. m̄. m̄. ℞. 243.

Ergo pro hoc datur exemplum. Volo ℞. c. l. 52. p̄. di m̄. ℞. quadrata 2209. duco ad quadrata, fiunt 2704. & 2209. iungo fiunt 4913. accipio ℞. cu. quæ eſt 17. accipio numerum cuius quadratum ſit minus 17. & cubus maior 52. & eſt 4. duco in ſe fit 16. accipio ℞. 1. reſidui quæ eſt 1. ergo duco ℞. 1. in ſe, fit 1. duco in 4. aliam partem, fit 4. triplico, fit 12. detracto 12. ex 64. cubo 4. remanet 52. Igitur cum conueniat, erit ℞. cu. l. 52. p̄. di m̄. ℞. 2209. hæc 4. p̄. di m̄. 1. & manifeſtum eſt quod hæc operatio ortum habet à compoſitione cubi totius & quid ſit p̄. di m̄. Aliter quod in omnibus exemplis præſupponit quod partes reducantur ad quadrata quæ iuncta faciant numerum cubum, inde accipit numerum cuius cubus ſit maior prima parte binomij, & quadratum non ſit maius ℞. cu. aggregati inuenta. Quia ergo in hoc binomio ſupponitur quod aggregatum ſit numerus cubus & pars minor quadratum, non erit arduum inuenire in aliquibus ℞. cu. binomij in hoc caſu liquet quod oportet inuenire numerum cuius quadratum non ſit maius 7. cubus verò ſit maior 10. prima parte binomij, & ita diſcurrendo per numeros & binomia, poteris experiri ſi habeat conditiones quæ ſunt vt quadrata amborum conſtituant ℞. cu. aggregati: alterum vt cubus illius (& eſt vt diuidamus ℞. cu. illam in 2. partes communi more (quaſi eſſet numerus æſtimationis) deducto triplo eiuſdem quadrati in reciſum, remaneat prima pars binomij, & dat exemplum, vt ſint 8. p̄. di m̄. ℞. 232. $\frac{8}{27}$ harũ quadrata iuncta ſunt 296. $\frac{10}{27}$ cuius ℞. cub. eſt 6 $\frac{2}{3}$ & erunt partes ℞. 2. p̄. 1. cuius quadratum eſt 3 p̄. 8. quod detractum ex 6 $\frac{2}{3}$ relinquit 3 $\frac{1}{3}$ m̄. ℞. 8. ex cubo igitur primæ partis ℞. l. 2. p̄. 1. & eſt ℞. 1. 50. p̄. 7. deducto triplo ℞. 2. p̄. 1. in 3 $\frac{2}{3}$ m̄. ℞. 8. & eſt ℞. 50. m̄. 1. remaneat 8. nam palam eſt quod detracta ℞. 50. m̄. 1. ex ℞. 50. p̄. 7. remanet 8. Itaque conſtat (his tamen ſuppoſitis) quod latus cubi cum 8. p̄. di m̄. ℞. 232 $\frac{8}{27}$ eſt ℞. l. 2. p̄. 1. p̄. di m̄. ℞. l. 3 $\frac{1}{3}$ m̄ ℞. 8. vt autem experiaris deducito ℞. l. 2. p̄. 1. p̄. di m̄. ℞. l. 3 $\frac{1}{3}$ m̄. ℞. 8. ad cubum, fit primo in ſe ducendo.

Coroll. 1. 2.

℞. l. 2. p̄. 1. p̄. di m̄. ℞. l. 3 $\frac{1}{3}$ m̄. ℞. 8.	quad. 3. p̄. ℞. 8. p̄. di m̄. ℞. l. 3. p̄. ℞. 3 $\frac{1}{9}$ p̄. di m. ℞. l. 3. p̄. ℞. 3 $\frac{1}{9}$ m. 3 $\frac{1}{3}$ m. ℞. 8. & æquiualet.
℞. l. 2. p̄. 1. p̄. di m̄. ℞. l. 3 $\frac{1}{3}$ m̄. ℞. 8.	
℞. 32. m̄. $\frac{2}{3}$ p̄. di m̄. ℞. l. 12. p̄. ℞. 56. $\frac{8}{9}$	
℞. l. 2. p̄. 1. p̄. di m̄. ℞. l. 3 $\frac{1}{3}$ m̄. ℞. 8.	

℞. 7 $\frac{1}{3}$ p̄. ℞. 22 $\frac{2}{9}$ p̄. di m. ℞. l. 57 $\frac{1}{3}$ p̄. ℞. 3200. p̄. di m. ℞. 22 $\frac{2}{9}$ m. ℞. 39 $\frac{41}{81}$ m. ℞. l. 22 $\frac{2}{9}$ m. $\frac{2}{3}$ ſed hoc exemplum conquiſitum eſt ſtudioſè in magnis numeris & fractis, ideò paruæ vtilitatis eſt & raro vſui.

Inter hæc addit 2. exempla notatu digna dicens diuide 10. per ℞. cu. 2. p̄. di m. 11. reduc hanc partem ad cubum erit 1000. diuidendus per 2. p̄. di m. 11 inde diuiſor

2. p̄. di m. 11.
2. m. di. m. 11.

p. 125.

ducatur in ſuum reſiduum vt à latere vides, & fiet diuiſor p̄. 125. diuide 1000. per 125. exit 8. & hoc ducatur in reciſum 2. m. di m. 11. fit 16. m. di m. 88. cuius ℞. cu. eſt prouentus. Hic tranſponitur ad facilitatem vna operatio tertia loco quartæ. Recta enim diceret, duc 1000. per 2. m. di m. 11. & fit 2000. m. 11000. diuide per 125. exit 8. m. di m. 88. cuius ℞. cu. eſt prouentus vt prius. Aliud difficilius diuide 12. per ℞. cu. l. 2. p̄. di m. 11. p̄. ℞. cu. l. 2. m. di m. 11. cum hic ſit binomium cum ſuo reciſo ſed cubis oportet vt docuimus in tertio libro duce re partes ad quadratum & fiet ℞. cu. m. l. 117. p̄. di m. 44. & 5. & m. ℞. cu. l. 117. m. di m. 44. & media pars fiet m. vt dictũ eſt. Ductum igitur hoc trinomium per binomium cum ſuo reciſo producit 4. cum quo diuido 12. fit 3. duco 3. vt in priore per trinomium reſiduum inuentum fit ℞. cu. l. m. 3119. p̄. di m. 1188. p̄. ℞. cu. l. 3159. m. di m. 1188. m. l. 15. & vt inuenias diuiſorem abſque illis reciſorum partibus & tot multiplicationibus, iunge cubum duarum radicum id eſt 2. p̄. di. m. 11. cum 2. m. di m. 11. & fit 4. diuiſor vt prius. Aliud compendij genus (exponit) quomodo ℞. c. l. m. poſſit antecedere: nam ſuppoſito quod ℞. cu. l. 2. p̄. di. m. 11. ſit 2. p̄. di m. 1. & quod eius quadratum ſit 3. p̄. di m. 4. & quadratum ℞. cu. l. 2. p̄. di m. 11. fit m. 117. p̄. di m. 44. ideo deducendo 3. p̄. di m. 4. ad cubum iuxta regulã hanc cuba. 3. fit 27. duc 3. in 16. quadratum alterius partis, fit 48. triplica fit 144. detrahe 27. fit 117. pars prima: quam duc in ſe fit 13689. detrahe ex 15625. cubo 25. aggregati quadratorum partium ideſt 4. & 3. relinquitur 1936. quadratum 44. pars ſecunda, igitur partes cubi illius ſunt m. 117. p̄. di m. 44. & illius ℞. c. m. ℞. cu. l. 117. m. di m. 44.

cap. 25.

Corol. ex his patet quod cùm m. di m. ductum in m. faciat m. & m. ductum in m. di m. faciat p̄. di. m. & m. in p̄. di m. faciat m. di m. quod p̄. di m. & m. di m. & m.

& m̃. ſimpliciter circumuoluuntur in infinitum.

Ad ſecundam dubit. Demonſtratum eſt quod quadratum 2. p̃. di m̃. 1. eſt 3. p̃. m̃. 4. duco enim, vt ſupra, p̃. di m̃. 1. in ſe, fit 1. m̃.

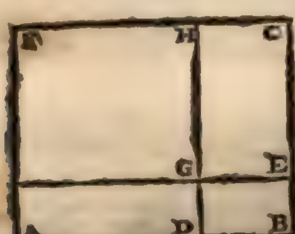
2. p̃. di m̃. 1.
2. p̃. di m̃. 1.

3. p̃. di m̃. 4.
2. p̃. dii m̃. 1.

igitur erunt 3. p̃. & ducto 2. p̃. in p̃. di m̃. 1. fit p̃. di m̃. 2. & p̃. di m̃. 2. quod eſt p. di m̃. 4. & hoc pro quadrato. pro cubo duco 3. in 2. fit 6. duco p. di m̃. 1. in p. di m̃. 4. fit m̃. 4. igitur relinquentur 2. p. & decuſſatim 2. in 4. & 3. in 1. p. di m̃. cum 3. & 2. ſint p. fiet p. di m̃. 11. quod eſt pro ſecunda dubitatione.

Ad tertiam quid ſit hoc p. di m̃ 1. vt 4. p. di m̃. 125. eſt vere 125. m̃. ſed addit illud p. vt ſit nota coniunctionis ac ſi diceret 4. m̃. l. 121. & hoc quod declaraui non vtitur niſi comparatiuè & ſub forma binomij: imò p. di m̃. cum ſit binomium ſpecie verè eſt reciſum, vt contra 2. m̃. di m̃. 121. eſt binomium & eſt p. 121. ſed oportet operari per partes. Indicio eſt quod dixit 2. p. di m̃. 11. ductum in 2. m̃. di m̃. 11. facit 125. nam p. di m̃. in m̃. di m̃. vult quod efficiat p. cum debeat facere m̃. quia obtinet locum p. & ſimiliter p. di m̃. in p. di m̃. deberet efficere p. & ideò his cauſis non auſus eſt prodere quid eſſet, ſed alligauit nos quibuſdam reliquis ſuis ſine ratione.

Dico igitur quod conſtitutâ ſuperficie A B C vt ſit A B exempli gratia 10. m̃. B C 8. m̃. D B 3. p. B E 2. p. erunt A D 7. G H 6. igitur tota ſuperficies F H G 42. m̃. &

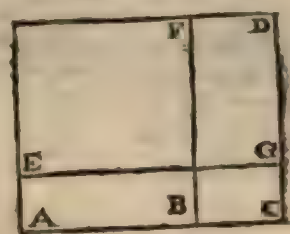


quia A B C eſt 80. erit gnomon A E H 38. quod conſtat ex conſtructione, nam A G conſtat ex A D in D G eſt igitur 14. G C ex G E in E C, igitur eſt 18. & D E ex D B in B E, eſt ergo 6. vt in totum ſit gnomon 38. & tota ſuperficies A C dicetur 38. p. m̃. 80. quod eſt 42. m̃. & in productione ducam 8. in 10. fit 80. m̃. ex m̃. in m̃. & ducam 3. in 2. fit 6. m eadem ratione qua ex

m. | 2. p̃. m. 8.) m̃.
 | 3. p̃. m. 10.

44. p̃. m. 86.

Cap. 22. m. in m. fit p̃. vt in aliza inde duco 2. in 10. & 3. in 8. & fiunt p̃. igitur 44. non fiunt ex p̃. in m. ideò p̃. vincit m. ſicut in recta m. vincit p̃. vt 6. m. 2. in 5. m. 3. faciunt 36. p̃. & m. 28. quod eſt 8. p̃. pari ratione ex hac multiplicatione fiunt 42. vt dictum eſt. liquet ergo cur 10. appellet 2. p̃. di m. 10. ſed melius eſt dicere 3. p̃. m. 10. & 2. p̃. m. 8. & quid ſit & quomodo fiat multiplicatio. Et quia in multiplicatione rectâ fit p̃. di p̃ & p̃. cum m. vt binomij cum reciſo ideò exiſtimauit vnum m. di m. contrarium p̃. di m. vt dicamus B C 2. p̃. A C 10. m. & eſt p̃. di m. & C D 5. p̃. C G 1. m. hoc noluit aſſumere quia in recta erat coordinatione,



ſed aſſumpſit C D 5. m. & C G 1. m. Ego autem non video hanc neceſſitatem ſed priorem quæ occurrit & eſt 4. p̃. in 8. m. & fit 32. m. Hæc ordinatur ex 5. in 10. fit 50. p̃. m. & 2. in 1. fit 2. m. ob dicta. ex 5. in 2. 10. p̃. ex 1. in 10. 10. p̃. quod eſt 20. detrahe 52. m. relinquitur 32. m. hoc eſt igitur quod appellauit m. di m. ſed non eſt verum

(2. p̃. m. 10.) p̃.
p̃. 3. p̃. m. 1:

quod ex m. di m. in p̃. di m. fiat p̃. ſed debemus ſequi regulam Geometricam ideò cum dicit quod 2. p̃. m. 1. In 2. p̃. m. 1. producit 3. p̃. m. 4. eſt valdè abſurdum propter rationes dictas, imò producitur 5. p̃. m. 4. & ita cubus erit ſed vt dixi hoc pertinet ad rectam & ex hoc diuiſio per reciſum vt in recta ſeruatis regulis, & deductio ad quadratum & cubum.

1. m. 1. reſ.
5. m. 4. quadr.
14. m. 13. cub.

Super eſt vt reducamus quæſitum ad hoc. Inuenias vnum m̃. cuius ℞. addita & detracta a 10. (dimidio numeri æſtimationis) ℞. cub. v. binomij ac reciſi iunctæ aut detractæ efficiant 7. qui eſt tertia pars numeri rerum. Reducemus ergo per partes. Inuenias rem quæ addita & detracta (loco ℞. m̃.) a 10. ℞. v. cu. binomij ac reciſi iunctæ vel detractæ efficiant 7. iam expleui omnes (ſi animaduertis) obſeruationes. Inde animaduerte quod aggregatum partium rei aggregati partium cubi & differentia differentiæ ℞. cubica eſt. Vt 3. p̃. ℞. 2. cubus eſt 45. p̃. ℞. 1662. & ℞. cu. differentiæ 45. m̃. ℞. 1662. eſt 3. m̃. ℞. 2. & differentia quadratorum partium 45. & ℞. 1662. eſt 343. cuius ℞. cu. eſt 7, differentia quadratorum 3. & ℞. 2. Dicemus ergo fac ex 7. duas partes

tes quarum cuborum differentia ſit 20. nam ſic erunt ℞. cu. 7. & vnus detractus a 10. tantum faciet quantum alius ei additus. Sint ergo numeri vt a latere vides cubus $3\frac{1}{2}$ p̄. 1. poſ. 10. $\frac{1}{2}$ quad. p̄. 42 $\frac{7}{8}$ p̄. 36 $\frac{3}{4}$ poſ. p̄. 1. cu cubus $3\frac{1}{2}$ m̄. 1. poſ. 10 $\frac{1}{2}$ quad. p̄. 42. $\frac{7}{8}$ m. m. 36 $\frac{3}{4}$ poſ. p̄. m̄. 1. cu. differentia 2. cu. p̄. 73 $\frac{1}{2}$ poſ. æqualis 20. 1. cu. p̄. 36 $\frac{3}{4}$ poſ. æqualis 10. duc. 12 $\frac{1}{4}$ ad cubum fit 1838. $\frac{17}{64}$ huic adde 25. quadratum dimidij

$3\frac{1}{2}$ p̄. 1. poſ.
3. quad. p̄. 12 $\frac{1}{4}$ 36 $\frac{3}{4}$ p̄. 1. quad.

10 $\frac{1}{2}$ quad. p̄. 42 $\frac{7}{8}$ 36 $\frac{3}{4}$ poſ. p̄. 1. cu.
10 $\frac{1}{2}$ quad. p̄. 42. $\frac{7}{8}$ m. 36 $\frac{3}{4}$ poſ. m. 1. cu.
1. cu. p̄. 36 $\frac{3}{4}$ poſ. æqualis 10.

5. fit 1863. $\frac{17}{64}$ Igitur duc. ℞. 1863 $\frac{17}{64}$ p̄. 5. m. ℞. 1863 $\frac{17}{64}$ m. 5. quorum ℞. cu. v. efficiunt rem. igitur cum 10. p̄. ℞. m. 243. & 10. m. ℞. m. 243. habeant ℞. cu. ligatas quarum differantia eſt 7. . . . .

ſed ſi iunxeris fiet 24. quad. p̄. 85 $\frac{1}{4}$ æqualis 20. igitur 1. quad. p̄. 4 $\frac{1}{12}$ æqualis $\frac{10}{21}$ igitur 1. quad æqualis m. 3 $\frac{11}{16}$ quare res erit ℞. m. 3 $\frac{11}{16}$

Subijcit habeamus ℞. cu. 4. p̄. di m. ℞. 11. p̄. ℞. cu. 4. m. di m. ℞. 11. vt ſua linea inueniatur ducas partes ad quadrata fient 16. & 11. quæ iuncta faciunt 27. cuius cubus eſt 3. multiplica fit 9. multiplica etiam 4. per 2. ex regula, fit 8. & hæ duæ ℞. iunctæ ſcilicet 3. p̄. ℞. 8. conficiunt illas duas ℞. cu. & pendent ex capitulo cubi æqualis rebus & numero ſcilicet 1. cu. æqualis 9. rebus p̄. 8. Inuenias duos numeros quorum aggregatum ſit & differentia ſit 20. detrahe 6. a 20. fit 14. diuide 14. fit 7. detrahe 7. a 20. fit 13. pone 13. vnum, alterum m. 7. adde m. 13. ad 7. fit 6. detrahe fit 20.

Inuenias duos numeros quorum quadrata iuncta ſint 6. & differentia ſit 20. accipies ℞. p̄. di 20. ℞. . . . .

Proportio partium binomij cu. ad parte recisi eſt vt æqualis ad æquale vere, alterius partis vt triplæ quadrati vnius partis ℞. alterius vt quadrati ſimplicis ideò referuntur ad compoſitionem, volo ℞. cu. 45. p̄. di m. 1682. inquiro ergo ℞. cu. 45. quæ eſt 3. & remanet 18. diuido 18. per 3. ex regula, fit 6. video an 6. producatur ex 3. in ℞. aliquam & inuenio quod ſit ℞. 2. igitur dico quod 3. m. ℞. 2. eſt radix cub. talis binomij aut quod non habet talem ℞. cu. duco igitur 3. (primam partem iam inuentam) in ſe fit 9 triplico ex regula & fit 27. ei addo quadratum ℞. 2. iam inuentæ quod eſt 2. fit 29. duco 29. in ſe, fit 841. duco per 2. quadratum ℞. propoſitæ & fit ℞. 1682. ideò conuenit.

ENCOMIVM GEOMETRIÆ, RECITATVM ANNO 1535. in Academia Platina Mediolani.

NON parum eſt, viri Mediolanenſes, eam laudare diſciplinam, quæ omnium aliarum non ſolùm præſtantiſſima eſt, ſed etiam origo ac fons. Atque vtinam quàm late laudandi campus patet, vndiquaque occurrit gloria & decore inſignis: tam facilè vel memoria comprehendere, vel ordine diſponere, aut finem inuenire poſſem. Cum enim ad ſtudium et imitationem reſpicio, videor certè aliquid ſperare debere: at cùm ad rei magnitudinem, ad artem, ad ingenium, ad negocia, quibus etiam ea quanquam exigua quæ in me eſt virtus diſtrahitur: nihil me omnino præſtare poſſe intelligo. Fateor inquam, fateor imparem & oneri & cauſæ & labori me eſſe: ſeu enim tractando ſuſtinere, ſeu pro rei dignitate verba habens apud vos collaudare, ſeu ad finem rem tantam perducere enitar, longè plura prætermittendo ab eius dignitate detraham, quàm commemorando illi reddam. Nec vlla ſpe aut vi ad hanc prouinciam impelli potuiſſem, ni ſcirem hoc quantumcunque futurum ſit, aut quouis ordine recitetur, ſufficere ad oſtendendum, nullam aliam aut artem aut diſciplinam vel vtilitate, vel nobilitate illi poſſe comparari. Sufficiat certè illud vobis, non quod aut pro illius dignitate aut veſtra expectatione exigebatur: ſed quod pro ingenij mei mediocritate, tenuique ac incondita eruditione præſtare vtcunque potero. Sæpè illud mecum reuoluebam, viri Mediolanenſes, cur homines ad vituperandum tam prompti ac facundi facilè habeantur: in laudando inepti, incompoſitique nunc cauſam apertè video. Nam quæ laudari debent, non minus ſi honeſtiſſima ſint, quàm ſi viliſſima, negocium exhibent. Quæ enim memoriam non habent, ſola inuentione indigent: at quæ locupletiſſimam ſortiuntur, & ordinem, & prudentiam, & memoriam requirunt. Vix autem eſt inuenire, qui tot tantiſque rebus ſufficiat. Itaque & in ſterili & copioſa materia par labor: at verò in vituperando promptiores ſemper ſumus cùm nihil tam integrum ſit, quòd multis vitiis non deturpetur: nihil tam impurum, cuius certa non ſit quædam vituperationis meta: quoniam quæ media ſunt & ambigua (& ea innumera penè in ſingulis ſunt) ad vituperationem omnia ſunt accommodata: contrà natura vniuſcuiuſque rei etſi laude digna non ſit, nec tamen vituperationi apta eſt. Ob id igitur fit, vt cuncta vituperare quilibet ſanè poſſit, laudare nemo niſi eruditiſſimus, exercitatiſſimus, ingenioſiſſimuſque ſit. Laudauit Eraſmus ſtultitiam, Syneſius Cyrenaicus caluitium, muſcam Lucianus, Dion comam: ſed hi non aliis magis in rebus exercitati, fingere, inuenire, perſuaderéque multa potuerunt, vt in his eloquentiæ laus emineret, & res ipſa quæ laudabatur, & digna hac laude & honeſta exiſtimari poſſet. Manifeſtum eſt horum argumentum, quòd cùm diſciplinas præclaroſque homines laudare aggreſſi ſunt, plura iuſtæ laudis monumenta prætermiſerunt, quàm in illis adinuenerint. Ita fit, vt difficilius ſit in ampla ſegete omnia colligere, quàm in ſterili ſolo ſtercorando felicem expectare prouentum. Vidimus Ciceronem facundiæ omnis principem, os Romanum, eloquentiæ flumen, nullam vllius artis laudationem ſcribere voluiſſe: non quòd omnino imparem huic negocio illum exiſtimauerim, ſed quoniam difficillimum ſit cum natura cumque Deo ipſo certare velle. Id facere videntur, qui ornatiſſimas quaſque res orationis ſplendore æquare cupiunt. Glorioſa certè ac rara illis laus, ſi aſſequerentur: at non aſſequentibus, temeraria & turpis. Quantum verò difficile ſit aſſequi, non ſolùm ex aliorum inani labore ac diffidentia, ſed etiam ex ipſa hominum laudatione conijcere licet: qui quanquam mortales, breuiſque vitæ ac vmbratilis cuiuſdam virtutis ſpeciem referant, à pauciſſimis tamen, ac non niſi maximo cum labore dignas orationes ac egregiorum factorum mercedem aſſequi potuerunt. At mortali immenſam diuinæ rei magnitudinem

concipere

concipere, diuidere, diſtribuere, enarrare, extollere: non ne eſt mortalitatis ac humanarum virium limites ipſos exceedere, egredique ac ſimul in anguſtiſſimo ac fragili vaſe diuina humanaque & numero & magnitudine penè infinita colligere? Nec verò vlla ad hoc ratione impelli potuiſſem, vt qui arte minor & memoria, cæteris ingenio non ſuperior, exercitatione haud comparandus: inter tot arduas difficultates grauiaque impedimenta, onus tam immenſum & viribus impar ſuſcipere decreuerim: ſi non audaciam neceſſitas, orationem difficultas excuſaret: atque vt qualiſcumque ſit futura non ex his quæ dicturus ſum, ſed quæ dici poſſent laudis & maieſtatis argumentum ſumi debet, per eamque alius incitaretur qui & facundia & ingenio propiùs illi accederet. Ferunt enim quendam Muſicum fuiſſe non ſatis elegantem olim, nomine Phrynim, qui quamuis artem parum illuſtrarit, Timotheum tamen illum celebrem virum ad artis ſtudia incitando, plurimum ad Muſicæ dignitatem contulerit. Hic ille fuit, qui Alexandrum regem è conuiuio exilire coëgit, quibus fidem (potuiſſe Orpheum plantas ac feras lyra aduocare, Eurydicem ab inferis impetrare: Amphioné ac Zethum Bœotias Thebas Muſica erigere, Arionem delphinos tibia placare, ob idque ab illis aduectum) ſi naturæ non nimis repugnaſſent, facere debuerat, Maximæ ſunt artes ſingulæ, atque diuinæ, nec ex hominum excellentia ac gloria æſtimandæ: ſed cum illi ad ſummam mortalitatis perfectionem acceſſerint, diligenter conſiderandum quales eſſe illæ inter cœleſtes virtutes debent, quarum vmbra quædam in mortali corpore tantum relucet. Omnium tamen artium illuſtriores ſunt Mathematicæ, interque has præcipua Geometria: vt cum de illa dicturus ſim, nec ad multitudinem memoria, nec ad ſubtilitatem ingenio, nec ad magnitudinem eloquentia ſufficere poſſim. Audietis ciues non ſolum maxima, & recondita, ſed & admirabilia: ſeu cum de ſummi opificis fabrica dixero, aut de totius mundi ordine, aut de illa quę in nobis eſt (& eam tamen ignoratis) compoſitione: atque quod his etiam ipſis longe eſt admirabilius, animæ ſymmetria, quonam pacto & illa, quamuis perennis ſit atque ſpiritus ſolus omni vacans materia, Geometrica atque multiplici ratione conſtet. Audietis quibus modis maria tranſire, terrarum ſpacia intelligere, diuideréque hac vna conſultrice auſit humana ſolertia: quid colonus in obſeruatione temporum, quid ductor exercitus in collocatione caſtrorum, quid in tormentis excogitandis: quid Iuriſperitus in finibus diſcernendis, quid Medicus in reſtauranda ſanitate, quid rhetor in definiendis cauſis ab hac expoſcat: quàm mutila ſit vnaquæque harum artium, ſi auxilio Geometriæ deſtituatur: vt nec dimidium illis ſuperſit, illudque nec ſanè incorruptum. Non vulgata vobis dicam, atque vt oratores conſueuerunt, communibus ex locis deprompta: ſed penetralia ipſarum diſciplinarum excutiemus, ſingulaque docebimus quantum in ſe Geometricæ rationis contineant. Rem arduam verſo, atque pro viribus certè imparem mihi: ſed illa, cui totum hoc paruum quod in me eſt ingenium debeo, ſuadet, & noſtra humanitas hortatur, & reiipſius dignitas me accendit: quid enim, cùm intelligetis Arithmeticam tanquam mortuam ſine hac eſſe? animumque illius ſcientiæ Geometriam fore? quid cùm Muſicam, cùm Aſtronomiã, cùm Opticam, quantum vnaquæque illius ope indigeat: imò ſine illa nulla ſit? quid cùm de artibus cæteris? non ædificare ſine illa licet, non veſtire: quinimo magis, vt video, hæ potius illius ſunt partes, quàm quòd illa indigeant: ſed cùm illius ambitus tam magnus eſſet, neceſſe fuit diuerſis illius partibus diuerſa etiam nomina tribuere. Tacebo ne plaſticen, aut picturam, ſculpturam? cuius nam ſunt artis alterius munera, quàm iſtius? quid fabrilis ars, ſeu æri ſeu ferro aut ligno incumbat? quid horologiorum, machinarumque ſtructura mirabilis? vnde nam principia formámque ſuam & arcana recipiunt? Neque verò paruum fuerit, abdita naturæ artificiorumque recenſere, quibus Magiam ipſam perfici palam eſt: etenim neque vlla certè maior Magia excogitari, aut ſine hac eſſe poteſt.

Quid cum vibramus pondera? ex imo maris carinas eruimus? non ne de his omnibus explicanda cauſa fuit? huiuſque artis in ea laudem docere? At verò quonam pacto pulchritudo & brutorum animalium & hominum, cæterarumque rerum tota Geometrica ratione conſtet, non eſt etiam prætereundum: quantum etiam exemplorum, quantum gloriæ, quantum dignitatis in antiquorum monumentis repoſitum, quantumque diuiniſſimorum hominum commendatione illuſtrata, tacere non debeo. At nec illud etiam omittendum, quod clariſſima ac certiſſima ſit: dignaque ſola quæ in puris illis intellectibus, in diuinóque ſinu iaceat: tum verò quantum vtilitatis præſtet ad animi ipſius vires augendas, ſeu memoriam, ſeu imaginandi vim, ſeu mentem aut conſilium reſpexeris, dicendum erit. Neque verò omnia hæc obiter, aut abſque ordine: ſed prius inuentorum nomina explicanda ſunt: inde quinam in ea maximè excelluerint: poſt partes illius breuitèr enarrandæ, ſummáque ipſius per ſe excellentia: tum verò quid Deus illi tribuerit, quantum natura rationes illius fuerit imitata, quantum artifices ſinguli illam excoluerint: de maxima illius, ſummáque perfectione, quàm paſſim vel in exemplis neceſſaria, vel in inueniendis rationibus opportuna à philoſophis omnibus cenſeatur, dicendum eſt. Vltimò, quantum ad excolenda ingenia, ad expoliendas diſciplinas, ad corporis ſalutem & beatam vitam ducendam conferat, edocebimus.

Nec verò vllo in loco aut confidentius cùm ad beneuolentiam, aut commodius cùm ad ingenia noſtrã reſpicio, dicturum me arbitror. Fuit enim hæc ciuitas ſemper ingeniis florida, ſtudiis decora, eruditione ornata: vt non tam vel ædificiorum pulchri-

chritudine, aut opum magnitudine, ſeu amplitudine loci, aut ſoli fertilitate, vel populi frequentia, vel artium excellentia (quibus cunctis penè Italiæ vrbibus præſtat) quàm ipſa animorum virtute, doctrina, ſingularique ingenij claritate ſit illuſtriſſima: vincit omnibus fortunæ ornamentis alias ciuitates, ingeniorum & eruditionis magnitudine ipſa etiam fortunæ ornamenta. Ob idque etiam gratior mihi humanitas veſtra eſt, quæ ab omni animi deiectione aut ſimulatione ſeiuncta eſt: atq; eo magis, quòd fructum aliquem ex hac oratione percepturos vos ſentio. Cùm multi enim vel inania verba effundant, ſeu quia inutiles res laudare aggrediuntur, ſeu quòd apud eos verba habent qui eorum quæ dicuntur, omnino ſint ignari: ego vtroque hoc incommodo apertè careo, cum ſplendidiſſimam ſcientiam apud excellentiſſima ingenia noſtra laudare adoriar. Quid enim Geometria ipſa ſplendidius excogitari poteſt? quæ ratio eſt omnium magnitudinũ. Sunt autem rationis partes duæ: alia abſoluta, quam dicimus quantitatem: alia comparatione ad cæteras, dicta proportio. Harum autem partes tres, intelligentia vel actu vel potentia distinctæ. Explicandum eſt autem priùs vnum quodque genus, deinde ad nominis rationem veniendum. Cum enim ſingula quæque quanta ſint, conſiderentur, magnitudinem in his intelligimus: atque ob id cœlum amplum, magnoſque campos, non vllius ratione alterius, ſed ipſorummet: at contra agellum paruum, aut decem iugerum, ſola ſui æſtimatione dicimus: at cùm paruum hominem, ingens caput, illum quidem cæteris hominibus, hoc reliquis comparamus capitibus: & hæc ipſa proportio dici ſolet. Hæc autem aut intellectu ſolo conſtant, velut vitarum vires, ac animi: quæ cùm infinitæ non ſint, certam inter ſe ſeruant rationem: alia verò actu ſenſibuſque ſubiectam, velut ſuperficierum, linearum, corporum, angulorum, & quæcunque manifeſtam continent magnitudinem: alia verò potentia, inter quas Statice, quæ de ponderibus; & Actice? quæ de poteſtate radiorum, & dynamice, quæ de virtutibus tractat. Solemus enim Solem luna, ignem terra potentiorem dicere. Iam verò quòd omnia his rationibus conſtent (quanquam ab aliis abundè ſit demonſtratum) proprium tamen erit huius præſentis orationis inſtitutum oſtendere. Quòd verò de his omnibus Geometrica ratio pertractet, non ſolùm indicio eſt quòd nulla alia diſciplina id præſtat: ſed his qui ſolùm vel mediocriter attentè Euclidem legerint, tam apertè patet, vt nulla prorſus cõfirmatione indigeat: itaque cùm tam vaſtus, tam ingẽs ſit illius ambitus, à terra tamen nomen ſuum traxit: non quòd metiẽdæ terræ aut ſolùm, aut maximè ſeruiat: (quid enim hoc apertius mendacio?) ſed quòd ob metiendam terram initio rerum ab hominibus inuenta ſit. Seu enim vnus atque primus homo fuerit, ſeu per aliquam calamitatem in eam paucitatem ventum ſit, conſtat illos primos parentes noſtros vicina Nilo Ægypti loca incoluiſſe: quoniam ea terra citiùs ſiccitatem ob Solis vehementiam traxerit, miráque glebæ fertilitate, & Nili opportunitate, tum etiam vicinitate collium foueatur: inde Damaſci ager primorum parentum habitatione inſignis. Vel ſi ad philoſophos te conuertas, & Plato & Ariſtoteles vnà fatentur, Aegyptios Græcis longè antiquiores fuiſſe. Quinetiam Diodorus Siculus incredibilem numerum annorum illis tribuit. Certe conſtat, nullos (vt Trogus Pompeius refert) præter Scythas, cum Aegyptiis de antiquitate contendiſſe. At Aegyptiorum cauſæ inſignes ciuitates fauent, Memphis ac Thebæ: quæ & magnitudine olim, & incolarum numero, etiam ante habitatam Græciam floruerunt. Ab his igitur dum Nilus inundatione cuncta conturbaret, decreſcentibus aquis inuenta Geometria, vt agri ſuis dominis reſtituerentur. Certè hoc longè antiquius Arithmetica & Aſtrologia, quarum inuentores fuere Phœnices, vt Strabo ſextodecimo Geographiæ refert. Nam cum Sidonij, qui eam incolunt regionem, mercaturæ incumberent, ob nauigandi ſtudium Aſtronomiam, ad tractandas merces Arithmeticam inuenere. Nec Græci, qui tam impudenter multa mentiuntur, Geometriæ inuentionem ſibi aſcribere auſi ſunt: cùm nimis conſtaret, etiam ante Phœnices ac alias gentes inuentam eſſe: nam à Phœnicibus Pœni ac Græci, à Græcis Itali defluxere: ab his quoque barbaræ cæteræ nationes, cum etiam appareat nuper in ſingulos dies habitationem ipſam hominum augeri. Hac igitur ratione Geometria nomen ſuum à terræ menſura ſuſcepit: quòd quanquam antiquiſſimum, ac ob id etiam incerto autore, nulli tamen gloriæ hanc antiquitatem cedere illi velim, cùm potiùs antiquitas ea cauſa Geometriæ debeat, quàm Geometria antiquitati. Siquidem altiſſimo opus præcipuum quoddam Geometria eſt, ſeu cum ipſa orbis origine, vt creditur, natum: ſeu, vt dicunt, cum æterna ipſius adminiſtratione ingenitum ſit: ſanè antiquitatis laus eorum eſſe debet, quæ vel ab hominibus inuenta ſunt, vel quorum antiquitas laudum portio aliqua eſſe poteſt. Huic tantum gloriæ incorruptæ aliunde eſt, vt ex antiquitate ipſa ad cumulum eius nihil poſſit accedere. Quare fruſtra quis à me requirat, quando inuenta ſit, vel à quibus. Vtilius certè quæremus, qui nam in ea floruerint: cùm & in his gratia laboribus, & nobis non paruum commodum accedat, ſcientibus quorum maximè opera in ea proficere liceat. Primus itaque videtur Thales Mileſius fuiſſe, qui artem ex Aegypto Athenas deuexit, ob idque primus etiam habitus admirationi. Hunc autem ſequutus eſt Ameriſtus, poetæ Steſichori frater: cuius Hippias Helius meminit. Poſt quem Pythagoras Samius artem auxit, & celebrem reddidit. Ab hoc autem Anaxagoras Clazomenius: inde verò Chius Oenopides: atque eo vſque ars vſui tantum fuerat, & admirationi. Cum poſt hunc Hippocrates Chius, non ille medicus,

cus, tanquam rudi adhuc ſeculo, in ordinem eam redegit: primuſque ſcripſit vetuſta breuitate elementa Mathematica: quadrati etiam rationem ad circulum ex lunulis conatus eſt inuenire: docuit & quod frequens erat antiquis problema, cubi duplicationem per duas intermedias lineas duabus, quarum ſit ratio dupla, continua ſerie interpoſitas, inueniri debere. Interciderunt hæc temporum iniuria: & niſi Ariſtotelis reprehenſio teſtaretur, in dubium hoc vocari poſſet. Hunc igitur Theodorus Cyrenæus ſequutus eſt: & Plato: ſed nihil proprium ad artem hic, ille nihil quod ad nos peruenerit, reliquit. Sunt ſanè plura Platonis in hac arte teſtimonia: verumtamen nullo ſingulari opere eam proſecutus eſt. Fuit, vt in Phædone apparet, Platonis contemperaneus Euclides, cuius vt vetuſtiſſimi, clariſſimi extant Elementorum tredecim libri, tum Phænomena, Optici, Catoptrici. Ab hoc plurimi claſſici viri defluxere: inter quos Theon, qui eius Elementa Phænomena & Optica interpretatur, & qui Data condidit. Interpretatur & elementorum primum Proclus Lycius. & quatuor libros qui etiam nunc cum Euclide Græco impreſſi ſunt: hic ex Platonis ſchola eſt. At Data Pappus, qui & Mechanica compoſuerat, expoſuit. Verùm Catoptrica ex eodem Euclide ſunt, vt idem fuerit interpres & autor: quemadmodum & in aliis feciſſe eum exiſtimamus: ſed obſcurius forſan, ac breuius, quam res ipſa expoſceret. Extat & in Data, Marini Mathematici protheoria, ſimul cum vniuerſis Euclidis monumentis, à Bartholomæo Zamberto Veneto latinitate donata. Sunt & Hypſiclis Antinoitani (quæ ciuitas eſt iuxta Alexandriam ab Hadriani puero cognominata) libri duo, ex monumentis Apollonij Pergæi excerpti partim, vt creditur, partim ex Euclide ipſo: qui inter Euclidis libros adnumerari meruerunt, tantum grauitatis habent: hos indiſcretè Campanus Nouarienſis, eiuſdem Euclidis non ignauus interpres, Euclidis libris adiunxit: vt quindecim euaſerint.

Sed ad antiquos reuertamur: poſt Euclidem & Platonem, Cleodamus Thaſius, Theæteuſque Athenienſis, cui Plato librū de ſcientia inſcripſit, Architaſque Tarentinus & Neoclides, Eudoxuſque Gnidius, qui quatuor linearum inuentionem per inflexas (provt credidit) lineas reliquerat floruerunt. Hi omnes tempore Platonis fuerant: nam & Eudoxus comes nauigationis in Aegyptum, & Architas ſalutis apud tyrannum Dionyſium Platoni cauſa fuerat: nullius tamen præter Eudoxi ex his monumenta ſuperſunt. Scripſit & in Geometria Ariſtoteles Mechanicas quæſtiones, quæ paſſim leguntur. De quantitate etiam, ac de Mathematicis: qui duo interierunt, ac ſimul cum eis de Muſica liber. Ab his Leon, qui & ipſe quædam non contemnenda reliquit: & Amyclas Heracleotes, philoſophus Platonicus: & Menechmus, Eudoxi auditor: & Theudius Magnes, & Pizicinus Athenienſis, ac Hermotimus Colophonius, Philippus quoque Menteus: & Ariſtarchus Samius, qui de ſiderum & terræ magnitudine ſcripſit: & Porus ac Nicomedes, tum etiam Menelaus: omnes Græci, Græcéque ſcripſerunt, ſed quorum tamen monumenta interierint, aliorumque tantum teſtimonio viuant. Verum omnes hos vincit Archimedes Syracuſius, cuius fermè omnia inuenta habemus: vir ſummo ingenio, & qui circuli periferiam proximius oſtenderit, & ſolida demonſtratione duabus lineis duas interponere continua proportione docuerit: ſed hoc periit. Huius fuit amicus Conon alter, & ipſe Geometra. Extant & Eutycij, Didymi & Heronis Alexandrini de menſuris libri, nondum tamen Latini. Scripſit & Heron de mechanicis librum: Theodoſius autem Serenus de circulis libros tres, qui vulgo cum ſphæra habentur. Extant & Dioclis Pyriæ & Dionyſodori quædam fragmenta, & Eutocij Aſcalonitæ, qui Archimedem imitatur, & Cleomedis opus de circulis, cum Ioannis Geraſeni explicatione: & Philoponi, & Eratoſthenis, qui Ptolemæo regi de inuentione duarum mediarum linearum inter alias duas epiſtolam ſcripſit: tum verò & Nicomedis, qui Conchidica compoſuerat, monumenta adhuc in Græco habentur. Fuit & Geminus Anatolius, Zenóque philoſophus, Diophaneſque Alexandrinus, & Maximus Planudes: quorum omnium etiam inclyta ſuperſunt volumina. Quid de Eudemo dicam, qui Architam retulit, per hemicylindros conatum oſtendere cubi duplicationem, adhuc opere illo ſuperſtite? Scripſerunt, vt vidimus, & de eadem re, tum etiam de aliis, Iſidorus Mileſius, Philóque Byzantius, Parmenióque Apollonij Pergæi diſcipulus. Non ne & Alchindus breuiter ac pulcherrimè proportiones docuit: & Mahomet Moiſis filius, de mixta ratione quam Algebraticam vocant: & Geber de triangulis, circuliſque, qui quanquam Arabica lingua ſcripſerint, publicè tamen apud nos, Latinique habentur. Verùm omnes hos ſuperaſſe videtur librorum multitudine Ptolemæus, quanquam non in Geometria propriè ſcripſerit: ſed de Aſtrolabij compoſitione, de Catoptricis: de Muſica diuinum opus, quod & Porphyrius interpretatur: de Numeris: de Aſtris libros tredecim, quorum vndecim Theon Alexandrinus exponit: Matheſeos quatuor, Geographicorum octo: ſed nullibi rem magis tractat ipſam quam Geometricæ, vt potius Geometriam excolere diſciplinis his, quam diſciplinas oſtendere Geometria velle videatur. Scripſit Græcè, quanquam Aegyptius: ſed ex ſuis operibus ſolum Arithmetica periit. Sunt & Nicomachi non minus Geometrica quam Arithmetica monumenta, & Nilei de ſectore. Fuit & noſtra ætate Ioannes Monte regius, qui & ipſe quædam de trigonis reliquit: ſed ita, vt potius furtum quam ingenium ſuum oſtenderet: quippe quod in aſtronomicis præclarus admodum, ac penè diuinus fuerit. At Nicolaus Cuſa tam ſubtiliter diſputauit, vt nihil acutius excogitari poſſit: veruntamen adeò proceſſit, vt non quod nitebatur, ſed ingenij tantum acumen oſten-

oſtenderet : in concludendo plerumque falſus. Fuerunt & Leonardi Piſani, & Lucæ Pacioli, non ingrati hac in arte labores multorum etiam aliorum libri extant in hac facultate, atque præcipuè de his quæ paululum ab ea declinare videntur, velut de optica inſignes Damiani Lariſſei demonſtrationes. Vt ſi ad autorum ſeu multitudinem ſeu nobilitatem ſpectes, nulla prorſus diſciplina huic poſſit comparari. Sed nos nec ab hac fortuna laudem aliquã conſequi volumus : verum potius ad noſtrã vtilitatem, ac quaſi mercedem quandam honeſti laboris, illorum virorum nomina tam multa hæc, ſimul cum monumentis recenſuimus. Solebat. n. Galen. dicere hoc vnum eſſe eorum qui rectè ſcripſerint, pro ſuis laboribus præmium, vt eorum inuenta admirentur & laudentur. Cæterum nos rem ipſam proſequi propoſuimus, quandoquidem etſi quid ad artis gloriam multitudinem ſcriptorum proficere arbitrarer, ſatis explicaſſe tamen putauerim, quam digna haberi debeat : atque ſimul & illorum commendationi, & veſtræ voluntati ac commodo operam dediſſe. Nunc igitur de illius partibus dicendum eſt namque quæ puriſſima eſt ac ſincera, ſub Elementorum nomine tradita eſt : vt quæ permixta, nec tam pura eſt, ſi ad oculos referatur, quam Acticen diximus, diuidemus in Opticam, Catoptricam, Scenographicam. Opticam dicimus, quæ videndi rationes, cauſas, miraculaque oſtendit. Catoptricam, quæ radiorum fractiones, colliſiones, refractiones docet : velut ſunt è ſpeculis imagines, irides ac pareliæ? Scenographica autem, pingendi rationem, vt ſub naturali forma figuræ videantur, nec illis aut profunditas aut altitudo vel diſtantia obſit. Et quanquam perſpectiuæ nomine hæc omnia contineri videantur, placuit tamen antiquis, Opticam ſolo nomine intelligere. Quæ verò ad pondera pertinet, quamque Staticem appellauimus, bifariam diuiditur: nam quæ ſolum naturam rationeſque rimatur, Statice propriè eſt : quæ autem tractare ea docet, Mechanica. At verò Dynamice tam ampla eſt, vt ſi ex materia ſubiecta ſit diſtinguenda, infinitas penè illius ſpecies modoſque efficias; tam enim latè eius vſus patet, vt etiam ſi velis omnia deſcribere, haud poſſis : ſed ſuo loco explicanda reſeruamus. Itaque eius quæ pura ac candida eſt, adeò excellens laus fuit, vt cum Archytas & Eudoxus, Menechmuſq; ad inſtrumenta mechanica ſolidi duplicationem reuocaſſent, à Platone grauiter ſint reprehenſi, quod Geometriæ dignitatem, quæ in ſubſtantiis puris ac æternis reſidet, inter quas etiam Deus ipſe eſt, ad ſenſum materiamque reuocaſſent: namque & Deum ipſum maxime eſſe Geometram, Geometriæque intendere. Nemeſinque ac iuſtitiam & rerum diſtributionem quibus orbis vniuerſus gubernatur, non alia eſſe quam Geometricam ipſam rationem. Ob id etiam Lycurgum, repulſa Arithmetica, quæ æqualiter diuidit bona malaque Geometriam amplexatum. Philonem autem dicere ſolitum, eam ſolam diſciplinam idola veritatis, velut ex nitidiſſimo ſpeculo nobis oſtendere, atque ea cauſa inhærentes agglutinatoſque ſenſibus animos auellere, ad ſummam æternamque naturam reuocans. Ideoque tanquam metropolis mathematicarum ab illo cenſetur.

Sufficiat hæc recitaſſe ex tam clarorum virorum monumentis, quæ ad illius excellentiam pertinent. Verùm quoniam admodum res ipſa obſcura, vt video, vobis forſan videri poſſet, altius & ex initio repetenda huiuſmodi origo eſt. Cùm vniuerſi formam ac molem ſummus conditor conſtituere vellet, aptiſſimam, & ad continendum & ad motum illi figuram elegit. Porrò circularis vtrique propoſito apta admodum videbatur : namque & in continendo omnium maximè eſt capax, & in motu neque ſubſiſit, nec premitur : quadrata enim angulis latera diſrumperet, rurſus lateribus ab angulis dehiſceret: quamobrem circularem cœlo elegit: quæ nec concurſaret, nec deſtitueret : aptiſſimam verò ad omnem motum : namque & ea quæ oui ſimilitudinem refert, ſecundum vnam lineam tantum motum admittit : circularis vndique æqualis, nullum etiam ex motuum varietate impedimentum præſtat. Quinetiam quod & ad nos, rurſuſque ad ſeipſam, tam æqualis eſt, vt nec à fine principium, nec ab angulis circulorum partes, nec à temporibus motus ipſi diſcrepent: ſtatuſt autem omnium vnum idemque medium, atque tanta ſapientia, vt nihilo variatis curſus recurſuſque cœlis fierent, ac modò tardè, modò velociter eadem aſtra ferrentur, idque ſtatis locis ac temporibus, vt & ratione eadem qua facta fuerant, Geometrica ſcilicet, comprehendant. Inde ad tantam vſque cùm à Sole abſunt, ſuperiores maximè, tunc etiam maximè retrocedant: cum illi è directo ſuperſtant, velociſſimè moueantur, eoque congreſſus ille ſit diuturnior. At verò etiam ex his neceſſe eſt, vt cùm redeunt, quandam cum Sole affinitatem contraxiſſe videantur. Sic & duo inferiores cùm Soli iunguntur, aut progrediuntur, aut retrocedunt velociſſimè, & eorum vis minime diſſipatur à Sole: tardè autem, cùm vel vtrinque ab eo maximè abſunt. Non ne & Luna & vniuerſæ ſtellæ Soli quadam motuum ſimilitudine iunguntur? & tamen nihil diſſimile magis vtroque eſt, altero vix ſe mouente, altero raptim atque in diuerſas partes. Atque, vt vno verbo dicam, hæc vna eſt ſapientia, vt ſemper quidem iiſdem motibus, nunquam autem eadem via ferantur. An verò in hoc vel Geometrica ratio deſiderata, vel mediocriter expreſſa, aut alia potiùs potuit ſubtilitate effici? Sed & in his quæ elementa vocamus, eandem rotunditatis rationem ſeruauit, vt nec corpus extra ſuam naturã, nec loci natura extra corpus eſſet. Adde verò & magnitudinũ & roboris naturam æthere, quod leuiſſimam ſubſtantiam haberet, locumque ſupremum, ſtatuit: at terra, quanto natura hebetior, eò ſubſtantia vndiquaq; denſior eſt: reliqua ſic in vtroque, paribuſq; diſtin-

diſtincta interuallis, in medio loco collocauit. Partitionem autem ad ſubſtantiam quidem æqualem vt repugnantia non ſolueretur: ad ambitum autem proportione reſpódentem effecit. Neque enim vel cœleſtes motus tandiu adeò ſimiles cum ea varietate, nec elementorum natura cum tanto diſcrimine ac contrarietate, ſi proportionibus ad libellam firmatis non continerentur, illæſa permanſiſſet. Cum verò omnium vna natura orbicularis ac rotunda eſſet, alia quidem in aliis aptiſſimè collocata ſunt, in cœleſti enim corpus duodecim planis ac pentagonis ſuperficiebus circundatum conſtituitur: atq; ideo cum ad ſingulos ſolidos angulos tres concurrant, pentagoni erunt, & nouem trigoni in vno quoque ſolido ſuperficiales: atque ideò centum & octoginta in vniuerſo corpore. Ex his ſexaginta quidem Iſoſceles: ſed quorum, qui ſupra baſim anguli ſunt, ſinguli ſupremo dupli: baſis autem laterum cótinentium portio maior: ac centum viginti reliqui Iſoſceles & ipſi, quorum viceuerſa latera baſis portiones ſint maiores, & ſolida proportionis continuitate conſpicua, anguli que ſupremi inferiorum vnicuique tripli: hac tanta æqualitate perpetua cœli conſtitutio, ac viciſſim in ſe rediens euaſit: quorum verò ſingulorum diſtributio in orthogonios duos numerum efficit partium trecentarum & ſexaginta, in quas cœlum ipſum diuidi ſolet. Atque etiam his planis ſuperficiebus duodecim ſigna obliqui circuli reſpondent vniuerſo orbe in ea diuiſo, nec inæqualia nec diſſimilia inter ſe, vt nec pentagoni in ſolido corpore.

At verò cum ſphæricæ figuræ hoc ex omnibus maximè congruat, & ipſum & vniuerſa reliqua cum ſimul coiſſent, ſphæricá, à qua ortum traxerant, compleuerant figuram. Sic æther ex pyramidib. (conos aliqui vocant) iſopleuriſque triangulis fabricatus, & ipſe tamen in rotundam euaſit figuram. At aër ex corporibus octo ſuperficierum trigonarú, cuius tamen anguli ſex ſolum ſolidi, aqua ex Icoſaëdris corpora hæc ſunt viginti ſuperficiebus duodecimque ſolidis concluſa componuntur: atque ob id æther maximè acutus, aqua labilis & inconſtans, aër quaſi medius inter hos eſt: omnium ſtabiliſſima eſt terra, cubis coagmentata. Hi octo quidem angulis ſolidis, ſex autem ſuperficiebus conſtant: ob idque aëri contraria eſt terra, & igni aqua, quòd angulos extenſos amploſque habeant: at cubi natura immobilis eſt, quod grauiſſima ſit, nec ſummitate baſim excedat: nam in pyramide leuitas ad ſoliditatem ſupremarum partium obſtat. In reliquis ſuperiora extra baſim ſunt, atque ideo ad motum per ſe inclinata. Solus cubus, cum talis ſit, immobilé meritò fecit terram: ſicut & pyramis cum ſola ſuperficiebus angulos æquauerit, ſimilé omnino ætheris ſubſtantiam ſibi ipſi reddidit, cùm omnis ſupremus æther eadem natura ſubſtantiáque exiſtat. At verò in duodecaëdro cum anguli & ſuperficies multum diſtarent, ſtellas & ſidera errantia in cœlo diuerſitas hæc peperit: hæc auté non obiter illi inſita ſunt: ſed tanta cum ratione, vt (quemadmodum narrat Ariſtoteles) ſi vel vnum amplius adderetur aſtrum cœlo, his quæ non ſunt, aut moueri omnino nó poſſet, aut tardius certè progrederetur. Si igitur hæc vniuerſa tam diligenti ratione ſunt cóſtituta, cumque omnium corporum rationalium natura numerum impleuerit (quinque enim tantum eſſe poſſunt) illud verò quod hæc omnia continet figura æmulatus in omnibus eſt, conſtat ſummam Geometriæ rationem maximum Opificem in mundi cóſtitutione conſeruaſſe: nihilque magis illa in eius conſtructione, imò & ſolá illá ſpectari debere. Sed forſitá quis quærat, num ex hac ratione aperta ſeptem erraticarum ratio habeatur? Certè ſic. itaque attentè animaduertite, quæ & in hoc conſummata fuerit ratio ipſa Geometrica. Si Iſoſceles in circulo deſcribatur, qui in duos alios, & ipſos iſoſceles diuidi poſſit, baſis prioris neceſſariò heptagoni latus eſt. Manifeſtú eſt autem, triplicem hanc qualitaté & maximá eſſe, & perfectiſſimá atq; abſolutá: quæ cum heptagono contineretur, effecit vt non alio numero erraticæ poſſent definiri, quam eo qui has omnes æqualitates amplecteretur. Rurſus ea in figura ambiente quatuordecim latera, hác imitatus eſt rationem: nec pluris, quæ minimú abeſſe poteſt, Mercurius diſtat in ſummo à Solis receſſu, & Luna duplicato numero dierum ad locum ſuum redit, cómunibus etiam iunctis terminis, ne quid ad perfectionem deeſſet: ſic hæc ratio ſeptenatij nobiliſſima facta eſt. Rurſus ſi trium quantitatú, quarú primæ & tertiæ aggregatum ad ſecundam ea ratio ſit, quæ ſecundæ ad primam: tum verò primæ & ſecundæ ratio ad tertiam, qualis tertiæ ad ſecundam lineæ iungatur, circulúſq; trigono circumſcribatur, erit in hoc trigono tota heptagoni ratio abſoluta: namq; prima, eadémque minor linea, heptagoni latus eſt: ſecunda ac media, quæ duobus heptagoni lateribus ſubjicitur: tertia, quæ tribus ex vna parte: quatuor autem ex alia heptagoni lateribus opponitur. Quamobrem cum nulla maior inter tres quantitates proportionum ſimilitudo eſſe poſſit quam geminata, cóſtat heptagona figura omnia cœleſtia, & quæcúque meliora ſunt inter mortalia, debere terminari. Quare cú homo non dubie vniuerſo cœlóque reſpondeat, ſolus huic figuræ etiá reſpondet. Sed mittamus hæc, & ad propiora propoſito noſtro redeamus, cum illud vnú ſit argumentum excellentiæ artis: Nullum philoſophum, nullum principem hac ſciétia carere voluiſſe. Omnes tamen putant mortales ſatis ſe ornatos eſſe, cum de Geometricis ſeu rationibus ſeu machinis abundè diſceptare nouerunt. O clariſſima ſcientiarum, generoſiſſima diſciplinarum, ſubtiliſſima artium, nobiliſſima inuentorum omnium humani generis: tot decora ornamenta tecum affers, vt diuina prorſus dici merearis. Cuius argumento eſſe poteſt, quod cùm reliquæ ſcientiæ cum propoſitis præmiis profeſſoribus non auctæ ſint, velut Medicina poſt Hippocratem, philoſophia poſt Ariſtotelé: at Geometria ob ſui pulchritudinem, homines inuenit claros, & ſui ſtudioſos, qui eam abſque præmiis ad apicem perfectionis deduxere. DIXI.

EXÆRETON MATHEMATICORVM.

MANVSCRIPTI (VNDE HIC LIBER ERVTVS EST) VETVSTAS ET Caracteris inelegantia exigunt vt parcatur erroribus.

PROOEMIVM.

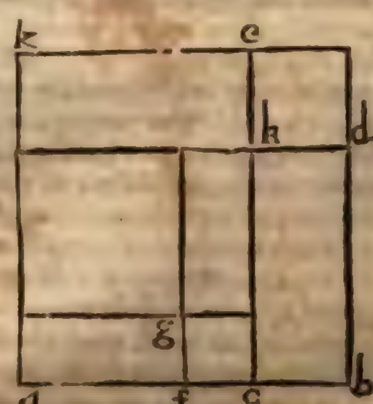
HVNC librum conſcripſi Romæ menſe Iulij M. D. LXXII. ex plu-
Vt in 2.3. & 4. Theor. *ribus quæ iam inuenta à me vno dumtaxat problemate excepto*
collegeram ob id vt homines modum intelligerent non ſolum in his
ſed etiam cunctis aliis diſciplinis inueniendi problemata tum theo-
vt in 7. M. d. Theor. *remata rerum admirabilium. Diuiduntur tractata hic in tria ge-*
nera: in ea quæ pendent ex inuentis ab aliis (nam ab aliis nihil
vt in prop. 8. *præter primam accepimus) & quæ ex propriis accepimus: & in ea quorum inuentio ex arte magna habetur, demonſtratio verò adijcitur vt non tantum ſciamus (eſt enim ſcientia quæ per demonſtrationem habetur) ſed vt vnum in aliud mutare diſcamus, idque appellatur, ſi purum fuerit, reſtitutio. Eſt autem triplex genus propoſitorum, Theorema, Problema, & γνῶσις. Altera vtilitas eſt perfectio abſoluta inuentionum excellentium artis magnæ cuius cauſa conſcripſimus Aliza, ſed perfectius hic declaratur, non oportet in huiuſmodi longius verſari ſed tantum prodeſt quantùm dubium eſſe poteſt vt ſufficiat docuiſſe cauſam.*

Definitiones.

1. PArallelipedum corpus eſt quadrilateris
ſuperficiebus ſex æquidiſtantibus com-
2. poſitum. Quod verò tribus rectangulis ſeu
æqualibus inuicem omnibus ſeu non, com-
3. muni nomine rectangulum ſolidum dicitur.
Si omnibus æqualibus cubus: at hic iam
4. notus eſt: ſi duabus quadratis quatuor re-
liquis tetragonis longioribus quam voca-
5. bant columnam quadratam, ſcapum nos
6. iure dicemus. Sin autem breuiores ſint
7. quatuor inæquales quadratis κολοβὸς ſi om-
8. nes inæquales ἄκομψος. Et ſi latus vnum
ſit æquale duobus ἴσον & ex his compoſita,
ſuperficies ſcaporum oblongæ Trapezi.

Suppoſita.

1. Cum linea fuerit bifariam diuiſa, qua-
dratum ex duobus quadratis partium &
ſuperficie dupla vnius in alteram conſtat;
2. vnde cubus eius ex quatuor corporibus,
duobus cubis partium & duobus corporibus
triplis quorum vnum quodque fit ex ductu
vnius partis in alterius quadratum mutuò.
3. Cum recta fuerit trifariam diuiſa, quadra-
tum illius intelligitur conſtare ex ſex ſuper-
ficiebus quarum tres ſunt quadrata partium
reliquæ duplæ ſingulæ tetragono ex vna
4. parte in aliam. At ſi in duas partes, ac vna
in duas rurſus diuidatur conſtabit totius
quadratum ex quinque ſuperficiebus. Velut
quadratum A B quæ fit decem, & diuiſa in
tres & ſeptem in C & A C rurſus in quin-
que & duo & conſtabit quadratum B K ex
quadratis C D F G, G C & duplo C D &



duplo A G. Et hæc diuiſio ſeu constructio 5.
vocatur μόνον. Cubus igitur diuiſa linea in
tres partes conſtabit ex tribus cubis velut
C G, E D, F G, & acompſo vno quod
ſexcuplum eſt ἴσου vt ſint iam partes nouem
corpora autem quatuor. Ex ſcapis autem &
curtis XVIII. ſcilicet corporibus ſex conti-
nentibus XVIII. vt ſint omnia corpora X 6.
& ordine eodem. Iuxta autem diuiſionem
in quinque ſuperficies, vides quod ſuperfi-
cies K H B quæ efficiunt vnam efficerent
duas: ſunt igitur tres cubi iidem qui prius:
Acompſi ſex nihilominus ex A L, L C in B
H;

h,h k & ex b c in a g h omnia autem corpora X X. nam partes lineę iij & ſuperficies VII. igitur in corporibus quatuor detractis nouem relinquuntur XII. quæ ſunt ſcapi aut curta.

VI.	III.	I.
III.	I.	VI.
omnia XXVII.		

A L in A E,G H, C G,D E,
C L in A G,G H,
C B. in B H,H k. F G C, G.

Quæ ſunt tria corpora : omnia ſeptem. Cubi conſtructio bifariam ſimilis eſt quadrato dum componitur latus eius ex duobus ; nam aſſumatur quadratum a c h & per ſecundum ſuppoſitum fit cubus eius ex cubo a l & duplo c l in quadratum f g & a l in l c g quæ cum erunt diuiſa per a l exibit quadratum a c h,& ſimiliter ex a l in a g & a l in duplum c g l & cubo quæ omnia diuiſa per c l reddent quadratum a c h f,igitur cum quadratum a c h f habeat latus habebit aggregatum illorum quatuor corporum latus Hoc autem erit compoſitum ex latere quadrato f g & g c cuborum. Et tale latus quadratum ſeu primi aggregati, ſeu ſecundi,ſeu totius cubi, eſt quod producitur ex a c tota in ℞. quadratam a l pro primo aggregato, aut c l pro ſecundo vel a c totius pro latere quadrato cubi a c vt ſi ponas a l XVI. c l IX. a c XXV. Altera ſimilitudo eſt quoniam diuiſo latere cubi vt pote 4. latere 64. in 3. & 1. fiunt per primum ſuppoſitum partes quadrati baſis 9. 1. & 6. quæ ducta in 4. altitudinem cubi efficiunt 36. 4. & 24. At ſi quadrata ſuperficies ſit 64. latus eius erit 8, partes autem 6. & 2. conſtituent eodem ordine 36. 4. & 24. & ita ſi ſit cubus 729. latus eſt 9. quadratum 81. quòd ſi diuidatur in 7. & 2. fient partes quadrati 49. 4. & 28. & diuiſo 27. ℞. quadrata 729. quoniam ſolida ſunt 441. 36. & 252. fient partes 21. & 6. & ſuperficies 441. 36. & 252. vt prius. & 21. ac 6. ſunt in proportione tripla ad 7. & 2. quoniam ℞. cu. 27. eſt 3. & aliæ in dupla, quia ℞. cub. 8. eſt 2.

Problematum Genera.

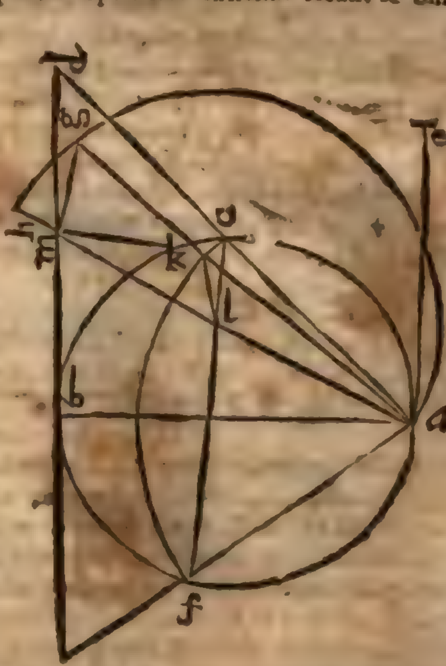
PRimum eſt ſcire theorematum ἐκ τῶν γνώσεων. Problematum autem ſcire & operari. ſcire autem multifariam dicitur, alia quidem ex communibus quæ proxima ſunt principiis & ob id notiſſimis tum ob id & quia proxima notiſſima. Cuiuſmodi ſunt quæ ab initio demonſtrantur ab Euclide. Poſt quę ea quæ ab illis ſunt remota vt quæ in Decimo libro. Tertio loco ſunt quæ principiis minùs notis pendent vt quæ mox docebimus. Cuiuſmodi ſunt etiam quæ à monade. Quarto loco, quæ demonſtrantur per μεθόδων vt in arte magna pleraque. Quinto quæ ex his pendent, & ad πρακτικὴν pertinent non tamen ipſa per ſe demonſtrata ſunt vt ſint ipſa vltimo quæ pro veris habemus, & talia exiſtunt, non tamen cauſam notam habemus. propoſitum igitur in hoc libro quæcunque ſunt in vltimis ſeu huius argumenti ſeu alterius re- *Problema pr.*

uocare retrò & ad priora vt ex poſtremo ad quintum & ſi licet ad quartum & ex tertio ad ſecundum vel ad primum, hoc autem feliciſſimè continget ſi principia aſſumpta quę in tertio ordine pleraque ſunt διὰ μέσων ad prima, vel ex primis reuocare aut oſtendere potuerimus, aut diſſoluta in partes deducere ad omnino per ſe nota ; ſic enim doctrina hæc & quæ per eam perceperimus ſeu ab aliis aſſumpſimus firmiora fient & clariora tum illuſtria & magis communia. Siquidem prima talia ſunt ſimul & per ſe nota. Exemplum in medica arte fæx albæ: cibus albus, κατοχὴ vrina rubra, phrenitis. Non dixeris obſtructionem nam in aliquo horum deſinit.

PRIMVM PROBLEMA
PROPOSITIO PRIMA.

Inter duas propoſitas rectas lineas duas medias in continua proportione Geometricè inuenire.

HOc eſt inuentum Architæ Tarentini Pythagorici : ex quo perſpicuum eſt quantum iam eo tempore illi callerent Mathematicas, cum poſteri vix problema inuenire poſſent. Sit ergo a r longior quam ſuppono pro diametro & in eo circulo collocata producatur donec occurrat contingenti b d intelliganturque tria corpora ſemicylindrus erectus ad perpendiculum cuius baſis a b c ſemicirculus ſit a c b E & ſemiconus qui fit circumducto Orthogonio a b d & vbi rurſus cadit in planum a d ſecet periferiam a b c in f & rurſus intelligatur ſemicirculus a b c erectus in ſuperficie a b c e plana circum duci manente puncto donec a b ſuperſtet ſibi ipſi ad perpendiculum in puncto a & creabitur quarta pars cuiuſdam corporis anonymi. Iſtorum trium corporum ſuperficies extremæ ſecant ſe binæ *Per pr. 4. elem.* *Per 13. de*



& binæ in lineis quia a b eſt longior omnibus lineis quæ ſunt intra cylindri dimidium

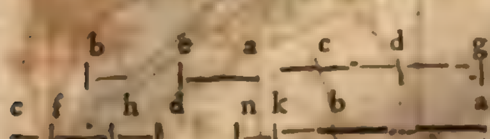
Ex hoc conſtat quod minor inuentarum mediarum ſcilicet a m eſt in plano.

& etiam pluribus partibus ſemiconi. Igitur ſectio coni & cylindri & corporis anonymi cùm ſint lineæ elicæ ſeu ſpiræ ſe ſecabunt in vno puncto tantum quod ſit g, erit ergo a g in ſuperficie ſemicirculi erecti qui tunc dicatur a b g & in ſuperficie trigoni a b d. Ducatur igitur ſemicirculus c f eo quòd erit æquidiſtans baſi coni & vbi ſecat a g ponatur k & ducatur c f recta & vbi ſecat a h ponatur l & vbi a h quæ eſt in plano ſecat a b c periferiam ponatur m & ducantur k l, & k m & g h & g m quia c k f & a g h ſunt ad perpendiculum ſuper planum ex ſuppoſito & communis ſectio eorum eſt k l eo quòd vterque terminus eſt in vtraque ſuperficie, k enim eſt in a g & a g in ſuperficie a g h, igitur k l eſt ad perpendiculum ſuper planum, igitur l eſt media inter f l & l c, quare inter a l & l m, igitur duo trianguli a k l & k l m ſimiles: igitur anguli m k l & k a l æquales & quia l rectus eſt duo anguli l k a & l a k æquales recto, igitur m. k l & l k efficiunt rectum. ſimiliter & h g a rectus & communicant in angulo k a h vt etiam k a l, igitur a h ad a g vt a g ad a m & a m ad a k, at a h eſt eadem ſeu æqualis a b & a k æqualis a c cum prodeant a centro circuli c k f, igitur a m & a g ſunt mediæ continuæ inter datas a b & a c & quia non relinquitur dubium niſi quòd g m ſit ad perpendiculum & cadat in circumferentia circuli a c b dico quòd vtrumque eſt neceſſarium quia g iam fuit in circumferentia cylindri & ducitur ad m baſim cylindri etiam cylindrus erat erectus ad perpendiculum ſuper planum ideo illa tria ſunt connexa.

Per 8. ſexti Elem.

Secundum problema propoſitio ſecunda.

Propoſitis duabus lineis, parteque vnius detracta & alteri addita quantitates exceſſus partium mutuò detrahere aque addere tum quando proportio aggregatorum ad ſua reſidua aggregatorum eorumdem aggregatorum ad alia reſidua, eadem vnde manifeſtum eſt hoc fieri non poſſe neque in eiſdem neque mutuò niſi aggregata inter ſe & reſidua ſint æqualia. ſint duæ lineæ a b & c d

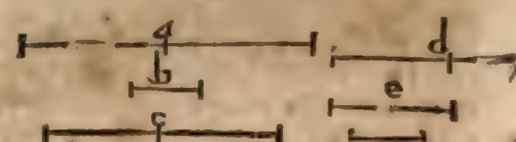


& ſit differentia earum d g & ſumatur vna pars a b maioris quæ ſit a e quam addo c d vt fiat tota c f volo partem abſcindere ex c d & addere ad a b vt ſit quæ abſciſſa eſt d h & tota addita a k ita vt ſit proportio c f ad b e velut a k ad c h. abſcindo de g differentiam ex d f parte addita & relinquatur g f fiat ergo g h æqualis g f & ſimiliter b k c a igitur & d f differunt ab h d & k b in d g. ergo in differentia a b & c d, tanta igitur eſt differentia quantitatum a b & c d quanta partium, igitur per communem animi ſententiam a k & c f ſunt æquales cum ad c d addiderimus d f vt ad a b, b k & ita c h eſt æqualis b e, ergo proportio c f ad b e eſt vt a k. c h & per eandem c f ad c h vt a k ad b e.

Corollarium ſic patet: ſit vt c l minor vel maior c h ſit ad quam a n ſe habeat vt c f ad b e, ſi ergo d l eſt maior d h erit maior g f quare maior b k & viciſſim ſi minor minor: & ſi d l minor ergo c l maior: & ſi d l maior c l minor: quare ſi a n maior c l minor vel ſi a n minor c l maior, minor neceſſariò, vel maior proportio c f ad b e vel ad c h quàm a n ad c l ſeu ad ſua reſidua ſeu mutua quod eſt contra ſuppoſitum. *Per 5. Elem.*

Primum Theorema Propoſitio tertia.

Cum verò fuerint duæ quantitates in duas ſingulæ diuiſæ, erit quod ſub prima primi ordinis & tertia ſecundi ordinis cum eo quod ſub tertia primi ordinis & ſecunda ſecundi, æquale ei quod ex prima ſecundi ordinis in tertiam primi cum eo quod ex tertia ſecundi in ſecundam primi & viciſſim.



Sit a prima primi ordinis diuiſa in b ſecundam & c tertiam, d verò prima ſecundi ordinis diuiſa in e & f ſecundam & tertiam

C	E	C	E
C	7	C	7
B	7	C	7

dico quod ſit ex a in e cum eo quod ex b in f æquale fore ei quod ex d in b cum eo quod ex e in c & rurſus quod ex f in a cum eo quod ex e in c ei quod ex e in d & ex f in e, conſtat enim quod f in a æquiualet f in b & c adde c in f d verò in c ei quod ex c in e & f adde b f & fient vtrinque eadem. idem de ſecunda parte.

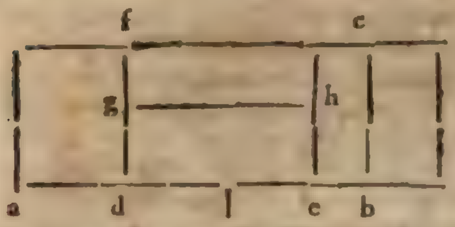
Secundum Theorema Propoſitio quarta.

Si Trapezum cuius longitudo latitudine triplo maior ſit, in tres partes diuiſum fuerit quarum ſecunda prioris dupla ſit, prima autem quadrata quæ poteſt in tertiam cum latere primæ, latus cum ſit totius ſuperficiei detracto duplo lateris cubici in reſiduum lateris tertiæ partis & cubi quod eſt latus primæ partis: corpus totum cum altitudine primæ, res æquales numero & cubo: neceſſe eſt cubi latus ductum in reliquum ſuperficiei producere numerum æquationis.

Sit ſuperficies a f prima quadrata, ſecunda e f illi dupla, tertia e c trapezus vel quia e c ſit minor aut maior a f latus e c ſit c h duplum d h in d a d h ſuperficiei totius a c dempta f h latus f d g cubus æquationis ad

cuius

cuius latus eſt rei æſtimatio. Cum ex illo in



reſiduum fiet numerus rerum quod omiſſum eſt neſcio quomodo. Supponatur ergo & aſſumatur quod neceſſarium eſt vt a d, ducta in a c, detracta a f h, id eſt in ſuperficiem g e c producat numerum æquationis. Numerus ergo producitur ex g d in d f ducto rectangulo in lineam compoſitam ex g d &



duplo f d. ſi igitur d f conſtituatur binomiũ aut reciſum & d g numerus tunc e c, erit numerus : & numerus æquationis compoſitum ex ĩ⁓ nam producitur vt viſum eſt ex
In arte Mag. cap. 25. g f & f d in d g & inde in f d, f d autem & d g componunt f g.

Scholium primum.

Quod autem aſſumptum eſt ſcilicet quod ſi ſuperficies f b eſſet numerus rerum & ex latere c e in e f fiat numerus æquationis



quod latus e c, erit res conſtat quoniam ex b e in c e fit cubus ex definitione, ex b c in e f numerus æquationis ex ſuppoſito & b f ſupponitur numerus rerũ & ex b c in b f fit quantum ex b e in c e & e f pariter accepta, igitur b e eſt res quod erat demnnſtrandum.

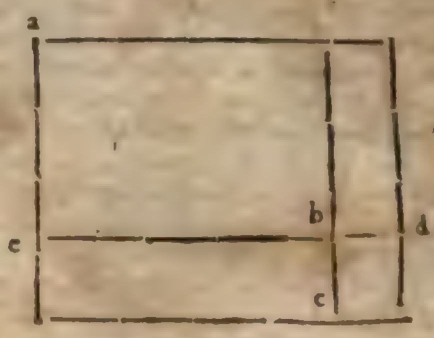
Scholium ſecundum.

Et quia ſupponitur res binomium vel reciſum & numerus æquationis numerus verè, & ille fit ex a d in g e c, ergo g e c eſt binomium & reciſum. Cum tota ſuperficies ſit numerus ſcilicet rerum igitur a f eſt contrarium g e c ſcilicet vnum binomium alteram reciſum.

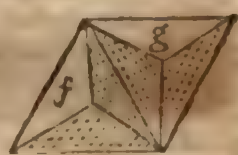
Tertium Theorema Propoſitio quinta.

Si circa Diametrum quadrati duo quadrata in directum coniuncta conſtituta ſint corpuſque propoſitum, fuerint autem duo parallelipeda rectangula ex quadratis in alterius latera ſimul iuncta æqualia dimidio corporis propoſiti; erit cubus totus æqualis corpori propoſito eique corpori quod ex latere quadrati totius in ambo quadrata producitur. Quòd ſi cubus totus æqualis ſit ſolido alicui & ei quod ſit ex latere ſuo in duo quadrata eodem modo circa diametrum conſtituta quæ totum quadratum compleant corpori: erunt duo corpora quæ ex lateribus quadratorum mutuo fiunt in ipſa quadrata pariter accepta dimidio corporis propoſiti æqualia.

Sint quadrata a b, b c poſita ad diametrum quadrati a c ita vt ipſum compleat, eritque b d latus b c, b e latus a b d e latus Cor:



a c, ſint autem duo parallelipeda ex e b, in b c, b d in a b æqualia dimidio corporis f g, quod ſit f dico cubum d e lineæ æqualem eſſe ei quod fit ex d e in a b, b c quadrata cum corpore f g toto. quod ſi fuerit cubus d e æqualis corpori f g cum eo quod fit ex d e in a b & b c dico quòd mutua ex b d in a b & b e in b c pariter accepta erunt æqualia f, cum enim cubus d e ſit æqualis cubis d b, b e cum triplô mutuorum b d, in b a & b c in b e, hæc autem mutua bis ſumpta ſint æqualia ex ſuppoſito corpori f g, erunt cubi b d, b e, cum mutuis ſemel b e in b c & b d in b a, & corpore f g æqualia cubo d e: at cubi b d, & b e cum mutuis ſemel b e in quadratum b c & b d in quadratum a b ſunt



æqualia ei quod fit ex d e in a b, b c eo quòd ex d e in a b fit cubus a b & mutuum ex b d in a b & ex b e in b c fit cubus b d & mutuum b e in b c, igitur cubus d e eſt æqualis ei quod fit ex d e in a b & b e quadrata cum corpore f g quod eſt primum. Conuerſum etiam ex hoc per ſe eſt manifeſtum nam cubus ſit æqualis f g & ei quod fit ex d e in a b, b c, & etiam cubis b d & b e, cum triplo mutuorum quod autem fit ex d e in a b, b c eſt æquale cubis b d & b e, cum mutuis ſemel ſequitur ex communi ſententia quod duplum mutuorum eſt æquale f g, igitur talia mutua cum ſint dimidium talis dupli erunt æqualia dimidio f g. i. f.

Ex hoc igitur ſequitur quod cum id quod Cor.
fit ex b e in a b, b c ſit quadratum d e quæ eſt latus cubi totius ſumpta ſecundum numerum a b & b e, quòd ſi ex talibus mutuis ſemel fiat aliqua quantitas puta f quod duplum eius quantitatis ſumptum vt numerus & cum numero rerum æquali duobus quadratis propoſitis quod hæc æquabuntur cubo illi & conuerſo modo. Si igitur ſupponamus quòd a b & b c gratia exempli 13. & mutua iuncta ſint 30. id eſt corpus f erit totum corpus f g, id eſt duplum & eſt 60. cum rebus 13. numero æqualia toti cubo d e. Igitur argumentum valebit: cubus d e, eſt æqualis 13. rebus 60. igitur ſi ex 13.

fecerimus duas partes ex quibus in ℞. ſuas mutuò fiat 30. dimidium 60. illarum partium. ℞. iunctæ erunt æquales d e .i. rei & viciſſim, ſi ex 13. fecerimus duas partes ex quibus in ℞. mutuò fiat 30. duplum 30. quod eſt 60. cum 13. rebus erit æquale cubo aggregati radicum eiuſmodi partium .i. lineæ d e, cum ergo acceperimus gratia exempli 18. res, manifeſtum erit ex demonſtratis in libro de proportionibus quod maximum corpus cui poſſint talia mutua æquari, & illud quod fit ex dimidiis in radices ſeu latera mutua pariter acceptis: igitur non poterit eſſe f maius 54. qui fit ex 9. dimidio 18. in 3. mutuò, igitur totum corpus f g non poteſt eſſe maius duplo 54. qui eſt 108. Poterimus igitur extendere ſolam iſtam demonſtrationem ad hoc problema. fac ex 18. duas partes ex quarum ductu vnius in ℞. alterius mutuò fiant 54. & in omni inferiore numero ad 54. igitur cubus poterit æquari 18. rebus & 108. & cuilibet numerò infra 108. .i. duplo ei quem mutua producere poſſunt. Capituli autem cubi æqualis rebus & numero regula inuenta, ſatisfacere incipit in 18. rebus à numero qui poſſit diuidi in duas partes quæ producant 216. cubum 6. tertiæ partis numeri rerum & iſte numerus eſt ℞. 864. nam diuidi poteſt in ℞. 216. & ℞. 216. quæ inuicem ductæ producunt 216. ℞. autem 864. eſt minor 30. & eius ergo capituli quod eſt à 30. vſque ad 108. habemus & regulam datam & ei ſatisfacit demonſtratio adducta à 108. autem ſupra ſatisfacit regula inuenta ſed demõſtratio præſens non attingit, quoniam non licet facere ex 18. num. rerũ duas partes ex quarum ductu vnius in ℞. alterius mutuò fiat pluſquàm 54. ſed cum ſupra habeamus regulam generalem non opus habemus hac demonſtratione, ſed à 30. infrà regula non ſatisfacit, hæc autem demonſtratio ſatisfacit: cum ergo in parte media .i. à 30. ad 108. per regulam inuenerimus demonſtrationem Geometricam, quæ inſeruiet vt dixi parti inferiori capituli in qua numerus eſt paruus illa inſeruiet parti nondum inuentæ. Et reſoluitur quæſitum in hoc, fac ex eo duas partes Geometricè, ſeu diuide ſuperficiem a b, in duas partes, quæ ductæ viciſſim in latera efficiunt corpus quod non ſit maius quadrante cubi aggregati radicum quadratarum dimidiorum; ſeu cubo totius numeri radicum diuiſo per quadruplum cubi ℞. quadratæ medietatis eiuſdem: ſeu eundem cubum diuiſum per ipſum numerum ductum in ℞. quadratam dupli ſui quod idem eſt. Velut ſi numerus rerum eſſet 12. cubus eius eſſet 1728. qui diuiſus per 12. ductum in ℞. 24. & eſt ℞. 3456. producit ℞. 864. Idem prouenit diuiſo cubo aggregati ℞. 6. & 6. & ſunt ℞. 24. cuius cubus eſt ℞. 13824. per 16. Et eſt accipere quadrantem. idem etiam prouenit diuiſo cubo 12. qui eſt 1728. per quadruplum cubi ℞. quadrata medietatis eiuſdem, medietas enim 12. eſt cuius ℞. quadrata eſt ℞. 6. & cubus ℞. eius ſcilicet 6. eſt ℞. 216. cuius quadruplum eſt ℞. 3456. diuide ergo 1728. per ℞. 3456. exeunt ℞. 864. vt prius.

Cubus æqualis 108. rebus.

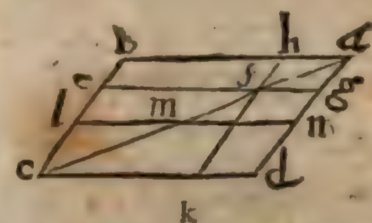
p. 108. reg. non Dem. à 30. ad 108. reg. & dem. à 30. infrà dem. non reg.

QVARTVM THEOREMA.

De multiplici diuiſione Parallelſpedorum præcipuè Rectangulorum.

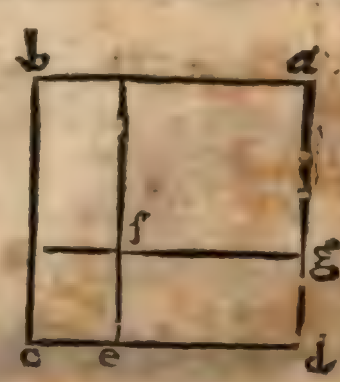
PROPOSITIO SEXTA.

1. QVadratum diuiſum ad diametrum & ſimiliter trapezus & omne parallelogrammum in quatuor parallelogramma, ſi ſint circa eandem diametrum: quorum duo ſint ſimilia toti & inter ſe, reliqua inter ſe æqualia. Nec facta ſectione, puta per h f k poteſt fieri ſectio alibi quàm in vno puncto, quia non niſi vbi diameter ſecat illam lineã,



puta per h f k & etiam quod fit per vnam diametrum non fit per aliam. Ideò conueniunt in tribus his omnia parallelogrãma & quadrata & rectangula. Sed differunt quia quadrata non habent niſi vnum latus magnitudine differens & duas partes linearũ: parallelogrãma autem reliqua cum habeant duo latera magnitudine differentia poſſunt habere quatuor partes linearum magnitudine differentes f e, f k, f g, & f h, & idem ſi ſint rectangula. Differunt etiam quoniam rectangula ſunt minora quadratis ſi ſint æqualis ambitus. Rhomboides quoque rectangulis ſi latera ſint æqualia. Et quantò anguli fuerint diſtantes magis à rectis eò etiam inter ſe minora. Et idem de corporibus eadem ratione, ſed loquamur de ſolidis primùm rectangulis.

2. Incipiamus ergo à quadrato a b c d, diuiſo ad diametrũ in f & docuimus aliàs fieri

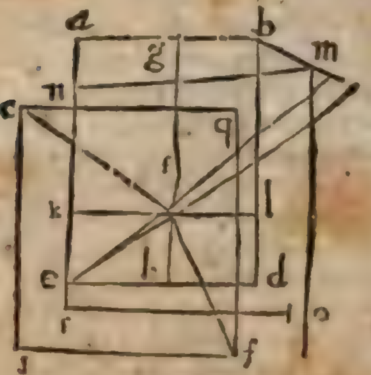


octo corpora, duos ſcilicet cubos ad diametrum, & tria ſolida inuicem æqualia & alia totidem æqualia, ex c e in quadratum d e, & totidem ex d e in quadratum c e, & duo quidem circumdabunt cubum c e f, & erunt ſcapi ſuperinſiſtentes cubo c e f, cum eadem altitudine quaſi iacentes; alterum eſt Kolobos ſuper a f, altitudine c e, & ita totum corpus ſubiacens erit cuius ſuperficies quæ eſt baſis a b c d, & altitudo c e, & ſuperior ſuperficies quadrata æqualis a b c d, & circum circa quatuor ſuperficies æquales

c g,

e g, quæ ipſum corpus ambiunt. Aliud corpus eſt ſimile huic compoſitum ex cubo a f g & duobus colobis a f g iuxta altitudiné c e & ſcapo medio inter colobos erecto ſuper c e f & hæc ſunt duo corpora quibus componitur cubus quæ habent radicem quadratam. Et hæc compoſitio eſt ſimilis etiam illi quæ in ſingulis rectangulis aliis. Diſcrimen tamen eſt. *Suppoſ. 7:*

3. Sin autem ſint parallelogramma [illegible] quoniam ex dictis corpora per quæ tranſit diameter ſunt ſimilia toti & inter ſe, ponantur tres ſuperficies loco eius quæ eſt in



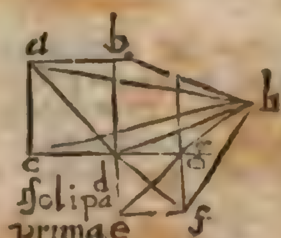
ſupremo κολοβῷ eleuata æquidiſtanter à plano m n o p à dextra in ſiniſtram q r ſ t loco eius quæ ab ante retro a g e h. Et quoniam duo corpora circa diametrum ſunt ſimilia toti & inter ſe erunt partes linearum a g, g b: itemque d h, h c & a n, n c, inter ſe ſimiles: quare ſolida parallelogrãma tria & tria vt in cubo ad vnguem inuicem æqualia & eadem ratione & ſitu collocata vt in illo, ſed ſi non eſſent circa dimetientem non eſſet aliquid horum neceſſarium. Omne igitur ſolidum parallelipedum ex quatur ſolidis componitur velut & cubus, & diſtributio eſt ad vnguem vt in cubo, & ſi quis objiciat quòd poterunt eſſe etiam pauciora propter æqualitatem partium; dico quod eſt verum ſed multò ſæpiùs plura, quia omnis minima differentia abea exacta proportione eſt ſufficiens ad impediendum hanc deductionem ad quatuor partes: Adeo vt verè vix vnquam contingat. Propterea melius eſt id dicere quod ratione probatur & verè ita eſt. *Per 11. elem.*

4. Diuiduntur etiam cubi in Iſolipa prima & duo ſupplementa: & ipſa dicuntur mutuo non ſingulari numero ſicut ſocer & generi quia non poſſunt eſſe niſi per vnam lineam coniungantur à ſummo ad infimum, & habent quadratas baſes & altitudinem cubi continentis illa. Et ambo conſtant ipſo cubo qui eſt pars & ſcapo aut κολοβῷ qui eſt iuxta altitudinem alterius cubi.

5. Iſolipa verò ſecunda dicuntur corpora ſeu ſcapi æquales cubis partium qui compleat cubum integrum, ipſa autem non complent. Quia vt dixi ad hoc vt ſint Iſolipa prima neceſſarium eſt vt ſint primùm duo ſcapi & hoc eſt commune cum ſecundis: & quòd ſint compoſiti ex cubo & corpore cuius baſis ſit baſis cubi, altitudo verò latus alterius cubi: cumque hoc fuerit talia corpora iuncta per lineas totius altitudinis cum ſint æque alta occupabunt totum cubum per tranſuerſum. Sed ſi altitudines ſint æquales, ſed quod eſt reſiduorum ſcaporum non ſit æquale altitudini alterius cubi, non poterunt complere cubi tranſuerſam latitudinem, ſed continebuntur a ſcapo aut κολοβῷ quia non poterunt habere altitudinem cubi. Et quoniam quælibet talia corpora poterunt æquari ſingulis, vel vno totali appellantur ob hanc ſimilitudinem ſecundam Iſolipa ſecunda. *Per primã harum;*

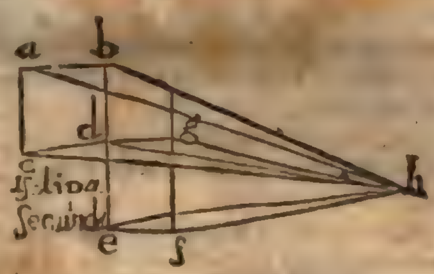
S C H O L I V M.

Supponatur ergo cubus a b c d 27 d e f g 8. eo quod baſis a b c d eſt 9, d e f g 4. ergo Iſolipa prima cum habeant altitudinem h d quæ eſt æqualis b e aliter non eſſent



A b C D H
D E F G H
D H linea communis illos æqualis
B D E.

æquè alta cum cubo tota erunt 45. & 20. ducta ſcilicet b e quæ eſt 5. in 9. & 4. Et talia includuntur cubo vt dictum eſt ſed ipſa ſunt etiam æqualia cubis ſcilicet 45. & 20. quorum latera ſunt ℞. cu. 45. p̃. ℞. cu. 20. tales autem includuntur & ipſi cubo ℞. cu. 45. p̃. ℞. cu. 20. quæ eſt 65. p̃. ℞. cu. 486000. p̃. ℞. cu. 1095. 500. Ergo vides quod omnes cubi habent ſua Iſolipa prima & omnia Iſolipa tàm prima quàm ſecunda

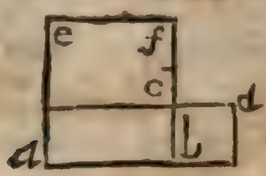


A B C D H
D E F G H
D H linea communis eorum multo longior B D E, lateribus cuborum iunctis.

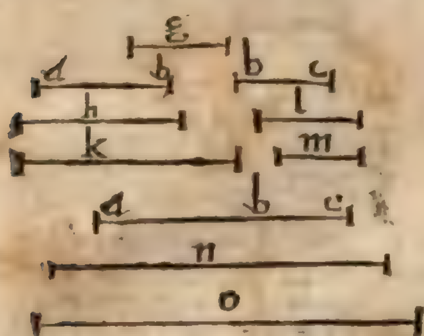
habent cubos æquales qui cubo vni includuntur. Et tales cubi denuò habent Iſolipa ſua prima (quia ſunt illorum partes) quæ neceſſariò vni cubo includuntur. Nec tamen Iſolipa ſecunda poſſunt includi cubis ſub propria forma cum repugnet, verum autem poſſint verti in duo Iſolipa prima eiuſdem quantitatis infra modum docebimus.

Prima Τρῶσις Propoſitio ſeptima.

Si ferint duo cubi notæ ſuperficiei laterum, noti erunt & ipſi cubi, ſint duo cubi a b, b c ſimul iuncti noti: & ſint latera eorum quæ conſtituunt ſuperficiem notam. Et ſit linea g monas & fiant in continua proportione g, a b, h & k & in continua proportione g, b c, l & m & ſint in continua proportione quadrati g & a b c ſuperficiei tanquam lineæ n & o. Quia er-



go g ad h k ſunt in continua proportione erit k ad a b duplicata ei quæ a b ad g & ideò æqualis cubo a b & ita m ad g duplicata g, c ad liquare cubus b c igitur ex ſuppoſito k m aggregatum notum & ex a b in



b c fit a b c & a b h k ſunt in continua proportione & ſimiliter b c l m in continua proportione atque item a b c n o igitur n fit ex h in l & o ex k in m cum verò a b c nota ſit & n ſit quadratum a b c quia g eſt monas & ita o cubus a d c erit o nota: *per. 5. 1. El.* cum verò o fiat ex k in m quæ iunctæ ſunt notæ erit vtraque k & m nota per ſe: quare eius duo latera cubica a b, b c nota quod eſt propoſitum.

Scholivm Primvm.

His viſis cum ſupponamus aggregatum cuborum a b b c eſſe numerum vt pote 40. erunt ℞. & m̃. iunctæ 40. & cum ſupponamus a b c eſſe numerum, erit o numerus & etiam cubus quia cubus a b c numeri qui ſit, puta b, & ideò 216. erunt ergo ℞. 20. p̃. ℞. 184. & m̃. 20. m̃. ℞. 184. igitur a b ℞. cu. 20. plus ℞. 184. & b c ℞. cu. 20. m̃. ℞. 184. & ita cadent neceſſariò in binomio & reciſo.

Scolivm Secvndvm.

Propoſ. 55. Habemus ergo (colligendo) octo quæſita. Primum quod alias demonſtratum eſt quòd ſi ſupponantur mutua ex partibus b f in quadrata ſua nota id eſt aggregatum & b f nota erunt & partes: ſed non peruenit ad cubum. Secundum quod demonſtratum eſt paulò ante quod ſi quadratorum aggregatũ fuerit notum & mutua etiam nota peruenimus ad capitulum cubi æqualis rebus totidem quantus eſt numerus aggregati illorum quadratorum & numero duplo aggregato mutuorum. Tertium quod vbi habuerimus latera ſuperficiei notæ & aggregatum cuborum eorum habebimus quantitatem eorumdem. Et peruenimus ad cubos æquales numero cum quadrato cubi & æſtimatio laterum eſt ℞. cubica binomij ac reciſi. Quartum modò eſt declarandum, & eſt quòd ſi habuerimus latera ſuperficiei non cum mutuis nota habemus latera per ſe diuidendo aggregatum mutuorum per productum exibit aggregatum laterum igitur cum ſuperficies ſit nota, habebimus latera. Et ſimiliter ſi ſupponatur ſuperficies a b c, nota vt pote ſex & aggregatum cuborum b d cum aggregato c e mutuorum cognitum puta b f tunc quia diuiſo illo aggregato per totam rem quæ eſt b f exeunt quadrata vt alias demonſtratum eſt e c & b d & multiplicatis a c & mutuo alio per b f exit duplum mutuorum: igitur aſſumpto duplo a c numeri ideſt 12. habebimus cubum æqualem 12. rebus & numero propoſito qui eſt b f & ita rem cognitam ex parte nota capituli. Sed & de ſexto non eſt dubitatio vbi b f nota ſit & cuborum b c, & e f aggregatum notum quia notæ ſint b c, c f ſingillatim, nam diuiſo aggregato per b f exit aggregatum quadratorum detracta a b c, igitur notæ erunt partes. Vnde patet ſeptimum illico quod ſi nota ſint quadrata b d & c e & aggregatum cuborum ac duorum mutuorum partes erunt notæ quia aggregato corporum diuiſo (per præcedens) per aggregatum quadratorum exit res ſeu b f per quintum, igitur per præcedens habemus partes ſcilicet latera cuborum. Reliquum eſt igitur vt declaremus octauum: ſcilicet quòd cognitis b d & e c quadratis iunctis tamen cubis vt habeamus partes, & ſimiliter octauum eſt ſuperiùs demonſtratum *Propoſ. 54.* ſcilicet quod cum fuerint nota aggregata quadratorum atque cuborum peruenimus ad cubum & numerum æqualia rebus ſed hoc eſt minus notum omnibus aliis. Et ita ſunt omnia cognita, ſed hoc minus inde ſecundum, alia ſunt perfecta.

Scholivm Tertivm.

Et cum duxerimus ℞. cu. 20. p̃. ℞. 184. in ℞. cu. 20. m̃. ℞. 184. fiet ℞. cu. 216. ducta igitur ℞. cu. 216. in partes fient mutua ℞. cu. 69120. p̃. ℞. 100329062. p̃. ℞. cu. 69120. m̃. ℞. 100329062. & hæ ſunt ℞. vniuerſales vt quoquomodo reducantur ad quatuor quantitates in continua proportione & ad tres vt in corollario ſequenti igitur ad ſeptem.

Cor. Ex hac igitur patet quod cum quis dixerit cubus æqualis eſt 18. rebus p̃. 35. vt in numeris integris vel 40. tribus modis in idem recidentibus quæſtio ſolui poterit. Et habebunt eaſdemmet exceptiones, primus eſt per regulam generalem capituli notam, ducendo 6. tertiam numeri rerum & eſt ſuper-

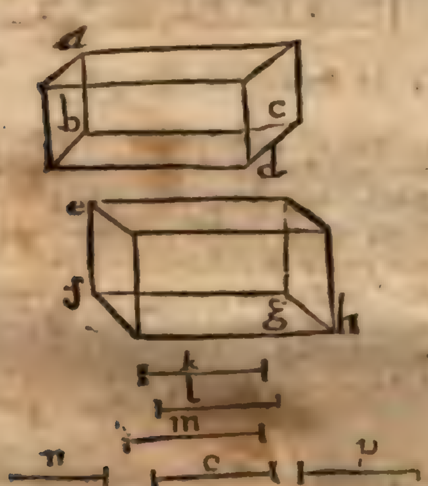
ſuperficies a b c ad cubum & fit 216. inde diuide 40. in duas partes ex quarum vna in alteram fiant 216. & erunt p̃. ℞. 184. & 20. m̃. ℞. 184. & ℞. cubicæ harum erunt tota linea b c f, be minor ſeu reciſum c̃ f maior ſeu binomium id eſt ℞. cu. eorum. ſecundus modus eſt per demonſtrationem allatam ducendo a b, b c & a b c ad cubum & fiet cubus a b c manifeſte 216. quia a b c fuit nota & ſuppoſita quòd eſſet 6. & aggregatum ℞. & m̃. 40. gratia exempli, ſeu 35. & eã ℞. in m̃. ſupponitur ſeu demonſtratum eſt fieri 216. vt prius ergo a b & b c, eædem vt prius. Tertius modus eſt vt ponamus per capitulum generale a b, poſ. b c [illegible] deducemus ad cubos partes & erunt 1. cu. [illegible] & hæc ſunt æqualia 35. ſeu 40. numero: hic enim eſt aggregatum cuborum vt ſupponitur, igitur 1. cu. p̃. [illegible] æqualia ſunt 40. duc omnia per 1. cu. fient quad: cubi p̃. 216. æqualia 35. cubis vt pote ſeu 40. cu. & eſt proinde ac ſiquis dicat 1. quad. p̃. 216. æqualia 35. rebus ſeu 40. rebus quare inuenta æſtimatione vt prius ℞. cu. earũ erunt æſtimationes quæſitæ, & ita res redibit ad idem. Ecce vides quomodo capitulum cubi æqualis rebus & numero tranſit & reducitur ad capitulum deriuatuum ex primis ſcilicet cubi quad. & numeri æqualium cubis ſed æſtimationis poſtmodum oportet accipere ℞. cubicas.

TERTIVM PROBLEMA.

Propoſitio octaua. Reſtitutio prima.

PRopoſitis duobus rectangulis proportionem inter lineas collocare. Item inter rectangula ſolida ad lineas geometricè traducere. Vnde manifeſtum eſt ſolida & ſuperficies ad numerum deduci poſſe.

Superficierum b c d, k ſit latus tetragonicum vt f g h, l. ipſis k l ſubtendatur m igitur m ad æ vt f g h ad b c d, vtraque

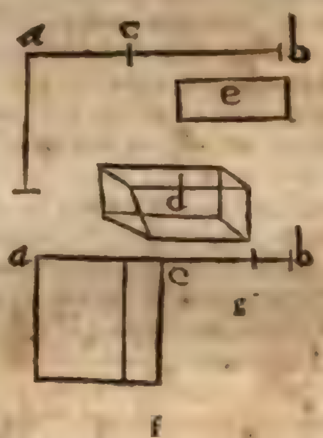


enim duplicata k ad l ſed k eſt poteſtate b c d igitur m eſt ad inſtar f g h, at f g h poteſtate eſt l igitur m eſt inſtar f g h actu. Ruſus inter k & b a pterpono vt ex duabus proximiorem m & eodem modo inter e f & l mediam & ſecundam n, cubi igitur m & n æquales ſunt a b c d & e f g h rectangulis ſolidis. Quare proportio ſolidi a b c d ad e f g h vt m ad n triplicata. Subtendatur igitur m n, o & m n o, p in continua proportione & erit k ad p vt ſolidum a b c d ad ſolidum e f g h quod fuit demonſtrandum. Quod ſi ponatur p actu ad m qualis n poteſtate ad eandem, eſt autem n poteſtate e f g h, igitur p eſt actu æqualis ſolido e f g h, quod erat demonſtrandũ.

Tractatus 2. Problema 4. Propoſitio. 9.

Diuidere alogam quantitatem vt ex ea in productum partium fiat quæuis quantitas non maior 4. cubi parte. Et rurſus ſic vt productum ſit reciſum primi ſi ſit binomium aut trinomium: aut binomium trinomium totius vbi totum reciſum propoſitum fuerit.

Sit binomium autem etiam magis abſtruſum diuiſum in c & volo ita diuidere vt ductum in productum vnius partis in alterã producat d aſſumo e ſuperficiem quæ in a b ducta producat d & non erit ex ſuppo- *per praced.*



ſito d maior quadrato a c & ideò detrahatur e ex quadrato a c & relinquatur a f in quam poſſit c g quam reſeco ex b c & relinquatur g b. Hæc igitur ducta in a g producit e ex quo in a b fit corpus d. Ex quo manifeſtum eſt quod licet a b eſſet quadrinomium poteſt diuidere d via ſuppoſitionis, & exinde diuidi per æqualia diuiſo numeratore. Pari modo inueniemus e quod habeat rationem numeri binomij aut reciſi cum a b & eadem via: adeo vt poſſet videri res leuiſſima ſed ſecus eſt aſpicienti tractationem illarum. *per 5. 2. Eucl.*

SCHOLIVM PRIMVM.

Eſt igitur animaduertendum in huiuſmodi operationibus quod cum in cubis & rebus vel quadratis quæ cum numero comparantur ſimpliciſſima eſt cubi & rerum aut quadratorum cum numero æquatio quia partes alogæ poſſunt ſe inuicem abſumere & reliqua pars ſeu numerus ſeu radix conuerti in numerum. At ſi cubus æquetur rebus aut quadratis & numero ſeu res vel quadrata cubis & numero: neceſſe eſt vt ſit in re aut quadratis aut cubo partes, quæ poteſtate ſint numerus & numerus etiam ob cubum, ita vt numerus diuidatur in duas partes vna per quam ſatisfaciat numero, alia quã ſatisfaciat numero contento in cubo.

in cubo Si tamen cubus æquetur numero & rebus aut quadratis, poterit hic numerus contineri in ſolo cubo & non in rebus, aut quadratis, quod manifeſtè videmus in capitulo cubi æqualis rebus & numero. Sed in hoc oportet vt reuertatur per generationem cubi & quadratorum numerus & aloga pars ad vnguem quæ continentur in quadratis aut rebus.

Scholium Secundum.

In generatione autem cuiuſcumque cubi cum ex re fiat duplex multiplicatio ideo vltima eſt per quam producitur numerus. Numerus ergo per ſe primò gignitur quadrifariam: primum ex numeris integris: vel fractis habentibus rationem cum integris 1 $\frac{1}{4}$ in 8. efficit 10. fractus autem in fractum proprie numquam cum ſecus videamus in mediis ac binomiis cum ſuis reciſis. Secundò ex mediis ſimilibus aut rationem inuicem habentibus quàm quadratus numerus ad numerum quadratum, vt ℞. 6. in ℞. 54. efficit ℞. 324. quæ eſt 18. Tertio cum ℞. cu. in ℞. cu. ducitur, fuerintque numeri quorum radices aſſumuntur vel cubi vel vnus ℞. quadrata alterius vt ℞. cu. 3. in ℞. cu. 9. demum cum ita fuerit quadratum quartæ quantitatis vt 3. 6. 12. 24. ex 24. in 9. & ex 3. in 576. fiunt cubi vel quintò cum fuerint multinomia ea ratione diſpoſita vt ſint in eadem proportione & vt alternent & prima producant numerum nam & vltima producent. Explicabimus autem duo exempla. Non per ſe autem deprehenditur & ratione & experimento: oſtenſum enim eſt quod quodlibet alogum

℞. 40. p̄. ℞. 20. p̄. ℞. 10. p̄. ℞. 5.
℞. 10. m̄. ℞. 5.
quod totum eſt 15.

vel generat numerum vel vt latus quadrati, aut vt eſt poteſtate tale in comparatione ad reliquum & dicitur ſimile illi aut vt latus ſuperficiei quadratæ & tunc poteſt producere cubum cuius latus eſt numerus vel

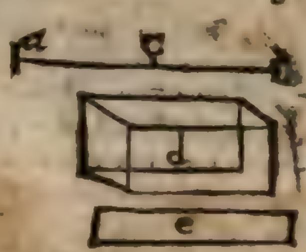
℞. cu. 24. m̄. 2. p̄. ℞. cu. 2. $\frac{1}{3}$
℞. cu. 9. ℞. cu. 3.
℞. cu. 216. m̄. ℞. cu. 72. p̄. ℞. cu. 24.
p̄. ℞. cu. 7. m̄. ℞. cu. 24. p̄. ℞. cu. 8.
quod totum
eſt 8.

vt vna ſit quadratum quartę in continua proportione, ergo idem erit in ℞. vniuerſalibus ℞. ℞. enim non eſt apta huic rei nam exigit duas integras multiplicationes.

Quia ergo binomia omnia ſunt ℞. binomij primi aut reciſi ideo comparatio hæc vt eſt ſimilium, ſeruit capitulis ab initio vt in diuiſione & multiplicatione in fine ad perfectionem capituli. Vnde nota ſunt fruſtra illa capitulorum cubi æqualium rebus & numero & rerum æqualium cubis & numero: & quadratorum æqualium cubis & numero & cubi ac quadratorum æqualium numero.

Scholium Tertium.

Supponatur modo in generatione cubi qui ſit pro paralelipedo d linea a b diuiſa per æqualia in c ℞. 12. p̄. ℞. 8. vt diuidatur in duas partes ex quarum vna in alteram



ducta in a b fiat d parallelipedum quod ſit 2. & diuidam 2. per a b inueniendo reciſum a b quod ſit ℞. 3. m̄. ℞. 2. & ſit diuiſor 2. per quod diuido d corpus quod eſt 2 exit 1. duco in reciſum fit ſuperficies e ℞. 3. m̄. ℞. 2. detraho ex quadrato a c quod eſt 5. p̄. ℞. 24. relinquitur 5. p̄. ℞. 24. p̄. ℞. 2. m̄. ℞. 3. huius ℞. vniuerſalem detraho & addo ℞. 3. p̄. ℞. 2. fient partes quæſitæ vt

℞. 3. p̄. ℞. 2. p̄. ℞. v. 5. p̄. ℞. 24. p̄. ℞. 2. m̄. ℞. 3.
℞. 3. p̄. ℞. 2. m̄. ℞. v. 5. p̄. ℞. 24. p̄. ℞. 1. m̄. ℞. 3.

vides cuius exemplum ſit a b 3. p̄. ℞. 8. diuido 2. p̄. ℞. 8. p̄ 2. exit ℞. 2. m̄. 1. detrahe a 3. p̄. ℞. 8. reſiduum fiet 4. m̄. ℞. 2. cuius ℞. v. adde & detrahe a ℞. 2. p̄. 1. fient partes hæ longè breuiores.

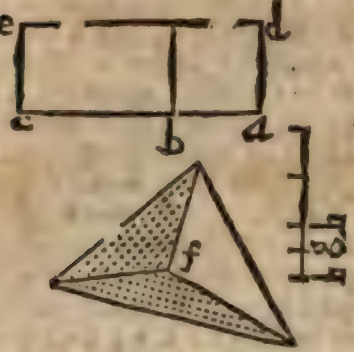
℞. 2. p̄. 1. p̄. ℞. v. 4. m̄. ℞. 2.
℞. 2. p̄. 1. m̄. ℞. v. 4. m̄. ℞. 2.

Scholium Quartum.

Facile eſt coniectari cum ex tribus vna non ſit idonea quæ ex cubicis ℞. altera non ſufficiens quæ ex binomiis & reciſis æquationis cubi & numeri æqualium rebus, & cubi æqualis rebus & numero in parte nondum determinata generaliter cum vbi inuenta eſt ad binomia pertineat eſſe in compoſitis ex ℞. v. vt dictum eſt.

Notandum Primum.

Scire autem oportet quod ſi ſuperficies a c e ſit numerus rerum & res a b, erit vt a b in proprium quadratum producat cubum, & in b c e numerum qui ſit f, poſita ergo altera æſtimatione ſub eiſdem numeris quæ ſit g ſeu maiore ſeu minore cum a d e maneat numerus rerum & ex g in a & d fiat cubus g & corpus f, igitur ſublato corpore f ceu g in c d a erit quod ſit ex g h ſeu differentia maiori ſeu minori æquale differentia



differentiæ cuborum a b & g a ſolidum ex h g in a e c fit ex g h in a b & a e, cubus autem differt à cubo h in ſeptem corporibus quæ omnia fiunt ex g h, igitur ſuperficies a e c æqualis eſt quadrato g h & triplo quadratorum h & productorum g h in h velut ſit 1. cu. p̄. 6. æquale 7. rebus & rei æſtimatio prima eſt 1. ſecunda 2. cubus igitur a b in prima æſtimatione eſt 1. corpus f. 6. differentia cubi 1. & 2. eſt 7. & ſuperficies d e eſt 7. quę producitur ex a d quæ eſt prima æſtimatio & a c quæ eſt 7. inuicem & hæc eſt æqualis 1. & 3. & 3. ſimiliter ſupponatur a b in prima æquatione 1. cu. p̄. 32. æqualibus 20. rebus eſſe 2. vt fiant 20. res 40. & cubus 8. reliquum 32 poſt in æſtimatione ſecunda g ℞. 17. minus 1 & h 2. fiat res ℞. 17. minus 1. diuiſa in h quæ fuit 2. & reliquum h ℞. 17. m̄. 3. cum ergo dederis numerum 32. cum cubo h ei quod fit ex h in 20. id eſt in a e relinquitur differentia cuborum g & h quæ comprehendit illas ſeptem partes 20. rerum differentiæ 1. g. h ergo diuiſo vtroque producto per g h prodibit a e ſuperficies æqualis quadrato g h quod eſt 26. m̄. ℞. 612. & triplo g h in h & eſt ℞. 612. m̄. 18. & triplo quadrati h quod eſt 12. quæ inuicem collecta efficiunt 20. vt ma-

℞. 612. m̄. 18. triplum
A B in
triplum quad. g. 12.
ſumma omnium 20.

nifeſtum eſt & ſi omnia hæc ducta fuerint per differentiam æquationum quæ eſt ℞. 17. m̄. 3. oſtendent illas ſeptem partes differentiæ cuborum ℞. 3. m̄. id eſt. g 2. d eſt h.

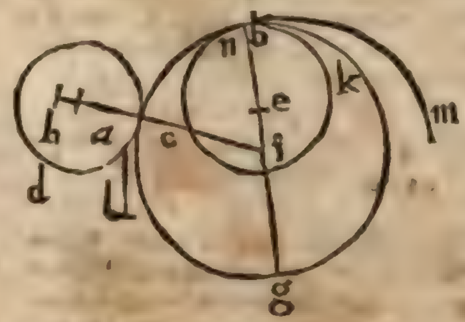
Secvndvm Notandvm.

Patet etiam ex hoc quòd in æſtimatione cubi æqualis rebus & numero quadratum vnius exiſtentis cum triplo quadrati alterius æquatur numero rerum. Igitur duplum producti vnius partis in alteram m̄. duplo quadrati alterius partis & ideo duplum differentiæ æquatur reſiduo. Exemplum 1. cu. æquatur 20. rebus p̄. 32 igitur cum rei æſtimatio ſit ℞. 17. p̄. 1. 20. fit ex quadrato ℞. 17. & triplo quadrati 1. igitur reliquum eſt ℞. 68. m̄. 2. cum ergo ex re 1. ℞. 17. p̄. 1. in 20. fiant 20. res ex ℞. 68. m̄. 2. in eandem rem ſcilicet ℞. 17. p̄. 1. fiet numerus ipſe qui eſt 32.

Quintum Theorema Propoſitio decima.

Si circulus duos circulos contingat ſeu intùs ſeu extrà ambos ſeu vnum intùs alterum extrà nullus alius circulus vnum ex his tangens eodem modo alium in eodem neque alio puncto contingere poterit eodem modo.

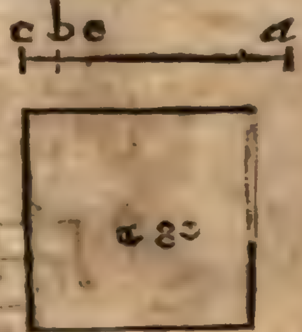
Sint duo circuli poſiti a d & b c & eos tangat circulus b g ſiue ambos iutùs vt b c ſeu ambos extrà vt a d ſiue vnum intus alterum extrà vt in præſenti figura: dico quòd



nullus alius circulus qui tangat a d in d exempligratiâ poterit tangere a d ad extra & b c intrà. Si enim ſit æqualis b g itaque tanga b c in b erit centrum vtriuſque in linea vna quare centrum b g eſt in linea vna b f g & cum ſit æqualis circulo eidem, habebit centrum etiam g & ita non erit alius circulus. Sed ſi tangat in k continget circulus circulum plus quam in vno puncto, ſi enim tranſibit ex b in k infrà a b ſecabit b c ſi autem ſupra ſeu maior ſit ſeu minor quia vt dixi non poteſt tangere a b in eiſdem punctis: tangat ergo infrà b circulus l m in n. Quia ergo oportet centrum eſſe in linea h a c f quia l n, m contingit a vt H a neceſſariò maneat & non in f quia eſſet idem circulus ergo vltra vel citra f cum ergo neceſſariò ſit in linea n f & in linea h f neceſſariò erit in f quod eſt contra poſita. *Per vndecimam tertij Elem.*

Tertia Problema quintum Propoſitio vndecima & eſt demonſtratiua purior ſeptima propoſitione Reſtitutio ſecunda.

Propoſita recta linea & quadrato alteram datæ adiungere, ſic vt quadrata propoſitæ



10 . 10 m̄ ℞ 80
100 — 180 m̄ ℞ 32000

Aggreg.

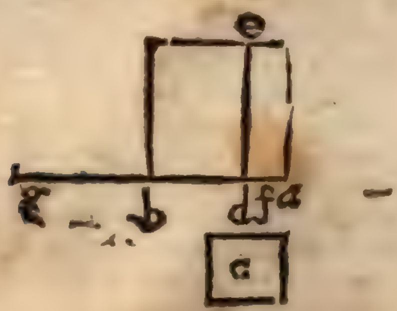
Aggreg. 280. m̃. ℞. 32000.
duplum a b in b c 200.
m̃. ℞. 32000.

& adiectæ ſimul iuncta duplo vnius in alteram in dato quadrato maiora ſint.

Sit data a b & quadratum d. propoſitum eſt addere ad a b, b c ita vt quadratum a b cum quadrato b c ſit maius duplo producti ex a b in b c in quadrato d auferamus a e æqualem d lateri & a b addamus b c æqualem b e cum ergo a b maior ſit b c in a e quia maior b e illi æquali erit quadratum a b & b c maius hoc totum duplo a b in b c in quadrato d quod fuit demonſtrandum. Exemplum a b ſit 10. d 80. aufero ℞. 80. ex 10. remanet b c 10. m̃. ℞. 80. addo a b fiet tota a c 20. m̃. ℞. 80. ſupputatio velut à latere videtur.

Tractatio Quarta, Problema 6. & eſt Reſtitutio tertia, Propoſitio 12.

Data recta linea eam ſic diuidere vt quod fit ex vna parte, in totam cum reliqua parte ſit æquale dato quadrato cui æquale eſſe poſſit. Sit data a b quam volo ſic diuidere vt ex b f in b g quæ conſtat ex b a & a f fiat ſuperficies æqualis quadrato c propoſito. Facio ſu-

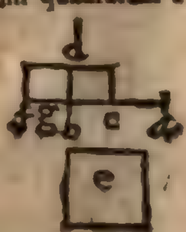


perficiem a e æqualem c & inter a b & b d conſtituo b f & æqualem a f addo a b dico ex a n f in f g fieri c.

Nam cum b f ſit latus b e & b a, a e b erit duplum a f in f b cum quadrato a f æquale a e & ex conſequenti c duplum autem f b eſt f g & ſi ei addatur a f erit ex a f in totum a b & b f æquale quadrato c quod erat demonſtrandum. Velut poſita a b 10. c. 19. erit b e ℞. 81. adde ℞. 81 ad 10. fit a g 19. a f autem 1. ductum in 19. efficit 19. quod eſt c.

Problema ſeptimum Reſtitutio quarta, Propoſitio 13.

Propoſita recta linea aliam ei in directum adiungere vt & ex tota & addita in eam quæ addita eſt fiat ſuperficies æqualis dato quadrato. Sit datum quadratum e & linea a b cuius dimidio quadrato erecto addo ſuperficiem iuxta altitudinem b d æqualem e quę ſit d f inter c f, & b d conſtituo g c à qua aufero c b relinquitur b g dico quòd il-



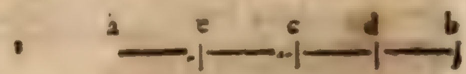
lud, quod fit ex a g in b g eſt æquale quadrato e. Quia enim e eſt æquale d f dico quòd d f eſt æqualis a g in g b cum enim b d ſit æqualis b c ſufficiet vt oſtendam id quod fit ex c b in b f æquale eſſe ei quod ex a g in g b, quoniam enim quod fit ex c g in ſeipſum eſt æquale ſuperficiei c d. f vt aſſumpſimus: illud autem conſtat ex quadrato b g & duplo b g in b c detracto communi quadrato c d relinquetur ſuperficies d f ſeu e quadratum æquale duplo g b in b c & ita ei quod fit ex g b in b a cum quadrato g b, quare collectis a b & b g ſimul quod fit ex g b in b a eſt æquale ſuperficiei d f & ex conſequenti quadrato e quod fuit demonſtrandum.

Lemma Primum.

Et per eoſdem modos fit vt velim facere ex a b duas partes vt vna in totum ducta producatur alia. addemus monadem & diuidemus totum per totum adiectâ monade. & quod exit eſt pars adijcienda. Sed longè melius generaliter adde toti partem ipſam & cum aggregato diuide partem eodem modo ſumptam quod exit eſt quantitas; quæ ducenda eſt. Exemplum volo addere partem ad 10. quæ producat dimidium alterius partis addo 1. ad 10. fit 10 $\frac{1}{2}$ diuido 5. per 10. $\frac{1}{2}$ exeunt $\frac{10}{21}$ duco igitur $\frac{10}{21}$ in 10. fiunt 4. $\frac{16}{21}$ dimidium 9 $\frac{11}{21}$ reſidui & ita ſi dicat vt ducta per totum producat quintam partem reſidui adde $\frac{1}{5}$ ſcilicet ipſam partem, fit 10 $\frac{1}{5}$ diuide 2. quintam partem 10. per 10 $\frac{1}{5}$ exit $\frac{10}{51}$ ipſa pars quæ ducta in 10. producit 1 $\frac{49}{51}$ qui ſunt quinta pars alterius partis quæ fuit 9 $\frac{41}{51}$

Lemma Secundum.

Et ex hoc aliud & eſt vt diuidamus a b lineam propoſitam vt productum ex a d in b d ſit æquale d e differentiæ partium aut dimidio c d id eſt c d aut dimi-



dio c d aut tertię parti aut parti qualis eſt lateris quadrati ad ſuam diametrum aut denique ℞. c d. Et in omnibus eſt regula vna. Si enim æqualis eſſe debet d e ponamus quod a b ſit 10. ducemus a c dimidium a b in e fit 25. & c d dimidium d e in e fit vnum iunge hæc duo quadrata fiunt 26 accipe ℞. ſcilicet ℞. 26. aufer ab ea c d relinquitur ℞. 26. m̃. 1. aufer à dimidio ſcilicet a c relinquitur 6. m̃. ℞. 26. aufer 6. m̃. ℞. 26. ab a b, relinquitur ℞. 26. p̃. 4. Pari ratione ſi debeat æquari dimidio c d & eſt c d capiemus loco quadrati c d quadratum

6 m̃. ℞. 26.
℞. 26. p̃. 4.

℞. 104. m̃. 2.
Dup. dif. ℞. 104. m̃. 2.

dimidij

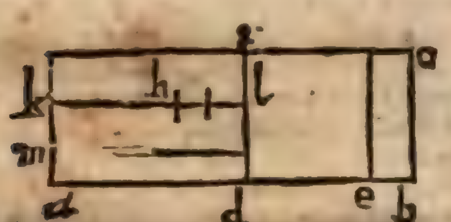
dimidij & habebimus ℞. $25\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ cætera vt prius: ideo habebimus partes $5\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $25\frac{1}{4}$ & ℞. $25\frac{1}{4}$ p̄. $4\frac{1}{2}$ quarum differentia eſt ℞. 101. m̄. 3. & hæc eſt dupla producto partium id eſt ℞. $25\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ & ita eſt. Et ita ſi proponatur vt proportio ſit vt lateris quadrati ad ſuam diametrum erit rei æſtimatio ℞. $25\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $\frac{1}{2}$ & ideò partes, 5. p̄. ℞. $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $25\frac{1}{2}$ & ℞. $25\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $\frac{1}{2}$ m̄. 5. Demum ſi ſit productum partium quale ℞. differentiæ proponemus partes 5 p̄. $\frac{1}{2}$ quad & 5. m̄. $\frac{1}{2}$ quad. & productum eſt 25. m̄. $\frac{1}{4}$ quad.quad. & hoc eſt æquale 1. rei igitur 1. quad. quad. p̄. 4. rebus eſt æquale 100. & res eſt in capitulo noto.

Theorema 6. Propoſitio 13. Archimedico modo ſcripta.

Sit ſuperficies oblonga triplo quam lata maior a b c ita vt media ſcilicet d e f g (eſt enim in tres partes diuiſa) ſit quadrata, ideò eius latus erit d e ſeu d g & ſit a g dupla d f & c e ſuperficies non refert ſeu maior ſeu minor d f cuius tetragonicum latus ſit g l, & producatur linea k l æquidiſtans a d & ſecetur in medio & ei adjiciatur g l & fiat d h, compoſita ex duobus tetragonicis lateribus d f & c e. Dico quod cubus k h & quod producitur ex k h in ſuperficiem k d (quam conſtat produci ex a d in l d & ideò ex duplo d e in differentiam laterum d f & c e) eſt æqualis corpori producto ex k h in a c numerum rerum; hic enim præſupponitur a c eiuſmodi numerus. Conſtat enim ex ſupra demonſtratis quòd ſi oſtendero k h quadratum eſſe æquale ſuperficiebus k g b & ex eadem in ſuperficiem a l fieri numerum, me oſtendiſſe intentum. Primum itaque eſt per ſe notum nam quadratum k h eſt æquale quadratis g l & g d & ideò ſuperficiebus d f & c e ideò toti g b & cum hoc duplo d g in g l & hoc eſt ſuperficies k g. nam d a eſt dupla d g, ideò g k fit ex duplo d g ſeu d e & eſt a d ſeu k l in l g. Quod ſi proponantur e b c f & d e f g p̄. & reſecetur g l vt m̄. ex a g cum fiat a l ex a d in d l erit a l æqualis d e, ideſt duobus quadratis d g & g l. Oportebit autem detrahere duplum d g in

Propoſ 4. ſcholio 1.

Per quartū elem. 2.



g l ideſt a l & relinquetur d m, ſeu ergo ex k h in l a tertidum ſeu ex l d in d m fiat numerus propoſitus erunt k h vel d l binomium ſeu reciſum d g & g l.

Lemma Primum.

Si fuerit cubus æqualis rebus & numero: Æſtimationis acceptæ iuxta modum rerum æqualium cubo & numero conſtitutio erit vt quadratum primæ partis cum triplo quadrati ſecundæ æqualis ſit numero rerum; & differentia quadratorum vtrarumque partiū ducta in ſecundam partem ſit æqualis dimidio numeri æſtimationis. Exemplum cubus æquetur 20. rebus p̄. 32. & ſit rei æquatio ℞. 17. p̄. 1. dico quòd ducta ℞. 17. in ſe & addito triplo quadrati 1. fit 20. & ſimiliter differentia quadrati ℞. 17. & 1. quæ eſt 16.

cu. æql. 20. rebus p̄. 32.
℞. 17. p̄. 1. res
17. p̄. 3. 20. n. rerum
17. p̄. 1 —— d 16. n. æſt.

cu. æqualis 12. rebus p̄. 9.
℞. $5\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$
$5\frac{1}{4}$ p̄. $6\frac{3}{4}$ e 12. n. rerum
3. in $1\frac{1}{2}$ $4\frac{1}{2}$ d.n. æſt.

ducta in 1. producit 16. dimidium 32. numeri æſtimationis & ſimiliter 1. cu. æqualis 12. rebus p̄. 9. rei æquatio eſt, ℞. $5\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$ (neque nunc differentiam facio, nec ſeruo proprietatem nominum æſtimationis & æquationis, ſatis duco quòd intelligar) quadratum ℞. $5\frac{1}{4}$ eſt $5\frac{1}{4}$ triplum quadrati $1\frac{1}{2}$ eſt $6\frac{3}{4}$ ideò totum 12. numerus rerum. Differentia quadratorum ℞. $5\frac{1}{4}$ & $\frac{9}{4}$ eſt 3. ducta in $1\frac{1}{2}$ ſecundam partem efficit $4\frac{1}{2}$ dimidium 9. numeri æſtimationis ſeu æquationis. Sed hoc parum vtile eſt ad principale.

Lemma ſecundum.

Si quantitas in duas partes diuidatur, quod fit ex ductu differentiæ quadratarum partiū in vnam illarum æquale eſt ei quod fit ex ductu totius in productum differentię in eandem partem.

Si oculis lynceis cernis, vtrumque corpus habet altitudinem eandem ſcilicet partem



Cor.

illarū; ſi ergo oſtendero quod differētia quadratorū partium eſt æqualis ductui totius in differentiā patebit propoſitū. Sit ergo a b diuiſa in c differentia partiū c d quia quod fit ex a b in c d eſt æquale ei quod fit ex c d in ſe duplum a d, differentia verò quadratorum a c & c b eſt duplum a c in c d cum quadrato c d, igitur productum a c in c d eſt æquale differentiæ dictæ: ſcilicet quadratorum a c & c b quod erat probandum.

Per 1. 2. El

Si quis ergo dicat fac de 10. duas partes ex quarum ductu minoris in quadratum differentiæ fiat 20. gratia exempli, dices igitur ex ductu totius in productum ex minore in differentiam fiet 20. igitur ex minore in differentiam fiet 2. fac igitur & habebis 5. poſ. m̄. 1. quad. æqualia 1. igitur rei æſtimatio eſt $2\frac{1}{2}$ p̄ ℞. $5\frac{1}{4}$ vel $2\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $5\frac{1}{4}$ & differentia 5. p̄. ℞. 21. aut 5. m̄. ℞. 21. conuerſo modo quorum productum eſt 2. Quod ergo via ſimplici procedendo peruenias ad capitulum notum ex primis. Hoc intereſt vt dignoſcas hac via tranſmutationem in aliis ad capitula cubi.

Exemplum.

Septimum Theorema, Propoſitio 14.

Vide prop. 9. *ſcholio* 2.

Omnes duo numeri qui inuicem ducti producunt numerum cubum in proportione ſe habent cum lateribus cubicis naturalibus illius, & ſi alter eorum ducatur in numerum, qui ad reliquum ſe habeat in proportione numeri cubi ad numerum cubum, qui producetur cubus erit: & ſi qui ſic producitur cubus ſit, reliquus primorum ad eundem proportionem habet vt cubi ad cubum. At ſi productus cubus non ſit nec in quem ducitur ad reliquum proportionem habebit vt cubi ad cubum. Et ſi non habeat proportionem is in quem ducitur, nec productus cubus erit. Et ſi numerus non quadratus in ſuam radicem ducatur producetur radicis illius cubus qui erit radix quadrata. Et ſi radix quadrata numeri cubi ex numero & radice alia vel vtcumque producatur, quantitates ex quibus producentur mutuò ſe habebunt cum radice illius numeri, cubica & quadrata cubicæ dictæ. Et ſi binomium aut reciſum reducatur ad cubum erit differentia partium cubus differentiæ binomij aut reciſi. Vnde manifeſtū eſt quomodo dati binomij aut reciſi liceat radicem cubicam inuenire.

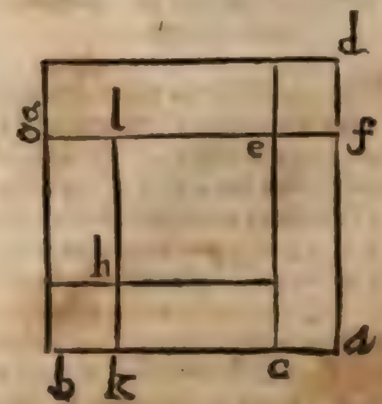
Com. Sint a b duo numeri ex quorum ductu producatur c numerus cubus, eruntque ex

a		b
	c	
d		e
f	g	h

definitione numerorum cubicorum duo nūmeri quorum vnus erit radix alterius qui inuicem ducti producēt c & ſint d & e & appellantur latera naturalia. Et conſtat quod mutuò ſe habebunt in proportione cub. a & b ex demonſtratis in 11. libro ab Euclide. Et hoc eſt primum. Dicò & quod ſi a gratiâ exempli ducatur in d qui habeat proportionem ad b vt numeri g ad numerum h qui ſint ambo cubi, quod f productus ex d in a eſt cubus & hoc eſt ſecundùm. Nam ex a in b fit c & ex a in d fit f, igitur c ad f vt b ad d. Sed ex ſuppoſito b ad d vt cubi g ad cubum h, igitur c ad f vt g ad h, quare cum c ſit cubus erit f neceſſariò cubus vt ab Euclide conſtitutum eſt. Contra & eſt tertium propoſitum: ſi ex a in d fiat f cubus & d ſe habebit ad b vt g ad h vel vt cubi ad cubū. Et ex hoc patet quod ſi f non ſit cubus nec d ſe habebit vt cubus ad cubum ad ipſum b & eſt quartum: & ita quintum illius conuerſum. Sextum indiget exemplo tantum; nam 3. in ℞. 3. producit ℞. 27. quæ eſt cubus ℞. 3. & quia ℞. 27. poteſt produci ex aliis vt 2. & ℞. $6\frac{1}{4}$ dico (& eſt ſeptimum) quod vt ſe habet 3. ad 2. ita ſe habebit ℞. $6\frac{1}{4}$ ad ℞. 3. eſt enim vtraque ratio ſexqui altera. Nam ſexquialtera fit per $1\frac{1}{2}$ cuius quadratum eſt $2\frac{1}{4}$ quod demum in 3. producit $6\frac{1}{4}$. Octauū

3.	℞.	3.
2.	℞.	$6\frac{1}{4}$

eſt non alias demonſtratam: velut cubus 7. diuiſi in 5. & 2. producit partes 185. & 158. quarum differentia eſt 27. cubus 3. differentiæ 5. & 2. capio ergo a b, quæ ſit 7. diuiſam in c vt b c ſit 5. & c a 2. & conſtat ex conſtructione quod fiunt duo corpora, quorum vnum conſtat ex cubo b c, & triplo b c in quadratum d e ſeu a c & eſt 185. aliud eſt cubus a c cum triplo a c in quadratum c g, triplum autem a c in quadratum c g ſuperat triplum b c in quadratū d e f in triplo c k differentiæ in rectangulum ex a f in f d ſeu b c in c a. At viciſſim cum fecerimus b k æqualem a c cubus b c ſuperat cubum c a ſeu d e f ſeu b k h in cubo k c differentiæ & triplo k c & b k in



Triplum c k in b c in c a
Triplum c k in quadratum b k h
Triplum b k in quadratum h e l

rectangulum c k h, hoc autem eſt æquale triplo c k differentiæ in rectangulum ex a f in f d quod claritatis cauſa oſtendi in margine. Conſtat enim quod eſt perinde ac ſi dicas triplum b c in c h; hoc autem eſt æquale triplo b c in c a cum latera omnia ſint eadem. Igitur ſublatis hinc inde partibus ſex æqualibus erit differentia cubi b c cum triplo b c in quadratum a c à cubo a c, & triplo a c in quadratum b c cubus k c differentiæ quod propoſitum eſt. Sed difficultas maior præcedente relinquitur, & maximè quod nos in octaua parte diximus de quadratorum differentia tam in radice quā in cubo dum de partium differentia locuti ſumus. Exempli gratia cubus ℞. 5. p̄. ℞. 2. vel m̄. ℞. 2. nam ad idem tendunt quoad hoc eſt ℞. 605. m̄. ℞. 578. quarum partium differentia quadratorum eſt 27. cubus 3. differentiæ quadratorum ℞. 5. m̄. ℞. 2. & hoc eſt valde mirum cùm diuiſo 8. in 5. & 3. id eſt ℞. 25. p̄. vel m̄. ℞. 9. prodeant 260. p̄. vel m̄. 252. pro numeris ſeu pro ℞. quæ æquiualent ℞. 67600. m̄. vel p̄. ℞. 63504. quare differentia eſt 8 cubus 2. differentiæ partium. Quinimo differentia quadratorum partium eſt 4096. cuius ℞. eſt 64. quadratum cubi 2. Sed ſi ſtatuamus partes ℞. 25. m̄. ℞. aut p̄. ℞. 4. adhuc fient partes cubi 185. m̄. 158. quarum differentia eſt 27. cubus 3. differentiæ illarum. Et idem pro ℞. 34225. m̄. aut p̄. ℞. 24964. & ad idem redeunt: non tamen differentia

34225.

34225. & 24964. quæ eſt 9261. eſt quadratum 27. cubi differentiæ partium : ſed huius eſt clarior cauſa : at quomodo cum cubus 5. m̃. 2. vel p̃. 2. ſit vt dictum eſt acceptus per radices ℞. 34225. m̃. gratia exempli ℞. 24964. & differentia tamen quadratorum illorum quæ eſt vt dictum eſt 9261. non eſt cubus, at cubus ℞. 5. p̃. ℞. 2. vel m̃. ℞. 2. eſt ℞. 605. m̃. ℞. 578. quorum quadratorum differentia eſt, illorum verò differentia radicum eſt 27. non quadratorum partium ſed partium ipſarum vt ibi partium differentia ſit cubus vt etiam partium radicis differentia eſt radix : contra hic partium differentia eſt quoddam anomadum : quadratorum autem in vtriſque differentia eſt cubus.

Cerum. Ex quibus conſtat quod oportet traducere hanc demonſtrationem ad hunc modum. Cum fuerit binomium vel reciſum cubi partes ad quadratum ductæ differunt in cubo partium binomij vel reciſi ad quadratum ductarum. Et ſi animaduertis propter ſeparationem in creatione ad idem redeunt. Et eſt demonſtratio ſubtiliſſime, & tenet in omnibus generibus quantitatum eodem modo ſumptis.

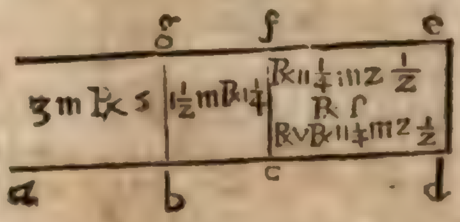
Ex hoc patet quod propoſuimus in corollario, ſit vt velim ℞. cub. ℞. 605. m̃. ℞. 578. & patet quod quadratorum partium differentia in cubo eſt 27. igitur in quadratis partium ℞. erit 3. ℞. cu. 27 igitur pono quod prima pars ℞. ſit 1. poſ. & erit ex ſuppoſito quadratum eius 1. quad. igitur quadratum ſecundæ partis eſt 1. quad. m̃. 3. triplica fit 3. quad. m̃. 9. adde quadratum primæ partis 1. quad fiunt 4. quad. m̃. 9. duc in primam partem fiunt 4. cu. m̃. 9. poſ. æqualia ℞. 605. igitur cu. æqualis 2 $\frac{1}{4}$ poſ. p̃. ℞. 37 $\frac{13}{16}$ igitur duc $\frac{3}{4}$ ad cubum fit $\frac{27}{64}$ duc ℞. 9 $\frac{29}{64}$ in ſe fit 9 $\frac{29}{64}$ detrahe $\frac{27}{64}$ relinquitur p̃. $\frac{2}{64}$ eius ℞. deme a dimidio rerum & accipe ℞. v. cu. habebis ℞. v. cu. ℞. 9 $\frac{29}{64}$ p̃. ℞. 9 $\frac{1}{32}$ p̃. ℞. v. cu. ℞. 9 $\frac{29}{64}$ m̃. ℞. 9 $\frac{1}{32}$ hæc eſt quantitas prima 1. ℞. 5. quam duc in ſe fiet 5. deme 3. fit 2. cuius radix eſt ℞. 2. ſecunda quantitas minor.

Digreſſio Prima.

Supponamus quòd ſit 1. cubus p̃. 1. æqualis 2. rebus & ſit quadratum b c quadratum rei, & cubus, cubus æquationis ſeu quæſtionis & ei adiungatur duplum b c quod ſit a b & ſit ſuperficies tota ſub b c latitudine a b c d e 2. igitur totum corpus ſub illa altitudine erit 2. res : & duo corpora a b g & c d e f ſub altitudine b c neceſſariò 2. Adeò vt ſecundum numerum ſuperficies tota a b c d e dupla ſit illis duobus corporibus, quare disiuncta ſeu diuiſa per rem erit linea a d dupla duabus ſuperficiebus a b g & c d e. Hoc autem eſt dicere vt diuidamus a d in duas partes a b, & c d pro vna & altera b c vt ex vna in aliam fiat dimidium a d, & in hoc diuidemus a d per æqualia, & à quadrato dimidij detrahemus dimidium a b c d & ℞. reſidui adiecta & detracta dimidio conſtituit partes. Et hoc eſt primum.

Digreſſio Secunda.

Et proponatur a d cuius non eſt certa ratio niſi quod ſit æſtimatio cubi æqualis eidem numero rerum & æquationis ℞. 5. p̃. 1. & a b ℞. 5 m̃. 1. igitur b c ℞. 1 $\frac{1}{4}$ m̃ $\frac{1}{2}$ & c d 2 $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 1 $\frac{1}{4}$ & ſuperficies vt vides. Erit ergo b c res & cubus eius ℞. 5. m̃. 2. Numerus autem æquationis qui eſt 1. fit ex ſuperficiebus a b g & c d e quæ iunctæ faciunt ℞. 1 $\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ in b c, rem quæ eſt ℞. 1 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ producunt 1. & eſt ac ſi dicamus diuiſa eſt a b in duas partes vt ex vna

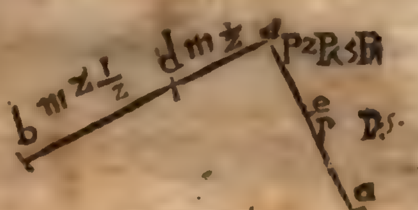


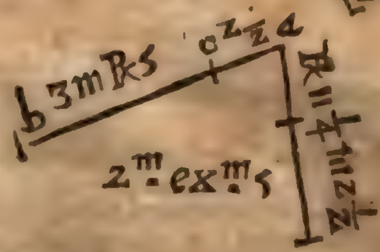
| a ℞. 5. m̃. 1. b ℞. 1 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ c 3 $\frac{1}{2}$ m̃ ℞. 1 $\frac{1}{4}$ d.
| linea potens in c d e f : k l

in aliam fiat dimidium totius a d hoc eſt talis numerus qualis eſt numerus æquationis comparatus numero rerum vt ſi dicas 1. cu. p̃. 3. æquatur 12. rebus aſſumemus a d & eam ſic diuidemus vt ex vna parte in aliam producatur quarta pars ad quale 3. numerus æquationis eſt pars 12. numeri rerum.

Digreſſio Tertia.

Dico præterea quod ſi ſumantur duæ quantitates vt ſupra diuiſæ in d & e vt a b ſit gratia exempli 3. m̃. a c ℞. 11. $\frac{1}{4}$ p̃. quod poterunt diuidi ita (non enim refert an ſint m̃. vel p̃.) vt ductæ inuicem relin- *Theor. primo.*





quant numerum. Velut in exemplo ſecundo. Nam ducto in latere ſiniſtro reciſo in reciſum decuſſatim, cum ſint participantes radices fiunt m̃. 2 $\frac{1}{2}$ m̃. 1 $\frac{1}{2}$ & eſt totum 4. à dextra autem rectè 3 $\frac{1}{4}$ p̃. & 1. $\frac{3}{4}$ p̃. qui iuncti ſunt 5. ſubtrahe vnum ex alio. 1. iunge potius faciunt 1. p̃. Rurſus

| 3. m̃. ℞. 5. | ℞. 11. $\frac{1}{4}$ m̃. 2 $\frac{1}{2}$
| ℞. 1 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ | ℞. 1. $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$

| m̄. 2 $\frac{1}{2}$ m̄. 1 $\frac{1}{2}$ | 3 $\frac{3}{4}$ p̄. 1 $\frac{1}{4}$
| m̄. 4. ——— | p̄. 5 ——— 1

| 3. m. ℞. 5. | ℞. 11 $\frac{1}{4}$ m̄. 2 $\frac{1}{2}$
| ℞. 1 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ | ℞. 1 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$

| ℞. 11 $\frac{1}{4}$ p ℞. 1 $\frac{1}{4}$ ℞. 7. m̄. ℞. 2 $\frac{13}{16}$

| ℞. 20. p̄. | ℞. 20. m̄.

multiplica à dextra partes rectè & habebis p̄. ℞. 11 $\frac{1}{4}$ p̄. ℞. 1 $\frac{1}{4}$ & à ſiniſtra viciſſim decuſſatim habebis m̄. ℞. 7. $\frac{13}{16}$ & m̄. 2 $\frac{13}{16}$ & hoc totum vt prius efficit ℞. 20. quæ cum ſint p̄. & m̄. nihil efficiunt.

Digreſsio Quarta.

Aſſumamus primum exemplum ſecundæ digreſſionis in quo res eſt ℞. 1 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ cuius quadratum eſt 1 $\frac{1}{4}$ m̄. 1 $\frac{1}{4}$ & ob id duæ ſuperficies a b g & c d e (cum tota a d e ſuperficies ſit 2.) ſunt ℞. 1 $\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{1}{2}$ binomium rei eſt igitur a d e id eſt 2. diuiſum in duas partes quarum vna eſt binomium radicis alterius aut illi commenſum aut viciſſim. Et dubium non eſt quod ſi ponas b c ℞. 5. m̄. 1. erit a b ℞. 20. m̄. 2. & quia a d e eſt 8. numerus rerum & a c ℞. 45. m̄. 3. vt ſit a c f 18. m̄. ℞. 180. erit c d e ℞. 180. m̄. 10. (cum enim demonſtratio & propinquitas maxima & frequens experimentum in vnum conſentiunt haberi poteſt pro vero) eritque c d 5. m̄. ℞. 5. & tota a d ℞. 20. p̄. 2. Dico præterea quod proportio numeri æquationis ad rem eſt binomium aut reciſum ipſius rei vel ei commenſum: nam ſi (vt viſum eſt) b c eſt res & reciſum aut binomium aggregati a b g & c d e quia producit numerum æquationis, igitur numerus æquationis continet rem id eſt lineam b c in aggregato a b g & c d e, ſed hoc eſt binomium aut reciſum vel commenſum b c reciſo vel binomio: igitur.

Digreſsio Quinta.

Datam ℞. puta 20. ſic diuidere vt quod fit ex vna parte in reliquam & totam efficiat quemvis numerum & quantitatem quam poſſet efficere, veluti ℞. cu 10. duc ℞. 20 in ſe fit ℞. v detrahe ℞. cu. 10. fit 20. cuius ℞. V. 20. m̄. ℞. cu. 10. addita & detracta à ℞. 20. oſtendit partes.

Theorema Octauum. Propoſitio 15.

Cuilibet numero fracto infiniti numeri fracti reſpondent, ex quorum multiplicatione numerus integer conflatur. Vnde manifeſtum eſt ſi denominator numeri fracti ducatur in numerum diuidendum atque productus per numeratorem diuidatur, eum qui exit numerum fractum eſſe, qui ductus in priorem producet numerum aſſignatum.

Com. Sit numerus fractus a b & ſit numerus integer h c quem neceſſe eſt habere h multiplicem c, a autem non eſt multiplex b aliter a b non eſſet numerus fractus ſed integer nam $\frac{15}{3}$ eſt 5. & $\frac{15}{5}$ æquiualet 3. duca-

$\frac{a}{b}$ $\frac{h}{c}$ $\frac{d}{e}$ $\frac{f}{g}$ k

tur ergo b in h & producatur d cui ſupponatur e quod fit ex a in c aut claritatis gratia poſito c monade æquale a dico ergo ex nuper dictis quòd ſi d continuerit e & ſit multiplex ad ipſum productum, erit integer numerus ex diffinitione integri. Et ſi non, erit numerus fractus & vtroque modo ductus a b in d e producet c h numerum integrum propoſitum. Ducatur ergo b in e & fiat g, & a in d & fiat f dico f g eſſe æqualem c h. Quia ergo ex b in h fit d & a eſt æquale e, erit d ad e proportio ipſum h & ideò etiam d compoſitor ex proportione d ad e & ad b interpoſito e vel a inter d & b: ſi igitur proportiones a ad b & d ad e componunt h & eędem multiplicando a in d & b in e componunt f g, igitur f g eſt ęquale. Et hoc eſt dicere quòd f ſit multiplex ad g in numero h quod eſt propoſitum.

Cor. Ex hoc patet quod tales numeri, quales ſunt d e, inueniri poterunt, qui ducti in a b producent numerum integrum quia h c ſeu h poterit variari in infinitum, quo mutato ſeu h ſolùm (poſito c monade) mutabitur d e, igitur patet tota propoſitio. Quod ſi obiiceres fieri poſſe vt d e non ſit numerus fractus quia d ſit multiplex ad e, & ductum a b in d e producat h c ſeu h tantùm quod idem eſt poſita vt dixi c monade, dico quod ex a b in alium numerum integrum non fit vnquam k qui ſit 1. p̄. quam h nam ſi ex a b in d e fit h igitur a b numerat h quia per numerum d e, & quia per te numerat etiam k per alium numerum, igitur numerabit a b differentiam inter h & k quę eſt monas maior minorem. Nam ſupponimus ad hoc propoſitum (non quia non ſit verum ſed quoniam ſufficit in propoſito noſtro) quod a b ſit numerus fractus compoſitus ex integro numero & parte numeri.

Cor. Ex hoc patet quod ducto b denominatore fracti numeri a b in h numerum diuidendum producitur d qui diuiſus per e numeratorem fracti. 1. ſupponendum illum numeratori d vt e ſit loco denominatoris (nam non eſt aliud $\frac{3}{5}$ quam 3. diuiſum per 5.) exit d e qui ductus in a b producit h c.

Cor. Ex hoc & regula poſita in quarta digreſſione præcedentis propoſitionis patet quod regula capituli tota cubi & numeri æqualium rebus, & illius partis quæ eſt nondum inuenta capituli cubi ęqualis rebus & numero, & ſimiliter generalis cubi & numeri æqualium quadratis tota & generalis in vna parte cubi & quadratorum æqualium numero habet æſtimationem & principia in binomiis & reciſis numerorum iſtorum fractorum, qui inuicem ducti producunt numerum integrum.

Theorema Nonum. Propoſitio 16.

Cubus lineæ diuiſæ cum duplo cuborum partium æqualis eſt triplo paralelipipedorum ipſius lineæ in partium quadrata. Vnde manifeſtum eſt quòd cubus ille totius lineę primum Cor.

cum

Cor. cum numero æquali duplo partium æquabitur tot rebus quot ſunt quadrata ambo triplicata. Quod ſi cubus & numerus proponantur æquales numero cuidam rerum cuius tertia pars non ſit maior ℞. quadrata cubi aggregati quadratorum nec minor duplo cub. ℞. dimidij quadratorum, erit dimidium numeri æquationis aggregatum cuborum
Cor. partium a b diuiſa in c dico quòd triplum a



b in quadrata a c & c b eſt æquale cubo a b cum duplo cuborum a c & c b, Conſtat enim cubum a b eſſe æqualem cubo a c, b c & triplo a b in quadratum a c & triplo a c in quadratum c b, quare illud aggregatum eſt æquale triplo cuborum a c & c b & producto a c in quadratum c b & triplo c b in quadratum a c. At hoc eſt æquale triplo a b in quadrata a c & c b ex conſtitutione igitur conſtat propoſitum.

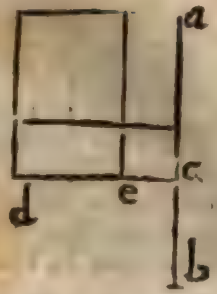
Corol. primum patet, nam ſi aggregatum cuborum dederimus dimidio numeri & duplum eorum toti numero æquationis, relinquetur cubus totius æqualis rebus, quare quadrata numero: & proportio cuborum ad quadrata nota. ſequetur etiam per idem quod ſuppoſito cubo cum numero æquali rebus ſolum quod numerus ille rerum erit conſtitutus; gratiâ exempli cub. ſint 35. & aggregatum quadratorum ſit 13. dico quod erit conſtitutio, dicemus 35. per 2. ſemper, & 13. per 3. & fiet 1. cu. p̄. 70. æqualis 39. rebus.

Corol. ſecundum. propoſito cubo, gratiâ exempli, cum numero æqualis 18. rebus ita vt numerus 18. ſit æqualis quadratis partium ex demonſtratis dico quod aggregatum cuborum non poterit eſſe minus duplo cubi ℞. quadrata dimidij 18. & ita non minor 54. nam ℞. quadrata dimidij 18. eſt 3. cuius duplum cubi eſt 54. nec poterit eſſe maior ℞. quadrata cubi eiuſdem aggregati velut aggregatum cubi dictum ſi ſit 18. cuius cubus eſt 5832. eius Radix quadrata quæ eſt circiter 76. eſt maximum aggregatum cuborum. Et ita propoſitis 54. pro aggregato cuborum minimo & ℞. 5832. pro maximo poterimus eruere aggregatum quadratorum conuerſa ratione.

Problema Octauum Propoſitio 17.

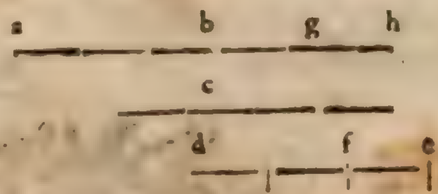
Propoſito rectangulo ſolido quadratæ baſis Iſolipa ſua inuenire ſub proportione data.

prop. 6. Com. Iſolipa fiunt diuiſa baſi in duo quadrata vt a latere vides ſed ita vt ſint æque alta & ideò erunt niſi corpora ſint cubi non eſt neceſſe vt mutuæ ſint cubis altitudines ſed ſolum vt differant quantum latera cuborum. Infinita ergo poterunt eſſe in vnoquoque cubo Iſolipa prima. Et in vnoquoque rectangulo ſolido quadratæ baſis Iſolipa ſecunda. Et quia proportio eſt vt baſium cum ſint æqualis altitudinis igitur baſes erunt in ea proportione. Quare proportio d e ad c e ℞. illius & cum ſit 1. ſin. proportione d c ad c e igitur erit per ſe nota.



Theorema 10. Propoſitio 18. Archimedico modo propoſita.

Sint tres lineæ a b, c & d e in continua proportione & diuiſa ſit d e in f ſicut d f ſit media proportione inter a b & f e dico c fore mediam inter aggregatum a b & d f & ipſam d f. Et rurſus, quod ſi ſit tale aggregatum ex a b & d f quod ſit a g & fuerit c media inter a g & g b fueritque a g & g b



ſubtenſa tertia g h in continua proportione quòd c erit media inter a b & b h. Tu. ſcis per poſitionem quòd d f eſt latus ſuperficiei ex a b in d e, addito quadrato dimidij a b detracta ab eo latere dimidia a b. Item ex demonſtratis alias quòd proportio d e ad f g eſt duplicata ei quæ eſt c ad d f, cum ergo proportio a b ad d f ſit vt d f ad f e ex ſuppoſito erit coniunctum a g ad b g vt d e ad e f, ſed d e ad e f vt c ad f quia tertia ad tertiam vt ſecunda ad ſecundam duplicata, igitur a g ad g b vt c ad f d duplicata, ergo cum d f ſit æqualis b g erit a g ad c vt c ad b g ſeu ad d f quod fuit demonſtrandum. Contrario modo demonſtrabitur ſecunda pars quæ eſt conuerſa.

Theoremum Vndecimum Propoſitio 19.

Si linea in duas partes ac duas diuidatur quadratum totius & producta ſuperficies ex prima in tertiam æquales erunt ſuperficiei ex tota in primam & tertiam partem ac ex ſecunda in quartam.

Sit a b diuiſa in c & d dico quòd quadratum a b cum ſuperficie a c in a d eſt æquale



ſuperficiebus b d in b c & a b in a c & ad ſimul iunctas. Hoc fit per Quartam ſecundi Elementorum. Quadratum enim a b cum eo quod fit ex a c in a d eſt æquale quadrato b c & duplo quadrati a c & duplo b d in c a & ei quod fit ex a c ter in c d loco quadrati b c ponemus quadrata b d, d c & duplum b d in d c vt ſint XI. partes, quadratum autem b d communiter detrahitur & b d in d c ſemel pro ſuperficie b d in b c relinquuntur IX. ſuperficies. At ex a b in a c fiunt tres ſuperficies & in a d ſex, ſed tres ſimiles ex a b

	quad. a b	quad. b c
	a c in a d	
		quad. a c bis
	b d in d c	a c in c d ter
a b in a c bis	quad. d c	a c in b d bis
		quad. b d
quad. a c bis	quad. a c bis	
a c in c d bis	a c in b d bis	quad. d c
a c in d b bis	a c in c d ter	b d in d c bis

in a c, ergo detractis communibus quadratis a c bis & a c in c d bis & a c in d b relinquitur ex vna parte a c in c d ſemel, quadratum c d & b d in d c. Eſt ergo c d ter aſſumpta in a c in ſeipſum & eſt quadratum c d & in b d, hoc autem per ſecundam ſecundi Elementorum eſt æquale ei quod fit ex tota a b in c d quod eſt propoſitum.

OPVS

OPVS NOVVM
DE
PROPORTIONIBVS NVMERORVM, MOTVVM, PONDERVM, SONORVM, ALIARVMQVE

rerum menſurandarum, non ſolum Geometrico more ſtabilitum, ſed etiam variis experimentis & obſeruationibus rerum in natura, ſolerti demonſtratione illuſtratum, ad multiplices vſus accommodatum.

AD M. A. AMVLIVM VENETVM, Cardinalem Illuſtriſſimum.

BENE dictum eſt meo iudicio à Platone M. A. Amuli optime, beatas fore Reſpub. ſi vel illarum domini ſapientiæ amatores eſſent, aut qui ſapientiæ eſſent amatores dominarentur, hoc ipſum clarè intelligens, ſtudio ſapientiæ nihil eſſe vtilius humano generi: quo ſimul & pietas, & iuſtitia, & mutuus amor hominum inter ſe & eorum commoda continerentur. Nempe hiſce quatuor tota noſtra felicitas comprehenditur. Si quidem pietate in Deos nihil niſi ſanctum, & purum, & illuſtre ſapimus: hoc ipſo primum quod ſupra nos eſt, intelligimus, Deos veneramur, gratias agimus, timor cum veneratione noſtros animos ſubit, & de futurâ vita cogitamus, hec ipſa mortalia ſi non negligentes ſaltem parui facientes. Iuſtitiam autem adeò neceſſariam humano generi eſſe ſcimus, vt ſine illa neque eſſe, nedum benè eſſe poſſimus, vt neque latronum cœtus abſque ea diu ſtare poſſint. Porrò quid dicam de concordia, & mutua hominum beneuolentia, in quibus omnis vita humana dulcedo repoſita eſt: nec quis ſuſtineat viuere, qui ſe omnibus odioſum eſſe ſentiat. His ipſis filios in ſpem alimus, parentes fouemus, fratres tuemur, & adiuuamus, amicis opitulamur, cum hominibus hilarem & iucundam vitam ducimus. Si quis ſerpentem in lecto haberet, nunquam ſomnum caperet: ita nihil moleſtius eſt in hac vita, quam eſſe cum quo nolis, & priuari conſuetudine eorum cum quibus maxime viuere cupias. Quid enim habent Principes præcipuum cum tota illa potentia quam habent, niſi hoc vnum, quod ſuis quos amant bene facere poſſint? nam reliqua omnia exerceri, venari, edere, bibere, dormire, iter agere, loca amæna inuiſere multis aliis conceſſum eſt, maioréque commodo qui in vita priuata degunt. Si ergo principatum cum tot laboribus, curis, periculis, & merito omnes appetunt: nec eſt in eo quicquam præcipuum præter hoc, cui dubium eſt quin hoc non ſit ſummum huius vitæ hominibus bonum? propter cuius vel dubiam ſpem eorum, quæ habent obliti mortales periclitantur. Succedunt inde tot commoda, non ſolum vtilia, ſed pleraque etiam neceſſaria, quæ nos ſapientia docet: huiuſmodi ergo omnia cùm libris contineantur, merito optimus quiſque librorum bonorum perpetuitati atque incolumitati fauere debet. C. Caligulam execramur ſolum ob id quod Vergilij, & T. Liuij ſcripta delere cogitauerit. Quid facturi eſſemus, ſi feciſſet quod cogitauerat? Eſt in ſapientum monumentis bonum ſine malo, mens ſine corporea labe: Virtutes abſque vitiis, gratiæ & iucunditas ſine ſorde, & immunditia, voluptas ſine dolore, conuerſatio abſque tædio, delitiæ abſque miſeria nuda, omnia bona præſtant, atque laudabilia ab omnibus mortalitatis exuuiis libera, tantum commodi afferunt libri. Sed & in eorum electione ac ſtudiis modus, ac

mediocritas quedam ſeruanda eſt, que ſi quis neglexerit non leui incommodo afficie-
tur: eam antiqui rationem alij proportionem appellarunt, non equidem etiam in per-
tritis tam facillimam, vt rentur homines: nam in altis rebus perobſcuram eſſe faten-
tur, ego difficillimam puto vndique, & magis forſan vbi non exiſtimamus. Vnde
plures decidere videmus magnis cum auxiliis, & euidenti ſpe: quid aliud eſt in cauſa
quàm ignota menſura rerum? quam tamen plerique tenere ſe putant. Ergo, cùm ſum-
mum bonum in hac menſura ſitum eſſe cernerem, vt clarè oſtendunt muſicæ voces, quæ
non niſi indiuiduo (vt ita dicam) ſpacio ſeu loco ſtare poſſunt, ita & in figuris pictu-
rarum & ſtatuarum, & diebus decretoriis, & negotiis ciuilibus; operæ pretium me
facturum exiſtimaui, ſi omnia hæc quæ latè patebant breuiter in vnum redegiſſem,
non tantum ne lectorem tædio afficerem, quàm vt quod aliàs docui, breuibus tra-
ctationibus, & plura continerentur, & facilius docerentur. Cum vero bona fortuna
quedam effeciſſet, vt tibi libellum dedicaſſem de Prouidentia ex conſtitutione tempo-
rum longe meliore occaſione nominis tui Typographi obliti ſint, indignum fore putaui,
vt non ærea (quemadmodum cum Glauco Diomedes) cum aureis commutarem. Itaque
infinitis licet circumuentus negotiis totus huic operæ incubui, atque adeò vt præter
ſpem vnius anni penè ſpacio liber abſolueretur. Qui cum tibi (vt dixi) iam iurè
deberetur, eò tamen magis dedicandum putaui, quod non ego ſolum, quanquam id
maxime, ſed communis conſenſus hominum exiſtimet, te ſingulari virtute omnibus
ſtudioſis plurimum fauere. Vale.

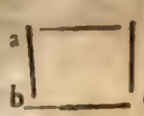
Prima diffinitio.

PRoportio ab Euclide ſic deſcribitur, Quod ſit duarum quantitatum eiuſdem generis, quod ad magnitudinem attinet, comparatio certa.

Secunda diffinitio.

Proportiones per ſimilitudinem dicuntur, cùm quantitas quantitati comparatur alterius generis, cui fingitur æqualis eſſe poteſtate.

Velut ſi a b fingatur monas a in comparatione ad b c, erit rectangulum a c æquale lineæ b c.



Tertia diffinitio.

Proportio æqualis proportioni eſt, cùm eodem modo termini ſe habent inuicem in vtraque.

Quarta diffinitio.

Proportiones ſecundum genus notæ dicuntur, cùm nouimus, quòd ſint maiores, aut minores. Nam cùm æquales ſunt, ſimul neceſſe eſt, vt cognoſcamus genus, & ſpeciem.

Quinta diffinitio.

Datum poſitione eſt: quod neceſſariò ex poſitis certam habet quantitatem.

Sexta diffinitio.

Datum ſimpliciter dicitur, quod ex propoſitis cognoſci poteſt, quantum ſit.

Septima diffinitio.

Proportiones poteſtate dicuntur, quæ ſub comparatione aliarum quantitatum neceſſariam habentium connexionem ſolum cognoſcuntur.

Hæ autem ſunt aliquando eiuſdem generis cum primis, vt numeri: aliquando alterius, vt linearum & ſuperficierum, angulorũ, & arcuum: aliquando eiuſdem generis, & diuerſarum ſpecierum, vt arcuum per ſinus, qua vtuntur Aſtronomi.

Octaua diffinitio.

Proportio homonyma dicitur duarum quantitatum diuerſi generis, ſed alterius ab altero dependentium, velut motus ad tempus. Dicimus enim motum tardum, vel velocem in comparatione ad tempus. Cor.

Nona diffinitio.

Proportionum aliæ dicuntur rhete, aliæ alogæ, rhetæ quæ ſunt vt numeri ad numerum, alogæ quæ non ſunt numeri ad numerum.

Decima diffinitio.

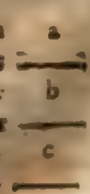
Proportio rhete alia æqualis, alia multiplex, vel ſubmultiplex: alia vnius partis exceſſus, aut defectus, alia plurium, quam ſuperpartientem, aut ſupartientem vocant.

Vndecima diffinitio.

Cum diuiſo denominatore per numeratorem exit quantitas aloga, proportio dicitur aloga: ſi autem numerus integer, aut pars numeri nota, dicitur rhete.

Duodecima diffinitio.

Proportionem in proportionem duci eſt, quoties recto ordine tres quantitates in eiſdem collocantur: vt ſint tres quantitates a b c, dicetur proportio a ad c producta ex propor-



portione a ad b & b ad c, & ſimiliter proportio c ad a producitur ex proportione b ad a, & c ad b.

Tertiadecima diffinitio.

Proportionem per proportionem diuidi eſt, quoties ad eandem quantitatem duæ quantitates comparantur, tunc illarum proportio eſt, quæ prodit vna per alteram diuiſa.

Sint proportiones a & b ad c & interponatur b inter a & c, dico proportione a ad c diuiſa per proportionem a ad b prodire proportionem b ad c, conſtat ex conuerſa præcedentis.

Quartadecima diffinitio.

Additio proportionum intelligitur quotiens duarum quantitatum ad vnam tertiā, proportiones per aggregatum ipſarum quātitatum ad eandem coniunguntur.

Velut ſi comparentur a b & b c ad d, inde tota a c ad d dicemus proportionem, ac ad d eſſe coniunctam ex duabus proportionibus a b ad d & b c ad eandem d Hæc & duæ ſequētes ſicut & duæ antecedentes demonſtrabūtur eſſe, nunc ſolum quomodo intelligendum ſit proponimus.



Quintadecima diffinitio.

Detractionem proportionis à proportione intelligimus fieri per detractionem minoris quantitatis à maiore, comparatam ad eandem quantitatem.

Velut in exemplo ſuperiore detracta proportione b c ad d ex proportione a c ad d, relinquetur proportio a b ad d, & probatur ex conuerſione præcedentis.

Sextadecima diffinitio.

Extractio radicum alicuius proportionis fit per extractionem radicum quantitatum illius iuxta vnam, & eandem rationem.

Velut quadratæ, vel cubæ, vel pronicæ, vel vniuerſalis, vel alterius modi.

Decimaſeptima diffinitio.

Cum fuerint duæ proportiones ſimiles in tribus terminis continuatæ, dicetur proportio primæ quantitatis ad tertiam veluti primæ ad ſecundam duplicata. Et ſi ſint tres proportiones ſimiles in quatuor terminis, dicetur proportio primæ quantitatis ad quartam triplicata ei, quæ eſt primæ ad ſecundam.

Decima octaua diffinitio.

Confuſa proportio dicitur ſimplicis, aut compoſitæ quantitatis ad compoſitam in comparatione ad proportiones ad partes.

Decimanona diffinitio.

Quantitates quæ in continua ſunt proportione Analogæ vocantur.

Dictum eſt hoc ad fugiendum nomen barbarum, etiam vt breuiter tamen poſſemus ſententiam explicare.

Vigeſima diffinitio.

Reflexa proportio dicitur cum trium quantitatum aggregatum primæ, & tertiæ ſe habet ad ſecundam velut ſecunda ad tertiam.

Vigeſima prima diffinitio.

Trium quantitatum analogarum aliæ quidem Geometricæ, cùm proportio ſimilis eſt: Aliæ Arithmeticæ, cum fuerit æqualis exceſſus hucinde: Aliæ muſicæ cum fuerit proportio primæ ad tertiam multiplex, aut ſimplex, aut compoſita exceſſus quæ ſimplici iuncta ſit ad multiplicis perfectionem: eadem autem ſit proportio exceſſus primæ, & ſecundæ ad exceſſum ſecundæ ſupra tertiam.

Velut proportio 6. 4. 3. dupla eſt vtrinque, & 6. 4. 2 tripla & 28. 24. 21. & 45. 40. 36. Geometrica verò & arithmetica facilius continuantur in quotquot quantitatibus, ſed & muſica velut 12. 8 6. 4. 3. & proportio 8. ad 5. muſicá eſt: quia proportio 5. ad 4. muſica eſt, & bene ſonans, igitur conſtitutis 8. 5. 4. cum 8 ad 4. bene ſonet, & 5. ad 4. & 4. ſit extrema non media inde 8. & 5. bene ſonant, nam in medijs non eſt verum, vt in 9. 6. 4. bis diapente, & 16. 12. 9. bis diateſſaron.

Vigeſima ſecunda diffinitio.

Quantitates quæ ſimilem habent proportionem non continuatam, omologæ appellantur.

Vigeſima tertia diffinitio.

Prima operatione conſiſtere dicuntur proportiones, cum inter primo conflatas quantitates conſtiterint.

Prima Animi communis ſententia.

Omnis Proportio eſt, aut æqualitatis, aut maior inæqualis, aut minor.

Secunda animi communis ſententia.

Quilibet numerus tantus dicitur, quanta eſt illius proportio ad monadem.

Dicimus enim quatuor, quod monadem quater contineat. Et duo cum dimidio cùm monadem bis & ſemis contineat.

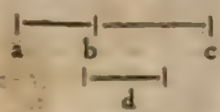
Tertia animi communis ſententia.

Proportionem defectus, ſeu detractæ quantitatis ad defectum eſſe poſſe, vt quantitatis ad quantitatem dicuntur communes animi ſententiæ, quæ ex intellectu ſolo terminorum, quod veræ ſint, cognoſcuntur. Si ergo defectus eſt quantitas, & quantitas eiuſdem

eiuſdem ſpeciei, quia detrahitur, & defectus non eſt ſimpliciter, ſed detractio ergo per quartam petitionem, vel primam diffinitionem erit proportio inter illas. Sunt enim ambæ detractæ.

Quarta animi communis ſententia.

Inter quantitatem, & defectum minorem quantitate, cuius eſt defectus, eſt proportio, quatenus eſt quantitas. Sit a b linea, & detracta quantitas b c, non maior a b & d ſit alia quæuis quantitas eiuſdem generis, dico quòd inter d & b c eſt proportio quatenus b c eſt quãtitas, quia ſunt eiuſdem generis ideo ſunt in aliqua proportione per primam diffinitionem.



Sed vt b c eſt defectus, nulla eſt proportio: quia quanto b c augetur, tanto augetur proportio d ad b c, & hoc eſt contra demonſtrata ab Euclide.

Quinta animi communis ſententia.

Cum proportio producitur ex proportionibus quælibet illarum dicetur producta diuiſa per alteram.

Sexta animi communis ſententia.

Æqualium quantitatum ſeu proportionũ ad tertiam comparabilium eadem eſt proportio atque viciſſim. Hæc etſi demonſtretur ab Euclide, eſt tamen hic generalior: & ſatis per ſe nota, vt ſit propior animi communi ſententiæ, quàm rei demonſtrandæ.

Septima animi communis ſententia.

Ad quod quantitas proportionem habet infinitam, id in genere illius quantitatis non comprehenditur.

Nam proportio eſt duarum quantitatum eiuſdem generis comparatio certa: at hæc comparatio certa non eſt: non igitur quantitates ambæ ſunt, aut non eiuſdem generis.

PRIMA PETITIO.

SI fuerit primi ad ſecundum, vt tertij ad quartum, & ex primo in ſecundum producatur æquale, aut maius, aut minus primo, vel ſecundo, producetur eodem modo ex tertio in quartum æquale aut maius, aut minus tertio, vel quarto eadem ratione & ordine.

Secunda petitio.

Proportiones poſſunt duci, diuidi, iungi, & auferri, & ſumi radix in eis cuiuſcunque generis, atque earum quantitates, vt libet, poſſunt tranſponi.

Tertia petitio.

Proportionis cuiuſuis nomen à denominatore ſuprà ſcripto, & numeratore infrà ſcripto ſumitur.

Quarta petitio.

Diuiſa quauis quantitate per aliam eiuſdem generis, quod exit proportio dicitur.

Quinta petitio.

Quælibet proportio eſt vel inter duas quantitates, vel per vnam ſignificatur.

Nam per tertiam petitionem ſi ſint duæ quantitates, quæ non habeant vnius rationem, nomen ſumit proportio à duobus numeris, ſin autem ſit altera monas, erit per ſecundam animi communem ſententiã, proportio numerus ipſe. Ideò patet, quod dicitur.

Sexta petitio.

Propoſita proportione quacunque & monade quantitatem inuenire, quæ ſe habeat ad monadem in proportione propoſita.

Nam cùm per quartam petitionem diuiſa quantitate per quantitatem exeat proportio, & numerus ad monadem ſe habeat, vt proportio, ideò ſumpta monade ſecundum illum numerum, ille numerus eſt quantitas quæſita.

Septima petitio.

Quamlibet quantitatem per aliam eiuſdem generis diuidere poſſe.

Octaua petitio.

Proportionem in proportionem ducere poſſe: quamuis ſint inter quantitates diuerſi generis.

Quod dicitur de multiplicatione intelligendum eſt de aliis operationibus ſuprà enumeratis.

Nona petitio.

Monadem ſemper ſumere in quocunque genere poſſe propoſita proportione.

Nam licet diuidere per ſeptimam petitionem quantitatem per quantitatem proportionis: & quod exit, eſt proportio per quartam petitionem, & per ſecundam animi communem ſententiam illa proportio eſt numero æqualis: ergo diuiſa proportione, per ſimilem numerum ſtatuetur monas.

Decima petitio.

In quouis genere quantitatum ſumere poſſe quantitatem, quæ ſe habeat ad monadem in proportione data. Similem huic proponit Euclides in lineis generaliter: nos autem contra generaliter in omnibus quantitatibus, ſed de monade tantum. *Duodecima ſexti Elem.*

Vndecima petitio.

Monadem in quancunque quantitatem ductam æquale ipſi producere. Similiter & proportionem æqualem.

Nam cum aliqua quantitas augeat ducta aliqua

aliqua minuat, neceſſe eſt aliquam eſſe, quæ nec augeat, nec minuat, & hæc eſt monas. Idem dico de diuiſione. Æqualitas etiam ducta, vel diuidens non mutat proportionem: nec quantitatem ipſam, igitur monas æqualitatem refert. Quod etiam eſt perſpicuum ex ſupra dictis.

Secūda animi communis ſententia.

Duodecima petitio.

Cum fuerint quatuor quantitates & ad primam, & tertiam æquè multiplicibus aſſumptis, itemque ad ſecundam & quartam, & ſi multiplex primæ maius eſt multiplici ſecundæ, multiplex tertiæ ſit maius multiplici quartæ, & ſi minus minus, & ſi æquale æquale, idque ſemper quouis modo aſſumptis his proportionibus ad primam & tertiam, & ad ſecundam & quartam erit proportio primæ ad ſecundam, vt tertiæ ad quartam. Hæc etiam aſſumitur ab Euclide. Et per hanc intelligimus etiam conuerſam.

Quinto Ele. diff. 6.

Tertiadecima petitio.

Quantitates æquales, atque proportiones in quaſuis quantitates ductæ eandem ſeruant rationem. Euclides hanc demonſtrat, nos autem ad vitandum tædium petimus concedi, ſub qua includuntur diuiſio etiam additio, detractio, laterum omnium inuentio.

Quarta quinta Elē.

Quartadecima petitio.

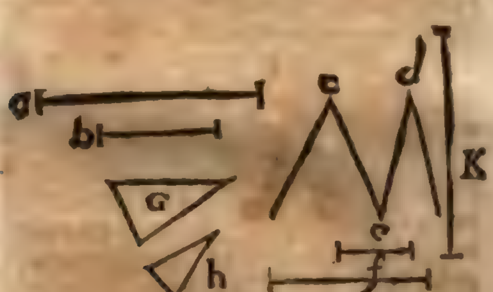
Cùm termini alicuius quantitatis eandem ſeruant rationem in omnibus, & firmi ſunt ac ſtabiles eiuſdem rationis comparatione contentæ partes æqualem ſeruant exceſſum ſeu proportionem.

PROPOSITIO PRIMA.

PRoportionem in proportionem duci eſt ſuperiores numeros atque inferiores inuicem ducere.

Sit proportio lineæ a ad lineam b, vt anguli c ad angulum d, ſtatuatur e monas in genere a b & fiat f ad e, vt c ad d, & ducatur a in f & b in e, & producantur g & h.

Per 9. Petit. *Per 10. Pet.* *Per 8. Petit.*



Per 2. Animi ſententi.

Quia ergo f eſt proportio ipſa, erit g ad a vt c ad d, ſed h eſt æqualis b, igitur a ad h vt ad b. Ducta ergo dicetur proportio a ad b in proportionem c ad d ducendo terminos proportionis, ſeu quantitatis recta ſcilicet ſuperiores cum ſuperioribus, & inferiores cum inferioribus. Nam ſi rurſum conſtituantur f ad e vt a ad b cùm f ſit proportio, & k ad f vt c ad d, erit k ad e, vt g ad h, k autem ſit ex ductu proportionis a ab b quæ eſt f in proportionem c ad d, liquet igitur propoſitum.

Per 11. Pet. *Per 8. Petit.*

Propoſitio ſecunda.

Proportio extremorum producitur ex intermediis.

Sint a b c quantitates dico proportionem a ad c, produci ex proportione a ad b & b ad c, ſtatuantur totidem à monade d e f, eruntque ex demonſtratis ab Euclide in quinto Elementorum in eadem proportione, ſtatuatur ergo d prima quantitas e ſecunda & tertia f quarta. eritque per præcedentem proportio productorum ex d in e & ſit g, & in f & ſit h producta ex proportionibus d ad e & e ad f, quare ex proportionibus a ad b & b ad c, ſed ex dictis cum e ſit eadem, erit proportio d ad f vt g ad h & proportio d ad f per æquam proportionem ab Euclide demonſtratam, vt a ad c, igitur proportio a ad c producitur ex proportionibus a ad b & b ad c, & eſt proportio ipſa a ad c d numerus, vt oſtenſum eſt.

Cor^m. *Per 6. & 8. Petit.*



Per 13. Pet.

Ex hoc ſequitur, quòd cùm fuerit quantitas tertia monas ex proportionibus inuicem ductis producetur prima quantitas.

Cor^m. 2.

Ex hoc ſequitur, quòd conuerſa proportio producitur ex conuerſis proportionibus.

Cor^m. 3.

Propoſitio tertia.

Si proportio ex duabus proportionibus in quatuor terminis producatur, ipſa verò proportio inter duas alias quantitates fuerit conſtituta; conſurgent trecenti ſexaginta modi productionis proportionis.

Cor^m.

Hæc propoſitio vt præcedens & ſequentes tres ab Alchindo ſumptæ ſunt, & ab eo demonſtrantur. Sit ergo proportio a ad b, producta ex proportione c ad d & e ad f, conſtat quòd cum ſint ſex quantitates, quòd fieri poterunt quindecim coniugationes, quas poſui à latere facilitatis gratia, quibus reſpondent totidem conuerſæ: erunt ergo triginta. Singulæ autem harum produci poſſunt duodecim modis: ductis duodecim in triginta, fiunt trecenti ſexaginta modi. Et hoc eſt clarum per ſe, modo demonſtremus, quod ſinguli horum modorum poſſint produci duodecim modis, & capiamus a b primam quæ poteſt produci ex c d & e f: Item ambabus conuerſis d c & f e: & rurſus altera recta altera conuerſa: & hoc bifariam c

a	b
c	d
e	e
a b	b a
a c	c a
a d	d a
a e	e a
a f	f a
b c	c b
b d	d b
b e	e b

d &

d & f e & d c & e f, ſunt ergo iam quatuor modi. Totidem ex c e & d f, totidemque ex c f & d e, igitur efunt duodecim modi, quibus produci poſſe intelligitur proportio a ad b.

direc.	conuer.
b f	f b
c d	d c
c e	e c
c f	f c
d e	e d
d f	f d
e f	f e

Propoſitio quarta.

Si fuerit proportio primi ad ſecundum producta ex proportionibus tertij ad quartum & quinti ad ſextum, producetur etiam ex proportione tertij ad ſextum, & quinti ad quartum.

Sit proportio a b producta ex proportionibus c c ad d,& e ad f, dico quod etiã erit producta ex proportionibus c ad f, & e ad d, diſponantur vt in figura & fiat ex c in e g, & ex d in f h, ergo per primam harumg ad h vt a ad b, ſed per præſuppoſita in ſecunda productione etiam prodeunt g & h, igitur per primam propoſitionem harum a ad b proportio producitur ex proportionibus c ad f tertiæ ſcilicet ad ſextam, & e ad d quintæ ad quartam, quod fuit propoſitum.

Per.8. petit.

n 13. petit.

a b
c e g
d f h

c e g
f d h

Propoſitio quinta.

Si fuerit proportio primi ad ſecundum producta ex proportione tertij ad quartum, & quinti ad ſextum: erit proportio tertij ad ſextum producta ex proportionibus primi ad ſecundum, & quarti ad quintum.

Sit proportio a ad b producta ex proportionibus c ad d, & e ad f, dico quod proportio c ad f producitur ex proportione a ad b, & d ad e. Interponam d e inter c & f, eritque ex ſecunda propoſitione repetita proportio c ad f producta ex tribus proportionibus c ad d, d ad e, e ad f, ſed proportiones c ad d, & e ad f producunt proportionem a ad b, igitur proportio c ad f producitur ex proportionibus a ad b, & e ad f.

a b
c e
d f

c
d
e
f

c f
a d
b e

Propoſitio ſexta.

Ex trecentis ſexaginta modis producendarum proportionum triginta ſex tantum eſſe neceſſarios.

Per quartam enim proportio a ad b producitur bifariam, & ex c ad d, & e ad f, & ex c ad f, & c ad d, & per præcedent· m c ad f producitur ex a ad b, & d ad e,& per quartam rurſus ex a ad e, & d ad b. Et per præcedentem rurſus a ad e ex c ad f & b ad d, igitur per quartam eadem producetur ex c ad d & b ad ɩ. Quare per præcedentem c ad f ex a ad e,& d ad b, & ita diſponemus hos modos in tabula. Vides etiam aliquo

Primi ad ſecundum.

1 Tertij ad quartum,& quinti ad ſextum.
2 Tertij ad ſextum, & quinti ad quartum.

Primi ad tertium.

3 Secundi ad quartum,& quinti ad ſextũ.
4 Secundi ad ſextũ, & quinti ad quartum.

Primi ad quintum.

5 Secundi ad ſextum,& tertij ad quartum.
6 Secundi ad quartum, & tertij ad ſextũ.

Secundi ad quartum.

7 Primi ad tertium, & ſexti ad quintum.
8 Primi ad quintum,& ſexti ad tertium.

Secundi ad ſextum.

9 Primi ad quintum, & quarti ad tertium.
10 Primi ad tertium,& quarti ad quintũ.

Tertij ad quartum.

11 Primi ad ſecundum, & ſexti ad quintũ.
12 Primi ad quintum, & ſexti ad ſecundũ.

Tertij ad ſextum.

13 Primi ad ſecundum, & quarti ad quintum.
14 Primi ad quintum, & quarti ad ſecundum.

Quarti ad quintum.

15 Secundi ad primum,& tertij ad ſextũ.
16 Secundi ad ſextum,& tertij ad primũ.

Quinti ad ſextum.

17 Primi ad ſecundum,& quarti ad tertiũ.
18 Primi ad tertiũ, & quarti ad ſecundũ.

a e c a e e c
c b e
f d c
f

modos non produci, vt primi ad quartum nec ad ſextum, & liquet, quòd cùm ſint quindecim omnes modi qui produci poſſe intelliguntur, & nouem tantum producantur ſex eſſe, qui non producuntur, quos ſeorſum in tabula coniunxi. Et conſtat etiã, quod totidem conuerſi ſcilicet decem octo producuntur, de quibus diximus, vt ſint omnes triginta ſex, quod conſtat ex duabus propoſitionibus præmiſſis, & hac tertia, quam adiungemus ſcilicet, quòd proportio primi ad tertium producatur ex proportionibus ſecundi ad quartum, & quinti ad ſextum. Hoc enim ex præcedentibus non liquet: benè liquet permutatis ordinibus, quod ſi proportio primi ad tertium producitur, quod etiam proportio primi ad quintum. Nam tertium, & quintum, itémque quartum, & ſextum non differunt niſi ordine voluntario. Ergo interpoſito e inter a, & c per ſecundã propoſitionem proportio a ad c producitur ex proportionibus a ad e, & e ad c, vt ex demonſtratis in præſenti proportio a ad c producitur ex c ad f & b ad d. Proportio ergo a ad c producitur ex proportionibus e ad c & c ad f & b ad d, at b ad e & c ad f producunt eam,

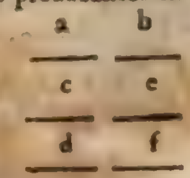
Modi qui non producuntur
pri. ad quartũ
pri. ad ſextum
ſec. ad tertium
ſec. ad quintũ
tert. ad quint.
quart. ad ſext.

quæ

quæ eſt e ad f per ſecundam propoſitionem. Igitur proportio a ad c producitur ex proportionibus b ad d ſecundi ad quartum, & e ad f quinti ad ſextum. Hæc Alchindus in ſuo libello: ſed licet ingenioſa valde: parũ tamen vtilia olim erant neceſſaria ad intelligendum magnam compoſitionem Ptolemæi, nunc poſtquam Heber has ſex quantitates traduxit ad quatuor, prorſus hæc ſcientia vlli vſui eſſe deſiit.

Propoſitio ſeptima.

In modis qui neceſſariò producuntur ex duabus proportionibus, cum duæ quantitates ex illis, quæ modos conficiunt, æquales fuerint: proportio producta ad quatuor quãtitates omiologas reducetur.

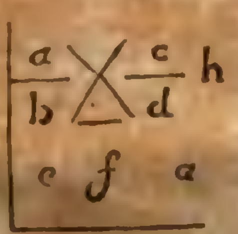


Sint ſex quantitates a b c d e f, & producatur proportio a ad b ex proportione c ad d, & e ad f, tu ſcis, quòd modi recepti ſunt prima cum ſecunda, tertia vel quinta, & ſecunda cum quarta, & ſexta, & tertia ſimiliter cum eiſdem, & quinta eodem modo cum eiſdem: ſi igitur duæ quantitates ex his, quæ faciunt proportionem productam inter ſe fuerint æquales reducetur hæc proportio ad quatuor quantitates omologas, ſcilicet abiectis ambabus æqualibus. Sit gratia exempli prima æqualis quintæ: & quia in octauo modo proportio ſecundi ad quartum producitur ex proportione primi ad quintum, & ſexti ad tertium, ergo per expoſita proportio ſecundi ad quartum, vt ſexti ad tertium, & ita permutando, & conuertendo ſecundi ad ſextum, vt quarti ad tertium, & tertij ad quartum, vt ſexti ad ſecundum. *Vndecima ...*

Propoſitio octaua.

Si duarum proportionum ſuperiores numeri alternatim cum inferioribus multiplicentur, atque coniungantur: erit proportio aggregati ad productum ex inferioribus inuicem proportio ex primis proportionibus compoſita.

Cor. Sit proportio vna a ad b, alia c ad d, ducatur b in c, fiatque e & a in d, & fiat f, iunganturque e & f & fiat h, & ducatur b in d & fiat g: dico proportionem h g compoſitã eſſe ex proportione a ad b, & c ad d. Quia enim ex b in c fit e, & ex b in d fit g, erit proportio e ad g, vt c ad d, & ſimiliter, quia ex d in a fit f, & ex d in b fit g, erit f ad g vt a ad b. Sed e & f componunt h, igitur proportio h ad g eſt compoſita ex proportionibus e & f ad g, igitur per communem animi ſententiam, & diffinitionem compoſitæ proportionis, proportio h ad g compoſita eſt ex proportionibus a ad b, & c ad d, quod eſt propoſitum. *Ex 13. petitione.* *Per 14. diffinitionem.*



Propoſitio nona.

Si duarum proportionum ſuperiores numeri alternatim cum inferioribus multiplicentur, minuſque productum ex maiore detrahatur, erit reſidui ad productum ex inferioribus proportio velut illa, quæ relinquitur detracta minore proportione ex maiore.

Hæc eodem modo probatur, vt præcedens, niſi quod h fit detracto è minore: gratia exempli ex f, & ita ex diffinitione patet propoſitum. *Cor. 152.*

Propoſitio decima.

Si fuerit alicuius quantitatis ad vnam partem proportio velut alterius partis ad ſecundam quantitatem erit proportio cuiuſuis quantitatis eiuſdem generis ad ſecundam compoſita proportio ex proportionibus eiuſdem quantitatis aſſumptæ ad vtranque partem primæ quantitatis ſeorſum.

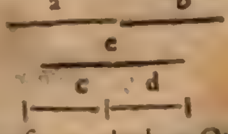
Sit a b quantitas diuiſa in c, & ſicut a b ad a c, ita b c ad d: eritque iterum permutando a b ad b c, vt a c ad d, & ſumatur quædam quantitas e eiuſdem tamen generis, cum illis dico quòd proportio e ad d eſt compoſita ex proportionibus e ad a c, & e ad b c. Poſita ergo e tanquam ſuperiore numero, & a c & c b inferioribus, erit ex octaua propoſitione huius proportio productorum ex e in a c, & coniunctorum, & ex conſequenti per primam ſecundi Elementorum producti ex e in a b ad productum ex a c in c b compoſita ex proportionibus e ad a c, & e ad c b: at quod fit ex a c in c b, eſt æquale ei quod fit ex a b in d, eo quòd a b, a c, c b & d ſunt omiologæ per decimam ſextam ſexti Elementorum: Proportio igitur producti ex e in a b ad productum ex d in a b eſt compoſita ex proportionibus e ad a c, & e ad c b: At proportio producti ex e in a b ad productum ex d in a b, eſt velut e ad d, per ſuppoſita igitur proportio e ad d eſt compoſita ex proportionibus e ad a c, & e ad b c, quod fuit demonſtrandum. *Cor.* *13. Petit.*



Propoſitio Vndecima.

Proportio aggregati quarumlibet duarum quantitatum ad aggregatum duarum æqualium quantitatum eſt compoſita ex proportionibus primis, & diuiſa per duplam. *Cor.*

Sit proportio a ad c, & b ad d, & ſint c & d æquales, dico quod proportio a b ad c d eſt cõpoſita ex proportionibus a ad c, & b ad d diuiſo compoſito per duplam. Quia enim c & d ſunt æquales, erit b ad c, vt b ad d, *Ex ſexta Anim. communi ſententia.*



Decimaquarta. ad d, quare ex deffinitione cum proportio a b ad c d ſit compoſita ex proportionibus a ad c, & b ad c, erit etiam compoſita ex dictis ex propoſitione a ad c, & b ad d, ſtatuatur ergo e æqualis c d media inter a b & c. *13. Petit.* Et erit per ſecundam propoſitionem *Per 2. Petit.* proportio aggregati a b ad e producta ex proportione aggregati a b ad c, & e ad c, igitur proportio a b ad e erit proportio a b ad c diuiſa per proportionem e ad c, ſed e *Per quintam Anim. com. ſententiam.* ad c eſt dupla: igitur proportio a b ad e eſt proportio a b ad c diuiſa per duplam.

Propoſitio duodecima.

Propoſitis duabus proportionibus vnam alteri iungere abſque multiplicatione.

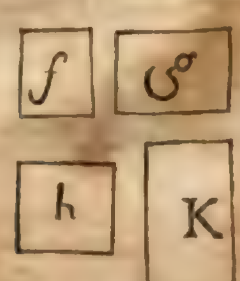
Cor. 10. Petit. Sint propoſitæ proportiones a ad c & b ad d, & aſſumo e ad c, iuxta ea quæ Eu-



Ex generali … Anim. ſententia. clides demonſtrauit, vt b ad d, erit igitur proportio a e ad c, compoſita ex proportionibus a ad c, & e ad c, ſed proportio e ad c eſt, vt b ad d, igitur proportio a e ad c compoſita eſt ex proportionibus a ad c, & b ad d.

Alitor ex b in c fiat f ex a in d, g ex c in d h coniunctum ex f g k.

Per. 13. Pet. Quia ergo ex c in b fit f, ex c in d h, erit f ad h, vt b ad d, igitur vt e ad c, ſed a ad c, vt g ad h igitur a e ad c, vt k ad h, ſed k ad h componitur ex proportionibus a ad c, & b ad d. Ex octaua harum igitur



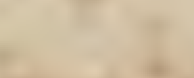
proportio a e ad c compoſita eſt ex eiſdem. Fortan quis dicat hanc eandem eſſe octauæ ſed non eſt, in illa enim proportio comparatur ad productum, in hac ad vnam ex quantitatibus.

Cor. Ex hoc ſequitur quòd: Quælibet duæ quantitates quarum aggregatum eſt idem ad eam quantitatem componunt eandem proportionem.

Propoſitio tertiadecima.

Proportio confuſa aggregati primæ & tertiæ quatuor quantitatum omiologarum ad aggregatum ſecundæ & quartæ, eſt velut compoſita ex eiſdem diuiſa per duplam.

Cor. Sint a ad b, vt c ad d, dico, quòd ſit confuſa proportio a c aggregati ad aggregatum b d, compoſitæ ex his proportionibus diuiſæ per duplam æqualis.



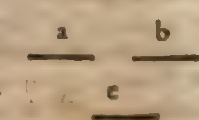


Erit enim aggregati ex a c ad aggregatum ex b d, velut a ad b per 18. quinti Elementorum. Sed proportiones a ad b, & c ad d componunt proportionem producti a in d, & c in b per octauam harum, ad productum ex b in d, productum verò ex a in d eſt æquale producto ex b in c per decimamſextam ſexti Elementorum, & proportio producti ex b in c ad productum ex b in d eſt velut c ad d, quare vt aggregati a c ad aggregatum b d, igitur proportio compoſita ex a ad b, & c ad d, eſt velut confuſa bis ſumpta. Igitur confuſa eſt velut compoſita diuiſa per duplam per modum vndecimæ huius.

Propoſitio quartadecima.

Proportiones confuſæ, & coniunctæ in tribus quantitatibus inuicem commutantur.

Sint tres quantitates, dico, quod proportio c ad a b confuſa eſt, conuerſa coniunctæ a& b ad c. *Cor. 14. diff.*



Nam per dicta proportio a b ad c efficit coniunctam ex a b ad c, ſed c ad a b conuerſa eſt eius quæ eſt a b ad c, & proportio c ad a b eſt confuſa eius, quæ eſt c ad a & b. Igitur proportio confuſa in tribus quantitatibus eſt contraria coniunctę in eiſdem.

Ex quauis ergo illarum data, data erit & reliqua. *Per 18. diff.*

Propoſitio quintadecima.

Si fuerint quatuor quantitas proportio confuſa aggregati primæ & tertiæ ad aggregatum ſecundæ, & quartæ erit vt monadis addito prouentu, qui fit diuiſa differentia differentiarum primæ & ſecundæ, atque quartæ & tertiæ per aggregatum tertiæ, & quartæ ad ipſam monadem.

Sint quatuor quantitates a b, c, d, e f, & ſit a b maior c in a h, & e f maior d in f g, *Cor.*



& differentia f g & a h ſit a k: dico proportionem a b, & d confuſam a d c & e f, eſſe vt monadis addito prouentu, vel detracto a k diuiſæ per aggregatum c & e f, ad ipſam monadem, & manifeſtum eſt, quòd poteſt contingere pluribus modis: Primus vt a b ſit maior c & e f minor d, & tunc differentiæ coniungentur, & prouentus, addetur monadi. Idem faciendum erit ſi a b ſit maior c, & e f ſit minor d, ſed exceſſus ſuperet defectum. At ſi vel a b ſit minor c, & e f maior d, vel ita minor, vt c exceſſus ſupra b a ſit maior defectu, detrahemus prouentum à monade. Alia cautio eſt, quòd ſi fuerint vtrinque exceſſus, aut defectus, minuemus minorem de maiore

iore : ſi autem vnus ſit exceſſus alter defectus, iungemus illos, & poſt diuidemus, vno ergo demonſtrato vt pote primo intelligentur reliqui. Quia ergo b h eſt æqualis c & e g æqualis d & h k æqualis g f, erit ex communi animi ſententia aggregatum ex d & k b æquale aggregato ex c & e f, igitur per dicta proportio aggregati ad aggregatum eſt vnum. at verò diuiſa κ a per c & e f ſit quantum diuiſa eadem per b k, & d, ſed diuiſa k a per b k, & d iunctas, exit proportio a k ad aggregatum b k & d: igitur diuiſa a κ per aggregatum c f & e, exibit eadem proportio, igitur a b & d ad aggregatum c & e f eſt coniuncta ex monade & proportione a κ ad aggregatum c & e f, quod erat demonſtrandum.

Cor. Ex hoc patet quod proportionum confuſio fit iunctis denominatoribus numeratoris : multiplicatio multiplicatis: additio multiplicatis decuſſatim in numeratores ad productum eſt denominatoribus, vt in exemplis.

7/2 5/8 12/10

Multiplicatio.

7/2 5/8 35/16

Additio

7/2 X 5/8 66/16

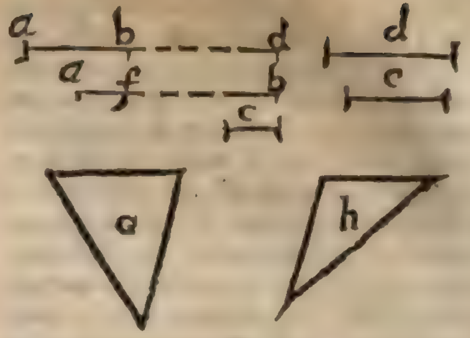
Propoſitio ſextadecima.

Omnium quatuor quantitatum propoſita prima, quæ non minorem habet proportionem ad ſuam correſpondentem, quàm alia ad aliam erit proportio confuſa illarum,



vt producti ex aggregato primæ & tertiæ in tertiam, ad productum ex aggregato tertiæ & omiotatæ ad ſecundam in ipſam quartam.

Hæc magis reducit confuſam proportionem ad notitiam, quàm præcedens, quia reducit ad proportionem productam, quæ operatio eſt ſimpliciſſima, ſiue per multiplicationem quantitatum fiat, duæ ſunt tantum multiplicationes, ſiue per eundem terminum ſufficit alium addere. Summatur ergo a b, c, d & e, & non ſit maior proportio d ad e, quàm a b ad c, & ſtatuatur tunc prima a b, ſecunda c, tertia d, quarta e, & poſtquam non eſt minor ratio a b ad c, quàm d ad c, ſumatur a f ad c, vt d ad e. licet enim hoc facere. Dico quod proportio confuſa a b & d ad c & e eſt velut producti ex aggregato a b & d in d ad productum ex aggregato a f & in e. (Per 10. Pet.) Statuatur aggregatum a b & d linea a d prima quantitas, & aggregatum a f & d, a d ſecunda quantitas, & d tertia, & e quarta, & ex a b in d fiat g, ex a d in e fiat h, erit ergo per primam propoſitionem g ad h producta ex proportionibus a b d ad a f d, & d ad e. Sed proportio a f d ad aggregatum c e, eſt velut d ad e. (Per 13. Pet.) Proportio verò a b d ad a f d, & a f d ad e e producunt proportionem a b d ad c & e per ſecun-

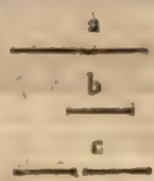


dam propoſitionem, harum igitur confuſa a b ad c, & d ad e, & eſt proportio a b d ad c & e, producuntur ex proportionibus a b d ad a f d, & d ad e. Ergo proportio g ad h eſt confuſa ex a b ad e, & d ad e, quod erat demonſtrandum.

Propoſitio decimaſeptima.

Omnes duæ proportiones conuerſæ producunt equalem proportionem.

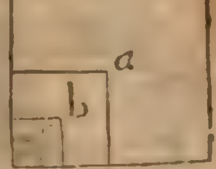
Sint duæ proportiones a ad b & b ad a conuerſa, dico, quod producunt proportionem æqualem, (Cor.) fiat enim b ad c, vt b ad a, erit igitur a æqualis c & b c conuerſa eius quæ eſt a ad b, (*Per 6. Animi communem ſententiam.*) ſed per ſecundam harum proportiones a ad b, & b ad c producunt proportionem a ad c, igitur proportiones etiam a ad b & b ad a producunt eandem.



Propoſitio decimaoctaua.

Si fuerint quotlibet quantitates in continua proportione multiplici præter vltimam proportio verò penultimæ ad vltimam qualis reſidui primæ ad ſecundam, erit primæ ad aggregatum reliquarum velut penultimæ ad vltimam.

Sint quantitates a b c d in continua proportione multiplici, ſed d ad e ſit velut reſidui a & b ad b, dico proportionem a ad b c d e eſſe vt d ad e. (Cor.) (*18. Propoſ. quinti Elem*) Quia enim eſt gnomonis e ad quadratum d, vt d ad e ex ſuppoſito erit per coniunctam proportionem c & d ad d & e, vt d ad e, ſed c gnomo cum quadrato d efficit quadratum e, igitur vt c quadrati ad d & e iuncta, ita d ad c. Rur-



c gnom. d
d quad. e

b gnomo c quad.
c gnomo d quad.
d quad. e quad.

ſus, quia b quadrati ad c quadratum, vt c ad d erit gnomonis b ad quadratum c, vt gnomonis c ad quadratum d, & ita d ad e, *Per 19. quinti Elem.* igitur gnomonum b c cum quadrato d ad aggregatum c d e quadratorum, vt d ad e, *Per 12. quinti elem.* ſed c gnomo cum d quadrato perficit c quadratum, & c quadratum cum gnomone b perficit quadratum b, igitur proportio quadrati b ad quadrata c d e, vt d quadrati a d e. Et ita repetendo de quotuis quantitatibus in infinitum vſque. Hæc proponitur ab Archimede in libro de quadrato æquali parabolæ, & minus generaliter & pluribus demonſtratur. Ego tamen quia eſt generalis, deſcribam illam per corrolarium: addamque aliud quod ex hoc ſequitur.

Cor. 1. Si fuerint quotlibet quantitates omnes analogæ præter vltimam, ſit autem penultima ad vltimam qualis reſidui primæ & ſecundæ ad ſecundam, erit proportio primæ ad aggregatum omnium aliarum veluti penultimæ ad vltimam.

Cor. Hæc enim eſt euidens, quia conuenit ei demonſtratio propoſita, exemplo autem in numeris à latere poſito vides declarationem,

81 54 34 24 16 32

27 54 81 162

nam proportio 16. ad 32. eſt velut 27. reſidui primæ & ſecundæ ad ipſam ſecundam ſcilicet ad 54.

Cor. 2. Ex hoc patet etiam quòd aſſumptis omnibus, ſub multiplicibus analogiæ vſque in infinitum prima quantitas eſt multiplex aggregati omnium reliquarum numero 1. m: quo prima eſt multiplex ſecundæ.

Cor. 3. Si fuerint quotlibet quantitates in ſuper particulari proportione analogæ, erit proportio primæ ad aggregatum omnium in infinitum iuxta proportionem multiplicem conuerſam illius partis.

Cor. Velut collectæ in ſeſqui altera duplæ in ſexquitertia triplæ in ſexquiſeptima ſeptuplæ. Vt capio 512 448 392 343. & ita deinceps vſque in infinitum aggregatum omniũ earum erit 3584. Septuplum 512. & aggregatum 18. 12. 8. $5\frac{1}{3}$, & ita deinceps in ſexquialtera erit 54. duplum 27. primæ in eo ordine.

SCHOLIVM.

Ex quo patet genus demonſtrandi nouũ & pulchrum: nam ſupponatur 54. aggregatum duplum 27. primæ igitur addito 27. ad 54. cum ſit dimidium, & addito $13\frac{1}{2}$, dimidio 27. ad 27. nam ex ſuppoſito quantitas ſequens eſt ſex qui altera ad 27. igitur *Per 18. quinti elem.* 81. eſt duplum ad $40\frac{1}{2}$. Igitur conuertendo eſt proportio aggregati prioris ad 27. eſt dupla, ergo aggregatum eſt 54.

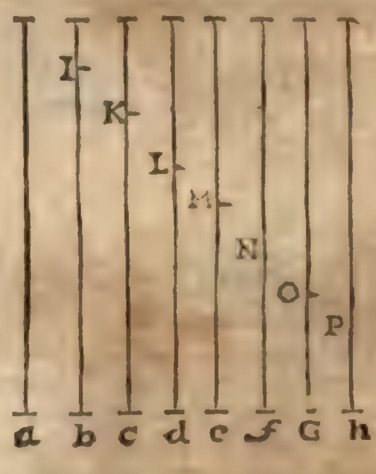
Cor. 4. Ex hoc patet eandem generaliter quod proportio maioris quantitatis ad aggregatũ reliquarum analogarum eſt, velut eius quod prouenit diuiſo quadrato maioris termini per differentiam eius, & ſequentis maioris in eadem proportione ad ipſum maiorem.

Cor. Exemplum ſit proportio augens 25 & 35 duarum quintarum, volo ſcire quantum ſit aggregatum omnium citra 25. maximam accipio 35. vlterio rem ad 25. cuius differentia a 25. eſt 10, cum quo diuido 625. quadratum, exit $62\frac{1}{2}$ aggregatum quantitatum. Et facile poteſt demonſtrari. Si quis *Quæſtio.* dicat in qua proportione ſunt infinitæ quãtitates analogæ cum 12. quæ iunctæ efficiũt 10. iunge 10. cum 12. fit 22. duc 22. in 12. fit 264. diuide 264. per 10. exit $26\frac{2}{5}$, & in ea proportione erunt illæ quantitates, in qua ſunt $26\frac{2}{5}$ ad 12. duc per 5. fiunt 60. & 132. diuide per 12. exeunt 11. & 5. & ita erunt in proportione 11. ad 5. experiaris, & inuenies, & demonſtratur ex prioribus.

Propoſitio decima nona.

Si fuerint aliquot quantitates arithmeticæ omiologæ, quarum exceſſus ſit æqualis minimè, omnibus autem deficientibus ſupplementa ad æqualitatem maximè adiungantur, erunt quadrata omnium quantitatum æqualium adiecto rurſus quadrato primæ cum eo quod ſit ex minima primi ordinis in aggregatum omnium quantitatum eiuſdem tripla aggregato quadratorum omnium quantitatum primi ordinis pariter acceptis.

Cor. Sint aliquot quantitates a b c d e f g h in continua proportione. Arithmetica diſpoſitæ ita vt minima earum quæ ſit h, ſit



æqualis differentiæ quantitatum ſecundum ordinem diſpoſitarum, velut differentia a & b, & b & c, & c & d, & ita de aliis, addantur autem ſupplementa ſingulis harum, quæ ſint i k l m n o p, ita vt omnes fiant æquales cum ſuis ſupplementis ipſi lineæ à maiori. Eſtque idem ac ſi eſſent aliquot quantitates, & diuiderentur ſingulæ ſecundum numerum illarum, ſi quatuor in quatuor partes æquales, ſi quinque in quinque, ſi decem in decem, ea ratione vt vltima diuideretur, vbi eſt finis primæ partis, penultima vbi eſt finis ſecundæ partis, antepenultima vbi eſt finis tertiæ, & ſic de aliis. Vocabo ergo primas quantitates propoſitas

a b

abcdefgh quantitates primi ordinis,ſed quantitates æquales quæ conſtant ex quantitatibus primi ordinis, & ſupplementis, appellabo quantitates ſecundi ordinis: ex quo patet quòd prima quantitas erit ex vtroque ordine, quia non eſt diuiſa, reliquæ omnes differunt, quantitates verò quas adiunxi nominabo ſupplementa, & ſunt vna minus quam quantitates ordinum: vt ſi quantitates ordinum ſint octo, erunt ſupplementa ſeptem, & ſi quantitates ordinũ, eſſent ſeptem eſſent ſupplementa ſex, quia inter ſupplementa non adnumeratur quantitas indiuiſa. Erunt ergo ſupplementa i k l m n o p, quæ tanto erunt maiora quanto quantitates primi ordinis ſunt minores, & contrà tanto maiora, quanto quantitates primi ordinis ſunt maiores, quantitates autem ſecundi ordinis appellabuntur a, b i, c k, d l, e m, f n, g o, & h p. Hæc volui pluribus agere, vt dilucidior eſſet propoſitio, quæ licet non ſit difficilis, eſt tamen confuſa valde propter multitudinem quantitatum & ordinum. Dico ergo quod aggregatum quadratorum quantitatum ſecundi ordinis primo quadrato bis repetito, ſeu vno addito cum eo quod fit ex minima in aggregatum quantitatum primi ordinis eſt triplum aggregato ex quadratis omnibus quantitatum eiuſdem primi ordinis, & vt res exemplo facilius innoteſcat, ſint quantitates primi ordinis 8.7.6.5.4.3.2.1. quorum quadrata ſint 64. 49. 36. 25. 16. & 9. 4. & 1. quæ iuncta faciunt 204. dico quod ſi ſumamus quadrata omnium quantitatum ſecundi ordinis, quæ ſunt octies 64. & eis addiderimus vnum quadratum ex his, vt fiant nouies 64. & erunt 576. ſimul iuncta & eis addamus, quod fit ex 1 quantitate minima primi ordinis in 36. aggregatum quantitatum omnium primi ordinis, & eſt tale productum 36. vt fiat totum 612. quod tale 612. eſt triplum 204. aggregati quadratorum primi ordinis vnius demonſtratio hæc eſt. Quia ex quarta ſecundi Element. Euclidis ſingula quadrata quantitatum diuiſarum ſecundi ordinis conſtant ex quatuor partibus quarum duæ ſunt quadrata partiũ, reliquæ duæ ſunt producta ex partibus inuicem bis, & quia h fuit æqualis i, & p æqualis b, quia ſupplementa fuerunt æqualia mutuò quantitatibus, & ita c æqualis o & k æqualis g & d, æqualis n & l, æqualis f, e autem æqualis m. Sequitur ergo quod quod ſumptis duabus quantitatibus ſecundi ordinis habentibus ſupplementa mutuò æqualia ipſis quantitatibus quod quadrata partium erunt dupla quadratis primarum quantitatum: veluti capio b i ſecundam & h p vltimam, quarum quadrata partium ſunt quadrata b & i, & h & p, ſed b eſt æqualis p, & h æqualis i. Ergo quatuor quadrata b i & h p ſunt dupla quadratis b & h, & ita concludam de omnibus vbi duæ quantitates duabus comparantur: ſed in e m quia eſt ſola vna quantitas, iſtud eſt etiã clarius, quia quadrata e & m ſunt dupla quadrato e ſoli eo, quod & m ſunt æquales. Igitur per demonſtrata ab Euclide erit proportio omnium quadratorum b i, c k, d l, e m, f n, g o, h p, ad quadrata b c d e f g h, pariter accepta proportio dupla, at verò addito quadrato a quadratis b c d e f g h, & erunt quadrata omnium quantitatum, & quadratis b i, c k, d l, e m, f n, g o, h p, duplo quadrati a ſcilicet ſemel, quia a eſt ex ſecundo ordine quantitatum, & ſemel, quia hoc fuit aſſumptum in Problemate. Sequitur vt quadrata omnia quãtitatum ſecundi ordinis, provt ſunt diuiſa in partes addito quadrato a, ſint dupla quadratis primarum quantitatum, ſimul pariter acceptis. Reliquum eſt modo vt oſtendamus dupla illorum productorum, cum eo quod fit ex minima quantitate, ſcilicet h in aggregatum ipſarum quantitatum primi ordinis eſſe æquale quadratis, quantitatum eiuſdem primi ordinis pariter acceptis. Conſtat igitur, quod duplum i in b eſt æquale duplo h in ipſum b, quia h & i ſunt æquales, & duplum k in ipſum c, eſt æquale quadruplo h in idem c, quia k eſt dupla h, & ſimiliter duplum l in ipſum d eſt æquale ſexcuplo, h in d, quia l eſt tripla h, & ita procedendo erunt illa dupla producta æqualia productis ex h in ipſas quantitates toties ſumptis quantus eſt numerus, qui prouenit duplicato numero, ſecundum quem h continetur in illo ſupplemento, exemplum volo duplum producti l in d bis, ſcio quòd ſupplementum l continet h ter, duplicabo tria & fient ſex, igitur duplum l in d æquale eſt ſexcuplo h in ipſum d. Quo conſtituto, cum ſuppoſitum ſit producta illa duplicata cum producto h in aggregatum primarum quantitatum eſſe æqualia quadratis ipſarum quantitatum, igitur addemus productum ex h in ſingulas quantitates productis illis prioribus, & fiet productum h in a ſemel, in b ter, in c quinquies, in d ſepties, in e nouies, in f vndecies, in g tredecies, & in h quindecies æquale duplo producti vniuſcuiuſque quantitatis in ſuum ſupplementum cum producto h in aggregatum ipſarum quantitatum, at quadratum a eſt æquale producto ex h in eam, quæ talem habet proportionem ad ipſum a, qualem habet a ad ipſum h per demonſtrata ab Euclide, & pariter de quadrato b, quod eſt æquale ei quod fit ex h in eam quæ toties continet b quotiens b continet h, & ita quadratum c æquale eſt ei, quod continetur ſub h, & habente proportionem ad b eandem, quam b ad h, & ſimiliter de quadrato c & omnibus reliquis, vſque ad h ipſum. Gratia ergo exempli quadratum a, erit æquale producto ex h in omnes quantitates ſecundas, quia quotus eſt numerus quantitatum, totus eſt numerus ſecundum quem a continet h, & ſimiliter quotus eſt numerus quantitatum incipiendo à b, & quotus eſt numerus quantitatum incipiendo à c, toties b vel c continent h, & ita de aliis, quadrata ergo omnium quantitatum ſimul iuncta ſunt æqualia productis ex h in ſingulas illarum toties ſumptis, quoties illæ continent h, ſeu quotus eſt numerus illius quantitatis, incipiendo ab h, & numerando verſus a. Rurſus dico quod productum multi

In 5. Elem. Prop. 12.

Lib. 6. Ele. Prop. 17.

multiplicis cuiuſlibet quantitatis in minimam, ſeu quadratum eiuſdem quantitatis æquale eſt producto eiuſdem quantitatis, & dupli omnium ſequentium primi ordinis in ipſam minimam quantitatem, velut quadratum a eſt æquale producto ex h in a, & in duplum b c d e f g h, hoc autem facile eſt probare in his quantitatibus, quia ſi quadratum a eſt æquale producto h in omnes quantitates ſecundi ordinis, & omnes quantitates ſecundi ordinis ſimul ſumptæ ſunt æquales ipſi a, & duplo reliquarum primi ordinis, quia tales quantitates ſunt æquales ſuis ſupplementis viciſſim, vt h cum i, k cum g, f cum l, e cum m, ergo tam ſupplementa, quàm quantitates primi ordinis ſunt dimidium quantitatum ſecundi ordinis, ergo duplum quantitatum primi ordinis eſt dimidium quantitatum ſecundi ordinis, verùm de b dico idem accidere, quia quadratum b, eſt æquale producto ex h in b, & in duplum reliquarum à b, ſcilicet duplum c d e f g h, & hoc eſt oſtendere, quod iſtæ quantitates ſunt dimidium totidem quantitatum æqualium b, nam c eſt minor b in h, & ſupplementum p quod eſt æquale ipſi b, ſi tota h p fiat æqualis ipſi b, vt pote h q erit ipſa q dempta h æqualis ipſi c, ergo quantitates primi ordinis ſemper ſunt æquales ſupplementis non veris, ſed prioris quantitatis aſſumptæ, ſeu in comparatione ad illam, quadratum igitur b eſt æquale producto ex h in b, & in duplum c d e f g h, & ſimiliter per eadem, quadratum c eſt æquale producto ex h in c, & in duplum d e f g h, & ſic de aliis. Habemus ergo, quod quadrata a b c d e f g h ſimul iuncta ſunt æqualia producto ex h in a, & in duplum reliquarum, & ex h in b, & in duplum reliquarum ſequentium, & producto ex h in c ſemel, & in duplum ſequentium vſque ad h, & ita de reliquis, hoc enim eſt, quod nuper demonſtrauimus. Antea quoque demonſtratum eſt, quod duplum b in i, c in k, d in l, e in m, f in n, g in o, h in p, cum producto h in aggregatum a b c d e f g h erat æquale productis ex h in a ſemel, & in b ter, & in c quinquies, in d ſepties, in e nouies, in f vndecies, in g tredecies, in ſeipſam h quindecies, detractis ergo per ordinem, quod fit ex h in a ab vtroque aggregato, & ex h in b c d e f g h bis relinquetur ex vna parte, quod fit ex h in b ſemel cum ſuis duplicatis ſequentibus, & in c, & in d, & in reliquis pariter conduplicatis ſuis ſequentibus ex altera, quod fit ex h in b ſemel, in c ter, in d quinquies, in e ſepties, in f nouies, in g vndecies, in h tredecies, detractis ergo rurſus quod fit ex h in b ſemel, & ex h in c d e f g h, bis relinquetur, quod fit ex h in c, & duplo ſequentium, & d & duplo ſequentium, & e & aliarum pariter: & ex alia parte, quod fit ex h in c ſemel, & in d ter, & in e quinquies, in f ſepties, in g nouies, in h vndecies. Ab his rurſus detractis, quòd fit ex h in c ſemel, & in ſequentes bis relinquetur h in d ſemel cum ſuis ſequentibus bis, & in e ſemel cum ſuis ſequentibus & in f, & in g & in h pariter, & ex alia parte, quod fit ex h in d ſemel, in e ter, f quinquies, g ſepties, h nouies, ab his rurſus detraho, quod fit ex h in d ſemel, & in ſequentes bis, relinquetur ex vna parte, quod fit ex h in e f g h cum duplo ſequentium ex alia, quod fit ex h in e ſemel, f ter, g quinquies, h ſepties, & ſimiliter ab his detractis, quod fit ex h in e ſemel, & bis in ſequentes, relinquetur ex vna parte, quod fit ex h in f ſemel, & in g h bis, & in g ſemel, & in h bis, & in h ſemel, & ex alia, quod fit ex h in f ſemel, in g ter, in h quinquies. Iterum detractis, quod fit ex h in f ſemel, & in g h bis communiter relinquetur, quod fit ex h in g ſemel, & in h bis, & in h ſemel, & ex alia parte quod fit ex h in g ſemel, & ex h in h ter. Sed iſta, quæ relicta ſunt iam, manifeſtè æqualia, ergo etiam prima aggregata ab initio fuere æqualia, ergo & æqualia his quadrata a b c d e f g h his, quæ fiunt ex h in eaſdem quantitates cum duplo producti b in i, c in k, d in l, e in m, f in n, g in o, h in p, ſed iam his quadratis a b c d e f g h demonſtrata ſunt eſſe dupla quadrata h p, g o, f n, e m, d l, c k, b i, cum duplo quadrati a, ergo quadrata omnium quantitatum ſecundi ordinis cum quadrato a rurſus repetito, & producto h in aggregatum quantitatum primi ordinis ſunt tripla quadratis quantitatum primi ordinis pariter acceptis quod fuit propoſitum, & fuit Archimedis in libro de lineis ſpiralibus, & ego adieci hic propter modum demonſtrandi, qui eſt elegantiſſimus, & procedit ex principiis Arithmeticis, & diuerſis à communibus, & ideo non reuoluitur, vt ſolent reliquæ quæſtiones.

Propoſitio vigeſima.

Cùm fuerint quatuor quantitates, fueritque ſecunda æqualis tertiæ, aut primæ æqualis quartæ, erit proportio primæ ad quartam, aut tertię ad ſecundam producta ex proportionibus primæ ad ſecundam & tertiæ ad quartam.

Cùm enim quantitates hæ non fuerint æquales, conſtat per ſecundam harum, quod proportio primæ ad quartam producitur ex proportione primæ ad ſecundam, ſecundæ ad tertiam, & tertiæ ad quartam: ergo non ex ſolis proportionibus primę ad ſecundam, & tertiæ ad quartam, & ſimiliter ex prima harum proportio primæ ad ſecundam & tertiæ ad quartam producunt proportionem producti primæ in ſecundam ad productum tertiæ in quartam. Et in multiplicatione proportio, quæ ſolet eſſe inter producta illa, & eſt quaſi duplicata eſt inter ipſas quantitates. Sint igitur quantitates a b c d, & ſit b æqualis c, ponantur ergo recto ordine a b c d, eritque proportio a ad d pro-



c e

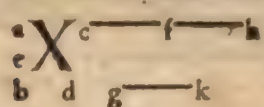


Per 16. Pet. ducta ex proportionibus a ad b, b ad c, & c ad d, producantur igitur ex proportionibus a ad b, c ad d. proportio c ad f, erit igitur proportio c ad f, ſi multiplicetur per proportionem b ad c eadem quæ prius, & producta iam eſt eadem ei, quæ eſt a ad d, ergo porportio a ad d erit producta ex proportionibus a ad b, c ad d per primam propoſitionem. Quod verò diximus de prima & quarta ſi ſint æquales, manifeſtum eſt, quòd res redit ad idem ſolum transmutato ordine, vt tertia, & quarta præmittantur primæ, & ſecundæ. Hæc igitur propoſitio nihil aliud innuit, quàm quod in hoc caſu productio, quæ ſolet fieri ex tribus proportionibus fiat ex duabus tantum.

Propoſitio vigeſimaprima.

Cùm decuſſatim ducta fuerit prima in quartam, & ſecunda in tertiam, productumque primæ in quartam diuiſum fuerit per productum ſecundæ in tertiam erit proportio primæ ad ſecundam diuiſa per proportionem tertiæ ad quartam. E ſimiliter interpoſita omiologa.

Cor. Primum exponamus ſecundam partem, ſit proportio a ad b, quam volo diuidere per proportionem c ad d, facio e ad b, vt



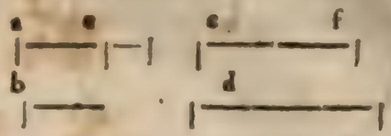
c ad d, erit ergo per ſecundam harum proportio a d b producta ex proportione a

Per. 10. Pet. ad e, & e ad b, quare ex a ad e, & c ad d, ergo diuiſa proportione a ad b per proportionem c ad d exit porportio a ad e, & hic eſt ſecundus modus. Primus autem modus ducatur a in d & fiat f, & b in c & fiat g, dico proportione f ad g eſſe prouentum proportionis a ad b, diuiſe per proportionem c ad d, ducatur igitur e in f & fiat h, & d in g & fiat k, quia igitur h producitur ex c in f, & f producitur ex a in d, ergo h producetur ex producto c in d, in a, & ſimiliter quia k producitur ex d in g, & g producitur ex b in c, ergo k producetur ex c d in b, ergo ex c d in a fit h, ex c d in b fit k erit a ad b vt h ad, k igitur ex prima harum cum ex c in f producatur h, & ex d in g k, & dicatur produci proportio h ad k ex proportione c ad d, & f ad g, & proportio h ad k ſit eadem, quæ a ad b, ergo proportio a ad b producitur ex c ad d, & f ad g, ergo diuiſa proportione a ad b prodibit proportio f ad g, quod fuit propoſitum.

Propoſitio vigeſimaſecunda.

Cùm fuerit proportio primæ ad ſecundam maior, quàm tertiæ ad quartam, erit confuſa ex his maior quàm tertiæ ad quartam, minor autem quàm primæ ad ſecundam.

Sit proportio a ad b maior quàm c ad d, dico, quod confuſa ex a c ad b d eſt Com.



maior, quàm c ad d, et minor quàm a ad b, vt enim c ad d ita fiat e ad b, eritque per tertiam decimam harum e c ad b d Per. 10. Pet. confuſa minor quàm a c ad b d, nam e eſt minor a, quia proportionem habent minorem ad b quam a eo quòd e habet proportionem ad b, quam c ad d, quæ autem c ad d minor, quàm a ad b, vt ſuppoſitum eſt, igitur e c ad b d minor, quàm a b ad c d, e b autem ad e d eſt, vt demonſtratum eſt qualis c ad d, ergo c ad d minor, quàm confuſa a b ad c d, quod eſt ſecundum per idem probabitur, & primum poſita f ad d, vt a ad b, eritque a maior c, igitur maior proportio a f ad b d, quàm a c ad b d, ſed a f ad b d, vt a ad b per eandem tertiamdecimam huius ergo proportio confuſa a b ad c d eſt minor, quàm a ad b.

Propoſitio vigeſimatertia.

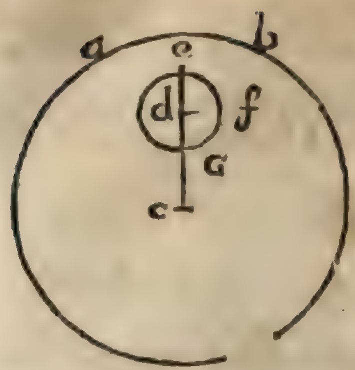
Omnis motus naturalis ad locum ſuum eſt: ideo per rectam lineam fit.

Motus naturalis eſt vt conſeruetur corpus, & conueniat locus corpori, igitur fit ad ſuum locum. Locus autem dicitur in comparatione ad vniuerſum. ideo omnis motus naturalis eſt à centro mundi ſurſum, vel ad centrum deorſum. Et quia quanto natura celerius ſuum finem poteſt aſſequi (quia finis bonus eſt aliter non illum appeteret) eum quærit, cùm ſit ſapientiſſimæ vitæ miniſtra: at linea recta breuiſſima eſt Euclide teſte à puncto ad punctum igitur omnis motus naturalis eſt ſurſum aut deorſum per rectam lineam. Diff. tertia primi Elem.

Propoſitio vigeſimaquarta.

Omnis motus circularis voluntarius eſt.

Sit motus in circulo ſeu per circulum in orbe cuius ſit centrum, ſit c mundi centrum igitur, ex diffinitione circuli tantum diſtabit a, quantum b ab ipſo c: ſed in motu naturali per præcedentem neceſſe eſt, vt recta feratur ad c, vel recedat, igitur motus a eſt voluntarius, non naturalis, nam ſi violentus eſſet, non eſſet perpetuus. Omnia ergo aſtra feruntur circa centrum mundi. Sit modo rota e f g, dico e non moueri motu circulari nam linea e c longior eſt g c, ergo recta mouetur ad centrum non circa centrum. Indicio etiam id eſt: quòd ſi in e ponatur fruſtum aliquod inſigne plumbi in motu ad g per f deſcendet raptim: at dum ex g in e magna cum difficultate



ficultate, igitur motus hic non eſt naturalis, nec circularis nihil etiam hoc modo ſponte mouetur. Sed cum non moueatur per rectam naturaliter, nec ęquidiſtans à centro per circulum relinquitur, vt moueatur motu violento, aut miſto, ſed non ex voluntario, cum nullo modo moueatur æquidiſtans à centro, ſed ſemper ab e lineæ ad centrum fiant breuiores, liquet eſſe motum violentum: aut miſtum ex naturali, & violento.

Propoſitio vigeſimaquinta.

Cor. Tres ſunt motus omnino ſimplices naturalis, voluntarius & violentus.

Tres ſunt modi quibus poſſunt moueri in comparatione ad centrum ſcilicet vel recta cum centro, vel æquidiſtando a centro, vel neutro modo, igitur tres motus. Rurſus vel à principio interiore non intelligente, & eſt naturalis, vel intelligente & eſt voluntarius: vel exteriore & eſt violentus. Hæc autem diuiſio eſt ſolum propria non prima. Nam eſt violentus in recta ad centrum: ideo omnis, qui non eſt in recta, ad centrum, nec æquidiſtat, violentus eſt: non tamen omnis violentus eſt extra rectam. Attractio autem, quæ fit ob raritatem corporum ſeu, vt dicunt, à vacuo, violenta eſt non naturalis niſi ratione finis, non agentis. Sunt enim quatuor genera motus violenti ab Ariſtotele poſita, vectio, tractio, pulſio, & volutio: quanquam his non opus ſit in demonſtratiua ſcientia conſtat enim volutionem extractione, & pulſione apud illum conſiſtere. *7. Phyſ. c. 2.*

Propoſitio vigeſima.

Motus ergo compoſiti quatuor neceſſario ſunt ſpecies.

Si tantum ſunt tres ſpecies ſimplicium, conſtat ratione Arithmetica quatuor eſſe compoſitorum. Diſquiramus ergo an ſint naturaliter tot ſpecies, forſan enim repugnabit aliquis alicui. Porrò videamus primo, quot ſint violentorum ſpecies: Prima erit cum non ſecundum rectam lineam fuerit: nec à centro æquidiſtantem. Secunda cum fuerit ſecundum rectam, ſed non ad centrum. Tertia cum fuerit in recta ad centrum, ſed contrario modo, velut terræ ſurſum. Quarta cùm in recta ad centrum ſecundum naturam, ſed non à principio naturali. Velut cum quis projicit lapidem recta in terram è turri violentius, quàm ille ſua grauitate deſcenſurus eſſet. Hic igitur motus eſt compoſitus ex naturali, & violento. Animalium autem motus voluntarius eſt, cum ſit à principio interiore cognoſcente: & ſit quatenus à principio in linea circulari æqualiter diſtante à centro: ſed quia obſtat grauitas, ideò miſtus eſt ex naturali, & voluntario. Sed circularis, & violentus ſoli eſſe non poſſunt: nam violentus eſt neceſſariò in corpore graui aut leui: ſed omne corpus graue aut leue, cùm mouetur, naturaliter mouetur ſaltem in fine: & per totum motum, motu occulto, qui maximè in hoc libro dignus eſt conſideratione, igitur motus voluntarius, & violentus non poſſunt eſſe ſimul ſoli. Erunt ergo ſecundum naturam tantùm tres ſpecies. Velut cùm quis ſcandit, aut ſalit: Eſt enim motus naturalis ſaltem in fine, & voluntarius, & violentus. Si quis autem velit violentum cum voluntario copulare dicemus conſtare eam compoſitionem in initio ſaliendi. Motum autem occultum vocamus grauitatem aut leuitatem.

Propoſitio vigeſimaſeptima.

Motus voluntarius eſt in loco: naturalis ad locum: violentus ex loco.

Hæc eſt tertia differentia primarum ſpecierum motuum, voluntarius fit manente corpore toto in eodem loco, ideo proprius eſt cælo, corpora autem animalium in eodem loco feruntur: quia in eodem orbe nata redire ad proprium locum. Et ideò vt dixi, eſt motus miſtus ex naturali, & voluntario, qui ſi per ſe fieret, non fatigaret mobile, cùm ex vtroque principio ab interiore vi procedat. Sed quia fit per muſculos, qui trahuntur: hic autem motus eſt violentus, ideò per conſequentiam fatigat. Qui verò naturalis, eſt vt redeat corpus ad ſuum locum, igitur naturalis eſt ad locum. Sed violenti finis eſt, vt protrudatur ex loco in quo eſt, non habens certum finem, licet enim qui trahit, ad ſuum locum trahat, non tamen ad locum mobilis.

Propoſitio vigeſima octaua.

Motus quilibet naturalis aut violentus in aliquo medio fit.

Cùm vacuum non detur, & omnis motus naturalis ſit ad locum, & violentus ex loco per præcedentem, igitur cùm non ſit in medio, vacuum erit in aliquo corpore, velut aëre, aqua, igne, ligno.

Propoſitio vigeſimanona.

Omnis motus voluntarius æqualis eſt ſemper: ſimpliciter etiam quilibet alius motus.

Motus voluntarius non habet, quòd fatiget, & ſumma perfectio eſt æqualitas, & Com.
natura quæ mouet non debilitatur, igitur perpetuo perſeuerat æqualis, neque enim eſt, vt dixi, per medium corpus. Naturalis

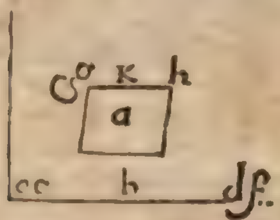
quoque

quoque, & violentus cum ratione proportionis mouentis ſupra mobile per ſe non varientur, & ab æquali proportione æqualis velocitas proueniat, igitur natura tales motus ſunt æquales, nam in vtroque mouens, mouet ſecundum vltimam ſuam vim.

Propoſitio trigeſima.

In omni corpore mobili in medio, partes medij reſiſtunt obuiæ, aliæ impellunt.

Cor. Sit mobile a cui partes ſubiaceant rectæ b, & ſit graue. Et patet ne diuidatur b reſiſtere, cum autem ſuperauerit partes b deſcendunt ante a, & trahunt partes c & d adhærentes ſecum, atque ita e c d f adiuuant ad deſcenſum partes etiam laterales g & h cum a tranſit in b, ne detur vacuum,



tranſeunt in k veloci motu, ergo propellunt a maiore impetu inferius.

Cor. Ex quo patet, quod in omni motu naturali, vel violento ſit augumentum velocitatis ab initio ſaltem vſque ad aliquid.

Cor. Et ideò etiam bellicæ machinæ cuiuſcunque generis certam exigunt diſtantiam, vt violentius feriant.

Propoſitio trigeſimaprima.

Omnis motus naturalis in æquali medio validior eſt in fine, quàm in principio: violentus contrà.

Cor. Cùm enim ex præcedenti augeantur ſemper ob medium, & cauſa, quæ mouet, ſit perpetua, & à principio æterno, quod per dicta æqualiter mouet, igitur motus ille fiet velocior in fine quàm in alia parte temporis. In violento autem, cùm perueniat ad finem deſinit vis illa neceſſariò, quæ

29. Propoſ. mouet, & ſuperatur à vi naturali, quæ mouet in contrarium, igitur antequam ceſſet motus fiet tardiſſimus in fine.

Cor. Ex quo patet, quòd motus quadrifariam miſti dicuntur, aut ſpecie, vt cùm quis iacit lapidem è turri: vel ex occulto naturali, & violento manifeſto: velut cùm quis iacit lapidem, & deſcendit poſtmodum ex b in c motu vtroque manifeſto, ſed ex a in b motu violento manifeſto, & naturali occulto: vel ratione medij, & hoc modo omnis motus naturalis etiam non ſolum violentus eſt, miſtus ex proportione virtutis mouentis, cum motu medij, ad medium ipſum, vel ſi violentus ſit ex proportione virtutis mouentis, & medij ad mo-

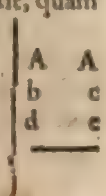


bile, ac medium, quod reſiſtit. Quarto ex motibus imperfectis natura ſua, & non eſt vera miſtio, & hoc apparet in motibus voluntariis animalium, qui non ſunt neque æquales, neque perfectè circa medium: ſed ſunt potius ſimiles voluntariis. Et ideo demonſtrationes illæ Ariſtotelis quoad vſum nihil iuuant nos.

Propoſitio trigeſimaſecunda.

Omne mobile naturaliter motum, ſeu violenter velocius mouetur in medio rariore, quàm denſiore. Maior quoque eſt proportio finis motus in corpore rariore ad finem motus in corpore denſiore, quàm principij. In violento autem celerius perueniet ad finem motus in corpore denſiore.

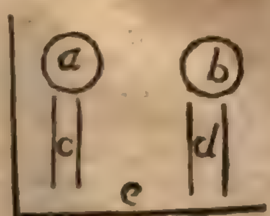
A mobile moueatur in b medio rariore, & in c denſiore igitur b minus reſiſtit, quàm c & magis adiuuat, quia velociùs mouetur: igitur duplici de cauſa a mouebitur velociùs in b quàm in c: & quia per corrolarium trigeſimæ, & præcedentis proportio finis (vbi æqualiter moueantur) ad ſua principia maior erit in d, quam in e, ergo per demonſtrata à Campano poſita d prima, b ſecunda, c tertia, e quarta, maior erit proportio d ad e, quàm b ad c quod fuit propoſitum in naturali. Cor.



Propoſitio trigeſimatertia.

Omnia duo mobilia æqualis vndique magnitudinis, quæ æquali in tempore æqualia ſpatia pertranſeunt in diuerſis ſubſtantia mediis, neceſſe eſt, vt ſit ponderis ad pondus, quemadmodum medij ad medium, proportio duplicata.

Sint duo mobilia a & b magnitudine, & forma omnino paria; & ſint media c & d, exempli gratia: & pertranſeant æquale ſpatium in vtroque in eodem tempore, e dico proportionem ponderis b ad pondus a eſſe duplicatam ei quę eſt raritatis c ad raritatem d. Quia enim feruntur æqualiter, nam in ęquali tempore, ſeu eodem æqualia ſpatia pertranſeunt, erit proportio potentiæ a cum ſuo auxilio ad id, quod reſi- Cor.



ſtit ex è vt b cum ſuo auxilio ad id, quod reſiſtit ex d, permutando igitur d ad c, vt b ad a, ſed c ad d proportio raritatis duplicat actionem, tum minus reſiſtendo, tum adiuuando motum a, igitur proportio differentiæ motus eſt duplicata proportioni raritatis: ſed proportio motus eſt ęqualis proportioni

portioni ponderis viciſſim per vigeſimam-ſextam ſexti Elementorum b ad a, igitur proportio b ad a ponderis eſt duplicata ei, quæ eſt raritatis c ad raritatem d.

Scholivm Primvm.

Ne tamen ſine exemplo intelligas hanc duplicatam rationem, proponatur c raritas quatuor, d vnum a pondus duodecim librarum, tunc c reſiſtit ſolum ex quarta parte, & efficit a quadruplo maioris actionis, ſcilicet vt quadraginta octo, tota igitur proportio, quæ mouebitur a in c, erit centum nonaginta duorum, & hoc diuidemus per d, quod eſt vnum, exibit pondus b centum nonaginta duo. Proportio igitur b ad a eſt ſexdecupla, & hæc eſt duplicata quadruplæ raritatis, c ad raritatem d.

c 4 d. 1. &.
a 12 b. 192.

Quòd ſi quis neget tantundem augere c actionem a, quanto minus reſiſtit, ſed aut magis aut minus, & ſit proportio b ad a duplicata ipſi f, dico f eſſe proportionem c ad d, nam proportio b ad a eſt velut actionis c ad d per decimam ſextam ſexti elementorum, ergo ex auxilio c in proportionem a ad c, fit proportio b ad a, ſed ex f in ſe fit proportio b ad a ex diffinitione proportionis duplicatę Sed ex duabus proportionibus a ad c, & actionis ex c ad a producitur proportio b a da, igitur per decimam ſeptimam ſexti Elementorum proportio c ad d eſt media inter proportiones a ad c, & actionis a in c, quare æqualis f, igitur proportio b ad a duplicata ei, quæ eſt c ad d quod erat demonſtrandum.

Scholivm Secvndvm.

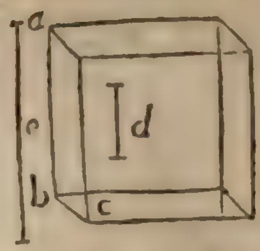
Si autem media fuerint diuerſarum rationum, vt aqua, & aër non demonſtrat argumentum, quia pondera inter ſe non ſeruant rationem. Nam lignum centum librarum ex ſalicis arbore, non magis deſcendit, quàm lignum libræ vnius. Ideò nec in comparatione ad medium aëris.

Propoſitio trigeſimaquarta.

Proportio corporis cubi ad ſuam ſuperficiem quadratam, eſt velut eiuſdem ſuperficiei ad latus, eiuſdem verò ad monadem.

Cor. Sit cubus a b c eius quadrata, ſuperficies a c, latus a b, monas d, dico eas eſſe inuicem analogas. Quia enim proportio a b c ad a c eſt, vt quoties aſſumitur a c in a b c, & toties etiam aſſumitur a b in a c ex diffinitione Euclidis ſecundo Elementorum, ſi ergo monas eſt in continua proportione, habeo intentum: ſi non ponatur e media inter a e & d, erit ergo per decimam noni Elementorum e latus a c, ergo æqualis a b, igitur cum a c, e & d ſint analogæ, erunt & a b c, a b, & d analogæ, quod fuit demonſtrandum.

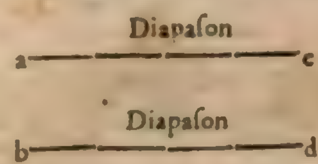
Prima ex Campano.



Propoſitio trigeſimaquinta.

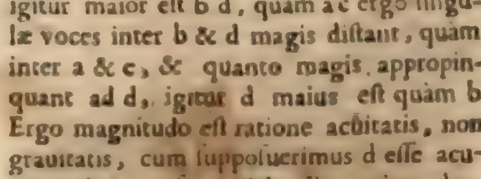
Vocum magitudines excreſcunt in acumine non in grauitate, finis autem eſt in vtroque extremo, propter hoc minima facta variatione in hypate acutæ vix ferunt.

Quoniam facta variatione in hypate, quæ eſt in Diapaſon, vel bis Diapaſon maiore interuallo diſtat, velut ex a in b in Cor.



grauiore, maius eſt interuallum ex e in d, igitur maior eſt b d, quam a e ergo ſingulæ voces inter b & d magis diſtant, quàm inter a & e, & quanto magis appropinquant ad d, igitur d maius eſt quàm b Ergo magnitudo eſt ratione acuitatis, non grauitatis, cum ſuppoſuerimus d eſſe acutiorem b & c ipſo a. Oſtenditur etiam idem quia vox grauis fit ex priuatione motus ſicut acuta ex vehementia. Motus autem eſt res, quies, priuatio.

Secundum ſic: nam remiſſio mota non feriet aurem, ideò ſonum non pariet ob nimiam tarditatem. At in velociſſimo motu oportet vel ſidem vel atteriam contrahi, & non contrahitur niſi per muſculos, igitur contentio illa finem habet. Si autem non ſit neceſſarium habere, vel valde procul poſſit extendi contentio, vt in machinis igneis ſtrepitus ſit maximus, nam motus, vt motus eſt etiam in aëre nullum finem per ſe habet niſi ratione inſtrumenti, ergo ſtrepitus tantus eſſe poteſt, vt fermè obſurdeſcant, qui audierint, vt ferunt de Nili cataractis.



Tertium ſic ſit a b humilior vox, quæ excreſcat ſemitonio minore ſolum in c, & ſit d e dupla ad a b ſecundum naturam, vt in vocibus mediis fiet, vt ſi e debeat excreſcere

creſcere ſemitonio minore per decimamnonam quinti Elementorum f e dupla c b, & in acutis vbi excreuerit ad diapaſon quadrupla: pueri autem vox, quæ iam diapaſon altior eſt d e, erit bis diapaſon, & ideò quadrupla b c, ſed in acutioribus erit dupla nullus enim puer eſt adeo fractæ vocis, qui ſupra humillimam non aſcendat per diapaſon, igitur interuallum vocum erit octuplum a d, b c, ſed communiter aſcendunt ad bis diapaſon, igitur interuallum vnius vocis etiam cum ſemitonio proportionem habentis eſt æquale fermè toti a b, cum autem in diapaſon ſint duodecim ſemitonia, & duo comata, manifeſtum eſt; quod extenſio illa erit maxima in comparatione grauioris vocis a b. Et ideò minimum incrementum in humilioribus vocibus, vbi quis cogatur aſcendere, maximum eſſe videtur, adeò vt ægræ à pluribus feratur, à quibuſdam non omnino feratur.

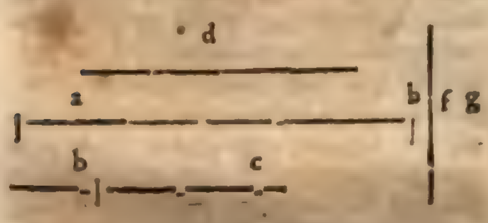
S c h o l i v m.

Ob hoc natura fecit, vt non quemadmodum in fidibus voces ex breuitate intenderentur, ſed ex conſtrictione ligulæ vt dicunt, ſuper aſperam arteriam vox ad diapaſon acueretur addito impetu proportione, vt ex conſtrictione, & impetu conſurgeret dupla proportio. Hoc autem manifeſtè experimur in elymis in quibus nulla prorſus facta mutatione inſtrumenti conſtantibus digitis omnibus præter pollicem ſiniſtræ vocem exacuimus ad diapaſon, inde etiam ad bis diapaſon: ſicut declarauimus in commentariis Epidemiorum.

Propoſitio trigeſimaſexta.

Si proportio per proportionem minorem æquali ducatur, proportio minor producetur. Vnde manifeſtum eſt duas proportiones minores æqualitate inuicem ductas proportionem minorem vnaquaque illarum producere.

Cor. Proportio a b ad c, qualiſcunque ſit, ducatur in proportionem minorem æqualitate f ad g, dico quod producta proportio erit minor ea, quæ eſt a b ad c fiat d ad



a b, vt f ad g, et erit per ſecundam huius d ad c producta, ex proportionibus a b ad

Per 10. Pet. c, & f g. Itemque per decimamquartam quinti Elementorum erit d minor a b, igitur maior a b ad c, quàm d ad c, igitur quàm proportio a b ad c in proportionem f ad g. Sit autem vtraque minor æqualitate ea, quæ a b ad c, & ea quæ f ad g, dico productam vnaquaque earum eſſe minorem. Quod enim (manentibus his, quæ dicta ſunt) minor ſit d ad c, quam a b ad c ex prima parte oſtenſum eſt. Quod verò etiam minor ſit d ad c, quàm d ad a b & ex conſequenti quàm f ad g demonſtratur ſic. Quia enim minor eſt a b ad c, æqualitate erit a b minor c, fiat ergo h æqualis a b, erit ergo d ad h, vt d ad a b per ſeptimam quinti Elementorum, at d ad c minor quàm d ad h per octauam eiuſdem, igitur minor d ad c, quàm d ad a b, igitur patet propoſitum.

Propoſitio trigeſimaſeptima.

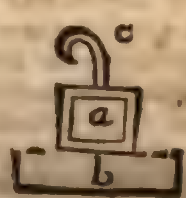
Si plures homines, quorum nulli per ſe nauim mouere poſſint, aut pondus ferre ſimul iuncti eam moueant, aut pondus ferant, erunt illæ proportiones coniunctæ non productæ.

Cùm enim primus non poſſit mouere nec ſecundus, erunt proportiones minores æqualitate, Ideò per ſecundam partem præcedentis multo minus mouerent duo, quàm vnus. Et ſi quatuor mouerent vnuſque per ſe mouere non poſſet, adderetur ſi proportio produceretur, fieret minor, ergo minus mouerent quinque quàm quatuor ex iiſdem, quod eſt abſurdum. Cor.

Propoſitio trigeſimaoctaua.

Omne corpus tantùm reſiſtit motui contrario ſuo naturali quantum mouetur occulto motu quieſcendo.

Sit a corpus quieſcens in pauimento b, & mouetur in eo occulto motu verſus centrum, vt ſuprà viſum eſt, contrarius illi ſit motus ad c, ſi ergo a quieſceret in c moueretur ad b occulto motu certa vi, ergo Cor. In commen. 26. Propoſ.



eadem reſtitit, ne traheretur ad c. Manifeſtum eſt autem, quod hic motus occultus eſt minor manifeſto. Per 30. Propoſ.

Ex hoc patet cur naues & currus ab initio tardè & difficulter moueantur, vbi moueri cœperint motus augetur: quoniam reſiſtunt per motum occultum naturalem qui maximus eſt dum quieſcunt, vt etiam docebat Philoſophus in mechanicis, nam motus ille naturalis eſt, & ideò contrarius violento: Ergo cum iam mouetur violenter minus, mouetur naturaliter, igitur minus reliſtit. Declarabitur enim infrà quòd omne quod mouetur duobus motibus tanto minus uno mouetur quanto magis altero. Cor. Quæſt. 31. Propoſ. 52.

Propoſitio trigeſimanona.

Ab æquali aut minore ui, quàm ſit impedimentum, non ſit motus.

Sit a quod reſiſtat, ne ſurſum trahatur per decem, dico, quod non ſurſum trahetur neque Cor.

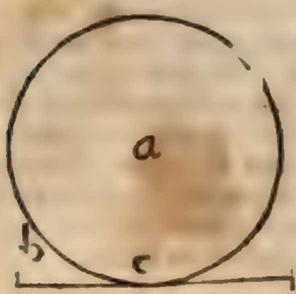
que

que à decem, neque minore: nam ſi impedimentum non eſſet, moueretur, infra vt decem, ergo ſi trahetur ſurſum per decem tantum moueretur ſurſum, quantum deorſum, ergo quieſceret. Si verò à minore moueretur à maiore vi deorſum quam ſurſum, ergo deorſum ſimpliciter non ſurſum.

Propoſitio quadrageſima.

Omne corpus ſphæricum tangens planum in puncto mouetur ad latus per quamcunque vim, quæ medium diuidere poteſt.

Cor. Sit corpus ad vnguem ſphæricum a tang ns planum b in puncto c (eſt enim hoc neceſſarium ex demonſtratis ab Euclide in decima ſexta Propoſitione tertij Elemen-



torum) dico, quod mouebitur à vi, quæ poteſt ſcindere aërem. Nam cum non aſcendat, nec deſcendat, ſed quaſi in circulo ad centrum mundi moueatur, pondus non affert. Neque ratione magnitudinis contactus, cum ſit in puncto ſolo, igitur remanet ſolum aëris impedimentum.

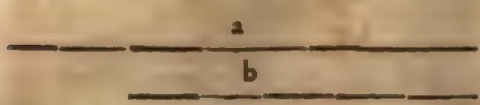
Cor. 1. Ex hoc liquet, quod oportet b planum eſſe ex duriſſima materia, quæ nullo modo cedat, aliter tanget pluſquàm in puncto.

Cor. 2. Vix fieri poteſt, vt in elementaribus ſphæra tangat planum in puncto. Vel quia planum non erit exactè rectum, vel non durum, vt prorſus non cedat, vel non ad æquilibrium poſitum, vel ſphæra non erit exactè rotunda.

Propoſitio quadrageſimaprima

Si fuerint duæ quantitates ſumaturque totius aggregatum maioris & minoris, quoties aggregatum minoris, & maioris, erit proportio confuſa maioris aggregati ad minus, minor quàm multiplicis maioris ad multiplex minoris.

Cor. Sint duæ magnitudines a & b, & ſit a maior b, & ſumatur exempli gratia a quater cum b ſemel, & b quater cum a



ſemel, dico, quod proportio (quam conEx 18. diff. fuſam eſſe liquet) aggregati primi ad ſecundum, eſt minor quam quadrupla. Conſtat enim quod proportio quadrupli a ad a eſt maior, quam b ad quadruplum, b cum vna ſit quadrupla, alia ſub quadrupla, igitur per vigeſimamſecundam huius aggregati quadrupli a cum b ſemel, ad quadruplum b cum a ſemel minor, quàm quadrupli a ad a, & maior quàm b ad quadruplum b, & eſt pro intellectu Archimedis. In 2. lib. de Aequi ponderan. Propoſ. 10.

Propoſitio quadrageſimaſecunda.

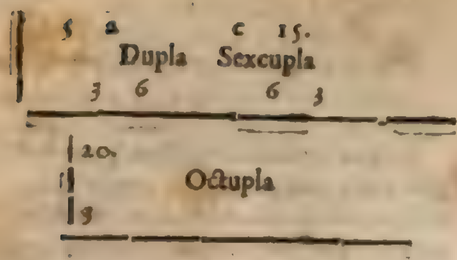
Trahentium nauim, vt ferentium pondera proportiones in ſe inuicem, quomodo ducere oporteat conſiderare.

Hoc quomodo non poſſit fieri ſuprà docuimus, nunc etiam generaliter dicam, Cor. Propo. 37. cum conſiſtant hæc in duobus terminis, productio verò præſupponit quatuor terminos, vt in prima propoſitione, aut ſaltem tres, atque in his medius habet rationem mouentis, & moti, ergo cum in huiuſmodi non ſint quatuor termini, nec tres, è quibus vnus ſit mouens, & motum proportio non poterit produci. Illud etiam patet exemplo, nam ſi eſſet lapis, aut nauis obſiſtens vt ſex, & eſſent homines viribus ſinguli, vt quatuor cum dimidio, tres mouerent in proportione dupla ſex qui quarta perdicta ſuperius eodem loco, at ſi proportio duci poſſet aliquorum hominum numerus poſſet mouere in duplicata proportione ad vnguem ſcilicet $5\frac{1}{16}$ vt eſſet vix hominum collectorum $30\frac{1}{4}$ at nullus eſt numerus hominum qui collectus faciat hunc numerum, nam ſex homines explent numerum 27. & ſeptem $31\frac{1}{2}$, & ideò non poteſt duci proportio. Et ideò maximus eſt error dicendo decem homines mouent nauim proportione tripla, ergo trigenta alij additis illis ſimiles robore mouebunt à proportione vigenti ſeptupla ſcilicet ducta nonupla in triplam. Sed ſumpta proportione alio modo producitur. Velut ſi dicam, homines decem mouent nauim, aut ferunt pondus proportione tripla, igitur quadraginta homines idem facient proportione duodecupla ſcilicet quadrupla in triplam ducta. Cum ergo addo triginta homines, qui mouent in proportione nonupla, non oportet ducere nonuplam in triplam, ſed totum numerum accipere, & quam proportionem habet ad partem, tandem habet vis mouens ad vim mouentem. Vnde ſi duo moueant in proportione ſexquialtera, & ſex in proportione quadrupla cum dimidia, & iungantur, vt fiant octo, non oportebit ducere ſexquialteram, in quadruplam ſexquialteram, ſed cum octo ad duo ſit in proportione quadrupla, ſumemus quadruplam ad ſexquialteram, quæ erit ſexcupla, & octo mouebunt, aut pondus gerent in proportione ſexcupla.

Propoſitio quadrageſimatertia.

Productionem ad additionem retrahere.

Sit proportio a ad b dupla poteſtate licet ſint quinque homines, & ſint quindecim homines c, & habebunt ad b ſexcuplam proportionem per præcedentem.



Iuncta ergo a, & c per octauam huius mouebunt b proportione octupla, dico, quod ſi duxeris proportionem c ad a plus vno. i. quadruplam in proportionem a ad b, quæ eſt dupla, proueciet eadem octupla. Nam quia in coniunctione ſufficit iungere c cum a, & ſumitur ſecundum proportionem a ad b, igitur cum proportio a ad b comparata ad proportionem c & a ad b ſit, ſicut proportio c & a ad a, & proportio c & a ad a, & proportio c & a ad a ſit, ſicut proportio c ad a, & a ad a, & proportio a ad a habet rationem vnius, igitur proportio aggregati c a ad b eſt producta ex proportione c ad a plus monade in proportionem a ad b, quod erat demonſtrandum.

Propoſitio quadrageſimaquarta.

Si fuerit proportio motoris ad id, quod eſt maximum non mouens, & ſpatium, & tempus, nota erit etiam reliquorum nota.

Sæpe contingit, vt quinque homines moueant nauim, & ſpatium ad tempus notum, & etiam cognitum maximum, quod mouere non poteſt. Sit ergo a numerus hominum, b nauis, c maximum, quod



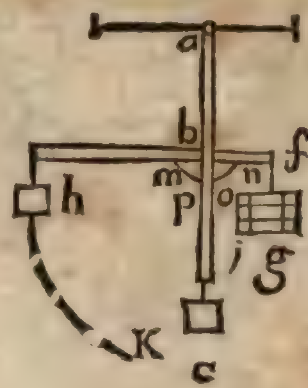
non mouere poteſt, d tempus, e ſpatium f motor alius ſiue numerus hominum notus, & g tempus, dico, quod h ſpatium notum erit, ſeu notum g tempus, & h ſpatium, dico, quod erit f motor, ſeu numerus hominum notus. Quoniam ergo notum eſt a & c, quia eſt æquale b, igitur proportio a ad b nota eſt: ſed iuxta iſtam a mouet b in d tempore per e ſpatium, igitur per præcedentem, vt f ad a ita ſpatij ad e in tempore. Sed per eadem vt temporis d ad ſpatium illud ita g ad h, ergo cum nota ſint d e f g erit etiam h, & ita conuertendo.

Propoſitio quadrageſimaquinta.

Rationem ſtateræ oſtendere.

Archimedes nititur huic fundamento, quod pondera, quæ proportionem mutuam habent, vt diſtantiæ à libella a, quæ ſuſpenduntur, æqualiter ponderant, ſit ergo libella a b, & ſuſpenſa in a centrum mundi c, ad quod dirigitur pondus, & liquet, quod ipſum non ſe inclinabit ex vigeſimatertia propoſitione. Si ergo ponantur loco lineæ b d in e & f, & ſit proportio e b ad b f, vt g ad h, dico, quod erit æqui- Cor.

librium, per eandem enim h mouebitur in k, ſcilicet vt perueniat in rectam a d, ſi enim non eſſet ſuſpenſum h, moueretur in recta e h per eandem, quia ergo retinetur, moueretur per obliquam h k, & ſumatur in propinquum punctum in



b e, & n in æquali diſtantia in e f, quia ergo e b totum mouetur eadem vi in ſingulis partibus, quia a pondere h, & in h mouetur per h k in m per m p ergo qualis eſt proportio magnitudinis h k ad m p, talis eſt vis in m p ad vim in h k, & ita in b erit penè infinita: quia quanta vi extenditur ex h in k tanta puncta b, ſe circumuertit ergo proportio hypomochlij ad ſpatium, velut roboris ad robur, at eadem n o ad h k, eſt enim n o æqualis m p, & n b, & b m æquales, vt verò g ad h ita e b ad b f: ergo vt e b ad b f, ita virium n o ad h k, vt igitur g ad h, ita virium m p ad h k: vt etiam g l ad n o, ita virium f b ad n b, nam idem pondus ſcilicet g mouet totam b f, igitur vt g ſe habet ad n o, ita h ad m p, ſed m p & n o ſunt æquales, ergo tanta eſt vis g in f, quanta h in e. Per 9. quinti Elem.

Ex quo patet, quod hypomochlion moueretur infinita vi, ſi poſſet eſſe punctus: ſed quia in extrema ſuperficie cylindri, ideò poteſt aliqua vi retineri. Cor. 1.

Et ſi quis poſſet capere haſtam in extremo puncto, non poſſet eam mouere, etiam quod haberet robur infinitum, quia ab æquali non fit motus per trigeſimamnonam propoſitionem. Cor. 2.

Et libella nihil retinet niſi quantum eſt pondus eius quod cupit ad centrum peruenire, & pondus ei appenſum non prohibet motum, etiam ſi eſſet infinitum, niſi quatenus non vult recedere ex directo centri mundi: & vt grauat hypomochlion faciens impreſſionem. Cor. 3.

Et ſi terra tota eſſet appenſa polo, moueretur magna vi: quoniam vis eadem eſt in paulo, quæ in circulo toto æquinoctij. Cor 4.



Et rota, quanto velocius mouetur in ambitu, tanto minorem habet vim: ſed propter aërem, qui ſecum circumfertur, mouetur magno impetu, & magnas facit læſiones. Ideò hoc in cono non accidit. Cor 5.

Ex quo patet ratio eleuandi podera magna per trabem, vt à latere vides. Cor 6.

Propoſitio quadrageſimaſexta.

An ſit aliqua proportio, & qualis inter animam, & vitas, & ſua corpora conſiderare.

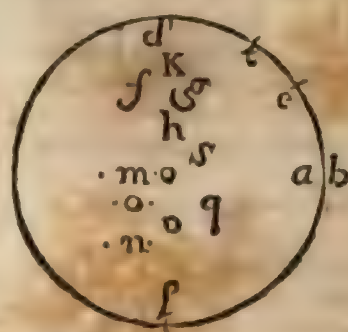
Declarauimus motum cœli eſſe voluntarium, obſequente cœlo per virtutem in eo infuſam. In animalibus autem, & præcipuè in homine notius eſt hoc experientibus nobis in ipſis: ſed motus hic, vt dixi ſupra, miſtus eſt, ille verò cœleſtis ignotior eſt. Certum tamen eſt plenè obſequi cœlum vitæ, nec prorſus repugnare. Solet Ariſtoteli imponi, quòd ſi adderetur aſtrum cœlo, quòd cœlum aut quieſceret, aut tardius moueretur: quod eſt, ac ſi diceremus, quòd homo paruus ſi fieret maior non eſſet adeò agilis, tanquam motus ille eſſet ab externa cauſa. Imò proinde eſſet, ac ſi quis diceret, quod lapides magni minus velociter deſcenderent, quam parui. Quin potius vt lapis magnus velociùs moueretur: quàm paruus naturali motu, & tardius præternaturali, ita cœlum motu voluntario, ſi ita dici poſſet æqualius & maiore cum efficacia, quanto denſius. Et ita ſi Ariſtoteles illud dixiſſet oſtendiſſet magnam imperitiam. Ideò quale iudicium debemus facere de Alexandro, & Aueroe, qui hoc ei tribuunt. Legitur enim in textu Arabico tale quippiam. De animalibus forſan poſſet hoc dici, quoniam vt ſuprà diximus, motus ille miſtus eſt. Remanet ergo difficultas, quoniam ſi motus iſte non à proportione ſit, quare non eſt infinitus? & dico quod in animalibus tres ſunt cauſæ, vna quia eſt miſtus, & habet repugnantiam: ſecunda, quia eſt de loco ad locum, motus autem cœli eſt in loco: tertia eſt communis etiam cœlo, et eſt, quoniam non eſt ratio finis. Natura enim diuina non appetit mouere tam celeriter. Quid eſt ergo proportio, cum ſit vltimum voluntatis vitæ, vt obtemperet primæ cauſæ, ideo illud eſt vltimum, quando mouet. Eſt autem idem velle, & poſſe. In natura enim cœli eſt ille apetitus, cuius principium eſt vita: & eius voluntatis bonum ipſum. Et ideo hæc proportio non diuiditur. In animalibus autem non eſt vis illa niſi, cum proportione, quia primum inſtrumentum, quod recipit, & eſt ſpiritus vim habet determinatam, cum ſit virtus in materia: ideo non mouet niſi cum certa proportione, velut lumen in medio in ſe non habet proportionem niſi ad lucem, ſed vt eſt in illo, poteſt eſſe remiſſum, obſcurum & hebes. Quæritur ergo quantitas illius? ſi dicas, quòd eſt à luce: quæro quantitas lucis, vnde ſit? forſan dicendum, quòd velut in motibus, quanto denſiora ſunt corpora tanto mouentur maiore nixu, & robore. Nam calor in materia augetur iuxta illius quantitatem: idem in luce, & reliquis. Dico ergo proportionem eſſe infinitam: nam ſi corpus eſſet infinitum & optimè diſpoſitum infinita vi moueretur & agilitate, vt enim maius eſt eo maiores vires habet.

Cer. — *Propoſ. 27.* — *Tex 61. 2. de Cœlo.*

Propoſitio quadrageſimaſeptima.

Si duo mobilia æqualiter in eodem circulo iuxta proprios motus moueantur, productum temporis circuituum inuicem erit æquale producto differentiæ temporum circuitus ductæ in tempus coniunctionis primæ.

Sint duo mobilia a & b in eodem puncto quæ æqualiter verſus eandem partem moueantur æqualibus in temporibus, inuicem tamen inæqualiter, ita quod a in f & b in g temporibus abſoluant circulum, & horum differentia ſit h. Dum itaque a perficit circulum b perueniat in c, igitur c d b eſt *Cer.*



differentia, quæ ſuperanda eſt, & proportio circuli ad b c vt g ad f, quare reliqui ad reliquum, vt reſidui ad reſiduum, ſcilicet circuli ad c d b, vt g ad h, & b c ad c d b vt f ad h, coniungantur igitur in *k* tempore, eruntque k f g h omiologa, vt productum ex circulo in b c diuiſo per certam quantitatem & cum circulo & b c & c d b differentia, & ſit ſ productum ex f in g, dico quod diuiſa ſ per h exibit *k* tempus coniunctionis primæ, ſit itaque d locus coniunctionis, dico igitur quod differentia ſpatij pertranſiti a b, a & a, b in reditu ex coniunctione prima ad d eſt vnus circulus completus, non enim poſſunt eſſe plures, nam ſequeretur, quòd a aliquando pertranſiſſet b, et ſic non eſſet prima coniunctiō, nec poteſt eſſe minus, nam ſic cum a & b ſint in d vltra perfectas circulationes vterque eorum pertranſiuit arcum b c, igitur nullo modō differentia poteſt eſſe minor circulo, neque maior, vt declaratum eſt, igitur eſt vnus circulus ad vnguem. Hoc declarato ponatur m ſpatium compoſitum ex circulis pertranſitis a b a cum ſpatio b d, etenim ſpatium, quod pertranſit b a coniunctione in a, ad coniunctionem primam in d, & erit ex demonſtratis horum differentia circulus qui vocetur o, & ſit p ſpatium, quod pertranſit b in tempore eodem, in quo a pertranſit o, & ſit q differentia o, & p quæ in circulo eſt c d l b, quia igitur in eodem tempore a pertranſit m & b, n, erit m ad n, vt a ad b, & eadem ratione a ad b, vt o ad p, igitur ex vndecima quinti Euclidis m ad n, vt o ad

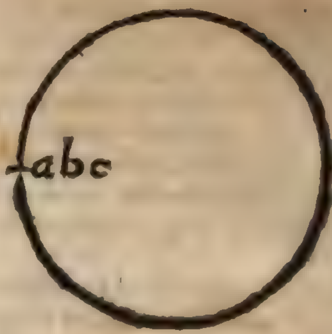
ad p, quare cum o ſit differentia m & n, & q, differentia o & p erit ex decimanona quinti Euclidis, m ad o, vt o ad q, & ita circulus eſt analogus inter ſpatium pertranſitum à motore velociori, & inter differentiam ſpatij quæ accidit, dum velocior motor pertranſit circulum, id eſt quòd circulus a c d eſt analogus inter c d l b, & circulos pertranſitos a b a cum portione b d. Reuertor igitur ad propoſitum, cum ſit m ad o, vt o ad q, & m ad o, vt n ad p, ex ſextadecima quinti Euclidis, erit ex vndecima eiuſdem n ad p, vt o ad q, quare ex ſextadecima ſexti Elementorum ducto o, id eſt circulo, ſeu maiore numero in p ſpatium pertranſitum a b, ſeu ducto f in g, & diuiſo per q differentiam ſpatiorum, ſeu per h exibit n, ſeu ſpatium quod pertranſit b ab vna coniunctione ad aliam quod erat demonſtrandum.

Cor. Ex hoc patet, quod proportio temporis coniunctionis ad tempus tardioris motus circuitionis eſt veluti temporis circuitus velocioris motoris ad differentiam temporis motus tardioris, & velocioris motoris in vno circuitu.

Propoſitio quadrageſimaoctaua.

Si tria mobilia ex eodem puncto diſcedant, fuerintque duorum, ac duorum coniunctiones in temporibus commenſis illa tria mobilia denuò coniungentur in tempore producto ex denominatore diuiſionis temporis maioris per minus in minus, aut numeratore in maius.

Cor. Sint tria mobilia a, quod circuat in duobus annis b in quinque, c in ſeptem. Dico quod primum redibunt in numero producto ex ſeptem quinque & duobus, qui ſunt numeri primi, & erit ille numerus ſeptuaginta annorum. Nam in ſeptuaginta annis a perficiet triginta quinque reuolutiones b quatuordecim, c decem, ergo redibunt per perfectos circuitus ad idem punctum. Oſtendo modo quod non ante: nam ſi ſic : ſit, vt in triginta quinque annis igitur b & c perficient perfectos circuitus, ergo redibunt ad idem punctum, a autem non redibit, quoniam eius circuitus non numerat triginta quinque aliter non fuiſſet ſeptuaginta minimus numeratus ab a b c, cum ergo iam ſupponatur numerari a b & c non numerabitur a b a, ergo a non perficiet circuitus, ergo non redibit ad primum locum, ergo non erit iunctus cum b & c. Quod ſi dicas a b c coniungi in decem ſeptem annis numero non numerato ab aliquo illorum temporum : auferantur perfectæ circulationes, & remanebunt dimidium ex a, duæ quintæ ex b, tres ſeptimæ ex c, igitur oportebit vt hæ portiones ſint æquales, vt poſt perfectas circulationes in idem punctum, conuenniant, ergo $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{5}$ & $\frac{3}{7}$ æquiualebunt, quare proportio & 7. ad 3. & 5. ad 2. & 2. ad 1. eſt vna, quare permutando 3. ad 2.



vt 7. ad 5. ſed 7. & 5. ſunt contra ſe primi, ergo in ſua proportione minimi per dicta in ſeptimo Elementorum : ergo tria, & duo non ſunt in eadem proportione. Rurſus dicantur conuenire in annis quatuordecim cum dimidio, ergo in viginti nouem coueniene iterum : ergo per ſecundam partem erit ſeptem ad vnum, vt duo ad vnum, igitur permutando vnius ad vnum, vt ſeptem ad duo, ſed vnum eſt æquale vni, ergo duo erunt æqualia ſeptem. Rurſus dicamus, quod in tempore annorum ℞. quadrata decem ſimiliter auferam integras reuolutiones, quas potero, & erunt ℞. $2\frac{1}{2}$ m̄. 1. & ℞ $\frac{1}{5}$ & ℞ $\frac{10}{49}$ æqualia. Hic vides infinita ſequi inconuenientia, quæ longum eſſet numerare, nam ſeptem eſſet æquale quinque & proportio reciſi ad potentia rethe, vt numeri ad numerum. Igitur non conueniunt ante ſeptuaginta annos. Propoſ. 13.

Cor. 1. Ex hoc ſequitur, quòd nullibi conuenient præterquàm in eodem puncto, ſcilicet in quo ab initio coniuncti fuerunt.

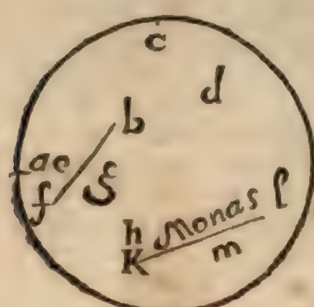
Cor. 2. Sequitur denuo ex propoſitione ipſa repetita, & primo corolario, quod nullibi alibi conuenient quàm in dato primo puncto, in quo coniuncti fuerant ab initio etiam vſque in æternum.

Sit rurſus vt a circuat in annis duobus cum dimidio, b in tribus cum tertia parte, c in quatuor cum quarta parte ducam per ſuos denominatores, & erit vt a in quinque annis. b in decem, c in decem ſeptem circuant, & redeant ad idem punctum, & quia quinque numerat decem, & decem, & decemſeptem ſunt numeri inuicem primi ducam decem in decem in decemſeptem fiunt centum ſeptuaginta. Conſtat igitur c quadragies, b quinquagies ſemel, a ſexagies octies circumuerti, & redire ad idem punctum, ergo rurſus coibunt poſt tot annos in eo, dico modo, non ante: nam ſi non ſit, vt in triginta tribus annis.. gratia exempli, aufero decem ſeptem, decem, & quinque, & relinquentur ſexdecim tria & tria, & rurſus ex ſexdecim tres circuitus c, & relinquentur $3\frac{1}{4}$ ſequetur igitur, vt ſit proportio 17. ad 13. & $2\frac{1}{2}$ ad $\frac{1}{2}$ & $3\frac{1}{3}$ ad 3. eadem, & ita $\frac{17}{4}$, $\frac{1}{1}$ & $\frac{1}{2}$ eandem ſi iam ſupponimus 17. & 17 & 10. eſſe primos inuicem, vt in ſecunda demonſtratione. Igitur ſequuntur eadem corrolaria, quæ dicta ſunt.

Propoſitio quadrageſimanona.

Propoſito mobilis in circulo circuitus tempore, dataque ratione diſtantiæ ab illo mobilis circuitum inuenire, quod ex eodem puncto diſcedens cum alio mobili in dato puncto conuenit ſub quocunque numero circuituum tempus quoque coniunctionis.

Sit in circuli peripheria a punctus, qui circuat æquali motu (hoc enim ſemper intelligitur) in b tempore : & ſit datus punctus e in quo diſcedens e mobile ex con-



iunctione cum a poſt certos circuitus proprios, aut etiam ſine vlla circuitione perfecta debeat conuenire. Volo ſcire tempus circuitionis e : & etiam tempus coniunctionis. Sit ergo primum vt abſque circuitione vlla e, a debeat comprehendere e in c poſt numerum circuitionum ipſius a, qui ſit f. nam ſi a occurrit e in prima circuitione ipſius e, igitur a mouetur velocius quàm e, cum ergo debeat attingere ipſum e, neceſſe eſt vt a pertranſeat prius per punctum ex quo diſceſſit antequam redeat ad coniunctionem e : ergo perficiet ſaltem vnam circuitionem. Ducemus ergo f in b, & fiet g tempus circuitus aut circuituum a, & quia ſpatium a c datum eſt, ſit b temporis circuitus a ad h, velut circuli totius ad a c, & iungatur g cum h & fiat κ. Fiat quoque, vt monadis ad h, ita l ad monadem, & ducatur l in k, & fiat m. dico m. eſſe tempus circuitus e. Conſtat enim ex ſuppoſito, quod k eſt tempus totum in quo a peruenit poſt b circuitiones in c, ſi ergo e moueretur per m. tempus totum ex ſuppoſito perficeret circuitum, at quia circuitus ad a c, vt monadis ad h, igitur etiam vt l ad monadem, ergo proportio circuitus ad a c, vt m. ad monadem : ergo ſi in m. tranſit totum circuitum in monade tranſit a c : ſed monas ducta in κ facit κ, igitur e in tempore k perueniet in c, quod erat demonſtrandum. Proponatur modo tempus reuolutionum e ipſum d: eodem modo agemus ducendo f in b fit g, addatur h & fiat k, diuidatur k per aggregatum d & la e, & exeat, m (idem enim eſt diuidere per aggregatum d & h, & multiplicare per l) dico ergo vt in demonſtratione priore, quod m. eſt tempus circuitus e. Nam cum k ſit tempus, in quo a poſt circuitus f peruenit ad c, ergo diuiſo ipſo toto tempore per numerum reuolutionum d, & partem reuolutionis exibit tempus vnius reuolutionis.

Per. 10. Pet. *Per 11. Pet.*

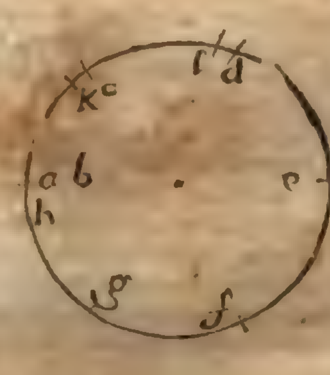
Exemplum primi in re paulò obſcuriore : ſit f 4. & b. 2 $\frac{1}{2}$ & a c $\frac{4}{5}$ ducemus 4. in 2 $\frac{1}{2}$ fit 10. adde $\frac{4}{5}$ 6 quod eſt 2. fit 12. diuide per $\frac{4}{5}$ ſeu multiplica per $\frac{5}{4}$ quod idem eſt, fit 15. circuitus e, in quatuor ergo circuitibus, & $\frac{4}{5}$ qui ſunt duodecim anni perueniet a ad c, & in duodecim annis e perueniet ad c, nam 12. ſunt $\frac{4}{5}$ ipſius 15. Similiter in ſecundo caſu ſit f 4. vt prius b 2 $\frac{1}{3}$ a c $\frac{1}{7}$, ducemus 4. in 2 $\frac{1}{3}$ fit 9 $\frac{4}{12}$, addemuſque h portionem b qualis a c eſt totius circuitus, id eſt $\frac{1}{7}$, eſt autem $\frac{1}{7}$ 2 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$ fient 9 $\frac{1}{3}$, ſimiliter ponatur d 5. & quia a c eſt $\frac{5}{7}$ erunt $\frac{38}{7}$, diuide ergo 9 $\frac{2}{3}$ id eſt $\frac{29}{3}$ per $\frac{38}{7}$ exeunt $\frac{203}{114}$ tempus reuolutionis e. Quinque ergo reuolutiones e erunt $\frac{1015}{108}$ addita ſeptima parte, quæ eſt $\frac{29}{118}$ fient $\frac{1160}{118}$ ſeu $\frac{577}{57}$ & ſunt anni 9 $\frac{38}{57}$ ſeu 9 $\frac{2}{3}$, ergo in tanto tempore a faciet quatuor circuitus, & ſeptimam partem, e quinque circuitus, & ſeptimam.

Cor. Ex hoc patet, quod non coniungentur in alio loco, neque alio tempore ante prædictum tempus.

Propoſitio quinquageſima.

Omnes circuituum proportiones in eiuſdem temporibus reperiuntur.

Sint in circulo a b c d e f g : a & b iuncta, & in primo congreſſu iungantur in c, in ſecundo in d, in tertio in e, in quarto in f, in quinto in g, in ſexto in h, in ſeptimo in k, in octauo in l. Et ſic deinceps cumque tempora ſint æqualia, erunt & circuitus totidem numero, & exceſſus æquales etiam a c, c d, d e, e f, f g, g h, h κ, κ l. Et ſi aggregatum a ſcilicet circulorum, & portionis fuerit commenſum circulo, & ita de b erunt omnia com- *Per Cor. præcedentis.*



menſa ad circulum, & etiam inter ſe. Et ſi inter ſe aggregata, vel portiones erunt, & eodem modo reliqua. Et quoniam circuli circulis commenſi ſunt : ſi portiones erunt inuicem commenſæ erunt, & toti circuitus cum partibus commenſi, & ſi non commenſi, neque erunt inter ſe, neque ad circulum. Et ſi totum ſpatium cum circuitibus erit vnius generis, erunt duplicata, & triplicata, & quadruplicata eiuſdem generis : quare cum ſpatia ipſa detractis

detractis circuitibus velut rhete habeant naturam reciſi, & ſpatia ipſa tota ſint eiuſdem generis, erunt ſpatia, quæ relinquuntur eiuſdem generis. Erunt tamen incommenſa neceſſariò, ſi partes fuerint incommenſæ toti, Ponatur a c in commenſa toti circulo dico, quod a k etiam eſt incommenſa toti circulo: & etiam a k, & k c. Quia enim a c eſt incommenſa circulo, & k a eum toto circulo ſemel eſt
Per 14. decimi Element commenſa a c, quia multiplex ei. Igitur cum circulus, & a k diuidantur in circulum et a k, & circulus ſit incommenſus
Per 17. eiuſdem. circulo, cum a k erit aggregatum ex circulo, & a k incommenſum ipſi a k & a k pariter incommenſa circulo. Rurſus quia a
Per 14. rurſus. k eſt incommenſa circulo cum a k, & circulus cum a k ſit multiplex ad a c, erit a k incommenſa a c, quare erit c k incom-
Per 17. rurſus. menſa a k & a c, & circulo addita a k. Si ergo a c ſit commenſa circulo, erunt omnes portiones e genere numeri, & ſi potentia rhete erunt omnes, vel potentia rhete, vel circulis detractis, vt a k & a l reciſa: & a c ſit potentia ſecunda rhete, id eſt radix cubica erunt omnes c d, d e, e f, potentia ſecunda rhete, & radices cubicæ numeri, ſeu latera corporum rhete, a k vero & a l, & huiuſmodi in infinitum reciſa potentia rhete.

Cor.
Per penultimam vigeſimi Element. Ex hoc patet, quod cum circulus poſſit diuidi in infinita genera quantitatum, quæ non ſunt inuicem commenſæ cumque coniunctiones hæ ſemper in eodem genere maneant, quod infinita puncta, & infinitis in ſpeciebus quantitatum remanebunt in quibus a & b in perpetuum nunquam conuenient. Velut ſi cuniunctio prima fiat in ℞ cu. $\frac{1}{2}$ alicuius circuli, nunquam conuenient, neque in medietate, neque in quarta parte, nec octaua, nec tertia, nec ſexta, nec nona, nec quinta, nec decima, & ſic de ſingulis in genere commenſarum toti circulo: Neque in ℞. quadrata $\frac{1}{2}$ vel $\frac{1}{3}$ vel $\frac{1}{5}$ neque ℞ $\frac{1}{6}$ vel $\frac{3}{10}$, neque in ℞. 3. m̄. 1. nec 2. in m̄. ℞. 3. nec in ℞. ℞. 2. aut 3. aut 7. nec in ℞. relata alicuius numeri, nec in 2. m̄. ℞. ℞. cub. 3. nec 2. m̄. ℞. cub. 4. & ſic de aliis.

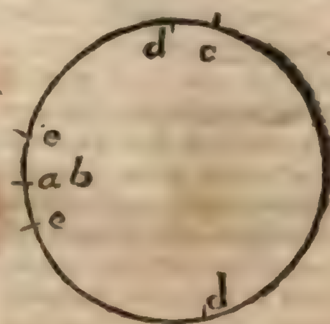
Propoſitio quinquageſimaprima.

Operationes dictas exemplo declarare.

Cor. Supponamus in circulo prædicto a c ℞. 7. conſtat, quod eſſe non poteſt quia ℞. 7. eſt maior monade, ideo toto circulo, quare non poterit eſſe pars circuli, ſed referetur ad quantitatem certam, velut quod circulus ſit 10. ſemper ergo diuidemus ℞. ſeu eam proportionem per 10. quantitatem circuli & exibit ℞ $\frac{7}{100}$ & hæc erit portio circuli, & ita ſi portio ſit ℞. cub. 16. diuidemus ℞. cub. 16. per 10. exibit ℞. cu. $\frac{2}{125}$, & ita de aliis.

Sed cum ex repetitione creſcat portio illa donec exuperet monadem, aut aliquem quemuis numerum detracta monade aut numero circuituum habebit rationem reciſi. Velut ℞. $\frac{7}{100}$ quater ſumpta efficit ℞ $\frac{112}{100}$. Et hoc eſt potentia rhete, ſed ſi quis auferat monadem fiet ℞ $\frac{112}{100}$ m̄. 1. & hoc eſt reciſum 1. ſcilicet 1. p̄. ℞. v. $\frac{21}{25}$ m̄. ℞. $\frac{28}{25}$, ſed tamen verè eſt linea media.

Quod verò non contingat coniungi in alio loco neque tempore ſit, vt a b iungantur in c, & ſit reuolutio a triplex integra, & b ſexcuplex, & tempus totum decem annorum: ita vt a c ſit tertia pars circuitus & a circuitus tres anni, & quia circuitus b ſunt ſex cum tertia, diuidemus decem per $6\frac{1}{3}$ exit $1\frac{11}{19}$ dico quod non prius, neque in alio puncto. Si enim primùm in eodem puncto, & gratia exempli, in quatuor annis congruit enim, & b dicamus quod peregerit duas reuolutiones cum tertia, hoc enim eſt neceſſarium, ſi debet peruenire



	Decem	Quatuor.		
3	$3\frac{1}{3}$	$1\frac{11}{10}$	2	$\frac{2}{15}$
$1\frac{11}{19}$	$6\frac{1}{3}$			

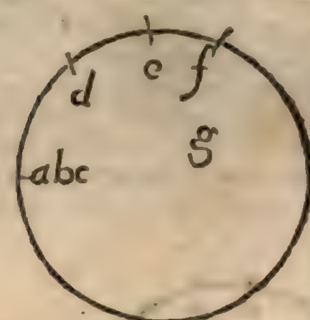
ad c, & erunt anni tres, & $\frac{11}{19}$, non ergo anni quatuor. Cum enim tempora, diuerſa diuiduntur per numeros habentes proportionem erunt, qui prodeunt numeri in eadem ratione. Diuiſo ergo 10. per $1\frac{11}{19}$ exit. $6\frac{1}{3}$, & diuiſo 4. per $1\frac{11}{19}$ exit $2\frac{8}{15}$, igitur $6\frac{1}{3}$ ad $2\frac{8}{15}$, vt 10. ad 4. igitur $\frac{8}{15}$ non poteſt eſſe æquale $\frac{1}{3}$. Si enim per præcedentem repetuntur, ergo non poſſunt redire, donec iterum coniungantur in ipſo a. Si enim aliter ſit vt ex e, igitur e c eſt æqualis a c pars toti, quod contingere non poteſt. Sin verò coniunctio fiat in d, igitur per præcedentem d c eſt pars a c ſub multiplex quomodolibet, quare non fuerunt aſſumpti primi numeri. Veluti in exemplo conſtituimus, quod a, & b conueniunt in c in decem annis, & a c eſt tertia pars circuitus ergo in triginta annis conueniunt in a, & in quadraginta rurſus in c. Si ergo quis aſſumpſiſſet quadraginta annos ab initio pro congreſſu, & diuiſiſſet per $1\frac{11}{19}$ exiret 25. $\frac{1}{3}$, & ſi per 3. exiret 13. $\frac{1}{3}$, & manifeſtum eſt, quod vterque numerus poteſt diuidi per eundem numerum, vt pote 4. & exit numerus cum eadem parte ſcilicet $6\frac{1}{3}$ & $3\frac{1}{3}$ ergo conuenient ante, non ergo aſſumpſiſti minimos in ea proportione. Illi autem nequaquam amplius diuidi non poſſunt eodem modo.

Propoſitio quinquageſimaſecunda.

Tria mobila coniuncta in eodem puncto, quorum duo, & duo conueniat in partibus

incommenſis inter ſe, in perpetuum in nullo vnquam puncto conuenient.

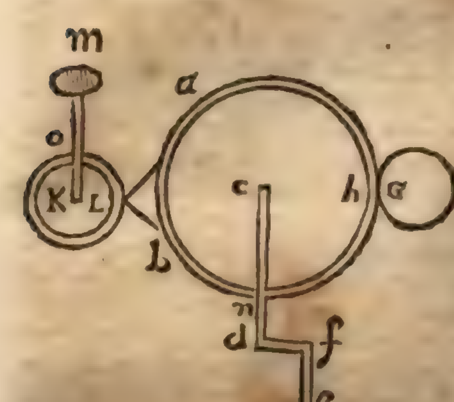
Cor. Sint a b c iuncta, & primo iungantur a & b, iterum in d & b, & c in e, & ſint a d, a e incommenſæ, dico quòd a b c nunquam conuenient in aliquo puncto, ſeu primo, ſeu alio à primo: ſi non conueniant in f, erunt ergo in g tempore reuolutiones integræ, & portio a f inſuper. Et quia hæ con-



ſtituuntur per congreſſus b cum a, & ſunt ſpatia a d, & b cum c, & ſunt ſpatia e f, igitur ſpatium a f erit ex genere quantitatis a d, & a e per quinquageſimam, harum ergo erunt commenſæ: quod eſt contra ſuppoſitum. Et harum propoſitionum principium eſt traditum à Campano Nouarienſi Euclidis expoſitore, in quodam libello non edito qui diligentia patris mei Facij ad me peruenit.

Propoſitio quinquageſimatertia.

Circulorum ſe in aduerſum mouentium proportionem declarare.



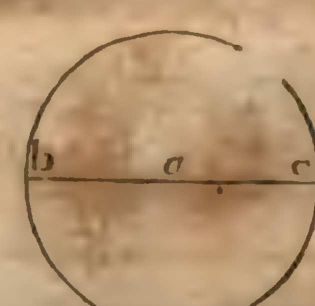
Cor. Sit orbis a b cuius centrum c, manubrium c d f e, ſeu vero tangat circulum g, ſeu more gemmas ſculpentium aligetur alteri orbi funiculo a l b, & ſit in vertice axis k m orbiculus ſolidus aut ſemicirculari forma m, dico quodproportio motus a b, ad motum m eſt producta ex duabus proportionibus c n ſemidimetientis, & ſemidimetientis m ad k o, quare vt rectanguli c n in dimidium dimetientis m ad quadratum o, ut enim a b ad o l orbem, id eſt peripheriarum ita c n ad o k, quoniam o l mouetur toties in vna circuitione a b, quoties peripheriam o l continetur in peripheria a b, ergo quoties o k continetur in c n toties in vna circuitione a b o l circumuertitur, ſed quoties circumuertitur o l, toties etiam m, quia vterque mouetur eodem circuitu k m axis, ergo quoties m circumducitur in circuitu a b toties o k continetur in c n, ergo ſi fiat comparatio ſemidiametri m ad c n, erit producta proportio circuitus a b ad circuitum m ex proportione c n ad o k, et ſemidimetientis m ad idem o k, ergo per 16 proportio numeri circuitus vnius per alterum eſt, vt rectanguli ſub c n, & ſemidimetiente m ad quadratum k o, quod erat demonſtrandum.

Manifeſtum eſt autem ex ipſe ſola conſtitutione, quod ſi a b mouetur ſurſum à dextro in ſiniſtrum in inferiore parte, mouebitur à ſiniſtro in dextrum, & vterque circulorũ g & k in ſuperiore parte, & in inferiore mouebitur contrario motu, ſcilicet in ſuperiore à ſiniſtro in dextrum, & inferiore à dextro in ſiniſtrum, illi verò duo orbes ſimili motu mouebuntur tam in parte ſuperiore, quàm inferiore, & proportio motuum eorum inter ſe erit velut dimetientium eorundem. Cor. 1.

Rurſus cum a b circumuertatur cum manubrio c d f e, tanto velocius circumuertetur, & in ea proportione, qua d f continetur in c n, & in eodem tempore, in quo manubriũ circumuertitur in eodem axis circumuertitur, & orbis, vt dictum eſt, ergo in eodem tempore, in quo axis circumuertitur in eodem orbis: ergo tanto tardius videbitur moueri axis ipſo orbe, quanta eſt proportio minoris inæqualitatis ipſius axis, ſeu ambitus ſeu ſemidimetientis ad ambitum, ſeu ſemidimetientem orbis Cor. 2.

Propoſitio quinquageſimaquarta.

Porportio circuli ad ſuum diametrum per ſimilitudinem eſt quarta pars peripheriæ. Rurſuſque eiuſdem circuli ad peripheriam diametri quarta pars.



Quiam enim ſuperficies circuli, vt ab Archimede demonſtratum eſt, fit ex dimidio diametri in dimidum peripheriæ erit, vt eadem fiat ex tota peripheria in quartam partem diametri, & ex tota diametro in quartam partem peripheriæ, ergo proportio areæ circuli ad diametrum per ſimilitudinem eſt quarta pars peripheriæ, & proportio areæ ad periperiam eſt quarta pars dimetientis, quod erat probandum. Cor. Per. 16. ſexti Element. Per. 2. diff.

Propoſitio

Propoſitio quinquageſimaquinta

Proportionem medicamentorum per ordin s ſuppoſita æquali proportione in ordinibus per quantitates, & proportiones demonſtrare.

Cor. Cap. vlt. Galenus in libro quinto de Simplicibus medicamentis, quem ſequuti ſunt alij medici, ponit quatuor ordines medicamentorum iuxta qualitates calidi, frigidi, ſicci, & humidi, & primus eſt cum medicamentum non ſentitur quale ſit licet operetur, velut camæmelon, abſynthium, & oriza: ſecundus eſt, cum ſentitur, ſed non lædit, vt nux myriſtica, ſaluia, ozimum: tertius eſt cum ſentitur, & lædit, ſed non deſtruit, neque corrumpit corpus, velut aſſarum, apium ſtraphiſagria, cappares, myrrha, ruta: quartus eſt, cum deſtruit velut pyretrum, piper, euphorbium cæpe aggreſte, & ſinapis, cinamomum autem, & gingiber numerantur inter medicinas calidas tertij gradus, & hoc opus comparatur ad corpus ſicut dicit Galenus, & Serapio non ad linguam, vt medici noſtri temporis interpretantur. Ex quo patet, quod aliqua medicina poterit eſſe quarti ordinis, & non lædere linguam in guſtu, & alia tertij ordinis, quæ non ſolum lædet linguam, ſed ſenſum eius corrumpet, et deſtruet, quod contingit propter ſubſtantiam tenuem craſſæ miſtam cum ſiccitate pari ipſi calori. Sed non oportet hæc nunc tractare, non ſolùm quia non ſit locus, ſed etiam quòd confuſa ſit per ſeipſa materia abſque eo, quod difficultatem difficultati addamus, ſolum ergo eas dubitationes ad iungemus, quas volentes declarare propoſitionem præſentem, neque ſuperfugere, neque declinare poſſumus. Nam de ſicco, & humido, cum ſint longe minoris actionis, quàm calidum & frigidum, & præcipuè humidum, non video quomodo poſſit Galenus ſtatuere medicinam humidã tertij gradus, nedum quarti cum non poſſit inueniri medicina, quæ deſtruat corpus noſtrum propter humidam
Cap. 336. 337. & 338. qualitatem. Et licet Serapio poſuerit gingiber & enulam & zelim in tertio ordine calidorum & humidorum: & inter frigidas, & humidas in tertio portulacam, aizoum, & virgam paſtoris, & fungos. Primum non auſus eſt ponere medicinas vllas callidas, aut frigidas in quarto ordine, quæ ſint humidæ, ſecundùm, quando dicit medicinas calidas, aut frigidas, atque humidas in tertio ordine, intelligit ſolum de qualitate actiua ſcilicet caliditate, vel frigiditate, & non de humida qualitate, quod oſtendit de gingibere, & enula, dicens, quod ſunt calidę in tertio ordine, & humidæ humido crudo, non auſus addere ordinem, quia non vidit rationem, qua poſſent dici humidę in tertio. Et clarius in capite de zeilen, quem ſtatuerat inter medicinas calidas, & humidas in tertio, dicit quod eſt calida in tertio, & humida in primo ergo non intelligit per medicinas calidas & humidas in tertio ordine, quod ſint humidæ in tertio ordine. Clarius etiam de frigidis, & humidis, nam portulacam dicit eſſe frigidam in tertio humidam in ſecundo, & quod maius, eſt cum collocaſſet aizoum inter medicinas frigidas, & humidas in tertio ordine, dicit, quod eſt frigidum in tertio ordine, adiicit, quod eſt ſiccum parum, & de virga paſtoris nihil dicit de humido, ſed dicit, quod aſtringit, ex quo concludo, quod ſecundum mentem Serapionis nulla eſt medicina humidior portulaca, etiam videtur innuere de fungis, ſatis eſt quod non excedunt ſecundum ordinem in humido neque calida neque frigida, ſed frigida ſunt humidiora, vt fungi, & portulaca, quia frigiditas in generatione humidum magis admittit, quàm caliditas, & calida magis humectant, quia magis penetrat vis medicamenti, & hæc regula de humido, & ſicco eſt generalis apud Serapionem, quod non intelligitur ordo in paſſiuis, niſi ſpecialiter exprimatur, nam de ſiccitate non nego, qui inueniatur medicinæ ſiccæ in tertio, & forſan in quarto ordine, ſed de hac Galeni oſcitantia, quæ in illo peculiaris eſt dum vult ſequi ſuas methodos ſine alio diſcrimine, medicis conſiderandum relinquo.

Secunda difficultas eſt maior, & magis pertinet ad nos, & eſt, quòd non declarauit an iſti ordines inter ſe aliquam proportionem ſeruarent, an omnino nullam, ſi enim nulla proportio ſeruatur, fieri nullo modo poteſt, vt per cognitionem temperaturæ ſimplicium medicamentorum cognoſcamus temperaturam compoſitorum ex illis ratione vlla, ſed opportebit ſolum experiri. Sed ſi ordines ſeruant proportionem, adhuc relinquitur dubium, an illa proportio ſit Arithmetica, vel Geometrica, vel Muſica, & nihil mirum eſſet, quòd eſſet Muſica, vt aliàs docuimus, vbi tractauimus de differentia inter ſenſum auditus, et viſus. Sed quia de hac nullus medicus videtur intellexiſſe, omittam hanc tractationem. Et quanquàm Galenus poſſit videri non exiſtimaſſe, quòd hi ordines non ſeruent proportionem vllam quia, non auſus eſt tractare de temperamento medicamentorum compoſitorum per rationem temperamenti ſimplicium, nihilominus ſuppoſito quod ita eſſet, quod ſeruetur altera proportionum, volo oſtendere rationem componendi in vtraque proportione & Arithmetica, & Geometrica. Ex quo ſequitur, quod Aueroes quàm oſcitanter tractauerit in quinto ſuorum collectaneorum de hoc, & non diſtinguit, neque docet primum an ſit aliqua proportio, deinde ſi qua ſit, cuius generis ſit, & cum in re tam clara pugnet prorſus, vt cæcus ictus maximos edendo ſed in caſſum pleroſque, quàm malè agant qui ei in arduis tantum tribuunt fidei, & authoritatis, ſed hæc eſt infelicitas noſtra, & ira Deorum. Suppoſito ergo quod primò ordines diſtinguantur per proportionem Arithmeticam, ſit ſuperficies a b pro quantitate, & a ſit calida in primo gradu, & b in tertio, erit ergo perinde ac ſi duo corpora eſſent vnum altitudinis vnius cum baſi quadrilatera rectangu-

la, a, aliud altitudinis trium, baſi autem quadrilatera ſuperficie rectangula b, hoc



igitur erit totum miſtum, & quia quantitas medicamenti non mutatur quæ eſt a, b, ergo talia corpora æquantur vni corpori, cuius baſis eſt a b, cum ergo talia corpora producantur ex a in vnum, & b in tria, ergo diuiſo aggregato per a b prodibit altitudo, ſeu ordo qualitatis totius medicamenti, iuxta quod conſtituitur regula prima libri artis medendi paruæ huiuſmodi, & reliquæ, traduxi autem illas ad hunc locum, quia pendent ex demonſtratione hac: duc numerum ordinis ſingulorum medicamentorum in numerum quantitatis, ſimilia iunge, diſſimilia detrahe, quod fit diuide per aggregatum, quantitatum, exibit numerus ordinis compoſiti. Sic miſcendo calidum in ſecundo ordine cum duplo pondere temperati conflabit calidum in beſſe. Secunda ſi ex pluribus diuerſarum, qualitatum, & ordinum temperatum efficere velis, duc quæ ſunt eiuſdem qualitatis in ſuas quantitates, & iunge, quod fit, diuide per numerum ordinis medicamenti contrarij, exibit quantitas illius, ſub qua ſi iungatur, fiet medicamentum temperatum. Tertia cum nolueris ex temperato, & alio cuiuſcumque ordinis medicamen conficere ordinis remiſſioris, detrahe numerum ordinis eius, quod conficere vis ex numero ordinis eius, quod habes, & cum reſiduo diuide numerum medicaminis quod conficere vis, quod exit eſt numerus quantitatis medicamenti non temperati in comparatione ad temperatum. Ex his potes propoſitis quibuſcunque medicamentis conficere antidotum ſub quocunque ordine remiſſiore potentiſſimo ex illis. Quarta in compoſitione, quæ non fermenteſcit calida, calidis iuncta ſemper opus augent, vt mel cum pipere. Quæ autem ſub minore quantitate exhibentur non ſub remiſſiore ordine agant, ſed vel facilius impediuntur, vel minorem corporis partem, vel leuius immutant.

Quod ſi ſtatuamus proportionem eſſe Geometricam, modus erit idem in omnibus, & quo ad numerum etiam in primo, & ſecundo ordine, quia in proportione dupla Geometrica ſecundus ordo tantumdem diſtat à primo, quantum primus ab æqualitate, quia vnum & duo ſeruant proportionem, & æqualem diſtantiam, ſed in cæteris ordinibus non ita erit, quia qui eſſet trium in Arithmetica, ſcilicet totius ordo eſt, quatuor in Geometrica, & quartus ordo, qui eſſet quatuor in Arithmetica, eſſet octo in Geometrica, ideo ſcribe-

1	1
2	2
3	4
4	8

mus ordines hoc modo, & operabimur cum numeris loco ordinum, exemplum ergo primum ſit medicina calida in tertio ordine quatuor vnciarum, & medicina frigida in ſecundo ordine duarum vnciarum, duco quatuor in tria, ſi proportio ſit Arithmetica, fit duodecim, duco duo in duo fit quatuor, detraho quatuor in duodecim, quia omnis medicina tantum retondit de contrario, ſeu minuit relinquuntur octo ſcilicet caliditatis, diuido per ſex aggregatum vnciarum exit vnum, & tertia, ergo erit calida in principio ſecundi ordinis. Secundum exemplum ſint eædem medicinæ, & ſit proportio Geometrica, ducemus ergo quatuor in quatuor, & fiunt ſexdecim, & duo in duo fiunt quatuor, detrahe quatuor ex ſexdecim, & remanent duodecim, diuide per ſex, vt prius, exeunt duo, ergo erit calida in fine ſecundi gradus vides ergo diſcrimen. rurſus ſint ambæ medicinæ calidæ, & ducemus, vt prius in tertio exemplo, vbi proportio ſit Aritmetica iungendo duodecim cum quatuor, & fient ſexdecim, diuide per ſex, exeunt duo, & duæ tertiæ, ergo erit calida in medio tertij gradus, rurſus in quarto exemplo iungemus ſexdecim cum quatuor, & fient viginti, diuide per ſex exibunt tria & tertia, & ita erit in medio tertij gradus, vt prius, ſed ſi ille quatuor vnciæ eſſent calidæ in quarto gradu, & illæ duæ vnciæ in ſecundo gradu, vt prius ducendo quatuor in quatuor fiunt ſexdecim, & duo in duo fiunt quatuor, iunge, & fient viginti, diuide per ſex exeunt tria cum tertia, ergo erit calida in principio quarti gradus ſecundum proportionem Arithmeticam, ſed ſecundum Geometricam duc quatuor in octo, fiunt triginta duo, adde quatuor vt prius, ſcilicet productum duorum in duo fiunt triginta ſex, diuide per ſex, exeunt ſex, & quia ſex ad quatuor maiorem habent proportionem quàm octo ad ſex ideo hæc medicina erit calida vltra medium quarti gradus, iam ergo vides rationem, & differentiam horum.

Quod ſi quis dicat, an debeat attendi Geometrica proportio in medicamentis, an Arithmetica, reſpodeo, quòd veriſimilius eſt de Arithmetica, quia illa proportio etiam quod ſit minor quatuor ad trium, quàm trium ad duo, & multò minor quàm duo ad vnum nihilominus longè plus operatur, quia tertius ordo iam incip eſſe præter naturam, & videmus, quod læſio facta in vulnerato, etiam quòd ſit quadruplò minor, plus nocet longè, quàm in ſano quadruplo maior: quia termini præter naturam ſunt valdè anguſti in comparatione ad latitudinem naturalem, ſicut etiam videmus intendendis chordis ſcorpionum, quod vltima pars eſt breuis, & tamen homini tantam difficultatem adijcit, Notandum eſt etiam quòd ob hoc diuiſerunt ordines in tres partes, velut gingiber eſt calidum in fine tertij ordinis, origanum in medio, cinnamomum in principio, & ita euphorbium eſt calidum in principio quarti gradus, ſed in fine principij piper, in principio principij aqua ſepara

ſeparationis in medio quarti ordinis, ſed oleum calcanti factum ea arte, vt exurat paleas, ſicut ignis eſt calidum in fine quarti ordinis, ita ſufficiet diuidere propter eandem cauſam primum, & ſecundum ordinem in duas tantum partes non ratione latitudinis, quæ eſt æqualis, vel etiam forſan maior, ſed ratione varietatis operationis quæ minus ſentitur, & maximè in primo ordine.

Propoſitio quinquageſimaſexta.

Proportio cuiuſuis binomij ad ſuum reciſum, vel ei commenſum eſt duplicata ei. quę ad numeri latus.

Cor.

Cum enim proportionis medium ſit latus numeri eo quod ex binomio in reciſum ſuum ſit numerus ex his, quæ demonſtrata ſunt generaliter in tertio Arithmeticæ de omnibus binomiis cum ſuis reciſis, vel in quadratis, lateribus erit ℞. numeri media proportione inter binomium, & ſuum reciſum, igitur cum proportio productorum ex binomio incommenſa reciſo ſit, vt commenſorum ad reciſa erunt omnia producta ex binomio incommenſa reciſo ſuo ℞. numeri, igitur proportio binomij ad reciſum ſuum, & omnia commenſa illi, eſt duplicata ei quæ ad ℞. numeri.

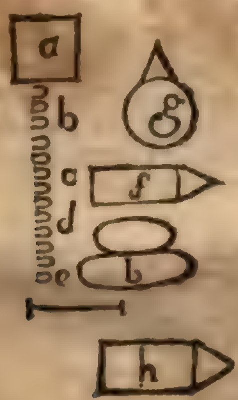
Per 6. Propoſ. lib. de Aliza. Per 17. ſexti Element. Per 17. ſeptimi eiiſdem. Per 6. decimi Element.

Propoſitio quinquageſimaſeptima.

Motus rationem ad pondus inuenire.

Cor.

Oſtenſum eſt antea, quod motus naturalis velocior ſit in fine, ac magis augetur ob aëris motum, vbi verò hæret eſt ac ſi quieſcat. Eadem autem eſt ratio in motis violenter, & naturaliter dum æquali impetu feruntur. Sed ſubitò poſt etiam, quod motus æqualiter augerentur minus tamen creſcit proportio violenti ſcilicet ob impedimentum naturale. Sed ſi vis mouens fuerit adeò valida vt proportio incrementi ex aëre ſit maior, quàm impedimentum, & incrementum alterius mobilis naturaliter moti, motus ille velocior fiet natura-



li, vt in ſphæris ferreis ex machina igne excuſſis, quod ergo attinet ad præſentem motum ratio eſt eadem. Quicunque ergo motus minoris grauis cogit deſcendere lancem ex aduerſo proportionem habet eandem ad ſuum mobile quam habet graue æquiponderans, Sit ergo vt a ex b, c, d, e, eleuet eodem ordine pondera e, f, g, h, erit ergo ponderum h, g, f, e, ad ſe inuicem, & ad a qualis motuum ob diſtantiam intentorum. Experimentum ergo docet, quòd dimidium ponderis æquilibrium facit ex palmo minoris dimidio motum manifeſtum, & ex palmo quarta pars ponderis, ergo ſe habent prope portionem.

Propoſitio quinquageſimaoctaua.

Quæ ex alto deſcendunt cur non eandem pro diſtantia motus rationem in libero aëre ſeruent conſiderare.

Aër in ſublimiore eius regione ſemper naturali motu fertur ex Oriente in Occidentem, ſed & infra verum minus manifeſtè. At caſu plerumque contingit, vt moueatur longè vehementius, ſeu ad eandem partem, ſeu aliam. Qui verò naturalis eſt debilis eſt, quoniam in tenui valde ſubſtantia eſt: nec continuus ſed inſtar motus aquæ maris fluit ac refluit: aliter neceſſe eſſet, vt ſingulis horis per mille milliaria procederet, vt ſic neque latere poſſet, quandoquidem fortuiti motus, qui ſunt multo tardiores non latent nos. Nam tardiores illos eſſe conſtat, cum in hora ſint pulſus arteriarum, quatuor millia ictuum in homine prope temperamentum: ſi igitur motus naturalis aëris eſſet continuus, in hora aër procederet ob ambitum terræ millies millæ paſſus, igitur in ictu pulſus ſuperaret paſſus 250. At experimur nullum ventum aut procellam ſuperare quinquaginta paſſus cum etiam continuus eſſe nunquam ſoleat imò ne poſſit quidem, itaque cum hic multo tardior etiam in ſublimi, dum eſt, nos latere non queat multo minus poſſet naturalis latere, ſi adeò velox & in eadem parte aëris eſſet atque continuus. Præterea tantus impetus nunquam à minore motu, aut cauſa ſuperaretur, adeò vt ſemper flatum aëris orientalem ſentiremus. Quotidie etiam aduenire ad nos aërem ex Illirico, Macedonia, Myſia, Ponto, Bythinia, Capadocia, Syria, Babylonia, Hyrcanomari, Bactrianis, Sacis, Scythis, ac Seris, toto præterea Oceano orientali tam vaſto, & Gallica noua, terráque florida non ſolum res eſt admirabilis, & incredibilis, ſed etiam alinea à ſenſu, & ab his, quæ eueniunt, A ſenſu quidem, quoniam nebulæ, quę in aëre mouentur, primùm non in eandem partem ſemper mouentur: nunquam autem adeò celeriter: at ſi aër ſic circumuolueretur, mouerentur, & illa, quæ in eo continentur, quotidiéque aërem experiremur & nubiloſum, & madidum propter mare. Nec his, quæ eueniunt hoc ſatis reſpondet, nec nobis id contingeret, vt ſi peſtis aliqua in regione noſtra directa ſæuiret, vt aër ſingulis diebus labe ea infectus ad nos deferretur. Moueri verò aërem ſemper manifeſtiſſimum eſt tum experimento, tum ratione: ratione ſiquidem, quòd aqua



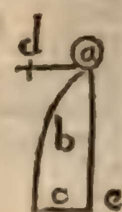
&

& cælum naturaliter perpetuò mouentur, quare etiam aer. Experimento, quòd vbi hiant oſtia, & ianuæ, ibi perpetuus ſentitur flatus. Ergo ſi a pondus deſcendat in c, ex alto fertur rectà, ſed ſi ex ſublimi transferetur in b, & in directa, & ad latus, vnde ex hoc ſequitur.

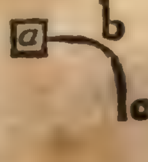
Propoſitio quinquageſimanona.

Cor. Omne mobile motum duobus motibus non ad idem tendentibus, vtroque ſeorſum traditus moueretur ſimili motu.

Cor. Per 20. huius. Sit a mobile, quod moueatur per a b c impulſu venti aut violento cum naturali coniuncto: & ſit terminus naturalis e, & violenti d: vterque in directo c, dico, quod tardius perueniet ad c quam d, vel e. De e manifeſtum eſt, quoniam motus aeris, qui intendit motum a, diuiditur in partem, quæ iuuat motum ad d, & partem, quæ mouetur ad e, igitur ſit minor adiectio. Et etiam quia a c eſt longior a e ex diffinitione rectæ: quare tardius perueniet ad e quàm ad e duplici ratione. Dico etiam, quod tardius ad c quàm d. Quia enim vis, quæ fert ad d repugnat ei, quæ fert ad e, & vis quæ fert ad e, repugnat ei quæ fert ad d, igitur tardius perueniet ad c, quàm d. Nec potes dicere, quòd vis, quæ fert ad c adiuuet ad motum è regione d, nam cum vnus motus non poſſit perfici ſine altero, igitur quantum motus ad e retardabit motum ad d, tanto motus a c erit tardior abſolutè motu ad d. Verum et, quod etiam in c e breuior erit a d, quia motus ad e ſemper contrahit motum ad naturalis violentum ob cauſam dictam. Vtrùm verò motus ad c abſolutè ſit tardior, quàm ad d, non ſuppoſito, quod c e ſit æqualis a d, ſed mior, nunc non eſt locus determinandi.



Cor. Ex hoc patet, quod motus æquidiſtantis mobilis, finis, eſt minimus omnium: quoniam mobile quaſi quieſcit in illo. Velut ſi a moueatur ad b, inde deflectat ad c minimus motus erit in b, vbi incipit naturalis: nam cum incipiat, erit debiliſſimus, quia non eſt mutus actu: violentus autem æqual eſt naturali, dum minimus eſt ergo cum ex diſtantia medij palmi duplicetur, naturalis erit motus in b minimus, niſi b c (Per 57. huius.)



eſſet, minor dimidio palmi. Et etiam quòd eſſet minor, quia vt dictum eſt, vterque ſimul iunctus eſt æqualis vni eorum non impedito vel minor.

Propoſitio ſexageſima.

Omne mobile motu naturali deſcendens parte deſcendit grauiore ſecundum grauitatis centrum.

Sit a mobile, grauitatis centrum b, cuius pars ei proximor, ſit c a, dico quod deſcendat motu naturali c a, parte tangendo terram, quia enim totum a non poteſt deſcendere ad centrum deſcendit b, quia eadem eſt natura partis, & totius: autem terræ natura eſt vt centrum, totius ſit centrum grauitatis, quare b breuiore via fertur ad centrum, ergo per c d proximorem partem ipſi b. Sed pars proximior neceſſariò eſt grauior, quia centrum eſt in medio grauitatis, ergo omne mobile deſcendit motu naturali per ſui grauiorem partem. (Cor. Per 23. huius.)



Cor. Ex hoc ſequitur, quòd graue habens partes inæquales, ſeu ſubſtantia, ſeu forma, ſi ita excutiatur, vt pars grauior non ſit infrà oportet, vt circumuoluatur.

Propoſitio ſexageſimaprima.

Proportionem ictus ad pondus rei, & diſtantiam generaliter conſiderare.

Dictum eſt ſuperius de proportione deſcenſus ad grauitatem: & quòd ſi graue deſcendat ex alto impeditur à motu aeris: & quòd res, quæ mouetur duobus motibus non ad idem tendentibus tardius mouetur, quam motus vnuſquiſque. Demùm quòd graue deſcendens circumuoluitur, ſi pars grauior non ſit, deorſum: & antea vbi egimus de proportione motus ad grauitatem, quod hæc intelligenda ſunt prout poſſunt intelligi de motu etiam violento. Cum ergo videamus duo hæc, quod res acuta frangit caput, ſi ex alto incidat, ſed non concutit, lata concutit, ſed non diuidit, premit tamen carnem ſubiectam: nec hoc accidit merito ponderis: nam vt viſum eſt ſemilibra lapidis, vel ferri cadens ex alto contundit caput, & vulnerat, & non eleuat in æquilibrio, vt potè ex alto cadens loco per ſpatium octo palmorum pondus ſexdecim librarum, & a pondere ſexdecim librarum homo non læditur, nec vulneratur, ergo id accidit ex alia cauſa, & eſt, quod aer interceptus inter graue, & corpus noſtrum non poteſt dilabi tam citò, ergo ne corpus penetret, cogitur ingredi locum, cui eſt obuius, atque ita concutere, & diuidere. Ex quibus ſequuntur omnia hæc. (Cor. Propoſ. 57. Propoſ. 58. Propoſ. 59. Propoſ. 60.)

Primùm ſi quod incidit, molle fuerit, non vulneratur caput, vel pars ſubiecta, quia reſilit in corpus molle: nec à molli, quia retunditur, poteſt vulnerari: ergo nullo modo. Sed neque adeò concutit, quia aër rediens, & receptus in molli corpore pro parte, non verberat locum. (Cor.)

Secundum in omni colliſione ſeu duri, ſeu mollis, ſed magis duri, dilabuntur partes aeris ad latera, ideo quod partes mediæ præmuntur. Et quanto motus eſt tardior. (Cor.)

Tertium

Cor. Tertium in motu veloci fit maior ictus & læſio, & maiora omnia quam proportionem motus: quoniam ob velocitatem minus diffugit aeris. Et ideò fiunt grauia vulnera ex modico incremento velocitatis motus.

Cor. Quartum res latæ, duræ concutiunt, & non vulnerant niſi ſint cum magno impetu, aut valde graues: acutæ autem vulnerant, ſed non concutiunt, niſi parti acutæ lata ſuccedat.

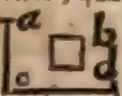
Cor. Quintum, corpora dura magis læduntur à latis, quia ſcinduntur, mollia autem à tenuibus, quia diuiduntur: nam mollitie excipiunt aërem, & ita à latis non adeò patiuntur, & etiam quoniam nec franguntur, nec ſponte ſcinduntur.

Cor. Sextum, etiam in duris penetrat aliquid aëris, aliter tota frangerentur. Conſtat etiam omnem lapidem marmoreum, aut ſiliceum eſſe poroſum, vt dicunt. Et etiam quia recipitur in mollioribus: ergo etiam in durioribus & in duriſſimis: quod ſi non recipiant vt vitrum, & gemmæ tota franguntur. Hoc etiam videtur ſenſiſſe Philoſophus, qui vult, quòd res franguntur ob poros.

Propoſitio ſexageſimaſecunda.

Proportionem motoris in plano ad motorem, qui eleuat pondus iuxta id, quod mouet inuenire.

Cor. Conſtitutum eſt inuenire proportionem virium, quæ eleuant pondus ad vires, quæ ipſum in plano leui trahere poſſunt. Vires enim, quæ eleuant pondus a ſunt eædem puta b,

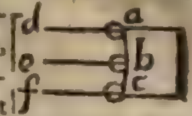


quæ vero trahunt c, ſed hæ poſſunt variari, nam quanto vinculum altius, aut decliuis locus magis, aut aſpera ſuperficies ſeu ponderis ſeu plani, tanto difficilius trahitur, & maiores expoſcit vires: hoc enim experimento deprehenditur. Duæ verò poſtremæ cauſæ etiam per ſe perſpicuæ ſunt, nec demonſtratione indigent: niſi quod ſi planum ſit duriſſimum, ac leuiſſimum, quod eſt aſperum facilius trahitur, quia minore ſui parte planum tangit. Nos prætereà ſupponimus planum æquale vndique leue durum, & corpus vndique ſibi ſimile, id eſt cubi formam referens, & vinculum in imo: Demonſtrare igitur expedit primum, quòd in hoc caſu b eſt duplum ad c. Quia enim cum à eleuatur b vires ſuperant motum obſcurum ſeu occultum, ſeu pondus a, & ſi primitteretur ſine eo quod ſuſtineret, deſcenderet iuxta pondus ſuum, quod ſit d: nititur ergo per pondus d, at quia trahendo ducitur circa medium, nam plana ſuperficies parum differt à rotunda terræ ob terræ magnitudinem, media erit repugnantia: in eo enim quod mouetur, grauitatem habet d in eo, quod non remouetur nullam habet grauitatem, mediam ergo retinet grauitatem, quare vt b ad d, ita c ad dimidium, grauitatis a, at b eſt primum, quod poteſt mouere d, igitur c eſt primum, quod poteſt mouere dimidium a vt ergo dimidium a ad d, ita c ad b, eſt igitur c dimidium b,

Propoſitio ſexageſimatertia.

Omne graue quanto proximius alligatum plano, tanto facilius trahitur.

Sit graue a b c alligatum funibus in d e f, dico, quòd facilius trahetur per f c quàm c b, & c b, quàm d a, quia ſi debet trahi ex a vel b, aut cadet, aut Cor.

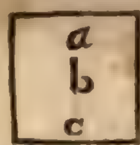


vis ex a & b communicabitur c, igitur erit minor quàm in c, & hoc naturaliter. Mathematica autē ratione quoniam ex a trahetur c, quaſi per lineam d c: at attractio recta eſt validior obliqua: igitur attractio c per d eſt debilior, quàm per f. Rurſus ſi c trahitur per d cùm a peruenerit in d, erit perinde ac, ſi attractum eſſet per lineam c d, ſed linea c d mouet duobus motibus, vno ad ſuperiora, altero ad latus, ergo lentius ad f per d c quàm m f c, quod erat demonſtratum. Per 59. huius.

Propoſitio ſexageſimaquarta.

Omne mobile quanto latius tanto tardius mouetur in plano.

Demonſtratum eſt ſuperius quòd ſi mobile ſit ſphericum, & tangat planum in puncto, quòd mouetur per quancunque vim aptam diuidere medium. Quia ergo ſi tangat in puncto facillime mouetur, ſi in linea paulò difficilius, ſi per ſuperficiem adhuc difficilius, igitur cum fiat attritio in motu quanto latius eſt mobile eo difficilius mouetur. Sit ergo mobile a b, quod moueatur uerſus c, & quia pars b Cor. Propoſ. 40.



ſeu dimidium mouetur iuxta rationem medietatis, & pars a eodem modo ergo conduplicata difficultate, quia medietas b impedit medietatem, a quanto latius eſt longius a b, & tanto difficilius mouetur. Et hoc intelligitur de corporibus valde latis propter dicta ſuperius. Propoſ. 62.

Propoſitio ſexageſimaquinta.

Proportionem duorum mobilium inter ſe cum auxilio medij inuenire.

Cor. Graue deſcendit naturaliter quatuor cauſis: prima eſt ponderis magnitudo, vnde quod grauius eſt celerius deſcendit. Secundò ob paruam medij repugnantiam, ideo quanto medium eſt rarius & mobile tenuius, tanto celerius deſcendit: contrà verò tardius. Propoſ. 50. Tertiò ob impetum aëris ſubſequentis: & ideo mobile quòd ex eadem materia conſtat, ſemper deſcendit parte acutiore ſuprapoſita, ne aër cogatur celerius ferri: & quanto diutius deſcendit, tanto magis intenditur motus, atque augetur, vt ſuprà declaratum eſt. Quarta cauſa eſt, quod non impediatur ab aëre tranſuerſim moto, & à latere: ideo leuia mobilia & magna non ſolum lentius Propoſ. 55. deſcendunt, quoniam paruam vim habeant, & magnam repugnantiam, ſed quia tranſuerſim impulſa minus mouentur motu recto, vt ſupra viſum eſt. Porrò proportio Propoſ. 61. ratione deſcenſus aucta, declarata eſt paulo antè,

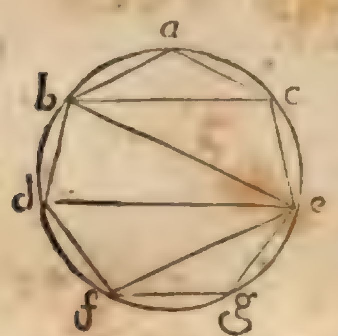
ante, quare cum medium ſupponatur eiuſdem generis, & figura non eiuſmodi, nec leuitas, vt prorſus non impellat, nedum vt moueat latus: figura quoque eadem ambobus relinquetur proportio motus ad motum producta ex proportionibus incrementi in proportionem ponderum, & iam habuimus proportionem incrementi ex motu aeris ergo proportio vnius motus producti ad alteram nota erit.

Per 42. harum.
In 61. harum.

Propoſitio ſexageſimaſexta.

Proportionem laterum eptagoni, & ſubtenſarum conſiderare, & quæ a reflexa proportione pendent.

Cor. Sit eptagonus a b d f g e c, & ſubtenſæ b c, & f e duobus lateribus, tribus autem d c d e, & erunt (quia intelligitur eptagono æquilatero, & æquiangulo) b c & e f inuicem æquales: & item d c, & d e æquales: & ſi ducerentur b e & c f inuicem

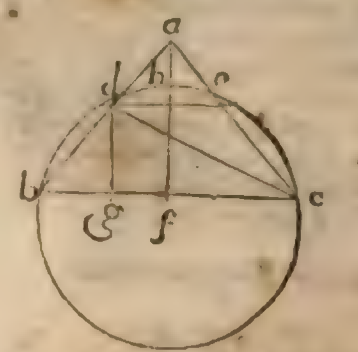


æquales: & ad a c & d g: quare cum angulus c b d conſtat in arcu c e g f d, & angulus b d c in arcu b a c, & angulus b c d in arcu b d, & ſit arcus c e g f d duplus arcus b a c, quia c e g f d ſubtendit quatuor latera eptagoni, & arcus b a c duo, & ita arcus etiam b a c duplus arcui b d erit angulus d b e duplus angulo c d b, & angulus c d b duplus angulo b c d, quare per demonſtrata à nobis proportio laterum b d, b c, c d, eſt reflexa, igitur proportio d b & b c, ad d c, vt d e ad b c, & rurſus proportio b d & d e ad b e, vt b e ad b d. Quare ſuppoſita d b 1. b c 1. poſitione, erit d c latus 1. quad. p. 1. poſitione. Proportio verò, vt dictum eſt b d & d e ad b c, id eſt p: ℞. 1. quad. p: 1. pos, ad 1. pos eſt, vt b c ad b d, id eſt 1. pos ad 1. igitur 1. p. ℞. v. 1 quad. p. 1. pos æquatur quadrato b c, quod eſt 1. quad. igitur 1. quad. m. 1. æquatur ℞. v. 1. quad p. 1. pos quare 1. quad. quad. m. 2. quad. p. 1. æquatur 1. quad. p. 1. pos. Additis igitur communiter quatuor quadratis fient 1. quad. quad. p. 2. quad. p. 1. æqualia 5. quad. p. 1. pos. Et reducitur ad 1. cu. ęqualem 1 $\frac{3}{4}$ pos p: $\frac{1}{8}$.

Per 28. & 29. tertij Elem.
Per vlt. ſexti Elem.
De Sub. lib. 16.
Per 20. diff.

Aliter ſtante ſuppoſitione vt Ludouicus, Ferrarius ex demonſtratis à Ptolemeo quadratum b c, & eſt 1 quad. eſt æquale producto ex b d in c e, quod eſt 1. & a b in d c, igitur detracto 1 producto b d in c e ex 1. quad. quadrato c b, relinquitur productum ex a b in c d 1. quad. m. 1. ergo diuiſo eo per a b, quæ eſt 1. relinquitur c d 1. quad. m. 1. huius verò quadratum per eadem demonſtrata à Ptolemæo, ęquale eſt rectangulis ex b c in d e, & b d in c e, igitur 1. quad. quad. m. 2. quad. p. 1. eſt æquale 1. producto b d in c e, & producto b c in d e detracto 1. communi, relinquetur productum ex b c in d e 1. quad. quad. m. 2. quad. igitur diuiſo 1. quad. quad. m. 2. quad. per 1. pos, exit 1. cu. m. 2. pos æqualia d e, & d e eſt æqualis d c, vt ab initio demonſtrauimus, & d c fuit 1. quad. m. 1. igitur 1. cu. m. 2. æquantur 1. quad. m. 1. igitur 1. cu. p. 1. æquantur 1. quad. p. 2. pos.

Aliter vt Pacciolus, concurrant latera eptagoni b d, c e in a, & ducantur perpendiculares a f, d g & e d, & ſit c e i c a 1. pos, & quia vt a e ad a c, ita d e ad b c,



erit ergo b c $\frac{1\ pos\ p.\ 1.}{1\ pos}$ quare b f $\frac{\frac{1}{2}\ pos\ \frac{1}{2}}{1\ pos}$, & quia d h eſt dimidium d e, erit d h, & g f $\frac{1}{2}$, cum ergo b f ſit $\frac{\frac{1}{2}\ pos\ p: \frac{1}{2}}{1\ pos}$ erit ergo diuiſa $\frac{1}{2}$ pos per 1. pos, & exit $\frac{1}{2}$, b f $\frac{1}{2}$ p: $\frac{\frac{1}{2}}{1\ pos}$ igitur detracta g f relinquetur g b $\frac{\frac{1}{2}}{1\ pos}$ & eius quadratum $\frac{\frac{1}{4}}{1\ quad.}$ igitur cum quadratum b d ſit 1. erit quadratum g d 1. m. $\frac{\frac{1}{4}}{1\ quad.}$ g e autem eſt compoſita ex e f, quæ eſt $\frac{1}{2}$ p: $\frac{1}{1\ pos}$ & f g quæ eſt $\frac{1}{2}$, erit igitur e g 1. p: $\frac{\frac{1}{2}}{1\ pos}$ & quadratum eius 1. p. $\frac{1}{pos}$ eſt $\frac{\frac{1}{4}}{1\ quad.}$ quare quadratum e d quando eſt compoſitum ex quadratis e g & g d erit 2. p: $\frac{1}{pos}$ e a verò eſt æqualis e d, quia, vt demonſtratum eſt angulus d e e eſt ſeptima pars duorum rectorum, & angulus b c e ei duplus, quare cum e f a ſit rectus erit ex trigeſimaſecunda primi Elementorum f a c tres ſeptimæ vnius recti, ergo d a c $\frac{6}{7}$ vnius recti, d c a verò $\frac{2}{7}$ vnius recti, quia eſt ſeptima pars duorum rectorum, igitur a d c eſt $\frac{6}{7}$ vnius recti: igitur c d eſt æqualis c a, ergo quadratum quadrato: igitur 1. quad. p. 2. pos p. 1. æquatur 2. p. $\frac{1}{pos}$ igi-

Per 41. primi Element.
Per 32. primi Element.
Per ſextam eiuſdem.



tur 1. quad. d, pos. 2. æquantur 1. p $\frac{1}{1\ pos}$ Quare 1. cub. p. 2. quad. æquatur 1. pos p: 1.

Sit

Sit etiam angulus a duplus b, & b c dupla b a: & erit per eadem proportio a c, & a b ad c b, vt c b ad c a. Ponamus ergo a b 1. erit b c 2. & a c 1. pos & a c, a b: 1. pos p. 1. & ducta in a c fit 1. quad. p. 1. pos, & hoc eſt æquale 4. quadrato b c per reflexæ proportionis diffinitionem. Igitur a c eſt ℞. 4 $\frac{1}{2}$ m: $\frac{1}{2}$, & ita de aliis.

Propoſitio ſexageſimaſeptima.

Si fuerint aliquot quantitates ab vna quantitate, aliæque totidem ab eadem analogæ, erit proportio tertiæ vnius ordinis ad tertiam alterius, vt ſecundæ ad ſecundam duplicata, & quartæ ad quartam triplicata, quintæ ad quintam duplicata, atque ſic de aliis.

Cor. Sint quantitates b c d e f, ab a in continua proportione, & aliæ totidem g h k l m, dico quod proportio, h c eſt duplicata ei, quæ eſt g ad b, & k ad d triplicata, & l ad e quadruplicata, & ſic deinceps, ſumatur enim vnum, & ab eo o p q r s in proportione b ad a, & t v x y z in proportione g ad a, erit igitur quadratum o, & v quadratum t, & q cubus o, & x cubus t, & ita de aliis: ergo proportio n ad p duplicata ei, quæ t ad o, & x ad q triplicata ei, quæ t ad o, & poteſt etiam demonſtrari generaliter vltra quadratum, & cubum: nam ſi ducatur t in o fiatque α erit, proportio enim ad α eadem quæ t ad o, & proportio a ad p, vt t ad o, igitur per diffinitionem proportionis duplicatæ poſitam in quinto libro ab Euclide v ad p duplicata ei, quæ t ad o, & ſimiliter ex t in p fit β ex o in u, γ eruntque q β γ x in continua proportione per eandem. Quia ergo proportio q ad β eſt vt o ad t, patet, quod x ad q eſt triplicata ei, quæ eſt t ad o, & ita de reliquis, cum ergo proportio p ad o ſit, vt e ad b, & o ad n, vt b ad a, & n ad t, vt a ad g, & t ad v, vt g ad h, ſequitur, vt ſit t ad a, vt g ad b, & v ad p, vt h ad c, igitur cum ſit vt v ad p duplicata ei quæ eſt t ad o erit h ad e, duplicata ei quæ eſt g ad b, & ita de reliquis, & non refert, ſeu dicas v ad p duplicatam ei, quæ eſt t ad o, ſeu dicas p ad v duplicatam ei, quæ eſt o ad t. Aliter & euidentius in duabus ſoleo demonſtrare: cum eim ſit c & h duplicata ei quæ eſt b & g ad a, vt ſupra, & quadrati b ad quadratum a, & quadrati g ad quadratum a duplicata his quæ b & g ad a erunt b & g quadratorum ad quadratum a velut c & h ad a. Et conuertendo quadrati a ad quadratum g, vt a ad h, conſtituatur ergo hic & erit quadrati b ad quadratur g, ita c ad h; ſed quadrati b ad quadratum g, vt b ad g proportio duplicata igitur e ad h, vt b ad g duplicata.

Per 8. noni Ele. & 22. & 23. octaui.
Vide per 23. Petit Per 23. ſexti Elem. & 33. vndecimi.
Per 17. ſeptimi Elem.
Diff. 10.
Per 24. quinti Elem.
Per 10. diff. quinti Elem.
Per 20. ſexti Element.

	a		
b			g
c			h
d			k
e			l
f			m
	n		
o			t
p	α		u
q	β	γ	x
z			y
s			z

quad.	b	e
quad.	a	a
quad.	g	h

Propoſitio ſexageſimaoctaua, collectorum ab Euclide Archimede.

Omnis cylindrus cono habenti baſim, 1
& altitudinem eandem triplus eſt. Om- 2
nis cylindrus ſphæræ habenti eundem magnum circulum, & altitudinem ſexquialter eſt. Omnis ſphæra dupla eſt 3
cono cuius baſis eſt eius circulus magnus & altitudo eadem, quæ ſphæræ ipſius. Omnis ſuperficies ſphæræ quadrupla eſt ma- 4
iori ſuo circulo. Superficies portionis ſphæræ 5
eſt æqualis circulo, cuius ſemidiameter eſt linea ducta à vertice portionis ad finem illius.

Quilibet ſector ſphæræ æqualis eſt cono, cuius baſis eſt circulus æqualis ſuperficiei eiuſdem portionis, altitudo verò ſphæræ ſemidiameter. Proportio ſphæræ ad ſectorem datum, eſt duplicata ei, quæ eſt dimitientis ad linem, quæ à vertice portionis ad limbum. Cum enim ſphæra ſit æqualis cono, cuius baſis eſt maior circulus, altitudo verò dupla dimetienti per tertiam harum, quæ hic proponuntur: erit ſphæra æqualis cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter ſit æqualis diametro ſphæræ, altitudo verò ſemidiameter ſphæræ. At per ſextam harum ſector ſphæræ, eſt æqualis cono habenti altitudiuem ſemidiametrum ſphæræ, baſim autem ipſam portionis ſuperficiem: igitur proportio ſphæræ ad ſectorem, velut circuli cuius diameter eſt dupla dimetienti ſphæræ ad circulum æqualem ſuperficiei portionis: at ſuperficies portionis per quintam harum eſt æqualis circulo, cuius ſemidiameter eſt linea à vertice portionis ad limbum eiuſdem: ergo proportio ſphæræ ad ſuum ſectorem eſt velut circuli, cuius dimetiens eſt duplus dimetienti ſphæræ, aut ſemidimetiens eſt æqualis dimetienti ſphæræ ad circulum, cuius ſemidimetiens eſt linea à vertice portionis ad limbum. Sed proportio talium circulorum eſt duplicata proportioni ſemidimetientium, igitur proportio ſphæræ ad ſuum ſectorem eſt veluti dimetientis ſphæræ ad lineam, quæ á vertice portio-
nis ad limbum duplicata. Cuicunque por- S
tioni ſphæræ conus ille habetur æqualis, qui baſim habeat eandem cum portione, altitudinem, verò lineam rectam quæ ad altitudinem portionis eandem habeat proportionem, quam ſemidiametros ſphæræ vnà cum altitudine reliquæ portionis habet ad eandem reliquæ portio-
nis altitudinem. Earum ſphæræ portio- 9
num, quæ æqualibus ſuperficiebus continentur medietas ſphæræ maxima exi-
ſtit. Proportio ſuperficiei ſphæræ plano di- 10
uiſæ ad reliquæ portionis ſuperficiem, & reſidui ſectoris ad ſectorem eſt velut quadratorum duarum linearum quæ à verticulis ſectionum ad communem ſuperficiem plani portiones ſecantis deſcendunt: nam ſectorem ſphæræ, dico corpus compoſitum ex portione, & cono illo. Illo idem etiam definit Ellipſim coni acuti anguli ſectionem, quam dicit etiam fieri ſecto cylindro per planum non ad angulos rectos ſtante ſuper cylin-

Per 14. & 15. duodecimi Ele. Eucl.
Per 11. duodecimi Ele.
Per 2. duodecimi, & 20. ſexti Elem.
Per 22. quinti Elem.
Per 20. ſexti Elem.

dri axem. Ab hac igitur coni acuti anguli ſectione ſeu ellipſi circumacta figura ſphæroides corpus quod baſim rotundam habet, vocat: idque duplex ob longum, quod fit diametro longiore quieſcente, & prolatum quod fit quieſcente breuiore: ſicut reliquam ſcilicet parabolen aut hyperbolen, quia inferius non eſt terminata, in cono rectangulo vocat rectanguli coni ſectionem: ex qua circumacta fit conoidale, quia planam ha-

Per 11. quinti Elem.

11 bet baſim. Si ergo in eadem rectanguli coni perſectione à plano portiones æquales habentes diametros abſcindantur, illæ portiones erunt æquales. Et trianguli in eiſdem portionibus inſcripti æquales erunt. Diametrum vocat in quacunque portione lineam, quæ omnes lineas

12 baſi æquidiſtantes per æqualia diuidit. Omnis circuli cuius diameter eſt maior diameter ellipſis proportio ad ellipſim eſt velut directe diametri ellipſis ad diametrum

13 tranſuerſam. Ex quo patet quod proportio cuiuslibet circuli ad ellipſim eſt velut quadrati ſuæ diametri ad rectangulum recta, tranſuerſa diametro ellipſis compre-

14 henſum. Ex hoc rurſus ſequitur quod ellipſis ad ellipſim, vt rectanguli ex diametris vnius ad rectangulum ex diametris alterius.

15 Si conoides & ſpæroides ſecet plano æquidiſtanti axi fiet ſectio conoidalis ſimilis ei à qua conoides ſeu ſphæroides deſcriptum eſt. Sin autem ſupra axem plano ad pendiculum erecto ſectio circulus erit. Et ſi ſecentur obliquè fiet ellipſis, modo

16 omnia latera comprehendat. Omnis portio conoidalis rectanguli, quam planum ſecat, ſexquialtera eſt, cono qui baſim & axem

17 eandem habet. Ex quo patet, quod ſi portio conoidalis rectanguli & ſphæræ medietas eandem baſim habeant & axem eundem, medietas ſphæræ ſexquitertia erit co-

18 noidali portione. Et ſi eiuſdem rectanguli conoidalis portiones abſcindantur erit portionum proportio velut quadratorum axium.

19 Cuiuslibet ſphæroidis pars plano per centrum abſciſſa dupla eſt cono baſim & axem

20 eadem habenti. Si autem non ſuper centrum erit proportio earum ad conum baſim, & axem eandem habentem velut coniunctæ ex axe alterius partis & dimido axis ſphæroidis ad axem alterius partis.

21 Demum proportio partis conoidis obtuſi anguli plano abſciſſæ ad conum, baſim & axem eadem habentem eſt veluti lineæ, compoſitæ ex axe portionis & triplo adiectæ ad compoſitum ex axe portionis & duplo eiuſdem adiectæ. Adiectam vocat hyper-

22 bolis tranſuerſam. Omnis cylindrus cono triplus eſt habenti eandem baſim & altitu-

23 dinem. Omnes cylindri coni ſphæræ ſunt in proportione corporum ſimilium planis ſuperficiebus contentarum.

Propoſitio ſexageſimanona, collectorum ex quatuor libris Apollonij Pergei & Q. Sereni.

1 Si fuerit linea biſariam diuiſa, eique in longum alia addita, & rurſus alia detracta, feritque totius cum addita ad eam, quæ addita eſt veluti reſidui ad detractam erit lineæ



compoſitæ ex addita, & dimidia ad dimidiam ipſam velut dimidiæ ad differentiam eius, & detractæ. Rurſuſque lineæ compoſitæ ex dimidio & reſiduo dimidiæ ac detractæ ad lineam compoſitam ex addita & detracta vt reſidui dimidiæ, & detractæ ad partem detractam. Et rurſus totius compoſitæ ad compoſiotam ex dimidia & addita, velut compoſitæ ex addita, & differentia ad ipſam additam. Velut. ſit propoſita a b per æqualia diuiſa in c, addita b d, & detracta b e, ſit proportio a d ad d b, vt a e ad e b, dico eſſe, vt c d ad c b, ita c b ad c e. Et vt a
e ad e d vt c e ad e b. Et iterum vt a d ad 2
c d velut e d ad d b. In parabole proportio partium diametri ad verticem terminantium duplicata eſt proportioni linearum ab
eiſdem punctis ordinatim ductarum ad ip- 3
ſam ſectionem. In hyperbole autem & ellipſi & circuli circumferentia erit quadratorum linearum ordinatim ductarum inter ſe
velut rectangulorum partium diametri ad 4
eadem puncta erminantium. Et in eiſdem ſi à puncto peripheriæ contingens ad diametrum ducatur, & ab eodem ordinata erit vt partis diametri interceptæ inter extremum, & ordinatam ad partem inter ordinatam & peripheriam, velut interceptæ inter extremum & contingentem ad interce-
ptam exterius inter finem contingentis & 5
peripheriam. Et in eiſdem quadratum ſemidiametri æquale eſſe rectangulo ex intercepta inter centrum & caſum contin-
gentis in interceptam inter centrum & ca- 6
ſum ordinatæ à loco contractus productæ. Si parabolen recta linea contingens ad diametrum perueniat, ſumptoque puncto alio in ſectione æquidiſtans ab eo ducatur contingenti: & ab vtroque etiam ad diametrum ordinatæ, demum à vertice æquidiſtans illis, & à priore puncto diametro æquiſtiſtans donec concurrant, erit triangulus ex ordinata, & æquidiſtante à ſecundo, puncto, & diametri parte contentus rectangulo ex prima ordinata & parte diametri inter verticem & ſecundam ordina-
tam contento æqualis. 7

Si in parabole contingente ad diametrum ducta ex alio puncto ei æquidiſtans ducatur ex ipſa ſectione, vbi iterum ſecat ſectionem intercepta per æqualia
diuidetur linea à puncto contingentis dia- 8
metro æquidiſtanti ducta. Idem verò fermè continget ducta linea à centro in locum contactus, ſecabit enim omnes
contingenti æquidiſtantes in hyperbole, 9
ellipſi atque circulo. Eſt autem omne centrum in medio diametri: diameter autem in circulo & ellipſi illas per æqualia diuidit intus enim eſt: in contrapoſitis inter verticem, & verticem poſita eſt exterius vtriuſq; contin

contingenti ad perpendiculum inſiſtens. In hyperbole autem exterius etiam adiacet, vt in contrapoſitis eadem & tranſuerſa vocatur: cuius terminus eſt punctus concurſus cum latere trianguli, qui conum per axem diuidit: linea verò tangens verticem hyperbolis ad quam ordinatæ poſitæ, Recta
10 appellabitur. Data recta linea poſitione, aliaque magnitudine data & angulo parabolen, & hyperbolen, & ellipſim, & contrapoſitas circa datam poſitione tanquàm diametrum deſcribere tanquàm cano erecto, vt angulus ad verticem ſectionis comprehenſus ſit, & per rectam rectangulum æquale comprehendatur quadrato da-
11 tæ lineæ magnitudine. Si linea in duas partes diuidatur, eique vtrinque æquales lineæ adiungantur erit rectangulum ex

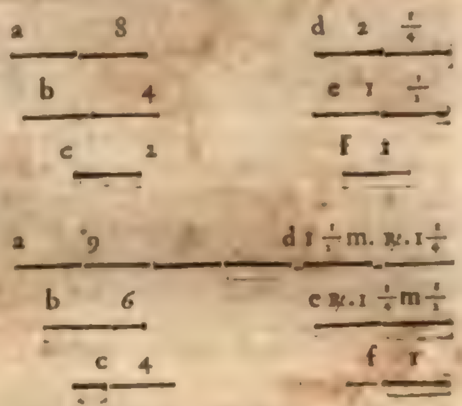


partibus totius æquale rectangulis partium prioris lineæ, & ex priore linea cum vna
12 adiecta in eam, quæ adiecta eſt. Si hyperbolen recta linea in vertice contingat, & vtrinque abſcindatur, quantum eſt, quod poteſt in quartam partem rectanguli ex diametro tranſuerſa hyperbolis, quæ exterius adiacet in eam, quæ recta dicitur, ad quam, quæ ordinatim ducuntur, ſunt æquidiſtantes lineæ, quæ à ſectionis centro ad terminos contingentis ducuntur ſemper ipſi ſectioni magis appropinquabunt, nec vnquam conuenient: & ob id aſym-
13 ptoton appellantur. Nec vllæ aliæ intra angulum illum inueniri poterunt. Vnde etiam intra datum angulum deſcribere docemur hyperbolen cuius anguli latera ſint
14 aſymptota. Aſymptotis duabus propoſitis vbi hyperboli, infinitas alias eidem aſymptotas inuenire. Duabus rectis aſymptotis infinitas ſubijci poſſe hyperboles illis rectis, & inter ſe aſymptotas.
15 Cum in duabus ſuperficiebus æquidiſtantibus duo circuli æquales, quorum linea per centra non eſt ad perpendiculum earum infinitis planis ſecantur, fiunt in ipſis lineæ à peripheria in peripheriam rectæ quę corpus cylindricum claudunt quod ſcalenus cylindrus appellatur: longè alius ab eo, qui fit recto cylindro per duo plana æquidiſtantia, ſed non ad perpendiculum poſita diſſecto. nam eius extremæ ſuperficies non circuli, ſed
16 ellipſes ſunt. Si ſcalenus cylindrus plano non æquidiſtanti baſi, ſed ita vt angulos interiores æquales faciat angulis baſis ſectio circulus erit: vocaturque hæc ſectio ſubcontraria: nec vlla præter hanc & baſi æquidiſtantem ſectio circulus eſ-
17 ſe poteſt: ſed ſunt ellipſes. Super eundem circulum, & ſub eadem altitudine, ellipſes ſimiles in cono & cylindro eſſe poſſunt, quæ ab eodem plano fiant, docétque vel baſi vel cono vel cylindro, aut cono propoſito reliqua facere, quod eſt valde admirabile: cum ellipſis cylindrica ſemper æqualis ſit in vtraque parte à diametro tranſuerſa vtrinque æqualiter diſtante, conica verò minor neceſſariò ſit in ſuperiore parte verſus coni verticem latior in inferiore, vbi partes a diametro tranſuerſa æqualiter diſteterint: ipſæ autem non ſolum ſimiles, ſed vnam perſæpe in vtriuſque eſſe vult. Sed & hoc Archimedes dicere videtur: lineæ ductæ à ver 18
tice coni ſcaleni ad perpendiculum ſuper baſes ſingulas omnium triangulorum per anaxem coni tranſeuntium in peripheriam vnius circuli cadunt.

Propoſitio ſeptuageſima.

Si fuerint tres quantitates in continua proportione, aliæque totidem in continua proportione, poterunt conſtituere tres quantitates in æquali differentia peruerſim copulatæ.

Velut ſint a b c primi ordinis, & d e Cor.
f ſecundi, & ſit a 8. b 4. c 2. & d 2 $\frac{1}{4}$, e 1 $\frac{1}{2}$, f 1. tunc iunctis a & e fit 9 $\frac{1}{2}$, & 19
b & d 6 $\frac{1}{4}$, & e cum f 3. at 3. & 6 $\frac{1}{4}$ & 9 $\frac{1}{2}$ æqualiter diſtant, nam differentia eſt 3 $\frac{1}{4}$. At ſi iungatur cum e, & b cum f,



& c cum d idem poterit contingere: vt in figura vides, nam a e eſt 8 $\frac{1}{2}$, p: R. 1, $\frac{1}{4}$, & b f 7. & c d 5 $\frac{1}{2}$, m: R. 1 $\frac{1}{4}$, & differentia b f ab vtroque compoſito, eſt 1 $\frac{1}{2}$ p. R. 1 $\frac{1}{4}$, qua excedit & exceditur. Dico modo, quaſi ex ordine coniungantur qualeſcunque proportiones fuerint, modo non ſint ambæ æqualitatis 1, vt b iungatur cum e, & reliquæ vt libet, velut a cum d, & c cum f, vel a cum f, & e cum d, nunquam fient ęquales exceſſus, nam de primo eſt clarum: nam ſi a cum d iun- 20
gatur, & ambæ fuerint maximæ, maior eſt differentia a ad b, quàm b ad c, & maior etiam d ad e quàm e ad f, ideo maior erit differentia a & d ad b e quàm b e ad c f, quod erat probandum. Eodem modo ſed laborioſius demonſtratur reliquus modus ſcilicet, quod coniunctio a f ad b e eſt maior aut minor quàm b e ad c d, ex hoc ſequuntur corrollaria.

Primum, tres ęquales quantitates non poſſunt diuidi in tres, & tres quantitates in continua proportione ordinatè, vt dixi, niſi vtriuſque ordinis tres, ac tres inuicem ſint æquales.

Secundum, tres quantitates in æquali exceſſu ordinatè, vt dixi, non poſſunt diuidi in tres, & tres quantitates, quæ ſint in eadem proportione quantumcunque

proportiones illæ duorum ordinum ſint diuerſæ.

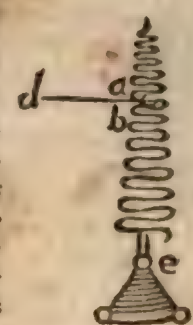
Tertium, tres quantitatates, quæ ſint in eadem proportione non poſſunt diuidi ordinate in tres ac tres, quæ ſint in continua proportione niſi ſint ambæ proportiones eædem cum proportione ipſarum quantitatum.

Propoſitio ſeptuageſimaprima

Proportionem leuitatis poderis per virgam torcularem attracti ad rectam ſuſpenſionem inuenire.

Cor. Sit torcularis virga, cuius ſpiræ a b per circuitum ſint centuplæ ad

Propoſ. 45. altitudinem a b, & axis d c ſemidiametro b c centupla, & quoniam per ſuperius aſſumpta, qualis eſt proportio ſpatij ad ſpatium, talis leuitatis ad leuitatem, igitur e pondus aſcendens per a b leuius quam



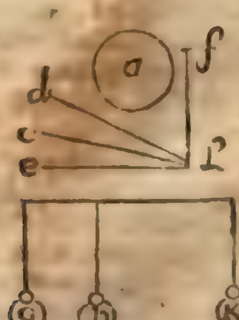
per b c rectam centuplo, et ſimiliter cum circuitus b c, & d c ſint in eodem tempore, & circuitus d c, ſit centuplus ad ſpiralem b c per demonſtrata ab Euclide, ergo e erit centuplo leuius circumductum per d quàm b, ſed per b circumductum centuplo leuius eſt, quàm per rectam, igitur e. ponderat ſolum particulam ex decem millibus recti ponderis.

Propoſitio ſeptuageſimaſecunda.

Proportionem ponderis ſphæræ pendentis ad aſcendentem per accliue planum inuenire.

Cor. Sit ſphæra æqualis ponderi g in puncto b, quæ debeat trahi ſuper b c accliue planum b e ad perpendiculum plani b f. Quia ergo in b e mouetur a, quauis modica vi per

Propoſ. 40. 7. dicta ſuperius, erit per communem animi ſententiam, vis quæ mouebit a per e b nulla:

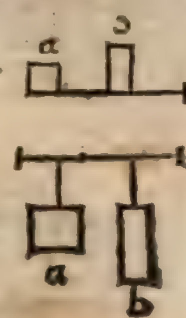


per dicta verò a mouebitur ad f ſemper, a conſtanti vi æquali g, & per b c a conſtanti vi æquali κ, ſicut per b d a conſtanti æquali h, ergo per vltimam petitionem, cum termini ſeruent, quo ad partes eandem rationem ſinguli per ſe, & motus per b e ſit a nulla vi, erit proportio g ad κ, velut proportio vis, quæ mouet per b f ad vim, quæ mouet per b c, & velut anguli per e b fracti ad angulum e b c, & ita vis, quæ mouet a per b f, & eſt, vt dictum eſt, g ad vim, quæ mouet per b d, & eſt h ex ſuppoſito, vt c b f ad e b d, igitur proportio difficultatis motus a per b d ad idem a per b c, eſt velut h ad k, quod erat demonſtrandum.

Propoſitio ſeptuageſimatertia.

Proportionem ponderum attractorum penes figuram in plano inuenire.

Sint duo pondera æqualia in plano a & Cor.
b, & ſit a ſuperficies qua planum tangit dupla b ſuperficiei, qua planum tangit: dico quod ſi trahantur ab imo, quod erunt æqualia: ſuſpendantur, & erunt æqualia ex ſuppoſito, ſed a quieſcens in plano eſt dimidium a ſuſpenſi, & b quieſcens in plano eſt dimidium b ſuſpenſi ex demonſtratis ſuperius, igitur per communem animi ſententiam a & b in plano ſunt æqualia.



Ex hoc manifeſtum eſt, quod proportio Cor.
virium trahentium pondera in plano eadem eſt, quæ ipſorum ponderum dum ſuſpenduntur. Vbi planum æquale ſit, & ſolidum. Propoſ. 62.

Propoſitio ſeptuageſimaquarta.

Proportionem concutientis ad concuſſum ſtabili inuenire.

Intelligo concutiens eſſe ſolidum, quod Cor.
non frangitur, idque grauitate, & impetu concutere, nam de duritia ſupponitur, & grauitas, vt demonſtrabitur in corrolario eſt iuxta ſuperficiem inferiorem ponderi comparatam. Cum ergo motus concuſſionis magnitudo conſtet ex grauitate, impetu & figura, concuſſi autem ex pondere & connexione: multiplicati inuicem partibus productorum proportio, erit proportio concuſſionis: vt ſit grauitas decem, impetus quadraginta: pondus icti centum connexio vt duo, ducemus quadraginta in decem, & fient quadringinta, & duo in centum, fient ducenta, igitur concuſſio erit dupla.

Cum fuerit figura rotunda, concuſſio Cor. 1.
erit integra in puncto: quia ſphæra iacens in plano totum pondus in punctum cogit.

Si autem planum eſt, quod ijcitur, pro- Cor. 2.
portio totius ad totum eſt minor, quàm partis ad partem pro ratione quantitatis latitudinis. ſed maior ratione aëris comprehenſi de quo infrà.

Cum proportio minor fuerit ſtabile, non Propoſ. 14.
poterit in ſolido plano moueri: aliter fieret motus à debiliore, & per præcedentem etiam poſſet pari ratione eleuari.

Cumque ſtabile non mouetur, & omne Cor. 3.
agens agat aliquid neceſſe eſt, vt ſtabilis partes cedant, aut diſſoluantur. Quanto ergo magis cedit, tanto minus diſſoluitur.

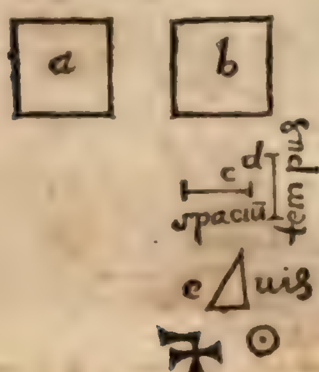
Cauſę igitur quæ alleuiant ictum, ne diſſol- Cor. 4.
uatur, ſunt ſeptem leuitas ictus, ponderis

fractura, mollities eius, quod icitur, mollities eius, quod excipit ictum motus eiuſdem & figura lata, & inæqualis. Durities ergo, quatenus fracturæ opponitur, aliud eſt, quam vt mollitiei: & vtraque eſt cauſa, quæ auget ictum, vt reliquæ oppoſitæ minuunt, dicemus autem de his inferius.

Propoſitio ſeptuageſimaquinta.

Proportionem immoti in aqua ad immotum in terra in excipiendo ictum inuenire.

Cor. Sit pondus a in terra æquale b eiuſdem naturæ, magnitudinis figuræ, & eodem in ſitu, quod ſit in aqua porrò a, ſi eſſet affixum terræ oportet, vt conuellatur, aut diſſoluatur, aut frangatur. Et clarum eſt, quod totum ictum excipit. Si verò affixum non ſit, euertitur, & tanto minorem partem excipit ictus, quanto facilior eſt ad euerſionem. Vnde nata fabula de quercu quæ cum immobilis eſſet,



& ſtaret vento euerſa eſt, arundo flectendo ſe, cecidit quidem, ſed non eſt eradicata. Sermo igitur eſt de b inſidenti aquæ in comparatione ad a, quando excipit plenum ictum. Cum ergo b tangitur, excipit plenum ictum illo inſtanti, ſed quia non excipitur ictus cedente materia, & antequam materia cedat b mouetur loco, quia incidet aquæ, ergo non excipit ictum. Proponatur ergo, quod moueatur b per c ſpatium in d tempore, & ſit, vt idem b ab e vi trahatur per idem ſpatium in eodem tempore ex loco directo ad eandem partem: qualis ergo proportio e ad b, & aërem, qui cum eo reſiſtit, talis proportio ictus f grauis puta in a ad ictum ♃ in b. Quia per demonſtrata ſuperius proportio f ad a producitur ex proportionibus e ad b, & a ad e, ergo diuiſa proportione f ad a per proportionem e ad b exibit proportio ictus ♃ in a ad ictum ♃ in b quod erat demonſtrandum.

Propoſ. 2. Per 42. & 43. Propoſ.

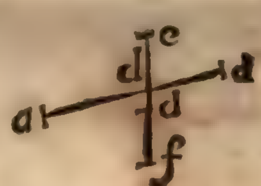
Cor. Ex quo patet, quod b quanto mollius, leuius, & ſtrictius in imo, & in tenuiore aqua, eo minus lædetur. Et quanto ictus lentior fuerit etiam quod ſit grauius ♃.

Propoſitio ſeptuageſimaſexta.

Proportionem duorum mobilium ſibi inuicem concurrentium per rectam inuenire.

Cor. Iam cognito, quod mobilia, quæ loco mouentur per præcedentes, ſed omnino quieſcunt integros excipiunt ictus: alia quidem, quæ concurrunt non omnino reſiliunt, alia verò reſiliunt, & quæ reſiliunt minores excipiunt ictus; ſequitur vt diuerſa ſit comparatio: nam erunt quæ ſtando excipient ictus, & hæc integros vt muri, & quæ concurrendo, nec reſiliendo, vt equi curſu incitati, & quæ ſtando, ſed reſiliendo, vt naues ſtantes: & quæ concurrendo, reſiliendoque vt naues ventis, & triremes ab impulſu: bifariam ergo contingit intelligi, quod proponitur. Sed in vtroque etiam ſenſu varietas eſt: nam vt concurrit pars altera celerius, ita etiam magis concutitur. Et ideo ſit, vt proportio ictus ſit in comparatione ad grauitatem dupla, & concurrant æqualiter, & ſint æquè grauia, & neutrum reſiliat, erunt in proportione quadrupla, & eodem modo ſi vtrunque reſiliat. At ſi diuerſo impetu ferantur, vt dixi, tria erunt præcipuè conſideranda grauitas ſeu pondus, impetus, & an reſiliat. Quanto enim grauiora fuerint, & maiore impetu agentur, & non reſilierint eo maiorem ictum recipient: quanto leuiora, & minore impetu, & magis reſilierint, minus lædentur. Sed & in debilitando ictum conſiderare oportet tria, quod reſiliat, quod diffugiat quod circumuertatur: reſiliunt naues, ſi roſtris concurrant pleno in ictu: ſi verò non pleno ictu concurrant, ſed diffugiant hoc experimento compertum eſt minimum eſſe ictum: ſi roſtro tranſuerſum nauis feriatur medium, eſt hoc.

Sit ergo vt a b nauis tangat roſtro b c ſic vt diffugiat, erit hypomochlium c, & ſi tangat e f hypomochlium eſt in d dupla, ergo eſt c b ipſi d e, igitur ictus duplo minor excipitur à



c b quàm e f. Eſt etiam tempus longè maius quo excipit ictum e f, quàm b c: ſtatim enim diſcedit b c occurritque aliis partibus, in c f autem impingit, & angulus a d c eſt longè maior recto, quàm a b f: ob hęc igitur longè maior eſt ictus e f quàm b c: vocant autem hoc declinationem.

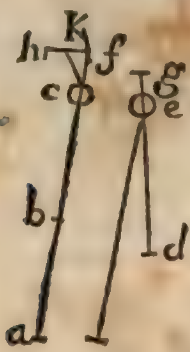
Propoſitio ſeptuageſimaſeptima.

Proportionem motus obliqui ad motum rectum in nauibus inuenire.

Cum ventus fertur ad puppim rectà, nauiſque gubernaculum dirigitur, tenduntur que vela ac expanduntur ſumma in parte mali, tunc motus eſt velociſſimus: fingamus autem, quod omnia ad idem tendant præter ventum, qui non directus Cor.

 ſit

ſit ad puppim, ſed à latere, vt vides, & temo ſit in contrarium tantundem directus, & ſupponamus pro nunc, quod velum ſit ſolum in anteriore parte nauis, nam ſecus eſſet nimis magna differentia, quod nauis vna ageretur tribus malis alia vna: Quæritur igitur proportio motus b c ad motum d e: fiat ergo c f æqualis e g, ita vt f angulus rectus ſit, & manifeſtum eſt, quod h c maior eſt c f, cum ergo angulus f rectus



ſit, quanto maior erit angulus h c f, tanto maior erit proportio h c ad c f, quod eſt primum a, inde noto angulo h c f per ea, quæ tradita ſunt ab Aſtrologis de ſinu & arcu erit nota proportio c h ad c f, ideo ad e g fiat ergo c k æqualis c h, igitur c k erit maior e g, ſi ergo perambulabit æqualiter c, vt c h erit temporis motus e g ad motum e f, vt c k ad c f, igitur cum nota, ſit c k, eſt enim æqualis c h, erit temporis ad tempus proportio nota. Quod autem in æquali tempore mouebitur nauis per c k & h c patet ex aſſumpto inferius declarando. *Propoſ. 99.*

Propoſitio ſeptuageſimaoctaua.

Cor. Propoſitionem nauis ad triremes quotuis concurrentes demonſtrare.

Sit nauis deferens pondus decuplo maius triremi, & conſtat, quod impulſu æquabitur decem triremibus, vbi flante vento e puppi æqualiter feratur in aduerſum, quantum triremes vi hominum. Sed quoniam triremes impediuntur à vento licet ſine velis, ſint habent enim & ipſæ malum, & velum, ſed exigua comparatione nauium, ideo ictus ille multo validior eſt ex demonſtratis. *Propoſ. 74.* Cum verò vis illa ſimul ſit, liquet, quòd hoc in caſu niſi machinæ obſtarent vna nauis mille poſſet obruere triremes diſiunctas per tantum ſpatium inter ſe, quantum eſt id, in quo nauis poteſt venti impulſum recipere. At impedimentorum maximum ſunt machinæ, quæ in nauim collimant à lateribus, cum triremes quaquà verſum ſe agant, & ob id proram ſolam exponunt ictibus, in quam difficile eſt collimare, & ſi tangatur pars ea robuſtior eſt, nec periculum euerſionis adeò incurrit, vt à lateribus: nec enim adeò anguſta eſt a prora ad puppim nauis, quam à latere ad latus: his tot cauſis minus eſt obnoxia machinis triremis, quàm nauis. Sed & alia cauſa eſt, quoniam neceſſe eſt vt ob angulum laterum ad proram ictus dilabatur ſæpius ſolum traiecta ſuperficie. Secundum impedimentum eſt à vento, ſi valde obliquus ſit, nam ad rectum impulſum, multum debilitatur: aut ſi inconſtans ſit, viribusque remittatur. Tertium verò ſi triremes inuicem connexæ ſint, ac ſe tangant, in quas nauis dirigitur. *Propoſ. 109.* Sed & hoc infrà demonſtrabitur nauim, vt leuior fuerit facilius elabi, ſed vt pondere magis onerata grauiores ictus inferre: ob hoc triremem inuenerunt mediam maximi vſus ἀμφίπρυν. Galeonum vulgò vocant.

Propoſitio ſeptuageſimanona.

Proportionem medicamentorum purgantium inuicem declarare.

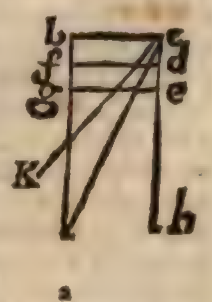
Cor. Scio, quàm multa concurrant: etiam per ſe ad purgationem multitudo humorum præparatio locus propinquus, ſed nobis ſermo eſt pari ſub conditione, vt ſit dimidia vncia Caſſiæ nigræ in tribus vicibus expurget libram humorum, & velim ſcire ab vna vncia, quoties expurgabitur, & quantum. Dico, quod in ſcamonio, & agarico hæc ratio deprehendi poteſt: in his autem medicamentis, quæ magis leniunt, quàm à proprietate educant, vt eſt caſſia nigra, ratio hæc non valet, quoniam feces quandoque pro maiore parte educuntur, ita vt etiam multiplicato medicamento deſit, quod educatur. Et quamuis humores iuxta proportionem trahat, cum tamen feces proportionem non ſeruent, ſequitur: vt aggregati ad aggregatum proportio non ſeruetur. At non eſt facile poſtmodum internoſcere feces ab humoribus, quocirca videtur proportio illa confundi. *Ex conuerſa 18. quint.* Quod ſi medicamentum leniens, fiat ob quantitatem purgans humores, vt de multa caſſia nigra, tunc non poteſt aſſignari illa comparatio niſi vt eſt medicamentum purgans. Et ſit gratia exempli, primum vt grana ſex ſcamonij purgent aliquem ter, & vncias decem bilis, dico iuxta rationem ſuprapoſitam, quod grana duodecim purgabunt iuxta proportionem duplam ſexquialteram, *Propoſ. 37.* ſi duo grana nil purgant, ſed commouent. *Propoſ. 42.* æqualia enim ſunt: vt quatuor ſint dupla, & ſex tripla, & mouent ter, quia ſexquialteram habent proportionem ad exceſſum, igitur duodecim duplam, & ſexquialteram ad quatuor, nam decem ad quatuor eſt dupla ſexquialtera, & purgabit ſepties cum nixu] libras duas ferme bilis. Vt comparatio fiat exceſſus ad vim quæ reſiſtit eodem modo. In caſſia ergo nigra ſi vncia vna non purgat ſed lenit tantum, & duæ vnciæ purgant ter, & libram vnam bilis, tres vnciæ duplam habent proportionem iuxta exceſſum ad vnam, exceſſus igitur duplum purgabunt, & duplo magis, id eſt præter feces libras duas bilis in ſex vicibus.

Propoſitio

Propoſitio octuageſima.

Proportionem motus ſecundum obliquum ad rectum in ſpatio declarare.

Cor. Hæc videtur ſimilis ſuperiori cuidam propoſitioni, ſed tamen in hoc differt, quoniam in c a ſupponimus nauim moueri, vt concutiat, hic autem iuxta motum ſolum: vt proponamus b nauim ferri verſus a vento recto ex b in a: ſit autem ventus ex c in a mouens nauim ex b in a: non enim mouebit vt quidam putant in ratione c a ad b a: vt ſi c a ſit ſexquiquarta ad b a, vt æquali impetu ex b & c flante vento moueretur tardius per c a, quam per b a, quia æqualiter ex ſuppoſito: ergo tanto tardius c fertur in a, quam b in idem quanto longior eſt c a, b a igitur ſi b perueniet in a in quatuor diebus



c perueniet in idem a in quinque diebus. Hoc enim eſt per ſe manifeſtum: ſed non quærimus id, ſed vt vento c a æquali per c a ei, qui eſt b a per b a, vbi b moueatur vento c a per b a, quanto tardius mouebitur. Mouebitur enim tardius ad a per b a, quam per c a, at per c a tardius, quam ex b in a per æqualem vim, ergo multo tardius ex b in a per c a ventum, quam per ventum ex b in a. Quærimus ergo compoſitionem horum, vt ſit c nauis, quæ debeat transferri ad a per ventum ex b, & ſequitur, quod tradius, quam ex c per ventum ex c in a, & tardius ex b per ventum ex c in a. Ergo malus, qui in prora eſt conuoluto eo, qui eſt in puppi, vt etiam Ariſtoteles docet tantundem nititur ad rectum ex c in æquidiſtantem locum ab a quantum c diſtat a b contra temo, qui in puppi eſt dirigitur ad h, & ſi validius ſit ventus etiam adiuuante temonem, ſeu contra nitente, quantum licet mobili pondere nauis ad id latus, premitur enim nauis, quaſi ſubmergi debeat, vento in aduerſum premente, ut ſi ventus repente huic contrarius exoriatur, periculum ſubeat, ne obruatur. Cum ergo ventus ex b feratur, æquidiſtans c h, & c feratur, per temonem in k, & ab oppoſitis æqualis actio ſequatur, imò tota impeditur, ex c in h feretur iuxta proportionem anguli, quem conſtituit h c cum a c ad toum rectum. Si igitur ex c in a debuit ferri in duodecim horis ob vim venti, & viæ longitudinem, angulus verò h c a ſit ſexta recti pars, feretur ex c verſus a ad quantitatem b a in quatuordecim horis: igitur rurſus quanta eſt proportio c a ad b a tantum eſt temporis, in quo fertur ex c a ad quatuor decim horas per ventum b a.

Quaſt. 7. Mechanica.

Propoſitio octuageſimaprima.

Qualis ſit angulus, per quem poteſt moueri nauis ad rectum explorare.

Cor. Cum in præcedenti propoſitione oſtenſum ſit angulum k c a oportere eſſe æqualem angulo h c a, vt feratur, c in a vento c h, nec tamen prorſus, ſed temo magis inflectit verſus k quam ventus cogit verſus h: ſicut contra maiori vi ventus dirigit ad h, quàm temo ad k, vt neceſſe ſit nauim flecti ad k pondere, ideo ſi ventus eſſet tranſuerſus periclitaretur, neceſſe eſt, vt per omnes ventos, qui ferunt ab ea, quæ ad perpendiculum ſuper c a, & ſunt quatuordecim: ſed quoniam, vt dixi, pondere adiuuante vis venti minor ſit, neceſſe eſt, vt per ventos debiliores feratur magis ab extremis, qui prope perpendiculum ſunt: ita vt numerus omnium ſit, cum leuiſsimi fuerint, quatuordecim, cum violentiſsimi, tres tentum proprius, & qui diſtant trigeſima ſecunda parte totius circuli, id eſt partibus vndecimi, cum quarta reliqui vndecim, medij ſunt: vt tanto plures aſſumi poſſint à Nauclero, quanto molliores ſunt venti, tanto pauciores, quo violentiores. Tutius autem fuerit in validis ventis dirigere nauim per ventum proximiorem, quam per ipſummet, qui rectè tendit ad locum. Veluti tendat nauis ex a in b, ventus tendat in c validior, cumque magnus fuerit angulus c a b, vt potè dorans totius recti, vt eſſet temo dirigendus ad ſextum ventum altrinſecus dirigemus ſolum ad quintum, vt feratur in d, & hoc erit tanto celerius, & celerius feratur per a d & d b, quàm ſi nauis recta lata eſſet ex a in b inſuper tutius.

Propoſ. 83.

Propoſitio octuageſimaſecunda.

Proportionem velorum indagare. *Cor.*

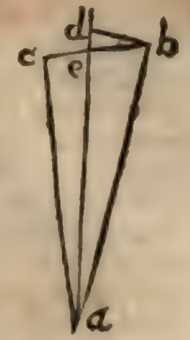
Vela tribus in locis diſponi ſolent dolo b, quod in prora conſtituitur, & in malo, qui ponitur in medio ratione, quæ inferius oſtendetur, ſed non ab vnguem, quia cum malus in anteriorem partem à vento impellatur, ſi eſſet in medio, ſemper præmeretur nauis in anteriorem partem, ex quo duo magna incommoda ſequerentur: primùm vt periculum ſubiret, ne inuerſa in anteriorem partem ſubmergeretur. Secundum ne preſſa in parte anteriore difficilius aquas diſſecaret, & ob id longe tardius moueretur. Propter hæc duo incommoda igitur malus etiam, ſi vnicus eſſet (quod vulgatiſſimum maioribus noſtris fuit) in parte magis proræ proxima locabatur à gubernatoribus, vt eſſet quaſi in triente à roſtro in beſſe à puppi: Rarum fuit, & memorabile, quod nunc paſſim habet olim Antigoni τριάρμενος 1, velorum trium quorum poſtremum Epidromus vt ipſa voce intelligamus non fuiſſe velum in malo ipſo medio. ſed in puppi conſtitutum. Cauſa Dolonis inferius exponetur: quod autem eſſet paruum, & omnium minimum, vt nauis facile ab eo inuerteretur. Vnde etiam nunc minus minime habent tam quantitate, quam etiam altitudine, quod vocant Trinchetum, ſolum enim ſuſtinet nauim, quæ à ventis, vel vndis mergi ſolet, ab vndis vbi homilior eſt, à ventis à lateribus, et anteriore parte. Vnde

humile, & exiguum velum efficit, vt nauis anteriore parte leuis, nec mergatur prona à ventis, nec aquas ea excipiat, nec tamen impelli poteſt nauis in ſcopulos, nec euerti ob cauſas dictas: ob quæ in magnis tempeſtatibus hoc ipſo duntaxat vti ſolent. Quod etſi nimium ſæuierint, etiam illud demittunt, & ſi fieri poteſt, etiam malum ipſum quamuis ſine velo ſit. Sed plerunque circumuolutam, & implicatam ſolet antennam annexam, atque ſuſpenſam habere. Sed & ne nauis prorſum obruatur, quoniam ea pars omnem ventorum vim excipere ſolet, & vt leuiſſima ſit ijdem Gubernatores puppim multa arena, lapilliſque onerant. Ergo velocitas nauis à ventorum impetu, eorúmque rectitudine à velorum magnitudine, & loco humiliore, aut ſublimiore habetur: tum nauis leuitate & forma. Quæ enim non merguntur vt δρομάδες (ſic enim vocat Ariſtophanes) eas, quas nunc vulgus fregatas appellat) quaſi aquas innatantes curſu ſunt velociſſimæ. Et longiores latis. Poſt has ſunt, quæ carinam habent tenuem, vt facile aquas diuidant. Vltimo loco, quæ quaſi mediæ, ante quidem tenues, pòſt latiores ad velocem curſum, & ferendum onera aptæ, & humiles altis: & leui ex ligno. Sed nos de velorum varietate loquimur, non ea, quæ ad malos pertinet. Conſtat enim medio loco plus mouere, quam in extremis vt infrà docebimus. Antiquo enim tempore opus non fuit malorum multitudine, quoniam ſyderibus vias dirigebant ob id non ad amuſſim, quoniam linea dirigi non poterat maximè ob motus obliquitatem in circulo viſus: ideò mali multi confuſionem in curſu, & impedimentum in naui, maiúſque periculum attuliſſent. At nunc inuenta pyxide, & lapidis Herculei auxilio pluribus locis vela diſpoſita melius dirigunt iter, vt quaſi craſſa minerua depictum, & poteſtate deformatum, ad amuſſim contrahant. Motus ergo magnitudo non ſimpliciter conſtat, ſed comparatione ſuperficiei veli ad velum longitudine quidem, ac latitudine conflata per multiplicationem. *Propoſ. 86.* Altitudinis quoque vt infrà exponetur. *Propoſ. 42.* Ex quorum omnium ductu, quaſi cubica, vel triplicata ratione, vt ſuperius oſtenſum eſt, ratio velocitatis motus nauium conflatur.

Propoſitio octuageſimatertia.

Proportionem receſſus à recta via ad obliquitatem inueſtigare.

Cor. Sit nauis in a itura in b (ventus rectus ad c medius ad e) per obliquum, cum ergo tardius moueatur per a e quàm a c & per a b, quam per a d, & ſint ad perpendiculum b e, b d quas conſtat eſſe breuiſſimas earum, quæ ab a c & ad a d. Quæritur igitur quando velocius ferretur ad b, an cum per a c, c b, an cum per a d, d b, an cum per a b ſimpliciter. Et conſtat quod a d & d b longiores ſunt a b, iſtud enim demonſtratum eſt ab Euclide in primo Elementorum, dico modo a c, & c b eſſe longiores a d & d b, nam quadrata a d & d b & a c & c b ſunt *Propoſ. 20.* æqualia quadrato a b per dicta ibidem, & *Propoſ. 47.* ideo quadrata a c & c b æqualia quadratis a d & d b, ſed a d eſt longior a c, quia ducta e d angulus d c a eſt obtuſus, igitur ad maiorem a c per decimam nonam primi Elementorum: quare per communem animi ſententiam quadratum a d maius eſt quadrato a c, quare rurſus per



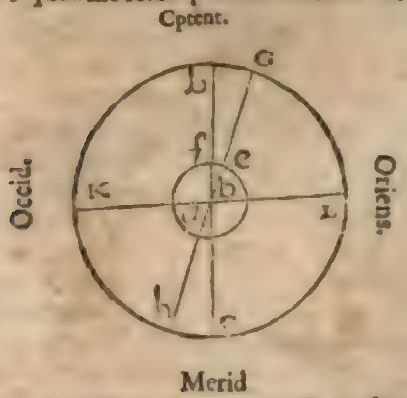
communem animi ſententiam quadratum c b maius eſt quadrato d b. Cum ergo quadrata a d & d b æqualia ſint quadratis a c & c b, & a d ſit maior a c & c b maior d b, ſequitur per nonam ſecundi Elementorum, quod a c & c d ſint maiores a d & d b pariter acceptis. Si ergo maior fuerit exceſſus quàm proportio motus per temonem cohibiti, vt ſupra viſum eſt, tardius mouebitur per a d, d b quàm a b per a c, c b quàm per a d, d b, ſed ſi contrà maior ſit proportio motus cohibiti à temone ad motum liberum quàm exceſſus ad exceſſum velocius *Propoſ. 80.* mouebitur per a d d b, quàm per a b, & per a c quàm per a b. Accedit huc e incommodo longioris viæ, quod vento a c non poterit ferri nauis ex c d in b, quoniam antea ægre ferebatur: & nunc ægrius per c b quàm a b, plus enim diſtat ventus a c ab itinere c a quàm à vento a b, vt viſum eſt ſuperius, igitur multo melius eſt (ni quid obſtet) ire *Per. 81.* per a b, quàm per vllam aliam viam: niſi ſta- *Propoſ.* tiones ſint in c d, vel periculum immineat in a b. Vbi tamen venti ſecundarent, ſtantum eſt virium in recto curſu, & æquali velocitate ferretur citius ex a in b per a d d b, & etiam citius per a c, c b in b quam per ipſam a b, quod fuit propoſitum declarare.

Propoſitio octuageſimaquarta.

Diſtantiam centri terræ à centro mundi per motum lapidis Herculei declarare.

Non me latet Ariſtotelem exiſtimare *Cor.* centrum mundi eſſe centrum terræ illúdque probaſſe, quod tamen ex demonſtratione noſtra mathematica apparet nunc ſubijciam, & quid ad illius rationes dicendum ſit, aliàs etiam dicendum erit: nam liber hic, vt mathematica decet, eſſe debet ab omnibus contentionibus abſolutus. Conſtat ſanè non eſſe propriam vim lapidis illius, vt qui non ſit circumſcriptus ſed fruſtulum quoduis id poteſt, neque per ſe, ſed in ferro & pendulo, nec fieri poteſt, vt ſit illius tamquam ſpeciei vnius lapidum, ſed quaſi perfectæ portionis cuiuſdam generis terræ, quæ abſoluta ſit, cujus indicium eſt illius copia, neque enim vllibi non inuenitur, & vbi ferrum effoditur, vt in Ilua Inſula Tyrrheno mari, eſt ergo ferri vis terræ maritæ, quæ perfecta in ſuo genere, vbi vim fœcundam acceperit à maſculo ſcilice Herculeo lapide, quærit primum vt deſcendat, vbi hoc non poſſit ſaltem quærit, vt quieſcere poſſit. Vt ergo quieſcat à motu cœli qui eſt ab Oriente

in Occidentem iuxta axis cœli ſitum ſe dirigit, quod ille ſolus quieſcat in ſuo motu, vel

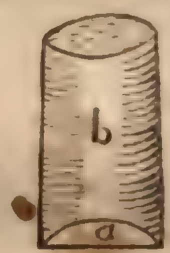


ſaltem tardiſſimè moueatur: indicio eſt quod ſi extra ſitum acus ferrea imbuta eo lapide ponatur, ſtatim tremit vehementer, adeò vt nec momento vllo conſiſtat, ſed miſerè & grauiter torqueri videatur, non ergo quod ſentiat polorum locum qui tantum ab eſt ab illa, vt nec ab homine perito mathematicarum, ſed quod vix illa cœli ſentiatur circa centrum mundi. Cuius indicio eſt Oceani maris, aquarum fluxus & refluxus. Duos ergo habet motus terra perfecta, ſeu ferrum lapide Herculeo imbutum ſub ordinatos imperfectum perfecto: perfectus eſt, vt deſcendat ad centrum terræ, vt ibi quieſcat: imperfectum, cum à perfecto prohibetur, vt quieſcat ſaltem extra centrum cum inclinatione ad centrum, et hoc fiet ſi ſecundum longitudinem acus dirigatur per axem mundi, cum ſitu tamen deſcenſui ad terræ centrum proximore, vt ſæpius ſuperius declarauimus, dum de motu grauium & præcipue libræ, & centro grauitatis loqueremur. Quibus demonſtratis tum experimento tum ratione à Fortunio Affaytato Cremonenſi Medico, cum per hæc poſtmodum cogeretur fateri acum ad polum tendere, cum tamen tendat à dextro latere ſcilicet ab Oriente nouem partibus, ſeu decima parte vnius recti in centro terræ, quæ eſt quadrageſima totius ambitus cœli. Statuatur centrum mundi a, & b a c axis, ſecundum quam mouetur motu diurno, ita l a dextra exit oriens, k a ſiniſtra occidens, & ſtatuatur d centrum terræ, ſeu ſuprà ſeu infrà, non tamen in linea b c, ſed vel ſuprà in dextra parte, vel infrà in ſiniſtra, ita vt ducta linea per illud punctum arcus b g ſit nouem partium. Conſtituta ergo acu in e puncto, vbi linea h ad g ſecat peripheriam terræ dico, quod acus dirigetur per h g, & non per b c, nam acus mouetur ad centrum per eam, & in eo ſitu tota dirigitur, quia omnes partes grauis conſentiunt in motu principi grauitatis ad centrum, hoc enim demoſtratum: nixus ergo eſt vt moueatur per e d, & in eo nixu qui eſt quies cuſtodit lineam axis, quæ eſt a b, vt quieſcat, ergo non quieſcet, niſi in linea d g, quod erat demonſtrandum. Quæ autem ſequuntur ex his corrolaria omnia concordant cum experimentis. Ergo hic ſermo eſt demonſtratiuus, vt enim bene dixit Auerroes: Sermo demonſtratiuus ſatisfacit omnibus problematibus quæ contingunt circa principale quæſitum. Ex hoc ergo patet, quod angulus diſtantia d ab a in latitudine eſt decima pars recti, et quod quanto magis diſtat in longitudine centrum terræ à centro mundi, tanto etiam minus diſtat in latitudine. Hæc enim ſunt demonſtrata clarè in mathematicis. Vnde fieri poſſet quod hæc quantitas diſtantiæ eſſet, res, per quam exigua etiam ſi non eſſet maior quatuor digitis ſufficeret, modo etiam per valde paruum ſpatium diſtaret ab eodem in longitudine. De cauſa autem huius differentiæ aliàs dicendum erit, hic locus non eſt, ſed ſufficit ſcire quod ita ſit, quod ſi mobilis ſit punctus d, clarum eſt aliquando futurum vt minus diſtet g à b, aliquando vt ſit idem. Et qualiſcunque motus ſit, neceſſe eſt eam diſtantiam variari.

Propoſitio octuageſimaquinta.

Proportio ponderis vnius grauis ad aliud ſub eadem menſura eſt, veluti eiuſdem ad differentiam ponderis vaſis repleti ex altero graui, & ex ambobus detracto priore. Cor.

Sit aurum a, & liquor b, quæ repleant vas c, & pondus amborū ſit librarum quadraginta, & vas repletum liquore ſolo ſit librarum xxix, aurum autem ſit ponderis librarum xij, igitur reliquum erit ponderis xxviij, differentia ergo vaſis pleni, & non pleni



liquore eſt libra vna, pondus auri eſt librarum duodecim: dico quod auripondus eſt duodecuplum ponderi liquoris, & ſi fuiſſet pondus amborum libræ xxxix, manentibus reliquis, ſequeretur quod pondus liquoris eſſet xxvij, & quia plenum vas ſupponitur eſſe librarum xxix, eſſet differentia libræ ij, at auri pondus eſt libræ xij, igitur proportio ponderis auri ad liquorem eſſet ſexcupla. Nam ſi vas plenum liquore ex ſuppoſito eſt librarum xxix, & cum auro xl, gratia exempli, & auri pondus eſt xij, igitur liquoris pondus eſt xxviij librarum: ſed cum liquor ſit corpus ſimilium partium, igitur loci ad locum, vt ponderis ad pondus ergo dum adeſt aurum, liquor occupat xxviij partes cxxxix, totius vaſis igitur aurum continet vnam partem tantum, & & cum aurum pondus habeat librarum xij, & liquor vnius: quia totum vas cxxxix librarum dum eſt plenum, & eſt diuiſum in xxix partes, igitur pondus vnius partis liquoris eſt vna libra, igitur pondus auri eſt duodecuplum ad pondus liquoris quod fuit propoſitum.

Ex quo ſequitur quòd ſi ducatur pondus illud partis per pondus repleti vaſis ex alio graui, & productum diuidatur per differentiam illam, prodibit pondus vaſis repleti liquore graui. Cor.

Exemplum, ſi pondus auris fuerit librarum xij, pondus vaſis repleti liquore xxix librarum, pondus auri & liquoris replentium Cor.

vas

vas xxxix librarum, ducemus xij in xxix fit cccxlviij, diuido per ij differentiam xxvij ponderis vaſis, repleti ex ambobus detracto auri pondere, & xxix ponderis vaſis repleti liquore exit clxxiv, & tantum auri vas illud continebit, nam cum duæ partes quas occupabat aurum eſſent ponderis librarum xij. totum quod erat partium xxix, continebit decies & quater cum dimidio illud aurum xij, aut ductum in xiv cum dimidio, efficit cclxxiv vt prius.

EXEMPLVM.

Quia ergo in ſuperiore propoſitione docui, quod ferrum eſt vera terra: volui ſcire qualis eſſet proportio ferri ad aquam. Accepi vrceum cuius aqua dum plenus eſſet ponderis, fuit vnciarum ſex, & ſeptuncis vnciæ, & ſeptuncis duodecimæ partis vnciæ & pondus ferri vnciæ ſepté, & triens vnciæ & triens duodecimæ partis vnciæ: & vaſis aquę & ferro eodé repleti vnciæ tredecim, & duodecima & ſeptuux duodecimæ partis vnciæ. Detrahemus ergo vij & trientem & duodecimæ. i. 7 & $\frac{44}{144}$ pondus ferri ex 13 $\frac{19}{144}$, & relinquentur 5 $\frac{99}{144}$, detrahe ex 6 $\frac{81}{144}$, pondere aquæ totius vaſis relinquuntur $\frac{[illegible]}{11}$, diuide 7 $\frac{[illegible]}{144}$ per $\frac{[illegible]}{11}$ exit proportio ponderis ferri ad pondus aquæ 7 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ Et hoc eſt proximum ei quod dixit Philoſophus de proportione ponderis terræ & aquæ.

Cor. 2. Ex hoc patet ſolutio problematis cuiuſdam propoſiti aliáſque minus bene ſoluti cùm cauſam habeat manifeſtiſſimam, ſcilicet quod vaſe aqua pleno impoſitis ſenſim centum aureis coronatis nihil affunditur, non quod quicquã abſumatur in metallo, ſed cauſa eſt quod cum aurum ſit duplum pondere ferro, erit ex demoſtratis ſexdecuplum ad pondus aquæ. Igitur cum ſit proportio ponderis auri ad differentiam ſpatij eadem, ſi ſit vas aquæ ponderis libræ vnius & mediæ, erit pondus totum xxiij vnciarum, igitur aqua deficiet ſolum ex decima octaua parte ſeu creſcet ex impoſitione auri, ſed illa pars in tumore aquæ abſumitur, non ſolum, quia dum aureos imponimus plana ſolum ſit, ſed quia non ex quauis rotunditate defluit, aliter in vrceo tam exiguo non poſſet apparere rotunda: quod enim rotunditas totius terræ, quæ etiam planam oſtendit totam vnam regionem ad rotunditatem quæ apparet in exiguo vrceo aquæ. Eſt igitur rotunditas illa potius ob lentorem aquæ qui augetur à lentore argenti, & etiam magis auri, cum ſenſu digitorum percipiatur.


b

Cor 3. Ex hoc apparet ratio quomodo Archimedes potuerit deprehendere coronam à Hierone propoſitam quantum auri & argenti contineret. Sit ergo vas a b aqua plenum ponderis vnciarum triginta, & cum libra auri ſit ponderis vnciarum quadraginta vnius, & cum libra argenti ponderis vnciarum quadraginta cum dimidio, igitur erit auri pondus ad aquæ pondus duodecuplum, argenti autem ad idem octuplum, quare auri ad argentum pondus ſexquialterum. Ponamus ergo quod corona impoſita ex auro & argento ſolo fabricata (hoc enim ſupponere oportet) fuerit vnciarum ſexaginta, pondus autem aquæ contentæ cum corona in vaſe vnciarum vigintiquatuor cum dimidio, ſcilicet totum octuaginta quatuor cum dimidia, erit ergo proportio ponderis coronæ ad pondus aquæ, vt cxx ad xi, aurum igitur eſt proportione duodecuplum, argentum autem octuplum, corona vt cxx ad xi. Conſtituantur ſub eiſdem rationibus ducendo lxxxviij. cxx. cxxxij: hoc eſt ac ſi dicamus, accipe partes ex cxxxi- & lxxxviij, tot vt faciant integrum & componant cxx. Et ideò reduces ad minores numeros, ſcilicet xxxiij. xxij. & xxx. & operaberis per regulam de conſolatione monetarum, quas ponemus infrà, Propoſ. 178. & fient auri partes octo & argenti partes iij, nam cum duxeris iij. in octo pondus ar-

xxxiij.	xxij.	xxx
iij	viij	
xi		

genti fiet xxiv, & cum duxeris viij in xij, pondus auri fiet xcvi, igitur totum pondus erit cxx, diuidendum per xi, aggregatum partium auri & argenti, ita verò vncia ad vnciam, vt tota corona miſta ad coronam putam auri & argenti.

Cor. 4. Ex hoc etiam patet modus cognoſcendi proportionem grauium inuicem per ſolam aquam, velut auri ad plumbum, ad lapides vel æs, aut æris ad lapidem & ſimilia, vt in præcedenti operatione deprehendiſti: nam cum ſit nota proportio auri ad aquam & æris vel lapidis ad eandem, erit auri ad æs vel lapidem nota.

Cor 5. Et ſimiliter ſciemus per hoc accipere partes diuerſorum, quæ iunctæ faciant conſtitutum pondus. Velut volo facere maſſam ex melle & aqua, quæ impleat vas, quod mellis continet quindecim, aquæ duodecim, volo vt contentum ſit ponderis quatuordecim, operabor, vt in conſolationibus, ponam duas partes mellis & vnam aquæ, vt vides in operatione à latere.

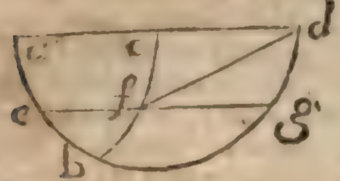
12	15	14
2	1	
3		

Propoſitio octuageſimaſexta.

Si circuli inæquales, ſeu in ſphæra, ſeu in plano ſe ſecuerint nunquam oppoſitos angulos æquales habent.

Cor. Capiantur tres quartæ circulorum magnorum a b, a c, b c & alia b d ad rectos angulos erúntque viciſſim poli, & ducatur per medium parallelus, erit ergo e f æqualis e g, & f c æqualis f g, ſed baſis c g eſt quarta circuli, & baſis c b dimidium quartæ circuli eo quod tota b a eſt quarta

quarta circuli, igitur per modum 25 primi Elementorum quæ tenet, erit angulus c f g maior oppoſito c f b. Hoc autem tenet in



eiuſdem rationis ſuperficiebus, quales ſunt hæ, quæ ſunt ſuperficies eiuſdem ſphæræ, poſſet etiam demonſtrari per modum quartæ primi Elementorum. Et etiam conſtituta ſphæra e f g, cuius hic circulus eſſet maior circulus, & non tangeret niſi in illa linea ſphæra maiorem & vtrinque ſecaret eodem circulo. Et etiam per cordas & trigonos rectilineos, auxilio tamen regulæ dialecticæ. Ex hoc ſequitur auxilio regulæ dialecticæ, quod in omnibus parallelis a c d & e f g cum b c circulo maiore, & per aliam regulam dialecticam in omnibus circulis inæqualibus inter ſe ad æquales angulos ſecantibus & ex tertia demum regula dialectica, ſequitur in omnibus circulis inæqualibus ſe ſecentibus ad quemuis angulum in ſphæræ ſuperficie. Sunt autem hæ regulæ mediæ inter axiomata & demonſtrata. Et ex logica propria illi arti. In plano autem ſpatium d b c minus eſt a b c, ſed ſpatium c b d eſt vnum, ergo per communem animi ſententiam ſpatium a b d, maius eſt ſpatio a b c, quod fuit probandum.

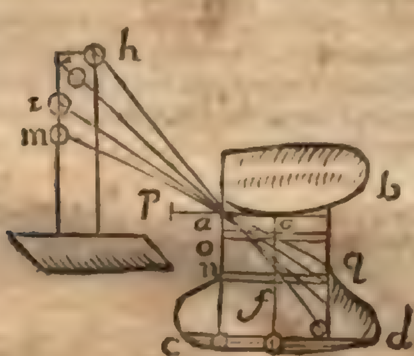


Per 13. tertij Element.

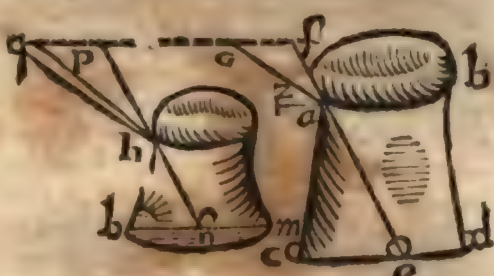
Propoſitio octuageſimaſeptima.

Proportionem craſſitiei ad aërem in comparatione ad radios demonſtrare.

Cor. Sit in aheno a b c d in imo e denarius argenteus cera affixus vel clauo, quem videat ex h impoſita aqua clara vſque ad f,



videat ex k, igitur per aquam deflectitur à perpendiculo per angulum k f n, & in l, per angum l g o creſcente aqua demum in labor m a p, & ſit e annexus, & tabula h k l m ſit affixa ſolo vel pondere firma foraminibus obliquis infra ſpectantibus, & per a aſpicientibus extremitatem e. Poſſumus ergo imaginari primum, quòd omnes inclinationes ſint à perpendiculari, dum exit aqua, & ita denarius videretur, vel in ſuperficie aquæ in directo e, in vel recta ex oculo in imo, quorum neutrum verum eſt. Secundus modus eſt, vt radius delatus e a flectatur ad k vel l, & hoc non quia in a non eſt mutatio medij. Tertius eſt, vt linea ex oculo ducta perueniat per punctum a ad ſuperficiem aquæ, & ex ea per directum ad denarium, & tunc quia oculus iudicat ſe videre per rectam, ideò iudicabit ſe videre per l a g in q, eo quod ſuper indirecto loci in quo eſt e. At quoniam non ex quacunque diſtantia videtur e, ſed ex longinquiore loco, vbi vas fuerit humilius quod lineæ ad a ex oculo, quanto a fuerit humilius, tanto propius ipſi e procedunt. Et verſa vice lineæ ex e ad a, quanto e eſt humilius ad quencunque locum inflectuntur, tanto inferius cadunt. Ergo eum fuerint ad æquilibrium h, magis diſtabunt ab e, & ita e magis procul videbitur. Cauſa ergo triplex eſt humilitas, vel altitudo vaſis: humilitas vel altitudo aquæ: & labri vaſis altitudo. Sed hanc relinquere poſſumus. Difficultas ergo experimenti etiam rectè facti eſt, quoniam poſito vaſe n c d ſolum, ut altitudo ſit tantum n c, procul magis videbitur e, quàm ſi vas ſit a b c d, & totum plenum. Vbi autem vas ſit a b c d, magis procul videbitur, e cum fuerit totum plenum, quam cum fuerit plena ſola pars n c d. Sic difficile eſt conſiderare an altitudo aquæ faciat ad viſionem procul, cum in humiliore, ſed diſſipari vaſe longius videatur in pauca, quia labrum non obſtat: in eodem autem longius in pluri aqua, quia labrum etiam non obſtat, ſed alia ratione. Vt ergo videamus hoc experimentum, capiemus duo vaſa a b c d duplum h k l m ſub eadem proportione altitudinis & latitudinis, & collocabimus ita vt p n radius æquidiſtet f e, & collocabimus tabulas cum foraminibus, vt prius, & g f p q in æquilibrio, inde videbimus,



an q p ſit æqualis aut breuior, nam maior ergo eſſe non poteſt, quoniam inflectitur a minore aqua, ideo angulus p h q non poteſt eſſe maior f a g, ſuppoſita p h æquali a f: quod ſi non eſſet, ſufficeret, vt q & p eſſent in æquilibrio vno, & f g alio. Sed veritas eſt quod à maiore aqua maior ſit reflexio: tum quia in his, quæ ſunt ſecundum naturam corpoream, & ſubſtantiam denſam, aut tenuem varietas quantitatis variat vires: tum quia videmus, quod in altiore aqua denarius videtur magis cum fundo elatus. Igitur his cognitis experimentum fiat cum vaſe pleno. Et (vt dixi) conſiderabimus

propor

proportionem anguli f a g ad f a r, ſeu f e c quæ ſanè eſt notabilis : adeò vt ſit maior proportio aquæ ad aërem comparatione grauium quàm lucis.

Cor. 1. Ex his cognſcemus comparatione eiuſdem aquæ tenuitatem aëris vnius regionis in comparatione ad aërem alterius : nam vbi remotius videbitur denarius, ibi aër erit tenuior.

Cor. 2. Et per idem in eadem regione comparationem aquarum. Nam cum ſit idem aër, & vas, ac reliqua paria ; vbi magis procul videbitur denarius, aqua erit craſſior ideò deterior.

Cor. 3. Sequitur etiam quòd omnes res propiores in aqua videntur, quam ſint, & ideò maiores : & ob id etiam omnis aqua profundior eſt, quam videatur. Vt ingredi perſæpè ſit periculoſum.

Propoſitio octuageſimaoctaua. De inſtrumento momemorum.

Inſtrumentum Acolingen, quo momenta temporum deprehendatur fabricare.

Cor Et quoniam motus naturales fiunt in tempore : & dicuntur velociores, vel ob ſpatium loci magnum, quod ſuperatur, vel ob temporis breuitatem in velociſſimis motibus, quod ad ſpatia attinet, facilius dignoſcuntur velociores, quoniam ſpatium maius & manet, vt menſurari commodè poſſit : ſed quòd ad tempus, quanto tardiores, quoniam in velocibus quantitas temporis eſt exigua : & etiam tempus ipſum perpetuò diffluit : ideò difficillimé deprehendi poteſt. Huius cauſa excogitauimus inſtrumentum, quod vocauimus Acolingen : quod conſtat tribus rotis : prima eſt pedum duodecim diametri, in ambitu autem habet denticulos ccclx æquales, & æqualiter inter ſe diſtantes, huius peripheriæ funis cum ponderibus inſeritur, ita vt cum aliis duabus rotis renitentibus in vna hora circumagatur æqualiter. Duodecim ex his denticulis currulis duodecim denticulorum axis ſecundæ rotæ inſeritur : ſicut cum rota magna duodecim conuerſa fuerit partibus, ſecunda rota cuius taxis ſi pedum duorum, ſcilicet ſexcuplo maior circumuertatur. Huius minoris ambitus diuiſus ſit in cxx partes æquales, & vnicuique parti denticulus inſertus ſit : ita hæc rota tricies in vna hora conuertetur. Singulis vero denticulis currulis axis rotæ habentis denticulos quatuor inſeratur, ita vt dum ſecunda rota vertitur ſemel minima cirmuertatur tricies : nam pro ſingulis quatuor denticulis, quibus media rota circumagetur, minima tota circumuertetur, ideóque nongenties in vna hora. Hæc minima rotula beſſem pedis in dimetiente habebit, vt ſit ſexta pars illius ; in ambitu autem diuiſa erit in xl partes, vt cum circumuerſa fuerit nongenties in vna hora pertranſierit partes xxxvi. Et cum pulſus hominis communis ſint in hora iiii, vel circa nouem partes ex his rotæ minoris perficient circiter vnam pulſationem ex diſtole & ſiſtole ſeu ex diſtentione & contractione perfectam : vt partis vnius conuerſio fiat in nona parte, vel circa vnius pulſationis pulſus humani : & hoc eſt minimum fermè, quod ab humano ſenſu percipi poſſit. Erit etiam proportio rotarum eadem tam in diametris, quàm circuitibus ſcilicet ſexcupla, neque motus difformis, quoniam maior tanto tardius mouebitur, quanto quod velocius mouetur etiam minus erit, tamen proportio velocitatis maioris ad minorem in æqualibus ſpatiis vigintiquincupla vt maioris ad mediam quintupla, nam cum ſit ſexcupla in ambitu, & tricies moueatur velocius comparatione totius, ſequitur, vt proportio ſpatij, quod ſuperabit media ad ſpatium, quod ſuperabit maior in eiſdem temporibus, erit quintupla, ſemper ad vnguem. Et ita mediæ ad minorem quintupla, & ideò maioris ad minorem velocitas viginti quincupla, vt non ſit difformis, neque periculoſa, vt in rotis moletrinis, & ſit diuiſa per medium iuxta proportionem, cum ſit tanto velocior minor media, quanto media maiore. Rurſus proportio partium maioris ad mediæ partes tripla eſt ſcilicet ccclx ad cxx, & mediæ ad minorrem tripla cxx ad xl, & propotio eſt ſexcupla, iterum igitur partes maioris ad mediæ ad minorem erunt in dupla proportione, vtrobique, & eſt pulchrum. Ideò partes etiam minimæ rotæ erunt ſatis magnæ : nam cum diameter ſit bes pedis, ambitus peripheriæ erit duorum pedum. 1. vnciarum vigintiquatuor : igitur diuiſa peripheria in xl partes, vnaquæque pars erit maior dimidia vncia.

S C H O L I V M.

Et cum defuerit inſtrumentum vtemur menſura expulſu hominis deſumpta, ſed non eſt adeò exacta. Accedit aliud commodum, quòd cum in vna hora circumuertantur partes xxxvi, id eſt triginta ſex mille : & octauus orbis circumuertatur in totidem annis tot erunt momenta ex his in vna hora, quot anni in vno circuitu ſtellarum fixarum. Vt intelligamus, quam breui tranſit vna hora apud nos, ita apud Deum, vt ita dicam (nam nulla in infinito proportio) vnus annus magnus, & reditus rerum omnium. Comparata etiam rota minima ad rotam moletrint ſic ſe habet, quòd cúm modica adeſt, verſatur rota in vna pulſatione: cum ſatis abundans quinquies, aut ſexies cum immodica duodecies.



Ex hoc ſequitur, quod homo ſi moueretur velocitate motus rotæ moletrinæ in ſex ebdomadibus perueniret ad ſydus Lunæ, nam

nam rotarum earum, quibus ferrum acuitur ſem dimetiens communiter eſt bes vnius paſſus, ideò dimetiens paſſus cum triente: ambitus ergo quatuor paſſus, & xxi pars, colligamus nunc integra, in vno ictu puſſus circumagitur decies, id eſt paſſus xl, in hora ſunt IIII pulſationes: in hora igitur ſpatium pertranſitum eſt cxl paſſuum in M. horis, ergo erunt clx M. paſſuum addita parte xxi, erunt clxviij M. paſſuum, & tantum diſtat luna a terra: & M. horæ ſunt dies pene xlij, hebdomadæ ſcilicet ſex.

Propoſitio octuageſimanona.

Proportionem denſitatis aquæ ad aërem per pondera inuenire.

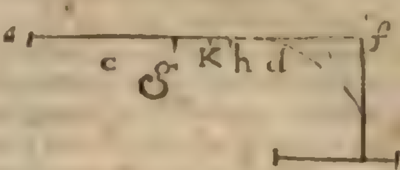
com. Contingit hoc multis modis: primum acceptis duabus ſphærulis æqualibus ex cryſtalli ſubſtantia vnaque demiſſa ab altiſſima turri, & menſurato ictu per inſtrumentum præcedens, & ſub totidem momentis alia demiſſa in aquam, inde ſub eodem tempore dimenſa altitudine, erit proportio ſpatij ad ſpatium vt denſitatis aquæ, ad denſitatem aëris. Item emiſſa ſphærula per inſtrumentum in aerem, inde in aquam: & ſumpta proportione. Et vidimus ſcorpionem, qui ſphærulam creteam emittebat pedibus lxx, & in aqua per vnum & dimidium, adeò vt proportio fuerit, vt quinquaginta ad vnum: ideò eſt fallax experimentum in violento motu: nam cum emittebatur in aquam erat propè, & ob id in ſummo robore: cùm in aërem, emittitur ſenſim vis. De hoc ergo loquar.

Com. Et erumpentia ob id magis quàm è terra, & minus quàm ex aere: diuiditur enim aqua cum graue petit fundum, & aqua feruet: & eſt mirabilius, quàm vtile.

Propoſitio nonageſima.

Rationem impetus violenti extra miſſi ponderis ad æqualitatem reducere.

Com. Sit violentum a quod moueatur per b c d e, e ſpacium, & quia violentum contra nititur naturali, cadat ergo in planum in e: ſunt ergo tria conſideranda primum quod, vt dixi aliâs, motus violentus pro certa diſtantia augetur, & cauſam ibi reddidi, vt potè vſque ad c, ſed hoc eſſet difficile cognitu. Secundum, quod vbi incipit decreſcere, ſemper magis ac magis decreſcit propter naturalem nixum contra operantem. Tertium quod vbi deſcendere incipit, ibi eſt æqualis vis violentum motum agens cum naturali. Certum eſt etiam quod motus æqualis intelligitur erecta ad perpenditum e f, donec occurrat a d: & diuiſa tota b f per tempus, locus ergo, in quo mouetur per tantum ſpatium, dicitur locus motus æqualis: qui ſit gratia exempli g h, cuius medium proportione ſit κ, dico κ conſiſtere propiorem f, quàm b, etiamſi æqualiter moueretur. Primum quòd in tota g f declinat, & totus motus eſt lentior, quàm in tota b g, & tamen tardatur tantundem, ergo per communem animi ſententiam, k eſt proprior f, quàm b. Secundò, quia per ſecundum ſuppoſitum motus a verſus f, continuè ſit lentior, igitur per communem animi ſententiam multò longius eſt tempus motus a κ, quam f, & tanto maius ſpatium. Tertiò, quia motus ex b verſus c augetur, & ſi eſſet æqualis adhuc multò eſſet breuior κ f quam a κ, igitur multò magis hoc modo, & triplicata ratione. Si ergo



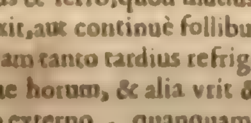
b κ, eſſet ſexquiquarta ſolum ipſi κ f, erit b κ dupla: fermè ex triplicata ratione ipſi κ f, & iuxta eundem modum ponemus mediam vim xlvi paſſibus à ſcorpione a quam & hoc modo erit propè id quod eſt.

SCHOLIVM.

Dubitat autem Philoſophus in mechanicis quænam vis ſit, quæ moueat lapidem iam excuſſum? & dubium non eſt quin ex parte ſit aër motus tum ratione, quia mouetur ergo mouet, tum exprimento, vt in fulminibus, & his quæ vento impelluntur, vt hypophyſis, ſed in ſcorpionibus & arcubus & pilis id non ſufficere videtur. Itaque velut & caliditas & frigiditas in corporibus natura contrariis aliquandiu manent, & agunt ita & violentos motus, idque Alexander & Simplicius volunt. Inditio ſunt quòd mota & emiſſa ex longioribus machinis quanquam non aërem continentibus, nec manibus tamen, longius eiiciunt ſagittas & miſſilia, quoniam vis illa firmius imprimitur, velut etiam de lapidibus & ferro, quod diutius in igne moram traxit, aut continuè follibus ignitum eſt, nam etiam tanto tardius refrigeratur vnumquodque horum, & alia vrit & accendit calore illo externo, quanquam natura frigidum ſit: dicemus autem & de hoc ſuo loco.

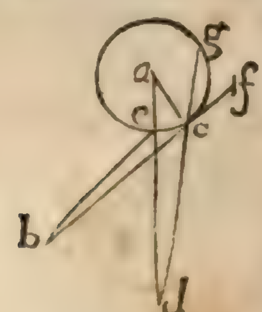
Propoſitio nonageſima prima.

Proportionem grauis cubi, & ſphærici æqualium in accliui, & deſcenſus eorum demonſtrare.

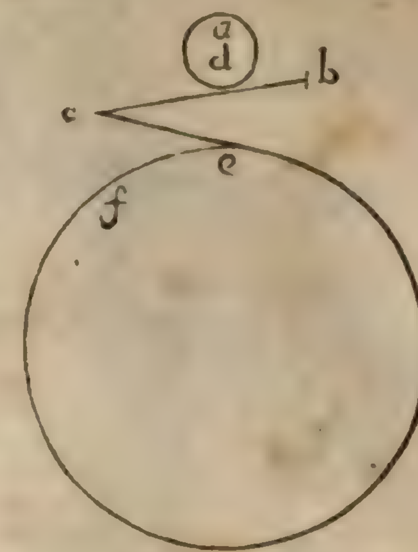


Hic non pauca ſunt conſideranda: Primum quòd hoc intelligi poteſt, vel de motibus attractionis, vel impulſionis, vel inuerſionis. Secundum quod omne, quod impellitur ſuperiùs, tantundem grauat attractum, quantum ad deſcenſum, ſi ſit rotundum, nam quadrata, etiam alia non deſcendunt ſponte in decliui, & ſi ſit locus valde decliuis, tanto minus

minus deſcendunt, quanto ſunt latiora. Quia tamen omnia difficiliùs deſcendunt ſphæricis, & facilius quàm in plano, vbi ponderant niſi per dimidium grauitatis, ideò proportio hæc conſtat ex proportione anguli deſcenſus ad totum rectum, & magnitudine ſuperficiei, qua incumbit ad pódus comparata. Omne enim graue, quanto grauius tam ad quietem, quam ad motum naturalem potentius eſt: hoc enim perſpicuũ eſt, quia quieti naturali motus violentus, & motui naturali quies violenta opponitur: quia ergo maiore vi opus eſt ad motũ præter naturam, ergo ſecundum naturam etiam maiore vi quieſcit. Aſſumpſimus ergo cubum, vt magis notum. Sphæra igitur in omni decliui deſcendit, quia vt dictum eſt, nil habet quod reſiſtat ad motum: & ipſa



grauior eſt in decliui, quàm in plano, quia e punctus cadit vltra c, ergo punctus contactus, & centrum grauitatis, & centrum mundi, non ſunt in vna linea. Si enim b c contangeretur, eſſet b c plana. Si verò tangit, angulus eſt maior angulo contactus, ergo cum neceſſarium ſit, æquidiſtare aliter non eſſet ſphæricum, oportet, vt eleuetur ex parte c, & deſcendat verſus b, & ideò vt continuetur motus. Si verò ſit in linea contactus b c f, & æquidiſtet, non erit, vt dixi punctus contactus in linea centrorum, ſed in a c, cum ſuppoſitum ſit lineam a d eſſe lineam centrorum: maior eſt ergo portio g c e, quam reſiduum, ergo deſcendet in b. Cubus verò non deſcendet, niſi cum dimidium d addito, quod intercipitur inter lineam mediam, & quæ à centro mundi ad punctum medium contactus vſque quò perueniat ad oppoſitam partem, eam habuerit proportionem ad idem medium eadem portione detracta, quem iuncta proportioni anguli declinationis ad reſiduum recti dimidiam proportionem efficiat. Eademque ratio aliorum planorum. Dico præterea quòd motus ſphæræ, & etiam corporum rectarum ſuperficierum in deſcenſu alius eſt æqualis, & alius inæqualis; & quaſi à latere, velut ſi angulus vnus prolabatur, ac fiat circumuolutio: cum ergo facilius fiat hoc, & maximè ſi non retineatur æqualiter, & difficile ſit in medio retinere, propterea prolapſus hi melius retinentur duobus vinculis, quàm in medio, non ſolum ob hanc æqualitatem, & complexum meliorem, ſed etiam, quod omnes motus, omnes ponderum nixus faciliùs cohibentur, & deducuntur diuiſi in partes, quam ſi toti contineantur, aut vi trahantur. Et ideò vincula in ramicibus duplicia dextra, & ſiniſtra ſcilicet in eadem parte tamen longe ſunt meliora etiam ferreis, quæ ſolum in medio nectantur.

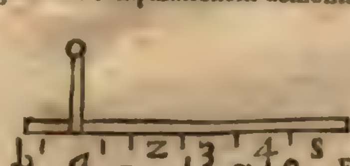


Cor. 1. Ex hoc etiam ſequitur, quod cùm omne graue ſponte ſemper appropinquet centro mundi, & a ſi moueretur per planum e, magis remoueretur à centro mundi, vt per e c per ea quæ diximus, & quoniam linea ex centro mundi ad c longior eſt, quam ad e, multò poteſt enim eſſe, vt in proportione diametri quadrati ad latus eius, & etiam maior, ergo poterit eſſe adeo parum decliuis linea c d, vt c punctus magis diſtet à centro mundi, quàm d & tamen feretur ex d in c motu naturali, vt demonſtratum eſt, ergo per purum motum naturalem poterit a remoueri à centro mundi. Hoc volui proponere, vt intelligeres in plano vero c e non moueri à ſponte, quia e neceſſario altior eſt d: ſi ergo mouebitur, non erit c e recta, ſed pars proportionis circuli ſuperficiei terræ, quæ ſenſu à recta diſtingui non poterit. Hoc ergo eſt primum, ex quo ſequitur.

Cor. 2. Quod aliquid poterit videri decliue, in quo non deſcendet imo erit, vt potè ſi aliqua linea obliqua eſſet inter c e, & f e, illa eſſet decliuis ſpecie, & re, & tamen graue in illa non deſcenderet, quia à centro mundi magis remoueretur: hoc tamen eſt perdifficile factu, & maximè in parua diſtantia, vel etiam vnius miliaris. Atque hæc in leuigatis.

Propoſitio nonageſima ſecunda.

Proportionem ponderis æqualis iuxta longitudinis comparationem demonſtrare.



Com. Hoc eſt, quod Archimedes reliquit intactum, cum eſſet maximè neceſſarium, & oſtendit magis abſtruſa, ſed pace illius dixerim minus vtilia. Cum ergo ſumpſiſſem

virgam

virgam b f ponderis vnciarum xxiij, fuiſſet b a vigeſimaquarta pars, b f pondus æquilibrij in b appenſum librarum vigintiſex cum dimidia: fuit igitur proportio ponderis c f ad pondus f b, vt tredecim ferme ad vnum. Et rurſus feci ab quintam partem a f, & fuit a b vnciarum quatuor, & pondus quod æquauit librarum quatuor, ideò duplum ad pondus b f, ſicut c f ad c b: conſtat enim quòd pondus appenſum eſt æquale ponderi c f. Et rurſus poſui b a quartam partem b f, & fuit pondus, quod æquauit in b duæ libræ: ex quo manifeſtū eſt, quod proportio c f ad c b eſt ſemper velut ponderis c f ad totam b f. Et hoc eſt, ac ſi dicamus quòd proportio ponderis c f ad totam eſt confuſa ex proportione c f ad c b, & c f, quod eſt 1 p. Id etiam declaratum eſt in primo de Subtilitate. Proponatur ergo lemma, (Ex 18. diff.) iam ſic proportio pōderis c f ad pondus b c, eſt primum vt longitudinis c f, ſi eſſet ſuſpenſa in medio ad longitudinem b c, quia ſupponuntur proportione ſimiles ſuis longitudinibus magnitudines, & pondera. At c f ſuſpenſa in c, tantò eſt grauior pondere proprio, quantò proportionis longitudinis c f ad c b quadratum, quia in ſe ducitur proportio: igitur proportio ponderis c f in loco ſuo ad b c pondus eſt confuſa ex proportione longitudinis c f ad c b, & quadratus eiuſdem proportionis longitudinis c f ad c b. Sed quadratum proportionis longitudinis c f ad c b eſt æquale producto proportionis longitudinis c f in ipſam c f, propterea quòd ex proportione longitudinis c f ad c b in ipſam c b fit c f, igitur proportio ponderis c f ad pondus c b eſt confuſa ex proportione ponderis c f ad pondus c b, & proportione ponderis c f alicuius ſe habentis ad pondus c f, vt c f longitudo ad longitudinem c b, igitur proportio ponderis c f ad pondus b f, vt c f ad c b in longitudine, quod erat probandum.

Propoſitio nonageſima tertia

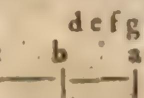
Proeter quid in concuſſione etiam leui nauis loco moueatur oſtendere. Vnde manifeſtum eſt, duas naues ſibi inuicem occurſantes retrocedere, & quantū retrocedāt ambæ. (Com.)

Proponatur, quod proportio motus grauis in a d graue in aqua ſit, velut proportio ponderis attracti in terra ad denſitatem aquæ cum profunditate, nam vbi pondus ſupernataret aquæ, quia aqua eſt rotunda, eſt ac ſi tangeret in puncto. Quare per demon- (Propoſ. 40.) ſtrata ſuperiùs mouebitur à quacunque vi, ergo nixus contrarius aduenit ob profunditatem, & aquæ denſitatem, ſed quanto aqua denſior eſt, tanto minus nauis deſcendit, & quanto minus denſa tanto magis: ergo pari modo fermè redduntur mobiles, & in aqua dulci & ſalſa, vbi naues ſint ſimiles forma, pondere, magnitudine. Quia ergo neceſſe eſt tabulam nauis eſſe duriorem, quam aqua ad reſiſtendum, ergo pars maior ictus mouebit primo nauim, quam tabulam penetret: cum ergo quod facilius eſt, præcedat. difficilius ergo naues vtrinque mouebuntur, & quia inter duos quoſcunque motus contrarios non eſſe eos, vt vtar vocabulo Auerrois quinto Phyſicorum, neceſſe eſt, vt intercedat quies media, & in quiete ab ictu, vt viſum eſt ſuperius, oportet, vt quod excipit ictum (Propoſ. 74.) vel loco moueratur, vel cedat, & ictus penetret, vel aër non condenſetur ob tarditatem vltra metam, nec retrocedere poteſt ex ſuppoſito, & ictus eſt magnus, clarum eſt, quod oportet, vt cedat, & ſi durum ſit confringatur. Proportio ergo receſſus ad ictum eſt vt temporis & magnitudis partis, quæ cedit, & retroceſſus poſito ictu tanquam monade.

Propoſitio nonageſima quarta.

Si quantitas aliqua nota atque proportio erit producta quantitas nota ſimiliter. Et ſi duæ proportiones notæ fuerint, erit producta ex his atque diuiſa, coniunctaquo atque detracta nota. Et ſi fuerit totius ad partem proportio nota erit, & ad aliam partem nota, & alterius partis ad alteram vno minor. Et ſi fuerit partis ad partem, erit ad totum monade minor atque nota. Et ſi fuerit vnius quantitatis ad duas quantitates proportio nota, erit & confuſa ex eis nota. Et ſi fuerint trium quantitatum omiologarum, aut quatuor analogarum, omnes præter vnam cognitæ erunt, & illa alia cognita.

Sit quantitas a b & ducta in d proportionem, producat c b: dico quod duobus quibuſlibet ex his cognitis, erit cognitum tertium: nam cognitum quodlibet dicitur in comparatione ad ſimpliciter cognitū, quod eſt vnum per ſe omnibus cognitum. Ob id Arithmetica eſt prima omnium diſciplinarum, quia habet principium cognitum, & id, quod eſt, ad principium comparatum cognitum in illius comparatione: neque aliter cognitum dici poteſt. Quia ergo d cognita eſt, erunt monades, & partes cognitæ in ea: aliter non eſſet cognita b a, igitur cum cognita ſit erit cognita per ſingulas monades, quanta ſit. Et ſi diceres quòd b a non eſt cognita per partem monadis: dico quod pars monadis non eſt incognita, quia cum monades ſunt cognitæ, eſſet d incognita. Omnes enim, quod componitur ex cognito & incognito, eſt incognitum, quia cognitum ſolum ratione partis cognitæ. Si ergo pars monadis eſt cognita, erit pars a b quælibet prout ex monade componitur ſimpliciter cognita. Supereſt, vt ſolum pars partis: & dico quod illa etiam eſt cognita: quia ſi pars abeſſet, monas eſſet cognita: eſſet enim pars ipſa. (Com.) (Ex ſecundâ animi communi ſententia.)



Sed ſi ſit pars, erit ſumpta ſecundum partem monadis ipſius, ideò erit cognita iuxta nomen, velut dimidium eſt dimidium monadis, dimidium tertiæ partis monadis eſt cognitum, quia tertia pars eſt cognita, & ſcimus, quanta pars aſſumatur illius. Ergo ſi a b, & d cognitæ ſunt erit & b c, quod eſt primum. Per hæc eadem probantur quatuor ſequentes partes eodem modo. Sexta ſic: ſit proportio a c ad c b, nota igitur in comparatione ad monadem, ſed proportio a c ad

ad c b b a eſt monas, igitur proportio a c ad a b nota eſt, quoniam aliter non poſſet dici proportio a c ad b c nota. Aliter, ſit proportio a c ad c b e nota, ex ſuppoſito igitur conuerſa nota quæ ſit f ex f, igitur in a c fit b c ex g in a c, fiat a b ergo ex a c in f g fit a, c igitur f g eſt monas, f autem nota eſt, igitur in comparatione ad mona-

Per demonſtrat. 12. Propoſ.

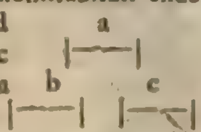
dem, ergo reſiduum g notum. Cum verò proportio a b ad c b componatur ex proportione a b b c ad b c, & proportio b c ad b c ſit monas, & proportio a c a d b c nota erit proportio a b ad b c cognita, &

Per 1 Pet.

monade minor proportione a c ad b c. Per idem octaua pars demonſtrabitur. Inde ſit proportio a ad b, & ad

Ex demonſt. 12. Propoſ.

c nota, erit ergo b, & c ad a nota, quare b c ad a nota, ſed hæc eſt conuerſa ad b c confuſa, igitur proportio a ad b



Per 14. Propoſ.
Per 3. Petit.

confuſa nota eſt. Vltimum ſit, ſint a b c omiologæ, & ſint a & b notæ duo, quod c nota eſt, nam a b, ſi notæ ſunt, nota eſt proportio earum. Ergo & proportio b ad c ergo per primam partem huius cum ſit b nota, exit &c. Et ſi ponantur a c notæ, dico, quod, b nota erit: nam proportio a c ad c nota eſt, quæ ſit d, igitur d ad monadem vt a

Ex 2 Animi ſententia.

ad c, ergo latus notum erit, quod ductum in c producit b, b igitur nota. Et ſimiliter in analogis ſint a b c notæ: & ideò erit proportio a ad b nota ergo c ad d. cumque c nota ſit, ergo per primam partem huius erit d nota, quod fuit demonſtrandum.

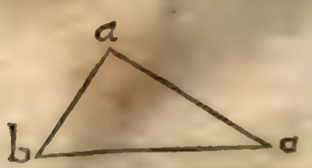
Propoſitio nonageſima quinta.

Cuiuſuis trigoni rectanguli, aut cuius duo anguli ſint in duplà proportione, aut qui circulo inſcriptus ſit cognita quantitate vnius lateris in comparatione ad demetientem, ſi proportio duorum laterum cognita fuerit, erunt omnia eius latera cognita.

Com.

Propoſ. 97.

Non cognitione propinqua aſtronomorũ, de qua abunde ab Heber tractatum eſt, ſed de exacta, de qua ſuperius egi nunc ſermo eſt: ſit igitur primum a b c trigonus orthogonius: & ſit a rectus, & proportio duorum laterum cognita, dico, quod omnia latera co-



Per. 47 primi element.

gnita erunt: nam ſit proportio, gratia exempli, a b ad b c, erit ergo quadrati a b ad quadratum b c cognita, quia duplicata: at quadrata a b, & a c perficiunt quadratum b c, igitur proportio quadrati a b ad a c & eſt 1 p: cognita erit, quare & a b ad a c, & eodem modo a c ad b c: quod eſt primum. Exemplum, ponatur b c dupla a b, erit a b quadratum ſub quadruplum quadrato a b, quare ſubtriplum quadrato a c igitur ſi a b ponatur 1. b c erit 2, & a c ℞. 3. Rurſus ponatur angulus b duplus angulo c qualiſcũque ſit, erit per demonſtrata ſuperius proportio a b b c ad a c, vt a c ad a b, ſi igitur nota ſit proportio a c ad a b, erit nota proportio a b b c ad a b per præcedentem. Ergo per eandem omnia nota ſcilicet b c ad b a, & b c ad c a. Et ſi eſſet nota proportio a b ad b c, dico, quod eſſent nota omnia, nam nota eſſet a b, & b c, & quod fit ex a b in ipſum aggregatum. Sed hoc eſt æquale quadrato a c

Per 17. ſexti Elem. Propoſ. 17.

igitur notum eſt quadratum a c ergo a c: igitur proportio a b b c ad a c, & a c a d a b. Vt ſi a b eſſet 4 b c 5, eſſet a b b c 9 ducta in a b quæ eſt, fit 36, cuius latus eſt b a c ſcilicet. Et ſi eſſet trigonus aliquis in circulo, cuius proportio duorum laterum ſit cognita ad dimetientem relata, ſequitur per demonſtrata ſuperius, quod etiam tertium latus erit cognitum in comparatione ad eadem, & ideo etiam proportio illorum laterum ad vnguem cognita erit.

Multa præterea cognita eſſent in hoc genere, quæ nunc prætermitto, quia non ſunt ad finem neceſſaria. Alia præterea per diligentem inquiſitionem maioris artis quam alias edimus, tum verò etiam per nouas demonſtrationes.

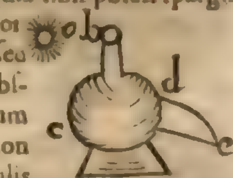
Com.

Propoſitio nonageſima ſexta.

Cum in perſpicuum denſum radij luminoſi inciderint, quatuor fiunt luminis genera.

Com.

Sit ſol a, & perſpicuum denſum, exempli gratia; vt ampula magna aqua plena b c d, & ſi ſit rotunda accendit ignem ex aduerſo vt in e. Dico ergo in b c d eſſe quatuor genera luminis. Primum quod eſt validius, & recta tranſit, validius enim eſt, quod tranſit quàm quod tranſire non poteſt, & etiam quia, vt dixi, ignem accendit. Secundum eſt quod colligitur in ampula, & deinde ſpargitur circum circà, nam id validius eſt, quia penetrat, & reſilit quàm quod non penetrat, aut ſi penetrat, non ſpargitur, & hoc diffunditur circa vas, nec reflectitur rectè, ſed quaſi intro colligitur, & diuerſa ratione diffunditur, eſt tamen imbecillius primo, vt dictum eſt. Tertium genus eſt, quod illuminat intus ingrediendo, ſed non ſpargitur. & hoc eſt debilius ſecundo, quia non poteſt ſpargi. Quartum eſt, quod non ingreditur omnino, ſed reflectitur, iſtud eſt abſque dubio imbecillimum quoniam penetrare non poteſt.



Et licet in ſpeculis concauis radius reflexus videatur eſſe validior, ſtatim enim accendit ignem, hoc non contingit, niſi quia in ſpeculo cauo radij omnes colliguntur ob opacum, quod à tergo eſt neque ſparguntur, neque tranſeunt, neque combibuntur, vt ita dicam ſed omnes reflectuntur. Ex quod colligitur quincuplex ordo radiorum iuxta rationem virium, primus eſt reflexorum à ſpeculo cõcauo, & his ſunt potentiſſimi ob rationem dictam, poſt quos ſunt radij, qui tranſeunt per perſpicuum maximè rotundum, qui & ipſi generant igné & debiliorem primo, deinde reliqui tres ſequentes ſupradicti. Sextus eſt radiorum, qui reflectuntur à rebus non nitidis, vt à muris.

&

& tabulis, nam omnia dura reflectunt & etiam mollium pleraque, & hæc reflexio eſt ferme infinita, & ob id cubicula etiam in angulis illuminantur.

Cor 1. Ex hoc ſequitur, quòd Luna remittit lumen, non reflectit, nam ſecus non illuminaret totum orbem, ſed ſolum portionem oppoſitam Soli, & hoc etiam raro, ergo combibitur, & illuſtrat circumcirca vbique.

Cor 2. In ſtellis lumen Solis pertranſit, aliter ſi reflecteretur, non illuminaret nos, aut apparerēt, velut cometæ, quia pars vna eſſet clarior reliqua, & ſi combiberent lumen, non viderētur æquè claræ, cum Sol eſſet propinquus, aut remotus.

Cor 3. Luna tota intus illuminatur à Sole, quoniam ſi ante coniunctionem illuminatur à ſiniſtra parte, & combibit lumen per corrolarium primum, & poſt coniunctionem illuminatur à dextra, & combibit pariter lumen, ergo eſt tota naturæ perſpicuæ, ſed videtur obſcura ex aduerſo, propterea quòd radij validiores reflexi illuſtrant illam ex parte Solis, diffugiunt à contraria, quod manifeſte apparet in ampula expoſita Soli. Pars enim clarior verſus Solem videtur, quàm ex aduerſo, hoc autem longè magis in Luna ob diſtantiam.

Cor. 4. In omni Solis eclipſi fit collectio radiorum ad aſpectum, & ideò in regione illa, in qua centrum Solis integitur à centro Lunæ, & vbicunque fit, fit incendium per tertium corrolarium. Hoc autem fit ſemper in quauis coniunctione, & dum Luna ſilet in regione aeris, ſed tertis non ſecundum centrum, verùm ad latitudinem, & ad Orientem ante coniunctionem cum Sole, & ad Occidentem poſt: ſed centra non ſunt in linea viſus.

Cor. 5. Ex hoc ſequitur, quod oportet ſubſtātiam Lunæ eſſe valde claram, cum videamus ab ampula tam paruum lumen diffundi, & rarum, à Luna verò in vniuerſum orbem, & tam copioſum, vt neceſſarium ſit ſubſtantiam Lunæ eſſe denſam, & lucidam valde.

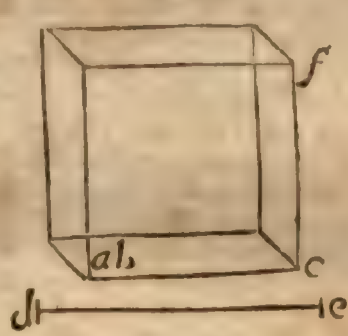
SCHOLIVM.

Et ſi quis dicat, quòd ſi incendiū illud fieri poſſet in hora eclipſis, ſequeretur, quòd vt in ampula in medio Lunæ videretur magnus ſplendor, referens corpus Solis. Propterea dico, quòd vel accidit, quia homo non poteſt ea hora intueri Solem, & etiā eſt impeditus à radiis circumſtantibus, cuius indicio eſt, quod in ſpeculo poſito in aqua, ſimile videtur ſtellulæ in centro Lunæ: & hic eſt ſplendor Solis collectus in centro Lunæ, poſſet etiam dici, quòd Luna circa medium propter maculam non admitteret lumen, & ita eſſet inæqualium partium.

Propoſitio nonageſimaſeptima.

Motum inuerſionis in figuris in comparatione ad motum ſphæræ in plano inueſtigare.

Com. Voco motum inuerſionis, qui ſimilis eſt motui ſphæræ, ſcilicet circumuertendo graue à vertice, & manifeſtum eſt, quòd in quacunque figura, qua graue inſidet plano per punctum velut ouata, ipſum mouetur à quauis vi, ſed ſi inſideat per ſuperficiem, quanto maior eſt, & humilior, Per 40. tāto difficilius mouetur, ideoque in corpore viginti baſium, quòd inter regularia vocata, plures habet ſuperficies, pro ratione æqualis ponderis, motus erit longè facilior. Alia cauſa eſt inæqualitas partium, vnde quæ rotunda ſunt, quia prominent, facile mouentur, & cum partes mediæ inſiſtant plano, quanto minores erunt tantò facilius mouebuntur ratione ponderis. Vnde patet, quòd corpora ouata facilius mouentur, etiam quàm ſphærica, habent enim partem mediam minorem, & paria ſunt ratione inceſſus plani, ſed aëris multitudine tardius, quoniam enim ſphæra ſub æquali ambitu plus continet corporis: ergo ouatū æquale ſphæræ habet maiorem ambitum ipſa ſphæra. Hæc autem à Theone partim demonſtrata ſunt, partim ab Archimede, & partim à nobis, ergo motus ouati eſt fermè æqualis motui ſphæræ, & tardior eſt con-

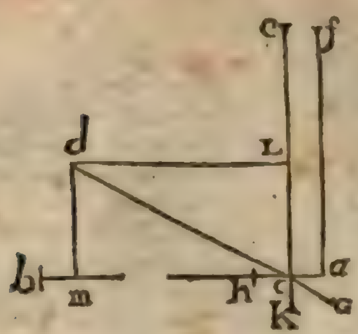


ciatus, quàm ſphæræ, quia à maiore excipitur aëre & partes exteriores non ita incumbunt in medium ſecundum longitudinem. Cubus verò tardior eſt propter æqualitatem, & latitudinem ſuperficiei inferioris, omnium autem minime propter has cauſas conus ambligonius, & quanto magis fuerit, ratio verò eleuationis eſt, vt ſit cubus b c, cuius medium grauitatis ſit b ſuper plano d e, & eleuetur ex a, & manifeſtum eſt, quod inſidebit per totam lineam c f ipſi plano & proportio grauitatis totius ſuſpenſi in comparatione ad grauitatem eius, qui inuertit, eſt, velut proportio partis terminatæ ad lineam c f verſus eum, qui eleuat ad partem, quæ vltra eſt, cum verò hæ partes notæ ſint iuxta perpendiculum ex centro grauitatis, manifeſtum eſt, quod ſciemus pondus corporis a b c f, dum inuertitur in quocunque ſitu ad pondus eius, dum ſuſpenditur, & clarum eſt, quòd cùm centrum & medium grauitatis fuerint in vna linea per c f, tunc nulla erit grauitas.

Propoſitio nonageſima octaua.

Proportionem ponderum æqualium per differentiam angulorum inuenire.

Com. Sit a b, quæ ſi appenſa eſſet ad æquidiſtantem terræ ſuperficiei, nulla vi poſſet



Per Cor. 2. 45. Propoſ. eleuari, inflectatur ergo ad c punctum, omiſſa c g, & manifeſtum eſt, quod ſi b c inſiſteret ad perpendiculum, ponderaret a c ſi eſſet in æquilibrio, ponatur ergo accliuis in c d per notum angulum. Quia igitur b c ad c a nota eſt, erit dicta ſuperiùs notum pondus b h, poſita h c æquali c a, quare totius a b, & iam fuit c k notum, & punctus d notus: hoc enim infrà demonſtrabitur, qualis igitur proportio lineæ tranſuerſæ d l ad lineam deſcendentem d m, talis differentiæ ponderum c m, & c e, id eſt partis ad partem, hæc autem inferiùs demonſtrabuntur. Neque enim abſurdum eſt in materiis miſtiś, aliquando vti nondum demonſtratis cum fuerint mathematica, quia obtinent principij rationem, quod etiam facit Archimedes. Manifeſtum eſt autem, quod in angulo m c d recti dimidio, proportio media erit. Sed hoc bifariam contingere poteſt ſcilicet, vt ſit media, per quantitatem, & per proportionem, eſt autem media, vt demonſtrabitur infrà ſecundum proportionem l d ad l e, proponatur ergo c e b, erit latus quadrati ℞ 72. igitur latus octogoni eſt ℞ v:72. m: ℞ 2592, & latus reſidui ℞ v:72 p: ℞ 2592. quadrata ergo partium baſis differunt in ℞ 10368. Quare partes baſis ſunt 6 p: ℞ 18, & 6 m: ℞ 18. ſcilicet l e, l d autem eſt ℞ 18, igitur differentia, & proportio eſt, qualis ℞ 18. ad 6 m: ℞. 18. ferme, vt 17. ad 7, & talis eſt proportio ponderis c d ad pondus c e ratione incrementi, ſeu differentiæ. Vt ſi pondus in c e eſſet decem librarum in c in quadraginta erit in c d triginta vnius cum quarta, ſed proportionis ratione eſſet viginti octo cum tertia.

(Margin: Per 86. Propoſ. — Propoſ 99. — Propoſ 97. — Propoſ. 98.)

Propoſitio nonageſimanona.

Proportionem grauitatum per multitudinem ſuppoſitorum orbium oſtendere.

Com. Omne, quod mouetur, mouetur ſecundum naturam ponderis, quæ in attractione, vt demonſtratum eſt, æqualis eſt dimidio ſuſpenſi, cum ergo diuidatur in multiplices partes motus vniuſcuiuſque, eſt ſecundum dimidium illius partis, vt, ſi ſint ſex rotæ in curru det, quod vehitur, ſit pon-
Per. 40. dus ſexaginta librarum, vnaquæque rota habet pondus quinque librarum, ſcilicet diuiſo triginta per ſex, & quia quodcunque mouetur ſphæricè non habet pondus niſi quantum premitur axis, ideò pondus ſexaginta librarum in vehendo redditur læſus quanto proportio producta minor eſt additione. Exemplum, ſit deductum pondus ſexaginta librarum per ſex rotas ad vigintiquatuor, quia ſi rotæ poſſent circumduci, vt in inuerſione dictum eſt, & eſſent æquales, & in ſolido æquali, ac duro, nulla vi mouerentur, ſed quaſi per ſe, ergo ſuppoſito pondere viginti quatuor librarum aſſumemus vnamquamque partem, & ducemus eam in ſeipſam, ſcilicet detraham quintam partem ex toto 30. fit 24. duc 30. in ſe, fit 900. duc 24. in ſe, fit 576, proportio vt 25. ad 16, at diuiſo 30. in ſex partes, fit 5. detrahe quintam partem, fit 4. duc in ſe, fit 16. duc in ſex, fit 96. igitur proportio 900. ad 96. eſt vt 25. ad $2\frac{2}{3}$, quod ergo erat 16. factum eſt $\frac{1}{6}$ proportio ergo decreſcentis maior eſt diuiſo per plura. Sed plerunque additis rotis creſcit pondus, nihilo ſecius, redditur etiam leuius. Sed & de hoc in ſequenti.

Propoſitio centeſima.

Proportionem grauitatis ponderum attractorum per trochlearum numerum inueſtigare.

Ariſtoteles in Mechanicis cenſet cauſam leuitatis trochlearũ eſſe in pondere eleuando, quòd pondera auxilio vectium facilius mouentur, quàm manibus. Rotulæ verò in trochleis vectes ſunt, & axis miſta hypomochlij, ergo facilius pondus trahitur per vnam rotulá, quàm ſi manu traheretur, at verò per duas tres, vnde tris paſſus longe facilius, & etiam facilius per quinque, vnde pentas paſſus, nam quinque orbiculis, quaſi totidem vectibus diuiſũ pondus manifeſtè fit leuius, & vt dictum eſt, tanquam totidem vectibus pondus eleuatur, eſtque proportio producta, ſemperque prior hypomochilij locum habet, verũtamen minus aſſumit laboris, poſterior verò vectis maiorem partem ſibi ponderis ſeruat, velut in ſuccula etiam iugum traiectum per plures colopes facilius, vertitur. Et ſi quis dicat nõne totum pondus inſidet primæ trochleæ per trochleam, intelligo nunc ſolùm rotulam cum ipſo axe, ſeu axiculo (vt dicunt) non autem in proprio ſignificato, in quo etiam funis traiectus, & inſidens rotulæ, ſeu rotulis, nam vna trochlea plures cõtinere poteſt orbiculos, & axes. Licet ergo pondus inſideat primæ trochleæ, ſeu rotulæ, in eo tamen, quod trahitur, diuiditur, licet non æqualiter dico, præter id funis motum intendi, nam motus actionem auget, & ideò quanto longior, eò facilius mouet ob concuſſionem, demũ quia leuis eſt rotula circa axem, vt plus vecte poſſit.

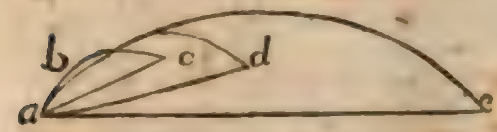
(Margin: Com. In Mechan. Quæſt 18.)

Propoſitio centeſima prima.

Proportionem precij gemmarum ex tribus in eodem genere cognitis inuenire.

Solent gemmarij vendere adamantem ponderis vnius grani vno coronato, duorum autem granorum tribus coronatis, quatuor autem, gratia exempli, quadraginta coronatis, quæritur quantum valebit adamas octo granorum,

granorum, quoniam ergo proportio non ſeruatur. Eſt enim in pondere vtraque dupla, in pretio autem ex prima habetur tripla, ex ſecunda habetur proportio maior, quàm tredecim ad vnum, propterea vtendum eſt proportione propinquiori, ſi ſatis faceret, gratia exempli, in prima additione fuit vnũ granum, & acquiſiuit proportionẽ triplam, in ſecunda fuerunt duo grana, ſi ergo acquiſiſſet ſolum ſexcuplam proportionem, haberemus intentum. Propterea in iſto caſu oportet demonſtrare forma Geometrica, ſuppoſito, quòd ſit figura recta ex vno la-



tere a b, ita vt angulus, vel minimus capiat b c æqualem a b, & ex æquali b a c addito fiat b d tripla b c, & ex angulo b a e duplo b a d, fiat b c d e quadragintupla a b, & iuxta rationem erit in infinitum. Siue ſit parabole, ſiue hyperbole, ſeu ſit alia coincidentium.

SCHOLIVM.

Et nota, quod ſi res hæc eſſet naturalis, oſtenderet infinitum in rebus ex regula dialectica, ſed quia ex voluntaria, nullas habet vires.

Propoſitio centeſima ſecunda.

Proportionem motuum inuerſionis, & attractionis in plano inuenire.

Et ſit, vt aliquid inuertatur, declaratum autem eſt ſuprà, quid ſit inuerſio, & quàm diuerſa ſit rurſus, & quòd attractio eſt dimidium ponderis eleuati. Cum ergo conſtet in inuerſione, quanta ſit proportio ponderis ſuſpenſi ad pondus inuerſum, & pondus ſuſpenſi ſit duplum ponderi attracti, ſequitur, vt diuiſa proportione ponderis ſuſpenſi ad pondus inuerſum per medium cognoſcatur proportio attractionis ad inuerſionem.

Com. Propoſ. 85.

Propoſ. 61.

Ex hoc ſequitur, quod aliquod pondus trahi poteſt, quod non poteſt inuerti, hoc autem indiget longa declaratione, quam docebimus inferiùs: & tamen attigit hoc raro.

Com.

Propoſitio centeſima tertia.

Proportionem eorundem in accliui demonſtrare.

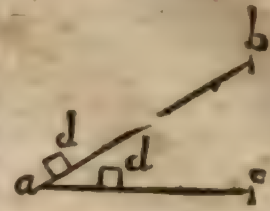
Dupliciter poteſt intelligi, vel deſcendendo, vel aſcendendo. Sed ego nunc loquor de aſcenſu, contraria ratione intelliges de deſcenſu, & circa inuerſionem demonſtrata eſt proportio eius iuxta angulum aſcenſus, & ſimiliter declarabitur de proportione attractionis iuxta eundem angulum aſcenſus, & nuper declarata eſt proportio inuerſionis in plano ad attractionem, ex quibus ſequitur per ea, quæ dicam inferius, quòd proportio cuiuſuis mobilis inuerſi ad attractum ſub quibuſcunque angulis nota erit.

Com. Propoſ. 71.

In ſequenti.

Propoſitio centeſima quarta.

Proportionem motus attractionis in decliui ad motum in plano determinare.



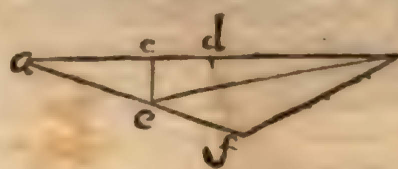
Si ab accliue, ſeu decliue in quo d ad attrahendum, cuius nota eſt ex ſuperioribus difficultas in plano ratione figuræ conſtante, ergo ea quęritur proportio aſcenſus, & quoniã terminus ad perpendiculum eſt dupla proportio, & iam grauitas in plano eſt dimidium, ideò quicquid acquiritur in eleuatione eſt in comparatione ad illud dimidium, cum ergo attractio ſecundum eãdem proportionem augeatur, ergo ſemper maior difficultas augebitur, ergo ab initio minimum erit diſcrimen ab attractione in plano. Exempli gratia ſit, vt graue d in plano ſit, vt quinque & ſuſpenſum decem, ergo in medio angulo erit penè ſeptem, ſed ſeptẽ minus longe diſtant à quinque, quàm decem ad ſeptem, ergo in ſecunda parte plus longè augebitur difficultas attractionis ſupra difficultatem in medio angulo accliui, quàm in prima parte à plano ad medium accliue, & quoniam planum in plano deſcendit, tanto vehementius, quanto difficilius attrahitur, ergo planum in decliui ſublimi lõge maiore impetu feretur infrà quã ſit proportio anguli ad angulum. Exempli gratia, planum in medio angulo, ſi incipiat deſcendere in dodrante multo lentius, quàm pro dimidio virium deſcenſus totius anguli, imò initium deſcenſus eſt à medio recti ad vnguem, vbi omnia plana ſint, & duriſſima, & cauſa huius eſt quia omne graue tendit ad centrum, quòd maior pars ipſius grauis eſt vltra medium grauitatis in decliui humiliore.

Com. Ex 61. & 64 Propoſ.

Propoſitio centeſima quinta.

Proportionem ferentium pondus in pertica inuenire.

Com.



Hæc proponitur etiam à Philoſopho, & ponatur a b, & ſi pondus ſit in medio d grauat æqualiter vtrunque, nam in hoc conſentit experimentum cum ratione, at verò ſi ponatur in c ita, vt b c ſit tripla b a viderentur a & b, tanquam hæpomochia, & pondus ipſum b, vt grauior eſſet c b, quam c a. Ariſtoteles, ſeu author ille hoc videns bifariam reſpondet, primum quòd hoc eſt inuerſum inſtrumentum, cum in cæteris motor ſit ex aduerſo hypomochlij, hic in ipſo, geſtans enim mouet & hypomochlij inſtar eſt hũmerus. At hoc verum nõ eſt: quod mouet enim eſt pondus, & eſt in c: nam a, & contingit moueri: quia ſi ſtarent, idem ſequeretur. Secunda reſponſio eſt, quod vtrunque

Quæſt. 59. Mechanic.

Propoſ. 45.

Propoſ. 105.

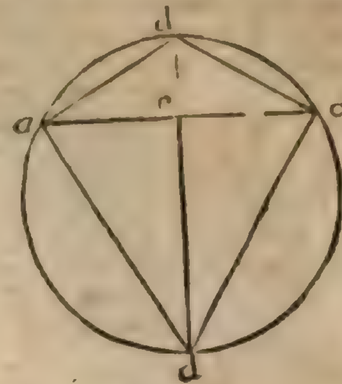
premit ſcilicet ferentes & pondus, & quod qui longior eſt ab hypomochlio facilius mouet, & redit ad idem fermè: nam in c conſtituitur, quod moueri debet, capita vectium ſunt a, & b: motus autem eſt ipſum ſuſtinere pondus. At hoc non videtur, quoniam ratio, qua vectis longior facilius mouet, eſt ambitus magnitudo, ob quam motus redditur tardior, & ideo leuior: igitur non eſt hoc verum de motu occulto, ſicut eſt grauis prementis, ſed circumducente, cum in occulto velut in ſtatera contrarium accidere docuerimus alias. Quidam dixere b premere c verſus a, a contra verſus b, & ideò grauari magis a a b, quam b ab a, quia maiorē vim habet b e, quam a c. Iſtud falſum eſt bifariam. Primum, quia & ſi a, & b ſint in æquilibrio, vt nec vnus in alterum incombat, nec impellat, ſed tantum ſuſtineat nihilo ſecius res vera eſt. Et etiam quia non eſt verum, quòd qui longius incumbit, maiorem vim inferat. Propterea dicendum eſt, quòd qui ex communibus propria nituntur demonſtrare, omnes corrumpunt diſciplinas. Nihil deterius eſt his monſtris. Nam etſi hæc ratio vera eſſet: non tamen reddit cauſam, quia non eſt ex proprijs principijs. Dico ergo, quod ſi c deſcendat in e, per perpendiculum deſcendet, igitur d b eſt longior d a, quare angulus e a b maior e b a: igitur pondus c plus deſcendit comparatione a, quàm b, ergo plus grauat c ipſum a quàm b, ſeu ex cauſa, quod magis premat, ſeu ex effectu, quod magis deſcenderit. Cauſa ergo erroris eſt, quod ſi ponatur angulus f b a æqualis angulo f a b, & ponatur b f æqualis b c, tunc in eodem tempore, in quo tranſit dimidium c in e, tranſibit aliud dimidium c in f, quia ſeparatæ partes grauiores ſunt in c b, quàm c a, propter diſtantiam ab hypomochlio, ſed tunc velocius mouentur, & angulus fit æqualis. Sed quando pondus eſt vnum, & c deſcendit ad e, cum deſcendat inæquali tempore, & peragat maiorem angulum comparatione a, quàm b, ſequitur, vt velocius moueatur comparatione a quàm b. Ergo ſi non mouetur, cum omnis potentia ſit ſimilis actui, tum quia ab eo producitur, & effectus eſt ſimilis cauſæ: tum quia eſt initium actus, igitur etiam quod a b non inclinetur, nec deſcendat, grauius erit pondus, comparatione a quam b, quod erat demonſtrandum.

Ex hoc ſequitur, quòd aliqua iuncta erunt grauiora reſpectu vnius, quæ erunt mutato ordine diuiſa leuiora. Quoniam diuiſa quæ longius diſtant, æqualem, aut maiorem angulum faciunt, iuncta minorem.

Propoſitio centeſima ſexta.

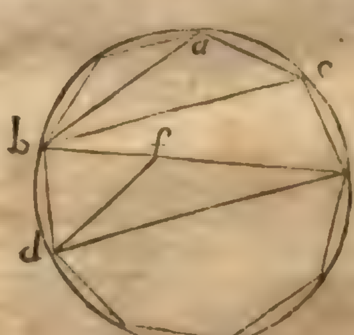
Quales proportiones angulorum doceant laterum proportiones. Atque viciſſim determinare.

Sit circulus a b c, cuius dimetiens, nota b d ſit b, erit ergo latus exagoni a b dimidium b d, id eſt 3. igitur cum angulus a ſit rectus, erit a d ℞ 27. latus trianguli. Et latus quadrati per eandem ℞ 18. Vt latus exagoni ſit ℞ 9 Quadrati ℞ 18. Trianguli ℞ 27. & ita poteſtate ſe habent hæc vt 1. 2. 3. Et ſunt nota. Et quia latus d e c agoni eſt ℞ $11\frac{1}{4}$.



m, $1\frac{1}{2}$ & ipſum erit notum. Quare latus pentagoni eſt ℞ v $22\frac{1}{2}$. m: ℞ $101\frac{1}{4}$. notum. Et iam notum fuit latus eptagoni. Habebimus igitur latera Trianguli quadrati pentagoni, & eptagoni æquilaterorum nota: & etiam ſubtenſorum duobus ex his. Sit gratia exēpli, a b 3. & b c ℞ $11\frac{1}{4}$. m: $1\frac{1}{2}$. vt prius, & ponatur b d diameter, erit a d ℞ 27. & c d ℞ v $22\frac{1}{2}$. m: ℞ $101\frac{1}{4}$. quam ducemus in a b, & fiet ℞ v. $202\frac{1}{2}$. m: ℞ $821\frac{1}{4}$. Ducemus itidem ℞ 27. a d in b c ℞ $11\frac{1}{4}$. m: $1\frac{1}{2}$. fiet ℞ $303\frac{3}{4}$. m: ℞ $60\frac{3}{4}$. hoc totum diuide per 66. quæ eſt b: fiet a c ℞ $8\frac{7}{16}$ m: ℞ $1\frac{1}{16}$. p: ℞ v: $5\frac{81}{72}$. m: ℞ $6\frac{1501}{5184}$. Nec credas te errare, quoniam latus pentagoni eſſet, ac ſi angulus b rectus eſſet: ſed quia eſt obtuſus, ideo a c eſt alia linea, & maior latere pentagoni. Et ſimiliter ſi a b, & a c notæ eſſent, vtpote a b 3. vt prius a c 5 dico, quod b c nota eſt: nam a d erit ℞ 27. & quia ex b d in a c fit 30. fiet ex b c in a d pos ℞ 27. & ex a b in c d ℞ 324. m: 9. quad. igitur 30. m: pos ℞ 27 æquantur ℞ 324. m: 9 quad. quare 900. p. 27. quad. m: pos ℞ 97200. æquantur 324. m: 9. quad. igitur 576. p: 16. quad. æquantur pos ℞ 97200. Quadratum igitur p: 36. æquantur pos ℞ $379\frac{11}{16}$ erit ergo b c ℞ v: ℞ $94\frac{10}{64}$. p: ℞ $58\frac{191}{64}$. & ſimiliter ſi a c ſit nota, puta 4. erit a b ſubtenſa dimidio arcus a c nota. Erit enim a e 2. ergo d e 3. p: ℞ 5. & b e 3 m: ℞ 5. igitur a b ℞ v: 18. m: ℞ 180. Igitur hoc modo diuidendo, iungendo, & detrahendo habebimus ex quatuor illis ſimplicibus trianguli quadrati. Pentagoni, & eptagoni innumeras linearum magnitudines in circulo. Et ſimiliter quouis modo, vt dictum eſt, in quauis figura æquilatera, vt-

Per 52. Element.



pote ſuppoſito, quod deſcriptum ſit nonangulum in circulo æquilaterum, quod etiā ent

æquian

æquiangulum, & ſit arcus a b duplus arcui a c, erit angulus a c b duplus angulo a b c, & angulus b a c in portione b d e c ſexcuplus a b c, & triplus a c b. Erit ergo per demonſtrata proportio b a ad a c, velut a c, & c b, ad a b: proportio autem a b arcus ad a c, ex ſuppoſitio maior eſt proportione rectæ a b ad a c, igitur etiam proportione a c & c b ad a b, ergo duo latera trianguli ad tertium minorem habent proportionem, quam arcus ad arcum, quanto rectæ ad rectam minor eſt. Sit rurſus in triangulo b e d quomodolibet modo ſit angulus b d e qua iruplus angulo b e d, & diuidatur d per æqualia ducta d f, erit igitur proportio f d, d e ad f e, vt e f ad f d, ſed e f ad f b vt d e ad d b. igitur proportio b d, d e ad f b compoſita ex proportionibus e f ad f d, & e d ad d b. Proportio igitur b d, d e ad f b, vt producti ex e f in e d ad productũ ex d f in d b. Rurſus ponamus, quod in quadrangulo a b c d primæ figuræ ſit a b 4 b c 3 c d 5 a d 6 dico, quod ſpacium contentum erit notum. Ductis rectis a c & b d quomodolibet, vt ſe ſecent in e, erunt anguli d c a, & d b a æquales, quia in eadem portione circuli a d, & anguli a d e æquales, quia contra ſe poſiti, igitur trianguli a b e, & c d e ſimiles, & proportio d c ad a b, vt c e ad b e, c d autem fuit 5 a b 4, igitur ſi b e ponatur 4 pos c e erit 5 pos. Per eaſdem, & eodem modo a d ad b c vt d e ad e c. igitur poſita c e 5 pos erit ad 10 poſt tota igitur d b 14 pos. Et quoniã eadẽ proportio a e ad e b per eadẽ, & e b fuit 4 pos: igitur a e eſt 8 pos, quare a c 13. poſt productum igitur ex a c in d b, eſt 182 quad. & hoc æquatur productis a b in c d, quod eſt 20, & b c in a d quod eſt 18, totum igitur eſt 38, igitur res eſt ℞ $\frac{2}{91}$. Quare notæ erunt lineæ b e d, a e, & e c, ſed ſufficit, vt cognita ſit a c, vel b d. Per regulam enim triangulorum erunt notæ areæ a b c, & a d e, quare tota ſuperficies a b c d. Et eſt inuentum Scipionis Ferri Bononienſis de quo aliàs. Poteſt etiam inuenta a c vel b d haberi ſuperficies facilius per catheros.

In 16. de Subtil.

Per 3. ſexti Elem

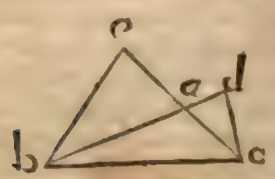
Per 23. ſexti Elem.

Per 21. tertij Elem.

Per 15 primi Elem.

Per 32. primi Elem.

Sit modo obtuſi angulus a b c & nota la-



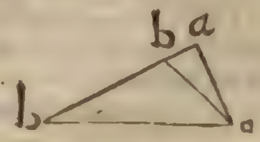
Per 32. primi Elem.

tera ſingula, & angulus a b c, & producantur latera ad perpendiculum, vt ſint d & e recti, & quia anguli ad a ſunt æquales, erunt anguli e b a, & d e a ſemper æquales. Et hoc idem contingit in acuti angulis triangulis intus, & eſt vtile mechanicum: & quia a b c notus eſt, & d notus, erunt anguli trigoni d b c noti: & ſi fuerit angulus a notus, erunt anguli d a c & e a b noti, & ideo anguli e b a, & d c a: & ſemper notum, quod fit ex b a in a d, vel c a in a e, ſunt enim æqualia inter ſe: etiam notæ a d & a e, quoniam duplum horum eſt exceſſus quadrati b c ſuper quadrata a b, & a c.

Quod verò proponitur à Monteregio de cognitione angulorum in triangulis non eſt intelligendum, vt verba ſignificant, ſed ſolum de cognitione quoad vſum tabularum.

Per 12. ſecundi Elem.

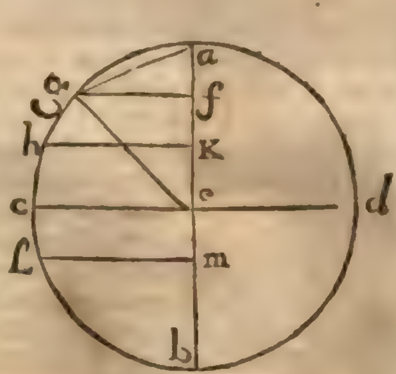
Et iterum ponamus, quòd proportio a c c b ad a b ſit qualis a b ad a c, dico quòd angolus duplus eſt angulo b. Si non ducatur



c d faciens angulum d c b duplum b, erit igitur proportio d c c b ad d b, vt d b ad d c. Maior eſt autem d c, quàm a c, aut æqualis, aut minor: ſi æqualis, igitur maior proportio d c c b ad b d quàm b a, igitur maior proportio b d ad d c quam b a ad a c b d c & æquales ſunt igitur maior d a pars toto, quod eſſe non poteſt. Si verò d c ponatur maior a c, magis ex hoc ſequitur b d maiorem eſſe b a. Quod ſi minor ſit d c quàm a c. Ex demonſtratione ipſius reflexæ proportionis patèt hoc contingere non poſſe. Et ſimiliter patet conuerſas in reliquis etiam veras eſſe, non ſolum in proportionibus notiſſimis angulorum ſed etiam in coniunctione & detractione. Et eſt ex ſubtiliſſimis operationibus, quæ homini in hoc genere eueniant.

Propoſitio centeſima ſeptima.

Si in circulo duo diametri ad rectum angulum ſecauerint: aliæ verò ad perpendiculum ex diamerro exierint ad circumferentiam, ſingulæ ſupra diametrum erunt maiores portionibus reliquis diametri ſuperioribus, infra autem minores. Dimidium autem portionis ſuperioris reſiduum ad centrum maius ſagitta habebit. In aliqua præterea portionis ſuperioris parte, quæ verſus diametrum tranſuerſum poſita eſt, maior eſt differentia partis diametri ei correſpondentis, quam lineæ tranſuerſæ.



Sint duæ diametri a b, c d ad perpendiculum ſecantes ſe in centro, & dicuntur ſuper f g k h, & infra m l ad perpendiculum ſupra a b: dico f g eſſe maiorem f a, & k h k a, & contrà minorem m l, quàm m a. Per octauam enim ſexti, quod fit ex b f in f a æquale eſt quadrato f g,

Per 31. tertij Elem.

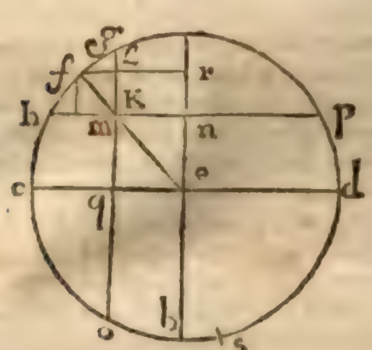
f g , ſed b f eſt maior f g, quia b f eſt maior
per 7. tertij Elem. Cor 3. eiuſdem. e b , & ideo e c g f , ergo f g maior eſt f a,
m l autem minor eſt per eadem e c , quare
e a , multo igitur minor m a , quod eſt pri-
Per 47. primi Elem. mum. Suppoſito etiam , quòd a g arcus ſit
Per Cor. 15. quarti Elem. dimidium a c, dico a f minorem eſſe f e, nam
quadratum e g æquale eſt quadratis f e , &
f g , & quadratum a g quadratis f g & f a
Per 28. tertij Elem. & e g eſt æqualis lateri exagoni , & a g la-
tus octogoni , igitur e g maior g a , & duo
quadrata e f & f g maiora duobus quadratis
f g & f a, detracto igitur communi f g qua-
drato, patet propoſitum.

Cum rurſus ex prima parte huius lineæ f g & k h ſint maiores f a, & k a & ea ſit æqualis e c , neceſſe eſt vt iuxta punctum e augeatur magis linea in ea , quam ſit differentia lineæ tranſuerſæ ad lineam tranſuerſam per communem animi ſententiam , quod eſt tertium.

Propoſitio centeſima octaua.

Punctum æqualitatis differentiæ deſcenſus, & remotionis à centro inuenire.

Com. Per præcedentem moto puncto a verſus c ſemper vſque ad e, c magis diſtat punctum à linea a e , quàm à puncto a verſus , quia linea n h maior eſt n a , & per eandem dum appropinquat ad c cum e c fiat æqualis e a, maius fit incrementum in a e, quam reſpectu lineæ tranſuerſalis. Volo ergo inuenire punctum hoc in quo fit mutatio: & diuido arcũ a c per æqualia in f, & dico illum eſſe punctum quæſitum : accepto quouis puncto in e f, puta k , duco g o h p æquidiſtan



Per 29. primi Elem. tes a b, & c d : eruntque anguli q & n recti
Per 23. tertij Elem. & anguli f e a , & f e c æquales, igitur vtrer-
que dimidium recti : igitur per dicta in
Propoſ 32. & 6. primo Elementorum Euclidis e n æqualis
n k, igitur e q æqualis e n, quare h p æqua-
Per 14. primi Elem. lis g o, ſed quod fit ex o k in k g eſt æqua-
Per 7. tertij Element. le ei , quod fit ex p x in x h, igitur x h eſt
æqualis x g ex eiſdem oſtenditur f l m x
quadratum eſſe. Quia ergo x h eſt æqualis
x g, & x l æqualis x m, erit l g æqualis m
h. Ergo deſcendendo ex g in f, quantum f l
ſuperat l g , tantum deſcendendo ex f in h.
Per 47 primi Element. f m ſuperat m h per communem animi ſen-
Per 47. tertij Elem. tentiam. At f m eſt deſcenſus f in linea a e,
& m h diſtantia, quæ acquiritur in linea
f r , n m enim eſt æqualis f r, igitur n h ex-
cedit f r in h m , & ita a n excedit a r in n r
æquali f m. Quantum ergo in g f , l f exce-
dit l g , tantum in deſcenſu ex in f h , f,
m , quæ refert g l , excedit h m , quæ re-

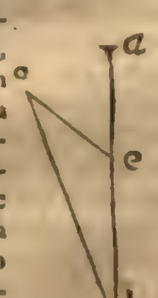
fert f l. Arcus autem f g eſt æqualis arcui f h , quod cum poſſem oſtendere pluribus modis ſatis conſtat , quia chordarum illorum quadrata ſunt inuicem æqualia , quia lineæ f m , & f l itemque m h & l g ſunt æquales , & anguli m, & l recti. Igitur cum ad quodvis punctum in linea e f ſemper linea deſcenſus in parte inferiore eſt maior linea diſtantiæ tanto , quanto per æqualem arcum in ſuperiore linea diſtantia eſt maior linea , deſcenſus ſequitur per regulam Dialecticam quod punctus f, eſt punctus æqualitatis. Per idem diceremus in quarta parte inferiore.

Propoſitio centeſima nona.

Rationem libræ expendere.

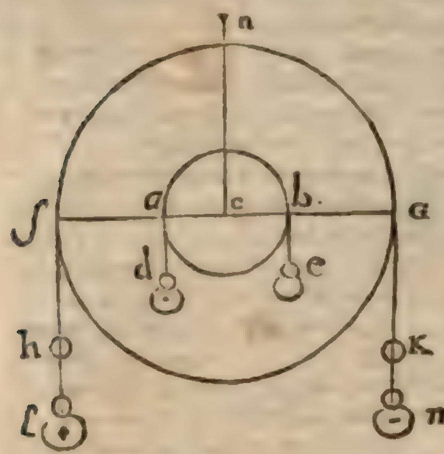
Cum libra moueatur , velut rota circa axem , quia trutina manet , ideò ſi pondus ponatur, dum iugum fuerit in linea a b nihil mouebitur, quia appetitus deſcenſus ex puncto a maximus eſt , & nihil iuuat motum extra naturam , idem dico de graui poſito in vertice b a. Nam duo ſunt motus in rota,
& in libra vnus , per quem dum fertur per Propoſ. 98.
arcum a f , gratia exempli deſcendit , quan-
tum eſt a r , quæ eſt minor dimidio e r , & In præcedenti.
ideò minor e r , quæ eſt maior dimidio , vt demonſtratum eſt , & etiam minor r f, quæ æqualis eſt r e per demonſtrata rurſus: & hic eſt naturalis vt palam eſt : alter præter naturam , & eſt ferri ad latus , quoniam hoc eſt proprium immortalibus : cumque hic ſit ad latus eſt etiam contra naturam , quia magis diſtat à centro , nam e f eſt longior e r , ſi ergo r ferretur in f , moueretur à centro, & contra naturam. Dum ergo fertur ex a in f, multo lentius fertur , quàm ex f in c : velocius autem ex c uſque ad medium : nam plurimum deſcendit. Ex h ad b autem celerrimè , quoniam deſcendit , & appropinquat lineæ a b , vt vterque motus ſit naturalis. Non ergo mouetur præter naturam niſi quatenus longius recedit à linea a b, vnde in inferiore parte mouetur ad eandem , ideò de parte c b tota perſpicua eſt ratio , cur facillimè deſcendat , ſimiliter & tota , hoc enim eſt demonſtratum. Similiter & quare difficillimè feratur ex b vſque ad p , & vltra p vſque ad directum r f : at de motu ex a in f, quod debeat ferri , quia plus remouetur, quam deſcendat , nulla eſt ratio : vt nec cur ex oppoſito f ad a difficilem ſe præſtet : & hoc eſt , quia tertiam rationem etiam ipſe Ariſtoteles, & qui eum ſequuti ſunt, prætermiſit. Ea autem eſt , quod dum fertur ad g,

vel f etiam licet non deſcendat magis, quàm remoueatur, ex a ad centrum terræ tamen magis appropinquat. Quia enim e a eſt æqualis e c, quo-
niam prodeunt à centro circuli eiuſdem , & b e , & e c ſunt maiores b c , ideò b a erit maior b c , eſt autem b centrum mundi , ergo a motum ad c , appropinquauit ipſi b. Per 17 primi Elem.



Dico etiam quod libra ex chalybe tenuiſſimo,

ſimo, & quanto leuiorum concharum, & longioris iugi 10. exactior, quoniam lances illæ minori exceſſu mouentur, quia plus diſtant ab hypomochlio. Sit ergo libra, cuius iugum a b trutina c: lances d & e, alia libra, cuius lances h, & κ, & l m longiores, iugum f g. Conſtat, quod qualis proportio f g ad a b, talis ambitus, ad ambitum: motus ergo ſi ſit æqualis vtrarumque, igitur à tanto minore proportione



mouebitur in h, quam in d, velut ſit proportio f g ad a b dupla, vt ergo æqualiter moueantur, ſi ſit dupla ſexquiquarta in d cum lance ad e vacuam, erit in h ſexquialtera, & mouebit æquali tempore. Ergo iuxta hoc fient libræ, quæ examinabunt decimam, & vigeſimam partem grani, quod eſt neceſſarium in precioſis rebus, & medicamentis potentibus, & longè magis in mechanicis experimentis, & maximè quæ ad demonſtrationem pertinent magnitudinis ſuperficierum, & conſtat res in tribus, in longitudine, f g iugi, in leuitatem materiæ illius, & lancium, nam tanto maior redditur proportio ponderis exigui, & in firmitate iugi ac rectitudine, ideo debet fieri ex chalybe purgato, durato ac tenuiſſimo, naturaque leui, & vt c ſit in medio & mobilis f g.

Conſiderandum eſt demum an f l & g m ſint grauiores f h, & g κ. Vt enim grauiores extiterint minus facilè mouentur. Videntur autem mihi, qui de his conſcripſerunt perperam contempſiſſe hoc, conſtat enim, quod dum l deſcendit, remouetur a b n c trutina, & m, quæ aſcendit contra appropinquat. Videtur autem hoc bifariam contra naturam: nam vt diximus pondus applicat ſe ad rectam n c, quia verſus centrum, & etiam quia facit angulum obtuſum, cum deberet, vt ab initio ſaltem conſtituere cum iugo rectum. Et dem nihil mirum eſt, cum acutum, vt ſe ad lineam, quæ ad centrum retrahat. Huiuſmodi præteriiſſe Ariſtotelem, demiror, quæ nimis fuerunt in conſpicuo, vt dubitem ne non ſuus ſit ille liber, qui eius penè nihil ſapiat præter obſcuritatem. Tentandum eſt igitur horum cauſas aſſignare: nam quæ huiuſmodi poteſt eſſe doctrina niſi perfecta fuerit, in omnibus etenim neceſſe eſt aut omnia ſcire aut ignorare. In hoc igitur dico, quod h f, ſeu l f, ſemper æqui diſtant n c trutinæ, ergo cum angulus f c n inclinato iugo fiat obtuſus deſcendente pondere, & n c g aſcendente pondere fiat acutus ergo angulus l f c tantundem fiet obtuſior, & m g c acutior, quanto anguli ad c tales ſunt. Et cauſa eſt quia n c ratione ponderis eſt directa ad centrum, ergo oportet, vt pondera l, vel h, & m, vel κ., ſi debent tendere ad centrum, vt f l, & g m æquidiſtent n c, niſi quantum eſt pro diſtantia f, à puncto c, & g a b eodem, quæ comparata ad centrum terræ, ſeu mundi, eſt inſenſibilis omnino. Circa hæc notandum iſtud mirabile ſcilicet, quod ratio motus, quantumuis exigua ſufficit ad motus modum, licet velocitas pendeat ex grauitate, & aliis. Et quod graue, quod expers eſt ſenſus, debeat ſequi rationem Geometricam vix ſapientibus cognitam, cauſa tamen vna eſt, & perſpicua: nam omne graue eſt in linea à centro mundi: ſi autem medium grauis ſit extra lineam, vertitur ad illam, quæ eſt in eo, nam centrum ſemper eſt in eadem. Ergo ſola inclinatio ad hoc vt medium grauis ſit in linea centrorum grauitatis & terræ, ſufficit. Eſt ergo principium in ſeipſo. In appenſis ſimiliter. Trutina enim, & finis iugi, & grauis centrum mundi centrum ſunt in eadem linea, vt eſſe poſſunt, cum exigua illa & ſola diſtantia intercedat, & hoc eſt primum. Quia ergo iugum eſt ex materia ſolida mouetur ratione, quæ dicta eſt, lances autem oportet cum filis appenſi ſint, vt puncta f & h, vel l, & g κ, vel g m ſint in vna linea cum centro terræ. Et quia l magis diſtat a b f quam h, & m a g magis quam κ, & oportet faciant eandem inclinationem, quia anguli trutinæ cum iugo ſunt iidem, & linea c l eſt maior c h, & c m, quàm c κ in quouis ſitu, ergo ſpatium, quod ambitur, eſt maius ergo per d e monſtrata ſuperius l eſt grauius h etiam præter vinculorum additionem, & m grauius κ. Quanto igitur longiores ſunt funiculi à libræ extremitate ſeu iugi, tanto grauius redditur pondus, quod tamen multi putant eſſe falſum: nec aliquid referre, quòd ſit longum, aut breue ſuſtentaculum.

Propoſitio centeſima decima.

Si duæ ſphæræ ex eadem materia deſcendant in aëre eodem temporis momento ad planum veniunt.



Com.

Supponitur quod ex eodem loco. Sermo enim abſurda ſub interpretatione nunquam niſi ab inuidioſo, vel imperito intelligi debet. Sit ergo a tripla ad b, ſphærula ad ſphærulam ex plumbo ambæ ferro vel lapide eiuſdem generis, dico, quod inæquali tempore peruenient ad planum c d. Nam a proportionem habet ad b, vt vigintiſeptem ad vnum, proportio autem ſpatij a ad ſpatium b nonupla eſt, &

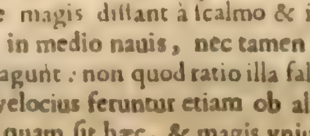
pro

proportio denſitatis aëris ad aërem eſt tripla, propterea quod denſitas illa multiplicatur propter impetus magnitudinem: nam ſi robur) vt decem percutiat baculo lato, vt quatuor ictus erit maior duplo, quam ſit robur, vt quinque percutiat baculo, vt duo: propter denſitatem ergo maiorem aëris in a, quam in b: & quoniam ſi ſub maiore impetu mouetur aër ſub a, quam ſub b, igitur proportio erit comparanda longitudini à centro a ad longitudinem a centro b. quæ eſt tripla. Si ergo ſubtripla eſt ratio motus b ad a, quod ad medium attinet, tripla autem propter velocitatem diſceſſus aëris á medio grauitatis, quod eſt in ſuperficie e regione centri grauitatis in linea ad centrum mundi. vt dictum eſt in præcedenti: Com. manifeſtum eſt, quod a, & b inæquali tempore peruenient ad ſubiectum planum, & æquidiſtans centris eorum. Similiter & in aqua: cum vero videatur in illa tanto celerius a deſcendere. quàm b, quanto eſt ſemidiameter a longior ſemidiametro b, liquet ex hoc, quod æquali velocitate deſcendunt, ſed ob velocitatem motus in aëre latet diſcrimen anticipationis contactus ſoli a ante b, qui dignoſcitur in aqua, ex quo patet exactam eſſe æqualitatem. Sed reſiliunt ſemel in aqua ambæ, cum pluries in aëre à ſolo, quare etiam in aqua perturbatur cognitio in parum accuratis, atque ſeiu præditis, ſicut etiam in caſu, ne altera alteram perueniat, vtraque comprehenſa duobus digitis, altera alteram tangente, & vſque ad centrum in aquam demiſſis ſimul digitis dilatatis dimittendæ ſunt.

Propoſitio centiſſima vndecima.

Cur ex medio tela validiorem ictum, & naues in ſcalmo à remo, ac malo recipiant inde ex puppi explorare.

Ariſtoteles videtur in Mechanicis, & qui eum ſequuti ſunt, videntur rem nauticam quòd ad remos attinet, referre in longitudinem partis, quæ ſcalmum tanquam hypomochlium interiacet & manum: ea enim circa medium nauis cum illa ibi ſit latior maior eſt. Sed & qui lembos ducunt, & in, puppe magis diſtant à ſcalmo & in proras quàm in medio nauis, nec tamen velocius illam agunt: non quod ratio illa falſa ſit, ſed quia velocius feruntur etiam ob aliam cauſam, quam ſit hæc, & magis vniuerſalem. Primum igitur ſumamus, quod ſuperius demonſtratum eſt ſcilicet, quod vbi pondus aliquod æquale vndique tanquam in libra ſuſpenſum fuerit, proportio ponderis partiũ inæqaliũ ad duas partes æquales, eſt cõfuſa ex proportione lõgitudinis earundẽ, & quadrato eiuſdẽ proportionis. Sit ergo diuiſa a b in c & fiat c e æqualis c a: proportio

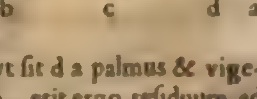


igitur ponderis b e ad pondus e a eſt compoſita ex proportione b e ad e a, & quadrato eius ſecundum longitudinem, at poſita agina d g in medio a b, proportio ponderis b e ad pondus e a eſt, veluti longitudinis b e ad e a, igitur proportio ponderis b e ad e a, cum agina eſt extra medium in c, eſt tanto maior proportione b e ad e a, quantum eſt quadratum illius proportionis, ergo b e pondus maius eſt, cum agina eſt in c, quàm in d. igitur per communem animi ſententiam addito communi pondere a e, erit pondus a b manu ſemper cum agina eſt in d. quam in vllo alio loco a b. Ergo pondus a b apprehenſum in d mouebitur ab æquali ui maiore proportione, quam vllo alio loco. Haſtile ergo in medio appprehenſum maiore vi mouebitur, quàm in vlla alia parte. Et ſi gracilius ſit in anteriore parte propinquius comprehenſum calci, & ſi craſſius, vel grauius propius cuſpidi. Semper igitur, ob hanc cauſam mota ex medio grauitatis ſeu velo, ſeu ramo, ſeu manu velocius mouentur, quàm ex aliis partibus. In remo etiam poteſt accedere illud commodum, cuius meminit Ariſtoteles. Propter hoc igitur, qui malum in naui collocauerunt tantùm Propoſ 81. vnum, in medio ferme eum collocarunt, vt antiqui: & qui duos aut tres, maiorem craſſiorem ſcilicet, & altiorem in medio conſtituerunt.

Propoſitio centeſima duodecima.

Cur ex imo leuia longius ferantur declarare. Com.

Iam vero conſideremus, quòd propoſitum eſt, non ſolum in comparatione ad medium, ſed extremorum inuicem, miſſa enim ab imo velocius feruntur, quàm a medio nón ſolum manu, ſed ſcorpionibus, & arcubus. Videmus & hoc obſeruare pueros virgam longius iacentes non ex medio, ſed imo apprehenſam, quoniam pars ipſa anterior, & quæ manu apprehenſa eſt, vehementi impetu emittitur: & vt recipit impetum magis æqualem, longius fertur, nam quod emittitur proportionem habet ad ſpatium. Cum ergo aprehenſa in medio virga ſolum medietate anteriore impetum recipiat per ſe, ob id minus fertur: at impetus ſequitur proportionem, vt viſum eſt, quæ eſt circa medium ob leuitatem ponderis. In leuibus ergo maius ſpatium ſuperabunt emiſſa ex imo quoniam proportio ſpatij eadem eſt ad duplum, & ad dimidium. Igitur ex imo ferme duplum etiam ſpatij, ſuperabit: non tamen omnino quia maiorem, vt dixi proportionem habet ad id, quod ex medio comprehenſum eſt. At in leuibus non eſt neceſſarium, vt ex medio apprehendantur, quoniam, etim cum incremento illo ponderis iam leuia ſunt: plus ergo facit longitudo eius, quod eiaculatur, quàm impetus, cuius demonſtratio eſt hęc. Sit vriga a b



apprehenſa in medio ponderis vnciæ mediæ, & in a d, vt ſit d a palmus & vigeſima pars totius a b, erit ergo reſiduum ad duplum, a d nonuplum, & a b tota vnciarum

ciarum quinque cum dimidia, ſi igitur grauetur, quia in ſitu recto eſt mediæ vnciæ, in æquidiſtanti terræ, quinque vnciarum cum dimidio, erit in ſitu dimidij recti vnciarum trium. Eſt igitur proportio ſexcupla, ſi apprehendatur in medio, & ad æquidiſtantem, ad apprehenſam in imo, & ad angulum
Per 89. medium: at emiſſa ex a d habet totum aërem a b circumdantem impulſum ex c b ſolum dimidium reliqua pars vi trahitur, ergo proportio ſpatij a b, erit ſexdecupla fermè ſpatio b c, quoniam eſt triplicata corporis ad corpus eius, quæ eſt longitudinis ad longitudinem, & quadruplicata reſpectu aëris a c, qui reſiſtit apprehenſa a b in c. Et iam minus ferebatur quinta parte, ideo longius eiaculabitur triplo ex a, quàm ex c. Nec tamen maiore impetu, quia obliquè fertur, & quæ obliquè feriunt, minore cum impetu feriunt: atquè eo magis ſi leuia fuerint: ab aëre enim circumambiente perturbantur, & in incertum truduntur. Quæ ergo grauia ſunt ex medio emiſſa, & ad æquidiſtantem longius feruntur, & maiore cum impetu, quia magis directè: leuia autem longius ex imo, ſed minore cum impetu, ſi aliqua cauſa à recto, & æquiſtante declinauerint. At ſi à ſuprema parte, & iuxta cuſpidem, neque procul feruntur, neque cum impetu ob cauſas dictas. Eadem quoque ratio eſt omnium machinarum: ideò oblongæ longius eiaculantur, quoniam proportionem ſeruant ad canalem. Sed de hoc inferius agetur.

Prop. 107. *Propoſitio centeſima tertia decima.*

Cur virga longius mittatur à puero, quàm à viro inueſtigare.

Com. Diligentia, & vſus puerilis efficit, vt virga feratur ſecundum medium rectianguli: vir autem non conſtanter iacit, & ſecundum rectum, at rectus inceſſus in leuibus, quia ab aëre in obliquum deflectitur virga ob longitudinem efficit, vt inflectatur infra celerius, & deſinat citius motus, ac finiatur. Tertia cauſa eſt, quòd leuiſſima non adeò recipiunt impetum vt grauia, nam leuiſſimam & exiguam ligni portionem maximo nixu vix excutiemus è manu. Cauſa ergo eſt: quoniam vim, oportet, vt habeat, quod contra naturam mouetur, vt naturaliter moueri poſſit, quæcunque igitur naturaliter exiguum habent motum, vt pluma, palea feſtucæ nulla ratione vehementer contra naturam agi poſſunt. Quædam ergo à pueris longius iaciuntur ob ſolam peritiam, & exercitationem, quædam quoniam ad angulum latiorem magis feruntur, quàm ſit rectus, quædam quoniam leuiſſima ſunt. Sed ſi leuiora non feruntur valido motu violento, cur tamen à pueris iacta longius feruntur? Ratio eſt, quoniam maior vis deficiéte obiecto magis fatigatur, atque ideò minus mouet. Propter hæc igitur omnia non ſolùm in pueris, ſed in machinis, quæ accommodata ſunt, melius impelluntur, ac longius feruntur, quàm leuiſſima, nam nec palea ſcorpione iacta tam procul, quàm ſagitta fertur, cum proportio maior ſit, tamen ad paleam, quàm ſagittam. Inde fit, vt quemadmodum Turca ille literas ſui Principis, cum timeret ad noſtros propius accedere, lapidi alligatas longius emiſit. Cauſam autem huius docet Ariſtoteles in Mechanicis dum quærit cur, & grauia & leuia valde longe proijci nequeunt: nam grauia nimis, moueri non facile poſſunt: leuia etiam valde ad rem mouere non valent. Ob hæc vtraque ex his paruo cum impetu emittuntur, tametſi vehementer nitaris. Sed & leuia feruntur hac illac, vt non poſſint retinere impetum prioris violentiæ: inatum enim eſt, vt duorum motuum ſimul in eadem re vigentium, cum illa proprio impetu feratur, vnus alterum impediat: nam ſi rota vehatur circulariter acta, non tamen ceſſabit, aut imminuetur impetus circulationis. Multa ergo in huiuſmodi anomalis motibus conſideranda ſunt, vt illorum impetum robur, ac locum definiamus.

Ex hoc liquet, cur plumbeæ ſphærulæ longius ferantur à tormento emiſſæ, quàm ligneæ, etiam ſi non frangantur. Cor.

Propoſitio centeſima quarta decima.

Circularis motus differentias quatuor eſſe, earumque rationem contemplari.

In motu circulari aut axis progreditur, aut ſuo loco manet. Vtroque autem modo vel mouetur ab axe, vel circumferentia, igitur conſtat quatuor eſſe motuum differentias: quas cum tres proponat author libri Mechanicarum, aut Ariſtotelem illum eſſe, credendum non eſt, aut illum ſtupidum dicere neceſſe eſt, nam modum diuidendi eum latuiſſe quis putet, cum rota igitur aut ſpæra in plano circumagitur, motus eſt ex circumferentia prægrediente axe, vt palam eſt: motis enim loco nobis mouentur omnia, quæ ſunt in nobis. Cum verò rotæ ſub curru ſunt, progreditur axis earum, & rota ob id cum quieſcere nequeat, quia facilius circumuertitur, quam trahatur, procedit, & hic eſt ſecundus modus, quo rota ex circumferentia mouetur, & ex axe initium eſt motus. At verò in rota molari, & quibus gladij exacuuntur, cû loco non moueantur, motus eſt ex axe: axis enim rotam circumagit, non rota axem, quieſcit tamen in eodem loco rota, & axis ſcilicet, quia non progreditur, ſed in loco mouetur: atque hic eſt tertius modus. Demum ſuccula putei, & ipſa mouetur circulari motu, & trochleæ etiam, neque enim progrediuntur: ſed non ex axe mouentur, verùm ſuccula per coloppes circumducitur, & trochlea per funes, axiſque in ſuccula mouetur, in trochleis autem quieſcit prorſus: dico mouetur, id eſt circumducitur, non quod progrediatur: vt non ſolum ſint quatuor modi, ſed potius quinque, nam & demonſtratione oſtenduntur, & experimento docente deprehenduntur. Horum omnium liberrimus eſt, primus ex circumferentia progrediente toto, ſeu attracto ſeu impulſo & velociſſimus, cuius cauſam ſupra oſtendimus. Prop of. 40

Proximus huic eſt motus rotarum per axem, quoniam axis premit totam interius ſolam, & labitur: ideoque quod & axis, & rota intus ſint ſint leuiſſima, prodeſt plurimum: & aurigæ axungia inungunt, & nomen ab eo traxit axungia. Et quæ rota magna ſit: quoniam cum non rota, ſed axis trahatur in æquali tempore & magna, & parua trahitur: vtraque verò vna conuerſione tantam lineam rectam ſuperat, quanta eſt rotæ peripheria. Quod ſi plures ſint rotæ celerius feruntur, quia axis minus tanto rotã premit. Et ſi rectus ſit axis, & bene rotundus, & foramen rotundum, & latius, & è duriſſimo ligno, vt non poſſit inclinari: & rota ipſa in ambitu æqualis, omnia hæc faciunt ad motus velocitatem, vnde Homerus.

Iliad. 23. Ἴχνια τύπτε πόδεσσι πάρος κόνιν ἀμφιχυθῆναι.

Id eſt, veſtigia percuſſit pedibus, antequã illa puluis pedibus excuſſus (veſtigia ſcilicet relinquentibus) ingrederetur. Principalis autem cauſa velocitatis eſt agens, velut equi. Sed inter hunc motum & priorẽ medius eſt Scitalæ vocatæ, nam vt in primo axis procidit & rotũdũ à ſuperficie circumagitur, licet axis etiam circumducatur, vt axis, & rota, aut ſphæra duplici motu moueantur, ſcilicet antrorſum, & circumcirca, in rota currus duo iidem motus ſint, axis quoque antrorſum moueatur, ſed non circumagatur: vnde impeditior eſt hic motus: ita in Scytala vtrumque vtroque motu mouetur, & circumcirca, & antrorſum, atque id commune eſt, cum primo ita axis mouet rotas, non rotæ axem, quòd ſecundo motui rotarum in curru proprium eſt, vt tantum degenerent à primo motu quanto leuius vertuntur, quàm in ſecundo motu. Trahitur ergo iugum in



ſcitala, velut in rotis currus, ſed eſt annexũ rotis non in curribus. Propterea in primo motu trahitur, vel impellitur à ſuperficie: in ſecũdo ab axe, ſed non affixo rotis, vnde ægrè trahuntur in ſcytala ab axe affixo rotæ. Quare leuiùs quàm in curru, difficilius quam in rota vel ſphæra à ſuperficie extima circũacta. Quartus modus eſt, vt dixi, circumacta rota ab axe, quum non progreditur, vt in moletrinis, & rotis, quibus ferrum exacuitur. Eſt enim hic ſimilior primo, quia contrarius, in primo enim procedit rota, & vertitur à circumferentia, hic quieſcit rota, & mouetur ab axe. Proximus huic eſt, qui fit in ſucculis ob firmitatem axis: nam axis eſt coniunctus rotæ. Vltimus eſt trochlearum, qui & difficillimus: fit enim à circunferẽtia, & axis disiunctus eſt à trochlea: quod addit difficultatem. Sed & trochlea caret collopibus. Ergo verum eſt, quod omnia rotunda facilius circumaguntur, ſed varia ratione: nam plus mota ſuper aliquo plano vt in plauſtris & ſcytalis: minus in ſucculis, & rotis acuentibus ferrum, & molis: nam & ſi rotunditatem iuuet ob æqualitatem ad conuerſionem, non tamen in his eſt adeò vtilis. Vtilitas ergo prima eſt, cum circumuertitur in plano, velut in rotis ſcytalis, & ſphæris. Secunda quæ minor eſt, cum à ſuperficie circumuertitur, vt in trochleis. Tertia cum à colloppis, quæ minima eſt omnium, vt in ſucculis. Motus autem cœli non eſt ex triplici primo genere, cum ſit in loco, & non ad locum, neque vt rotæ molaris: nam ille eſt ex axe: nec vt in trochlea: nam in ea axis quieſcit, ipſum autem cœlum circa axem non vertitur, ſed cum axe, ſi tamen inſecabilis linea circumagi poteſt dici. Relinquitur ergo, vt Cœli motus propior ſit motui ſucculæ, quàm alij motui. Differt ab eo in hoc, quod in ſuccula mouetur axis ab orbe: at in cœlo vt non mouetur ab axe, ita nec axis ab orbe: cũque ſit motus ſimpliciſſimus, in alio genere collocandus eſt: quandoquidem in illo nulla pars poſſit dici primo, quod neceſſarium eſt in vnoquoque horum.

Propoſitio centeſimaquinta decima.

Proportionem motuum impulſionis, & attractionis inter ſe ab eadem vi declarare.

Conſtat, quòd attractio cum fune longiore validior eſt, quam cum manibus, quoniam eſt cum motu quodam: motus autem auget actionem, ideo attractio validior eſt hac de cauſa, ſed & impulſio cum baculo validior eſt, quam cum manibus, quoniam licet colligére omnes vires in illo baculo, & ipſum applicare loco, vnde facilius impelli poteſt. Velut ſphæra ex medio latere: nam ibi magis colliguntur vires, & ad impellendum facilius eſt, quodcunque leuius eſt. Pars autem magis remota à centro grauitatis eſt leuior, his duabus cauſis, ſphæra ex medio latere facilius ac magis impellitur. Sed nos ſupponimus nunc applicationem æqualem eſſe, nam ſecus ad impellendum facilius eſt applicare totum corpus, quàm attractionem. Pectore enim magna vi impellimus, nihil eſt compar, quo trahere poſſimus. Sed, vt dixi, ſit baculus applicatus alicui lapidi ea parte, qua facilius poteſt impelli & trahi, & quæritur, quæ maior ſit vis, an attrahendi? & dico quòd homo, vel conatur trahere toto corpore, & impellere, atque hoc modo magis trahit, quàm impellet, quoniam corporis pondus melius adhibetur in tractione quàm impulſu: vel citra corporis pondus, ſed ſola vi membrorum: & tunc magis impellit, quoniam impulſus fit corpore prono in anteriorem partem, quæ inclinatio, & motus eſt naturalis magis, quàm in attractione in partem poſteriorem. Sed vbi nulla ſit diuerſitas neque horum, neque figurarum æqualis vis æqualem efficit motum: quia impulſus impellentis comparatione eſt attractio reſpectu alterius. Verùm non eſt eadem vis nec propè par impellendi, atque attrahendi hominibus, cum attractio fiat Com.

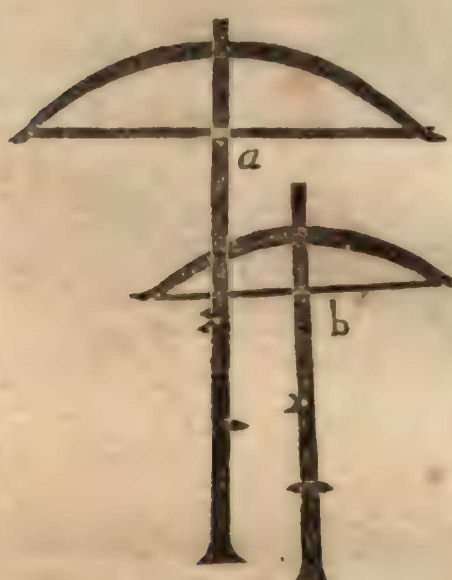
per

per muſculos ad originem ſuam naturaliter ſe retrahentibus impulſui nullum inſtrumentum à natura delegatum inuenio, nam ad extenſionem muſculi ſanè ex aduerſo ſunt fabricati: cum ergo duo ſint tantum motus muſculorum tenſio, duo retrahuntur ad principium ſuum, & remiſſio, dum membrum quieſcit in naturali nullus erit locus impulſioni, niſi ex conſequentia non per ſe, quamobrem multo infirmiorem illum attractione in brachiis eſſe, neceſſe eſt.

Propoſitio centeſima ſexta decima.

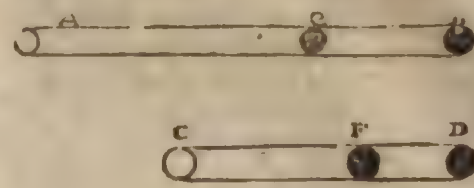
Cur machinæ ablongæ igneæ longius emittant ſphæram explorare.

Prop.103. Quoniam ratio ſuperius adducta, neque in his, neque in hypophyſis (vocant cerbatanas) non poteſt ſatisfacere, cum tamen idem ſequatur in his, vt in illis videtur, quaſi vis eſſe in ſphærula ſic emiſſa, & non in aëre, quemadmodum dicebamus, coniuncto eſſe. Ex quo neceſſe eſſet, vt quod longius ferretur, etiam validiores ictus inferret, hoc au-



tem non ita ſe habet, ſed ictus magnitudo ex robore machinarum tam ignearum, quam ſcorpionum pendet, nam ſit a ſcorpio magnus, ſed tenuis, ex hoc palam eſt longius mittere ſagittam, quòd à parua, & breui, quantumuis craſſa non longe mittitur: at verò quod b craſſus & paruus maiore cum impetu mittat oſtenditur nam ea pondera ſagittæ mouet, quæ non poteſt mouere a, igitur b validiore robore mouet, quam a. Præterea illud oſtendit iugum funis arcus craſſiora duriora, quæ maioribus indigent, quam a, qui à puero tendi poterit. Non eſt ergo eadem ratio mittendi longius, & validiore cum robore. Eadem ergo cum ratio ſit in machinis igneis, craſſiores enim, & latiores ac breuiores magis concutiunt, quam longiores tenuiores minoris ſphæræ capaces: non ſolum ob magnitudinem ſphæræ magis illæ concutiunt, ſed, vt dixi, ob maiorem impetus vim: cauſa ergo eſt manifeſta in his, ſed non cauſa, qua longius ferantur in lon-

giore canali. Sed videtur vna, eademque eſſe ratio in vtriſque. Conſtituatur canalis a b longior, & c d breuior, vt ſit ſexqui alter a b ad c d, & ſit rurſus ſphæ-



rulæ locus e in longiore, ſexqui alter in diſtantia a b, qualis eſt in f a d, & erit per dicta ab Euclide in qn.nto, ac ſexqui altera c f. Poſſemus igitur dicere, quod velut ab hypomocplio longiore ſpatio circumagitur pondus: ita & a b c, & f. Sed rurſus incidimus in id, vt maiore impetu feratur e quam f. Ideo ſi concedatur maiore ferri ex e, quam c f non ſequitur, vt celerius, aut maiore impetu. Percutit puer pugno quanta vi poteſt ac celerrime, vir robuſtus lentè, minore impetu, ſed tamen ictus longè maior eſt. Eſt enim ictus robur non à velocitate ſed maiore ex ponderis grauitate, quæ ſola premit, vrget, & frangit etiam ſine motu. Solum ergo id reſtat dubium, cur ſi grauius eſt, moueatur eodem fermè impetu: nam quo maiore impetu fertur, eo longius fertur, non tamen magis ferit, concutit, aut quaſſat, ſed grauitas ad hoc plus facit impetu. Palea maximo impetu demiſſa non ferit, non lędit, & celerius deſcendit, ferrum ſola grauitate actum, imò etiam temperato ictu lædit grauiter, quaſſat, & frangit: itaque f maiore indiget quantitate pyrij pulueris, quàm e: ſiquidem tertia parte ponderis ſuæ ſphæræ: at maius eſt pondus f quam e, ergo maius pondus pulueris f quàm e, ergo maior vehementia ictus, ſiquidem ea ſequitur, robur cauſæ mouentis ſimpliciter: vt concludamus longitudinem ictus ſequi proportionem motoris ad motum, ſed vehementia robur motoris: nam ſi ex portione mouet æquale pondus maiore cum impetu mouet, quoniam maior eſt proportio: ſi minore igitur pondus maius eſt, &, vt dixi plus facit magnitudo ponderis cum leui ictu, quàm magnitudo ictus cum leui pondere. Quæ ergo feruntur per longiores canales maiore impetu feruntur, & ſocietatem habent aëris moti per longius ſpatium, vt tardius remittatur, quia longiore tēpore vis motus confirmata eſt, & proportio eius, quòd mouet, maior eſt ad id, quod mouetur, quia minus extenditur, at verò f motū minore proportione ictum facit maiorem, quia, vt dixi tanto grauius eſt quod ferit. Quod autem minus extendatur machina a b quàm c d, nunc oſtendere oportet.

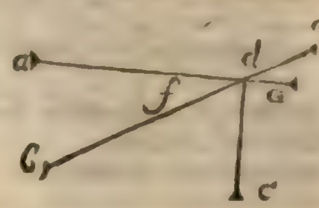
Propoſitio centeſima decima ſeptima.

In cuniculis maior eſt vis pulueris copioſioris ampliore in ſpatio, quàm paucioris in minore iuxta proportionem eandem.

Sit ſpatium f d ſexquitertium b e, puluis quoque in f d ſpatio ſimiliter ſexquitertius pulueri b e pondere, & manifeſtum eſt, quod dum conuertitur in ignem qualiscunque ſit proportio (modo eadem ignis ad puluerem) erit ignis in f d pariter ſexquitertius igni in b e, dico quòd ſi craſſities f d ſit etiam ſexquitertia craſſitiei b e, quod poterit frangi, & moueri f d quieſcente b e. Vnde idem in cuniculis vt magnus cuniculus cum multo puluere poſſit mouere montem, paruus cum puluere proportione reſpondente priori non poſſit. Nã cùm æqualia ſint omnia iuxtaque rationem eandem, neceſſe eſt vt pro ratione extendãtur, at in paruo ſpatio minor ſit denſitas, cætera paria ſũt, ergo à paruo ſpatio non tantus ſit impetus, quantus a magno. Impetus etiam proportionem habet ad pondus, & ad coniunctionẽ, a maiore igitur impetu plura, & maiora mouentur, & conuelluntur, quam à minore, ob hæc igitur minores cuniculi ſuccutiunt, maiores euertunt, maximi exturbant, & proiiciunt. Nam qui ſuccutiunnt, vbi pondus, aut coniunctio maior ſit, quàm vt diſtrahere poſſint, condenſant partes proximiores, & rimas faciunt, per quas exhalat ignis aut omnino extinguitur, aut condenſatur. At ergo in bellicis machinis, minus dilatat puluis, cum fuerit in longo canali, ob id ergo maiore impetu feruntur per illas, quam per breuiores, etiam quòd minor ſit puluis, minor ſit ignis. Experimentum facies in canali, vbi ſambuci medulla pro globulo data impellẽte expellitur abſq; periculo: nam quanto minor fuerit canalis ambitu ac longior eo maiore impetu pellitur. Forſan quippiam nos meritò poterit videri reprehendibile, quòd inanis gloriæ ſtudio pernitioſa humano generi doceam. Quibus reſpondeo, me nihil docuiſſe, quod in humani generis detrimentum cedat, huiuſmodique præcepta iam obſcuraſſe, vt ne quid mali accidere poſſet hominibus ex his: nam quod ad ea, quæ declarata ſũt, cauſa ſolùm retuli, effectus ipſimodi artis nimiũ feruntur, ac nimio pluſquam velĩ intelliguntur. Vt cum ad copiam, ad magnitudinẽ, ad coacta imperia miſerorũ reſpicio, nihil plus poſſit addi. Omnia enim huculque ſpectant ad potentiorum incremẽta. An ergo ſuccurrere afflictis, obſeſſis, cinctis, æquare conditionẽ, liberare à ſeruitute etiã rebelles non licebit? Ab initio fuimus omnes liberi: excogitata fuit regni ratio ad commodum hominum, ea verſa eſt per vim in Tyrannidem. Subtili ergo ratione occurrendum eſt imbecillioribus: nam reliqua omnia nimis, vt dixi, quæ ad cuniculos ad magnitudinem machinarũ ad rectos ictus ad liberamenta, ad longitudinem ſpacij, per quos globus ille defertur, nota ſunt improbis illis artificibus, nec noſtrum eſt ſpectare, cur id licuerit, poſtquam Deu hanc violentiam eſſe voluit. Multa damnamus, quæ Deus eſſe vult: boni viri eſt non niſi opitulari hominibus, etiam malis modo bonis futuri non ſint impedimento: quamobrem ea tradenda ſunt, quæ oppreſſis ſint auxilio: ea ſunt, quæ ſubtilibus conſtant rationibus & multiplicata amittunt vim vt quaſi præſtent pauca multis, & exigua magnis. In cætaris obſcurare ita decet cuncta, quæ obeſſe poſſunt, aut quouis modo peruerti ad malos vſus queant, vt dicta non dicta eſſe putent: hoc eſt officium non ſolum probi, ſed etiam prudentis viri.

Propoſitio centeſima decima octaua.

Quanta proportione decedat ictus in obliquum parietem ab eo qui eſt ad perpendiculum declarare.



Sit paries b d e, ex a feratur in d ictus, qui ſi eſſet in c d parietem eſſe ad perpendiculum, & validiſſimus, ſin vero in f g abraderet, & non conquaſſaret. Quæritur ergo ex b d e muro qualis excipietur. erit ergo proportio anguli c d a ad angulum b d a, veluti ictus a d in d c ad ictum in b d, manifeſtum eſt autem ſequi proportionem, quoniam maxima varietate conſtat dum ex angulo b d a acuto ſit acutior, quoniam ſi b d c ſit quadruplus b d a erit reſiduus ad dimidium b d a nonuplus ipſi dimidio, & ad quartam partem habebit proportionem decemnouem ad vnum. Si ergo etiam inidem tenderent, non efficerent mille ictus quod tres, cuius demonſtratio hæc eſt. Supponamus proportionem b d c da quartã partem a d b addito reſiduo ad b d c eſſe ſolum decuplam: tunc ex duobus ictibus centupla erit in d c ad eam, quæ in b e, etiam tribus millecupla: nam conquaſſata turri in primo ictu, id d decuplo magis ad perpendiculum quam in b d e ſumatur decima pars in ambitu d, & illa erit ergo tam diſſoluta, & infirma ex ſuppoſito, quam eſt tota b e: ſed ex ſecundo ictu decuplo magis conquaſſabitur illa pars, quam b e ergo tota d c centuplo magis quaſſabitur ex duobus ictibus c d turris, quã b e, & ita in tribus: ex decem millibus ergo ictibus etiã ad amuſſim directis, cũ tamen id vix fieri poſſit in tanta multitudine non plus comminuetur b d e, quam ex decẽ c d præter quam exiguum quippam in ſuperficie. Immò vt declaratum eſt multo minus repetita ratione multiplicis. Ob id in arce Mediolanenſi exterius lapidibus viuis in rotundum diducta, ſuperficie interualloque quadrato hunc in modum munitæ ſunt altiores turres. Fiat ergo murus cuius proportio a d c ad b d a ſit ſexquitertia, eritque angulus b d c dodrans recti, & parum inclinantis, ſiquidem b d c erit quarta pars recti, & ſit tantæ magnitudinis, atque duritiei, ac adeò benè coniunctus ferreis, catenis ac aſtolonibus, vt poſſit reſiſtere Com;



machinarum

machinarum ferentium ſphæram librarum ducentarum (quæ ſane maximæ ſunt) quinquaginta: tunc cum proportio ſexquitertia nouies repetita , vt in numeris vides, efficiat quinquies replicatis nouem ictibus , fiet proportio decupla quinquies producta , quæ eſt centum millium ad vnum in quadraginta quinque ictibus.

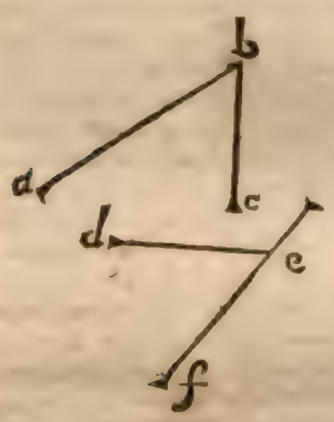
729
972
1296
1728
2304
3072
4096
$5461\frac{1}{3}$
$7281\frac{7}{9}$

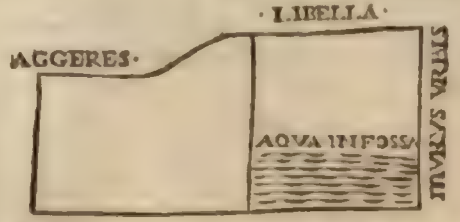
Antequam ergo peruenit ad quinquaginta ictus rectos neceſſe erit , vt multo plures centum millibus ictus excipiat anteque euertatur, quæ recta ſi eſſet quinquaginta ſolùm potuiſſet ſuſtinere. Quæ ergo humana potentia ſufficeret. In arce Mediolanenſi vidimus vix attactas in illis extuberationibus lapideis. Sed quoniam hic occurritur per inclinationem machinarum , ideò de hoc ſermonem ſum habiturus.

Propoſitio centeſima decima nona.

Quantum ictus machinæ procliuis ad angulum minuatur, explorare.

Huiuſce cauſa excogitarunt , vt ictus ad perpendiculum dirigeretur & quanquã angulus d e f ſit æqualis angulo a b c, longè tamen maior eſt vis a b quam d e duplici cauſa, & quoniam a b eſt ſecundum naturam impetus ignis, & etiam eorum, quæ emittuntur in altum: & quod pars ſuperior in b retineat ictum , in e non retineat. Sed cauitas fiat maior in inferiore parte: cuius experimentum quilibet facere poteſt cum haſta. Huic ergo ſolertiæ, quam tormenta iubet altius collocare obſtat primum, quod ictus ex declini ſitu periculoſior eſt pro machina , & maximè quod retro impellit , quæ ex retroceſſa, poſtquam exonerata eſt , dignoſcitur, & ad collimandum decedit parte virium ſuarum, quod etſi paruum ſit, in ductu tamen, & ictuum multiplicatione magnum affert diſcrimen. Habet & commodum ſitus muri accliuis terram ſuppoſitam ad perpendiculum quam ictum ſuſtinet : adeò vt omnibus inuicem collectis , perinde ſit ac ſi ex perpendiculo , & æquidiſtanti ad ſolum feriatur. Venetus. S. aliter Patauij cauit, videturque quod ſapientiſſimus ſit , & eandem ſequatur vbique normam , poſtquã in rotundam figuram totum vrbis ambitum formauit, & foſſa lata, ac profundiſſima, aquaque perenni muniuit , & ſummam muri partem rotundam in hunc modum effecit cauamque interius vndique , ne cuniculis poſſet euerti , à lateribus verò humiles , ac craſſiſſimas turres , vt nulla vi poſſent dirui, eaſque tormentis bellicis , vndique latera luſtrantibus repleſſet illud diligentiſſimè cauit , ne murus humilior eſſet aduerſa ripa, ſed ad libellam tamen depreſſus , vt etiam machinis in terram extenſis ſphærulæ non tangerent murum : nam cum foſſa ſit quadraginta paſſuum , excedat autem murus exteriorem aggerem vno paſſu , vt quicquid in ambitu eſt vno ictu oculi cognoſci poſſit, & aggeris angulus maior ſit vno paſſu , tum magis adiecta craſſitie machinæ fieri non poteſt, vt ictus in murum dirigatur. Eam ob cauſam etiam cauit , ne ædificium





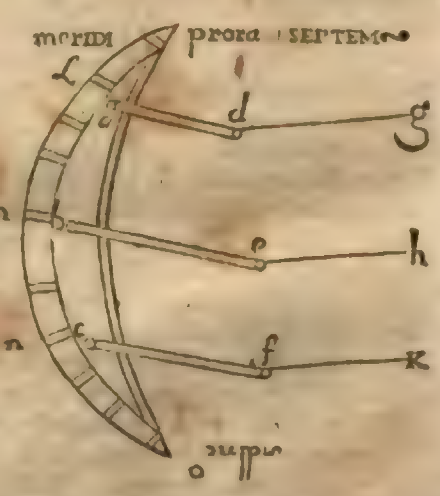
vllum , aut planta , vel colliculus eſſet circum circa vrbem ad tria M. P. laborat hoc periculo hæc vrbs , ne tota ædificiis euerſis concidat. Turcarum enim Princeps didicit , vt in Nouo caſtro in Melitæ Inſulæ arce S. Elmi appellata pluſqua mille ictibus in ſingulos dies imo M D obtundere munitiones, eumque impetum producere ad quindecim dies , & viginti, tùm etiam longius, vt facilè domos omnes euertat, homines occidat: ſi qui ſuperſunt tot incommodis obruuntur vigiliis, fame, ſiti, puluere, vt inutiles reddantur. Ideò huic incommodo occurrunt aggeribus intra mœnia erectis , in quos vis tormentorum igneorum emoritur. Sed dices, cur ergo non pro muris erigere eos præſtat, & minore ſumptu ſatis? quoniã ſubruuntur à foſſoribus facillimè, ſi ad illos peruenire poſſit hoſtis. Ideò intra mœnia vtiliſſimi ſunt, promœniis parum proſunt. Quod verò ad teſtudines attinet , ſub quibus latent foſſores machinæ laterales, & à fronte & ignes, & aqua altior prohibent omnino iniuriam , quæ ab his imminet. Cæterũ huiuſmodi cum in longũ differuntur morbis, illuuie, incommodis, pluuiis, frigoribus omnino diſſoluuntur, vt nulla multitudo huic operi ſufficere poſſit. Rhodus, Alba regia , Melita , Caſtrum nouum, Byzantium , ſi differri potuiſſent tempora , non ceſſiſſent victori quantumuis ſuperbo. Vicit pertinacia , audaciaque ſummã Corcyram ; Viennam capere non potuit , quoniam in longum trahebatur oppugnatio. Multæ machinæ, & pauci homines prædæ obſeſſorum expoſitæ ſunt paucæ , & pauci homines obſidebuntur potius , quam obſidebunt. Exercitus magnus diſſoluitur , & ſemetipſum conſumit , ſi nulla fiat acceſſio aut exigua quomodo ſtabit : ſi magna auxilia omnia corrumpuntur. Contrà obſeſſis auxilia ſi veniant luſtrata , & munita , & omnibus neceſſariis ornata viri integri contra fatigatos , & feſſos cor-

pore, armati contra inermes alacres contra torpidos ſuperueniunt. Ob id præcipuum eſt auxilium præter hæc his, qui oppugnantur copia militum, qui per initia nunquã quieſcant diu noctuque, verum noctu duo tubicines perſæpe exercitũ inſomnem in armis ta nocte continebunt. Serio autem die pugnare, & noctu cum minimè id ſperant, & fatigati ſunt: mira euenire ſolent in his inſperatis, ac audacibus eruptionibus perſæpe etiam omnino ſupra fidem. Ita non conquieſcere oportet, donec vel omnino à cepto deſinat hoſtis, aut locum occupet ſibi relictum potius quàm quem elegerit, nam experimentum frequens docuit, vbi illæ magnæ vires ſuo arbitrio locum, quem elegerunt obtinere potuerint, tandem potiri locis quantumuis munitis in hoc quod diximus contra opponatur. Etenim ſeptem modis cum vrbes, atque arces capiantur, quorum duo ſunt extra præſentem conſiderationem obſidio, qua magnitudine ambitus loci tollitur, & perditio, qua cuſtodum vigilantia, cuniculi euerſio ſuperioris muri, euerſio ab imo per machinas, cuniculi, ſeu ſuffoſſio, vrbis euerſio, ſeu ædificiorum: & quam vocant aggreſſio, ſeu oppugnatio per ſcalas, & crates cum ſagittariis: his omnibus ſatisfactum puto, præterquã oppugnationi propter humilitatẽ murorum: nam lignis opplentur, atque faſciculis, terraque foſſæ: nihil. n. reſiſtit immenſæ illi poteſtati, & crudelitati ſæuiſſimorum tyrannorum. Verum, vt dixi, terra noctu effoditur, ligna artificioſis ignibus eruuntur. Et longum eſt opus ſiue per paucos, ſiue per multos quis efficere conetur: vt non minus exigat temporis, quàm obſidio: nam multitudine vnus alterum impedit, & mortui viuos, vt omnino res ſit non ſperanda niſi aduerſus inertiſſimos. Pontes euertunt machinæ, igneſque. Sed vbi etiam muros obtinuerint, ob rotunditatem in illis conſiſtere non poſſunt. Inde à defenſoribus propulſantur ſaxis, telis, ignibus, tranſuerſis trabibus, machinis: illudque accedit commodi, vt quanto plures eo facilius excutiantur. Dixi non debere vereri maxima etiam præter id, quoniam & iſtæ ipſæ tanto ſanguine acquiſitæ tanto deorum & hominum iniuria modica ſcintilla ignis ſine munitionibus, exercitibus, ſiue machinis, abſque terræ concuſſione, aut inundatione, vel peſte euertuntur. In illam miſeram lachrymam patris ſcintilla ignis inferni, cùm Deo placuerit, mittitur, ex qua quod coalitum eſt, multis ſeculis imperium luxu, crudelitate, ſtultitia vnius filij, vix vno luſtro toto diſſoluitur. Hanc ſcintillam cum felici etiam genio ſecum ex vtero detulit Alexander Magnus. In aliis alij genium ſortiti ſunt, alij ſcintillam detulere ab Orco. Ex imperio Aſſyriorum per luxum Sardanapalus: ex Medorum per ſcintillam Aſtyages: ex Perſarum per ſtultitiam Darius: ex Romanorum Honorius. Dices, hæc quid ad proportionem? Imò velut machina ad perpendiculum librata pauculo illo puluere Pyrio vrbem euertit, ita ſcintilla illa inferni ignis ſemini magni tyranni indita euertit atque diſſoluit totum regnum ſine machinis, vt dixi, vel exercitibus vllis, & quod maius eſt remedio nullo. Sed puerulo indito luxus, ignauiæ, crudelitatis atque ſtultitiæ fontibus, mirabile dictu ſanè, & ad proportionem diuinorum inſtrumentorum pertinens Sed redeamus ad inſtitutum: Video enim, quid poſſit obiici, ſcilicet muros craſſos, & altiores tueri vrbem & ædificia illius poſſe abſque aggeres erectione, etſi diruantur, manere etiam, nihilominus imo magis, quod eſt terram vſque, quoniam eadem ratione manet, quia concuti non poſſit à machinis: nec hoſtes id curaturos, ſperantes hoc ſolum ſufficere, quod mœnia ſolo æquentur, atque id factum eſt Mediolani, & in arce eius, tum Papiæ & in Cremonenſi arce. Verum ni fallor, vt paruis arcibus à tanta vi tormentorum nullum eſt præſidium, aut ſaluti ſpes, ita neque conuenit, vt muris humilibus aggeri confidant, nam & pauci homines tanto labori non ſufficerent, & agger cum foſſa effoſſa ſcilicet terra defenſores nimis in anguſtum cogeret. At in vrbibus contra euenit: muris enim erectis altius machinæ lapidum fruſtis hominem occidẽt: an percuſſa ſuperiore parte ob coniunctionem inferior concutitur, & inde totum ſimul cadit, vt vidimus Papiæ, quo cadente, & foſſa impletur, & [illegible] facilior aditus ad ſubruendũ reliquas partes præbetur: imò perculſi defẽſores ſępe muneris ſui obliuiſcuntur, deſertaque ea parte liberũ ingreſſum hoſtibus exhibent. Tum verò magis, quod non confidunt animo non ad id parato, poſſe aggerem ſufficientem, & in tam breui tempore extruere, & etiam intelligunt, antequam erigatur, patere à lateribus introitum hoſtibus.

Propoſitio centeſima vigeſima.

Proportionem partium nauis ad eundem obliquum ventum explorare.

Sint mali in naui a b c, ad b e, c f, ventus è regione g h k etiam ad perpendiculum feratur, vt anguli g d a, h e b, k f c ſint æquales, dico tamen diuerſo modo affici: nam cum premitur a verſus l, c premitur verſus f: at ſi prematur c verſus n a, premitur verſus d, at ſi premetur b verſus Com:



m, & a verſus l, ſed non quantum ex g d, & c verſus n, ſed non quantum ex k f, ab eodem

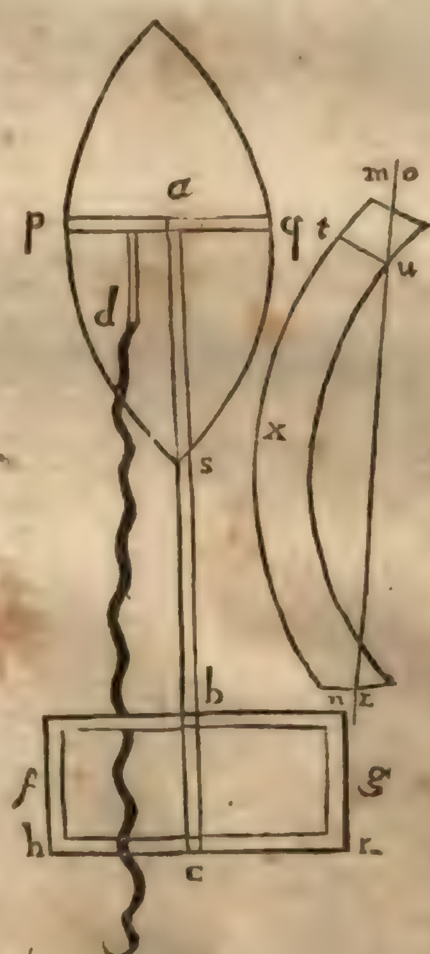
eodem ergo vento contrarij motus efficiuntur ex velorum diuerſitate, etenim per ventum d feretur ad meridiem nauis, & per velum f ad Septentrionem etiam diducto auxilio e l a vi, quanto magis cum illo: & ſi ventus excipiatur in f velo, non iuuabit clauus, & ſi in d dirigetur, & temperabitur motus, & ſi in e medio modo. Ergo ſi ventus feratur rectè iuuabit, vt dici ſolet omnibus, & plenis velis excipere, ſi ex obliquo demittere antennam puppis, ſin autem valde obliquus ſit, ſolo proræ velo vtemur. Si validior quam oportet humiliore. Atque hæc poſtmodum ſunt diligenter numeranda, ac metienda: nunc ſufficiat cauſam reddidiſſe, & admonuiſſe diuerſitatis motuum, quæ ex velis contingit: nam eo fertur nauis, quo prora dirigitur. Ergo cum puppis tanto feratur verſus meridiem a b, quanto prora verſus meridiem a d, & quãto puppis fertur verſus meridiem, tanto prora fertur verſus boreã, igitur quãto prora fertur verſus meridiem a d, tanto verſus boream a b f, ſed ſitus claui poteſt multo plus in comparatione veli d, quam f ſcilicet, quia diſtantia a b a eſt o a, & diſtantia e c eſt o c, tanto plus ergo poteſt claui ſitus in cõparatione ad velum d, quam f, quanta eſt proportio o a, ad o c, igitur clauus eſt longè potentior in comparatione veli d, quam f, ergo velum d minus agit nauim, quam f. Sed vt extrema ſe habent, ita medium eorum comparatione, igitur malus b e validior eſt, multo d a, & infirmior c f. Verùm, vt dixi, ob ſitum ſimpliciter validius eſt, velum e quam f, & etiam quia, vt dixi, altior & craſſior ſolet eſſe, ideo multo validior tribus his cauſis, quàm e f: adde quartam quòd velum habet maius, antiquo tempore vocatum acatius. At vt etiam docui e b non eſt in medio, nec æquidiſtat ab a d & c f, ſed inclinatur ad proram ideoque imbecillior: cum ergo ſit æqualium, & paulo maiorum virium, quàm c f, & tutior, & melius agatur per clauum quàm c f, & ſit a d nimis iuſto imbecillis, propterea b e mali & veli maximus eſt vſus: adeò mali nomen per antonomaſiam de ipſo ſimpliciter intelligatur.

Propoſitio centeſima vigeſima prima.

Flabelli vires, atque naturam declarare.

Com. Sit flabellum a b c appenſum, vt ſolet, in a, & moueatur motu quaſi circa axem p a q in parte inferiore, & aër comprehenſus ſub b h k, & ſpatium ſit l m figuræ nauicularis, quæ conſtat eſſe partem cylindri inanis ex formatione ab Euclide ſcripta: nam ſi proponeretur p a q ad perpendiculum ſuperſtans plano, fieret circumducta a b c ſuperficie, quæ eſſet lata ſuperius, ſicut etiam inferius cylindrus: at ſuperius a b tenuis eſt,
Lib. 11. diff. 11. & anguſta, ergo fiet pars cylindri inanis: quia non circumuoluitur, donec redeat. Ergo
Propoſ. 69. per dicta ſuperius ſectio illius p r q s per axem eſt pars cuiuſdam ellypſis. Et ſectio quæuis planæ ſuperficiei æquidiſtans a b c velut tu, itemque æquidiſtans axi p a q eſt ſuperficies rectangula, quarum vna eſt ſimilis, & æqualis b h k, eſt in vna ſuperficie cum axe p a q alia verò eſt æquidiſtans eidem axi maior aut minor æquidiſtantium & ipſa laterum, atque rectangula ac ſi cylindrus ſtans axi plano æquidiſtanti ſecaretur iuxta lõgitudinem ſeu altitudinem ſuam: & manifeſtum eſt quod iſta dúo plana, & eorum ſuperficies ſecant ſe mutuò ad rectos angulos.

Quibus conſtitutis, qui ſtabunt iuxta l, & m longitudines aëris moti, & loci, per quem tranſit flabellum, ſentient magnum ventum, quoniam cum corpus m x l ab extremis partibus ſit elatius a b extremis, ſtantes, & alti tangentur à vento agitato. Si vero ſedeant aer, primum non attinget illos, vt etiam quia ſurſum pellitur non perueniet ad illos, imò diffugiet, ergo non refrigerabuntur. Qui verò a lateribus l x m ſtabunt hiccinde, velut in f g, ſi ſteterint, non refrigerabuntur, quia quando flabellum erit in l, vel m aer deſcendet, ergo fugiet ab illis, cum autem fuerit in x, erit in loco humiliori, & mouebitur diuerſa ratione, quippe ab f in h, & non ad latera, ergo neque contactu, neque motu, qui fiet per æquidiſtantem f, & g non poterunt refrigerari. Sed ſi humili loco ſedeant, quoniam aër deſcendit, ex l & m verſus x, & etiam, quia erunt proximi h k, quando fuerit in x, refrigerabuntur valde. Qui autem erunt iuxta



h & x minus refrigerabuntur, vtriſque ſed paulum in redditibus propinquis, & neque ſtantes, neque ſedentes, ſed ſi altius attollatus

ſub diuerſo ſitu ſolis, quo ad circulum meridiei, quod erat demonſtrandum.

Cor 4. Ex hoc ſequitur, quod horarum determinatio fit ſecundum lineam in æqualem obliquam, quæ toti anno ſeruiat, vt æqualium vmbrarum determinatio horarum & partium eius numerum.

Cor. 5. Ex quo colligitur modus faciendi gnomonem, ſeu per vmbras rectas, ſeu per verſas, qui docebit toto anno non ſolum horas, ſed momenta pulſuum, de quibus dictum eſt quod MMMDC horam perficiunt.

Propoſitio centeſima vigeſima quarta.

Proportionem vmbræ verſæ eſſe ad gnomonem, velut gnomonis ad vmbram verſam.

Com. Vmbra verſa dicitur, quoties gnomo in pariete ad perpendiculum figitur, ſic vt gnomo æquidiſtet circulo horizontis. Sit ergo paries c k ad perpendiculum f g, & h k a d gnomo ad perpẽdiculum parietis & ſol, vt prius in a. & ſit primo k h tantæ lõgitudinis vt vmbræ locus ſit punctus d, vt ſit radius a h d e, eritque angulus d vtrinque æqualis, & propterea triangulus k h d ſimilis d c e. Sit modo gnomo maior m l ipſo h k & c l maior c k ſeu qualis, & quam anguli κ & l recti ſunt, & anguli l m n, & κ h d æqualis, quia a n, & a c ſunt æquidiſtantes per octauum contemptum, erunt per dicta trianguli ſimiles, igitur proportio l m gnomonis ad l n vmbram vt κ h gnomonis ad κ d vmbram, ſed κ h, ad κ d, vt c e vmbræ ad c d gnomonem: igitur proportio l m gnomonis ad l n vmbram, vt vmbræ c e ad c d gnomonem, quod fuit demonſtrandum.

Per 15 primi Elem. Per 4. ſexti Elem.

Cor. 1 Ex hoc primùm patet & præcedenti, quod cognita proportione vmbræ verſæ ad gnomonem cognoſcitur ſinus ſolis, & arcus altitudinis in circulo magno, & eſt altitudo ab horizontis parte, quæ proximior eſt loco ſolis, vt demonſtratum eſt à nobis in Geometricis.

Cor. 2. Sequitur etiam, quòd cùm vmbra fuerit æqualis gnomoni, ſeu recta, ſeu verſa ſolis, vel Lunæ, vel ſtellæ, altitudo erit partium quadraginta quinque: nam anguli d & e, vel d & h erunt æquales: igitur arcus f a medietas quartæ ideò partium xlv. Et ſi gnomo fuerit maior vmbra verſa, vel minor recta, erit arcus f a minor xlv partibus, ſi contrà maior. Et hoc vbique terrarum. Et vbi non poſſit tantundem eleuari, vt quando ſol eſt ſub circulo capricorni, nunquam nobis gnomo æquabitur vmbræ rectæ ſed ſemper erit minor, & ſemper maior vmbra verſa pari ratione.

Per 5 primi Elementi Per vlt. ſexti Elem.

Propoſitio centeſima vigeſima quinta.

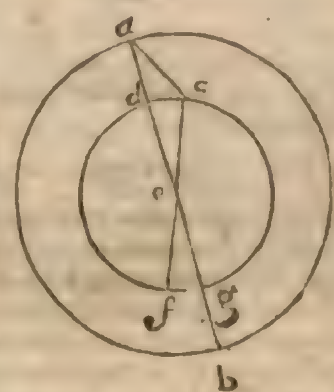
Proportionem dimetientis, & peripheriæ cuiuslibet circuli paralleli æquinoctiali per cognitam partem magni circuli demonſtrare.

Com. Hæc erat tam clara, vt hic locum non mereretur: tam neceſſaria huic propoſito, vt non potuerit omitti. Sit ergo Aequinoctij circulus a b portio circuli magni nota, a c parallelus circulus, æquinotij circulo c d, erit igitur ſinus c d notus. Et ideò quadratum c d notum, ergo & pars vtraque b d d a nota. Quare detracta a d ex d b relinquitur d g æqualis f e diametro paralleli aſſignari. Quare proportio a b ad e f nota ex obiter ſuprà demonſtratis, & pariter ambitus circuli a b ad ambitum circuli c d, eſt enim vt dimetientis ad dimetientem.

Per 3 tertij & 8. & 17. ſexti Elem. Per 5 ſecundi Elem. Per 113. Propoſ.

Propoſitio centeſima vigeſima ſexta.

Circuli horarij naturam declarare. Com.

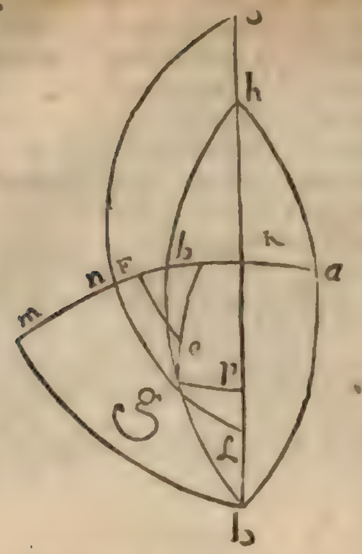


Circulus horarius eſt circulus magnus tranſiens per ſolem, aut lunam, aut quoduis ſydus, de quo agitur, & per polos mundi, ideò differt à circulo priore altitudinis Solis, quia ille ſtat ad perpendiculum ſuper horizontem, niſi cum tangitur vice meridiani, vterque tamen tranſit per centrum mundi, ac ſolis. Hic etiam ad ſimiles partes æquinoctij circulum, & omnes parallelos ſecat. Et principalis eſt meridianus, ideò ab illo Aſtrologi horas vtrinque ante, & poſt numerant. Ideò clarũ eſt, quòd horæ à meridie cõputatæ ſint communes, habitantibus ſub quauis altitudine poli, & vbiuis ſit, ſol modò regiones æqualiter diſtent à fortunatis, ſeu ſint in eadem longitudine.

Propoſitio centeſima vigeſima ſeptima.

Data Poli altitudine ortus amplitudinem demonſtrare.

Com. Sit horizon a d b æquinoctij circulus a κ f, ecclyptica c g, & punctus ortus in ea g, & c initium arietis, & g b amplitudo ortiua & c e, c f quartæ circulorum, vt ſit e f maxima ſolis declinatio, & polus mundi borealis l, quia igitur l d nota eſt ex ſuppoſito, & l κ quadrans erit κ h reſiduum ad dimidium circuli notum. Quia verò æquinoctium, & Meridianus ſecant ſe ad angulos rectos, & b a æquidiſtat ab vtroque polo, erit b polus h d, quare b κ, quarta circuli, & angulus κ rectus. Igitur ſumus in diſpoſitione tabularum primi mobilis, ergo etiam oppoſitus triangulus, qui ei eſt æqualis, & æquiangulus in eadem diſpoſitione b m d, quare cum data ſit



ſit g n declinatio puncti g dati, datus erit, & arcus g b quæſitus,

Propoſitio centeſima vigeſima octaua.

Nota amplitudine ortus cuiuſque puncti arcum ſemidiurnum inuenire.

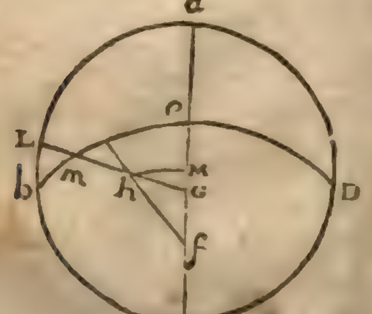
Com. Sit in eadem figura nota g b, volo illius arcum ſemidiurnum. Cum ergo g n ſit declinatio, erit pars arcus Meridiani horarij per polos tranſeuntis, compleatur ergo l g n o, & quia g n nota eſt, quia declinatio puncti dati, & g b nota ex ſuppoſito, & f angulus rectus, quia e f eſt portio meridiani, erit b n nota differentia aſcenſionis a quarta circuli k b, igitur tota κ n arcus ſemidiurnus. Quoniam g p parallelus ſimilis eſt κ n, & in eo reuoluitur Sol: ergo quando enim peruenit ad p. Poſſumus etiam ſine inuentione arcus ortus amplitudinis per triangulum κ m d ex notitia g n cognoſcere eandem n b.

Com. Ex his duabus ſequitur conuerſa ſcilicet, quæ data magnitudine diei cuiuſcunque in quauis regione nota erit poli altitudo eiuſdem regionis.

Propoſitio centeſima vigeſima nona.

Data altitudine ſolis in quacunque regione quacunque die diſtantiam ſolis à Meridiano cognoſcere.

Com. Sit Horizon a b c æquinoctij circulus b e d. Meridianus a e c Polus mundi Borealis f vertex, g, punctus in eclyptica h ducatur ex polo mundi circulus horarius f h κ ad æquinoctij circulum, & verticalis circulus p h l vſque ad Horizontem, & circulus parallelus æquinoctij circulo h m, ſit ergo h l



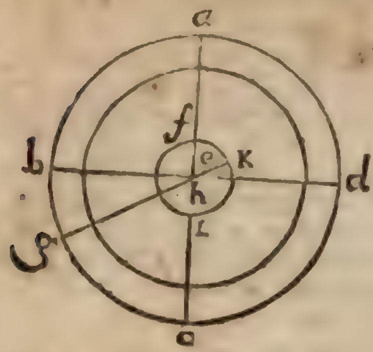
Per 123. Propoſ. altitudo ſolis nota, igitur h g nota erit reſiduum quartæ circuli, & ſimiliter h k nota, quia declinatio puncti dati in eclyptica eſt n nota dies, & locus ſolis ex ſuppoſito ergo nota f h reſiduum quartæ circuli nota eſt etiam g e, quæ eſt æqualis altitudini poli ex ſuppoſito, ergo reſiduum quadrantis f g, ergo triangulus f g h notorum laterum ergò notus angulus f, ergo arcus κ e diſtantia ſumpta in æquinoctij circulo puncti h, (Propoſ. 34. lib. 4. De Triang. Monteregij.) cui ſimilis eſt arcus h m ex parallelo h m, nam quando κ perueniet in e h perueniet in m, & in æquali tempore, qua diuiſa per quindecim gradus, habebimus horas diſtantiæ ſolis à Meridie ante, vel poſt, & minuta horarum dando quibuslibet gradibus quatuor minuta horæ, & quibuslibet minutis graduum quatuor ſecunda horæ, & ita habebimus tempus exactiſſimum à Meridie in quacunque regione, & in quacunque hora diei.

Propoſitio centeſima trigeſima.

Data regionis altitudine; & loco ſolis proportionē gnomonis tam ad vmbram rectam, quam verſam, vel etiam in cylindro determinare.

Com. Hæc eſt propoſitio illa pulcherrima, quam tot ambagibus tradidere antiqui cum ſuis analematibus, & ſcioteris, nec tamen demonſtrationem, nec rationem exactam inſtrumentorum conſtructionem, qua poſſemus per vmbras rectas verſas, & cylindricas ſcire ad vnguem, qualis hora, & minutum, & ſecundum diei eſſet quocunque anni tempore. Plerunque autem tam laborioſè id conati ſunt demonſtrare, vt ſtudioſos deterruerint ab opere: res autem ipſa facillimè eſt. Propoſita ergo poli exacta altitudine ſolis in Meridie declinatione addita vel detracta, habebis reſiduum eius ad quadratam f g, & ſimiliter habebis ex declinatione nota loci ſolis detracta à quadrante f h, & iuxta horam tuam, & minutum multiplicatum per quindecim arcum κ e quare angulum f, ex quo arcum g h, quare reſiduum h l, igitur punctum vmbræ rectæ, vel verſæ ipſius gnominis ad vnguem, (Per 28 & 4. Ioan. de Monteregij de Triang.) & ita conſtitues horologium exactiſſimum ſecundum ea, quæ dixi Corrolariis ſupradictis, & quia horizon a b c d ſecat æquinoctialem in centro terræ ducta g h κ, erunt anguli b h g, & κ h l æquales. Igitur poſito g ortu puncti eclypticæ, erit g b ortus amplitudo nota; & ideò angulus b h g, & k h l notus, & ita extendemus per totum annum. (Per 123. vel 124. Propoſ.) (Prop 123. Corol. 1.) Cum verò fuerit g eleuatus erit, vt demonſtratum eſt, in circulo magno verticali, ergo angulus fiet in eodem circulo, quia gnomo eſt etiam in illius ſuperficie. Ergo angulus erit æqualis angulo, quem faceret ſol, ſi oriretur in puncto horizontis, quem ſecat circulus verticalis ſub ea altitudine: (Per 117. Propoſ.) ſed his eſt notus nam in priore figura g h f eſt notus eadem ratione, qua f, & ideò ei oppoſitus K h n, & K rectus, eſt enim f polus b d, & h K declinatio nota ergo K n, & h notæ. (Per 15. primi Elem.) At e K, & g h fuere notæ. Ergo e n, & g n, quare reſiduæ n l & n b notæ. Eſt autem angulus

angulus l rectus, ergo ortus amplitudo

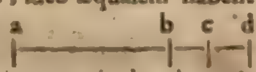


puncti l nota ſcilicet arcus l b, ergo in præſenti figura angulus m h b, ergo K h l, igitur poterimus ſtatuere angulos vmbrarum, & iam poſſumus determinare magnitudinem: ergo punctum ad vnguem vmbræ qualibet hora, & parte horæ ſingulis diebus in quacunque regione datæ altitudinis poli verſa, & rectus. In cylindrica autem eodem modo ſicut inuerſa eſt enim ſpecies vmbræ verſæ, niſi quod analema ob obliquitatem cylindri melius aptatur, rotundum ſcilicet cum rotundo.

Propoſitio centeſima trigeſima prima

Si lineæ alicui dupla alterius adiungatur, erit proportio duarum ad primam maior, quam dupli, cum prima ad primam cum vna adiecta.

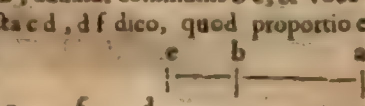
Com. Sit a b linea, cui adiecta ſit b c, & rurſus ad b c c d æqualis b c dico, quod proportio a c ad a b eſt maior, quàm a d ad a c. Proportio enim c d ad c a minor eſt, quàm ad a b per octauam quinti Elementorum. Ergo minor d c ad c a quàm c b ad a b, quia b c & c d ſunt æquales, ideò æqualem habent proportionem ad a b: igitur coniungẽdo per. 28. Quinti proportio d a ad a c minor, quam c a ad a b, quod erat demonſtrandum.



Propoſitio centeſima trigeſima ſecunda.

Com. Per 7. quinti Si ad duas lineas, quarum vna alteri dupla ſit eadem linea addatur, erit aggregati ex minore, & a d adiecta ad ipſam minorem minor proportio quam aggregati ex maiore, & adiecta ad ipſam maiorem duplicata.

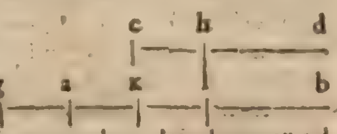
Elem. Sint duæ lineæ a b, & c d, & ſit c d dupla ad a b, addatur communis b e, & vocetur iuncta c d, d f dico, quod proportio e a ad a b, eſt minor duplicata f c ad c d, adiiciatur d f æqualis g f, quia ergo g d eſt dupla ad f d, ideo ad e b c d autem eſt dupla ad a b, tota igitur g c dupla toti e a, quare vt g c ad g d vt e a ad e b permutando, & per euerſam vt e a ad a b, ita g c ad c d, vt g c ad c d componitur ex g e ad f c, & f c ad c d, igitur e a ad c b componitur ex eiſdem. Proportio autẽ g c ad f c eſt minor, quàm f c ad c d. igitur minor quàm duplicata f c ad c d, conſtat verò ex eiſdem, quod proportio c a ad a b maior eſt duplicata g c ad f c.



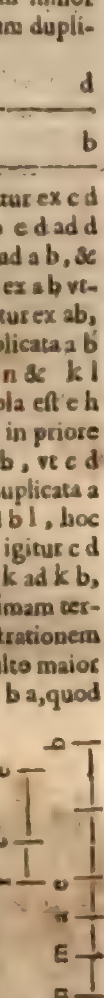
Propoſitio centeſima trigeſima tertia.

Si fuerint duæ quantitates, quarum vna alteri dupla ſit: minuatur à minore quædam quantitas eademque maiori addatur, erit minoris ad reſiduum maior proportio, quam aggregati ad maiorem duplicata. Si verò minori addatur & à maiore detrahatur, erit aggregati ad minorem minor proportio quàm maioris ad reſiduum duplicata.

Sit a b dupla c d, & addatur g quædam ad b a, quæ ſit a g, eadem detrahatur ex c d & ſit c h, dico, quod proportio c d ad d h maior eſt, quam duplicata g b ad a b, & rurſus ſi quædam ad c & minuatur ex a b vtpotè c f addatur c d, & a e minuatur ex ab, erit proportio f d ad c d minor duplicata a b ad g e. Primum ſic reſecentur a n & k l æquales ſingulæ c h, igitur a l dupla eſt c h & a b fuit dupla a d, c d igitur vt in priore conſtitutione præcedentis a b ad l b, vt c d ad h d & a b ad b l maior, quam duplicata a b ad b k vt minor quàm k b ad b l, hoc enim demonſtratum eſt in fine, igitur c d ad h d maior, quàm duplicata a k ad k b, ſed a k ad k b maior eſt per vigeſimam tertiam, huius ſcilicet per demonſtrationem illius, quàm g b ad b a, igitur multo maior c d ad d h, quàm duplicata g b ad b a, quod eſt primum.



Secundum ſic per eadem, addito enim duplo f c ipſi a b vt in ſecunda figura, & ſint a m, & m n erit f d ad c d, vt n a ad a b quare cum n a ad a b ſit minor duplicata per præcedentem in b ad a b, & a b ad e b ſit maior, vt demõſtratum eſt in vigeſima tertia huius quàm m b ad a b, erit f d ad d c multo minor duplicata a b ad b e, quod eſt ſecundum.

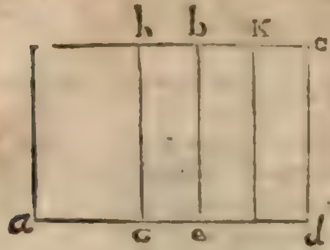


Propoſitio centeſima trigeſima quarta.

Si rectangula ſuperficies ſit cuius pars tertia quadrata ſit, corpus quod ex latere quadratæ in reſiduum ſuperficiei conſtat maius eſt quouis corpore ex eadem ſuperficies aliter diuiſa conſtituto.

Sit rectangulum a c cuius tertia pars c e ſit quadrata, dico quod corpus, quod conſtat ex e d in a b eſt maius omni corpore, quod fuerit ex latere partis ſuperficiei a b in reliquam partem. Si non diuidatur vel ſupra vel infra, & primo in f: erit autẽ proportio e d ad d f, vt e c ad c k, & f a ad a e, vt ſuperficierum ipſarum per primam ſexti Elementorum: at per præcedentem maior eſt proportio e d ad d f, quàm a f ad a e, duplicata igitur maior eſt proportio e d ad

ad eam, quæ poteſt ſuper f c ſuperficiem, quam f a ad a e, igitur maior, quam a K



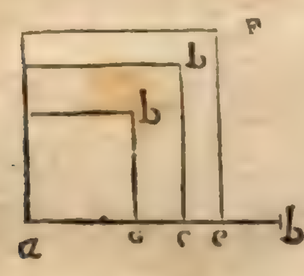
ad a b ex prima ſexti Elementorum: igitur per trigeſimam quartam vndecimi. Parallelipedum ex e d in a b maius eſt parallelipedo ex ea, quæ poteſt in f c ſuperficiem in ipſam ſuperficiem a K. Si verò diuiſio facta fuerit in g, conſtat ex præcedenti, quod minor eſt proportio g e ad e d, quàm ſit duplicata e a ad a d a g, eam igitur minor proportio eius lineæ, quæ poteſt in g e ſuperficiem ad e d quam a b ad a h igitur parallelipedum ex e d in a b eſt maius parallelipedo ex ea, quæ poteſt g e in a h cum ſit a b ad a h, vt dictum eſt, velut a e ad a g.

Com. Manifeſtum eſt autem, quòd tale corpus eſt æquale duplo cubi lateris partis tertiæ quadratæ.

Propoſitio centeſima trigeſima quinta.

Si linea in duas partes, quarum vna ſit alteri dupla, diuidatur erit, quod fit ex tertia parte in quadratum reſidui parallelipedum maius omni parallelipedo, quod ex diuiſione eiuſdem lineæ creari poſſit.

Com. Sit a c dupla b c, & ſit quadratum ad ipſius a c, dico parallelipedum ex b c in a d maius eſſe quouis alio ex diuiſione lineæ a



b ſimiliter creato. Secetur primo in e, & fiat quadratum a f, eritque per vigeſimam quintam. Huius proportio c b ad b c maior duplicata a e ad a c, quare maior, quam a f ad a d per vigeſimam ſexti Elementorum, igitur per trigeſimam quartam vndecimi, Parallelipedum ex b c in a d maius eſt parallelipedo e b in a f, quod eſt demonſtrandum. Si verò diuiſio cadat in g, fiat quadratum a h, & erit per vigeſimam tertiam huius proportio g c ad c b minor, quàm duplicata c a ad a g: igitur minor, quam a d ad a h, igitur per eandem parallelipedum ex c b in a d maius eſt parallelipedo ex g b in a h.

Ex hoc liquet quòd parallelipedum illud erit quadruplum cubo minoris partis, & dimidium cubi maioris. Com.

Propoſitio centeſima trigeſima ſexta.

Denominationes in infinitum extendere.

Inquit Euclides, ſi fuerint quotlibet quantitates ab vno in continua proportione, erit tertius numerus quadratus, & omnes alij ſequentes vno intermiſſo. Tertia igitur in comparatione ad ſecundam etiam, quod non ſit numerus, eſt quadratum: eſt enim tertia ab vno quadratum ſecundæ, quæ eſt proportio. Detracto igitur vno omnes quãtitates loco pari ſunt quadratæ: vt ſcias ergo cuius ſunt quadratæ diuide per medium, & erit quadratum illius - ergo quadrageſima erit quadratum vigeſimæ, & vigeſima decimæ, & decima quintæ, & vigeſima ſexta tertiæ decimæ, & ita de aliis. Iuxta hoc dicemus, quod ſecunda erit quadratum, & quarta quadratum quadrati, & octaua quadratum quadrati quadrati. Et ſexta decima quadquadquadquad. & ita trigeſima ſecunda quadquadquadquadquad. Quod autem quad. eſt quarta in ordine, ideò & octaua & duodecima & decima ſexta, & ſic de aliis ſunt quadrata quadrati, & ſicut quarta eſt quadratum quadrati primæ, ita octaua ſecundæ, & duodecima tertiæ, & ſextadecima quartæ, & vigeſima quintæ, & ita ſemper diuidendo per quatuor. Com. Lib. 9. Propoſ. 8.

Secunda regula dicebat ibidem Euclides, ſi fuerint quotlibet quantitates ab vno in continua proportione quartus, ab vno erit cubus ſupple ſecundæ, & ita duobus ſemper intermiſſis, vno igitur ipſo relicto quolibet loco ternario, vt tertia, ſexta, nona, duodecima ſunt cubi, & cubi eius quantitatis, quæ exit diuiſo numero per tria, velut tertia primæ, ſexta ſecundæ, nona tertiæ duodecima quartæ: & ita tertia erit cubus nona cubus cubi, & vigeſima ſeptima cubus cubi cubi ſcilicet primæ. Et trigeſima nona eſt cubus tertiæ decimæ. Lib. 9. Propoſ. 8.

Tertia regula quarta quantitas, vt viſum eſt, eſt quadquad. Et quinta eſt relatum primum, quia 5 eſt numerus primus, & 7 eſt relatum ſecundum, quia eſt ſecundus numerus primus: & vndecima tertium & tertiadecima quartum: & decima ſeptima quintum: & decima nona ſextum: & vigeſima tertia ſeptimum & vigeſima quinta, quia eſt primus numerus præterquam ad quintam, ideò eſt relatum quintæ, quæ eſt relatum primum primæ, omnes ergo numeri primi ſunt relata, alij omnes ſunt ex natura cubi vel quadrati. Sed relata ſunt inter ſe omnia diuerſorum generũ niſi vigeſimum quintum, quod eſt relatum primum primi relati, & quadrageſimum nonum eſt relatum ſecundum relati ſecundi. Et ita centeſimum vigeſimum primum eſt relatum tertium tertij relati. reliqua, vt dixi, media inter hæc ſunt ſui generis.

Quarta regula propoſita quantitate ab vno in continua proportione, ſi vis ſcire cuius

cuius naturæ ſit detracto vno conſidera, an poſſit diuidi, per duo, eſt quadratum medietatis, & ita procedes diuidendo vſque ad numerum primum, qui vel eſt 2, & erit ex genere quad quad. vel 3, & erit ex genere quadratorum cuborum, & ſimiliter ſi ſit 9, erit ex genere quadratorum cubi cubi. Et ſi proueniat alius numerus primus, vt 5, 7. 11. 13. erit quadratum relati illius ordinis. Et ſi non poteſt diuidi numerus quantitatum per 2 vide, ſi poſſit diuidi per 3, tunc erit cubus illius quantitatis, & ſi illa quantitas, quæ prouenit ex diuiſione: fuerit 3, vel potuerit diuidi per 3, erit cubus, vel cubus cubi, & ita deinceps. Si verò ſit alius numerus primus, vt 5. 7. 11. erit cubus relati. Et ita ſi non poſſit diuidi per 2, nec per 3. erit ex genere relati. Et tunc ſi poſſit diuidi per alium numerum? vt 35. erit relatum ex eo genere. Vtpotè trigeſimaquinta quantitas eſt relatum ſecundum relati primi, ſeu relatum primum relati ſecundi. Nam quoties quantitas poteſt diuidi per duos numeros, dicetur ſub vtroque viciſſim, vt duodecima poteſt diuidi per 4, & 3. ideò dicetur cubus quadquad. vel quadquad. cub. & per 2. & 6. & dicetur quadratum cubi quadrati, & quadratum cubicum quadrati ipſius proportionis, ad quam omnia referri debent.

Quinta regula ex præcedenti pendet, & eſt, quod denominationes, & proportiones viciſſim commutantur: velut 256. eſt quad quadquad, & inter quadquadquad, & quadquad ſunt quatuor termini ipſo computato, & inter quadquad, & quod viſi duo, ergo quadquadquad continet plures proportiones, & proportiones duplicatæ non conſtituunt quad: nam 64. continet duas duplas ad 16. non tamen eſt quadratum 16. ideo oportet diligenter animaduertere.

Sexta regula ſimiliter ex dictis pendet, & eſt, quòd gratia exempli relatum primum cóparatũ ad primũ terminũ eſt ſexta quantitas, cum auté cóparatur ad rem, iam præſupponit proportionem. Exemplum relatum primum proportionis $\frac{21}{20}$. eſt $\frac{4084101}{3200000}$. & eſt aliquanto maior ſexquiquarta, & ſi colligas terminos 100. 105. 110$\frac{1}{4}$. 115$\frac{61}{80}$. 121$\frac{801}{1600}$. 127$\frac{1261}{32000}$. Tu vides quòd ſunt ſex termini in vtraque computando primum, ſed in $\frac{21}{20}$. ſunt duo termini, & in quadrato tres, & in quadrato quadrati per præcedentem, adduntur, duo & vltimus ſcilicet ſextus fit ex relato ipſo. Ergo vltra proportionem ſunt tantum quatuor termini.

Septima regula ad effugiendum omnes errores tu ſcis, quòd 4096. quadratum 64. eſt ſextus a 64. ad quem habet proportionem quadrati, & 64. eſt ſimiliter ſextus ab vno illo ſcilicet non computato, & ita 64. habet rationem vnius, & licet comparetur ad 2. rem & ſit ſextus ab eo, eo computato, 4096 autem à 64. ſit ſeptimus tamen non eſt eadem ratio, quia 64. non eſt quadratum 2.

Propoſitio centeſima trigeſima ſeptima.

Rationem numerorum ex progreſſione declarare, Com. Primæ ſuæ Arith.

Michaël Stifelius rationem pulcherrimam tradidit ad inuentionem numerorum, qui vocantur multiplicandi, & componitur hoc modo. Ex prima componitur 1. & 2. faciunt 3. 1. 2. 3. faciunt 6. 1. 2, 3. 4. faciunt 10. & ita prima tabula conſtituit ſecundam recta ſerie numerorum iuncti,

1	2	3	4	5	6	7	8
1							
2							
3	3						
4	6						
5	10	10					
6	15	20					
7	21	35	35				
8	28	56	70				
9	36	84	126	126			
10	45	120	210	252			
11	55	165	330	462	462		
12	66	220	495	792	924		
13	78	286	715	1297	1710	1716	
14	91	264	1001	2002	3003	3432	
15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435
16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870
17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310

omnibus ab vno. Tertia fit ex ſecunda & tertia, primò aſſumitur 10. in tertio, vt in ſecunda, & ex 10. ſecundæ, & 10. tertiæ fit 20. & 15. ſecundæ, & 20. tertiæ fit 35. & ex 21. ſecundæ, & 35. tertiæ fit 56. & ex 28. & 56. fit 84. Et quanta fit ex tertia, & ex ſeipſa, primum aſſumendo 35. ex tertia, & ponitur pro primo numero quartæ, & ex 35. tertiæ, & 35. quartæ fit 70. numerus ſecundæ quartæ: & ita ex 56. & 70. fit 126. & ex 84. & 126. 210. & ita quinta ex quarta & ſeipſa, & ſic in infinitum.

Regula ergo eſt, quòd binarius ſeruit ℞ quadratæ, & quia nihil eſt in eius directo, ſolus ipſe ſeruiet ℞ quadratæ. Ternarius autem cubicæ, & quia in eius directo eſt alter ternarius, ille etiam ſeruiet ℞ cubicæ. Quaternarius autem ſeruiet quadrato quadrati, & ſenarius, qui eſt in illius directo. Ergo quinarius ſeruiet ℞ relatæ primæ, & duo ſequentes numeri ſcilicet 10. & 10, & eodem modo ſenarius numeri duo ſequentes 15. & 20. ſeruient cubo quadrati, & ita etiam ſeptenarius cum tribus ſequentibus numeris 21. 35. & 35. ſeruient rel. ſecundi radici, & ita deinceps in infinitum.

Propoſitio centeſima trigeſima octaua.

Modos vſus horum numerorum declarare.

In quouis numero denominationis oportet tot addere o, quotus eſt ordo, & facere tot numeros ſequentes, quotus eſt ordo, & ſemper minuere vnam o, velut quia quadrata ℞ eſt prima ad 2. addemus o, & fiet 20. nec alium quæremus numerum. Com.

Sed quia cubica eſt ſecundo loco, habebit prima nota oo. & fiet 300. & ſecundum 3. vnam o.& fiet 30. & in quadrato quadrati addemus ooo. primo, & oo. ſecundo,& o. tertio, & ita habebimus 4000. 600. 40. ſed quia in tabula non eſt 4. vltimum addemus ſimilem primo ſemper. In relato primo, ergo habebimus 50000. 10000, 1000. 50. & in cubo quadrati 600000. 150000. 20000. 1500. 60. Manifeſtum eſt, quòd his vice verſa aſſumpſimus 15. & 6. ſimiles prioribus addẽdo ſemper vt dixi o. minus, donec ad vnam peruenerit. Et ita in relato ſecundo 7000000. 2100000. 350000. 35000. 2100. 70. & ita deinceps.

Propoſitio centeſima trigeſima nona.

Com. Radices omnes à propoſitis numeris extrahere.

Propoſitis quibuſuis numeris vtpotè 916132832. volo detrahere ℞ relatam primam, primum habebo in tabula deſcripta relata prima numerorum ſimplicium vſque ad 10. velut in exemplo. Deinde

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
1	32.	243.	1024.	3125.	7776,	16807.	32768	59049.

ſubſcribam punctum ſub prima nota à dextra, & quia eſt quarta in ordine hoc, ſeu quinta denominatio ſecundum noſtrum, omittam quatuor notas intermedias, & ſubſcribam punctum aliud, & ita facerem ſi eſſent plures quã decem notæ: relinquitur ergo ad punctum primum a ſiniſtra 9161, cuius quæro ℞. relatam primam in tabula, quam inuenio eſſe 6. nam 7776. eius relatum primum eſt proximius ex minoribus ad 9161. detraho igitur 7776. ex numero propoſitio relinquitur. Deinde pono 6. & quadratum eius, & cub. & quadratum quadrati, quia, vt dixi, eſt quarta denominatio apud illum, & è regione numeros præcedentes inuentos relati primi ex præcedenti propoſitione: & duco ſingulos cum ſuis collateralibus, vt vides etiam in figura, & cum vltimo producto, ſcilicet 6480000. diuido 138532832. exit 2. huius accipio omnes numeros ad relatum primum vſque vt vides, & pono minores è regione maiorum, vtpote 2. è regione 1296 & 50000. & 4. è regione 216. & 10000. & 8. è regione 36. & 10000. & 16 è regione 6. & 50. & duco 6. in 50. fit 300. duco in 16 fit 4800. duco 36. in 1000. fit 36000. duco 36. in 8. fit 288000. duco etiam 216. in 10000. & fit 2160000. & duco hos per 4.

916132832
7776
.6.

138532832
64800000
.2.

6—	50	16	4800
36—	1000	8	288000
216—	10000	4	8640000
1296—	50000	2	129600000
			32

138532832

fit 8640000. duco rurſus 1296. in 50000. fit 64800000. duco in 2. fit 129600000. Demum addo 32. relatum primum 2. & fit ſumma omnium 138532832. & ita habemus radicem relatam primam dicti numeri eſſe 62. Et ſi numerus productus fuiſſet maior oportuiſſet accipere proximo minorem. Inde per regulam ſequentem addere minutias.

Propoſitio centeſima quadrageſima

RAdices per numeros fractos determinare.

Duplex eſt modus, vt etiam docui in arithmeticis, ſcilicet vt pro radice quadrata addatur duo o. & pro cuba tria, & pro quadrata quadrata quatuor, & pro relata prima quinque,& ita deinceps,& præ decimis ſemel, pro centeſimis bis, pro milleſimis ter, pro milliaribus ſeu partibus earum quater, pro centeſimiſ milleſimis quinquies pro milleſimis milleſimarum ſexies, & ita deinceps deinde per præcedentem detrahere radicem, & erit valde exacta. Exemplo non vtar, niſi quòd ſi velles radicem relatam 16. ad milleſimas, accipies radicem relatam numeri à latere propoſiti, & ita de aliis 1600000. 00000. 00000. & ſi velles ℞ cub. $5\frac{1}{2}$. per milleſimas, primo addes ter ooo. & fiet 5000000000. inde ſume $\frac{1}{2}$. 1000000000. qui eſt 2000000000. & adde ad 5000000000. fit 2500000000. & hoc quia vnum refert numerum 1000000000. ex ſuppoſito & $\frac{1}{2}$. eſt $\frac{1}{2}$. vnius.

Secundus modus eſt vt accipias proximè maiorem, & multiplica in ſe, & detrahe numerum propoſitum, & reſiduum diuide per duplum radicis primo inuentæ, ſi fuerit quadrata, & per triplum quadrati eiuſdem ſi fuerit cubica,& per quadruplum cubi, ſi fuerit quadrata quadrata, & per quincuplum quadrati quadrati, & quod exit detrahes ex priore radice,& rurſus quod relinquitur, multiplica in ſe, & eodem modo agendo quod ſupereſt à numero propoſito, diuide per duplum radicis prioris, ſi ſit radix quadrata, vel per triplum quadrati ſi ſit cubica, & quod exit rurſus detrahe, & ita agendo, peruenies ad exactiſſimam radicem. Exemplum volo radicem quadratam 5. proxima maior eſt 3. quadratum 9. differentia 4. diuide per 6. duplum 3. exit $\frac{2}{3}$. detrahe ex 3. fit $2\frac{1}{3}$. quadratum eſt $\frac{49}{9}$. quod eſt $5\frac{4}{9}$. rurſus diuido $\frac{4}{9}$. differentiam $5\frac{4}{9}$. & 5. per $4\frac{2}{3}$. duplum radicis primæ exit $\frac{2}{21}$. detrahe ex $2\frac{1}{3}$. relinquitur $2\frac{5}{21}$. radix ſatis propinqua, nam eius quadratum eſt $5\frac{4}{441}$. in cubica ſimiliter volo ℞ cu. 5. proxima maior eſt 2. cubus 8. differentia 3. diuide per triplum quadrati 2. quod eſt 12. exit $\frac{1}{4}$. detrahe ex 2. fit $1\frac{3}{4}$. cuius cubus eſt $5\frac{23}{64}$. differentia eſt $\frac{23}{64}$. diuide per triplum quadrati $1\frac{3}{4}$. quòd eſt $9\frac{3}{16}$. exit $\frac{23}{588}$. detrahe ex $1\frac{3}{4}$. relinquuntur $1\frac{107}{147}$. cuius cubus eſt $5\frac{[illegible]4449}{[illegible]3}$. Ita diuides hunc exceſſum ſi placet per triplum quadrati $1\frac{[illegible]}{[illegible]}$. & eſt fermè 9. exit $\frac{[illegible]}{[illegible]}$. quaſi detrahe ex $\frac{107}{147}$. relinquuntur. $\frac{[illegible]}{451789}$.

Tertius

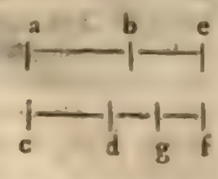
Tertius modus eſt ſubtilior, tu ſcis quod duodecima denominatio eſt quadrata ſextæ, & quadrata quad. tertiæ, & cuba quarti, quarta autem eſt inter tertiam & ſextam ſecunda quantitas in continua proportione: ergo inuenta ℞ numeri propoſiti & ℞ radicis inuentæ reducam ad vnam denominationem, & inter numeratores collocabo duas quantitates, quod facile erit ſenſim procedendo, & habebo ℞ cu. quæſitam, ſcilicet minorem ex duabus intermedijs. Et ſimiliter pro relata prima, capiam ſexaginta denominationes, & ſcis, quod quintadecima eſt ℞ ſexageſimæ, & decima eſt ℞ cu. ℞ ſexageſimæ, & duodecima ℞ relata prima ſexageſimæ per eandem inuenta, ergo ℞ numeri propoſiti tanquam ille ſit ſexageſima denominatio, inueniam illius radicis inuentæ ℞ quadratam, & cubicam, quia duodecima quantitas quæ eſt ℞ relata prima numeri eſt ſecunda, quatuor intermediarum interponam inter ℞ quadratum, & cubicam quadratam quatuor numeros in continua proportione, & ſecundus ex minoribus erit ℞ relata prima numeri propoſiti Exemplum cubicæ volo ℞ cum 5 habui ℞ quadratam eius $2\frac{4}{21}$. ſed volo proximiorem diuidendo $\frac{5}{441}$. per 4. quod eſt fermè duplum $2\frac{5}{21}$. exit $\frac{1}{441}$. detraho ex $2\frac{5}{21}$. relinquitur valde proxima ℞ 5. $2\frac{104}{441}$. huius igitur radix quadrata, primo inuenta eſt $1\frac{2}{3}$. ſecunda proximior eſt $1\frac{41}{84}$. reduco ad eandem denominationem fient $\frac{83}{1764}$. $2\frac{416}{1764}$. & $1\frac{861}{1764}$. inter 3944, & 2625, inueniemus duos numeros in continua proportione, vt vides, & erit ſecunda quantitas $\frac{6001}{7641}$, quod eſt $\frac{167}{608}$. proximum ad $1\frac{5}{7}$, ℞ cubica. 5. nam eius cubus eſt $5.\frac{11}{141}$. at exactiſſima eſt ergo $1\frac{69}{98}$. vt liquet.

2625 $\frac{1000}{1764}$. 3944	

Pro relata prima ergo ponamus, vt velim ℞ relatā primā 25. accipio 5 ℞ 25. cuius ℞ eſt: vt viſum eſt, $2\frac{104}{441}$. ſimiliter ℞ cu. 5. fuit $1\frac{69}{98}$. igitur reducam ad vnam denominationem, & inueniam quatuor numeros in continua proportione inter illos, & ſecundus poſt minimū ex illis erit ℞ relata prima propinquiſſima 25. Quomodo verò inueniantur facillimè illi termini, docui in ſexto libro operis perfecti.

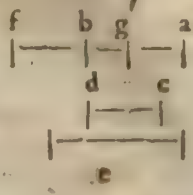
Quarta regula eſt vtilior, licet minus videatur nobilis, & eſt fūdata in hoc, quod ſi a b ſit maior c & eis addātur b e, & d f æquales dico, quod erit minor proportio a c ad c f, quàm a b ad c d, & ex conſequenti per viā fracti maior pars vnius erit c f ipſius a e, quàm c d ipſius a f ex Euclide. Dico ergo quod maior eſt proportio a b ad c d, quàm a e ad e f, fiat d g ad quam ſit b c vt a b ad c d, eritque a e ad c g vt a b ad c d. minor autē eſt a e ad c f, quam ad c g, igitur minor a e ad c f quàm a b ad c d quod fuit propoſitum.

8. Propoſ. quinti Elem
Per 18. quinti Elem



Similiter ſi fuerint duæ quantitates, ab & c d, quarum ab ſit maior e, c d autem eadē e minor, dico, quòd dimidium aggregati a b & c d maiorem habebit proportionem ad e, quàm c d & minor, nam iuncta b f æquali d e ad a b, ita vt f g ſit dimidium totius a f, quia ergo f g eſt dimidium f a & f b eſt minor dimidio f a cum ſit minor b a & ſimiliter f g eſt minor ab, quia a b eſt maior dimidio a f, quia eſt maior b f, ergo proportio g f ad e eſt maior quam b f ad e, ita quam c d ad e, & minor quàm a b ad e, quod fuit propoſitū.

Per 11. quinti Elem amplificatā.



Per 8 quinti Elem.

Quo viſo volo ℞ 1000. quadratam, & quod de quadrata dico, dico etiam de alijs radicibus & erit ex ſecunda regula harum $31\frac{39}{60}$. & quadratum erit 1000 $\frac{1}{1844}$. Iuxta ergo primā partem regulæ $31\frac{18}{61}$. erit minus, & in veritate in eo, quod fit ducendo, vt vides, & hoc eſt proximum ad $\frac{1}{110}$, multiplico igitur duplum $31\frac{10}{60}$, quod eſt fermè $63\frac{1}{4}$. in $\frac{1}{160}$. fient $\frac{61}{100}$ $\frac{\frac{1}{4}}{4}$ detrahe ex $\frac{1521}{1844}$.

$\frac{18}{61}$	$\frac{19}{60}$
2379	2356
$\frac{11}{372}$.	

hoc modo, diuide 3844. per 160. exit $24\frac{1}{40}$. diuide 1521. per 24. exit $63\frac{1}{8}$. habes igitur quod $\frac{1521}{3844}$. ſunt $\frac{61}{160}$. igitur detracto $\frac{61}{160}$. ex $\frac{13}{160}$. nihil relinquitur, & erit ℞ exacta valde 1000. hoc $31\frac{48}{61}$. cuius quadratum $1000\frac{41}{3721}$. vides breuitatem, & propinquitatem in producto differentia eſt $\frac{1}{100}$. aut parum maius quod ad radicem comparatum cum debeat diuidi per duplū eius erit paulo maius $\frac{1}{6100}$. Vnde facilior eſt, & breuior hæc via quàm per 60. additus. Rurſus volo aliquid adimere & cum propinquitate ita facio. Conſidero quòd $31\frac{18}{61}$. eſt maius $\frac{1}{6100}$. radice diuido 6300. per 62. exit 103. fermè, neque enim curo in hoc fractiones: multiplico ergo 103. in $\frac{38}{61}$. & habeo $\frac{3914}{6283}$. hic denominator eſt proximus 6300. aufero ergo 1 ex 3914. habebo valde proximam ℞ 1000: $31\frac{3913}{6283}$. cuius quadratum eſt 1000. minus $\frac{1}{1048}$. hoc vt dixi diuiſum per duplum ℞ quod eſt 63. eſt omnino inſenſile in radice

Quinta regula eſt omnium pulcherrima, & eſt communis omnibus & fractis & integris & omnibus generibus radicum, & ſit exemplum. volo ℞ radicis ſupraſcriptę ſcilicet $31\frac{3913}{6283}$. multiplico 31. in 6283. & fit 194793. cui addo 3913. fit 198686. manifeſtum eſt igitur, quod $\frac{198686}{6283}$. æquiualet $31\frac{3913}{6283}$. hoc facto, quod eſt commune omnibus radicibus extrahendis pro radice quadrata, multiplicabo numeratorem, qui eſt 194686. per denominatorem, qui eſt 6283. & ſi voluero radicem cubicam, multiplicabo eundem numeratorem per quadratum denominatoris, & ſi voluero radicem radicis, multiplicabo per cubum, multiplicabo per quadratum quadratum 6283. & ita de alijs vna diminutione minore, & eius qui prouenit numeri ℞ ſuprapoſita denominatori erit ℞ eiuſmodi, quam ſuſcepiſti, velut in exemplo fuit numerus $\frac{198686}{6283}$. quia ergo volo ℞ quad. multiplico 198686. in 6283, & fit 1248344138. huius accipio ℞ quad. quæ eſt 35332. hæc autem eſt diuidenda per 6283. & exeunt $5\frac{3917}{6283}$. ecce vides radicem exactam

exactam admodum, & facilem. Volo rurſus ℞. quadrat. $5\frac{1917}{12566}$. multiplico 12566. per 5. & fit 62830. cui addo 3917. & fit 66747. cui ſuppono 12566. denominatorem, fient ergo $\frac{66747}{12566}$. manifeſtum eſt igitur quòd hoc æquiualet $5\frac{1917}{12566}$. ſi igitur multiplicarem denominatorem per denominatorem & numeratorem, quod proueniret, eſſet æquale eidem numero, ergo ℞ eius eſſet eadem cum ℞. prioris, ſed ℞ denominatoris eſſet prior numerus, ergo ſufficiet extrahere ℞ producti ex denominatore numeratorem, & ita productum erit ex denominatore in numeratorē 838742802, cuius ℞. eſt 28961. hæc igitur diuiſa per 12566. oſtendit ℞ $2\frac{1829}{12566}$. In hac autem quadrata eſt alius modus ſine multiplicatione, ſed non eſt communis aliis, vbi ſtatueris denominatorem pro denominatore ℞. vtpote 12566. & numeratorem 66747, conſtitues medium ſenſim augendo.

Rurſus volo ℞ relatam $2\frac{1829}{12566}$. reduco ad denominatorem, & fit vt prius $\frac{28961}{12566}$. duco igitur 12566. ad quad. quad. ſed ſufficiet in hoc caſu deducere ad minores denominationes, vtpote diuide 28961. per 12566. exit $2\frac{1829}{12566}$. multiplico per 566. fit $1104\frac{1862}{12566}$. hoc detrahe ex 28961. habebis $\frac{27858}{12000}$. diuidi igitur per 1000 habebis 12. & 27. $\frac{107}{125}$. at $\frac{108}{126}$. ſunt $\frac{6}{7}$. igitur habes 12. pro denominatore, & 27. $\frac{6}{7}$. pro numeratore, quare erunt numeri $\frac{195}{84}$. erit ergo per hanc regulam, vt ducas 84. ad quad. quadrati, & fit 49787136, duc in 195. fit 9708491520. cuius ℞. relata prima eſt 99. igitur ℞. relata prima $2\frac{1829}{12566}$. eſt $1\frac{15}{84}$. paulo maior, id eſt $1\frac{11}{70}$. Et nota quod ſi denominator haberet ℞. illius generis, quam quæris, ſufficeret inuenire radicem quidem generis abſque alia numerorum multiplicatione.

Propoſitio centeſima quadrageſima prima.

Com. Numeros fractos ad minores in eadem proportione valde propinqua deducere.

Cum plerumque numeri fracti habeantur per radices, vt aliquando maiores ſint, aut minores eo fit, vt poſſint reduci ad minores numeros, vt melius intelligi poſſint & facilius tractari, & cum hoc ſit exactior illa pars, exemplum ergo habeo $2\frac{1829}{12566}$, quem volo certa ratione ad minores diuiſiones deducere. Deduco primo totum ad fractiones ducendo 2 in 12566, & addendo 3829, & fit $\frac{28961}{12566}$, multiplico 12566 per 9. quia proportio vnius ad alterum eſt fermè, vt 9 ad 4, & fit 113094, multiplico 4 in 28961 fit 115844, hoc igitur eſt maius, igitur proportio 18961 ad 12566 eſt maior quàm 9 ad 4, detraho igitur 12566 ex 28961, relinquitur 16395, detraho 113094 ex 115844, relinquitur 2750, diuido 2750 per 16395 exit $\frac{11}{128}$ addo 2. denominatori fit $\frac{55}{110}$ quod eſt $\frac{1}{6}$, nam iſtæ additiones paruæ præter quod parum variant quantitatem etiam dum ad examen reducuntur, nihil impediunt, detrahe igitur $\frac{1}{6}$, à $\frac{9}{4}$. & ducendo per 6. & detrahendo $\frac{53}{23}$. duco igitur primos numeros ſcilicet $\frac{28961}{12566}$. mutuo in $\frac{53}{23}$. fiunt 665998. & 666107. ita vides, quod proportio 53. ad 23. eſt paulo minor, quàm 28961. ad 12566. & æquiualent $\frac{53}{23}$. & $2\frac{1829}{12566}$.

Propoſitio centeſima quadrageſima ſecunda.

Denominationum incrementa ex extrema cognita inuenire, & conuerſo modo.

Quidā per vſurā rediuiuam fecit 40000. coronatos ex 40. in 40. annis. Quæro quāta fuerit vſura, & quando habuit 1000. coronatos, quidā vellent ſoluere per regulam trium quantitatum, in qua committerentur maximi errores. Et in ea multi ſunt modi, & omnes falſi præter hanc viam nulla eſt vera, adde quod vellent multi per ſortem inuentam ſoluere augendo per ſingulos annos, quod adeò difficile eſſet, & pene foret impoſſibile. Ideo diuides 40000. per 40. numerum ſortis exit 1000. igitur in 40. annis vnum fit mille, ſunt ergo 40. denominationes ab vno, quarum quadrageſima eſt 1000. igitur vigeſima eſt ℞. 1000. ſcilicet $31\frac{1013}{6181}$. igitur decima eſt ℞. eius $5\frac{1917}{12566}$. huius radix, erit quinta quantitas $2\frac{7}{33}$. cuius ℞. relata prima, erit proportio $1\frac{11}{70}$ cuius quadratum eſt $1\frac{1889}{4900}$. ſeu $1\frac{67}{165}$. pro ſecunda quantitate, duces ergo primam, quæ eſt $\frac{81}{70}$. in quintam, quæ eſt reducta ad minores fractiones facilitatis cauſa $\frac{73}{33}$. & habebis ſextā quantitatē $2\frac{118}{161}$. duco etiam quintam quātitatem ſcilicet $\frac{73}{33}$. in ſecundam quæ eſt $\frac{232}{165}$. & fit ſeptimi anni quantitas, duco igitur ſeptem annorum numerum, qui eſt $3\frac{14}{61}$. in $31\frac{15}{61}$. fit $102\frac{993}{6181}$. Per 136 Propoſ.

Anni	Aurei
1	$1\frac{11}{70}$.
2	$1\frac{67}{165}$.
5	$2\frac{7}{33}$.
6	$2\frac{118}{161}$.
7	$3\frac{14}{61}$.
10	$5\frac{1917}{12566}$.
20	$31\frac{18}{61}$.
40	1000

At in ſex annis additis ad viginti, fit tanto minus, quanto $31\frac{18}{61}$. ductum in differentiam ſeptem, & ſex annorum quæ eſt $\frac{60}{121}$. fit ergo $15\frac{15}{490}$. Quia ergo annuatim ſolum vſura adiicitur ſorti, ſufficiet diuidere $2\frac{993}{6181}$. per $15\frac{16}{495}$. ſcilicet multiplicando per 12. numerum menſium $2\frac{993}{6181}$. fit $25\frac{1631}{6181}$. diuide $25\frac{1611}{6181}$. per $15\frac{15}{492}$. exit menſis vnus, & dies 21. detrahe ex 27. annis, remanent anni 26. menſes 10. dies 9. in quo tempore habuit 4000. aureos coronatos. Vſura autem fuit vt viſum $\frac{11}{70}$. igitur per regulam trium duc 13. in 100. fit 1300. diuide 1300. per 70. exit $18\frac{4}{7}$. & tanta fuit pro centum. Et cum computaueris in tribus annis, acquirit modico plus beſſe eius, quod habet. Et ita in 13. annis, & parua illa parte perueniet ad decuplum eius, quod habet, ſcilicet 4000. aureorum, & habebit aureos 40000. vt propoſitum eſt.

SCHOLIVM.

In propoſita proportione numeróque terminorum rediuiuam vſuram inuenire.

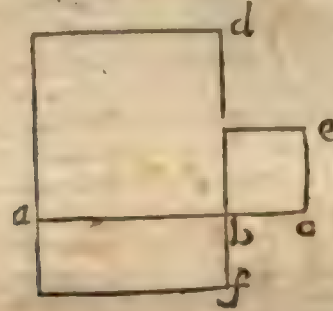
Sit

Sit gratia exempli, in ſex annis vſura rediuiua vigeſimæ, eritque proportio $\frac{21}{20}$. cuius numeratorem ſexies ducam in ſe primum bis fit 441: ergo ducto 441. in ſe fitque 194481 ductũ in 441. fit 85766121. ſexies ductum 21. quinquies autem ducam 20. denominatorem in ſe fit bis 400. ter 8000. quinquies ergo 3200000, diuide numeratorẽ per denominatorem abiectis quinque notis erit $26\frac{2566121}{3200000}$. Quæ proportio eſt proxima $26\frac{4}{5}$. ad 20. & ita vt 134. ad 100. Et ſi pigeret tædij aut laboris poſſes pro xij annis ducere 134 in ſe, & fit 17956. diuide per 100. eadem ratione, exit $179\frac{14}{25}$. & ita 100. in xij, annis, fit tantundem. Et ita pro xviij & xx. annis.

21 | 441 | 20 | 400
21 | | 20 |
21 | | | 20
21 | | | 8000
194481 |
| | | 20
21 | | | 20 400
21 | 441 | | 3200000
85766121.

Propoſitio centeſima quadrageſima tertia.

Si linea in duas partes diuidatur, corpora, quæ fiunt ex vna parte in alterius quadratum mutuò æqualia ſunt corpori, quod fit ex tota linea in ſuperficiem vnius partis in alteram.



Com. Sit a c diuiſa in a b, b c quadratum a b ſit a d, quadratum b c, ſit b c parallelo grammũ ex a b in b e, a f dico quòd corpora ex a b in b e, & b c in a d æqualia ſunt corpori ex a c in a f. Quia enim corpus ex a c in a f conſtat ex a b in a f, & b c in a f, per primam ſecundi Elementorum, corpus autem ex a b in a f eſt æquale corpori ex b c in a d, & corpus ex b c in a f eſt æquale corpori ex a b in b e igitur conſtat propoſitum.

Id eſt per eius demonſtrationem. Per 29. vndecimi Elem.

Propoſitio centeſima quadrageſima quarta.

Duplum cubi medietatis maius eſt aggregato corporum mutuorum cuiuſlibet diuiſionis, quantum eſt, quod fit ex toto in quadratum differentiæ.

Sit a b diuiſa per æqualia in c, & per inæqualia in d, dico, quod duplum cubi a c eſt maius aggregato corporum ex a d in quadratum b d, & b d in quadratum a c in eo quod fit ex a b in quadratum c d, nam per præcedentem duplum cubi a c eſt æquale corpori ex a b in quadratum a c: aggregatum quoque corporum ex a d in quadratum b d, & b d in quadratum a d eſt æquale ei, quod fit ex a b in rectangulum ex a d in d b, quadratum autem a c eſt maius rectangulo a d in d b quadrato c d differentiæ, igitur duplum cubi a c excedit aggregatum corporum mutuorum in corpore ex a b in quadratum c d differẽtiæ quod eſt propoſitum.

a c d b
|——|—|—|

Propoſitio centeſima quadrageſima quinta.

Si linea in duas partes diuidatur quadrata ambarum partium detracto eo quod fit ex vna parte in alteram, æqualia ſunt producto vnius in alteram cum quadrato differentiæ. Per 5 ſecundi Elem.

Sit linea a c diuiſa in b, & ſit differentia a b, b c, b d, dico quod quadrata a b & b c detracto eo quod fit ex a b in b c, æqualia ſunt producto a b in b c cum quadrato b d. Quoniam enim quadrata a b, b c æqualia quadratis a d d b b c & productis ex a d in d b bis & quod fit ex a b in b c æquale eſt ei quod fit ex a d in ſe cum eo quod fit ex a d in d b, quia a d eſt æqualis b c ideo quadrata a b & b c detracto eo quod fit ex a b in b c ſunt æqualia quadratis a d d b, & producto a d in d b ſemel: a c quadratum a d cum producto a d in d b eſt æquale producto a b in a d, & ex conſequenti in b c, igitur reſiduum quadratorum a b & b c detracto producti a b in b c eſt æquale a b in b c cum quadrato b d quod fuit propoſitũ.

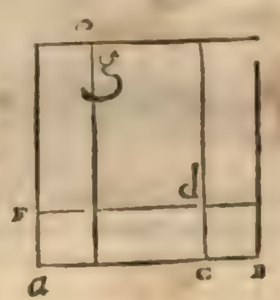
a d b c
|—|—|—| Com.

Per 4 ſecundi Elem. Per 1 ſecundi Elem. Com.

Propoſitio centeſima quadrageſima ſexta.

Corpus quod fit ex linea diuiſa in ſuperficiẽ æqualem quadratis ambarum partium detracta ſuperficie vnius partis in alteram, eſt æquale aggregato cuborum ambarum partium.

Sic a b diuiſa in c quadrata partium e f

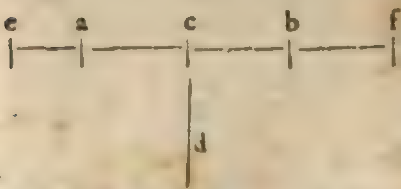


& b d detrahatur ex e f, f g æqualis a d, dico corpus ex a b in ſuperficies b d, d g æquale eſſe cubis a c & c b pariter acceptis, quia enim ex a b in b d fiunt duo corpora cubus b d & corpus ex a d in quadratum d b hoc autem eſt æquale corpori ex b c in a d quia fiunt ex æqualibus lineis: at corpus quod fit ex a b in d g æquale eſt corporibus quæ fiũt ex a c, c b in ſuperficiem d g at cubus a c continet duo corpora quæ fiunt & a c in d g & g f, igitur cubus a c ſuperat productũ ex a b in d g in producto ex a c in f g & ſuperatur ab eo in producto ex b c in d g, ſuperatur etiam, vt viſum eſt, cubus b c à producto b a in d b in producto b c in c f, igitur cubi a c c b ſuperantur à producto

a b in a d in producto b c in c f & in d g, quare in producto b c in f e: ſiquidem f e & f g ſunt æqualia ex ſuppoſito ſuperãt autem in producto ex c b in e f, igitur tantum eſt id in quo ſuperantur quantum eſt id in quo ſuperant: ergo ſunt æqualia.

Propoſitio centeſima quadrageſima ſeptima.

Propoſita linea diuiſas duas ei lineas adiicere, vt proportio additarum ſingularum & partium ſimul iunctarum ad additas ſit mutua.



Com.

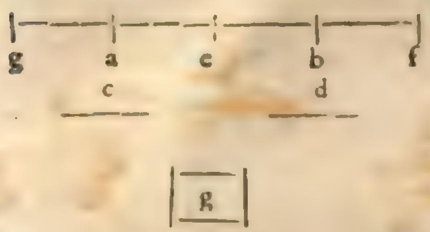
Per 13. ſexti Elem.
Per 11. ſexti Elem.
Per 11. quinti Elem.
Per 18. quinti Elem.

Sit linea a b diuiſa in c volo eius partibus addere lineas, vt propoſitum eſt, ſtatuo mediam c d inter a c & c b quæ ſit c d, & facio vt c d ad c a ita c a ad a e & vt d c ad c b ita c b ad b f, quia ergo d e media eſt inter a c & c b, & vt ea ad a c ita d c a c b ad c f erunt omnes in continua proportione, quare proportio e c ad c a vt c f ad b f & e c ad ca vt c f ad c b quod eſt propoſitum.

Propoſitio centeſima quadrageſima octaua.

Propoſitis tribus lineis primam ſic diuidere, vt adiectis duabus aliis lineis ſecundum rationem mutuam ſingularum ſingulis aggregatum ex vna adiectarum & parte ad aggregatum ex alia parte & adiecta ſe habeat, vt ſecunda ad tertiam.

Com.



Sit a,b,c,d, propoſitæ lineæ, volo diuidere a b ita in e vt ſumpta ſecundum proportionem alicuius quantitatis, puta g ad a e ſic b f ad e b & vt g ad e b ſic g a ad a e vt ſit proportio g e ad e f vt c ad d. Sint ergo omnia conſtituta & ſit g rectangulum ex a e in e b, cum ergo g a contineat a e vt g continet e b, g autem continet e b ſecundum a e, igitur g a continet a e ſecundum a e, ergo ex diffinitione quadrati a g eſt quadratum a e. Pari ratione b f eſt quadratum b e, proportio igitur g e ad e f cũ ſit vt c ad e ex ſuppoſito erit vt ipſi proportioni addamus, & detrahamus ex duplo a b & dimidium reſidui ducamus in ſe, & addamus aggregato quadrati a b cum ipſa a b, & latus eius detracto dimio reſidui erit b e linea, quare diuiſio nota, & eſt vt dicamus it: olo diuidere datam lineam, vt quantitates abiectæ ſub mutua proportione ad vnam tertiam cum partibus obtineant inter ſe proportionem datam.

Per 1. ſecundi Elem.

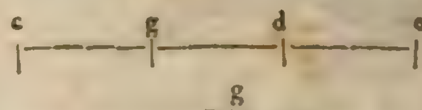
Propoſitio centeſima quadrageſima nona.

Datam lineam ſic diuidere, vt proportio quadratorum ad duplum vnius partis in alteram ſit, vt lineæ datæ ad lineam datam.

Sit data a b quam volo diuidere, vt proponitur ſub proportione c d ad e, diuido a b bi-



fariam in f, & abſcindo g d æqualem d e, & inter c g reſiduũ & c e interpono proportione, & vt h ad c g ita a f medietatis a b ad f k.

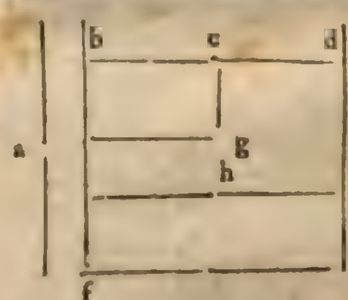


Omnia iſta ſunt notiſſima ex primo & ſexto Elementorum Euclidis. Si ergo abſcindantur f k ex f a, dico qood proportio quadratorum l κ & κ a ad duplum rectanguli a κ in κ b eſt vt c d ad d e. Quia enim c e ad c g duplicata eſt ei quæ eſt h ad c g, duplicata eſt etiam ei quæ eſt f a ad f κ, quare vt quadrati a f ad f k, ita c e ad c g, igitur diſiungendo c g ad g e vt reſidui quadrati k f ad reſiduum quadrati a f, quare c g ad g d vt quadrati k f ad dimidium reſidui quadrati a f, igitur coniunctim c d ad d g vt quadrati k f & dimidij reſidui quadrati a f ad ipſum dimidium reſidui. At verò cum g d ſit æqualis d e, erit c d ad d e vt quadrati κ f cum dimidio reſidui ſæpius dicti ad ipſum dimidium reſidui. Igitur etiam vt dupli quadrati k f cum reſiduo ad reſiduum, ſunt enim omnia duplicata. At duplum quadrati k f cum reſiduo eſt æquale quadratis a f & f κ, igitur quadratorum a f & f κ ad differentiam eorum proportio eſt vt c d ad d e, igitur dupli quadratorum a f & f κ ad duplum differentiæ quadratorum a f & f κ vt c d ad d e. Verum duplum quadratorum a f & f κ æquatur quadratis b κ & κ a. Et duplum differentiæ quadratorum a f & f κ eſt æquale duplo producti b k in κ a, igitur proportio quadratorum κ b & κ a ad duplum producti κ b in κ a eſt veluti c d ad d e, quod eſt propoſitum.

Com.
Per 9. ſecundi Elem.
Per 5. ſecundi Elem.

Propoſitio centeſima quinquageſima.

Propoſitis dubus lineis lineam commu-



nem vtrique adiungere, vt ſit maioris ad additam proportio, velut quadratorum

mino

minoris & adiectæ ad duplum vnius in alteram.

Coju.

Hæc eſt quaſi conuerſa præcedentis. Sit a maior, & b c minor, & b d dupla b c ſuper quam erigatur b f æqualis a, & ſit rectangulum d f & deſcribatur quadratum b c quod ſit b g reſiduæ ſuperficiei ad d f latus ſit h, dico h eſſe lineam quæſitam. Superficies enim d f cum fiat ex a in duplum b c, dupla erit ſuperficiei a in b c, ſuperficies f d, tota æquatur quadratis h & b c, igitur quadrata h & b c dupla ſunt ſuperficiei a in b c, quod verò fit ex a duplum b c ſe habet ad id quod fit ex h in duplum b c, vt a ad h, cum per eandem lineam ducantur, igitur quod fit ex a in duplum b c, & ſunt quadrata h & b c, ſe habent ad duplum h in b c, vt a ad h, quod fuit demonſtrandum.

Propoſitio centeſima quinquageſima pr ima.

Proportio differentiæ quadratorum partium, cuiuſuis lineæ ad quadratum differentiæ illarum eſt velut totius lineæ ad differentiam.



Com.

Sit a b diuiſa in puncto c,& fiat c d æqualis c b, manifeſtum eſt quod differentia partium eſt a d, dico proportionem differentiæ quadrata ad. Q ioniam differentia quadratorum a c & c b eſt, quod fit ex a d in d c bis cum quadrato a d, & ideò quod fit ex a d in d b cum quadrato a d, & ideò quod fit ex tota a b in a d. Igitur differentia quadrato a c & c b eſt quod fit ex a b in a d, quare cum quadratum a d fiat ex a d, erit prpportio a b ad a d, velut differentiæ quadratorum a c & b c ad quadratum a d differentiæ partium. Quod fuit propoſitum.

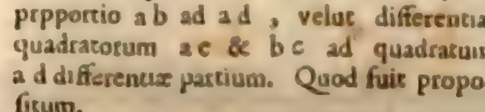
Per 4 ſecundi Elem.

Per 3 ſecundi Elem.

Per 1. ſexti Elem.

Propoſitio centeſim.ı quinqu ageſima ſecunda.

Si linea in duas partes æquales duasque inæquales diuidatur, fueritque proportio aggregati ex maiore & dimidio ad ipſam maiorem velut ex minore, & aliqua linea ad ipſam minorem, & rurſus aggregati ex minore dimidio ad ipſam minorem, velut aggregati ex maiore & alia addita ad ipſam maiorem, erit proportio dimidij ad partem vnam inequalem, velut alterius partis inæqualis ad ſuam additam mutuò, & etiam proportio additarum inuicem, velut proportio partium inæqualium duplicata, & rurſus ipſum dimidium lineæ aſſumptæ medium erit proportione inter additas. Demum proportio dimidij cum addita maiore ad dimidium cum addita minore, velut maioris partis ad minorem.



Com.

Sit propoſita a b diuiſa per æqualia in c per inæqualia in d, & ſi vt addantur a g & b f, ita vt proportio c a, & a d ad a d ſit veluti f d ad d b, & c b & b d ad b d, velut g d ad d a, & hæc eſt quarta ſecundi Archimedis de ſpæra, & Cylindro: quia ergo a c & a d ad a d, vt f d ad d b erit a c ad a d, f b ad b d. Et ſimiliter quia eſt c b & b d ad b d, velut g d ad d a erit c b ad b d, velut g ad a d, & hoc eſt primum. Quia ergo c a eſt æqualis c b, erit c a ad b d, velut g a ad a d, & iam fuit a d ad c a, vt b d ad f b, per conuerſam igitur a d a d b d, vt g a ad a d, & vt b d ad f b, interpoſitis ergo a d & d b inter a g & b f cum compoſita ſit proportio a g ad b f ex proportione a g ad a d, & ad d b, & d b ad b f & proportio a d ad d b, ſit æqualis proportioni a g ad a d, & d b ad b f, igitur proportio a g ad b f. Per demonſtrata ab Alchindo eſt duplicata proportioni a d ad d b quod eſt ſecundum.

a	g
a	d
d	b
b	f

Ruſus quia ex primo demonſtrato, vel eius conuerſo proportio a d ad a c eſt velut b d ad b f, & d b ad a c, vt a d ad a g, proportiones ergo a d & d b ad a c componunt proportionem produducti a d in d b, quod ſit h ad quadratum a c quod ſit k, &

a d	d b	h
a c	a c	k
b d	a d	l
b f	a g	m

ſimiliter proportio b d ad b f & a d ad a g componunt proportionem producti ex b d in a d, quod ſit l ad productum b f in a g, quod ſit m, per demonſtrata ab Euclide in ſexto Elementorum, igitur proprotio h ad k vt l a d m, ſed h & l ſunt æquales, quia producuntur ex eiſdem, igitur per demonſtrata in quinto Elementorum Euclidis, k eſt æquale m, ergo a c eſt media proportione inter b f & g a, quod eſt tertium. Quia verò ex primo demonſtrato eſt f b ad b d, vt a c ad a d, & c b ad idem b d, vt g a ad idem a d erit coniungendo f b & b c ad d, vt coniungendo g a & a c ad a d, ſed f b & b c componunt f c & g a, & a c componunt g c, igitur vt f c ad b d, ita g c ad a d, ergo permutando g c ad f c, vt a d ad b d, quod eſt quartum.

In Prop. 23. Propoſ. 9.

f b	b d
a c	a d
c b	b d
g a	a d

Cum ergo punctum d fuerit datum, licet inuenire a g & b f. facilè, vt Archimedes præſupponit proportionem g d ad d f datam & quærit eam, quæ eſt a d ad d b, & peruenitur ad res numero triplo quadrati dimidij lineæ aſſumptæ æquales cubo & numero, qui ſit ex duplo cubi dimidij in 1. m. ipſa proportione, & quod producitur diuiſo per 1. p: ipſa proportione. Veluti poſita a b 10, & proportione, quam volo g d ad d f ſexcupla, duco 5. dimidium 10, in ſe fit 25, & triplico, fit 75. numerus rerum. Inde duco 5 idem dimidium ad cubum fit 125, duplico fit 250, duco in 5, qui eſt 1 m: proportione fit 1250, diuido per 7, qui eſt 1 p: proportione exit $178\frac{4}{7}$ numerus, qui cum cubo æquatur 75. rebus. Cum ergo conſtituta fuerit diuiſio in c non recipit proportionem g d ad f d quam volueris, ſed ſequitur vna ſola ad illam, & eſt

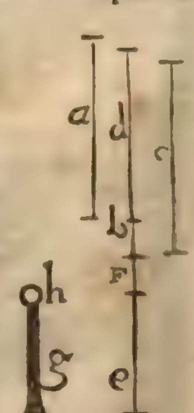
mirabile

mirabile, , quoniam lineæ videntur ſumi libere. Sed non eſt ita. Et etiam quia Archimedes videtur aſſumere aliam lineam ſed non inueſtigat eam, imò oſtendit eam ex aſſumptis. At Eutocius oſtendit ambas, vnam ex propria inuentione, aliam ex Diocle, ſed vna eſt ſuperflua, quia vt dixi, vna ſequitur ad aliam. Ex hoc patet cur Diocles aſſumpſerit lineam vnam, quæ eſt a c, quæ ſe habet ad a d, & d b, vt viciſſim a d, & d b ad additas, quod eſt primum demonſtratum. Sic enim omittit primum quod proponit Archimedes, & aſſumit quod proximum eſt: & ideò Archimedes non probat, nec præſupponit, quod à Diocle probatur, ſcilicet datum eſſe punctum d in linea a b, ſed ſolum in linea g f, ideò cogitur probare ſecundum quod demonſtratur ab Eutocio, & à nobis demonſtratum eſt ſuprà Archimedes autem aſſumit lineam extra circulum, quam vocat b f, quæ eſt æqualis b c medietati: aliam aſſumit quam vocat b h, cuius proportio ad b d eſt ſicut quadrati ad a d quadratum a b. Conſtat ergo quod proportio g d ad d f eſt data. Et ſimiliter f g ad g d, & eſt 1. præ proportione data. Vnde notandum quod datum dicitur, ſimpliciter cognitum alio modo, dicitur datum poſitione, quod eſt certum & tale, velut ſi quis dicat, diuide 10. in duos numeros quadratos: hoc non eſt datum, poteſt enim diuidi pluribus modis. At ſi dicas vt vna pars ſit alterius quadratum, iſtud antequàm ſciuntur partes, dicitur datum poſitione. Ergo datum poſitione eſt duplex, vel vt ratio nota ſit, non autem quantitas, vt ſi dicam a b eſt dupla ad b c vtraque dicitur nota poſitione, quoniam neſcio quanta ſit a b a b c Vel ſi quantitas eſt nota proportio |—|—| ignota ſit, vt ſi a c ſit 10, & ſit, vt b c ſit ℞ relata, a b erit punctus b, & proportio a b ad b c data poſitione, non tamen nota. Et ſi dicas igitur omnia, quæ habent determinationem erunt data poſitione? Dico quod non, quia oportet, vt illa determinatio comprehendatur ſub vna ratione, eaque ſaltem generaliter cognita.

Propoſitio centeſima quinquageſima tertia.

Vim quamcunque manus multiplicare.

Com. Per 17. Cum enim radimus aut trahimus manifeſtum eſt, quod ambabus manibus vis conduplicatur, & maior redditur, quanta eſt proportio totius ad exceſſum: velut ſit a quod mouetur a b vna manu viribus vt b, quæ ſunt exceſſus b d ſupra a, cum ergo proportio c b d ad a ſit compoſita ex proportionibus c & b d ad a manifeſtum eſt, quod



erit producta ex proportione c b d ad b d, & Per 2. b d ad a, ſed c b d eſt dupla ad b d, quia c eſt æqualis, c igitur proportio c b d ad a eſt maior multo quàm duorum exceſſuum, qui mouerent in proportione dupla: velut ſi adderemus f ad d b æqualem b, multo maior eſt ex communi animi ſententia c f b d quam f b d, quia c continet f, & quantum eſt d inſuper: cum ergo b cum d moueat a in proportione b d ad a & f cum d mouebit a in proportione eadem qua b d, ergo per viam additionis duplo velocius, quàm dupla proportione, verùm dupla comparatione ad proportionem b d ad a, non autem duplicata ſed dupla, vt dixi, quæ erit maior quàm dupla per additionem exceſſus. Ergo ſi addatur alter homo, erit dupla ad illam duplam, veluti addendo æqualem d b f e, adeò vt ſi proportio d b f e eſſet quintupla, mouerent illi duo in proportione decupla. Sed annexo baculo aut lima aut ſerra annulo h, ita vt circumuolui poſſit h æquabit vires non ſolum d b f e ſed multorum hominum, igitur multò plus aget homo ambabus manibus radendo aut ſecando cum g, quàm quadrupla proportione vnius manus, & hoc incrementum eſt non ſolum magnæ vtilitatis, ſed valde acommodatum in actionibus artificum operum grauiorum. Et huiuſmodi conduplicatio eſt ratio limæ quam ſurdam vocamus.



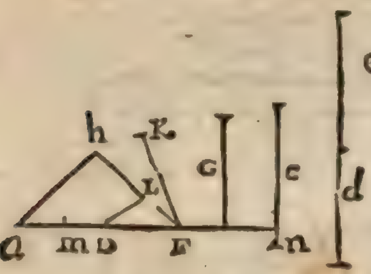
Propoſitio centeſima quinquageſima quarta.

Si lineæ datæ alia linea adiungatur, ab extremitatibus autem prioris lineæ duæ rectæ in vnum punctum concurrant proportionem habentes quam media inter totam & adiectam, ad adiectam erit punctus concurſus à puncto extremo lineæ adiectæ diſtans per lineam mediam. Quòd ſi ab extremo alicuius lineæ æqualis mediæ ſeu peripheria circuli cuius ſemidiameter ſit media linea duæ lineæ ad prædicta puncta producantur, ipſæ erunt in proportione mediæ ad adiectam. Com.

Hæc propoſitio eſt admirabis: & etiam deſcripſi, vt multa ſecreta Dialecticæ potius aperirentur quam quod huic propoſito multum congrueret: Ideò potius ſcholij cauſa poſita eſt quam ipſius tractationis: vt modum demonſtrandi màgis quam id, quod demonſtratur, reſpicere oporteat. Conſtituatur ergo (per viam problematis) linea a b & proportio c ad d, & fiat d e ad c, vt c ad d, & a b ad e vt b f ad d, & vt g ad c, eritque g media inter a f & f b, quod licet ſolum ſupponatur ab Appollonio, tamen facilè demonſtratur & à Commandino adiecta eſt demonſtratio. Concurrant ergo ex a & b duæ lineæ in aliquod punctum, putat h vt ſit a h ad h b velut c ad d, dico quod ſi ducat h f quod ipſa erit æqualis g, ducatur b l æquidiſtans a h, & quia ex ſuppoſito a h ad h b, vt g ad b f, erit b h ad h a, vt b f ad g, & quia trianguli a h f & b l f ſunt ſimiles, erit proportio a h ad b l veluti a f ad f b, igitur per æquam proportionem b e h ad b l vt a f ad g, ſed vt a f ad g ita g ad b f ex ſuppoſito: & vt a f ad g, ita h a ad h b, ex ſuppoſito igitur vt a h ad h b ita h b ad ergo

Per 19. primi, & 4 ſexti Elem. Per 11. quinti Elem. Per 11. quinti Elem. Per 6 ſexti Elem.

b l, ſed angulus a h b eſt æqualis angulo h b l, ergo triangulus a h b eſt ſimilis triangulo h b l quare angulus b h l eſt æqualis angulo



Per 32. primi, & ſexti Elem. Per 11. quinti Elem. Per 7. quinti Elem.

h a f, igitur duorum triangulorum f a h, & f b h duo anguli vnius a & f ſunt æquales duobus angulis, alterius igitur proportio a f ad f h reſpicientium angulos æquales vt a h ad h b reſpicientium angulum f, ſed a h ad h b vt c ad d, ex ſuppoſito igitur a f ad f h, vt c ad d, ſed vt c ad d ita a f ad g, ex ſuppoſito ergo h f eſt æqualis g.

Cor. 1. Cum ergo hæc demonſtratio ſit ex ſenſu in vno puncto h, ideò ad quælibet puncta traduci poteſt, quæ potero imaginari, & ita prima vocabitur ſenſus, ſecunda imaginandi: Et quoniam in demonſtrando non aſſumimus aliquid, quod ſit proprium alicui puncto, niſi proportionem h a ad h b ſimilem eſſe c ad d, ideo hoc pertinet ad intellectum, & eſt tertium. Et idem dico ſi k eſſet vltra h quod poteſt contingere, modò k a ad k b ſit vt c ad d & k f ſit æqualis g idem ſequetur, & comprehenditur ſub tertio & pertinet ad intellectum, & quoniam demonſtratur quod punctum k vbicunque ſumatur, eſt in æquali diſtantia à puncto f ſcilicet per g lineam, erit ſemper in peripheria circuli, & hoc poteſt eſſe in infinitis locis ſimpliciter & extra infinitum nihil eſt, igitur ſub hoc continetur conuerſum ſcilicet, quod a quolibet puncto circuli ductis lineis ad a & b ipſæ erunt in proportione c ad d. Et ita abſque principiis Geometricis concluditur propoſitio Geometrica & hoc eſt περιλαμβάνειν & fermè ſummum intellectus humani. Et poteſt demonſtrari Geometricè duobus verbis. Quia .n. f ſupponitur æqualis g eo quòd h eſt in peripheria circuli erit media inter a f & f b, quare cum angulus f ſit communis, erit proportio a h b, laterum reſpicientium angulum f in vtroque triangulo, velut h f lateris in maiori ad f b latus in minori, quare cum ex ſup-

Per 6. ſexti Elem. poſito h f ad f b ſit vt c ad d, erit a ad b, vt c ad d. Et vides Apollonium, & Pappium

Per 4. eiuſdē. quanta ſuperflua adiiciant in hac ſecunda parte demonſtrationis, quæ eſt prima apud

Per 11. ſexti Elem. illos, & ducunt vnam lineam non neceſſariam ex puncto b ad latus f h. Vt antiquo-

In primo Conicor. Apol. in Præfat. rum plerique non tantum potuerint Geometria & ingenio, quæ ferunt excellentiſſima in illis, quantum nos ex Dialectica περιλαμβάνειν inducentes, eſt enim ſingulare hoc exemplum.

Cor. 2. Ex hoc etiam patet quod ſi circulus duceretur ſecundum f k tranſiretque per m & n eſſet a m ad m b & a n ad b n, vt a h ad h b.

SCHOLIVM.

Ex hoc patet qualiter ex vera demonſtratione ſenſu oſtenſa peruenimus ad quotquot imaginando, inde intellectu abiectis conditionibus non neceſſariis facimus infinitum & vniuerſale, Demum ſine artis ſpecialis auxilio oſtendimus Theorema vniuerſale (quod etiam poterat oſtendi Geometricè, ſed longè pulchrius eſt, ac ſublimius per περιλαμβάνειν quia hoc ipſo infinita alia docemus generaliter per ſimplicem comprehenſionem oſtendere) ſcilicet quod à quouis puncto peripheriæ circuli, cuius ſemidiameter eſt media proportione inter totam extenſam à centro vſque exterius, & partem quæ eſt à centro ad punctum deſcriptum ſub proportione continua datarum linearum lineæ ductæ ex eo ad punctum exterius, & punctum deſcriptum, ſunt in proportione datarum linearum.

Propoſitio centeſima quinquageſima quinta.

Quadratorum numerorum proportionem & inuentionem conſiderare.

Primùm oportet ſcire eſſe tres naturales numerorum ſeries, primam Euclidis iuxta quamuis proportionem, in qua vnum & tertius & quintus, & ita vno ſemper intermiſſo ſunt quadrati. Primus quoque. 1. vnum & quartus & ſeptimus & ita duobus intermiſſis ſunt cubi. In ſecundo ordine eſt naturalis ſeries numerorum, ex qua colligitur alia, & ex illa bini quilibet ſe ſequentes conſtituunt numerum quadratum. In tertia numeri impares, qui ſemper collati efficiunt quadratum.

1.	2	4.	8.	16.	32.	64.	Com.
1.	3.	9.	27.	81.	243.	729.	Exemplū 1.
1.	$1\frac{1}{2}$.	$2\frac{1}{4}$.	$3\frac{3}{8}$.	$5\frac{1}{16}$.			
1.	$1\frac{1}{3}$.	1 [illegible].	2 [illegible].	$3\frac{13}{81}$.			

Sit ergo propoſitus numerus cui velim addere quadratū numerum, vt fiat quadratus totus, accipe numerum quadratum minorem illo quem vis, & detrahe à propoſito numero ſeu quadrato ſeu non reſiduum, diuide per duplum ℞ quadrati quod detraxiſti, quod exit duc in ſe, fiet quadratus numerus, idemque additus numero propoſito, faciet quadratum. Velut capio 16. qui eſt quadratus, aufero 9. quadratum minorem relinquitur 7. diuido per 6. duplum ℞ 9: exit $1\frac{1}{6}$ quadratum eius eſt $1\frac{1}{36}$ qui additus ad 16 facit $17\frac{1}{36}$ quadratum cuius ℞ eſt $4\frac{1}{6}$.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	Exemplū 2.
1.	3,	6.	10.	15.	21.	28.	36.	45.	
4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.		
1.	3.	5.	7.	9.	11.	13.	15.		Exemplū 3.
4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.			

Ex hoc patet propoſito quouis numero quadrato modus inueniendi infinitos numeros quadratos qui cum illo iuncti facient quadratum. Cor. 1.

SCHO

SCHOLIVM.

Poſſem adducere demonſtrationes omnium horum, ſed redderetur res longa cum ſint manifeſtæ ex ſeptimo octauo & nono Euclidis. Exemplum ſecundum capio modò 14. qui non eſt quadratus, aufero 9, remanet 5, diuido per 6 duplum ℞ 9 exit $\frac{5}{6}$ quadratum eius eſt $\frac{25}{36}$ hic additus ad 14. conſtituit $14\frac{25}{36}$. quadratum $3\frac{5}{6}$. Et ita 14. eſt differentia duorum quadratorum, ſcilicet $\frac{25}{36}$. & $14\frac{25}{36}$.

Cor. 1. Ex hoc habebis duo quadrata in datis terminis quæ different dato numero, & eſt pulchrum. Velut volo duo quadrata quæ differant in 2, & ℞ minoris ſit inter 1 & 2, tunc capies per regulam ipſam 2, & auferes numerum quadratum ita quòd reſiduum diuiſũ per duplũ radicis efficiat numerum inter 1 & 2. Veluti capio $\frac{4}{9}$ quadratum, aufero ex 2, relinquitur $1\frac{5}{9}$ diuido per duplum $\frac{4}{3}$. radicis $\frac{4}{9}$. & eſt $1\frac{1}{3}$. & exit $1\frac{1}{6}$, & hic eſt minor numerus cuius quadratum eſt $1\frac{13}{36}$ cui ſi addantur 2, fient $3\frac{13}{36}$ numerus quadratus $1\frac{5}{6}$.

Cor. 3. Dum autem volueris duo quadrata quæ differant in 100, tunc per regulam datam ſi auferes 1, peruenires ad numeros magnos & fractos, & ideo melius eſt quia numerus eſt par, vt detrahas numerum parem quadratum, ita quod reſiduum poſſit diuidi per duplum radicis, vt in hoc non detraho neque quia remanet impar, nec 16. quia 84. reſiduum non poteſt diuidi per 8 ita vt exeat integer numerus, ergo detraham 4. & relinquetur 96. diuido per duplum radicis quod eſt 4. exit 24. cuius quadratum quod eſt 576. addito 100. facit 676. quadratum 26. Et ita ex 433. non auferam ſed 9. quia relinquetur 24. qui poteſt diuidi per ſe, duplum ℞ 9. & exit 4. cuius quadratum eſt 16. addito 33. fit 49.

Secunda regula, cum volueris propoſito vno numero quadrato illum diuidere infinitis modis in duos numeros quadratos, cape quemuis numerum quadratum per primum exemplum regulæ primæ, & cum eo diuide numerum propoſitum, & qui prouenict erit quadratus, hunc ergo duces in partes numeri quadrati quæ ſunt numeri quadrati, & fient duo quadrati numeri, & illi componẽt numerum quadratum priorem quem diuiſiſti, quia multiplicatio fit per eoſdem numeros qui ſunt partes diuiſoris. Velut volo facere de 4. duas partes quæ ſint quadrati numeri, capio numerum quadratum qui componatur ex duobus quadratis, velut 25. diuido 4. per 25. exit $\frac{4}{25}$. hunc duco per 9. & 16. quadratos numeros componentes 25. fiunt $1\frac{11}{25}$ & $2\frac{14}{25}$ quadrati $1\frac{1}{5}$. & $1\frac{3}{5}$. Et hi quadrati componunt 4. Et ita poſſes diuidere infinitis modis, puta per $17\frac{11}{25}$. & per 169. Tertia regula cum vnus numerus additus primo & detractis à ſecundo facit ambo quadrata, idem numerus coniunctus cum differentia illorum numerorum & detractus à primo & additus ſecundo facit eoſdem numeros quadratos, veluti capio 10. primum 3. ſecundum 6. additus ad 10. & detractus à 7. efficit 6. & 1 quadratos dico quod iunctus 16. cum 3: differentia 10. & 7. fit 9. qui detractus à 10. & additus ad 7. efficit 1. & 16. numeros quadratos priores.

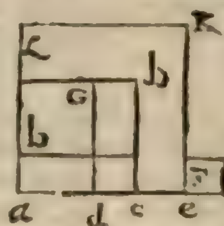
10 — 7
3 1
6 6

16 1
10 7
9
1 16

SCHOLIVM.

Sunt & alij modi plures faciendi huiuſmodi, ſed non ſunt adeò generales, & nihilominus ſunt magis confuſi, & non aliquid plus.

Quarta regula, cum volueris numerum aliquem non quad. qui bifariam componatur



ex duobus quad. velut 10. ex 25. & 15. & 49. & 1. & ſumatur b numerus quad. diuiſus in ſupplementa, ita quod c d ſit portio minor eiuſmodi, vt adiecta illi æquali c d gnomo circumſcriptus c k l cum f quadrato, ſit æqualis a b quadrato, detractis igitur c e & c d, æqualibus erunt duo ſuppleméta c k l cum f quadrato æqualia duobus ſupplemẽtis a b cum quadrato h g. Maiora autẽ ſupplementa excedunt minora in duplo quad. c d igitur detractis minoribus ſupplementis communibus, erit duplum quad. c d cum f quadrato æqualia h g quadrato. Ergo propoſito numero, puta 5 ducam in ſe fit 9. ducam 2. minorem in ſe fit 4. duplicabo fit 8. detraho ex 9. relinquitur 1. numerus quadratus, igitur dicam quod 3. cum duplo 2. & erit totum 7. eſt vnus numerus, alter ℞ 1. 1. 1. & horum quad. componunt 50. duplum quad. 5. Et ſimiliter capio 6. quad. 36. duplum quad. 4. 32. differentia 4. numerus quad. 2. ideò 6 cum duplo 4. & eſt 14. eſt vnus numerus, alter 2. quorum quad. ſunt 200. dimidium eſt 100 quad. 10. compoſiti ex 6. & 4. Et ita capio 9. quad. eius 81. duplum quad. 6. 72. differentia 9. numerus quad. igitur cum duplo 6. & eſt 21. eſt vnus illorum, alter 3. quad. 450. duplum 225, quad. 15: qui conſtat ex 9 & 6. Et ita capio 11. quad. cuius eſt 121. duplum quad. 6. eſt 72. differentia, 72. & 21. eſt 49. numerus quad. 7. igitur 23. qui conſtat ex 11. & duplo 6. numeri minoris eſt vnus numerus, alter eſt 7. quad. quorum ſunt 578. duplum 289. quad. 17. qui conſtat ex 11. & 6. Quinta regula, per hoc inueniemus inifinitos numeros quad. componentes 32. nam cum 32. fit duplus quad. diuidam per vnum aggregatum ex inuentis puta 578. & quia ambo ex ſuppoſito ſunt dupli ad quad. qui perueniet

niet erit quad. ſcilicet $\frac{16}{9}$. duc in numeros quadratos qui componunt 578. & ſunt 529. & 49. & fient $2\frac{13}{18}$. & $29\frac{7}{18}$. & hi iuncti fiunt 32. quia ſunt multiplicatæ partes numeri, per quem eſt diuiſus numerus. Et ita poteris diuidere 32. infinitos alios quad.

Sexta regula, ponamus modo quod velim diuidere 10. compoſitum ex duobus. quad. 9. & 1. & non duplum numero quad. ita quod ſit diuiſus in alios duos. ducã 10. in 25. compoſitum ex duobus quad. fit $\frac{250}{25}$. at 250 componitur aliter ex duobus quad. quam $\frac{225}{25}$. & $\frac{25}{25}$. ſcilicet $\frac{169}{25}$. & $\frac{81}{25}$. id eſt $6\frac{19}{25}$. & $\frac{6}{25}$ qui ſunt quad $2\frac{3}{5}$. & $1\frac{4}{5}$. & ita volo diuidere 13. in duo alia quadrata quã 9. & 4. duco 13. in 25. & fit $\frac{325}{25}$. qui neceſſario componitur ex $\frac{225}{25}$. & $\frac{100}{25}$. ſed ego volo quod componatur aliter, velut ex $\frac{289}{25}$. & $\frac{36}{25}$. & ita ex $11\frac{14}{25}$. & $1\frac{11}{25}$. qui ſunt numeri quad. componentes 13. & R. ſunt $3\frac{2}{5}$ & $1\frac{1}{5}$. & in his opus eſt induſtria, ſcilicet vt multiplicetur per numeros quad. vt proueniant numeri illi bifariam compoſiti ex quadratis. Vt verò videamus reſiduum, proponamus quod velim diuidere 6. in duos numeros quad. primũ ſcire debes quod non poſſũt eſſe integri ex ratione dicta, quia oporteret vt eſſent ambo impares aut pares, & ſic differrent numero pari, ergo oporteret vt eſſet vnus medius numerus quad. ſunt & aliæ rationes, ſed neque vnus poſſet eſſe integer, & alius fractus, non eſſet enim 6. numerus integer: relinquitur ergo vt ſint duo fracti: ſed in numeris fractis quad. deductis ad minimas denominationes operum, vt tam denominator quam numerator habeat radices, ergo oportet quod hoc ſit in illis, & quia iuncti debent facere integros 6. neceſſe eſt vt denominator ſit vnus, & idem in vtroque, & quod numeratores ſimul iuncti ſint ſexcuplum denominatoris, ſi fracti debent æquipollere 6. ergo ille denominator cum ſit quad. & numeratores ambo ſint quad. & ſint ſexcuplum denominatoris, oportebit inuenire numerum quad. qui ductus in 6. faciat numerũ qui cõponitur ex duob. quad. aut componitur æqualiter ergo: proportio medietatis ad medietatem 6. eſt veluti totius ad 6. ſed totum continet 6. in quad. quia ex 6. in quad. fit totum, ergo ex medietate in quad. idem fit medietas, ſed medietas eſt numerus quad. ergo 3. eſſet numerus quad. quod eſt falſum: oportet igitur vt numeri illi ſint inæquales, & vt 6. diuidatur in duas partes inæquales, hoc autem fit diuidendo quemlibet numerum parem, qui componitur ex duobus numeris quad. nam ſi eſſet impar, non poſſet prodire numerus integer, & cum prouenerit numerus quad. ille erit quem quærimus, nam diuiſo 6. per totum illum numerum, inde quod prouenit multiplicato per numeros quad. componentes illum numerum productum, producuntur partes 6. quæ erunt numeri quad quia denominator vtriuſque partis ex ſuppoſito eſt numerus quadratus, qui multiplicatus eſt per 6. & numeratores ſunt numeri quadrati, qui componebãt numerum productum, & tales partes æquantur 6. quia numerus productus componitur ex numeratoribus, & producitur tale compoſitum ex 6. in denominatorem, & hic eſt diuiſus per denominatorem, ergo prouenit 6. ſi enim multiplicato 3. in 4. fit 12. diuiſo 12. per 4. exit neceſſario idem 3. Pro colligendo ergo numeros omnes, qui componuntur ex quadratis, propones tibi ſeriem quad. omnium, & inde iunges, & diuides per 6. & cum prodierit quadratus, inuenitur denominator, & numeri componentes ipſum erunt numeratores, & ſuppoſiti denominatoribus conſtituent partes. Vt verò cognoſcas, ex quibus poſſit componi primum ex imparibus, non oportet aſſumere niſi 135. quia 7. diuiſum per 6. relinquit 1. & 9. diuiſum per 6. relinquit 3. & 35. diuiſum per 6. relinquit 5, ergo non poteſt componi numerus impar, qui diuidatur per 6. vt ſuperſit impar alius quàm 1. 3. 5. ſed 1. & 3. & 5. componunt 4. & 1. & 1. & 3. & 5. componunt 2. ſcilicet abiecto 6. ergo tales numeri quadrati ſi ſint impares, vel ambo terminantur in 3. vt 9. & 81. qui faciunt 90. vel in 1. & 5. ſed nullus numerus quadratus diuiſus per 6. terminatur in 5. quia 1. ductum in ſe producit 1. & 3. producit 3. & 5. producit 1. vt 5. in 5. facit 25. & 11. in 11. producit 121. quibus diuiſus per 6. ſupereſt 1. Quod etiam ſic demonſtratur de 5. & compoſitis à 5. nam diuiſo 5. in 3. & 2. quadratum eius componitur ex duplo 3. in 2. in quo nihil ſupereſt ſi diuidatur per 6. & ex quadrato 3. quòd eſt 9. in quo ſupereſt 3. & ex quadrato 2. quod eſt Per 4 ſecundi Elem.
4. ſed iunctis 4. & 3. & abiecto 6. ſupereſt 1. ergo 5. in 5. ductum, & diuiſo producto relinquitur 1. Et ſimiliter capio 17. & componitur ex 12. & 5. quadratũ, ergo 17. componitur ex quadrato 12. in quo nihil ſupereſt, & duplo 5. in 12. in quo etiam nihil ſupereſt, ſi diuidatur per 6. & ex quadrato 5. in quo ſupereſt 1. ergo in nullo numero compoſito ex 5. & 6. vel compoſitis ex 6. poterit produci numerus, qui diuiſus per 6. relinquat 5. igitur neque talis numerus poterit componi ex duobus quadratis, in quibus ſuperſit 5. & 1. quia nullus eſt, in quo ſuperſit 5. facta diuiſione per 6. Ex quo colligitur vna regula: quod ſi quis dicat multiplicaui 27. in ſe, & diuiſi per 13. vellem ſcire quid ſupereſt, dico quod ſine multiplicatione & diuiſione poteris hoc ſcire ex demonſtratione dicta, diuide ergo 27. per 13. & relinquitur 1. duc in ſe fit 1. dices ergo quod ſupererit 1. & ita ſi ducerem 28. in ſe, & diuiderem per 11. dico quod ſupererit 3. nam diuiſo 28. per 11. relinquitur 6. duc in 6. fit 36. diuide per 11. relinquitur 3. vt dictum eſt, & tantũ relinquitur ducto 28. in ſe & fit 784. & diuiſo per 11. Reuertendo ergo ad propoſitũ, patet quod ex duobus tantum numeris imparibus quadratis poteſt conflari ille numerus, quorũ radices diuiſæ per 6. relinquunt 3. Sed de paribus vel ſupereſt 2. vel 4. vel nihil, ſed quadratum 2. eſt 4. & quadratum 4. diuiſum per 6. etiam relinquit 4. ergo neque ex duobus numeris, in quibus ſuperſint 2. neque in quibus ſuperſint 4. neque in quibus ſuperſint in vno 2. in altero 4. poterunt quadrata, in quibus ſẽper ſupererit 4. & iuncta faciunt 8. in quo ſupereſt 2. conflare numerum dictum ſeu quæſitũ, qui poſſit diuidi per 6. neque ex quad. duorum numerorum, in quorum altero nihil ſuperſit

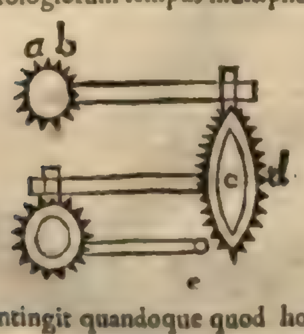
in

in reliquo ſuperſit 2. vel 4. quia in aggregato quadratorum ſemper ſuper erit 4. Ergo relinquitur quod ille numerus componetur ex duobus quadratis, vel imparibus, quorum latera diuiſa per 6. relinquunt 3. vel ex duobus paribus quorum latera diuiſa per 6. nihil relinquant. Oportet igitur inuenire duos tales numeros quadratos numerorum imparium, in quibus ſuperſit 3. ſi diuidantur per 6. aut parium in quibus nihil ſuperſit, quorum aggregato diuiſo per 6. prodeat numerus quadratus.

His viſis dico, quod conſtat radices talium numerorum oportere eſſe in imparibus per additionem 6. incipiendo à 3. vt ſint 3. 9. 15. 21. 27. 33. 39. 45. 51. & ſic deinceps: in paribus autem per additionem eiuſdem 6. incipiendo à 6. velut 6. 12. 18. 24. 30. 36. 42. 48. 54. 60. Dico ergo quod diuiſo numero illo compoſito per 6. in imparibus exibit numerus, qui diuiſus per 6. ſupererit 3. & in paribus qui poterit diuidi per 6. Quia componuntur ex huiuſmodi: velut 3. in ſe facit 9. & 15. in ſe facit 225. qui iuncti faciunt 234. diuiſo 235. per 6. exit 39. qui iterum diuiſus per 6. ſupereſt 3. & ſimiliter capio 6. & 12. quorum quadrata ſunt 36. & 144. & aggregatum 180. qui diuiſus per 6. exit 30. qui iterum poteſt diuidi per 6. Et hoc quia quilibet illorum poteſt diuidi per quadratum 6. in paribus, ergo aggregato diuiſo per 6. quod prodit, iterum poterit diuidi per 6. Et in imparibus quodlibet quadratorum exuperat ſupra ſenarios in 3. igitur aggregatum diuiſum in 2. pariet numerum qui diuiſus per 3. exibit numerus impar cõpoſitus ex ſenariis & 3. Illud ergo quadratum, quod prodibit, vel erit compoſitum ex ſenariis, vel ſupererit 3. Sed cum 3. numeret 6. ergo tres quadrati numeri ſcilicet duo, (Per 19. ſeptimi Elem.) qui componunt numerum, & qui prodit per diuiſionem 6. erunt compoſiti inter ſe, ergo & radices illorum. Igitur radix numeri quadrati, qui peruenit diuiſo aggregato quadratorum per 6. eſt ex eodem ordine imparium, ſi impares numeri quadrati fuerunt, aut parium ſi pares. At hoc eſſe non poteſt, nam fracti illi numeri, qui erunt radices, non erunt minimi, ſed diuiſi per 3. oſtendent minores, quod eſt contra ſuppoſitum, quare nullo modo 6. poteſt diuidi in duos numeros quadratos, neque integros, neque fractos, quod erat demonſtrandum. Habes igitur ex hoc demonſtrationem quando non poſſit diuidi, & quando poſſit, quod poſſit, & quomodo ſimul.

Propoſitio centeſima quinquageſima ſexta.

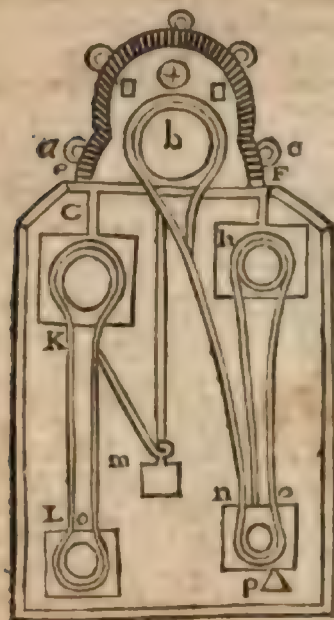
Horologiorum tempus multiplicare.



Com. Contingit quandoque quod horologiorum tempus breue eſt, volumus autẽ maius efficere: id duobus modis poſſumus, quorum vnus difficilior eſt ſed perpetuus. & longè nobilior, nam grauitas ponderis verſatilis efficit quidem tardiorem, ſed difficilius mobilem, & ob id grauiore pondere indigentem. Sit ergo rota a b verſatilis, quæ certam menſuram exigit pro quacunque funis parte correſpondentis vni denti ex centum, in quos diſtincta ſit, curriculum autem c d quinque dentium, per quod rota ſexaginta dentes habens circumuoluatur in conuerſione: igitur primæ rotæ vicies circumfertur, ſecunda denteſque MCC. rurſus ad hanc ſecundam tertia nectatur cum curriculo ſex dentium, atque in ea dentes ſeptuaginta duo, vt in vna conuerſione ſint xiiijcccc. dentes; igitur tot dentes in vna conuerſione primæ rotæ circumuoluentur. Iam verò tempus illud poterit duplicari ac triplicari iuxta tarditatem temporis verſatilis: quãto igitur ponderoſius fuerit illud tempus, tãto tardius mouebitur, paucioreſque circumuolutiones neceſſariæ erunt ad explendam vnã diem, id eſt horas 24. ſed hoc incommodi accedet, quòd reuolutio indicis tanto tardior erit, vt non iuſtè oſtendat horas: propoſitum igitur eſt, vt pondera tardius ferantur, index autem, & quæ ad indicem ſequuntur horarum demonſtrationes celerius aut eodẽ modo ferantur. Ponamus ergo poſtquam eadem ratio celerioris & æquè velocis ponderis autem tardius deſcendentis aut contrà tardioris, aut æqualiter circumducti indicis, celerioris autem deſcenſus ponderis, quod ad nullam vtilitatem profuturũ video. Sit ergo vt põdus velim tardius deſcendere, rotam autem æqualiter circumferri, dico quod ex tempore mobili ſeu verſatili (& eſt ferrum, quod in ſummo horologij citra vltraque fertur tam in horologiis ponderum quam molæ) id fieri non poteſt: nam quantum tardabitur rota tertia ſecunda & prima, atque ob id deſcenſus ponderum, tantum remorabitur rota prima quæ indicem oſtendit, ergo tantum index tardabitur quantum pondera, & vt vno verbo dicam, cùm eadem rota index circumferatur, & pondus deſcendat, quantum vnum tardatur tantum & aliud.

Secundus modus eſt, vt rota vna totum tempus cum indice in viginti quatuor horis circumuoluatur, & currulis in quo funis minor fiat: neceſſe eſt igitur, vt circumuoluta rota aut ſemel aut bis, ter, quater decies, & circumuoluatur pleno circuitu index, & ſine errore. quoniam tempus & dentes mẽſuræ reſpondent: igitur ſub eiſdem circuitibus numero eodemque tempore minus ex fune deſcendent in curruli paruo quàm magno: quare mutatione indiget currulis, aut vt funis circumuoluens rotam curriculum habeat annexum rotæ oſtendenti horas, in qua pauciores ſint dentes: nam in eodem tempore, & circuitu paucioribus vicibus circumuoluitur rota funis, quæ grauitate tẽporis, & multitudine dentium certã ſeruabit menſuram. Sed in hoc neceſſe eſt grauius efficere pondus, aut leuius tempus quoniam funis debilius circumuertit rotam: minus

men tardè quam ſit pro paruitatis circuitus ratione.

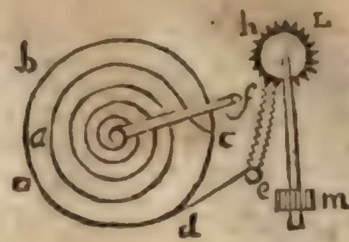


Tertius modus facilior eſt,& magis compendioſus: Sit horologium a b c , in quo rota d quæ funem continet baſis horologij e f, cui firmiter ſint appenſæ duæ trochleæ g & h & funis vna parte trochleæ appenſus in x , ducatur ad inferiorem aliam trochleam l inſeraturque ibi orbiculo ſuó, & redeat à dextra ſuperius inſeraturque orbiculo ſuperioris trochleæ , deducaturque verſus ſiniſtrá:atque ibi deſcendens habeat pódus tractorium in m , deducaturque ſupra ad rotam horologij d , & circumuolutus exeat ipſum , & deſcendat ad trochleam n , ſubque ea circumuolutus iterum aſcendat à dextra parte,& circumuoluatur h cochleæ rediens ad ſiniſtram ibique deſcendens connectatur trochleæ in inferiori in o, cuius imæ parti annectatur pondus remorans in imo annexum parte trochleæ p. Cum ergo trahitur n trochlea , trahitur funis adeò vt pondus m tandem aſcendat cum trochlea l prope x :quia ergo in duodecim horis pondus m deſcenderet per k l funem reuolutionibus circa d rotã dicamus viginti,ergo ſi debet deſcẽdere à x ad l,per funẽ duplicatã x l cum ipſam neceſſe ſit obequitantem d reuolutionibus quadraginta circumuolui d, nam tota o h n d m g l x longè maior eſt duplo x l , neceſſe eſt m deſcendere tardius quàm in duplo temporis , quo deſcenderet per rectũ funem k l,quod erat demonſtrandum.Et hanc appendicẽ vidi apud Cæſarem Odonum Apulum medicum,virum elegantẽ lepidique ingenij. Memento verò quod vbi orbiculi non cederent funi,vel quia duriores in circumuolutione , vel quia latius exciperent illum reduplicato fune circa illos omnino circumducuntur , ſed difficilius , ideò egent grauiori pondere.

Propoſitio centeſima quinquageſima ſeptima.

Horologiorum molarium rationem oſtendere.

Sunt horum duo genera primum,& antiquius licet multo poſterius eo quod ponde-



ribus ducitur , quod funiculo ex inteſtinis ouium ſeu fidibus liræ agitur. Sit igitur axis f x erectus ſuper plano,cui per longum coniuncta mola multiplicis ſpiræ in fine cuius c annectatur ferreo circulo,qui habeatur loco capſulæ b c,quæ circumuolui poſſit:huic circundictus funis d e multipliciter in puncto g,ſit autem e h in modum pyramidis ſenſim in acutum,ſed non valde per ſpiram exculptã deſinentis,cui rota in vertice inſerta denticulo,& vertatur h e,colligens funiculum tractum in ſpira verſus apicem: vnde funiculus circumuoluet b g d,capſulã verſus c,trahet ergo molã,& conſtringet violenter quantum fert longitudo funis quæ circumuolui poteſt a b e ad h : & cum trahitur in d e remittitur,nó poteſt mola ſtatim retrahere reluctantibus denticulis h l rotæ & aliis quę implicantur curriculo m , a igitur mola conſtructa violenter mouet b g d,capſulam motu contrario à c in d & in g & in b,quare funis d e trahitur,& trahit e h vllũ circumuoluẽdo contrario motu priori,is mouet dẽticulo rotam h l,illa per curriculum in aliam rotã,& ſic deinceps donec tẽpus moueatur, & rota indicis. Hic adeſt capſula , & quod circumuertitur à claue non eſt axis molæ ſed extra molam , ſcilicet e h . Et quoniam hac ratione quanto mola à magis explicabitur, tanto lentius trahet,& vertet h,ideò hoc ex ſtructura auxilium præſtatur,vt funis in inferiore parte complexus latiores orbes,& è regione tanto vehementius vertat e h:& ita vis quæ remittitur ob molæ laxitatẽ,augetur tantundem ob ſitum & magnitudinem ſpirarum vt diſtantiorum ſua extremitate ab hypomochlio , quod eſt axis coni e h , ſeu inſtar axis.

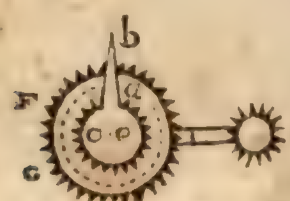
Alterum genus horologiorum cum mola ſine fune loco capſulæ habet rotã plano ſubſtratam,plenam denticulis axis,quo circumagitur violenter,non eſt extra molam ſed ei annexa eſt mola intus, exterius autem rotæ: ergo circumducto axe molę vim patitur circulus exterior, ſed non mouetur , quoniam clauo impeditur. Vbi mola quantum decet conſtricta eſt ſublato clauo ſtatim ſecũ trahit rotam , & illa curriculum rotaſque alias , & tempus agitur, & index vertitur. Sed in hoc idem eſt incommodum ſine remedio quod fuit in priore. Vbi enim cœperit laxari mola tanto tardius progrediuntur rotæ atque index. Veluti axis a b cui ſecundum longitudinem molæ caput interius annexum eſt altero circulo rotæ in c d curriculum rotæ e, implexũ rotæ f clauus rotam retinens,

donec circumducto a b mola conſtringatur, & latus eius trahat rotam ex c. Inde ſubla-



to clauo circulus , ſeu rota trahitur ex c in g, & in f a mola, quæ etiam ſecundum eandem partem circumuoluta eſt : igitur d circumagetur à rota & reliqua. Sed vt dixi conſtructio hæc non ſatisfacit,

Aliam ergo oportuit excogitare quæ huiuſmodi eſt. Sub axe a b , qui circumuertitur ad molam contrahendam rotam, collocant paruam quæ eſt , vt ita dicam , pars axis ima cui inſeruntur dentes in ambitu ea ratione , vt dum mola tenditur , premant denticulos interiores , atque ita elabitur, totieſque cicumducitur manente g f donec colligatur mola , quæ non vt priore reliquo extremo vlli rotæ affixa eſt , ſed columnæ in



continenti opercula horologij Cum ergo mola tenta retrahat axem a b contrario motu , & ille rotam mobilem , quæ cum non poſſit regredi propter auerſos dentes , mouet rotam f g contrario motu , quæ circumacta per denticulos ſuos curriculum agit , & & reliqua omnia neceſſaria. Cur autem cum laxatur mola , & vertit lentius c e rotam coniunctam , ideòque g f , & reliqua omnia non tardetur tempus , & circumuolutio indicis cauſa eſt alia longè quàm in priore , nam mala longior fit craſſior , & durior adeoque robuſta , & rotæ leues , ac tempus dum laxata fuerit munus ſuum iuſto in tempore obeant : quare neceſſe eſt, vt ab initio vehementius agat , & celerius rotam cum axe qui trahitur a mola. Ergo excogitarunt aliud genus retinaculi forma cochleæ quod ab initio moratur vehementer axem ne circumagatur , & quanto magis mola explicatur eo minus retinet impetū illius, adeo vt vehementer retineat vehementem concitationem mediocriter moderatam, ſegniter lentam , nullo modo iuſtam : ita fit , vt ſemper fermè æqualiter moueatur. Difficile eſt tamen ad vnguem ſeruare moderationem, & æqualitatem, & magis etiam in his horologiis, quæ vno circuitu molæ tempus longius exigunt : at difficilius etiam efficere molam , quæ longo tempore duret, cum intenta valde celerius moueat rotas , & ob id breui abſoluat circuitum , mollior autem citò remittatur. Et ob id longior & non adeò dura melior eſt. Ratio autem cochleæ ita ſe habet. Circa axem molæ d deducitur cochlea a b c , quæ dum laxatur mola , cochlea mouetur ex b in c , atque ita pariter laxatur vis cochleæ retinentis axem.



Propoſitio centeſima quinquageſima octaua.

Rationem indicis mobilis cum rota horarum numerus per ictus indicatur explicare.

Hoc fieri poteſt in ſingulo genere horologij trium deſcriptorum. Propterea ſufficiat de vno oſtendiſſe. Sed & in ſingulo genere ſunt multi modi , vnius tamen reddidiſſe rationem ſufficiat. Hoc autem quatuor habet difficultates : prima vt horarum ictus conueniant cum indice : ſecunda vt conuerſo indice cōuertatur, & rota ictuum: tertia vt ictuum numerus cum numero indicis conueniat. Vnde multa ſunt horologia , in quibus ictus vnus ſolum audiatur ſingulis horis , atque hic modus facilis eſt : quarta cur in horum pleriſque ſi non pulſata ſtatim hora transferatur index, non ceſſat pulſatio : imò nec retineri poteſt, donec pondus illud deſcenderit. Ergo primi & tertij ratio hæc habeatur , cum rota quæ indicis rotam circumagit , peruenerit ad horæ finem , denticulo ſoluit aliam, eleuans obicem , illa mouetur à pondere proprio alio , ſcilicet ab illo quod tempus agit : aut ſi ſit horologium molæ à mola alia propria , quæ malleos circumacta perpetuò , mouet , atque motura eſſet ſemper , donec pondus ad terram deſcenderet : verum dum mouetur deſcendit ferrum pro quouis ictu quod in rotæ limbum incidit , & donec inciderit in eam partem quæ lenis eſt dilabitur , nec retinetur , & ita eleuatur rurſus , at verò cum in concauam partem incidit retineri neceſſe eſt ; atque ita pondus non amplius deſcendit , rota ſiſtitur , mal-



leus manet immobilis : ſpatia ergo quæ ſunt inter cauitates ſunt

ſecundum

ſecundum magnitudinem proportionis numerorum horarum, vel ad ſex , vel ad duodecim , vel ad vigintiquatuor terminantium. Ita quod , gratia exempli , ſit iam in cauitate a duodecimæ horæ vncus , diuidam circulum totum in duas partes æquales , quia in ſingulis medietatibus propoſitum eſt , duodecim facere cauitates pro vnco retinendo. Et quia in vnaquaque medietate oportet , vt pulſent horæ lxxviij. & præterea ſint ibi ſex ſpatia cauitatum, quarum ſingulæ contineant, gratia exempli, duo ſpatia vnius ictus , vt certius retineatur vncus, erunt igitur ſpatia omnia nonaginta: diuidemus ergo medietatem circuli vtranque in nonaginta partes æquales incipiendo ab a , & dabimus b primæ horæ quod ſpatium eſt vnius tantum partis ex nonaginta, poſt deſcribemus c cauitatem duarum partiũ ita vbi ictum vnum dederit vncus, retinebitur in c; pòſt accipiemus duo ſpatia, & ſint ſignificata d litera , poſt quæ faciemus cauitatem e : & ita vncus bis cadet in d, & pulſabunt duo ictus , & pòſt retinebitur vncus in e. Et poſt accipiam ſpatium trium partium , quod ſit f , & poſt deſcribam cauitatem g duarum partium , atque ita procedam vſque ad duodecim.

Ex quo manifeſtum eſt pondus quod agit rotam volæ non deſcendere, niſi dum horæ pulſant,ſecus quieſcere.

Secundum, quòd deſcendit illud pondus plus & minus , iuxta proportionem numeri horarum,ita quod quando pulſabit vna hora parum valde deſcendet , cum ſex horæ ſexcuplo magis , cum duodecim adhuc longè magis , id eſt duplo plus quam cum pulſant ſex horæ.

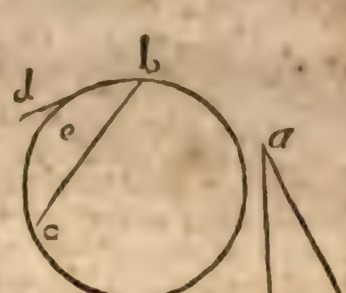
Secunda conſtructio hanc habet rationē: Cum n rota indicis coniuncta fuerit rotæ, quæ transfert malleum,neceſſe eſt vt vnà ferantur : quinimò illud magis mirum de quo illi non mirantur quia frequens eſt , ſcilicet cur aut quomodo ſi diuiſæ ſunt vt circumducto indice non transferatur rota mallei pondere tamen verſata rota indicis in idem incidat , vt horæ quæ pulſu declarantur ad vnguem & in eiſdem ſectionibus conueniant cum horis quas index oſtendit.

Verùm quia multis modis contingit ordinem horologiorum peruerti : in ſimilibus quidem ſi hora indicis ſimul & pulſus vnà circumferuntur , ſed tardius ambo index traducitur ad locum debitum , inde ponderi aliquid additur. Si verò antè proceſſerit quam Sol indicet ablato pondere . ſines tempus fluere vſque ad indicis locum ſine motu horologij , pondus quoque ipſum minues. At ſi pondus pulſus in terram deuenerit vel prope , expecta donec ſuper linea index fuerit , inde trahe , neque enim excurret , nam ſi dum index eſt in medio horæ aut prope , traxeris pondus pulſus , non deſinet deſcendere , pulſabuntque horæ donec ad terram pondus deuenerit , quòd ſi iam in errorem incideris pulſentque horæ & deſcendat , pondus , ſenſim deducito indicem ; cum enim ad finem horæ peruenerit initiumque ſequentis , quoniam ferrum in interuallum deuenerit rota & pondus firmabitur. Inde ſublato pondere donec Sol ad horam quam index monſtrat peruenerit , reddes pondus horologio. Si ergo horam pulſu eandem declarat quam index , bene eſt , ſi non, paululum virgulam eleua quæ eſt iuxta fores horologij pulſabitque ſequens hora , id verò toties repetes immoto in dies & ſublato , ſi vereris ne extra interuallum ferrum feratur , & ob id excurrat rota pulſus horarum , donec hora pulſet quæ cum indice conuenit , ſtatimque pondus quo horæ pulſant ſurſum retrahes. His quinque regulis vtum dulces ſimilium horologiorum, vnumquodque autem proprias habet : ſed duæ primæ omni horologio ſatisfaciunt. Quòd ſi hæ non ſatisfaciunt iam horologium laborat : tum verò illud diſſoluere oportet & detergere & inungere , iuuat autem vel capſula vel linteo perpetuo puluerem ab illo arcere. Quòd ſi nec ſic reſtituitur neceſſe eſt diſſoluere & antea conſiderare impedimentum , poſt denticulum qui laborat , plerunque enim aliquem inuenies huiuſmodi , quem lima aut alia ratione reſtitues , ſemper autem hi fermè reſtituuntur : at qui mola aguntur præter rotarum & axium & indicum labores , molæ etiam inæqualitati & defectibus ſubiiciuntur ,qui ſi nimis velociter agunt rotas cum difficultate reſtituuntur moderationi , ſi lentius raro vel nunquam emendantur , vix etiam noua inducta mala.

Propoſitio centeſima quinquageſima nona.

Nullus angulus rectilineus æqualis eſſe poteſt alicui angulo contento recta & circuli portione.

Sit angulus a & circulus b c , dico non poſſe aliquem angulum contentum recta



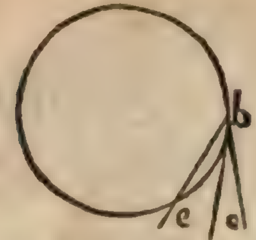
& circuli portione eſſe illi æqualem , ſi enim eſſe poſſit , ſit c b e , ducatur recta b d faciens rectilineum d b c æqualem a, erit igitur d b c æqualis e b c per communem animi ſententiam , ſeu ergo b d cadat intra circulum ſeu extra , erit pars æqualis toti quod eſſe non poteſt. Sed neque poteſt cadere recta ſuper b e , nam id eſt contra demonſtrata ab Euclide. At ſi ſit angulus c b e exterior ſimiliter producta b d, ſeu intus,ſeu extra cadat , pars erit æqualis toti quod eſſe non poteſt.

Com; Per 13. primi Elem. 13.Elem.

Ex hoc patet quod nullus angulus peripheria circuli & recta contentus poteſt eſſe Cor.1.

æqualis recto, quia rectus etiam rectilineus eſt.

Cor,2,

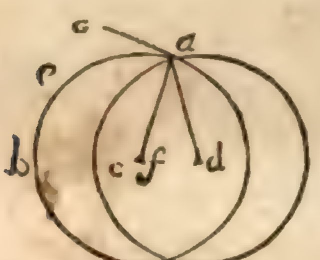


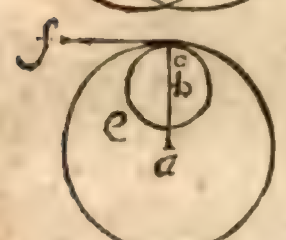
Et rurſus nullus angulus peripheria & recta contentus à recta linea per æqualia diuidi poteſt, patet quia vna pars eſſet angulus rectilineus, alia contentus recta & peripheria: iſti autem non poſſunt eſſe æquales, quare nec prior potuit per æqualia diuidi.

Cor,3. Ex hoc etiam patet quod ſpatium contentum à peripheria circuli nulli angulo rectilineo æquale eſſe poteſt. nam dimidium eſſet æquale dimidio, quod eſt contra demonſtrata.

LEMMA PRIMVM.

Inter duos circulos qui ſe diuidant infinitæ lineæ duci poſſunt Inter circulos autem qui ſe tangant, recta linea duci non poteſt.



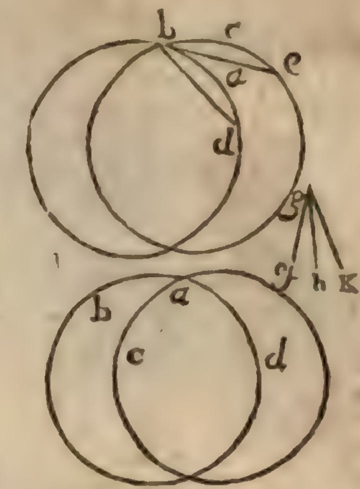


Com. Per 11. Primi Elem. Sint duo circuli a b & a c, qui ſe diuidant in a, & ducatur ex cẽtro inferioris d a & a d, & ad d a cathetus a e. dico quòd a e diuidet angulum b a c ducatur ex centro ſuperioris a c b quod ſit f, f a cui cathetus a g, quia ergo (Per 15. tertij Elem.) e a cadit infra a g, & inter a g & a b non poteſt duci recta, igitur e a cadit intra a c b circulum. (Per 11. tertij Elem.) Rurſus tangant ſe circuli c d & c e, & ducatur a b per centra eorum quæ applicabit ad c, ex c ducatur cathetus c f & quoniam c f contangit circulum c e, igitur, ducta quauis linea infra c f, cadet intra circulum c e. Non ergo poterit cadere inter c d & c e.

LEMMA SECVNDVM.

Dato angulo contento duabus peripheriis æqualium circulorum ſe ſecantium æqualem rectilineum illi fabricare.

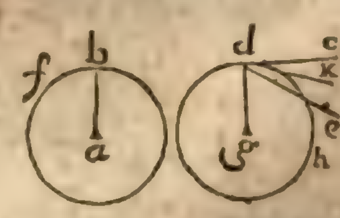
Com. Per modum 5. primi El. Si angulus a b c duabus peripheriis æqualium circulorum contentus, volo ei æqualem rectilineum fabricare, ducantur b d & b e æquales, vt pote facto b centro eritque angulus d b a æqualis angulo e b c. addito vtrique communi d b e ex peripheria & recta, fiet angulus d b e rectis æqualis a b c ex peripheriis, quod erat demonſtrandum.



Cor 4. Ex hoc patet quod reliqua duo ſpatia non poſſunt eſſe æqualia rectilineo. Nam ſpatium b a c demonſtratum eſt æquale eſſe rectilineo & b a d nõ eſt æquale rectilineo, igitur ſpatiũ c a d nõ poteſt eſſe æquale angulo rectilineo, nam ſi ſic ſit b a c æquale f g h & c a d h g k, igitur totũ b a d erit æquale toti f g k quod eſt contra ſuppoſitum ideò neque b a e quia b a c & d a e ſunt æqualia rectilineis per ſe, & etiam pariter accepta. (Per 5. Com. præſentis.) Totum autem ſpatium a eſt æquale quatuor, rectis ergo reſiduum, ſcilicet ſpatia c a d & b a c pariter accepta ſunt æqualia rectilineis ſpatiis, ſed ſpatium c a d non eſt æquale rectilineo, ergo per demonſtrata hic, nec b a e, nam ſi ſit, ſit ergo b a e æquale h g k & quia ambo ſpatia b a e & c a d ſũt æqualia rectilineo ex demonſtratis ſit ergo æqualia f g k, erit ergo ex communi animi ſententia ſpatium f g h æquale ſpatio c a d, quod eſt contra primam partem corollarij.

LEMMA TERTIVM.

Intes duas rectas lineas ſe tangentes circuli dati peripheriam ducere. Sit circulus datus (Per 11. primi Elem. Per 3. eiuſdẽ)



a b rectilineus angulus c d e, volo illum diuidere circuli periferia data b f, duco perpendicularẽ d g ex d ſuper d c, & facio g d æqualem a b & duco circulum per d qui ſit d h qui cadet infra d c & ob id etiam ſupra d e, igitur diuidet angulum c d e, quare cum circulus d h ſit æqualis circulo b f patet propoſitum. (Per 15. tertij Elem.)

Cor 6. Ex hoc patet quod infinitis modis poteſt diuidi angulus c d e peripheria b f. nam diuiſo per rectam c d e linea d k per æqualia & diuiſo k d e per præſentẽ peripheriã b f, patet propoſitum quoniam angulus c d e poteſt in (Per 1. diff. tertij eiuſdem. Per 9. primi Elem.)

in infinitum recta diuidi, & ita ſemper per peripheriam, vnde patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Atque hæc omnia ſequuntur de mente Euclidis, quæ tamen videntur difficillima creditu, quoniam anguli rectilinei, & ex peripheria & recta ſunt ex genere quãtitatis continuæ, & quòd detur maius & minus & nunquam detur æquale, videtur abſurdũ ne dum admirabile. Et maximè quod etiã anguli ex peripheria & recta ſunt diuerſorum generum inter ſe & infinitorũ. Præterea iſtud

1. Propoſi. 10 Elem.

repugnare videtur ipſemet Euclidi, dicenti duabus magnitudinibus propoſitis inęqualibus, ſi de maiore earum plus dimidio detrahatur, atque iterũ de reſiduo maius dimidio, & rurſus de eo quod relinquitur plus dimidio neceſſe erit vt tandem minor minore quantitas relinquatur. Neque illud a gumẽ, tum videtur concludere angulus contactus, ex recta, & circuli circumferentia non poteſt recta diuidi, & rectilineus poteſt diuidi, ergo rectilineus ſemper eſt maior angulo cõtactus, quia hoc contingit in angulo contactus propter modum anguli, non paruitatem: ſicut etiam non valet de figura a lunari, & quadrangulo b. nam poteſt b diuidi ab angulo ad angulum recta & a non poteſt, & tamen a maius eſt quam b, cum contineat ipſam.



Proponantur ergo duo circuli a d e & a f g qui ſe contingant in a, & eorum centra ſint b & c & ducantur rectæ a f d & a g



e & conſtat quod portiones a d & a f ſimiles ſunt, itemque a e & a g ducta enim a b

Per 11. tertij Element.

c per centra circulorum ex contactu tranſibit per illa: quare anguli h a g & h a e ſunt iidem & ſimiliter h a f & h a d iidem, portiones ergo a f & a d itemque a g & a e ſi-

Ex 10. diff. tertij Elem.

miles ſunt: angulus igitur g a e ex peripheriis & e a d ex rectis ſunt iidem in puncto a: ſed quod ad baſim maior eſt baſis g e quam e d: hoc enim ſuppono quod per ſe eſt manifeſtum toties diuidendo arcum d e vt fiat minor recta g e. Quia ergo ſunt duæ magnitudines, quarum termini ſunt iidem ex vna parte, ſcilicet punctum a, ex alia autẽ vnus eſt maior altero, ſcilicet g e quam e f

Per 1. decimi Elem.

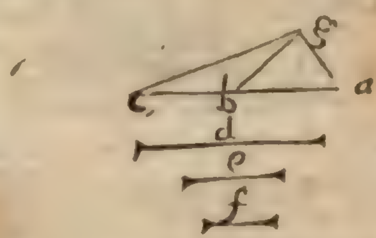
& a d e peripheria eſt maior recta a g e. Ergo per regulam dialecticam ſi ſub eadem proportione procederent, maius eſſet ſpatium ſemper inter peripherias quàm rectas, igitur angulus peripheriarum eſt maior angulo à rectis contento. Cum angulus non ſit niſi quidam habitus propinquitatis linearum, ſed angulus contactus ex recta & peripheria maior eſt contento ex peripheriis cum habeat rationem totius ad partem, igitur angulus contactus eſt maior dato angulo rectilineo

Propoſitio centeſima ſexageſima.

Propoſita linea tribuſque in ea ſignis punctum inuenire, ex quo ductæ tres lineæ ad ſigna ſint in proportionibus datis.

Com.

Sit data linea a b c in qua puncta dicta & datæ tres lineæ d e f, volo inuenire pun-



ctum, puta g ex quo ductæ tres lineæ ad a b c puncta ſint in proportione a g ad g b, vt ad e & g b ad g c, vt e ad f. Per præce- Per 154.
dentia inuenio circulum ex cuius peripheria omnibus ex punctis ductæ lineæ ad a b ſint in proportione d ad e, & per idem circulum ex cuius peripheria quælibet lineæ ductæ ad b c puncta ſint in proportione e ad f, ſi igitur iſti duo circuli ſe ſecabũt in aliquo puncto puta g: liquet quod lineæ ductæ ex g ad a b c, erunt in proportione d e f.

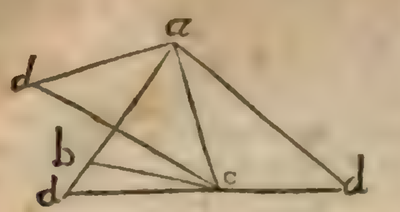
Ex quo liquet quod ſi voluero ducere ad Com.
tria puncta data, tres lineas in continua proportione data d ad e, ſubiiciam tertiã vel interponam, ſi voluero mediam. Et ſi vellem, vt eſſet a g ad g b duplicata ei quæ eſt g b ad b c, & vellem quòd proportio d ad a d f data eſſet, oporteret inuenire duas medias proportione inter d & f, inde operari cum vna earum per modum propoſitum. Differt corollarium hoc à propoſitione in hoc, quod in propoſitione non quærimus niſi proportionem g a ad g b & g b ad b c, non g a ad g c, neque comparationem proportionum: at in corollario quærimus tres proportiones g a g b & g c, & comparationem proportionum inter ſe, ſcilicet æqualitatem.

Propoſitio centeſima ſexageſima prima.

Si fuerint duo trianguli quorum baſes in eadem linea ſint conſtituti & æquales & ad vnum punctum terminati, & latus vnum commune inter reliqua quantitate medium, neceſſe eſt angulum à maioribus lineis contentum minorem eſſe.

Sint duo trianguli a b c, a c d, quales pro- Com.
ponuntur, & ſit a d maior a b dico angu- Per 13 primi
lum d a c eſſe minorem. Si non fiat angu- Element.
lus d a c æqualis ex alia parte, & oportet ſi non ſit minor vt vel cadat a d ſuper

per a b & ducta a d ad æqualitatem cadet infra b, ducta ergo d c erit trigonus a d c



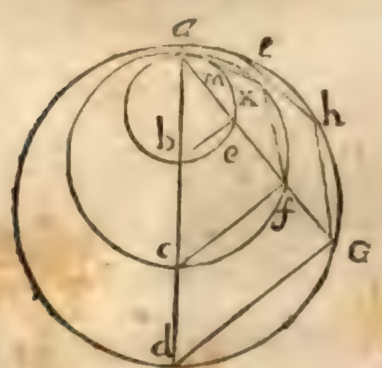
Per 18 primi Elem.
Per 18 primi Elem.
Per 13. eiuſdem.
Per 13. eiuſdem.
Per 4. eiuſdem.

maior a b c, quod eſſe non poteſt cum ſint æquales. Si autem a d cadat extra a b ducatur d e: quæ ſi cadat ſupra b c vel infra, cum totum ſit maius parte erit a d e, vt prius maior a b c quod eſt contra Euclidem. Reliquum eſt vt d c cadat ſupra b c: hoc autem eſſe non poteſt, nam cum ſuppoſuerimus a b eſſe minorem a c erit angulus a c b minor angulo a b c, quare a c b eſt minor recto, & ideò a c d maior recto, at a c d æqualis eſt a c b, alteri igitur a c d eſt maior recto a c b minor, erit ergo pars maior toto.

LEMMA.

Lemmate 3. Prop. 159.

His demonſtratis quis dicere poſſet ex ſuperius expoſitis quod angulus rectilineus ſemper eſſet maior angulo contactus? quia angulus contactus non poteſt diuidi niſi obliqua linea, rectilineus autem tam obliqua quam recta. Propter hoc exponantur



Per 11. tertij Elem.
Per 11. tertij Elem.
Per 32 primi Elem
Per 4 ſexti Elem.

circuli tres ſe tangentes a b, a c, a d hac ratione vt a b, b c, c d ſint æquales, erunt enim centra omnia in lignea contactus, & ducatur a e f g recta quomodolibet: & erunt ductis lineis b e, c f, d g anguli e f g recti, quare omnes trigoni a b e, a c f, a d g ſimiles & ideò a e, e f, f g æquales, atque portiones a g, a f, a e, iuxta proportionem circulorum, quare a g, erit ſexquialtera a f & a f dupla a e, igitur per præcedentem maior erit angulus e a f, quam f a g, & a d a ex recta & peripheria quam e a f, igitur augendo eadem ratione cum perueniamus ad angulū b a g qui fermè eſt recto æqualis cum deficiat ſolo angulo contactus, liquet angulum e a g eſſe longè maiorem multis rectilineis. Iſtud poſſet etiam demonſtrari via Archimedis diuidendo arcus g a in h & f a in k bifariam ducendóque lineas rectas g h & f k & ita diuidendo h a in l, & k a in m bifariam, & ducendo rectas atque ita ſemper appropinquando puncto a.

Per 10 diffi. tertij Elem.
Per præcedentem.

Concludo ergo quod angulus contactus ex recta & peripheria eſt maior multis rectilineis. Cauſa autem erroris eſt quod multi exiſtimarunt corrolarium illud eſſe Euclidis cum non ſit. Nam Euclidi ſufficit hoc quod angulus contactus non poſſit recta diuidi, nam eo vtitur póſt modum in demonſtrationibus. Eo verò quod ſit minor omnibus rectilineis angulis non vtitur, ideò etiam ſi verum fuiſſet non fuiſſet: quanto minus: cum verum non ſit, ideò fuit adiectum ab aliquo qui idem fore credidit non poſſe diuidi rectalinea & eſſe minus quocunque quod rectalinea diuidi poſſet, quod aperte vt dixi falſum eſt.

SCHOLIVM.

Ratio autem quod omnis angulus contactus indiuiduus ſit, ſeu duorum circulorum, ſeu circuli cum recta eſt, quoniam cum fuerint duæ rationes contrariæ, & vna perpetuò minuitur, alia manet, neceſſe eſt, vt tandem, quæ minuitur, ſuperetur ab ea quæ manet: cum ergo circuli curuitas maneat, & angulus tendat in punctum perpetua diminutione neceſſe eſt, vt curuitas circuli impediat diuiſionem rectè: ſed hoc habet duplicem obicem. Primum, quia nullus angulus ex circumferentia & recta poſſet diuidi: hoc autem falſum eſt manifeſtè, cum ſolus ille qui fit ex contactu lineæ, quæ non diuidit circulum, diuidi non poſſit. Secundò, quod angulus contactus duorum circulorum ſe exterius tangentium multo minus poſſet diuidi angulo contactus interioris duorum circulorum, quod tamen falſum eſt: & hoc animaduertit Campanus noſter, vir acutus. Dico ergo quòd in his qui ſe tangunt exterius, non fit diuiſio niſi ſemel: & quamuis inclinentur mutuò, tamen in concurſu non aptantur, vt cum obuiat rectæ aut c uæ parti circuli quia neceſſe eſt, vt accedat, in alio autem diſcedat: indicio eſt quod circulos ſe exterius tangentes, in puncto facile deſcribes, interius vix fieri poteſt, ſed videntur coniuncti per longum interuallum. Ad aliud dico, quod ille angulus ex recta & peripheria conuexa circuli propter diſceſſum ſeruat maiorem inclinationem in quocunque puncto, quàm ſit acceſſus conuexæ partis exterioris circuli.

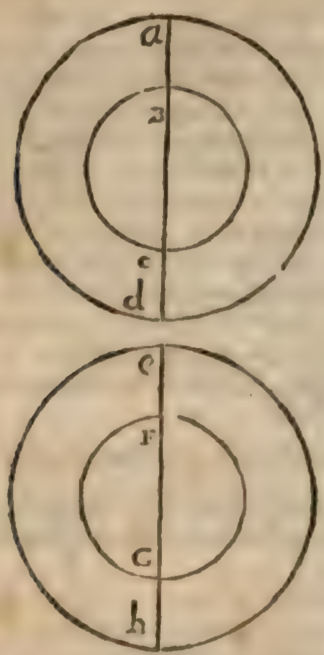
Propoſitio centeſima ſexageſima ſecunda.

Proportionem duorum orbium quorum diametrorum conuexæ partes, & concauæ proportiones datæ ſint, inueſtigare.

Sint duo orbes a b c d & e f g h, & ſit proportio a d ad b c, data & e h ad f g, data & rurſus a d ad e h dico orbis proportionem a b c d ad orbem e f g h eſſe datam. Quia enim proportio a d ſpheræ ad b c eſt veluti ad dimetientis ad b c dimetientem triplicata, ideò cum nota ſit a d ad b c dimetientium, erit nota etiam a d ſphæræ ad b c ſphæram, quare orbis a d ad ſphæram b c, nota eſt etiam proportio b c dimetientis ad a d & ad a d e h & e h ad f g, igitur

Com.
Per 18. duodecimi Elem.

Per 22 quin. ti Elem. & Alizam. tur b c proportio dimetientis ad f g dimetientem nota. Quare ſphæræ b c ad f g



ſphæram, at nota eſt proportio f g ad e h dimetientium igitur & ſphærarum: igitur nota eſt f g ſphæræ ad orbem e h, igitur cum nota ſit proportio orbis ad a d ſphæram b c, & b c ſphæræ ad f g ſphæram, & f g ſphæræ ad orbem e h, erit proportio orbis a d ad orbem e h nota, quod eſt propoſitum.

Propoſitio centeſima ſexageſima tertia.

Com. Proportionem virium ſtellarum per motus ſuos indagare.

Mouentur ſtellæ omnes ab Oriente in Occidentem die vna, qui motus fit à prima mente, quæ mouet: ideò quod ad hoc attinet non eſt diuerſitas: verùm in motibus ab Occidẽte in Orientem cum ſint proprij, oportet conſiderare tempus, in quo circumuertuntur, & magnitudinem ambitus, & inde magnitudinem orbis, qui circumagitur, & horum trium facta comparatione dignoſcitur robur virium ſtellarũ & vitarum quæ mouent eas. Ponatur ergo, vt velim proportionem vitæ Saturni ad vitam Lunæ: erit ergo (vt docet Alphraganus (Luna, cum eſt in longitudine propiore, altitudine habens 109000. M. P. & cum eſt in longitudine longiore 208500. tota igitur dimetiens 417000. M. P. mane 218000. M. P. Igitur proportio ſolidarum ſphærarum eſt velut 72511713. ad 10. 360232. remanebit ergo proportio orbis ad ſphæram elementorum, vt 6151481. ad 10360232. & eſt ſexcuplum fermè. Ruſus proportio dimetientis altitudinis Saturni ad contentum eſt velut 2011. ad 1440. & eſt propè 201. ad 114. quare 67. ad 38. quare ſphærarũ vt 300000. ad 55000. ferme. Igitur ferè vt 60. ad 11 Ruſus proportio dimetientis ſphæræ Saturni ad dimetientem ſphæræ Lunæ eſt propè 313. & ſphærarum ſolidarum 306. 317. 10. Perinde eſt. Quia ergo propoſitio ſphæræ Saturni ad ſpæram Lunæ eſt 306. 317. 10. & orbis Lunæ eſt $\frac{5}{6}$. ſolum ſphæræ ſuæ diuidemus 306. 317. 10. per $\frac{5}{6}$. & exibit proportio ſphæræ Saturni ad orbẽ Lunæ 3678052. at quia proportio ſolidæ ſphæræ Saturni ad contentum eſt vt 60. ad 11. erit ſphæræ ad orbem, vt 60. ad 49. reſiduum, diuidam ergo 3675805 2. per 60. exeunt 612634. & ducam per 49. id eſt per 100. fit 61263400. & diuidendo per 2. exit 30631700. detraho 612634, relinquitur proportio orbis Saturni ad orbem Lunæ 300. 19066.

Diff. 1. 8.

Iam verò circuitus Saturni ad circulum Lunæ, proportio eſt 313. vt viſum eſt, Lunæ autem tempus per ſex ductum eſt 164. dies, Saturni 177. anni propemodum, qui ſunt dies 64649. diuide, duc ergo 313. in 164. fiunt 51332. Idem ergo peragrat Luna in 51332. diebus, quod Saturnus 64649. & eſt quoad hoc agilior, vt ita dicam, quarta parte: at Saturnus, vt dictum eſt, mouet orbem 30019066. ſed lentiùs quinta parte, detrahe illam fiet robur Saturni in comparatione ad Lunam 24015252. 46.

Eſt tamen Luna multo agilior ob propinquitatem, & ob varietatem luminis, & magnitudinem ſuperficiei. Et etiam quod maius eſt ob id quod defert ad nos vires omnium ſyderum, nihilominus quo ad vires vix eſt comparatio.

SCHOLIVM.

Multum autem differt hæc propoſitio à ſuperiore, nam in illa quæſiuimus vim vitarum ex proportione ad ſua corpora, quæ quodammodo eſt quodammodo non, hic autem exponimus vim vitarum ex earum operatione. Propterea ſubiiciemus breuiter altitudinum proportiones in minore longitudine & maiori. Lib. 5. c. 14. 15. & 16.

Lunæ	in minore altitudine	51	in maiore	64
Mercurij	in minore	64	in maiore	167
Veneris	in minore	167	in maiore	1110
Solis	in minore	1110	in maiore	1210
Martis	in minore	1210	in maiore	8876
Iouis	in minore	8876	in maiore	14405
Saturni	in minore	14405	in maiore	20110

Stellarum fixarum propior 20110. longior non habetur. Et hæ menſuræ ſunt in comparatione ad ſemidiametrum terræ. Et iuxta id quod potuit ſecundum rationem haberi: nam demonſtratio ſola eſt de altitudinibus Solis & Lunæ, & eorum magnitudinibus à Ptolemæo in magna compoſitione.

Propoſitio centeſima ſexageſima quarta.

Syderum proportionem in magnitudinẽ oſtendere.

Luna ad terram comparata	$\frac{1}{39}$
Mercurij corpus	$\frac{1}{22000}$
Veneris	$\frac{1}{38}$
Solis corpus	166
Martis	$\frac{11}{8}$
Iouis	95
Saturni	91

Diff 21. Stellarum autem fixarum inſignium vnaquæque etiam minima, ſi credendum eſt Alphragano, eſt centies maior tota terra, vnde canem neceſſe eſt centies mille maiorem eſſe, eſt enim in eadem altitudine, & dimetiens decuplus dimetienti ſtellarum ſecundæ magnitudinis, quas ille inſignes vocat: alter Saturnus non tantus eſſe poſſet, cum ſit minimus aſpectu.

Propoſitio centeſima ſexageſima quinta.

Propoſitionem motuum omnium ſtellarum ad ſolem conſiderare.

Com. Videiur Sol quaſi Rex in Cœlo, nam omnes orbes cum illius motu conueniunt, & videtur res admiratione digna his, qui non nouerunt, quanta ſit concordia omnium rerum, de qua infrà dicemus. Ergo Luna primum hoc habet, vt linea æqualis motu Solis ſemper media ſit inter lineam æqualis motus Lunæ & loci maximè inæqualitatis motus eius, vbi ſcilicet tardiſſimè mouetur, Veneris autem & Mercurij vt motus æquales idem ſemper ſint cum motu æquali, & locus, cum locò ipſius Solis ad vnguem præter id quod infrà dicemus. Trium verò ſuperiorum ratio ſic conſtat ad Solem vt à Ptolemæo obſeruatum eſt ex Hipparco. In omni reſtitutione cuiuſlibet planetæ ſuperioris numerus reuolutionũ Solis æqualis, eſt numero reſtitutionum planetæ ſecundum motum æqualitatis & inæqualitatis pariter accepti. Velut Saturnus in annis quinquaginta nouem die vna & horis decem octo quinquageſies ſepties per motum inæqualem ad vnguem, per æqualem autem duabus reuolutionibus parte inſuper vna & quadraginta quinque minutis, quæ reſpondent diei vni, & horis decem octo ex motu Solis, & ita bis Saturnus reuoluitur ſecundum motum æqualitatis & quinquageſies ſepties per motum inæqualem & ſimiliter. Iupiter in annis 70. diebus trecentis ſexaginta, horis quatuor, ſexaginta quinque reuolutiones inæquales perficiet & ſex æquales, deficientibus ex æqualibus quatuor partibus & dextante quod eſt quantum peragraret Sol in quatuor diebus, & dextante diei ad perfectionem ſcilicet annorum, ſeptuaginta atque vnius. Martis quoque ſtella in annis ſeptuaginta nouem, & diebus tribus & horis fermè quatuor triginta nouẽ facit inæqualitatis reuolutiones: æqualitatis autem quadraginta duas, & inſuper partes tres cum ſextante, quas manifeſtũ eſt peragrari à Sole in diebus tribus atque horis quatuor. Veneris quoque ſydus in octo annis deficientibus diebus duobus & quadrante, inæqualitatis quinque perficit reuolutiones, æqualitatis autem tantundem ad vnguem quantum Sol deficiente eadem parte ſeu diebus duobus & quadrante. Mercurij quoque ſtella in quadraginta ſex annis & vna die & hora vna fermè, quadraginta ſex fermè perficit reuolutiones æqualis motus & inſuper gradum vnum cum portione reſpondenti portioni temporis, id eſt, horæ fermè vni: inæqualitatis autem cenſum quadraginta quinque. Atque hæc ſunt manifeſtiſſima & vt dixi admiranda ſunt, præterea alia minus generalia, aut minus manifeſta aut non tanti momẽti quæ conſultò prætermitto, non eſt enim locus hic docendi artes ſingulas ſed ſolum ea tractandi quæ ad argumentum pertinent. Igitur vt ad rem redeam. Solis cum octauo Orbe ea ratio eſt, vt linea quam ille permeat eadem ſit quam quæ fixæ ſtellæ, non enim ad eandem diſtantiam & mente conceptam ab æquinoxiis deſcendentem ac æquidiſtantem mouetur, ſed ad eam ſecundum quam ſtellæ fixæ in octauo Orbe mouentur in comparatione ad eclipticam ſuperioris orbis. Porrò de his atque huiuſmodi in Paralipomenis diximus, vbi etiam docuimus quomodo ſecundum duos circulos, qui ſolum circa ſuum centrum mouentur, punctus datus perpetuò in recta linea feratur. Lib 14.c.7.

Propoſitio centeſima ſexageſima ſexta.

Proportiones muſicas ſuperpartientes in eas quæ particula vna tantum abundant reducere.

Ptolemæi hoc inuentum fuit, vt & multa Com. alia præclara: itaque ſtatuendum eſt, primum voces æquales non concentum efficere, quia diuerſæ non ſunt, quæ autem diuerſæ ſunt, nihilominus proportione conſtant ſimpliciſſima & multiplici, tales optimam efficiunt harmoniam. Eiuſmodi ſunt quę in dupla ſunt proportione, vocatur autem diapaſon. i. quaſi omnia comprehendens non à numero vocum velut diapente & diateſſaron à quatuor & quinque vocibus. In diapaſo enim omnia comprehendi videntur. i. omnes vocum differentiæ quanquam ex octo tantum vocibus conſtet. Pòſt ſunt quæ in quadrupla, vnde bis diapaſon, poſt quæ in tripla, nam proprior eſt monadi ſeu æqualitati, ſed non adeo ſimplex vt bis diapaſon. Vocant autem hanc diapaſon diapente: inde ſubſequitur octupla quæ vix in vocibus humanis habetur: frequens in inſtrumentis, vocaturque tris diapaſon inde ſexcupla, ſeu bis diapaſon diapente. Quintupla autem minus concors eſt: ſed de hac inferius dicemus, atque de multiplicibus dicta ſunto. Sed de concentu ex particula ſuperaddita ſexquialtera ſexquitertia atque aliis nunc agendum. Clarum eſt enim has eſſe ſimpliciſſimas. Cum ergo dupla proportio non magis poſſit diuidi æqualibus interuallis atque ſimplicibus proportionibus quàm in ſexquialteram & ſexquitertiam, velut inter 4 & 2 interpoſito 3. nam proportio 3 ad 2 eſt ſexquialtera, & 4 ad 3 ſexquitertia: nec melius poteſt diuidi, at ſexquialteram & ſexquitertiam quantumuis magnis numeris diuidere non licebat melius aut commodius quam per ſexqui octauas: veluti ſumpto numero 64. cui duplus eſt 128. inter medius 96 qui cum 64. ſexquialteram facit proportionem, quæ ſuauiſſima eſt omnium deductis multiplicibus, vocaturque diapente. At quæ eſt 128 ad 96 ſexquitertia eſt minuſque benè ſonat per ſe, ſed in acutioribus vocibus ſolum cum aliis benè ſonat, velut cum diapente, perficiens diapaſon, interuallum, ergo inter 96 & 64

diuiſum

diuiſum per ſexquioctauas producit 72 & 81, nam 72. ad 64. eſt ſexquioctauum, ſicut 81. ad 72. verùm id accidebat incommodi quam 81. ad 64. nullam habet proportionem commodam, & multominus 96. ad 81. quare viſum eſt Ptolemeo vt ſubtracta mona deſierent termini 64. 72. 80. & 96. proportio autem 80. ad 64. conſtituit ſexqui quartam atque ditonum, proportio quoque 96. ad 72. ſexquitertiam ſemiditonumque. Rurſus proportio 128. ad 64. componitur ex proportionibus 80. ad 64. quem habetur pro ditono vt dictum eſt, & eſt ſexquiquarta proportio At 128.cum80. eſt in proportione ſuperpatiente tres quintas, quæ iterum eſt conſona. Regula enim eſt quia vbi conſonatia vocum diuidatur in duas partes, quarum vna ſit conſonans, reliquam etiam eſſe conſonantem, at non conuertitur. Sæpe enim fit vt ex duabus conſonantibus diſſonans compoſitio oriatur, velut ex duplici diapente, aut diapente cum ditono, ſed vt ad propoſitum reuertar, alia diapaſon eſt inter 80. & 40. at inter 48. & 40. eſt ſemiditonus vt oſtenſum eſt, velut inter 96. & 80. nã inter 45 & 40.eſt proportio ſexquioctaua, inter 48. autẽ & 45. ſexquiquinta decima, igitur ex regula data proportio 80. ad 48.quem eſt ſuperbipartiens tertias ſeu ſolida cum beſſe ſeu ſexta maior erit conſonans. Iam ergo videmus detractione aut additione ſexquioctauageſimæ,concinnas reddi vulgatiores harmonias: tertiam vtranque maiorem ſcilicet & minorẽ ac rurſus ſextam maiorem atque minorem quem in minoribus numeris ſcilicet à monade ad octo poſitæ ſunt. Vides præterea ſemiditonum in ſexquiquinta conſtare:adeò

Diapaſon	2	1
Bis diapaſon	4	1
Diapaſon diapente	3	1
Tris diapaſon	4	1
Bis diapaſon diapente	6	1
Hæmiolia	3	2
Hæmitritæa	4	3
Ditonus	5	4
Semiditonus	6	5
Sexta minor	8	5
Sexta maior	5	3
Bis diapaſon ditonus	5	1

vt à ſenario inſra nihil inutile reddatur. Diateſſaron autem cum primum diuidi poteſt, ſi ſecus diuidatur quam in ditonum & ſemitoniũ aut ſemiditonũ & tonũ ſcilicet in duo tantum interualla, non cõmodius quã inter octo & ſeptẽ & ſex diuidi poteſt.Cum ergo octo ad ſeptem diſſona ſit, quippe nimis remota eſt hæc proportio à ſenſu humano: quamobrẽ ex regula data, neque proportio ſeptem ad ſex. Sed dubitabis meritò, quia cum diateſſaron diuidatur bifariam, in ditonum & ſemitonium, ac rurſus in ſemiditonum & tonum, quarum altera conſonans eſt, reliqua non Videtur ergo infirmari regula illa quia conſonantia diuiſa ſi vna pars conſonet,alia non poſſit eſſe diſſonans, nam conſtat tonium & ſemitonium tam per ſe quàm in compoſitione diſſonare: & non parum ſed acerbè. Verum reſpondeo diateſſaron, vt dixi, numerari inter ambiguas coniugationes, quatenus enim per ſe eſt, diſſonans eſt: atque ſic in conſonantem & diſſonantem diuidi poteſt: quatenus autem pars eſt diapaſons conſonans in acutis:quam etiam adiecta ditono aut ſemiditono ſuprà efficiat ſextam maiorem aut minorem parum benè ſonantes. At quintupla proportio vt ab initio propoſitum eſt, conſtat bis diapaſon, ſexquiquarta, vt planè manifeſtum eſt: ſexquiquarta autem ditonus: bis diapaſon autem quindecim vocibus.Omnes igitur decem, & ſeptem voces, quæ ſexdecim interuallis diſtinguuntur, conſonantes ſunt: & ex genere ditoni, & ſexquiquartæ, ſed paulo minus benè ſonant quam ditonus. ipſe. Igitur quintuplam multiplicem ad ſexquiquartam reduximus. Verum vt oſtenſum eſt & decima ſeptima, quam bis diapaſon conſtat, & ſemiditono benè ſonat, hæc autem inter nonaginta ſex & viginti: quadrupla igitur eſt & ſuper quadripartiens quintas. Diapaſon quoque cum ſexta maiore & minore eandem habent rationem quam 16. ad 3. & 10. ad 3. triplam vtranque, ſed altera ſexquiquinta, altera ſexquitertia: bis diapaſon verò cum eiſdem vt viginti ad tria,& 32. ad quinque ſexcupla vtraque: ſed altera ſuperbipartiens tertias,alteraquintas.Manifeſtũ eſt igitur hanc diuiſionem non ſolum concinnam magis eſſe & ſuauem ſed omnem tonorum & ſemitoniorum neceſſitatem effugere. Quòd verò in cauſa fuit vt toni & ſemitonia in vſu eſſent,id eſt, quoniam in diſcendo neceſſe eſt eandem ſeruari rationem incrementorum, neque arithmeticam ſed geometricam.Ideò aſcenſus per tonos & ſemitonia commodus fuit, nam duplicem ſolum differentiam pueri vſu aſſequi coguntur At verò poterat & per ſexquiſextam diuidi diateſſaron, vt inter triginta ſex & quadraginta nouem interpoſitis 42. verùm triplex ſequebatur inconueniens: primum vt diateſſaron ad amuſſim non ſeruaretur, ſed incidebat in cacophoniam, addita quadrageſima octaua parte deficiente autem in duabus ſexquiſeptimis numeris ſeu proportione ſexquitertia: vt inter 49. & 64. loco 48.& 64. velut etiam inter 48. ad 36. addita igitur monade in termino medio vtrinque fit diſſonantia. Secundum inconueniens, eſt quia ſic diuidente non ſeruabatur ratio ſexquiquartæ & ſexquiquintæ ſeu ditoni & ſemiditoni, quæ voces benè ſonant. Tertium inconueniens erat, quòd hæc ratio diuidendi diapentes minimè ſatisfaciebat, velut inter 324. & 216. Interponere enim neceſſe erat 252. & 294. vnde incongrua rurſus erat diuiſio. His tot cauſis cum proportione maiores non ſatisfacerent vt ſexquiquinta quæ diateſſarõ nullo modo æqualiter diuidere poteſt, & in diapente deficit ſexquiuigeſima quarta, vt inter 25. & 36. coacti ſunt cum nec ſexquiſexta nec ſexquiſeptima idoneæ eſſent ad ſexquioctauam confugere.

Eſt & alia diuiſio toni in ſemitoniam, quæ eſt varia ponendo tonum inter 18. & 16 media vox eſt 17. ſemitonum maius inter 17. & 16. ſed minus inter 18. & 17. quorum differentia eſt $\frac{1}{??}$. Hic ſubit admiratio quomodo ſemitonium minus aptetur tam gratè in ſymphoniis maius autem nequaquam. Ptolemæus hoc negaret,quia ſexquiquinta

ſexquiquinta ſeu ſemiditonus conſtat tono integro, qui eſt inter 90 & 80. & ſemitonio pluſquam maiore quod eſt inter 96. & 90. & eſt ſexquiquinta decima, quam maior eſt tono maiore $\frac{1}{135}$. Propterea dicemus cauſam eſſe quæ poſito ſemiditono inter 81. & 96. id eſt, 27. & 32. ſublato tono, id eſt, 234 & 216 remanebit 13. differentia 250. ad 243, ſeu qualis eſt 96 ad 91. & $\frac{1}{8}$. quæ eſt vt 768. ad 729. & redit ad idem, ſcilicet, vt 256. ad 243. 13. autem eſt paulo plus decimanona, ergo multo minus ſemitonio minore, ſecundum mentem ergo Ptolemæi, poſito tono inter 135. & 120. & ſemitonio maiore inter 128. & 120 remanebit ſemitonium minus fermè inter 19. & 18. id eſt, 133. & 126. quæ proportio differt à 135. & 128. Si quis autem bene animaduertat ſexquioctuageſima illa adimitur ex tono & additur ſemitonio minori, & hæc eſt cauſa quòd ſemitonium maius Ptolemæi ſit concinnum, quia additur tonis imperfectis. Dimidium autem ſemitonij minoris eſt inter 36. & 35. & vocatur comma: & eſt minus & maius. maius eſt inter 35. & 34. rurſus comma minus diuiditur in duas dieſes, minorem, quæ eſt inter 72 & 71. & maiorem, quæ eſt inter 71 & 70. & ideò manet difficultas quomodo intenta voce per dieſim fiat melior conſonantia? nam de remiſſione poſſemus dicere quod accipitur loco ſexquioctuageſimæ: ſed in ſexquioctuageſima remittitur de tono ſecundum mentem Ptolemæi, in dieſi intenditur ſemitonium minus, ſicut oſtendit experimentum, ſed forſan conueniunt quia intentio ſemitonij minoris deducit ſemiditonum ad ſexquiquintam: eſt enim differentia ſemitoni. minoris intenti hoc modo ad ſemitonium minus, vt 136. ad 135. ſed hoc eſt longè minus ſexquioctuageſima, vnum ſat eſt, hanc eſſe vltimam diuiſionem toni in octo partes, & vt in diatonico toni dominantur, ita in chromatico ſemitonia in enarmonico dieſſe, ſed dieſes fugitando (vt ita dicam) ac aures vellicando, mirum in modum oblectans audientes: velut toni ſtando, vnde etiam nomen, ſemitonia medium modum obtinent.

Tertium genus proportionis (omitto modò diuiſionem temporum binarij, ternarij, quinarij, qui vltimus eſt eorum quos ſenſus recipiat, nam ſeptenarius propinquior eſt binarij diuiſioni ob octonarium, & modos illos ſatis notos Doricum, Lydium & Phrygium, ac eiuſmodi) eſt Ptolemæi: rurſus qui cum videret deſpectam futuram muſicæ contemplationem, conatus eſt illius aliquod ſingulare emolumentum oſtendere, quemadmodum fecit & in libro de Prædictionibus, exiſtimans ni illos compoſuiſſet veluti pręmium oſtendentes tanti laboris quantus neceſſarius videretur ad intellectum librorum Magnæ compoſitionis. futurum eſſe, vt hi negligerentur, ergo & hoc in muſicæ libris oſtendere molitus eſt; ſcilicet, præclarum eſſe aliquem huius contemplationis finem, quod vtinam non feciſſet, ne illud verè de eo dici poſſet:

——Non omnia poſſumus omnes.

Virum enim hunc ſupra omnem humani ingenij metam fuiſſe non negamus: ſed hanc partem quam hic agit, adeò infeliciter tractat, vt malim credere totum illum tertium librum fuiſſe ab aliquo alio adiectum. Etenim quid turpius ſapienti homini quam imitari vulgares illos? ſeptem planetę, ſeptem mundi miracula, ſeptem artes liberales: quid enim ſimilitudo numeri iuuare poteſt, aut quam afferre vtilitatem? nimis certè indignum eſt vti argumento à ſimilitudine ſumpto: tum maximè adeò leui. Sed quoniam conſtat omnia quæ in mundo ſunt coniuncta eſſe, & neceſſitate vinciri, ideò cùm finis ipſe verus ſit, non tam debemus Ptolemæum damnare, quæ non probauerit, quam laudare, quod veritatē ſine ratione ſit aſſecutus. Sæpe. n. ccidit huiuſmodi viris adeò præſtantibus vt veritas detegatur, quam cùm illi, vt mos eſt hominũ rationibus adornare nitũtur, tranſgredientes metam muneris, in abſurda & ineptias incidunt. Ergo id modò declarare aggrediar, ſupponens quod verum eſt, ſcilicet hanc muſicam concinnitatem cum diuinis connexam eſſe, & ab illis originem ducere. Verùm dubium eſt, an ſoni propter numeros iucundi ſint, an propter aliud; & ſi propter aliud, cur ergo numeri ad hoc ſunt neceſſarij? & cur obſeruare eos oportet ne ab illorum ordine diſiungi poſſint? Hoc autem perfacilè intelligitur, & a nobis aliàs declaratum eſt, ſcilicet delectare nos, quæ percipiuntur quæque ratione facta videntur, quoniam in his naturæ vis relucet & imago vniuerſi, ergo delectant nos, quoniam naturæ ordine nos conſtamus. Illud difficilius longè quod tamen diligenti obſeruatione dignum videtur, ſcilicet, quoniam pacta harmonia cum rebus cœleſtibus aut humanis coniuncta ſit. Forſan & illud ab re non eſſet intelligere, cur nullum animal præter hominem capax ſit harmoniæ? an forſan quoniam ſolus homo ratione participet, & ob id ſolus gaudet ratione? ordinata autem ratione conſtant aut ſola aut maximè, numerus autem quid aliud eſt quàm ordinis ſeparatorũ imago. Porrò hęc accipienda ſunt ex quæhis ſenſibus deprehenduntur, qualia ſunt quod animus mouetur & varios affectus induit iuxta harmoniæ diuerſitatē lætitiæ, triſtitiæ, impetus, remiſſionis, timoris, ſpei, iracundiæ, & commiſerationis. Nos enim maximè octo affectus mouent muſicæ modulationes. Secundum quid autem mouent? vel quia conſonæ aut diſſonæ, vel quia concitatæ aut tardæ, vel quod maius eſt quæ tendant in acutum ad alacritatem, vel in grauem deſinant & remiſſum ſonum commiſerationem, & lachrymas, aut etiam ex modo tetrachordorum. Illud ſanè non obſcurum eſt, animam cum ſono maximè eſſe coniunctam, nam neque odoribus vt odores ſunt, neque ſaporibus, aut his quæ tanguntur licet plurimum delectent, aut etiam lædant, anima mouetur ad affectus, licet, vt dixi, magis homo delectetur, aut triſtitia afficiatur quemadmodum ex ſonorum

rum varia natura, quod etiam in morſis à Tarantula (araneæ genus eſt) deprehenditur. Quinimò nec à luce nec a coloribus aut pictura, niſi vt hæc ad memoriam reuocant ea, propter quæ ad hilaritatem aut triſtitiam vel iram, vel commiſerationem mouemur. Vnde quoſdam reges ferunt iniurias acceptas iuſſiſſe depingi in aula ne poſſent obliuiſci, at longè plures curarunt, vt potius eorũ facta egregia pingerentur continuata per memoriam voluptate, quam dum illa agerent, conceperant: nihilominus, neque color ipſe, nec lux aut ſpectaculum vel imagines poſſunt adeò mouere animi affectus, vel ſonus. Nam duo in vniuerſum ex viſu ad animi affectus mouendos habentur, tenebræ ad triſtitiam & metum, pictura regionum amœnarum ad iucunditatem, ſed iram quæ moueant picturæ alacritatemúe aut commiſerationem, non habemus. Videtur ergo ob hæc ſonus ipſe magis animæ intimus quam vllum aliud ſenſile. Quod ſi odoratus eſt in appendicibus cerebri, viſus in pupilla oculi, guſtus in linguæ neruis, veriſimile eſt magis intimum eſſe auditum, ſcilicet in cerebro ipſo, atque ob id magis ab illo moueri animam. Neque enim in aëre concepto à concauitatibus auris, qui noſtri pars non eſt: neque à tympano, cùm ſuperflua fuiſſet cauitas interior omnis: neque enim inter pupillam & cerebrum pars vlla cernitur ad viſum adiuuandum idonea: ſed ſolus ſufficit conſenſus pupillæ cũ cerebro; nam ad nos per ſpiritus defertur imago, non enim viſus eſſet vnus, nec in vno tempore fieret, ſed veluti è ſecundo ſpeculo & decimo ſimul, & eodem tempore reflectitur imago, vt à primo ita ſenſus viſus ex pupilla in cerebro & in corde & anima ſimul relucet. At ergo nõ potuit in tympano vel neruo denſiore fieri auditus, ſed in cerebro ipſo, ob quod magis moueret affectus. Sed magis incorporeus eſt ſonus, vt qui inſtrumentũ proprium non efficiat, niſi cum immoderatus fuerit, at omnis color, omnis lux oculum afficit, ac, vt ita dicam, tingit, neque ſucceſſiones illas ob id adeò minutas oculus percipere poteſt vt auris, ſed coinquinatur, vt ita dicam, priorum obiectorum reliquiis atque imaginibus. Vt in vniuerſum conſtet puriorem eſſe auditus ſenſum etiam animæ noſtræ propiorem quàm viſum.

Quibus conſtitutis videndum eſt, quomodo ſonus permutet affectus: hoc autem non quia animam, quæ immortalis eſt & immateriaria, ſed quoniam aut corporis eam partem, quæ eſt animæ inſtrumentum: id eſt, ſpiritum, aut animæ principalem coniunctionem qua corpori annexa eſt. Vt enim corpus deſerit aut impeditur à corporis commercio corpus immoritur: hoc præſentiens animus, fiunt illa duo præuia ad mortem timor & triſtitia. Vt contra, lætitia non eſt niſi communicatio animæ corpori, & quatenus communicatur ſolum de vita cogitat, atque ob id quaſi immortalis, qui lætatur obliuiſcitur mortis. Ergo animæ ratio illa erit, quæ vt cognoſcit perfectè exhilaratur dulcedine vocum, & hoc fit in diapaſon. Vt verò imperfectè diapente, vt imperfectius diateſſaron, at cum ex diateſſaro & diapente perficitur diapaſon, accidit ei idem, quod quærenti gemmas in matrice dum inuenit: & ei qui ex tabulis arcam conficit, & puero cum adoleſcit, & generaliter ei qui ex imperfectis perfecta colligit: ex quintæ enim & quartæ ſenſu imperfectarum conſonantiarum percipit perfectam diapaſon. Videamus ergo an aliquid ſit ſimile in animæ facultatibus, nec dubium eſt quin ex ſenſibus exterioribus atque interioribus fiat intelligentia. Et ſenſus quidem exteriores ſexquitertia conſtant: eſt enim illorum imperfecta cognitio: maior longè memoriæ vnius & rationis reliquarumque facultatum, ex quibus intelligentia oritur. Iam verò habemus exactam ſimilitudinem facultatum animæ humanæ, quam cognoſcit. Nunc vlterius procedamus & videamus, an ſit aliqua etiam coniunctio inter illas, nam ſimilitudo etſi ſit vna originis cauſa, non tamen ſola digna eſt vt à Philoſopho numeretur inter cauſas ordinis & naturalis vinculi. Non eſt vt tetrachordorum genera ad partes animæ comparentur, cum ſint voluntaria diuiſione, non natura conſtituta. Sed ſi quis hoc velit, magis ad rationem proprietatis reſpiciat, ſuauitas in chromatico, ſubtilitas in Enarmonico, ſtabilitas in diatonico: Vt Enarmonicum ad mentem verè referri poſſit, chromaticum ad ſenſus: diatonicum ad vitam, naturalemque facultatem. Sed, vt dixi, iam propius accedamus, concitatior ſonus, vt Doricus ad alacritatem pertinet, ad pugnam, ad vim animæ iraſcibilis: Phrygius ad voluptatem, Lydius ad intelligentiam remiſſione corporeorum affectuũ. Sed non quærere decet aut laborare, vt malè inuenta aut diſtributa aptemus ordini naturæ, ſed vt res rebus. Diximus quatuor eſſe differentias nobiliorum affectuum animi, ſcilicet, timoris, ſpei, iracundiæ ſeu ſæuitiæ commiſerationis, lætitiæ, triſtitiæ; impetus ac remiſſionis. Et videtur muſica nec hoc æqualiter mouere, ſed primum videamus an hi ſoli affectus ſint maximi, quippe deeſſe videntur amor atque odium. Et mihi dubium non eſt quin hi potentiſſimi ſint omnium præter metum. Sed metus cum cauſa, affectus propriè non eſt, ſed potius ſcientia quædam. Proprium enim perturbationum eſt excedere rationem: at metus mortis propriæ aut de filio, non eſt à ratione alienus, nec excedit metas, modò inanis non ſit aut falſus, ob hoc metum excludemus ab hoc negotio: tum maximè ob id quod nulla muſica eſt quæ metum excitet cùm ea, non opus ſit in eo, qui ſit cum ratione coniunctus. Indicio eſt quod potius illum excudit abrupta muſica, ſicut & omnia alia quæ perturbant rationem, veluti ſolanum & madrangora atque cicuta. Amorem igitur & odium non excitat muſica, quia amor & odium alicuius ſunt amor & odium: muſica autem generales ſolum mouet animi affectus. Et commiſeratio, licet ſit Didonis aut Phillidis, tamen eſt generaliter miſerentis, Quæramus ergo rurſus qui ſint affectus generales

nerales animi. Et ſanè videntur eſſe lætitia atque triſtitia: impetus & remiſſio: ſæuitia ac miſericordia & audacia. Sunt tria fermè coniuncta ſimul impetus & ſæuitia atque audacia, quoniam cum motu perturbato animi ſunt eiecta ratione. Ob id vnumquodque horum ab iracundia deriuantur. Quapropter & ita rationem expellit aut ſuppeditat, at ratio perturbatur, aut ab immodicis ſonis, aut incomptis & magnas mutationes habentibus atque aſperis. Hæc autem, vt ita dicam, nulla eſt muſica. Sed neque muſica vlla triſtitiam gignit cum vt dixi, triſtitia nil aliud ſit quã mortis imago, muſica autem vitam fouet. Vnde non immeritò fertur Xenophilus muſicus centum quinque annis ſine aliquo incommodo vixiſſe, quod ſingulare eſſe exemplum in humana vita refert Plinius. Relinquitur igitur tandem, vt muſica maximè moueat tres affectus lætitiam, remiſſionem & miſericordiam. Et quod ex his poſtmodum ad labores inſurgamus intentius, hoc non eſt ex muſicæ vi aut facultate, ſed conſequentibus ad illa alia cauſis. Neque ergo horum cauſas ex diuiſionibus atque diſtributionibus voluntariis muſicæ conſiderare oportet, ſed ex ipſa rerum natura atque eſſentia. Veluti intentionis & remiſſionis, aſperitatis atque ſuauitatis celeritatis ac tarditatis, conſonantium aut diſſonantium vocum atque mutationis: hæ enim differentiæ præcipuæ ſunt vocum, vel etiam teſte Ariſtotele. Verum non obſcurum eſt: quemadmodum remiſſiones fiant animi affectuum, cum remittuntur voces aut intendantur ad earum intentionem. Sed non eſt æqualis ratio, qoniam natura noſtra ad remiſſionem naturaliter inclinata eſt, ad intentionem non ita, ſed per vim quandam aut medio voluptatis, aut cum anima purior eſt à corporis impedimentis. Et ob id ad ſtudia nil aptius eſt pura ſobrietate: nihil ineptius crapula atque temulantia. At lætitiæ cauſæ ſunt. & concordia vocum, & mutatio ex aſpera in ſuauem non ſecus ac eius qui euadit è paupertate vel è moleſtia aliqua aut dolore aut alio incommodo, tum intenſio vocum ac liber ſonus. Vnde in lætitia ſolent homines exclamare. At ad commiſerationem mouendam omnia remitti oportet ex magna in parua, adeoque deficientem ex aſpera in leuem, ex veloci in tardam, ex diſſona in conſonantem. Antiqui ergo (vt author eſt Cælius Rhodiginius) Dorico ad temperantiam & moderationem vtebantur, ſcilicet quòd non haberet præcipites lapſus, neque arduas intentiones: Phrygio ad impetum & bellicum ardorem, ſcilicet per aſperas intentiones: Lydio ad fletus & lamentationes per caſus & remiſſiones longas ac ſuaues: ideo funeribus peculiaris: Mixolydio ad commiſerationem, vt defectiones interponantur & breues abruptæque remiſſiones, iuuantque in hoc plurimum & ſenſus verborum, familiaris hic tragædiis: Æolicus qui & Ionicus tranquillitatis animi author eſt ſomnumque conciliat: Dorico non abſimili ſed ſuauior & mollior: ideò chromatici generis.

In lib de Audibilibus.

Lib.9.cap 3.

Quæ verò ad cœli motus referuntur, diapaſon quidem refertur ad motum diurnum, nam maximo conſtat, & exactiſſimo interteruallo, vnuſque eſt in omnibus & iucundiſſimus & omnia continet, velut & diuturnus motus. Propriis autem tam erraticis quàm fixis, qui etiã æqualitati propinquior eſt, & ad maiorem diſtantiam ſcilicet declinationis ſigniferi ab æquinoctij circulo ad diapente refertur. Rurſus diateſſeron quòd minimo conſtat interuallo ac maximè inæquali, & per ſe quidem quaſi non neceſſario ad motum in latitudinem refertur, is enim exiguus eſt & inæqualis. Ex horum itaque duorum compoſitione quemadmodum & ex diateſſaro & diapente conformatur diapaſon, pulchra conſtruitur exortus & occaſus ſyderum ratio, quæ primo motu conſtat.

Porrò de participatione diapente, quam non ſolum vſurpamus in inſtrumentis fiſtularum organis dictis: ſed etiam in fidibus monachordorũ ſeu clauichordorũ (ita enim nunc vocantur inſtruměta quibus caruerunt antiqui) non alia eſt ratio, quàm quæ dicta eſt conſtituendarũ conſonantiarũ in ditonis & ſemiditonis ſextaque vtraque. Vt enim quatuor conſonantiæ ſuauiores efficerentur, neceſſe fuit vnam, ſcilicet diapentem variari. Exempli gratia, ſint fides expoſitæ octo, & vt conſtituatur proportio h ad c, vt 128. ad 80. id eſt vt 8 ad 5. c facta eſt remiſſior octogeſima, quare cum 81. diapẽte habeat ad 121. cum dimidio, erit ad 80. maior $1\frac{1}{4}$. id eſt octuageſima parte 120. quare intentior diapente. At in diapaſo omnia ad idem redeunt: horum etiam cauſa ſemitonia nigra illa addita ſunt. Sed hæc tractatio proprium locum exigeret, ſecus eſſet nimis curioſi illa huc traducere, quemadmodum, & vt vellemus Philoſophiam naturalem, moralem, & mathematicam ad muſicam traducere proportionem. Melius ſanè fuiſſet ſubtilioribus rationibus hanc menſuris motuum aſtrorum prout conueniunt (quantum fieri potuit) aptaſſe.

a	vt
b	re
c	mi
d	fa
e	ſol
f	re
g	mi
h	fa

Propoſitio centeſima ſexageſima ſeptima.

Proportionem muſicam ad ſapores & odores coaptare.

Melius feciſſet Ptolemæus, ſi hanc proportionem ad ſapores & odores & picturas, quemadmodum inuenimus nos, applicaſſet, vel vt Vitruuius ad machinas, poterat enim hoc ſcire, cum Vitruuius pluſquam centum quinquaginta annis Ptolemeum anteceſſerit. Et quanquã Latine ſcripſerit, non tam turpè erat latina legiſſe, aut conuerſa ab alio quopiã intellexiſſe, quã neſciuiſſe neceſſaria pulchraque inuenta aliorum clarorũ virorũ, & quod deterius erat, rerum memorabiliũ loco fabulas ſubtexuiſſe. Ergo vt ad rem veniam: muſica proportio bifariam inuenitur in ſaporibus: ſimpliciter, & ex comparatione, & ſimpliciter quidẽ ſumma ſuauitatis ad diapaſon refertur: eſt enim ſuauiſſimus concentus in

in ſaporibus, ergo dulce ei reſpondet, vt ſimplex, quid enim ſuauius eſſe poteſt in vtroque genere. At pinguis, qualis in carnibus & ouis benè præparatis, ad diapẽte refertur, eſt enim & ipſe ſuauiſſimus poſt dulce, atque in ſuo genere perfectus, diateſſaron verò optimè ſalſo conuenit. Hic enim per ſe improbus eſt & inſuauis, ſicut etiam ſapor ſalſus eſt, diateſſaron autem cum diapente perficit diapaſon, & cum diapaſo inutile eſt, & diſcordat, ita ſapor ſalſus cum pingui, ſummam delectationem affert: cum dulci adeò parum congruit, vt melius ſocietur cum amaro, velut in oliuis benè ſalſis. Ergo ſalſus ſapor cum diateſſaro ad vnguem congruit rurſus ſemiditonus cum inſipido, & aſtringens cum ditono conueniũt ad vnguem, nam vterque non illepidus, & cum dulci conuenit, ita ſemiditonus & ditonus cũ diapaſo conſo conueniunt, vterque etiã horũ ſaporum parum mouet ſenſum, & inter ſe ſunt quaſi ſimiles quod ditono accidit & ſemiditono, ſed & neuter horum cum pingui conuenit, neque ditonus aut ſemiditonus cum diapente congruit, diſcordat enim hæc compoſitio non parum. Rurſus & in hoc ſimiles ſunt quod diateſſaron cum ditono & ſemiditono plurimum conuenit, ita & inſipidum, & aſtringens cum ſalſo bellè cõueniunt. Diateſſaron enim cum ditono ſextã efficit maiorẽ, & cũ ſemiditono minorẽ quę vtrique conſonant, non tamen plus ſuaues per ſe ſunt, quòd dulci & pingui careant, vt nec ſexta maior aut minor, quod neque diapaſon perficiãt neque diapente: Acris autem ſapor ſexta maiori ſimilis eſt, acidus minori: mutuo conueniunt cum inſipido acris, & cum aſtringente acidus, quemadmodum & ſexta maior cum ſemiditono, & minor cum ditono copulatur perficientes diapaſon: ſed minus ſuauẽ, quia abeſt diapente ibi, quia abeſt pingue: auſterũ verò cum acri moderato conuenit, propterea bene vterque cum inſipido iungitur, vnde illud Epigrammatici:

Vt ſapiant fatuæ fabrorum pandia betæ.

O quam ſæpe petet vina piperque coquus.

Piper enim acre eſt, & vinum auſterum eſt. Et iuſta querela Ciceronis in Epiſtolis familiaribus, qui à maluis fatetur ſe victum, vt deciderit in lienteriam: conueniunt ambo hi ſapores cum dulci & pingui, velut & vtraque ſexta maior & maior cum diapaſon & diapente, at neuter cum ſalſo nam neque diateſſaron cum ſexta maiore vel minore iungi poteſt. Amarus autem ſapor tono perſimilis eſt diſſonus enim per ſe eſt ſemper, & amarus per ſe odioſus tonus origo eſt omnium conſonantiarum, ita omnes fructus, ſeu dulces ſeu aſtringentes, ſeu acidi, ſeu acres prius amari ſunt: tonus præterea nulla cum conſonãtia peius coit quàm cum diapaſo, ita neque amarus ſapor infelicius iungitur quàm cum dulci, amarus quoque ſapor cum nullo magis conuenit quam cum ſalſo, ita tonus additus diateſſaro, perficit diapente dulciſſimam conſonantiam, vt multi oliuas benè ſalſas prætulerint faſianis: tantum conuenit ſalſo cum amaro, amarus, quoque ſapor leuis non abhorret à pingui, deteriorem tamen aliquanto efficit, vt intortis ex abſynthio ouis & caſeo, atque in viribus in quibus coma abſynthij incocta fuit parum, degenerat tamen ſapor ille à pingui: ita tono addito ad diapente fit ſexta maior, non adeò ſuauis vt diapente, attamẽ non prorſus inſuauis. Similiter ſi tonus addatur ad ſemiditonum aut ad ditonum ex altero fit diateſſaron, qui non concordat ex reliquo tritonus omnium aſperrimus. Ergo cum idem fiat coniuncto amaro cum inſipido, ac deterius cum aſtringente, velut in acerbis glandibus, quibus nihil triſtius guſtari poteſt. Manifeſtum eſt igitur optimè conuenire hanc ſaporum diuiſionem cum muſica proportione.

Cumque ſapores ex ſeptem planetis pendent manifeſtè, Saturnus enim habet aſtringens, quoniam frigidus eſt & ſiccus. Iupiter pingue cõtraria ratione, & quoniam hic ſuauis eſt, ille triſtis, acre & auſterũ conueniunt ſoli, apparetque in eis vis maxima ad ſpiritum vitalem confirmandũ, vireſque omnes adauget, velut & Sol. Venus habet dulce: demonſtratione hoc non indiget. Mars ſalſum & cum peruerſè diſpoſitus eſt, amarum. Luna inſipidum. Mercurius acidum, etenim frigida eſt & humida Luna, & Mercurius tenuitatẽ quandam habet cum temperamento moderato, cuiuſmodi fermẽ eſt acidus ſapor, quanquam ad frigiditatem declinet, parum enim habet virium Mercurius quod minima ſit ſtellarum, vt ſuprà docuimus. Huiuſmodi ergo ratione conſiderata Luna ad ſemiditonum pertinebit Mercurius ad ſextam minorem, Sol ad ſextam maiorem, Mars ad tetrachordum. Saturnus ad ditonum, Iupiter ad diapente, Venus ad diapaſon, vnde plena illius dona vulgaris felicitatis opum honoris amoris & voluptatis, poſt quem eſt Iupiter, vt ſine his duobus omnino nulla poſſit eſſe felicitas.

Sed & in circulo ſigniferi aliquam muſica proportio habebit rationem: diapaſon enim erit & totius ad dimidium, & beſſis ad trientem, & dimidij ad quadrantem, & trientis ad ſextantem, diapente autem totius circuli ad beſſem, & dodrantis ad dimidium, & dimidij ad trientem, & quadrantis ad ſextantem, diateſſaron autem totius circuli ad dodrantem, & beſſis ad dimidũ, & trientis ad quadrantem: itaque in hoc ſolo cum Ptolemæo concordamus, in reliquis duobus neſcio qua ratione Ptolemæus omiſerit vnam coniugationem, nam cum eſſent quatuor in diapaſon & diapente, tres tantum numerauit. Reliquas autem quatuor per integra ſigna numerare licebit, ad rationem, tamen aſpectuum deducere non poſſumus, propterea efficaciam quandam habent etiam ſignorum mutationes, ſed harmoniam non perficiunt, nam & ſi ſumamus ſexquiquartã & ſexquiquintam, vt in his ſexquialteram, ſeu diapente conſtituamus, aut tria aut ſex ſigna accipere oportebit: vtrunque fuerit, reliqua pars ad diateſſaron pertinere minimè poteſt: quamobrem conuenientius eſſet meo iudicio, vt totus circulus non ad diapaſon, velut Ptolemæus, referretur ſed potius ad diapaſon diapente: ita enim conſtitutis quatuor, quinque, ſex, duodecimque numeris, conſtaret

tota ratio harmonica, diuiſo etiam diapente ditonum & ſemiditonum, ſed de hoc ſatis.

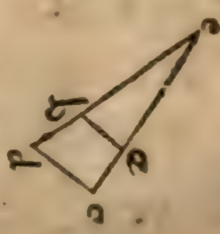
Reuertamur ad ſapores, in quibus diximus aliam eſſe rationem muſicam iuxta compoſitionem: cum enim inter ſapores qui quouiſmodo conueniunt, dupla fuerit optimi ſaporis proportio ad deteriorem, medius verò ad deteriorem ſexquitertia, optimus ad medium ſexquialtero, ſapor ille optimus erit. Et primum quidem id in pingui tanquàm medio dulcique & ſalſo experiamur, ſimiliter in ſalſo, acri, atque inſipido. Manifeſtum eſt enim quod horum optimus eſt inſipidus, quia per ſe ferri poteſt, ſalſus autem medius, acris deterrimus, ſuperabit ergo inſipidus ſalſum ſexquialtera, acrem dupla proportione, ſalſus acrem ſexquitertia. Rurſus dulcem copulemus cum acri, & cum inſipido aut cum acido, & inſipido præſtabit, vt dulcis dupla, aut quadrupla, aut octupla proportione inſipidum ſuperet, id eſt, per diapaſon, vel bis diapaſon, aut ter diapaſon: acidum verò inſipidum ſexquitertia ſuperabit. Alia rurſus ratio in coniunctionibus ſaporum ad ſenſum vniuſcuiuſque referenda eſt, in quo enim eſt ſumma voluptas comparatione ad illum, hic ſtatuemus diapaſon, optimumque conſtituemus ſaporem, dimidium illius quod ad vires attinet ex minus iucundo ſexquitertium, ad illum minus iucundũ ex medio. Exempli gratia, proponamus vt alicui auſtera maximè iucunda ſint (nam ſalſa nemini, quòd nullum animal præter hominem, imò ne plantæ quidem niſi admodum paucæ, & ſui generis ſalſo alantur, iucunda eſſe poſſunt: cum ſalſum amari pars ſit, eoque deterius quod acutum ſit ſalſum, vnde in ſale nullum animal naſcitur: in abſynthio, quanquàm valde amaro, exiguum muſcarum genus, nigrum tota æſtate oritur, & in ruta vermiculi) is ergo auſteri, quantum ſatis erit ſumet, dulcis tanquàm medij, gratia exempli (nam optima ad extremum oppoſitum vix tranſire queunt (beſſem accipito huius, gratia exempli, tanquàm deterrimi aſtringentis dodrantem, vt ſit dulcis ad aſtringentem dupla proportio. Sic ergo conſtituetur iuxta naturam propriam muſica proportione ſapor iucundiſſimus.

Idem quoque in odoribus & eadem ratione, ſed ex ſaporibus hoc cum intellectum ſit, fruſtra fuerit conſumere tempus, eadem enim in omnibus ad ſciendum proportionem intelligenda erunt.

Propoſitio centeſima ſexageſima octaua.

Picturarum proportiones explicare.

Eſt pictura imago rei corporeæ quanquàm, & per illam, & actiones, & cogitationes, ſed non niſi vt per corpora ſignificantur: vt ergo corpora ipſa referamus, coloribus opus eſt, nam corpora, colorata ſunt, ſecundò ipſa rerum natura ſcientiaque illarum, vnde pictorem multiſcium eſſe neceſſe eſt, tertium eſt, vt minimas earum differentias explicare norit, quartum, vt affectiones, velut in irato ruborem, ciliorum contractionem, tumorem faciei ambulante inclinationem quandam, flexionem cruris atque ſimilia, quintum eſt lux coloribus exhibenda, ſed de horũ nullo propoſitum eſt hic loqui, quandoquidem hæc vſu magis & conſideratione, quàm ratione conſtent proportioneue, nec ſint adeò admiranda vt neque ſimplex magnitudo quam ſexto loco reponere poſſumus. Tria ergo videntur eſſe præcipua quorum nunc ratio habenda eſſet, vt ſint in totum nouem, ſed vnum ex his relinquemus, tum quia alienum ab hac conſideratione, tum quia alibi pertractatum atque etiam ab aliis, neque adeò admiratione dignum ſcilicet magnitudo picturarum reſpondens magnitudini corporum iuxta ſitus differentiam, nam quæ altiores ſunt paulo latiores atque in ſuperiori magis parte quam in inferiore, multò autẽ longiores eſſe oportet, ſic & quæ à latere erunt eadẽ ratione iuxta aſpectus ingredientium rationem. Verum hoc vt dixi omittamus, & de duplici miraculo in pictura loquamur, ſcilicet diſtantia magna quam in parua tabella referimus, & corporeitate quã in plano repræſentamus. Horum autem duorum aliqua communia ſunt aliqua propria. Dicemus ergo primum de corpore ita pingendo, vt palàm extra tabulam prominere videatur. Hoc autem primum ex forma ſumitur, nam ſi corpus in plano ſit neceſſe eſt, vt partes illius quædam prorſus abſcondantur, partes aliæ non prorſus, aliæ prorſus ſint in conſpicuo Ergo picturam talem fingere oportebit, quæ partes ſingulas pro ratione oſtendat aut occultet. Secunda ratio eſt quod ima corporis obſcura ſunt, ſummæ partes lucidæ & claræ ac lumine quaſi dealbatæ: media, media, quadam ratione vt in columnis, tantumque poteſt hæc ratio, vt vel ſola picturas fallere nos faciat corpora eas eſſe putantes. Oportet autem imum eſſe ad vnguem ſimile in colore colori anguli loci & ſummũ parti quæ ſe oculis maximè ſubiectam præbet & claram: media verò qualia ex vmbris obſcurari ſolent. Tertia ratio eſt pro modo partiũ iuxta obliquitatem aſpectus: nam inſpicienti a b



in c d ex e oculo: depingemus in c d iuxta obliquitatem ſuam, quia cum c d videatur per lineas e a c & e b d, & eleuatum in ſitu a b, neceſſe eſt vt videatur in ſitu a b, ergo eleuatum à c d. Eſt alia conſideratio proportionis ad proxima remotaque, gratia exempli, ſi homo eſſet poſt columnam a b, lateret eius pars, quæ eſt propinquior parieti c d, ergo ſi depinxerimus hominis partem tantum dextram, reliquum ſub vmbra,

bra cogitur oculus iudicare columnam eleuatam a pariete. Demum omnia hæc ita ſunt ſubiicienda oculis,& per minimas differentias & animaduerſiones ita diiudicanda, atque experimento ſubiicienda,tum proprio, tum aliorum non artis inexpertium , vt res prorſus abſoluta videatur , atque in hoc multum refert multiplices partes ſecundum longitudinem coloribus diſtinguere ad hoc aptis , qui ſunt obſcurus,ſubobſcurus , cinereus,qualis ſilicis candidus ſine luce,demum etiam aliquid nigri adiiciendum,nam diuiſio ſecundum longitudinem multum impedit, hanc repræſentationem iuuant , & extrema benè coaptata, velut ſcapi imi,& capitula & ſupremi,tum trabeationes ex materia coronæ, zofori,tœnia,epiſtylia,plinthi,echini,hypotrachelia,aſtagali,apophyges. Quæ etiam in parte inferiore cum ſpira ſeu baſi & limbo & toro & plintho inferiore , & ſtylobata,& alia tœnia ſumma diligentia , & cum eleuatione ac magnitudine vltra columnæ limites extendantur. Sic in ſtylobata ratio diapente conſtat , cui ſolet addi vtrinque ſexta pars pro coronice , manifeſtum eſt autem , quod in ea conſtat muſica ratio diapaſon ex diapente & diateſſaro , compoſiti nam duæ ſextæ partes , altera vtrinque adiecta tertiam conficiunt vt ſit diateſſaron ſuprà diapente. In regionibus autem & ſpatiis depingendis eadem fermè ſeruanda ſunt duobus tamen adiectis, quorum vnum eſt vt longinquiſſima pars, non per nigrum aut obſcurum , ſed cæruleum colorem , qualis in cœlo determinanda eſt (niſi nox fingatur) nam cœlum longiſſimè à nobis diſtat , ita nubes coloribus propriis ; & montes cum niuibus , & ſpatia velut fluminis alueus , mare, locus,atque hæc omnia per colores diſtantiæ finguntur,velut fluminis pars propior clara & lympida,& colore aqueo cernitur remota obſcura , quæ maximè procul abeſt nigra Sed maxima eſt confirmatio in comparationibus : vt ſi arbores propè magnæ ſint,& homines & animalia , in remotiore autem parte minimi,ac quaſi puncti magnitudinem referentes, atque vt in his muſica non geometrica aut arithmetica proportio ſeruetur. Equidem ſi quis iudicio hæc conſequatur , ac diligentia quæ ſcribi non poſſunt,ſed contemplatione habentur , ſenſu quoque quem experimentum docet,nec ipſum mandare literis , licet ex rationibus tamen, quas hic docemus intelliget parum differre repræſentationem à re ipſa corporea. Sed de his hactenus , quæ ſi diligentius quis perſequi velit ſine artis experientia , plus adimet perfectioni rei,quam adiiciet.Hoc enim aliàs declarauimus.

Propoſitio centeſima ſexageſima nona.

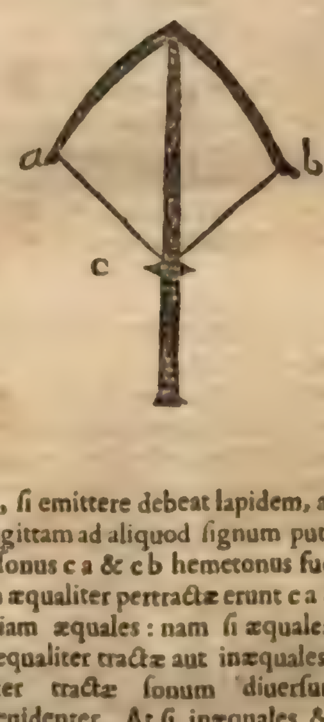
Proportionem muſicam in inſtrumentis declarare iuxta compoſitionis rationem. Com.

Tria ſunt inſtrumentorum genera, in quibus maximè relucet ratio compoſitionis muſicæ quæ à nobis nunc ſunt demonſtranda , ſcilicet machinæ bellicæ , vt catapultæ & baliſtæ & ſcorpiones , & hydraulica inſtrumenta ad modulationes parata, Cap. 15. ad 18. & in cap. 14. cap. 5. quæ antiquo tempore maximè in vſu fuerunt nunc deſita , de quibus Vitruuius agit in decimo libro. Tertium eſt æneorum inſtrumentorum, quorum etiam vſus deſiit in ſcœnicis theatris , ad intendendam vocem cum modulatione , vt etiam clamor audientium & vulgi cum voluptate excipiatur , de quo idem in quinto libro egit. Sed nil melius quàm verba ipſius explicare de hoc tractantis , ſunt autem hæc. Muſicen autem ſciat oportet , vti canonicam rationem & mathematicam notam habeat: præterea baliſtarum, catapultarum,ſcorpionum,temperaturas p. ſſit rectè facere. In capitulis enim dextra ac ſiniſtra ſunt foramina homotonorum , per quæ tenduntur ergatis aut ſuculis & vectibus è neruo torti funes , qui non præcluduntur, nec præligantur niſi ſonitus ad artificis aures certos & æquales fecerint: Brachia enim quæ in eas tentiones includuntur cum extenduntur æqualiter & parte vtraque plagam emittere debent. Quod ſi non homotona fuerint, impedient directam telorum miſſionem. Item theatris vaſa ærea, quæ in cellis ſub gradibus mathematica ratione collocantur , & ſonitum diſcrimina, quæ Græci χυα vocant,ad ſymphonias muſicas ſiue concentus componuntur, diuiſa in circinatione diateſſaron & diapente & diapaſon , vti vox ſcœnici ſonitus conueniens in diſpoſitionibus : tactu cum oſtenderit aucta cum incremento clarior & ſuauior ad ſpectatorum perueniant aures. Hydraulicas quoque machinas & cætera quæ ſunt ſimilia his organis ſine muſicis rationibus efficere nemo poterit. Capiamus ergo primum illud quod eſt manifeſtius, ſcilicet de hydraulicis organis quorum meminit Suetonius in Nerone: Reliquam diei partem per organa hydraulica noui & ignoti generis circunduxit, oſtendenſque ſingula de ratione ac difficultate cuiuſque differens iam ſe prolaturum, vt conſtet illa fuiſſe magni opificij quæ noſtra ætate deſiere. Reſtat vnicum & valde leue exemplum auiculæ æneæ vel ligneæ reſonantis. Certum eſt aëre effici ſonum,ſed ita miſceri aquæ, vt dulcior & mollior non ſolum euadat, ſed etiam acutior ac modulatior. Eadem autem ratio maris : ſed cum aquæ corpus moueatur , videtur difficile ſeruare proportionem , ea prima difficultas, ſecunda eſt,quòd cùm aqua moueatur , vix fieri poſſe videtur vt totum ſeruet vocis integrum tenorem , tertia ob illius conſumptionem. Propterea nihi mirum eſt ſi Nero de his ſubtiliter diſputauit,mirum fuit quod in tanta animi perturbatione niſi ad amentiam , vt illi putant,referatur. Sed quid iam amplius vagor , extat compendioſa ratio Lib. 10 c. 18. conſtructionis illius apud eundem Vitruuium Lib. 4. c. 14. vbi Philander ex Atheneo ſonus hydradis ſuauis admodum atque iucundus auditu eſt : ita vt omnes concinnitate capti conuerterent , fuitque Alexandrinæ vrbis inuentum authore Cteſibio tonſore , eſt autem magnæ Clepſydræ

inſtrumentum non abſimile, ſunt enim fiſtulæ in aquam contortæ, quæ, cum aqua à iuuene quopiam percutitur, axinis per organum tranſeuntibus inflantur, periucundumque ſonum emittunt. Eſt autem aræ rotundæ hoc inſtrumentum perſimile inuentumque Ptolemæi ſecundi Euergitæ temporibus, de quo eundem Ctelibium ſcripſiſſe ferunt. Fiebant autem ex ære & baſis eligno cum regulis dextra ac ſiniſtra ſcalari regula compactis, aqua autem in ærea arca continebatur. Facilè autem eſt per hæc reliqua inuenire: nam epiſtomiis includebatur aer atque reſerabatur, & modus erat per vectes: non tamen octo fiſtularum & exinde vocum numerum inſtrumentum id ſuperabat organa noſtra vt locupletiora ita aſperiora. Liquet ergo ſi fabrilis omnis ars ad Architectum pertinet, illum etiam hac ratione oportere eſſe peritum muſicæ.

Lib. 5. ca 5 De Vaſis verò æneis theatri qnod melius eſt quàm vt eundem authorem conſulamus, dicentem vaſa ærea pro ratione magnitudinis thatri ita fabricentur, vt cum tanguntur, ſonitum facere poſſint inter ſe diateſſaron diapent. ex ordine addit diapaſon, poſtea inter ſedes theatri conſtitutis cellis ratione muſica ibij collocentur, ita vti nullum parietem tangant circaque habeant locum vacuum & à ſummo capite ſpatium, ponantque inuerſa & habeant in parte quæ ſpectat ad ſcenam ſuppoſitos cuneos ne minus alios ſemipede, contraque eas cellas relinquantur aperturæ inferiorum graduum cubilibus longæ pedes duos altæ ſemipedem. Et ſi non erit ampla magnitudine theatrum, media altitudinis tranſuerſa regio deſignetur, & in ea tredecim cellæ duodecim æqualibus interuallis diſtantes cóformictéur vti ea echea quæ ſupra ſcripta ſunt, ad neten hyperboleon ſonantia in cellis quæ ſunt in cornibus extremis vtraque parte prima collocentur, ſecunda ab extremis diateſſaron ad netem diezeugmenon, diateſſaron ad neten parameſon, quarta ad neten ſynemmenó, quinta diateſſaró ad meſen, ſexta diateſſaron ad hypaten meſen in medio vnum diateſſaron ad hypaten hypaton. Quæ ſequuntur & ad intelligentiam prædictorum melius ex Guillelmo Philandro emendatas ſic tranſcribemus: Eas regiones in tredecim cellas diuidit æqualibus interuallis: id eſt, cellas partibus viciſſim interſticiis diſpoſitas diſtribuit ſex hinc atque hinc & vnam mediam, quæ tamen non vſus, ſed partitionis & reſponſus cauſa fit in media præcinctione. In ima præcinctione ponuntur vaſa quæ habent harmoniæ rationem, hoc modo. In cornuum cellis collocantur quæ ſonitum habent netes hyperboleon. Subſequuntur vtrique quæ ſunt ad neten diezeugmenon interuallo conſonantia diateſſaron In tertiis cellis ſunt quæ ad neten parameſen, internallo item diateſſaron, quæ ſunt in quartis tono ſolummodo diſtant & ſunt netes ſynemenon. In quintis cellis ſunt ad menſen interuallo diateſſaron In ſextis cellis ad hypaten meſon,ité diateſſaron ſpatio. In media cella ſunt ad hypaten hypaton interuallo diateſſaron. In media præcinctione ſunt vaſa chromatos, collocantur autem in cornibus vaſa quæ ſunt ad paraneten hyperbolem. In ſecundis cellis ad paraneten diezeugmenon ſpatio diateſſaron, in tertiis ad paranten hynemenon ſpatio diapente. In quartis ad lichanon meſon interuallo diateſſaron. In quintis ad lychanon hypaton, item diateſſaron. In ſextis ad parameſen quod ſpatium ad paraneten hyperboleon eſt diapente ad paraneten hynemenon diateſſaron. In chromatis media cella nulla ſunt vaſa, quod à lichano hypaton ad proslambanomenon, aut ad aliam omnino decem & octo vocum nulla ſit conſonantia, ſunt enim hæmitonia tantum duo & tonus. In tertia præcinctione collocantur vaſa diatoni. Et in cornibus quidem ea quæ ſunt ad paraneten hyperboleon. In ſecundis cellis ad paraneten diezeugmenon ſpatio diateſſaró. In tertiis ad paraneten hynemenon diapente. In quartis ad lichanon meſon diateſſaron. In quintis ad lichanon hypaton diateſſaron. In ſextis quæ ad proſlambanomenon diateſſaron ſpatio. In media quæ ſunt ad meſen, quod ea ad proſlambanomenon habet conſonantiam diapaſon, & ad lychanon hypaton diapente. Hæc autem ex figura patent in opere de Subtilitate deſcripta.

Porrò quod ad machinas attinet. Sit catapulta, cuius rudens a b quam oportet tra- Lib. 1 6.



here, ſi emittere debeat lapidem, aut ſcorpio ſagittam ad aliquod ſignum puta c, cum ergo ſonus c a & c b hemetonus fuerit, non ſolum æqualiter pertractæ erunt c a & a c b, ſed etiam æquales: nam ſi æquales eſſent, & inæqualiter tractæ aut inæquales & inæqualiter tractæ ſonum diuerſum reddent euidenter. At ſi inæquales & æqualem ſonum reddant, erit tamen vt fidis notæ quæ ſtrepitum edit duplicem, & effigiem oculis multiplicem, vnde ſagitta in partem aduerſam dirigitur rudentis intentioris, , atque hæc ex Vitruuio eodem dum de his agit.

Propoſitio centeſima ſeptuageſima.

Coniugationes cuiuſuis numeri breuiter inuenire.

Sint

Sint gratia exempli decem homines, & patet quod poſſent eſſe ſinguli, & hoc decem modis, quia ſunt decem, vt Petrus & Ioannes: item, poſſunt eſſe omnes ſimul, & hoc vno modo tantum, & poſſunt eſſe duo, & hoc poteſt variari quadraginta quinque modis: & poſſunt eſſe octo, & manifeſtum eſt, quod totidem modis variantur, ſcilicet quadraginta quinque, nam cum erunt octo, duo qui relinquuntur, variari poſſunt 45. modis, ergo & illi octo ad vnguem totidem modis. Et ſimiliter tres quot modis variantur tot modis ſeptem, & quot modis quatuor tot ſex: quinque autem quia ſunt dimidium decem, pluribus modis variantur. Et ideò pro ordine huius detrahes vnum, vt ſint vndecem viri dones decem, ſi decem pones nouem, & colliges naturalem ſeriem numerorum, vt infrà vides vno ſemper termino deficientes: & ex priore ordine, vbi videbis ſemper etiam duplicari numeros vt 3. 6. inde ſub 6. 10. & 20. à latere, & ſub 20. 35. & à latere 70.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
3	6	10	15	21	28	36	45	55		
4	10	20	35	56	84	120	165			
5	15	35	70	126	210	330				
6	21	56	126	252	462					
7	28	84	210	462						
8	36	120	330							
9	45	165								
10	55									
11										

duplum 35. & ſub 70. 126. & à latere 252. & hoc pro cognitione quod rectè ſic operatus. Secundò animaduertes ſequentes ordines fieri ex recta linea priorum, velut ſextus ordo eſt 7. 28. 84. 210. 462. ita incipiendo in primo ordine à 7. & tendendo ad dextram, inuenies illos eoſdem numeros ad vnguem, & ita in ſeptimo ordine 8. 36. 120. 330. à ſiniſtra inuento 8. in primo ordine, & procedendo ad dextram, inuenies 36. 120. & 330. Tertium eſt quod numeri vltimi à medio ſunt iidem, vt 462. & 462. 330. & 330. 165. & 165. 55. & 55. 11. & 11. Et ſeorſum, vt dixi, remanet 1. Oportet igitur colligere numeros angulares, vt à latere vides, & fit 2047. numerus coniugationum, tot enim modis poſſunt variari. Et ſi eſſent decem tantum, vt ab initio propoſui, primus ordo finitur ad 10. ſecundus ad 45. tertius ad 120. quartus ad 210. quintus ad 252. ſextus redit ad 210. ſeptimus ad 120. octauus ad 45. nonus ad 10. decimus ad 1. Et ita colligeretur ſumma ex extremis numeris angularibus 1023. Et tot erunt coniugationes. Hic vides quia numerus 10. eſt par, & quod adempta monade, relinquitur 9. qui eſt impar quòd medius qui pertinet ad quintum ordinem eſt maximus, & eſt 252. & eſt coniugatio quinarij: hoc volui dixiſſe, vt intelligeres rationes colligendi ſingulos ordines ſeorſum. Quod ergo attinet ad collectionem maximi numeri, primus ordo ſeruit ſemper vltimo relinquendo monadem, & ſecundus penultimo, & tertius antepenultimo, & ita de aliis, nam ſi ſecundus variatur 55. modis, & penultimus variabitur 55. modis. Et ſi tertius variatur 165. modis, antepenultimus variatur 165. modis. Et ita de aliis.

11
55
165
330
462
462
330
165
55
11
1
2047

Cot. 11

Hæc autem ratio ſatisfacit multum, & eſt neceſſaria temperiebus corporis humani. Vt in ſecundo, De dentibus. Et etiam vt quælibet diſciplina quam breuiſſime tradi poſſit, vt gratia exempli, medicina tota in vna pagina, dico medicina non ſolum Græcorum, ſed etiam Arabum & Latinorum, & etiam longè plus: nam ſi tradatur vigintiquatuor regulis ſimplicibus, & ex illis fiant coniugationes 16777215. manifeſtum eſt quod erunt regulæ omnes hæ multo plures, quam contineantur in omnibus libris Græcorum, & Arabum, & Latinorum, qui extant. Et tamen perſpicuum eſt, vigintiquatuor regulas vna pagina commodiſſimè cõtineri Et hoc aliàs docui, quanquàm credam me erraſſe in ſupputatione, nam locum inuenire non potui. Vnum eſt id certum, quòd hæc ratio quàm nunc explicabo, eſt vera & demonſtratiua, & facillima.

10
45
120
210
252
210
120
45
10
1
1023

Cum enim ſuperior ſit vera & demonſtratiua, non eſt tamen facilis, & præcipuè in magnis numeris. Et ideò inueni hanc, quæ (vt dixi) facillima eſt: adde numero propoſito monadem, inde conſtari inuenias numerum a monade in eodem ordine, & ab eo detracta monade habes numerum coniugationum. Exemplum, ſi ſint 10. adde 1 fit 11: Vndecimus ergo numerus in proportione dupla eſt 1024. detrahe 1. & relinquantur 1023. numerus coniugationum vt in priore ſupputatione. Item ſi ſint 11. numeri adde 1. 12. duodecimus ergo numerus in proportione dupla eſt 2048. detrahe 1. relinquuntur 2047. coniugationes 11. vt prius in ſupraſcripto exemplo. Et ita pro vigintiquatuor regulis adde 1. fit 25. vigeſimus quintus igitur numerus in ordine duplæ proportionis à monade eſt 16777216. ergo detracta monade relinquitur numerus (vt dixi) regularum & coniugationum vigintiquatuor regularum, quæ tamen non ſint contrariæ inuicem: nam tunc eſſent pauciores. Et quia in iſtis numeris duplicandis poſſes facile incidere in errorem, diuide vltimum per 16. & ſi nihil ſupereſt, rectè proceſſit opus: ſin autem aliquid ſuperſit, aberraſti. Vt autẽ habeas numeros ſingulorum ordinum, in quauis multitudine, deducito numerũ ordinis à primo, & diuide per numerum ordinis ipſius reliquũ, & illud quod prouenit, ducito in numerum maximum præcedentis ordinis, & habebis numerum quæſitum. Velut ſi ſint vndecim, volo ſcire breuiter numeros, qui fiunt ex variatione

1	1
2	2
3	4
4	8
5	16
6	32
7	64
8	128
9	256
10	512
11	1024
12	2048
13	4096
14	8192

ratione trium. Primum deduco pro ſecundo ordine 1. ex 11. fit 10. diuido per 2. numerum ordinis, exit 5. duco in 11. fit 55. numerus ſecūdi ordinis. Inde detraho 2. qui eſt numerus differentiæ ordinis tertij à primo ex

15	16384.
16	32768.
17	65536.
18	131072.
19	262144.
20	524288.
21	1048576.
22	2097152.
23	4194304.
24	8388608.
25	16777216.

11. relinquitur 9. diuido 9, per 3. numerum ordinis exit 3. duco 3. in 55. numerum ſecundi fit 165. numerus tertij ordinis. Similiter volo numerum variationum quatuor, deduco 3. differentiam 4, à primo ordine ab 11. relinquitur 8. diuido 8. per 4. numerum ordinis, exit 2. duc 2. in 195. fit 330. numerus qarti ordinis. Similiter pro quinto detraho 4. differentiam à primo ordine, relinquitur 7. diuido per 5. numerum ordinis exit $\frac{7}{5}$. duco in 330. numerum præcedentis ordinis, fit 462. numerus quinti ordinis.

Cor. 2. Ex hoc colligitur manifeſtè modus conuertendi proportionem arithimeticam in proportionem miſtam : dico miſtam, quia oportet addere monadem in priore numero : deinde quia numerorum terminorum oportet ſumere iuxta numerum aſſignatum, ſcilicet addita: monade demum, quia oportet detrahere monadem ipſam. Eſt tamen ſumpta à proportione Geometrica vt liquet, ſcilicet continua dupla.

Propoſitio centeſima ſeptuageſima prima.

Propoſitis duobus quibus libet numeris, quotuis alios, ſeu in continuum, ſeu medios in continua proportione arithmetica, geometrica & muſica inuenire.

Com. Hæc tota propoſitio pendet ex intellectu diffinitionis earum. Sint ergo propoſiti duo numeri 2. & 3. & velim tertium in continua proportione arithmetica, duplico quemuis, vt pote 3. fit 6. detraho 2. reliquum remanet 4. tertius numerus. Item volo quartum, duplico 4. fit 8. detraho 3. remanet 5. quartus numerus: item volo minorem 3. & 2. duplico 2. fit 4. detraho 3. remanet 1. ſi autem vellem minorem vno, non poſſet, quia eſſet nihil, ſed creſcendo poteſt extendi in infinum, ita capio 2. & ℞. 10. duplico ℞. 10. fit ℞ 40. detraho 2. remanet ℞ 40 m : 2. & ita ſi volo quartum numerum, duplico ℞ 40. m : 2. fit ℞ 160 m : 4. detrahe ℞. 10. ex ℞ 160. m : 4. remanet ℞ 90. m : 4. & ita 2. ℞ 10. ℞ 40. m : 2. & ℞. 90. m ; 4. ſunt in continua proportione arithmetica, & ita poteſt extendi in infinitum. Sed ſi vellem vnum, aut duos, aut tres terminos, vel quouis medio 5. arithmeticæ, diuido differentiam per 1. p : numero terminorum, & partes addo minori numero. Exemplum, volo tres numeros medios inter 2. & 7: in continua proportione arithmetica, detraho 2. à. 7, remanet 5. diuido 5. per 1. p: quam 3. id eſt per 4. exit $1\frac{1}{4}$. adde ergo $1\frac{1}{4}$. ad 2. fit $3\frac{1}{4}$. primus terminus, cui adde iterum $1\frac{1}{4}$. fit $4\frac{1}{2}$. ſecundus terminus, cui adde iterum $1\frac{1}{4}$. fit $5\frac{3}{4}$. tertius numerus: fient ergo quinque termini, hoc modo in continua proportione arithmetica 2 $3\frac{1}{4}$, $4\frac{1}{2}$, $5\frac{3}{4}$ & 7. Rurſus volo totidē, volo inter 2. & ℞ 32. detraho 2. ex ℞ 32. remanet m: 2. diuido per 4. qui eſt 1. p: numero ℞ 32. terminorum, exit ℞ 2. m : $\frac{1}{2}$. addo ergo ℞ 2. m: $\frac{1}{2}$. ad 2. fit $2\frac{1}{2}$. p : ℞ 2. primus terminus, cui iterum addo ℞ 2. m : $\frac{1}{2}$. fit ℞ 8. p: 1, ſecundus terminus, cui etiam addo ℞ 2. m : $\frac{1}{2}$. fit ℞ 18. m : $\frac{1}{2}$. & ita habes tres terminos medios in continua proportione arithmetica inter 2. & ℞ 32. & ita ſi velles quatuor terminos, diuideres differentiam per 5. & ſi velles quinque, diuideres per ſex, & ita de aliis quibuſcunque.

Pro Geometrica proponantur, gratia exempli, 2. & 4. ſi velim in continua proportione tertium, duco 4. in ſemet fit 16. diuido per 2. exit 8. & ſi velles quartum duc 8. in ſe fit 64. diuide per 4. exit 16. quartus terminus, & ita in infinitum. & ſi velles minorem 2. duc 2. in ſe fit 4. diuide 4. per 4. exit 1. tertius terminus, & ita ſi velles minorem, duc 1. in ſe fit 1. diuide per 2. exit $\frac{1}{2}$. quartus terminus, & ita habes quoſuis terminos, & eſt ſimilis arithmeticæ hæc operatio, ſed in arithmetica duplicamus vnum terminum, & detrahimus alium : in geometrica multiplicamus vnum terminum ad productum, & diuidimus per alium. Et ſi velim terminum in continua proportione 2. & 10. duco eodem modo ℞. 10. in ſe fit 10, diuido per 2. fit 5. tertius terminus, velim quartum, duco 5. in ſe fit 25. diuido per ℞ 10. exit ℞ $62\frac{1}{2}$. quartus terminus.

Et ſi velles plures terminos medios in proportione geometrica, deducito maius extremum in ſe ſecundum denominationem inferiorem, id eſt, ſi volo duos terminos ſemel, & deinde in minorem, & ℞ cubica producti eſt ſecundus terminus, idem facio de minore in ſe inde in maiorem, & accipio ℞. cu. Exemplum, volo duos terminos inter 2. & 3. duco 3. in ſe fit 9. duco 2. in 9. fit 18. capio ℞. cu. 18. hic eſt vnus terminus, & ita duco 2. in ſe fit 4. duco in 3. fit 12. capio ℞ cu. 12. pro ſecundo termino. Et ſi volo tres terminos, duco 3. in 3. fit 9. duco 3. in 9. fit 27. duco 2. in 27. fit 54. & ℞. 54. eſt primus terminus Item duco 2. in 2. fit 4. duco 3. in 3. fit 9. duco 4. in 9. fit 36. & ℞ 36. id eſt, ℞. 36. eſt ſecundus terminus, ſimiliter duco 2. ad ſuum cubum fit 8. duco 3. in 8. fit 24. & ℞ 24. eſt tertius terminus. Similiter volo quatuor terminos medios, duco 3. in 3. fit 9. duco 9. in 9. fit 81. duco 2. in 81. fit 162. & ℞. relata prima 162. eſt primus terminus, item duco 2. in 2. fit. 4. & 4. & 4. in 4. fit 16. & 3. in 16. fit 48. & ℞ relata prima 48. erit quartus terminus, item ducendo 3. ad cubum fit 27. & 2 ad quadratum,

dratum, & fit 4. & 4. in 27. fit 108. & ℞ relata prima 108. erit ſecundus terminus, & ſimiliter ducendo 2. ad cubum fit 8. & 3. ad quadratum fit 9. & 9. in 8. fit 72. & ℞ relata prima 72. eſt tertius terminus. Habebis ergo terminos in continua proportione 2. id eſt, ℞ relata prima 32. ℞ relata prima 48. ℞ relata prima 72. ℞ relata prima 108. ℞ relata prima 172. & ℞ relata prima 243. quod eſt 3. & ita de aliis in infinitum.

At pro muſica, ſi ſint exhibiti duo nũmeri minores vtpotè 2. & 3. velim tertium terminum, diuido 2. per 1. differentiam exit 2. detraho 1. pro regula remanet 1. diuido 3. maiorem terminum per 1. exit 3. adde 3. ad 3. fit 6. maior terminus. Similiter capio 3. & 4. diuide 3. minorem terminum per 1. differentiã exit 3. detrahe 1. pro regula, relinquitur 2. diuide 4. terminum medium per 2 exit 2. adde ad 4. fit 6. maior terminus. Stiphelius autẽ errat in ſua regula, nam ſic 12. 4. & 3. eſſet in cõtinua proportione muſica ex ſua regula. Dico ergo, quod ſi proponãtur 5 & 7. & velim muſicam proportionem continuare, detraho 5 de 7. relinquitur 2. diuido 5. per 2. exit $2\frac{1}{2}$, detrahe 1. pro regula remanet $1\frac{1}{2}$. diuide 7. per $1\frac{1}{2}$. exit 4. & $\frac{2}{3}$. adde ad 7. fit $11\frac{2}{3}$. reduc ad integra multiplicando omnia per 3. habebis 35. 21. & 15. in continua proportione muſica, nam 35. ad 15 eſt vt 7. ad 3. & 14. ad 6. eſt vt 7. ad 3. eſt autem 14. differentia 21. & 35. & 6. differentia 21. & 15. & ita poſſes continuare inueniendo quartum, quintum, ſextum, in infinitum. Rurſus ſint propoſiti duo termini maiores, velut 6. & 4. detrahe 4. à 6. exit 2. diuide 6 per 2. exit 3. adde 1. pro regula fit 4. diuide 4. minorem terminum per 4. exit 1. detrahe 1. ex 4. relinquitur 3. minor terminus, & ita propoſitis 6. & 3. differentia eſt 3. diuide 6. per 3. differentiam exit 2. adde 1. pro regula fit 3. diuide 3. per 3. exit 1. detrahe ex 3. relinquitur 2. minor terminus, & ita potes inuenire quotuis. Gratia exempli habeo 3. & 2. maiores, capio 1. differentiam, per quam diuido 3. exit 3. addo 1. fit 4. diuido 4. minorem terminum per 4. exit $\frac{1}{2}$. detrahe $\frac{1}{2}$. ex 2. relinquuntur $1\frac{1}{2}$. erunt ergo 3 2. & $1\frac{1}{2}$. 1. 6. 4. 3. duplicando 2. vt prius in continua proportione muſica quia ergo 6 3 2. ſunt in continua proportione muſica, & 3 2. & $1\frac{1}{2}$. ſunt in continua proportione muſica, erunt duplicando 3. 4. 6. 12. in continua proportione muſica. Rurſus ſint propoſiti maior, & minor terminus, vt 6. & 2. diuides maiores per minorem exit 3. cui addes 1. fit 4. diuide 4 differentiam 6. a 2. per 4. iam inuentum exit 1. adde ad 2. fit 3. medius terminus, ſimiliter inter 6. & 3. volo medium terminũ in proportione muſica, detraho 3. à 6. relinquitur 3. ſimiliter diuido 6. maiorem terminum per 3. minorem terminum, exit 2. addo 1. pro regula fit 3. diuido 3. differentiam iam ſeruatam per hoc 3. iam inuentũ exit 1. addo ad 3. minorem terminum fit 4. medius terminus, ſic volo inter 4. & 6. medium terminum in continua proportione muſica, diuido 6. per 4. exit $1\frac{1}{2}$. addo ei pro regula fit $2\frac{1}{2}$. diuide 2. differentiam 4. & 6. per $2\frac{1}{2}$. exit $\frac{4}{5}$. adde ad 4. fit $4\frac{4}{5}$. terminus medius, duc omnes in 5. habebis integros numeros 30. 24. & 20. & ſunt pulcherrimæ regulæ, quia poſſes diuidere 24. & 20. interponendo medium id eſt capiendo 6. & 5. diuide 6. per 5. exit $1\frac{1}{5}$. adde 1. pro regula fit $2\frac{1}{5}$. diuide 1. differentiam per $2\frac{1}{5}$. exit $\frac{5}{11}$. adde ad 5. fient termini $5\frac{5}{11}$. & 6. reduc ad integra fient 55. 60. 66. & quia 30. 24. & 20. etiam erant in continua proportione, & 30. ad 20. erat ſexquialter, ideò capiam ſexquialterum ad 55. & eſt $82\frac{1}{2}$. erunt ergo $82\frac{1}{2}$. 66. 60. & 55. in continua proportione muſica, ergo duplicando 165. 132. 120. & 110. erunt in continua proportione.

Adnotat Stiphelius, quod cum fuerint tres termini in continua proportione geometrica, & inter primum & tertium interpoſitus fuerit terminus in continua proportione arithmetica, quod ibi erit proportio muſica, & dat exemplum de 12. 9. 8. & 6. ſed ita eſt intelligendum, vt aſſumpta proportione arithmetica, vt potè 12. 9. & 6. inde vt eſt 9. ad 6. ita fiat 12. ad 8. tunc iſti tres termini 12 8. & 6. erunt in continua proportione muſica. Et hoc eſt pulchrum, ſi ita intelligatur, ſcilicet ex proportione Geometrica & Arithmetica conſtituere proportionem. muſicam.

Ex hoc patet quod in proportione Arithmetica & muſica ſemper, ſi duo termini fuerint numeri, tertius erit numerus, & in Geometrica idem erit, ſi medius & extremus fuerint numeri, erit alter extremus numerus, ſed tamen ſi vnus euariet, omnes poterunt eſſe diuerſi. Com.

Propoſitio centeſima ſeptuageſima ſecunda.

Proportiones Stiphelij deſcribere.

Conſiderauit Michael Stiphelius quod Com. ſumpſit a Boëtio, quaſdam inueniri proportiones tribus numeris conſtitutis, quæ in nullò trium primorum generum continerétur, ſed quædam tamen geometricis aliæ muſicis aſſimilarentur, prima ergo Geometricarum eſt, quoties proportio ſecundæ ad primam fuerit, velut differentiæ ſecundæ & primæ ad differentiam ſecundæ & tertiæ. Velut capio 2. 4. 5. proportio 4. ad 2. eſt dupla talis eſt 2. differentiæ 4. & 2. ad 1. differentiam 5. & 4. nam in vera proportione Geometrica fit conuerſo modo, quia proportio ſecũdæ ad primã eſt, velut differẽtiæ tertiæ & ſecundæ ad differentiam ſecundæ à prima vt in 4. 6. & 9. proportio 6. ad 4. eſt velut 3. differentiæ 9. ad 6. ad 2. differentiam 6. & 4.

2 1
1 4 5

Secunda proportio quam ille appellat poſteriorem, eſt in qua proportio tertij ad ſecundum eſt velut differentiæ primi & ſecundi ad differentiam ſecundi & tertij: Velut capio 1. 4. 6. proportio 6. ad 4. tertij ſcilicet, & ſecundum eſt velut 3. differentiæ 4. & 1. ad 2. differentiam 6. & 4. & hæc ſimiliter differt à Geometrica vera in eo quo in Geometrica vera oportet, vt proportio

3 2
1 4 6

tertij ad ſecundum eſſet vt differentia tertij & ſecundi ad differentiam ſecundi & primi Differt à priore, quoniam in illa differentiæ ſeruant eundem ordinem, quamuis transferantur in hac verò fit conuerſus modus.

Tertia eſt vt ſit proportio differentiæ primæ & tertiæ ad differentiam primæ & ſecundæ, velut ſecundæ ad primam, in Geometrica autem eſſet ſicut aggregati ſecundæ & primæ ad ipſam primum, tales ergo quãtitates erunt velut 4. 6.7. nam proportio 6.
3 ad 4. eſt velut 3. differentiæ 4.& 7, ad 2.
4 6 7 differentiam 4.& 6.
2 Quarta proportio ſimilis Geometricæ eſt cum fuerit proportio differentiæ primæ & tertiæ ad differentiam tertiæ & ſecundæ, velut ſecundæ ad primam, velut in 2.3.5.pro-
3 portio differentiæ 5. & 2.quæ eſt 3.ad dif-
2 3 5 ferentiam ſecundæ & tertiæ, quæ eſt 2. eſt
2 velut 3. quantitatis ſecundæ ad 2. quantitatem primam.

Prima autem harmonicarum quæ nota eſt nec legitima, hoc modo ſumitur: Vt ſit proportio primæ ad tertiam velut differentiæ ſecundæ & tertiæ ad differentiam ſecundæ & primæ, veluti capio 6. primam 5.
1 2 ſecundam 3. tertiam, proportio 6. ad 3. eſt
6 5 3 dupla ſicut 2. differentiæ ſecundæ à tertia ad 1. differentiam ſecundæ à prima. Manifeſtum eſt autem quod in vera harmonica proportio differentiarum eſt primæ & ſecundæ ad illam quæ ſecundæ & tertiæ.

Secunda nota harmonica eſt, vt ſit pro-

10
25 21 15
6

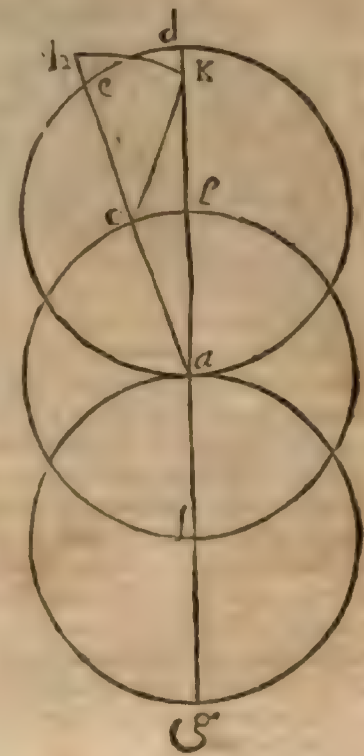
10
25 19 15
6

portio primæ ad tertiam, velut differentiæ primæ à tertia ad differentiam ſecundæ à tertia, ponatur 25. prima 21. ſecunda 15. tertia proportio 25, ad 15. eſt velut 10. differentiæ primæ à tertia ad b differentiam ſecundæ à tertia.

Tertia eſt ſimilis priori, niſi quod ſumitur differentia primæ à ſecunda pro vltimo termino. Exemplum 25. primus terminus, 19. ſecundus, 15. tertius, proportio 25. ad 15 eſt velut 10. differentiæ primæ à tertia ad b, differentiam primæ à ſecunda. Has proportiones quanquàm exiguæ vtilitatis, proponere volui, vt excogitatis aliquibus demonſtrationibus velut ſuperius diximus, pulcra theoremata & problemata tradi poſſent.

Propoſitio centeſima ſeptuageſima tertia.

Circulum ſuper cẽtro ſuo mouere æqualiter, ita quòd omnia illius puncta per rectam lineam moueantur vltro citroque.

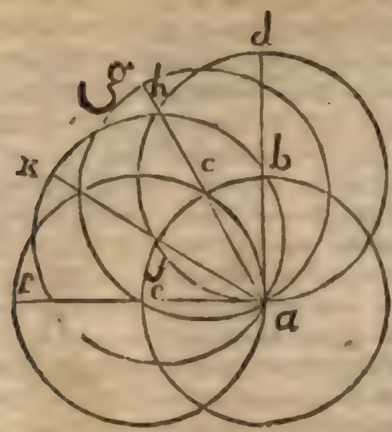


Sit à centrum circuli b c, æqualis ei circulus d e, centrum eius b in circumferentia circuli b c, fixum ita vt ibi moueatur ad motum circuli b c: & moueatur b verſus c æqualiter, & è contrario motu etiam regulariter, & duplo velocius ex e verſus d, dico omnia puncta d e moueri in linea recta, & primum capio punctum d, quod ſit in linea recta centrorum: & moueatur b ad c, & ſi circulus d e eſſet immobilis, palam eſt quòd punctum d cum ſit in vna linea a b, cum b perueniret in c, d eſſet in linea a c, putà in h ſecundum quantitatem, ergo b d ex centro c, deſcribo circuli portionem h k, duco etiam c k, erit ergo angulus h c k duplus a quare, arcus h k duplus b c, nam conſiſtunt in centris circulorum æqualium: igitur cum ex h motu conuerſo, & duplo veloci in eodem tempore feratur d perueniet in k, & ita ſecundum rectam lineam erit motum eadem ratione ex d in k quod erat demonſtrandum. Com. Per 10. tertij Elem.

Ex hoc patet quòd quando b erit in c peracta quarta circuli, vt in ſecunda figura erit per motum l e in a: nam cum d a ſit dupla c b, igitur in eodem tempore l perueniet ad a, in quo b perueniet ad c. Cor. 1.

Dico etiam, quod quando b perueniet ad f in prima figura, d perueniet ad g, quia permeabit totum circulum, & a b d ſunt in vna recta linea. Et cum b perueniet ad m in ſecunda Cor. 2.

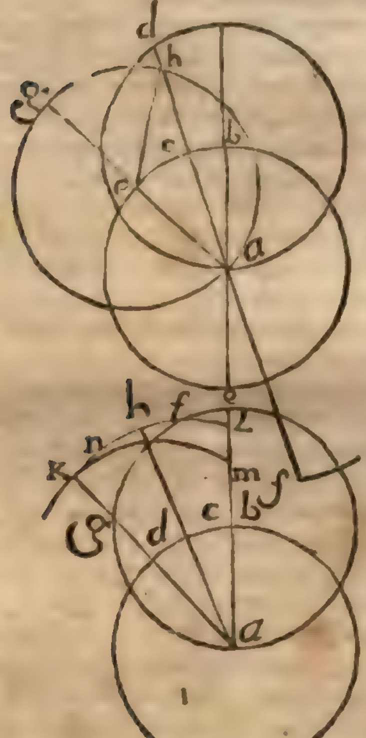
cunda figura, d rurſus perueniet ad a centrum.



Cor. 3. Ex hoc patet, quòd punctum d permeabit lineam rectam æqualem duplo diametri vnius circuli, id eſt, quantum eſt linea a g in prima figura.

Cor. 4. Sequitur etiam, quòd d punctum meabit & remeabit per rectam lineam a g, peragẽdo bis eam in vno circuitu circuli b c, ſeu duobus circuitibus d e.

Oſtendamus modo, quod punctum d ex-



tra lineam centrorum, ſcilicet in linea d c a f tranſibit per rectam eandem, vt in tertia figura producatur c d vſque ad k, ita vt c k ſit æqualis c a, erit ergo punctus d primæ figuræ m è regione k tertiæ, & dum c mouetur ad e, d perueniat ad g, erit ergo e g æqualis e a. & ſecet circulus g h rectam a d in h, & ducatur e h. Et erit vt prius angulus h e g duplus h a g, ergo arcus g h duplus e c, ergo g remeauit in h in tempore quo c feretur in e, quare d deſcendit per rectam in h.

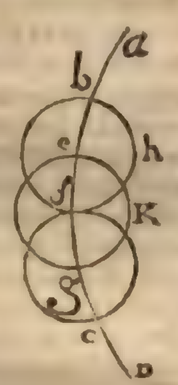
Dico rurſus, quòd quanto magis d erit propinquum lineæ d g, tanto minus deſcendet in recta, quanto magis propinquum longitudinibus mediis, tanto celerius mouebitur, adeò vt in ſecunda figura apparet motum ex d in g, non deſcendit niſi per d n, & motum ex g in l deſcendit ex n in a centrum fixum. Deſcendat ergo ex e in h & h in k per arcus æquales, & ducantur arcus h l & k m. Quia n m & n l ſunt minores quarta circuli, & maiores ſunt f e & f l, & angulus angulo non minor, patet propoſitum. Ita ergo motus, vt appropinquant punctis mediis ſunt velociores & in æquali diſtantia æquales.

Et hoc inuentum fuit Ludouici Ferrarij, cuius meminimus in Arte magna, & nos ei ſubtexuimus ex noſtra intentione cuius ille demonſtrationem inuenire nequiuit.

Propoſitio centeſima ſeptuageſima quarta.

Progreſſus & regreſſus tam ſine latitudine, quam cum latitudine in planetis per ſolos concentricos circulos æqualiter motos demonſtrare.

Sit eclyptica a b c d, & arcus regreſſus b Com. c in partes quatuor æquales diuiſus, & deſcribantur circuli duo b h & e k ſuper e & f & ſuponantur orbis ſuperior ſub eclyptica tamen, cuius polus in f, qui circumagatur in duplo temporis retroceſſus planetæ, & in diſtantia circuli e k ſub puncto e eclypticæ, polus alterius orbis concentrici inferioris, qui circumagatur in tempore retroceſſus planetæ, & planeta ſit in puncto b liquet ergo quòd planeta ille in vno circuitu e, k circuli permeabit b c & remeabit, & ſemper erit ſub ipſa eclyptica. Sed enim eclyptica habet rationem rectæ lineæ, vt quiuis circulus maximus. Et ſi quis reluctetur fingantur rectam ſubtenſam arcui b c, & aliam poſtmodum æquidiſtantem in eadem ſuperficie, & in orbe inferiore, & tunc patebit liquido propoſitum. Sed ſi velim latitudinem deſcribam, maximam latitudinem a puncto b, & ducam circulum magnum per punctum illud: reliqua vt prius, ad vnguem: nihil enim refert quod ad demonſtrationem præcedentis attinet, ſeu a d ponatur eclyptica, ſeu alius circulus magnus.



Ex hoc patet cauſa cur retroceſſus in initio, & in fine ſint exigui, in medio ſint magni imò maximi, & quomodo perpetuò varietur latitudo in tẽpore retroceſſus, & ratio omnium, & ſimiliter de incrementis & velocitate motus. Cor. 1.

Ex hoc ſequitur, quod cum erratica fuerit in centro ſeu polo f, & tunc mouetur velociſſimè, Cor. 2.

velociſſimè, quod tamē erit in oppoſito ſolis, & tunc etiam ibi erit ipſe polus, quare alter erit cum ipſo ſole.

Cor. 3. Et quia dum motus eſt velociſſimi ſecundum ordinem ſignorum, tunc erratica ſuperior eſt ſoli iuncta, eſtque in polo, oportet vt polus f moueatur ſecundum ordinem ſignorum, adeò vt cum ſol peruenerit ad illius oppoſitum, orbis ſuperior dimidium perfecerit circuitus, inferior autem integrum. Ergo orbis ſuperior tanto tardius mouetur ſole, quantum eſt id quod peragit polus ſine æquali motu in orbe ſignorum, per motum circunducentis orbis ſuperioris in tempore dimidij circuitus. Inferior ergo cum moueatur duplo velociùs ſuperiore, vt dictum eſt, igitur duplo velocius ſole, niſi quantum eſt duplum motus poli ſuperioris per motum orbis circunducentis

SCHOLIVM I.

Intelligo autem per arcum retroceſſus non ſolum illum quo planeta retrocedit, nam hic eſt longè minor arcu proceſſus,ſed in quo motus inæqualis eſt minor æquali, palam autem eſt hunc fore æqualem arcui velocioris motus quàm ſit motus æqualis.

SCHOLIVM II.

Cum ergo, dum erratica eſt in polo orbis ſuperioris, ibi quieſcat motu eius, motu autem inferioris orbis velociſſimè moueatur ſeu progrediendo ſeu regrediendo motuque circulari, & tamen per rectam lineam, igitur videretur quòd motus circularis partes poſſet tranſire in rectum. Reſpondeo quòd ſufficit ſola inclinatio ob magnitudinem anguli: nam dum ſydus transferatur extra centrum motu orbis inferioris, mouetur velociter quo ad angulum motu orbis ſuperioris.

Propoſitio centeſima ſeptuageſima quinta.

Cauſam varietatis diametrorum ex ſuppoſitis concentricis demonſtrare.

In tribus ſuperioribus planetis & quibuſcunque ſtellis octaui orbis manifeſtum eſt, quòd pars quæ reſpicit nos quantò remotior fuerit à Sole, tanto magis illuminatur. Manifeſtum eſt etiam & experimento & ratione, quòd illud quod magis lucet, & eſt illuminatum à Sole in nocte, maius videtur, ſicut etiam de facibus nocturnis. Et rurſus, quod ſubſtantia orbium circa loca quæ habentur pro polis eſt denſior,& quod res in medio denſo apparent maiores, ſicut de piſcibus in aqua, denariis & baculis. Demonſtratum autem eſt in præcedenti, quod quando ſtella fuerit in polo orbis ſuperioris, quòd tunc maximè retrocedit, & ideò cum in tempore maximi retroceſſus ſit in oppoſito Solis dum tres ſuperiores ſunt in oppoſito Solis, multo maiores duabus ex cauſis eſſe videntur, & iuxta proportionem propinquitatis ad Solem commutant quantitatem & tanto minores apparent, quia non poſſunt commutare formam, velut Luna propter æqualitatem ſubſtantiæ & luminis propriis copiam, quæ non ſinit diſcerni varietatem figuræ. In Luna autem ſecus eſt nam in ipſa diſcernitur ob paucitatem luminis proprij figuræ varietas, & ob id non apparet maior, imò minor aut mediæ quantitatis in oppoſito Solis, ſed maxima in longitudinibus mediis, quoniam ibi ſunt poli motus varietatis vt dictum eſt, quæ habet locum retroceſſus, ſed ob motus paruitatem Luna non poteſt retrocedere, verùm ſolùm motus tardatur. Nam licet denſitas ſit in cœlo ſuperiore & motus velox nihilominus efficit imaginem maiorem, ſicut apparet de piſce in magna aqua in medio, & in parua in imo, nam in parua videtur longè maior quam in magna,licet ſit in æquali diſtantia. In Venere autem & Mercurio eadem eſt ratio diſtantiæ à Sole vt dictum eſt in præcedenti. Cum ergo ſub Sole multum moueantur motu differentiæ vel ſecundum ſucceſſionem, vel contra ſucceſſionem in mediis longitudinibus, parum tunc videntur eſſe minores quia ſunt remotiores à polo orbis ſuperioris. Quod autem propinqui coniunctioni Solis, & veloces videantur minores, iſtud contingit ob primam cauſam, quia minus illuminantur, ea parte quæ ad nos vergit. Reſtat ergo ſolum oſtendere cur propinqui Soli & in retroceſſu videantur maiores,cum vtraque ratio obſtet, ſunt enim remoti à polo orbis ſuperioris & propinqui Soli, cauſa eſt quoniam apparent ſolùm in crepuſculis quando ſunt ſic diſpoſiti, & tunc aër eſt craſſior. Quæ cauſa facit,vt neque dum velociſſimi ſunt ſemper parui videantur, ideò non poteſt conſtitui certa ratio, imò iſta deducta ſunt potius ex fundamento falſo illius figmenti, quam ex ſenſu (ita enim argumentantur) retrocedunt, ergo ſunt propinquiores terræ, ergo videntur maiores, & ita fingunt ſenſu ſe habere quod falſa ratione oſtendere videntur, quoque iſtud ſit verum,patet quia nullum inſtrumentum etiam in aëre clariſſimo Ægypti poteſt oſtendere differentiam minorem ſex minutis, & hic eſt fermé diameter Mercurij, nec tanta eſt differentia in Venere. Reliquum eſt vt ſatisfaciamus obiectioni quam faciunt de diuerſitate magnitudinis Lunæ propter eclypſim, nam videtur eſſe aliquando maior, & aliquando minor in æquali diſtantia à ſectione capitis & caudæ draconis, adeò vt non videatur poſſe aſſignari, dico ergo huius cauſam eſſe vmbram ipſius Lunæ dubiam, ſicut etiam in crepuſculi; quoniam Sol in diuerſo ſitu facit diuerſam vmbram comparatione oculi noſtri maior eſt enim in hieme quàm in æſtate, & quæ eſt prior nobis quàm quæ procul, & quæ eſt in meridie quàm iuxta Ortum vel Occaſum, & ideò tam parua differentia & incerta,& quæ aliquando variat, nullo modo vitiare poteſt rationem motuum æternorum.

Propoſitio centeſima ſeptuageſima ſexta.

Rationem centri grauitatis declarare.

Com. Duplicem rationem centri grauitatis inuenit Archimedes, vnam ſuſpenſorum ponderum: alteram ſupernatantium aquæ, in quarum vtraque ſubtilitatis certè eſt quantum dignum eſt authore illo ingenioſiſſimò, ſicut etiam in elica linea, fructus autem non pro ratione laboris, neque enim ab ætate illa vſque nunc inuentus eſt quiſquam, qui potuerit docere, nec ille idem quænam vtilitas ex huiuſmodi contemplatione haberetur, propterea totum hoc vna propoſitione concluſimus.

Dico igitur quòd centrum grauitatis in appenſis æqualibus quadratis aut quadrilateris parallelis eſt, vbi ſe interſecant duæ diametri. Et quod in trianguli eſt punctus in quo concurrant tres lineæ, ductæ ab angulis ad latera illa per æqualia ſecando. In quadrilatero autem trepezio centrum grauitatis eſt in puncto lineæ, quæ ſecat ambo latera oppoſita per æqualia, ita vt proportio partis eius lineæ, quæ intercipitur à minore æquidiſtantium, ad partem quæ intercipitur à maiore æquidiſtantium, ſit veluti dupli maioris æquidiſtantium cum minore ad duplum minoris æquidiſtantium cum maiore. Cuiuſcunque portionis à recta linea, & rectanguli coni ſectione comprehenſæ, centrum grauitatis diuidit diametrum portionis, ita vt pars eius ad verticem terminata, ſit ad partem eam ſexquialtera, quæ ad baſim portionis terminatur. Cuiuſlibet fruſti à ſectione rectanguli coni ablati, centrum grauitatis eſt in linea recta, quæ fruſti exiſtit diametros: qua in quinque partes æquas diuiſa centrum in quinta eius media exiſtit, atque in eo eius puncto quo ipſa quinta ſic diuiditur, vt portio eius propinquior minori baſi fruſti ad reliquam eius portionem eam habeat proportionem, quam habet ſolidum, cuius baſis ſit quadratum lineæ illius quæ fruſti baſis maior extiterit. Altitudo verò iſtis vtriſque ſimul æqualis lineæ quæ dupla ſit minoris baſis fruſti, & baſi maiori eiuſdem, ad ſolidum quod baſſim habeat quadratum baſis minoris fruſti, altitudinem verò iſtis vtriſque ſimul æqualem lineæ quæ dupla ſit maioris baſis, & baſi minori. Et hæc de prima, multaque alia pulchra declarat Federicus Comandinus, in ſuo libro de Centro grauitatis, vt pote. Quod cuiuſlibet portionis conoidis rectanguli axis à centro grauitatis ita diuiditur vt pars, quæ determinatur ad verticem reliquæ, quæ ad baſim terminatur dupla ſit, & longè ſubtiliora quæ quilibet videre pòterit apud illum.

SCHOLIVM.

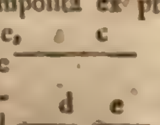
Partes omnes conſentiunt in grauitatem medij, quoniam vna aliam non vult centro mundi fieri propiorem.

De ſecunda præcipua ſunt, quòd ſi manitudo aliqua humido leuior ea in grauitate proportionem habebit ad humidum æqualis molis, quam pars magnitudinis demerſa ad totam magnitudinem, & hoc intelligitur quando magnitudo illa fuerit è genere ſolirum rectorum & rectangulorum. Secunda eſt, quòd quæ ſimilia ſunt ſuperficiebus, ita vt axem habeant in medio, ſecundum ſitum axis merguntur & prominēt, & ſi aliter mergantur, redeunt. Tertia, quòd quæ anguſtiora ſunt, ab oppoſita parte verò latiora, inclinantur ad partem acutiorem, quia ſic facilius deſcendunt. Quarta eſt, de corporibus non æqualibus, ipſa enim neceſſe eſt, vt ab hac ſe inflectant, & ratio horum diuerſa eſt iuxta rationem proportionis partium quæ merguntur ad inuicem. Quinta eſt, quòd merſa in humido, quanto minus merſa fuerint, tanto facilius & eo frequentius commutantur.

Propoſitio centeſima ſeptuageſima ſeptima.

Si proportio aliqua ex duabus proportionibus eiuſdem quantitatis ad alias duas componatur: erit proportio illarum duarum eadem proportioni producti ex proportione in primam duarum quantitatum detracta priore illa quantitate, quæ ad duas comparatur, ad eadem priorem quantitatem.

Sit proportio a ad compoſita ex proportionibus c ad d & c ad e, dicó quòd proportio d ad e eſt, vt producti ex proportione in d detracto c ad ipſum c.



Et nos ſuperius expoſuimus conuerſam huius. Erit enim per ſecunda in demonſtrationem illius proportio a ad b, velut producti ex c in d, & e ad productum d in e: at productum d in e & in proportionem, eſt idem quod productum proportionis in d ipſum e: igitur cum in vno ſit productum e in c, & d in c, in alio productum a b in d inde in e, quæ ſunt æqualia, detracto producto e in c ex producto proportionis in d & inde in e, relinquetur, productum c in d æquale producto a b .i. proportionis in productum d in e, detracto numero c in e igitur ducto c in d, & diuiſo per productum a b in d numero c, exibit e, igitur cum illud productum fiat ex d, ſcilicet in c, & ex e in productum proportionis in d dempto numero c, erit proportio p ad e, velut producti ex d in proportionem, detracto e ad ipſum c, velut c ſit 12, d 4 e 6. a b erit 5. proportio d ad e, velut d in a b, id eſt 20, detracto c, & eſt 8. ad c 12.

Ex demonſtratione ſequitur, quod qualis eſt proportio c ad a b, talis eſt producti d in e, ad aggregatum eorum. Si quis ergo dicat, habeo 10. & volo inuenire duas quantitates, quarum differentia ſit 1. & proportio 10. ad eas componat quintuplum, dices quintupla eſt dimidium 10. igitur inuenias duas quantitates, quarum differentia ſit 1. & proportio producti vnius in alteram ad aggregatum ſit dupla Et hoc eſt manifeſtum. Com.

Propoſitio

Propoſitio centeſima ſeptuageſima octaua.

Proportionem miſtionis metallorum, maximè auri & argenti declarare.

Com. Dubium non eſt, quod miſtio non cognoſcatur ducto pondere totius in partem auri vel argenti, & productis collectis diuiſo aggregato per aggregatum ponderis, idque eſt per ſe manifeſtum, nam qualis eſt proportio partis ad partem, talis eſt totius ad totum.

Sed eſt genus miſtionis, quod vocant conſolationem. Veluti, volo ex argento perfectionis decem & ſeptem, & quinque, conflare argenti maſſam centum librarum perfectionis nouem, ita agendum eſt. Detrahe 9. à 10. & omni maiori 10. relinquitur 1. hoc ſuppone 7 & 5. item detrahe 7 & 5. & omne minus 9. à 9. relinquitur 2. & 4. iunge omnia reſidua fient 8. nam 4. 2.

10. 7. 5 | 9
11
14
—
8

11. Dicemus ergo quod 8. vnciæ perfectionis nouem componentur ex 6. vnciis perfectionis decē & vna ſeptem alia quinque. Poſt dices, ſi vnciæ octo fiant 100. ſex & vna, & vna, quot fient, eruntque vnciæ aut libræ, vt vocāt marchæ perfectionis decem, & duodecim cum dimidia, ac duodecim cum dimidia perfectionis, vt ſeptem & vt quinque: licebit etiam propoſitis terminis pluribus ex repetita operatione idem facere, veluti ſint maſſæ perfectionis 10. 7. 5. & 2. volo maſſam perfectionis vt 8. Tu ſcis quod ex 10. 7. & 5. fit maſſa perfectionis nouem data lege ſub 6. 1. & 1. nunc habeo iam perfectam vt 9. aliam vt 2. detraho 2. ex 8. relinquitur 6. & 8. ex 9. relinquitur 1. iunge fient 7. erunt ergo ſeptem vnciæ, in quibus ſex erunt perfectionis, vt 9. & 1. perfectionis vt 2. & totum erit perfectionis vt octo. Duc ergo, vt explores veritatem, 6. in 9. fit 54. duc 2. in 1. fit 2. iunge fit 56. diuide per 7. exit 8. perfectio quæſita.

e
9 2 | 8
1 6
7

Per idem intelliges detractionem ex maſſa argenti perfectionis 7. detraxi quartam partem perfectionis 10. volo ſcire dodrantem qualis relinquatur perfectionis, duc quadrantem in 10. fit 30. duc 12. in 7. fit 84. detrahe 30. ex 84. relinquitur 54. diuide 54. per 9. reſiduum 12. & 3. exit 6. perfectio reſidui.

Si quis dicat propoſitis argenti pondo 50. & dodrante perfectionis $\frac{11}{18}$. volo partem aſſumere, & igne perficere, ita vt purum argentum, quod reliquitur additum reſiduo, efficiat ipſum perfectionis dextantis & beſſis vnciæ pro libra, ſeu $\frac{8}{9}$. diuide $\frac{11}{18}$. per $\frac{8}{9}$. exit $\frac{11}{16}$. duc in pondo 150. cum dodrante, fiunt pondo 34. vnciæ $7\frac{1}{8}$. hoc igitur erit aggregatum conflatum ex argēto puro & reſiduo. Detrahe igitur $\frac{11}{18}$. ex integro relinquitur $\frac{7}{18}$. detrahe pondo 34. vncia $7\frac{1}{8}$. ex pondo 50. cum dodrante, relinquuntur pondo 15. vnciæ $6\frac{7}{8}$. (pondo enim vncias continet ſub hoc ſenſu, quia vſui ſeruimus octo) diuide per $\frac{7}{8}$. exeunt pondo 40. vnciæ $6\frac{1}{4}$. & tanta pars debuit igne purgari. In ea enim erunt puri argenti pondo 24. vnciæ $7\frac{1}{8}$. quæ addita reſiduo, ſcilicet pondo 9. vnciis $7\frac{1}{4}$. conficiunt pondo 34. vncias $7\frac{1}{8}$. perfectionis dictæ.

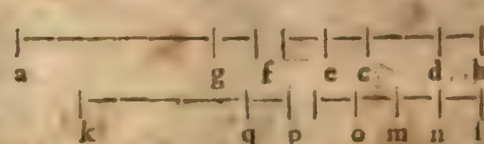
Quidam miſcuit vncias decem auri perfectionis dextantis, & partem perfectionis dextantis cum dimidio, & aliud perfectionis beſſis concreuit maſſa perfectionis dodrantis vnciarum octuaginta, quæruntur pondera reliquarum partium, ſubtrahe 10. pondus ex 80. pondere, relinquuntur 70. perfectionis $17\frac{5}{7}$. inde detrahe per modum ſuperiorem, & relinquuntur $3\frac{2}{7}$. & $1\frac{5}{7}$. iunge ſimul fiunt 5. dico ergo, ſi 6. producit 70. quid producet $3\frac{2}{7}$. & $1\frac{5}{7}$. & inuenies quod $1\frac{5}{7}$. producet 24. & $3\frac{2}{7}$. producent 46. qui iuncti faciunt 70. Igitur aurum perfectionis dextantis cum dimidio fuit vnciarum 46. aurum perfectionis, beſſis vnciarum 24. Reliqua interrogata diſſolues per regulas Algebræ, horum modo.

| 16 21 | $17\frac{5}{7}$.
$1\frac{5}{7}$. $3\frac{2}{7}$.
5

Propoſitio centeſima ſeptuageſima nona.

Si duabus totis duæ portiones ſimiles abſcindantur, ab eiſdem denuo, & abſciſſis portionibus partes eædem auferantur, denuoque ac denuo, quoties libuerit à portionibus, & à reſiduis ipſarum quantitatem partes eædem auferantur, erit reſidui ad reſiduum. veluti totius ad totum.

Sint duæ quantitates a b & k l, & abſciſſæ duæ partes ſimiles ex vtraque b c & l m, & ſit propoſita aliqua proportio, quæ ſit h, & ſumatur ipſius b d ipſius b c, ſecundum proportionem h; & ſimiliter



l n ipſius l m, iuxta proportionem h, ſumatur rurſus de ipſius a b pars ſecundum h, & n o ipſius k l, ſecundum eandem proportionem. Et rurſus ſumatur e f æqualis d b, & o p æqualis n l, vt ſint portiones b c & l m ſecundum proportionem h, & ſumatur f g ipſius a c, ſecundum proportionem h, & p q ipſius k o, ſecundum eandem proportionem, & ita producendo ſemper, dico quod erit a g reſidui ad k q reſiduum. vt a b ad k l. Quia enim a b ad b c, vt k l ad l m ex ſuppoſito, erit a b ad b d vt k l ad l n: eſt etiam a b ad d e, vt k l ad n o ex

Per 11. quinti Elem
Per 18. quinti Elem
Per 19. & 11. eiuſdem.
Per 11. eiuſdem.
Per eandem
Per 19 & 12. eiuſdem
Per eaſdem.
Per 19. quinti Elem
Per 16. eiuſdem.

ex ſuppoſito, igitur a b ad b c, vt k l ad l o. Igitur a b ad a c, vt k l ad k o. Rurſus quia b c ad e f, vt l m ad o p, erit a b ad e f, vt k l ad o p, at fuit a b ad a e, vt k l ad k o & a e ad g f, vt κ o ad p q, igitur a b ad g f, vt κ l ad q p. Quare a b ad g e, vt κ l ad q o. Iterum ergo a b ad b g, vt κ l ad l q, Ergo a b ad a g, vt κ l ad κ q. Igitur a b ad κ l, vt a g ad κ q, quod erat demonſtrandum.

Cor. 1. Ex hoc patet, quod etſi proportio non maneat eadem in partibus totius, & partis modo ſit eadem in totis ad partes aſſumptas, & in partibus ad partes aſſumptas, nihilominus ſequitur idem.

Cor. 2. Sequitur rurſus, quod etſi proportio eadem non maneat quantitatum aſſumptarum ad partes quæ ſumuntur, nec etiam partium modo ſemper pars, quæ aſſumitur ſit totius pars, & alia partis idem videatur.

Com. Velut ſi prima vice capiam b d partem b c, vt l n partem l m ſecundum h proportionem, & deinde capiam d e partem a b & n o partem K l ſecundum proportionem r, quæ ſit alia ab h, & ſecunda vice capiam e f partem b c, & o p partem l m ſecundum proportionem h, quæ ſit alia ab h & r. Et capiam f g partem a c & p q partem K o, ſecundum eandem proportionem, ſed tamen quæ non ſit aliqua prædictarum, ſcilicet h r s, ſed diuerſa ab eis, & vocetur t, dico quod nihilominus erit proportio a g ad K q, vt a b ad K l, quæ patent ex vi demonſtrationum, in quibus nil plus aſſumitur ad demonſtrandum, quam id quod proponitur in corollariis.

Cor. 3. Ex hoc etiam ſequitur, quod ſecundum quem numerum prima quantitas abſumetur, ſecundum eundem abſumetur & ſecunda.

Com. Velut ſi prima quantitas abſumptura d vnguem in quinta detractione, etiam ſecunda K l in quinta detractione ad vnguem abſumetur, quod patet per demonſtrata, nam reſidua ſemper ſunt eædem partes ipſarum quantitatum.

Cor. 4. Quartò ſequitur, quod ſi detractio fuerit facta eodem modo, & fuerit proportio totius ad totum, vt reſidui ad reſiduum, erunt partes aſſumptæ ſimiles.

Com. Velut ſi fuerit facta detractio iuxta propoſitionem, aut primum vel ſecundum corrolarium, & fuerit proportio a g ad K g, vt a b ad κ l, erit a b ad b c, vt κ l ad l m.

Cor. 5. Sequitur etiam, quod ſi fuerit aſſumpta proportio primarum partium eadem, & facta fuerit detractio in omnibus præter vnam iuxta dicta, & fuerit totius ad totum, vt reſidui ad reſiduum, erit vt illa etiam reliqua detractio, ſeu ad totā, ſeu ad partes ſit facta, ſecundum eandem proportionem.

Com. Velut ſi ſit proportio a b ad K l, vt a g ad K g, & rurſus vt b c ad l m, & aſſumptæ ſint proportiones eædem ſemper totius, & totius ad partes, & reſiduorum ad partes, etiā & b c & l m ad partes, etiam excepta vna ſeu quantitatum a b & K l, ſeu reſiduorum vt a c & K o, ſeu partium vt b c & l m ad partes, dico quod hæ partes etiam erunt aſſumptæ ſecundum eandem proportionem ad ad ipſas magnitudines, vel partes primas vel reſidua.

Cor. 6. Sed & id ſequitur ex his, quod cuiuſcunque ſeu totius ſeu partis ſeu vtriuſque pars maior abſumetur, erit maior proportio totius ad totum quàm reſidui ad reſiduum.

Com. Hæc demonſtrantur à Campano, nam ſi ſit maior proportio a b ad a g, quam K l ad K g, erit maior a b ad K l quàm a g ad K g. Rup. 16. quinti Elem

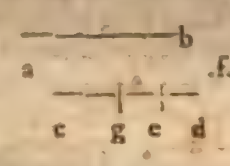
Cor. 7. Sequitur rurſus, quod in eadem conſtitutione cuiuſcunque maior pars, abſumetur, ea quantitas minori numero, vel numeri parte abſumetur.

Com. Nam ſi minor erit continuo proportio a b ad a e, quàm K l ad K o, & a e ad e g, quā K o ad o g, erit longe minor a b ad b g quàm K l ad l g, igitur longe maior a b ad a g quam K l ad K g. Igitur a g citius abſumetur quam K g.

Propoſitio centeſima octuageſima.

Si aliqua quantitas in duas partes diuidatur, fueritque alicuius, quantitatis ad partes illas compoſita proportio eiuſdem quantitatis ad partes alias quantitatis diuiſa aliter proportio eadem componi.

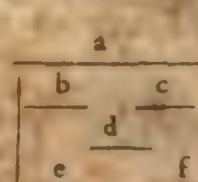
Com. Sit a b proportio ad partes c d quæ ſint c g, & c d componens f, dico quod non poterit c d aliàs diuidi, vt proportio a b ad illas componat eandem proportionem f. Aliter ſit diuiſa in g, & erit minor c g, minor aut maior c d minore, capiam ergo c d minorē, erit igitur proportio a b ad c d maioris exceſſus ad proportionem a b ad c g, quàm ſit proportio a b ad g d, maior proportione a b ad c e, propterea quod g e communis differētia maiorem habet proportionem ad e d quam g c, igitur maius eſt aggregatum proportionum a b ad c e, d quam eiuſdem a b ad c g & g d, quod erat demonſtrandum.



Propoſitio centeſima octuageſima prima.

Cum fuerit aliqua proportio compoſita ex proportionibus primæ ad ſecundam & tertiam, & rurſus quartæ ad quintam & ſextam, ita ſe habebit proportio ſecundæ ad tertiam proportionem quintæ ad ſextam, velut producti ex proportione in ſecundam detracta prima ad primam ad productum ex proportione in quintam, detracta quartā ad quartam.

Sit proportio g compoſita ex proportionibus a ad b & c, & proportionibus d ad e & f, dico quod quemadmodum b ad c, ad proportionem e ad f, ita producti ex g in b, detracto a ad productum ex g in e, detracto d ad d. Eſt enim, vt demonſtratū eſt b ad c, vt producti ex g in b, detracto a ab a & e ad f, vt producti ex g in e, detracto d ad d, igitur cū æqualium ſint eædem comparationes, erit vt



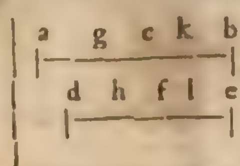
proportionis b ad c ad proportionem e ad f, ita producti ex g in b, detracto a ad a, ad productum eſt g in e, detracto d ab d.

Quare erit proportio b ad c ad proportionem e ad f, velut reſidui b detracto quod prouenit, diuiſo a per proportionem a ad proportionem reſidui e detracto quod prouenit diuiſo d per proportionem ad ipſum d.

Propoſitio centeſima octuageſima ſecunda.

Propoſita differentia proportionum partium ſimilium ad partes aſſumptas propoſitaque proportione totius ad reſidua eandem differentiam proportionum totius ad reliquum reſidui inuenire.

Sint datæ partes b c & e f, ſimiles in comparatione ad a b & d e, & data reſidua a g & d h in comparatione a b & d e, ſimilia in differētia proportionis f e



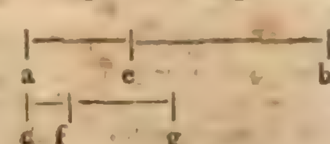
ad c l, ad proportionem c b ad b k, dico quod data eſt differentia proportionis a b ad g k ad proportionem d e & f h. Nam quia proportio f e ad c l, ad proportionem b c ad c k data eſt, & c f ad e d, vt b c ad b a, erit vt a c ad l e contineat a b ad b k, vt f e ad e l, c b ad b k, ſed a b ad a d, vt d c ad d h, igitur a b ad b d, vt d e ad c h. Sunt ergo duæ quantitates a b & d c, quæ eandem habent compoſitam proportionem ad g k & k b, & h l & l e, quare per præcedentem proportionis h l ad l e, ad proportionem g k ad k b, vt h l detracto prouentu d c, diuiſi per proportionem ad d e ad proportionem g k, detracto prouentu a b, diuiſi per eandem proportionem ad ipſum a b. Si igitur nota eſt l e & h l, erit nota proportio reſidui h l detracto prouentu d e diuiſi per proportionem, quare nota detractio g k detracto prouentu a b diuiſi per eandem proportionem ad a b. Eſt autem a b nota, & proportio nota, & ideo prouentus, & cum ſit proportio nota, erit ergo reſiduum notum, cui addito prouentu fit tota g k nota, quod fuit demonſtrandum.

Propoſitio centeſima octuageſima tertia.

Spatium vitæ naturalis per ſpatium vitæ fortuitum declarare.

Cum conſtet homines caſu viuere ægrotantes primum ſæpe: deinde viuentes in aëre malo, & ipſum intempeſtiuis horis ſubeuntes triſtitiis, curis, vigilia, venere, laboribus perperam ſe excruciantes, tum verò immodico cibo & potu, & prano, & ſæpius, quàm oporteat, & intempeſtiuè, & malè præparato, & vario ſe replentes. atque ſic alij ad ſexageſimum, alij ad ſeptuageſimum, rari octuageſimo, rariores nonageſimo vel centeſimo anno ita moriuntur, vt non caſu, neque vi aut morbo, ſed potius quaſi naturali quadam morte abſumpti intereant: de quibus tantum eſt ſermo. Atque vt exemplo commodiore vtamur, capiamus annum octogeſimum, qui eſt terminus communis vitæ humanæ, non ſolum noſtra ætate, ſed antiquo tempore etiam fuit, vt Dauid teſtatur in Pſalmis, in Cantico Moyſis: antea autem ſi quis moriatur, non naturali morte, ſed vi morbi abſumptus exiſtimatur. Certum eſt, quod ſi homo recta ratione viueret, quod aliquanto diutius vitam extenderet, neque enim negare poſſumus, cum in magnis exceſſibus maxime lectionis venæ & curarum, quin homo euidenter vitam breuiorem efficiat: quod ergo euidentiſſimum eſt in magnis exceſſibus, in paruis eandem habet vim licet occultiorem. Errorem autem in vita hunc adeſſe perpetuum, quiſque intelligit qui noſtras actiones penſitare velit, cum ſaltem malam ſequamur conſuetudinem: iam ergo proponantur iuxta dicta duæ lineæ a b vitæ naturalis exquiſitæ recte longior & c d vitæ quam is victurus eſt, id eſt, annorum octuaginta, quam conſtat eſſe breuiorem aliquanto. Et proponatur error quadrageſimæ partis in ipſa vita, quamuis ſit longe maior: quotuſquiſque enim eſt qui non ſaltem edat bibatque quadrageſima parte, pluſquàm oporteat in comparatione ad naturam, id eſt, vt natura fatigatur quadrageſima illa parte amplius quàm debeat: idem dico de laboribus, curis, vigiliis, venere. Sed hoc non eſt generale: habetque multas exceptiones inuicem pugnantes, vt tandem concludam non concoqui plenè poſſe, & ob id impurum manere, vnde citò diſſoluitur, & calorem etiam naturalem extinguit: atque etiam ob id, tum quia debitos labores, & multo minus ad perfectam ætatem perferre non poſſunt, denſari nequit & pingueſcere, vt duplici cauſa multo celerius reſoluatur, vna etiam calorem extinguat. Sit ergo a e talis pars a b, qualis c f, c d. Cum ergo a b conſumitur in octuaginta annis, ſemper ſeruat proportionem cum vita contracta, quæ æqualiter abſumitur; quia proportiones illæ æquales ſunt in minore inuicem ſicut in maiore, & inæquales ſeruant eandem proportionem, ſumatur ergo a b annorum cclvij. menſium v. & abſumatur ſemper quantitas æqualis octuageſima a e, & quadrageſima a b & reſiduorum.

Prop. 179. Et in cor. 1. & 2.



An.

An	An.	Quad.	An.	An.	Quad.	An.	An.	Quad.	An.	An.	Quad.	An.	An.	Quad.	An.	An.	Quad.
	257	20	14	168	32	28	106	25	41	65	27	54	36	6	68	13	23
1	250	0	15	163	24	29	103	0	42	63	2	55	34	10	69	12	10
2	242	30	16	158	21	30	99	[illegible]	[illegible]	60	19	56	32	16	70	10	38
3	235	28	17	153	23	31	95	38	44	58	0	57	30	24	71	9	28
4	228	33	18	148	30	32	92	23	45	55	22	58	28	34	72	[illegible]	19
5	222	5	19	144	2	33	89	11	46	53	7	59	27	6	73	7	11
6	215	23	20	139	18	34	86	2	47	50	34	60	25	19	74	6	4
7	209	8	21	135	[illegible]	35	82	36	48	48	24	61	23	34	75	4	38
8	203	[illegible]	22	130	25	36	79	34	49	46	16	62	22	11	76	3	34
9	196	37	23	126	15	37	76	35	50	44	10	63	[illegible]	29	77	2	31
10	191	1	24	122	6	38	74	0	51	42	6	64	19	9	78	1	29
11	185	10	25	118	7	39	71	9	52	40	4	65	17	30	79	[illegible]	28
12	179	25	26	114	9	40	68	15	53	38	4	66	16	13	80	0	0
13	174	6	27	110	15							67	14	37			

Vt corrigas tabulam, ſcito quod numerus quadrageſimæ cum ſuperiore annorum numero à lęua componit numerum quadrageſimæ ſuperioris ſimpliciter, aut abiectis quadragenariis. Velut è regione trigeſimi anni, ſunt annni nonagintanouem, quad. 17 è directo anni 29. ſunt anni 103. quad. 0. adde 17. quad. ad 103. fit 120. abijce 40. ter nil ſupereſt, & ita nulla eſt q quadragenaria è regione 29. & 103.

Rurſus cum deuenimus ad annos 79. ſuperſunt ſolum 28. quadragenariæ, & eſt minus anno, ſed hoc fieri ob fractiones & numerorum partes, & etiam ſi eſſet aliquis error, eſſet magis ad augendum numerum annorum 257. menſium ſex quàm ad diminutionem, ideo non curaui de exacta veritate.

Præterea ex hac tabella dignoſcis, quod in vltimis annis parum poteſt produci vita in comparatione ad primos, veluti in 60. anno ſuperſunt annis 20. ex vita ordinaria, ex exacta paulo plures quàm 25. ſcilicet 25 cum dimidio. Ergo à 60. anno non poterit per quamuis cuſtodiam homo producere vitam plus annis quinque cum dimidio, Et ſi dicas tunc cuſtodia maximè opus eſt, & magis quàm vnquam, reſpondeo quod verum eſt, ſed non ad producendum vitam, ſed ne in morbum incidas: nam ex quocunque morbo homo ab ea ætate perit, cum habeat adeò imbecilles vires Ex hoc patet, quod alexius Cornarius, patritius Venetus, cum incœpiſſet cuſtodiam anno 36. cum poſſet viuere 44. annis, iuxta rationem vitæ communis, potuit producere eam annis 79. igitur annis 25. pluſquam vixiſſet vita cõmuni etiam quòd fuiſſet ſanus.

Si ergo aliquis ſit victurus centum annis vita communi addemus eodem modo trigeſimam nonam partem, id eſt quadrageſimam partem, & quadrageſimam quadrageſimæ huic numero, & vnum amplius, & habebimus numerum vt infrà.

An.	An	Quad.	An.	An.	Quad.	An.	An.	Quad.
	257	10	87	314	33	94	383	11
81	265	3	88	323	34	95	394	3
82	272	34	89	333	5	96	405	6
83	280	32	90	342	26	97	416	27
84	289	0	91	352	16	98	428	13
85	297	16	92	362	16	99	440	11
86	306	0	93	372	27	100	452	22

Et ex hac tabula dignoſcemus quantum quiſque poſſit viuere, quouis tempore ætatis ſuæ, illud intelligendo quod non eſt eadem menſura omnibus, vt neque vitæ ordinariæ, nec magnitudinis corporum, nec ingeniorum, nec eiuſmodi in aliquibus vita decreſcit per vigeſimam partem, hic ſcilicet qui ordinatè viuunt, aliis vix ſexageſima, quanquam pauciſſimis. Hic ergo numerus maximè cócordat cum experimentis duobus, quæ apparuerunt parum ante tempora noſtra, ſcilicet Ioannis de temporibus: qui vixit annis 361. & Richardus de temporibus, annis 400. Et ambo fuerunt milites Caroli Magni, nam non potuerunt omnino proſpicere vitæ rationi exquiſitiſſimæ. Referunt etiam in India noſtris temporibus viuere ad centum quinquaginta annos, cuius cauſam transferunt in aërem: ego potius in vitæ genus, abſtinent enim carnibus, ouis, caſeo & vino, vtunturque fructibus tantum, & viuebant ſine ſolicitudine vlla & curis Vnde rectè inſinuatum eſt etiam vltra hiſtoriam, quod Adam eſſet perpetuò victurus, ſi non deguſtaſſet fructum arboris boni & mali, id eſt, quod mors nobis obrepit ob ſolicitudines & curas. Auenzoar autem cum vixerit cum multis curis, & fuerit in carcere Hali, & ab eo per iniuriam vexatus, & natus in malo aëre, ſola ratione victus produxit vitam ad annos 135. vt teſtatur Auerroës, quid euenturum erat, ſi in bono aëre educatus nihil graue, & adeò diuturnum expertus fuiſſet?

Pro vſu autem huius & ſuperioris tabulæ, ſi quis proponat iuuenem ex ſtirpe eorum, qui viuunt ſexaginta annis, iam natum decem & ſeptem annos, velimuſque ſcire quantum viuere poſſit, vide è regione 20. annorum in primo ordine, & habes annos 139. Quad. 18. & ab hoc numera 17. annos, & habebis annos 37. è regione, quorum ſunt anni 76. Quad. 35. id eſt, menſes 10. dies 15. vel iunge 17. numerum annorum exactorum, & 20. numerum annorum deficientium ab 80. fiunt anni 33. vt prius, è quorum regione habet annos 76. quad. 35.

At ſcio multos qui parum conſideratè hæc legunt, obiecturos, primum quod neque mihi, neque vlli alij potui, vel ad centum vel ad nonaginta annos vitam producere. Secundum, quod ſi vita humana eſſet eiuſmodi, naturaliter eſſet vt in pluribus: at vix inuenire licet aliquem qui excellerit centeſimum vigeſimum annum. Et maximè cum ſcriptum ſit. Non ſpiritum meum in carne vltra centum viginti annos & loquitur Deus. Videtur etiam neceſſe hoc volenti, cupere totam vitam ſub incerto fine, & non vacare, nec negotiis nec voluptati, quæ ſunt duo illa præcipua, quibus vita noſtra conſtat, & maximè amittere bona, adeò ſecura ob tam leuem & inanem ſpem. Abſurdum etiam eſſe hoc quod latuerit tot præclaros medicos atque philoſophos, quorum nullus de hoc ſermonem fecit. Hæc & huiuſmodi ſunt quæ mihi obiici poſſe ſentio. At rogo quid admirabilius eſt, an ſolem eſſe plus centies & ſexagies terra ac mari, an homines tamdiu poſſe producere vitam? Et plures imperito hoc quam illud crediturí ſunt: & tamen res illa ita ſe habet, nec apud ſapientes dubia eſt: nedum incredibilis. Similiter quòd corpus adeò tenue, debeat adeò celeriter circumferri, vt in vno ictu pulſus debeat peragere ſpatium bis mille quingentorum milium paſſuum, & tamen & illud demonſtrari poteſt euidentiſſimè. Ergo vt ad obiecta reſpondeam ſerò mihi hoc inuenire contigit, infeliciter natus, peius educatus & imbecilli corpore ac natura, quod aliàs dixi, nec forſan in quibuſdam ſufficiat educatio ab initio, ſed requiritur ſucceſſio, qualis fuit olim per multas ætates, ſic progenerantur gigantes & homines ad miraculum vſque, docui etiam exacta media ætate, hoc vix fieri poſſe. Contingunt præterea multa impedimenta. Sufficit nobis ſcire quid ſit in natura hominis, non quæro modò quomodo faciendum: nec eſt præſentis inſtituti, quin etiam veriſimile eſt ad hoc eſſe viam quandam compendioſiorem, quæ minimè latuerit antiquos, maximè Hebræos. Et forſan etiam hoc noſtro tempore haberi poſſet quamuis lateat. Vnum eſt certum, oportere ab initio vitæ (qui viam hanc exquiſitam, quam hic trado, ſequi voluerit) conſtituere formam victus, & tum maximè contractam, quoniam (vt viſum eſt in tabula) ex minimo errore, & breui tempore plurimum temporis vitæ perit. Oportet autem multa adeſſe, corpus moderatè ſanum & mediocriter ſaltem conſtitutum, inſtitutorem ſapientem, obedientiam pueri, & per omnes ætates cum patientia ſumma commoda diuitiarum, & bonum aërem & fortunam blandientem noſtro propoſito, ne quis caſus in tanto tempore aduerſus nos impediat, ob tot & tanta quæ neceſſaria ſunt, & aſſiduè, ideò res hæc fabuloſa viſa eſt ad hanc vſque diem, tum maximè quod nemo eam docuerat. De dicto Moy-
Gen. c. 25. ſis non laboro, cum ſimus medici ac phi-
Cap. 35. loſophi non theologi. Quin etiam poſt hæc
Cap. 47. vixit Abrahamus annis clxxv, Iſaacus autem clxxx. Iacobus cxlvij. ſed non laboro de his, verùm relinquo illa ſapientibus: melius eſt ergo vt demonſtrationem adducam huius, cum experimento etiam coniunctam. Conſtat enim quod humidum pingue euaneſcit per ætates, ſeu a calore innato, ſeu ab aëre conſumatur, & quod humidum pingue purum, ac denſum tardè abſumitur, ſicut apparet experimento de oleo & ſepo ſalitis, quæ durant longiori tempore, quam ſi nil tale admiſtum habeant hæc pinguia, ſimiliter aqua quadruplo celerius, imo longe velocius abſumitur oleo in vaſe feruente. Et ita de pinguedinibus variorum animalium de ligno iunipero, quod referunt durare in annum, cur alia non poſſint ad ſex dies. Certum etiam eſt, quod coctio condenſet, & eſt Philoſophi in quarto Metheororum. Si ergo coctio perfecta fiat, & puriſſimum humidum reſtauretur, dubium non eſt, quin homo poſſit viuere ſexcuplo plus aut etiam octuplo: quia cùm res peruenit ad quemdam terminum, tunc acquiritur perfectio quædam vltra omnem fidem, ſicut videmus de auro, quod prorſus etiam longo tempore ab ignibus non abſumitur: adeò vt liceat dicere, forſan non eſſe contra rationem, quod detur humidum, quod nunquam à calore naturali abſumitur, quia non eſt par ratio de auro & humido humano, nam in auro non eſt calor niſi ab exteriore igne, ſed in humido noſtro eſt calor intus, & ſecundum ſubſtantiam, vt ſaltem habeamus experimentum longiſſimæ vitæ & humidi quod vix à calore, & non niſi multis in ſæculis abſumatur. Atque hæc (ne incurramus irriſionem Galeni) de Philoſopho qui pollicebatur perpetuitatem vitæ, quanquam non ob id refugiam hoc, vt negem poſſe hominis vitam eſſe perpetuam, quod Galenus Philoſophum hoc dicentem irriſerit, ſed, quòd videamus omnia ſublunaria interire, quòd ſciamus omne compoſitũ debere diſſolui, quoniam compoſitio ſit accidens, & accidens eſt medium inter ea quæ ſunt & non ſunt: loquor de huiuſmodi accidentibus quæ adueniunt. Demum, quoniam calor ille ſit in ipſo humido, ideò cum hæc non animaduerterit Galenus, potius fuit vates in irridendo, quàm ſapiens, vt authoritate eius moueri debeamus. Hanc coctionem non animaduerterunt medici, ſed ſolam illam bonam quæ eſt cauſa ſanitatis, quæ ſtat cum vigilia, labore & ciborum multitudine, cùm illa exacta non ſtet niſi cum optimis & paucis valde cibis, quiete ac ſomno. Et ideo ſunt ſex genera coctionum, dico quod ad perfectionem attinet corrupta, imperfecta, imperfecta morboſa, imperfecta quæ emendari poteſt, has omnes vitare docent medici: bona quæ eſt cum longa ſanitate, cui medici ſtudent: valde bona quam per vmbram quaſi cognouerunt, & exacta quam nec per ſomnium quidem viderunt, quæ ſola eſt cauſa tantæ longitudinis vitæ, cum tamen nunquam fuerit vel admodum parum interrupta. Hoc autem inter cætera oſtendit experimentum de elephantis, quos

Ariſtoteles

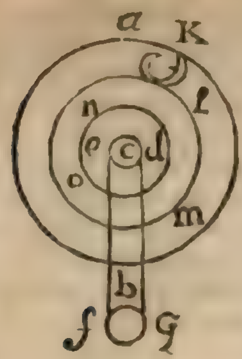
Ariſtoteles ducentis annis viuere conſtanter affirmat, alius dixit eſſe trecentis. Vt conſtet iam in natura animalium & in genere caloris habentis magnum motum, & ſubſtantiam tenuem hoc inueniri poſſe, vt excludamus plantas de quarum vita longiſſimas ſatis conſtat, ſed quia caret motu euidenti calor in illis, & ſubſtantia eſt craſſa animalium comparatione non laboro. At de elephanto omnes conſitentur quòd ſit omnium ingenioſiſſimum, adeò vt multi homines illos induſtria & cognitione inferiores eſſe videantur. Neque etiam veriſimile eſt quod natura hominem fecerit hac in parte illo inferiorem, præſertim cum de nullo alio animali apud Ariſtotelem dubium ſit, & vbi modo aliquod dubium eſſet propter querelam Theophraſti, & illud quod ſolet prædicari de ceruis, tanto magis veriſimile eſt inidgnum fuiſſe hominem cócedere tot animalibus in diuturnitate vitæ. Quam obrem cum hæc tractatio ad libros de tuenda Sanitate ſpectaret, homines ad eos relego, nam ob id illos conſcripſi quòd viderem Galenum nec hoc vidiſſe nec multa alia, ſed eorum loco longas & inutiles diſputationes inſeruiſſe. Verum etiam, quoniam eam tractationem diuulſit, vt alia cogamus quærere in libris de Alimentis, alia, de cibis boni & mali ſucci: tum verò & tractatio ipſa eduliorum eſt imperfecta, & multa etiam deficiunt circa genera: in quo eſt excuſandus ob varietatem regionis & ætatis. Deeſt præterea maxima pars, quæ nec ibi nec alibi habetur, ſcilicet, de ciborum præparatione. Quod etiam hæc latuerint tot præclaros viros, quid mirum? cum Hippocrates vixerit ſeculo illo agreſti, in quod non eſt mirandum, quod aliquid, pauca quædam & abſtruſa omiſerit, ſed quod tam multa tam bene inuenerit, vt fuerit, ſicut de Pindaro dicitur, imò longè verius quam de Pindaro inimitabilis. De Galeno quid mirum, qui non niſi veterum ſcripta collegit, atque vtinam ſaltem bene. De Ariſtotele is multa inuenit ſuo Marte, & Theophraſtus longe plura. De aliis, dico tam medicis quam philoſophis, hoc eſt, quod queror, quod in ſpatio pene duorum millium annorum, non hoc quod valde reconditum erat, ſed nec leue vllum experimentum, vel naturæ arcanum, vel vitæ ſalutare auxilium inuenerit. Sed litigant de nugis & rebus inutilibus, & etiam quæ ſciri non poſſunt, ad plerunque non ſine magna impietate. Quod verò neceſſe ſit amittere voluptatem, & negotia prætermittere volenti hanc vitam longam adipiſci, quæ poſtmodum etiam valde incerta eſt: dico quod quantum ad voluptates & negotia, non eſſe neceſſe, ſed ſolum ſuperfluas res, & damnoſas & irritas, quas etiam philoſophi & ciuitatum inſtitutores, & morum cenſores docent debere vitari, etiam nullo propoſito emolumento, at reliqua conſuetudo efficit non ſolum grata & tolerabilia, ſed etiam iucunda. De incerto fine, quid eſt certum apud homines, niſi hoc nihil certum eſſe? Verum tamen ſi quis reſpiciat ad præmium tam ſingulare eſt, & nobile atque vtile, vt non luſerit operam immeritò, quicunque cum ſpe tam illuſtris commodi, & tam exigua iactura rerum, ac minore periculo ſe huic aleæ experiundæ commiſerit. Cum, ſi quis hoc ipſum adipiſcatur, verè dici poſſit ſummum bonum adeptum eſſe: Non ſolum compos factus diuturnitatis vitæ, ſed cum illa tot voluptatum, quæ in longo tempore percipiuntur ſcientiæ tot rerum, quas non niſi temporis longitudo oſtendere poteſt, tot denique caſus videre tum opum incrementum, quod quaſi certiſſimum eſt in longa ætate & vſu ſapienti & authoritate plena, adeò vt ferme neceſſe ſit ad principatus ſpeciem deuenire qui tamdiu vixerit, tum gloria ipſa incomparabili. Hæc autem maxime accidere neceſſe eſt, quod vt viſum eſt, quanto longior fuerit ætas eo firmiores etiam ſunt illius partes quæ ad mortis tempus appropinquant pari ratione, vt ex tabella prima deprehendere licet, quòd ſi cum hoc ſobolis felicitas accedat, non obſcurum eſt huiuſmodi poſſe dici vltimam hominis felicitatem apud eos, qui humanas res aliquid eſſe putant. Accidunt autem hæc ſponte in ſæculorum renouationibus, cum humanum genus conſumitur, ſeu qui ſuperſunt ob robur, ſeu ex terra geniti, vt dubitat Ariſtoteles, Plato credit, tum ob aëris puritatem, & maximè quòd alterutro modo ex calidis regionibus & ſublimibus locis homines ſeparari neceſſe ſit, tamen etiam ob victus ſimplicitatem, cum in altera ſuperſint ſoli piſces in altera ne hi quidem, vt in Arcanis demonſtratum eſt. Atque etiam ob curarum abſentiam: ſiquidem homine illi gaudent, reges ex agricolis haud dubiè terrarum facti, ac quaſi ſecuri moleſtiarum ad hanc ætatem perueniunt longa ſpatia temporis, & propagandæ ſobolis habentes, vt feliciſſimè viuant, reſtituti ex optimis quibuſcunque aureæ illi ætati, non ſolum ob vitæ ſinceritatem atque ſplendorem, ſed etiam longitudinem ſic appellatæ. Quæ finem habuit dum ſatis (vti cœperunt) è Saturno in vſum traditis: vnde etiam falcis inſigne accepit. Eadem tamen ætate pauciſſimi ex infinitis diutius quam noſtra viuere cœperunt, cæteri omnes minus quam nunc, quòd neque veſtitus corporum ab inundatione parta, neque aëris puritas à ſqualoribus maneret, & edulia multo pauciora eſſent hominibus & incondita.

Propoſitio centeſima octuageſima quarta.

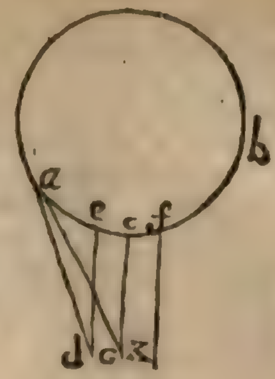
Quæcunque grauia in verticibus aquarum merguntur, in medio verticis primum verſa mergantur.

Hanc proponit Ariſtoteles, ſed non quantũ neceſſarium eſt explicauit, vnius enim quæ-

ſiti, id eſt, primi multiplicem rationem reddit. Sed neque illam perfectè, quod amborum cauſa vna ſit, ac coniuncta, ſic ergo



vortex, cuius extremus circulus a b centrum in aquæ ſuperficie c capacitas vorticis d e, vt aqua feratur per ſpatium d e f g, h x in maiore circulo nauis, aut aliud graue, quod natura ſua non eſſet deſcenſurum (vt falſo exponitur de lapide, nam lapis, nec reuoluitur, nec fertur ad d e circulum intimum, ſed præoccupat ex grauitate ſua fertur in imum) dico quod h k prius circumvoluetur, inde trahetur ad d e, & vbi fuerit ibi deſcendet, ſed ſi leuius ſit neceſſario peruenīet ad c antequam deſcendat. Cum ergo aqua grauis ſit tota, fertur ad circulum d e, vt deſcendat. Sed & quia deſcendit per d e f g, & magis ex centro e, ideo omnes partes circumuicinæ trahuntur ad d e, & ad e centrum ſuperficiei vòrticis, tanquam ad ad centrum, vt deſcendant, atque id primum. Cunque lignum deſcendat partim propria grauitate, partim attractum, ſi fuerit leue corpus, vt pluma, quod natura ſua non deſcendat, neceſſe eſt, vt deſcendat ſola vi attractionis, quæ non eſt tanta in toto d e quanta in e, igitur oportet vt prius perueniat ad e quam deſcendat, quia contra naturam propriam diſcendit vi attractum. Cum verò pars quæ in directo c eſt, velociſſime deſcendat, conantur omnes partes aquæ, quæ circa ſunt deſcendere, & cum non poſſint ſimul peruenire, mouentur ad illud linea, dico quia habent initium in e, circulus autem nullum habet initium, igitur videntur moueri circulariter. Sed cum in circulo partes à centro moueantur, velocius mouebuntur, velocius in elica a b quàm l m, & l m quàm n o. Et ob has duas cauſas mouebuntur velocius partes quæ ſunt circa c, quàm diſtantes ab eodem, tum quia in medio, tum quia tardius mouentur motu elice. Declaratum eſt enim ſuperius quod vnus motus in eodem mobili alium impedit & retardat. Cum ergo h K ſit in ſpatio a b l m & aqua rapiatur motu, dico ad d e mouebit ad d e, & motu dico qui videtur circularis, nam mouetur motu eius à quo ſuſtinetur. Mouetur etiam ad d e, quoniam pars illa eſt humilior, nam ſemper deſcendit, omne autem quod mouetur partim eſt in termino, à quo, partim ad ad quem, ideo partim iam aqua illa cum deſcendat humilior eſt locus, igitur nauis ad illum locum feretur. Tertio, quia latus x impellitur, in maiore circulo: ideo ma-

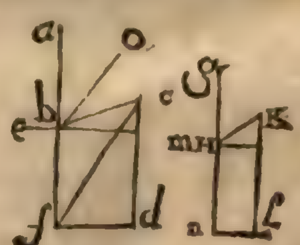


iore impetu quàm h, quare deſcendet & circulo mouebitur, nam ſi h quieſceret palam eſt, quod nauis circulariter moueretur, ſed h fungitur vice quieſcentis, quia tardius mouetur quàm x, igitur x mouebitur ad d e & motu circulari aut participe eius. Quarta cauſa eſt, quoniam h cupit deſcendere, vt graue: ergo ferri vbi minus impediatur à motu violento, at minus impeditur in circulo, de qua a b, quia a b cum maioris ſit ambitus aqua in eo vlterius fertur quam in d e, ob hæc omnia & in mari & fluminibus ac lacubus cum naues fuerint in ambitu vorticis iam rapiuntur ad illum, & circulari motu, iſque motus eſt indicium ſubmerſionis, quoniam indicat aquam, ibi propè deſcendere recta verſus centrum, & ob id prudentes nauæ magna vi ventorum & remorum ſæpe ſeruant ſe, præoccupantes motum elicum recto motu. Cur autem aqua quæ eſt in a, non potius feratur per obliquam lineam ad d vel g, quam ad e vel c inde ex illis ad d vel g, præſertim cum adſit breuior a e & e d & a g breuior a e & c (vt docet Euclides) cauſa eſt quia aqua quæ deſcendit per e d & c g maiore impetu deſcendit quàm per a d vel a g vt demonſtratum eſt, ergo non poterit quæ eſt in e d vel e g loco dimoueri, nec cedere aquæ per obliquam lineam deſcendenti.

Propoſitio centeſima octaua quinta.

Cur homo ſedens quanto altius ſedet, & quanto magis crura ad femora & femora ad pectus reclinata habet, facilius conſurgat, cum tamen hæc oppoſito modo inuicem ſe habeant, declarare.

Huius ſecundam partem Ariſtoteles in Com.

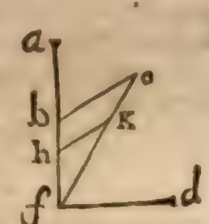


Mechanicis propoſuit; ſed neque ſub adiecta dubitatione, ſedens n altius a b pectus b c femur

b c femur, c d crus eiuſdem vel æqualis, pectus g h, femur h κ, crus k l longior b f quam h n facit, vt facilius ſurgat a b c d quam g h κ l, & tamen anguli a b c & b c d ſunt maiores g h κ & h κ l, quinimo cum volumus ſurgere contrahimus c d & κ l prope & e regione a b, igitur patet ratio ſecundi, propior n eſt c d ipſi a b quanto angulus a b c minor eſt, qui æqualis eſt b c d. Cum ergo quanto propior eſt c d ipſi a b eo facilius ſurgat, quoniam particeps magis diſpoſitionis per quam ſurgit, propior autem quo anguli ſunt acutiores ideo facilius exurgit homo, quo contractiora ſunt crura, & anguli femorum ad crura & pectus minora. Huculque Ariſtoteles & bene.

Sed cur rurſus contractiora dũ ſunt crura, homo facilius exurgit. Proponantur c f contracta ad perpendiculum, & inclinetur b a in o vt fiant b o & f c e qui diſtantes, ita enim commodius ſurgimus: nec aliter qui ſunt imbecilliores: quia ergo b eſt in directo f, ideo muſculi femoris inferiores ob crus, & ſuperiores ob pectus ſunt magis tenſi & anteriores cruris itidem, ideo maiore vi trahunt particulam. Vnde manente fixo f & capite etiam & pectore grauitate ſua adiuuantibus, facilius homo exurgit quam ad latos angulos cum contractio, vt dixi, muſculorum & inclinatio partium ſuperiorum fiat maior.

Rurſus pro prima parte problematis, dico quòd quanto altior eſt b f tanto facilius exurgit, nam ſupponatur angulus reflexionis a h e æqualis a h e æqualis à h c, & b c k æqualis h κ f, igitur cum b f ſit breuior b f, erit h κ breuior b c & f k, f c quare b c femur, & f c crus erunt violentius extenſa quàm in ſitu h κ, κ f ergo, muſculi facilius erigent ſedentem altiore loco quàm humiliore, quod erat demonſtrandum.

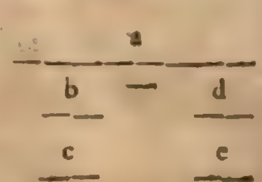


Propoſitio centeſima octuageſima ſexta.

Bi fuerit proportio primæ & ſecundæ quantitatis ad tertiam, vt primæ & quartæ ad quintam, fueritque quarta ſecunda maior, erit proportio quartæ ad quintam maior quàm ſecundæ ad tertiam.

Quod ſi fuerit maior quartæ ad quintam quàm ſecundæ ad tertiam, neceſſe eſt quartam ſecunda eſſe maiorem.

Com. Sit proportio a & b ad c, vt a & d ad e ſitque d maior b, dico maiorem eſſe proportionem d ad e quàm b ad e, quod ſi maior ſit proportio d ad c quàm b ad e. quod ſi maior ſit proportiò d ad e q uàm b ad c, dico d eſſe maiorem b. Quoniam enim eſt d eſt maior b



ad d eſt maior a b per communem animi ſententiam, igitur cum ſit proportio a d ad e vt a b ad c erit e maior c igitur minor, proportio a ad e quam a ad c, at proportio totius a d ad e eſt æqualis proportioni a b ad e, igitur ex communi animi ſententia maior proportio d ad e, quam b ad c. Rurſus, ſi maior eſt proportio d ad e quam b ad c, igitur per communem animi ſententiam maior eſt a ad e quàm a ad c, igitur e maior quàm c, ſed d maiorem habet proportionem ad c quàm b ad c, igitur d maiorem quàm b.

Per 14. quinti Elem. Per 8. eiuſdem. Per 10 quinti Elem Per eadem ſæpius repetitam.

Propoſitio centeſima octuageſima ſeptima.

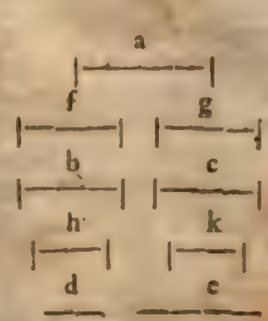
Si eiſdem viribus & eadem proportione cum auxilio ponderis tertij, quartum pondus moueatur quibus ſecundum auxilio primi, neceſſe eſt quartum pondus tardiùs & maiore cum difficultate moueri quàm ſecundum.

Maneat prior figura, & ſint vire aquæ cum pondere b moueant c pondus, & cum d pondere eædem vires ſub eadem proportione moueant e, ſi autem pondus d maius quàm b, dico e tardius & difficilius moueri quàm c. Nam ex præcedente e erit maius quàm c, & proportio d ad e maior quàm b ad c, & proportio a ad e minor quàm ad c, tum ergo propter vectem magis preſſum, tum quia d non mouet e, niſi motum ab a, neceſſe eſt vt tardius & maiore cum difficultate admoueat e quo a b mouet c. Et ideo eo perueniri poterit abſque dubio, vt a b moueat velociter e & a d, nullo mouente. Quia hoc accidit cùm d non mouet c niſi quia motum ab a. Com.

Propoſitio centeſima octuageſima octaua.

Si vires aliquæ moueant cum ponderibus aliqua pondera, vt compoſita proportio ſit eadem proportioni virium & duorum ponderum mouentium aggregatum æquale duorum ponderum, vbi maior fuerit partium inæqualitas, ibi erit maior difficultas.

Com. Sint vires a, & aggregatum ponderum b c & d e æqualia, & a cum f & g moueat b & c ſub proportionibus componentibus eandem proportionem, quam componunt proportiones a & h mouendo d & a, & k mouendo e, & ſit maior differentia ponderis ad d quã e ad b, dico quod maiore cum difficultate mouebuntur d & e quàm b & c. Nam cùm differentia e & d ſit maior quàm c & b, & d e & b c ſint æqualia, erit e maius c, igitur e difficilius mouebitur ab a & k quàm c ab a & g, Iidem quia e tanto maius eſt c, quanto b maius eſt d, &



Per præcedentem.

proportio a k ad e & a h ad d, conficiunt proportionem a g ad c & a f ad b, erit vt motus d e ſint tardiores & difficiliores motibus b c, per regulam dialecticam, nam difficultas motus e ſupra difficultatem motus c, eſt maior quam difficultas motus b ſupra difficultatem motus d, igitur difficultas motus d & e, maior eſt difficultate motus b & c, quod erat demonſtrandum.

Propoſitio centeſima octuageſima nona.

Si pondus minus ad longitudinem maiorem ſub æquali proportione coaptetur, facilius deorſum trahetur quàm quod maius eſt & propius.

Sit ſitula aquæ f annexa tigno in e & ad



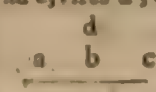
Per 45. Propoſ. ſup. 109.

minuendũ põdus addatur ex aduerſo e longius ſeu vincatur pondus a, dico quod commodius erit quã ſi æquale ad grauitatẽ addatur b proprius in e, nã quia b æquipõderat in d vt a in e, & homo trahens ex e plus poteſt quã ex d, igitur facilius trahet ex e quã d. Et quoniã graue minus ponderat quanto magis diſtat à medio, licet moueat magis, ergo inclinatum ad medium, cum ergo moueatur velocius ex e quam d, & ſemper velocius deſcendendo in comparatione a g h, igitur ſemper magis & magis velociter ex e quàm d vt ſit duplex incrementum & comparatione c e ad c d & deſcenſus ad deſcenſũ in vtroque & ſimiliter in reditu, quia facilius impelletur ſurſum e quàm d per primam rationem.

Propoſitio centeſima nonageſima.

Si fuerit primum graue minus ſecundo, & ſecundum minus tertio, proportio autem primi ad ſecundum multo maior quàm ſecundi ad tertium, poſſibile erit propoſitis viribus eiſdem addere pondus ſecundo, vt ipſum & tertium moueantur facilius ab eiſdem viribus, & primo vel ſecundo quam antea.

Sit a pondus minus, c maius, proportio a ad b multo maior quam b ad c, vires d, & d cum a moueat b & cum b moueat c, dico quòd poterit addi pondus ad b vt d cum a moueat b, & d cum b moueat e maiore facilitate componendo proportiones quam antea: Cum enim fuerit proportio d b ad c minima, quantumcunque moueatur b facilè ab a d plus refert difficultas c moti a b d: igitur cum addito pondere dimidio quod a ſuperat b omnino vinciat ad ipſum b, cum eo quod additum eſt, & tanto minor ſit difficultas motus c a b d cum pondere addito, ſequitur vt minor ſit difficultas motus b cum pondere addito a b a d, & motus c a b cum pondere addito & d quàm b & c a b a & b cum viribus d. Per 188. Per 187.



Ex hoc patet quod qui interpretati ſunt Ariſtotelem, cum non poſſit nec intelligi nec demonſtrari, fucum fecerunt legentibus: nihilominus hoc illis debemus, quod ſi Phrynis non fuiſſet, Timotheus non fuiſſet, nam niſi illi quod ſciuerũt protuliſſet in medium, ego forſan aut illa non intellexiſſem aut neglexiſſem. Itaque & reliquas habes a nobis expoſitas licet non adeò diligenter, & modum huiuſmodi exponendi. Subiiciemus autem & hanc, vt obiectæ quæſtioni, quantum nerui ſit (ſi penitus quis res ſequi velit non addictus nimis authoritati veterum vt pedem figere velit, vbi illi res vix tactas reliquerunt) intelligamus Quæſt. 18.

SCHOLIVM.

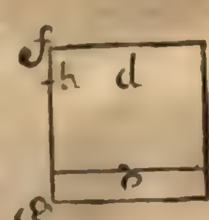
Vocatur autem hæc proportio auxiliaris. Cumque fuerit æqualis d & a ad b vt d & b ad e, dicetur auxiliaris æqualis.

Propoſitio centeſima nonageſima prima.

Cum fuerint duo pondera vires duxeriſque aggregatum ex viribus & minore pondere in maius, addideriſque inſuper quantum eſt productum dimidij virium in ſe latus aggregati detracto dimidio virium, dicetur pondus auxiliare æqualis proportionis.

Sint pondera b minus, c maius, & ducatur aggregatum- Com.

a
b K c



ex a viribus & b minore pondere in e, & ei addatur quadratum dimidij à dico

dico quod radix ſeu latus huius detracto dimidio a eſt pondus auxiliare æquale, ſit productũ a b in e ſuperficies & quadratum dimidij a ſit e, ita quod tota d e ſit ſuperficies quadrata, cuius latus ſit f g: f h autem dimidium a dico h g eſſe pondus auxiliare æquale. Quia enim f g quadratum eſt æquale quadratis g h, h f & duplo g h in h f & quadratum f h eſt æquale e ſuperficiei, erit quadratum h g minus ſuperficiei d in duplo g h in h f, quare productum a b in c erit æquale quadrato g h in ſe & a, nam duplo g h in g f & iam duplum g h in h f eſt æquale producto g h in a, quia a eſt duplum h f, igitur qualis eſt proportio a b ad g h, talis g h & a ad c igitur per definitionem datam g h & quantitas grauitatis auxiliaris, æquale,

Per 4 primi Elem.

Per 16. ſexti Elem.

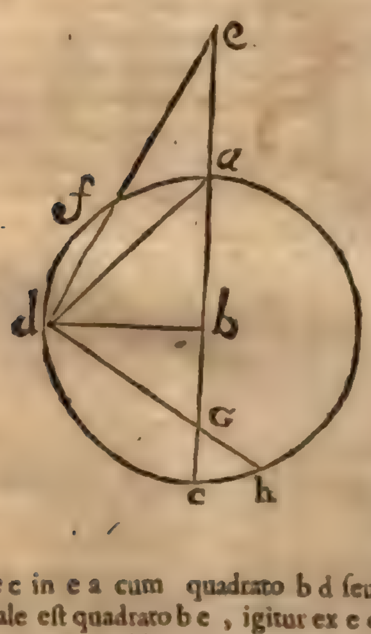
Cor. 1. Ex hoc manifeſtum eſt, quod ſi fuerit datum pódus tertium auxiliare, quod ſciemus qũantum addendum vel detrahẽdum vt fiat pondus auxiliare æquale, nam inuenta g h ſi fuerit k maior addemus quod deficit, & ſi minor quàm k detrahemus ex k quod eſt ſuperfluum.

Cor 2. Prop. 187. Et rurſus inuenta g h vt perficiamus pondus æquale, augebimus aliquantiſper, vt fiat æqualis ad vnguem difficultas in motu: iuxta doctrinam ſuperiùs datam.

Propoſitio centeſima nonageſima ſecunda.

Si ex medio diametri linea ad perpendiculum erigatur ad circuli peripheriã: ex eo puncto autem quotlibet lineæ ducantur ſeu intus ad circumferentiam vſque, ſeu extra ad diametrum, erit proportio totius lineæ ad totam, velut mutuo partis ad partem.

Com. Ex media diametro a c. i. centro b, ducatur ad perpendiculum b d, & ex d lineæ d a d e d h, dico d e ad d a, vt d a ad d f, & d h ad d a vt d a ad d g, & d e ad d h vt d h ad d f. Quia n quod fit ex d e in e f, æquale eſt ei quod ex e c in a, quod verò



ex e c in e a cum quadrato b d ſeu b a æquale eſt quadrato b e, igitur ex e d in e f cum quadrato d b æquale quadrato b e, ex

Per 36. tertij Elem.
Per 6. ſecundi Elem.

d e igitur in e f cum quadratis d b & b a æquale quadrato d e. Quadratis autem a b & b d æquale quadratum d e: igitur ex d e in e f cum quadrato d a æquale quadrato d e. At quadratum d e æquale eſt his quæ ex d e in e f, & f d, igitur detracto communi ex d e in e f, erit quadratum d e æquale ei quod ex d e in d f, igitur d e ad d a, vt d a ad d f. Similiter quod fit ex h d in d g, æquale eſt ei quod fit ex h g in g d cum quadrato d g, at quod fit ex h g in g d eſt æquale ei quod fit ex c g in g a, erit quod fit ex c g in g a cum quadrato d g æquale ei quod fit ex d h in d g. Quadratum autem d g eſt æquale quadratis d b, b g igitur d h in d g æquale eſt ei quod fit ex g a in c g cum quadratis b d b g, at quod fit ex a g in g c cum quadrato b g eſt æquale quadrato b a igitur quod fit ex d h in d g eſt æquale quadratis d b, b a quæ ſunt æqualia quadrato a d igitur quadratum a d eſt æquale ei quod fit ex h d in d g, quare proportio h d ad d a vt d a ad a g. Quia ergo proportio d e ad d a vt d a ad d f, & d h ad d a vt d a ad d g, erit d e ad d h vt d g ad d f.

Per 47. primi Elem.
Per eandem.
Per 2 ſecundi Elem.
Per 17. ſexti Elem.
Per 2. ſecundi Elem.
Per 35 tertij Elem.
Per 47. primi Elem.
Per 5. ſecundi Elem.
Per 17. ſexti Elem.
Per 16. & 17. ſexti Element.

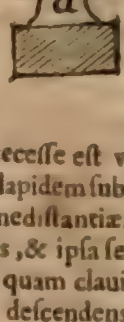
Com. Vnde manifeſtum eſt omnes has lineas in ſuam interiorem partem ductas rectangulum conſtituere æquale quadrato quod circulo eidem inſcribitur.

Propoſitio centeſima nonageſima tertia.

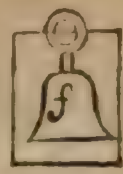
Rationem ponderis triplicem explicare.

Com. Propoſ. 28. & 58. Quæſt 19. Mechan.

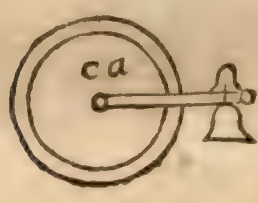
Superius declaratum eſt quod id quòd quieſcit, habet motum occultum. Quærit autem Ariſtoteles cur ſecuris pondere preſſa non diuidit lignum, minore verò ſed moto ſed modo diuidit? Diximus motum ineſſe qui perpetuo augetur, indicium eſt, quod ſi ex a deſcendat, maiorem facit ictum, quoniam plurimus aër coadiuuat; ex d autem occultum ſolum, & eum qui fit ratione grauitatis, medium ex mediis locis. Omitto modo de motu aucto per vim humanam, de quo videtur quærere Ariſtoteles, quilibet enim aër addit ſuper motum iam acquiſitum & fit hoc argumentum centies ac millies maius; quoniam m eſt qui diuidit, pondus autem non penetrat. Sicut ergo cuneus magis diuidit lignum quam claua, ita quod mouetur ſine proportione (vt ita dicam) non ſolum ob impetu neceſſe eſt vt vehementer diuidat lignum aut lapidem ſubiectum, & non in proportione diſtantiæ. Sicut ſi pondus in forma ſecuris, & ipſa ſecuris diuidit longe magis ligna quam clauis maioris ponderis & maiore vi deſcendens: ita pondus motum quam immotum. Hoc adeò perſpicuam habet cauſam, vt quanto plura verba adderentur, eo redderetur res difficilior.



difficilior. Habet ergo propriam ſolum grauitatem & motum occultum. Cæterum eſt tertium, genus medium, cum idem pondus appenſum eſt, velut f quod dico eſſe maius & minus occultum quam ſi iaceret in plano, quoniam ſicut tuber & cauitas in qua



iacet ſimul tempore ſunt, natura tamen tuber eſt priùs cauitate, ita pondus appenſum prius eſt, contrà mixum vinculi natura & quodammodo tempore, ſemper enim grauat, & illud ſemper reſiſtit ſupra illius grauitatem: Sed pondus quod eſt in plano occultam omnino habet actionem bifariamque diſtinguitur a pondere ſuſpenſo: Primum quòd pondus quod quieſcit & contra intendi principium ſimul non ſolum ſunt tempore ſed etiam natura. Sed in appenſo, vt dixi, pondus prius grauat quam vinculum contranitatur. Secundò, quia pondus in plano non inchoat motum ſed pendens inchoat, ideo quòd eſt in plano habet prorſus occultum, quod pendet non:& ſi ſit lignum eiuſdem molis & duritiei cui appenſum ſit f & cui inſideat, magis atteretur id cui appenditur,& priuſquã cui inſidet. Cæterùm quod ad grauitatem attinet æqualia ſunt, nam aër in vtroque pellit deorſum, ac magis quod quieſcit in plano: ſolum enim planum reſiſtit, in pendulo onere etiam aër ſuppoſitus, quo fit vt quod pendet, minus graue ſit. Sed æqualia videntur.



Propoſitio centeſima nonageſima quarta.

Proportionem ponderis longioris in medio ſuſpenſi ad breuius illi æquale & in medio ſupenſum, declarare.

Quæſt. 17. Hanc generaliter propoſuit Ariſtoteles in Mechanicis, oſtenditur enim quod ſi a b in e, & d e in f æqualia pondera in medio ſuſpẽdantur, quod grauius erit a b quam d e. Et hoc eſt certum quia a & b extrema plus diſtant ab hypomochlio. Sit igitur g h reſecta æqualis hiccinde d e, pondus eſt æquale a b, erit g h minus pondere d e in κ, igitur per communem animi ſententiam κ eſt æquale vero ponderi a g & h b, igitur cum a g & h b plus ponderent in ſitu ſuo quam in ſitu d e, patet propoſitum quoad Ariſtotelem attinet, ſcilicet quod a b eſt grauior d e.



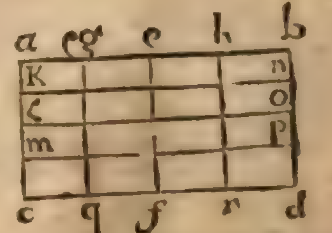
Vt modò oſtendam proportionem, erit proportio h b ad g h vt ponderis h b ad totum pondus g b, eadem ratione a g ad g h vt ponderis a g ad totum a h, a h autem eſt æqualis g b & a g æqualis h b ex communi animi ſententia, & pondus a h æquale ponderi b g. quia ſunt æquales & in eodem ſitu: igitur a g, h b ad g h, vt ponderum a g h b ad pondus g b. Et ita patet quod quanto longior eſt a b in comparatione ad d e, tanto a g & h b in comparatione ad g h, igitur tanto maior proportio ponderum a g h b ad pondus a h, rurſus eſt tanto maius quanto a b eſt longior per demonſtrata in prima parte igitur multo maius eſt pondus a g h b, quanto longior a b in comparatione ad d e. Per. 91. huius.

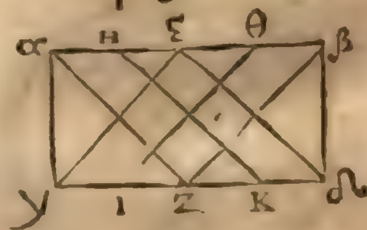
Exemplum ſit ponderis a b 12. ponderis longitudinis pedum quatuor, d e pondus 12. longitudinis duorum pedum, erunt igitur a g, g e, e h, h b vnius pedis ſingulæ. Et quia a g & b h ſunt dimidium g h erunt ambæ pariter æquales g h & ideo põdus a g h b æqualia g b ponderi, ſed pondus g b eſt librarum nouem, quia g b eſt dodrātus a b, igitur tota a b eſt ponderis quindecim, nam g h eſt ponderis ſex, eſt ergo pondus a b quadrante maius d e.

Propoſitio centeſima nonageſima quinta.

Si lectus fiat dupla longitudine ad latitudinem melius ſuffulcietur reſtibus ex medio ad angulos, & eis æquidiſtantibus quam ſecundum longitudinem & latitudinem.

Hæc proponitur à Philoſopho in mechanicis, & dico quod ſi a b ſit dupla a c, & αβ αγ dupla, & diuidantur a b a c αβ αγ in quotuis partes æquales inuicem, nam ſupponitur a b æqualis αβ & a c æqualis αγ, & ducantur rectæ lineæ decuſſatim & ad rectos angulos, Com: Quæſt. 15.





& ſecundum id ſtantuantur reſtes, quod decuſſatim poſitæ vtiliores erunt, omitto quod decentius ob ſpatiorum minorem differentiam. Adducam ſolùm tres Philoſophi rationes: prima, quoniam ligna non adeò facilè finduntur nec incuruantur tranſuerſim tracta,

tracta, vt recta & ſecundum longitudinem, Et ideò longe plus durabit $\alpha\beta\gamma\delta$ quam a b c d, & cum ſpondis rectoribus, & ideò etiam cum teſtibus magis intentis: & erit firmior & pulchrior. Secunda ratio eſt, quod cum teſtes in ſecunda conſtitutione æquales inuicem ſint, in prima quæ ſecundum latitudinem duplæ, quæ longiores erunt magis laxabuntur tranſuerſalibus, & ita turpiores & incommodæ breui reddentur, & in ſecunda conſtitutione æqualiter ſuſtinebunt pondus & reuolutionem cubantis, tum ob æqualitatem longitudinis inter ſe, tum ob ſitum ſimilem inter ſe, tum ad humanum decubitum diſſimilem, nam (vt oſtenſum eſt) id præcedenti magis grauat pondus in extremis quam in medio, & magis laxantur ob id quod ſunt ſecundum eundem ſitum. Et hanc cauſſam expoſitores non intellexerunt multi, multo minus tertiam, in qua faciunt demonſtrationem Geometricam & computant rem numeris. Deinde non animaduertunt quod in ſecunda figura aſſument quinque lineas, cum in prima tantum aſſumpſiſſent quatuor. Peius omnibus eſt quod demonſtratio hæc cum de trãſuerſis ad magis trãſuerſas lineas ſit, non eſt ad propoſitum Ariſtotelis: qui in duabus primis rationibus tranſuerſas comparauit his, quæ à latere ad latus & à capite ad caput deducuntur, ita vbi trifariam decepti ſunt, ibi maxime gloriantur. Miſerum nunc philoſophandi genus: voluntque ſupercilium eſſe loco doctrinæ. Sint igitur lineæ ductæ vt vides, dico omnes pariter acceptas in prima figura, eſſe longiores omnibus pariter acceptis in ſecunda figura, quod intendit de-

Per 34 primi Elem. monſtrare Ariſtoteles. Oſtenſo ergo de duabus, idem ſuppoſito numero æquali de omnibus conſtat. Demonſtandum eſt ergo a b & g q maiores eſſe $\alpha\zeta$ & $\zeta\beta$, nam $\alpha\gamma$ & $\gamma\zeta$ ſunt æquales & $\zeta\delta$ & $\zeta\beta$ ex ſuppoſito, quare $\alpha\zeta$ & $\zeta\beta$ æquales ſunt poteſtate qua-

Per 47. primi & 4. ſecundi Elem. drato, $\alpha\beta$ igitur ambæ iunctæ lineæ mediæ inter duplum $\alpha\beta$ & ipſam $\alpha\beta$, quadratum enim $\alpha\zeta$ & $\zeta\beta$ coniunctarum eſt duplum

Per 17. ſexti Elem. quadratis vniuſcuiuſque earum pariter acceptis, velut & quadratum mediæ inter duplum $\alpha\beta$ & ipſam $\alpha\beta$, ad quadratum

Per 4. ſecundi Elem. coniunctæ ex a b & a c eſt æquale duplo quadrati a b cum quadrato a c, igitur ſuperat duplum quadrati $\alpha\beta$ in quadrato

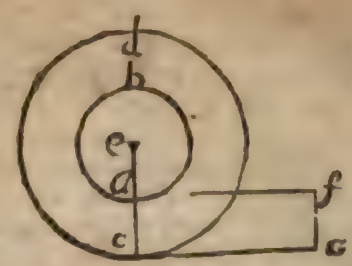
Per eandem. a c, ſed quod poteſt duplum quadrati $\alpha\beta$ eſt aggregatum $\alpha\zeta$ & $\zeta\beta$, igitur a b & ad

Per eandem. ſunt longiores iunctæ $\alpha\zeta$ & $\zeta\beta$ quia poſſunt eo plus quantum eſt quadratum a c.

Propoſitio centeſima nonageſima ſexta.

Si duo circuli ſuper eodem centro eodem motu tranferuntur, æquale ſpatium ſuperant.

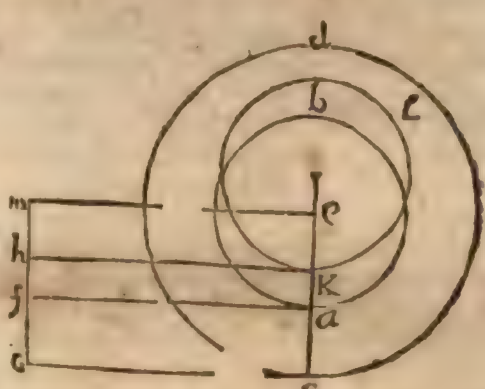
Com. Sint duo circuli a b, c d ſuper eodem centro e qui tranſferantur ſuper axe per ſpatium c g dum reſoluitur c d, tum ergo a erit in f, quia c d contingit planum c g, igitur e c eſt ad perpendiculum c g, ergo punctum a eſt in a f æqualis c g, igitur a b circulus ſolum reuolutus eſt ſemel, & tantum perambulauit ſpatij quantum c d & æquali velocitate, cùm tamen ſeorſum ſit proportio ſpatij



Per 18. tertij Elem.

Per 14 primi Elem.

ad ſpatium vt circuli ad circulum. Hæc eſt ſubtiliſſima quæſtionum propoſitarum a b Ariſtotele in mechanicis, quam ſic quidam ſoluunt. Supponunt duo: primum ſi quid ad aliquo mouetur nihil conferens ad illum motum, ex ſe ipſo per tantum mouebitur ſpatium, per quantum ab illo motore mouebitur: Secundum eadem potentia in eodem tempore diuerſo modo duo mobilia mouebit æqualia, cum vnum Quæſt. 25.

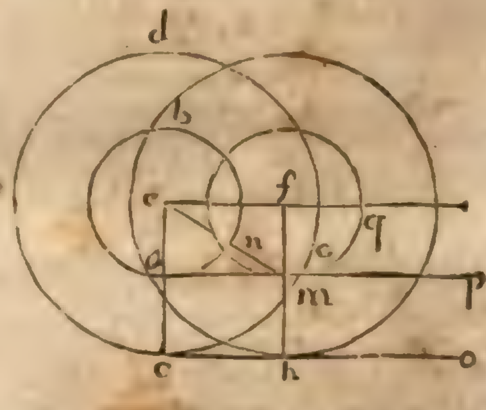


motui aſſentietur aliud non, quod ſi hæc mobilia ſeiuncta fuiſſent, quod aptitudinem haberet ſeiunctum velocius moueretur, quàm dum coniunctum eſt. Cum ergo inquiunt circulus c d moueatur ab a b circulo, nec conferat quicque ad motum, ideo tantum tranſibit ſpatium c d quantum a b per primum ſuppoſitum. Sed quoniam propoſito circulo alia non circa idem centrum, vtpote k l reuoluetur & perueniet ad h ex demonſtratis. Reſpondetur ad hoc, quod idem eſt, quia vnus circulus tantum per ſe mouetur circa centrum, reliqui omnes non per ſe circa centrum; ſed ab alio circulo primo mouentur, ideò nihil refert ſeu ſint circa idem centrum ſeu circa aliud, hoc enim fortuitum eſt. Ideo ad argumentum reſpondent cauilloſam eſſe hanc diſputationem, cum ſupponat idem ambobus circulis per ſe centrum eſſe. Sed non eſt per ſe, verùm per accidens. Attamen demiror de huiuſmodi ſolutione. Primum quod ipſemet Ariſtoteles de hoc nos docuit in primo Poſteriorum dicens. Non eſt igitur ex vno in aliud genus tranſcendentem demonſtrare, vt Geometricum Arithmetica. Et Auerroës in Commento magno inquit, ea verba exponens Fieri non poteſt, vt demonſtratio tranſferatur

transferatur de arte in artem. Et ibidem docet, quod neque vt ambæ præmiſſæ ſint communes, neque etiam maior tantum, ſicut exponebat Alpharabices. Verùm dicit ſolum licet, in artibus, quæ ſunt in comparatione generis ad ſpeciem, vt ſit concluſio veluti phyſica maior propoſitio, in ſubiecta ſcientia veluti medicina. Vnde concludit Philoſophus. Propter hoc Geometriæ non licet demonſtrare quod contrariorum vna eſt ſcientia: ſed neque quod duo cubi cubu, neque alij ſcientiæ quod alterius: niſi in his quæ ita inter ſe habent vt altera ſub altera ſit, veluti perſpectiua ad Geometricã, & harmonica ad Arithmeticam. Et poſt docet quod etiam non licet demonſtrare ex communibus: hæc igitur ratio eſt ex alienis genere atque communibus. Quid, quòd non ſoluit difficultatem quæ mathematica tota eſt & innititur manifeſtis principiis. Debuit enim oſtendere quomodo tardius moueatur circulus maior ipſo minore hoc ènim eſt neceſſe ſi eodem tempore debent æqualia ſpatia pertranſire. Accipiamus ergo quod manifeſtum eſt, ſcilicet vectionem eſſe hanc in qua e centrum perpetuò per æquidiſtantem lineam fertur in m, nullum autem circulum progreſſus centri eſſe cauſam, niſi vt rota mouet currum & currus axem, reuolutio ergo rotæ efficit vt ſpatium c g pertranſeat rota, & ideo motus ille circularis non eſt, quia circularis motus fit manente centro, ſed eſt circulus progrediens vel vt & punctum erat in circulo, hoc eſt diſcrimen quòd puncta, variantur centrum autem non. Dico ergo vt melius intelligas quòd talis motus eſt velut famulorum fabrorum qui rotam circunducant domum impellentes, talis enim motus, eſt rectus, & eſt impulſionis non autem circularis. Et ideò omnia puncta æqualiter mouentur, & per æquale ſpatium, accidit autem vt hic motus fiat circunuertendo, ſicut etiam ſi traheretur fune. Et ſi quis obiiciat quod hæc reſponſio eſt eadem cum illa quæ tribuitur Ariſtoteli, dico quod non, quia in illa ſupponuntur duo falſa, vnum quod principium motus aliquando ſit in c d, aliquando in a b, quod pro ſecunda parte falſum eſt: nam nunquam principium poteſt eſſe in a b, nam ſi intelligamus de modo motus, non mouetur nec a b nec c d motu circulari, quoniam (vt dixi) motus eſt vectio, ſeu tractio, non circularis. Sin autem de cauſa motus rotæ illa eſt in circulo ſemper maximo, ſcilicet c d & non a b. Et cauſa erroris horum fuit duplex: cum enim ſcirent hanc rationem, dubitarunt an circulus c d motus eſſet potius cauſa motus circuli a b, an contrà, ideò protulerunt ambos, ſicut illi quibus ſublata eſt res aliqua, vt non errent, dicunt hic, vel hic ſubripuit rem meam. Secunda fuit, quia neſciuerunt diſtinguere inter motum per circulum & motum circularem, cum ſit magnum diſcrimen: motus enim rotæ eſt per circulum, quia per circumferentiam eius, quæ eſt circulus, non autem circularis. Et ſi ſuperius appellauerim circularem, cum diſtinxi in triplicem motum ſphæræ circumuolutionem, tunc non curaui de verbis, quia verba tum non erant cauſa erroris.

Ex hoc patet vnum, quod eſt difficilius, Com.
ſcilicet quia certum eſt, quòd tam c d quàm a b mouentur ſuper rectas, & ita vt ſingula puncta c d tangant ſingula puncta c g, & a b ſingula puncta a f, & tamen c d circumferentia, aut non eſt æqualis rectæ c g, aut circumferentia a c non eſt æqualis rectæ a f, aliter ſi ambæ circumferentiæ ambabus rectis eſſent æquales, cum rectæ ſint æquales, vt demonſtratum eſt eſſent circumferentiæ etiam a b & c d, æquales maior minori, quod eſt impoſſibile. Non ergo valet argumentum, iſte circulus circumfertur ſuper rectam aliquã, ita vt cum redit ad idem punctum rectam perambulauit ad vnguem, ergo illius peripheria eſt æqualis illi rectæ.

Melius ergo fuiſſet huius reddere ratio- Com.
nem, in quo eſt tota difficultas, nam illa (vt dixi) de motu circulari nulla eſt, ſi quis tam penitus introſpiciat. Sit igitur vt rotæ axis e, tranſeat in f, & quia e a & f g æquales ſunt a centro ad circumferentiam, & a g æquidiſtans b c, erit per demonſtrata punctum g in linea f h, & ponamus quod punctum fuerit m, quod tranſlatum, & retro reuolutum peruenerit ad h, & ſecet e m a b circulum in n, dico quod n eſt punctum g, in quod etiam eſt animaduertendum de ſtupore horum ſcribentium, nec aduertentium quod puncta circulorum a b & c d retrocedunt, verſus a & c, & non verſus o & p, & hoc, eſt quod decipit illos.



Quia ergo m eſt h & e f, igitur cum n ſit in linea e m, erit in linea f h, ſed n eſt etiam in circulo a b, igitur cum nullum ſit punctum aliud in linea f h, & circulo g q, quam g eſt n communis ſectio, igitur n peruenit in g. Vides ergo quod m retroceſſit per angulum m g h, autem anteceſſit per angulum n g f, qui eſt æqualis angulo m g h, Ex quo liquet cauſa dictorum, & quod non intellexerunt quæſtionis fundamentum cum ferantur ſingula puncta in vna reuolutione æqualiter cum centro motu recto? & motu circumuolutionis ſunt immobilia, quia tantum retrocedunt in vna medietate, quantum procedunt in alia.

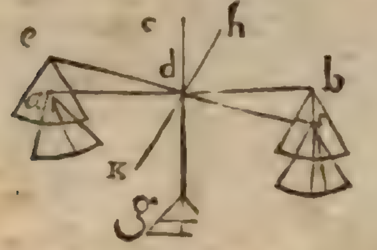
Propoſitio centeſima nonageſima ſeptima.

Cur lances ad locum ſuum ſuſpenſi redeant impendentes non, demonſtrare.

Aliàs

Com. Quæſt. 7. Mechan.

Alias cum viderem apud Ariſtotelem & eius expoſitores hoc problema non ſum auſus, quia ex propriis non mihi occurrebat demonſtratio, rationem reddere, at confecta dialectica ſtatim apparuit modus. Sit ergo libra a b appenſa ex trutina c d, & ſit per



pondus educta loco e f, & ſublato reuertitur ad locum priorem: Et rurſus eadem ſi immineat g d ſuſtentaculo non mouetur: igitur palam eſt quod in trutina d e grauior eſt quam d f inſiſtens g d, non eſt adeo grauis, aut omnino non grauior. Neque poteſt id accidere quod in primo caſu angulus e d c acutus, ſit in ſecundo obtuſus, nam ſi ob angulum e d c acutum deſcendit in primo caſu e, in ſecundo caſu deſcendet f, quia pariter f d g acutus eſt, & æqualis e d c, hoc autem non contingit. Mira ne dicam ſtultitia an audacia eorum, qui nihil intelligentes auſi ſunt, hæc pertractare, ſperantes in tot ſæculis nullum futurum, qui ignorantiam ſuam & impoſtura depræhendat, dicunt enim quod in primo caſu producta quadam recta ad perpendiculum, & quę ſit h K maiorem reddi d e quàm d f, neque quomodo id fiat oſtendunt, & ſi (vt dixi) maior ſit quam d f in primo caſu maior d f quã d e in ſecundo caſu: ergo ſi in primo caſu d e deſcendit, in ſecundo deſcendet magis d f, at hoc non accidit ſed ſtat. Oportet igitur hoc eſſe principium ex Dialectica, quod oſtendat e grauiorem eſſe f in primo caſu, in ſecundo non eſſe grauiorem, aut leuiorem, vt neque ad angulum refugere poſſimus. Ergo ſupponere oportet quæ manifeſta ſunt, e eſſe grauiorem f, aliter enim non deſcenderet: non prohiberi autẽ in primo caſu motum prohiberi in ſecundo aliter vel grauior fieret f, vel maneret eadem grauitas: ſiquidem manet grauitas, nec impediretur deſcendere e in ſecundo caſu, vt in primo, at non deſcendit. Si grauitas mutaretur, igitur f deſcenderet ſecundo caſu magis quã in primo. Quod ſi dicas non tanto fieri grauiorem, igitur f magis depreſſa deſcendet ſaltem, at nunquam deſcendit, igitur grauior eſt ſemper e quàm f, ſed in ſecundo caſu impeditur motus non in primo. Cauſa grauitatis eſt, quoniam d eſt centrum grauitatis, quia medium, igitur cum c & d conſpirent contra f, neceſſe

Propoſ. 45.

eſt e deſcendere per ſuperius demonſtrata, igitur e deſcendet in primo caſu, quia grauius eſt vt docui nec impeditum. At in ſecundo caſu e & d ſunt grauiora, ſed d eſt impedimentum, quia non habet motum, niſi occultum inſidet enim g d, igitur tantum

Prop. 193.

ponderat e quam f, ergo prorſus non mouebuntur, facit & ad hoc quòd quæuis latitudo d, ſuſtentaculi prohibet motum, at deeſſe vix poteſt. Vides ergo illos nugas palam agere. Primum deeſt illis dialectica, deinde ingenium acre, deinde quod maius eſt, volunt confeſtim tranſire ex principiis ad remota theoremata, quod fieri non poteſt.

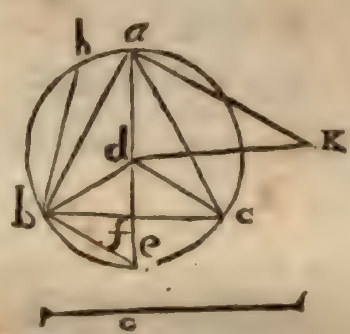
Propoſitio centeſima nonageſima octaua.

Cur ſolidum quod cubus vocatur, pyramide ſtabilius ſit, oſtendere.

LEMMA PRIMVM.

Si intra circulum triangulus æquilaterus deſcribatur, & ab vno angulorum per centrum rectà ducatur, angulum per æqualia diuidet, & trianguli latus, & ad angulos rectos ei inſiſtet, ipſa verò quæ ex centro per æqualia viciſſim à trianguli latere diuidetur.

Sit a b c æquilaterus circulo inſcriptus,



Com. Per 8 primi Elem. Per 26. tertij Elem. Per 28. eiuſdem. Per Cor. 15. quarti Elem Per 4. primi Elem. Per 47. primi Elem.

cuius centrum d, ducaturque a d e f rectà per centrum, & ducantur d b & d c, eritque ex hoc triangulus a b d æquilaterus triangulo a c d, quare angulus b a d æqualis c a d, igitur arcus b e æqualis c e, igitur arcus b e eſt ſexta pars circuli, quare b e recta latus exagoni, quare b e erit æqualis d e, igitur cum anguli a d f ſint vtrinque recti, erit d f æqualis f e, itaque f d, tertia pars f a & f b dimidium a b quia b c.

LEMMA SECVNDVM.

Quadratum lateris trianguli æquilateri ſe habet ad illius ſuperficiem, vt latus eius ad mediam lineam inter latus dodrãtis, & quadrantis proportione duplicata.

Com. Per 47. primi Elem. Per 1. ſexti Elem. Per eandem, & 11. quinti Elem Per 17. & 10. ſexti Elem. Per 41 primi Elem.

Quadratum a b eſt æquale quadratis a f, f b, & quadruplum quadrato b f, igitur quadratum a f eſt dodrans quadrati a b. Quod verò fit ex a f in f b eſt medium proportione inter quadrata a f, f b, rectangulum igitur ex a f in f b eſt ex lateribus dodrantis a f, & quadrantis b f quadrati a b, quare cum mediæ inter a f & f b æquale faciat quadratum rectangulo a f in f b, erit proportio quadrati a b ad quadratum mediæ inter a f, f b, vt lateris trianguli ad mediam inter latera dodrantis, & quadrantis quadrati lateris ipſius duplicata: rectangulum autem a f in f b eſt æquale triangulo a b c, igitur

proportio quadrati a b ad triangulum a b eſt velut lateris a b ad mediam inter latera dodrantis & quadrantis duplicata.

LEMMA TERTIVM.

Propoſitio quadrati cubi ſphæræ incluſi ad triangulum pyramidis eidem ſphæræ incluſæ, eſt velut lateris pyramidis ſeu tranguli eius ad cathetum ſuum.

Com. Per Cor. 13. decimi tertij Elem. Per Cor. 15. decimi tertij Elem. Per 17 ſexti Elem. Lemmate 1. Per 67.

Proponatur enim ſphæræ diameter g, & latus pyramidis b a, & latus cubi b h, quæ corpora illi ſphæræ includuntur: igitur g erit poteſtate ſexquialtera ad a b, & tripla ad b h, igitur b a eſt poteſtate dupla ad b h, quod igitur fit ex b a in dimidium ſuum, eſt æquale quadrato b h, igitur b h eſt media inter b a & d f, b f enim eſt dimidium b a, vt probatum eſt. Quadratum igitur a b ſe habet ad triangulum a b c, vt a b ad mediam inter a f & f b duplicata: Quadratum quoque a b ſe habet ad quadratum h b, vt a b ad mediam inter a b & b f, duplicata igitur proportio quadrati b h ad triangulum a b c, eſt velut lateris a b ad cathetum a f.

LEMMA QVARTVM.

Proportio lateris pyramidis ad axem illius eſt poteſtate ſexquialtera.

Com. Per 47 primi Elem. Lemmate 1.

Intelligatur baſis pyramidis triangulus a b c, & conus pyramidis K, & quæ per centrum ſphæræ tranſit ex cono K d, cumque K d a angulus rectus ſit, erit quadratis K a æquale quadratis K d, d a, at d a eſt dupla d f, vt probatum eſt, igitur poteſtate ſexquitertia f b, K a verò eſt quadrupla poteſtate f b, quia f b eſt dimidium K a, igitur K a eſt tripla poteſtate a d, igitur K a poteſtate ſexquialtera K d, quod erat demonſtrandum.

Com.

Ex hoc patet quod proportio axis pyramidis ad latus cubi eadem ſphæra circumſcriptorum eſt poteſtate ſexquitertia.

Com.

Quia enim K a eſt poteſtate dupla ad b h, & ſeſquialtera poteſtate ad K d, neceſſe eſt vt K d ſit ſexquitertia poteſtate ad b h.

LEMMA QVINTVM.

Priſma altitudinem habens pyramidis & triangulum eiuſdem baſis, æquale eſt cubo eidem ſphæræ inſcripto.

Com. Per 3. lemma Lemmate 2.

Cum enim proportio quadrati b h ad triangulum a b c ſit velut a b ad a f, a b autem ad a f ſit ſezquitertia poteſtate ex demonſtratis, erit quadratum b h ad triangulum a b c ſexquirertium poteſtate: at cubi b h altitudo eſt ipſa b h, priſmatis autem a b c altitudo eſt K d, K d autem potentia ſexquitertia ad b h, igitur priſma a b c eſt æquale cubo b h, quod fuit propoſitum.

Com. Per Cor. lemmatis 4. Per 34. vndecimi Elem Ex 7. duodecimi Elem.

Ex hoc ſequitur, quod cum priſma ſit triplum ſuæ pyramidi, vt ab Euclide habetur, quod cubus eſt triplus pyramidi, quam eadem ſphæra circumſcribit.

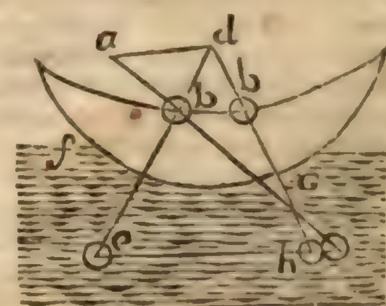
Com.

Nunc venio ad demonſtrationem propoſitionis, & dico quod corpus difficile eſt ad motum, vel ob magnitudinem baſis, cui inſidet, vel ob pondus, vel ob formam: nam corpus quod forma eſt contracta, difficile mouetur, vt pyramis, contrà, quod prominet à lateribus, facile reuoluitur, vt corpus duodecim baſium pentagonarum, & viginti triangularum: ergo cubi ſedes eſt maior quàm ſua pyramis, & pondus triplo maius, & etiam non prominet cubus, ideò pro re ſtabili poſitum eſt corpus eiuſmodi. Eo quod ob grauitatem etiam, vt dixi, ſit ſtabilius pyramide eiuſdem ſphæræ. Quod ſi etiam aſſumeres pyramidem, cuius baſis eſſet æqualis quadrato cubi, ipſa ſe haberet ad pyramidem ſphæræ in grauitate, velut latus trianguli ad ſuum cathetum, & ideo proportio ponderis cubi ad pyramidem eſſet, velut tredecim ad quinque fermè: ergo ratione ponderis eſſet longè ſtabilior cubus ipſa pyramide. At in aliis corporibus, quæ rationalia vocantur, non eſt tanta proportio ponderis, & baſis eſt minor & forma prominet.

Propoſitio centeſima nonageſima nona.

Rationem remorum nauim impellentium inuenire.

Sit a remi extremum, quod manu apprehenditur, b ſcalmus cui remus inſidet: c extremum aliud latius remi, quod vocant palmam, transferatur nixu manus, & motu corporis a in d, vt c perueniat in e, ſunt enim æquales a b, d b, b c, b e etiam & anguli a d b contrapoſiti, quare trianguli a b d & c b e ſimiles, igitur primum quanto maior propoſitio c b ad b a, tanto maior proportio c ad a d, & ita ex æquali motu longius tranfertur remus, ſeu palma. Secundum, cum motus a d fiat nixu brachiorum & corporis, quanto magis transfertur corpus eo minus opus erit brachio- Com. Per 15. primi Elem. Per 4. ſexti Elem.



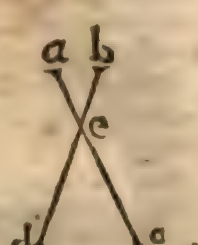
rum nixu, & ita minus laborabunt. Et quo minus laborabunt brachia, plus corpus laborabit. Et ideò, vt declaratum eſt ſuprà, minor labor erit cum æqualiter ambo laborabunt. Tertium quo minor erit proportio c b ad b a, eo maius ſpatium pertranſibit remex, qui mouet ex a in d, ſed tanto facilius mouebit, quia labor motus b c minuetur, vt ſuprà viſum eſt per longitudinem a b & d b, vt ſuprà demonſtrauimus. Quartum, cùm remus tranſierit quoddam ſpatium iuxta robur, puta ex c in c, neceſſe eſt vt eleuetur ſupra aquam, tum quia Prop. 188. Propoſ. 71

qui impediret motum progreſſus nauis, tum vt transferatur ante: aliter ſi transferretur ante ſub aqua difficilius multo, quam per aërem transferretur, & retroageret tantundem nauim, quantum antea retroactam impulit. His per ſe notis dico, quòd tranſlato remo ex c in e, neceſſe eſt nauim contrà trãsferri ex f in g: nam quia impedimentum ex aqua tranſitur c in e, maius eſt quam nauis ſuper aquam, & remus debet transferri ex a in d, & non poteſt transferri niſi vel ſtante naui, & tranſlato c in e, vel ſtante a b c remo, & trãſlata naui: & tunc neceſſe eſt, vt e progrediatur ad h, ita diſſecabit aquam c h, ergo difficultas manet eadem fermè, ex his fit motus compoſitus, vt palma non redeat vſque ad e, ſed maneat remus minus inclinatus, & quaſi ad perpendiculum in h. Et manifeſtum eſt, quod erit motus compoſitus ex retroceſſu remi & proceſſu nauis. Qui etiam remiges circa medium ſunt, minus laborarent, ſi remus æqualiter promineret extra ſcalmum, ſed magis laborant, quia proportio eſt eadẽ, & a b eſt longior, & craſſior remus, vt minus flectatur ob longitudinem, aliter ſi eſſet æqualis craſſitudinis, & multo longior flecteretur aut frangeretur, ideò robuſtiores remiges ponuntur in medio triremis. Iuuatur præterea motus nauis prorſum ex percuſſione remi, & impetu iam aquiſito cum nixu remi in aduerſum ſuperueniente. Rurſus cum nauis transferatur eodem tempore ante quò a progreditur ad d, manifeſtum eſt quod magna pars eſt ex motu nauis, non nixu corporis aut virium: & ita quod celerius mouetur ex c in h, ab initio dum nauis quieſcit, aut tardius mouetur, tardius autem dum nauis progreditur.

Propoſitio ducenteſima.

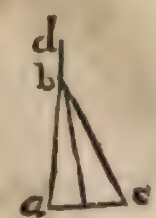
Cur temo cum paruus ſit magnam nauim agere poſſit: & cur cum varietas ſit in prora, ipſe conſtituatur in puppi. Et cum tranſuerſim ab aqua prematur, rectà nauim dirigat?

Com. Dixi quod in hipomochlio parua varietas fit in motu; igitur a leui cauſa magnum nauigium impellitur aut variatur. Cum enim a transfertur ad b, fit minima varietas in e, igitur a parua poterit transferri, tum vero quod debuit transferri ad e, transfertur ad d, nam motus ipſe ab alia cauſa fit, velut vento aut remis, ita non eſt difficultas niſi propter motum aquæ ſcilicet vt tabula ſcindat illam. Ad hoc autem contulit illud quod intra nauim prominet vt vectis rationem habeat, & ob id facilius verti.



Similiter varietas in puppi exigua eſt cauſa magnæ varietatis in prora, quod autem poteſt fieri paucioribus & faciliori modo id debet fieri, hac igitur cauſa in puppi temonẽ conſtituere oportet ſeu gubernaculum.

Cum autem impellatur à mari, neceſſe eſt, vt à latere excipiat aquam ita vt tantũ pendeat in vnam partem, quantum nauis in aduerſam, nam ſi nauis non penderet, gubernaculum recte dirigeretur: Vt ergo ex duobus obliquis vnum rectum conſtituitur, ita ex naui & gubernaculo, nam ſint a b & c b & impellatur ad d, impelletur per mediam lineam b e & non per a b neque c b, igitur oportet temonem pendere ex aduerſo inclinationis nauis. Eſt etiam alia ratio, quoniam nauis ſecurior redditur, nam quemadmodum quod in medio eſt, facilius impellitur tranſuerſim, quàm quod pendet in contrarium, ita & in gubernaculo. Eſt id ob neceſſitatẽ quoniam motus aquæ plerumque eſt in partem, velut & ventus ad latus eius ſitus ſecundum quem moueri debet nauis. Sicut igitur & vela & malus inclinantur, vt motum directum efficiant, quia alio dirigitur nauis quam qui mouet ventus, ita de temone cõparatione aquæ.



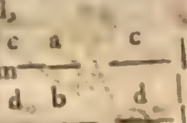
Propoſitio ducenteſima prima.

Si duæ lineæ ſecantes circuli peripheriam in vnum punctum, ex ea coëant, exterius neceſſe eſt illas peripheria contẽta eſſe maiores.

LEMMA PRIMVM.

Si fuerit proportio primi ad ſecundum maior quàm tertij ad quartum erit primi ad tertium maior quàm ſecundi ad quartum.

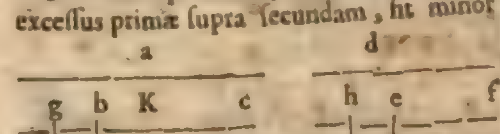
Quamuis hoc demonſtretur à Campano, quia tamen facile eſt hic adiicietur. Sit igitur maior a ad b quam c ad d, dico maiorem eſſe a ad c quam b ad d, quia enim maior eſt a ad b quã c ad d, fiat e ad b vt c ad e eritque e minus quam a, e igitur ad c vt b ad d ſed maior a ad c quam e ad c igitur maior a ad c quam b ad d.



Com. Per 11. quinti Elem. Per 14 eiuſdem. Per 8, eiuſdem. Per 11. eiuſdem,

LEMMA SECVNDVM.

Si fuerint quatuor quantitates, quarum exceſſus primæ ſupra ſecundam, ſit minor



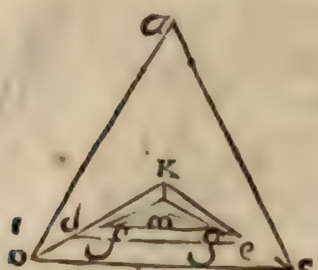
exceſſu tertiæ ſupra quartam, ſitque prima non minor tertia, erit proportio primæ ad ſecundam minor quàm tertiæ ad quartam.

Sit exceſſus a ſupra b c, g b minor exceſſu d ſupra e f qui ſit h e, dico quod proportio a ad b c eſt minor proportione d ad e f. quia enim a eſt maior d, & b g minor h e, erit maior proportio a ad b g quam d ad h e, igitur fiat a ad g K vt d da h e, erit ergo g K maior g b quare K c minor b c ex cõmuni animi ſẽtentia, eſt autem a ad K c vt d ad e f, minor autem a ad c b quàm ad K c, igitur minor a ad b c quam d ad e f.

Per 5 quinti Elem. partes ambas. Per 10. quinti Elem. Com. Per 19. eiuſdem. Per 8. eiuſdem. Per 11. quinti Elem.

Si intra circulum æquicurium, & ſuper eandem baſim figura æquilatera æquiangula conſtituatur, erunt omnia illius latera pariter accepta minora duobus trianguli lateribus.

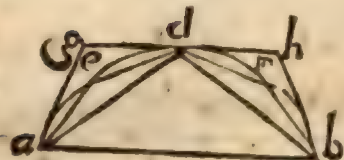
Com. Sit vt proponitur, & producantur b d &



c e quæ concurrent intra triangulum, quia anguli d b c & e c b ſupponuntur æquales, & ducta d e producantur d f, & e g l quæ concurrent intra triangulum K d e vt propter eandem cauſam, igitur a b & a c ſunt maiores k b & K c, ergo maiores K d, d b, & K e, e c, quia ſunt eædem. Ductæ quoque de ſimili modo K d & d e, ſunt maiores l d & l e, igitur l f, f d & l g, g e, igitur a b & a c maiores ſunt b d, d f, f l, c e, e g, g l pariter acceptis. Rurſus ducta f g: f l & l g maiores ſunt m f & m g, igitur a b & a c ſunt maiores omnibus lateribus figuræ inſcriptæ.

Cor. 1. Ex hoc patet quod latera polygoniæ figuræ





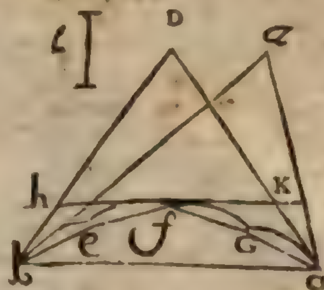
æquilateræ & æquiangulæ inſcriptæ portioni circuli ſunt minora lateribus trapezij circunſcripti eidem peripheriæ.

Com. Sit ergo trapezium a g h b circa peripheriam a b, & in ea inſcripta figura polygonia æquilatera & æquiangula a c, d f b. Et quia trapezium eſt figura cuius oppoſita duo latera ſunt æqualia, & duo anguli ſupra baſim æquales: itemque duo in ſummitate inuicem æquales, tangẽt in medio peripheriam quod patet ductis lineis ex centro ad extrema trapezij. Et ideo etiam punctum modium polygoniæ, quare ex hoc lemmate duo latera g d & g a deducta ad æquicturium, erunt maiora lateribus polygoniæ, & ſimiliter duo latera h d maiora lateribus polygoniæ incluſæ, ergo latera trapezij erunt maiora omnibus lateribus polygoniæ incluſæ.

Per 4. primi, & 16. tertij Elem.

Ex hoc habetur demonſtratio propoſitionis; ſint duæ lineæ a b & a c quæ comprehendant portionem circuli b c, dico eas eſſe maiores b c protione, ſi enim a b & a c ſunt æquales diuiſo arcu b c per æqualia in f, ducam contingentẽ h f K, ſi non faciant triangulum æquicturium b c d ſuper b c, & cuius ambo latera pariter accepta ſint æqualia a b & a c. Et ducam contingentẽ & habebo trapezium h b, c K. Quare ſi peripheria circuli b c eſt minor d b & d c pariter acceptis, habeo intentum, ſi non toties diuidam peri-

Per 1. & 7. primi Elem. Per 5. eiuſdẽ



pheriam per æqualia vt fiat figura polygonia ſuper b c æquilatera & æquiangula, cuius differentia a peripheria ſit minor differentia d b & d c à trapezio b h, k c, id eſt, tribus eius lateribus, nam cum d h & d k ſint maiores h k, conſtat quod d b & d c ſunt maiores h b & k c & h k igitur ſit differentia illa l, & differentia peripheriæ à lineis polygoniæ minor l, igitur cum peripheria ſit æqualis aut maior d b & d c, & differentia a lateribus polygoniæ minor quàm d b & d c, a b, h b, h k, k c, erit minor proportio peripheriæ ad latera polygoniæ quàm d b & d c ad tria latera trapezij, quare minor proportio peripheriæ ad d b & d c quàm laterũ polygoniæ ad tria latera trapezij, ſed latera polygoniæ ſunt minora tribus lateribus trapezij, igitur peripheria b c eſt minor d b & d e, quod erat demonſtrandum.

Per 10. primi Elem. Per 2. lemma Per 1. lemma Per Com. 3. lemmatis.

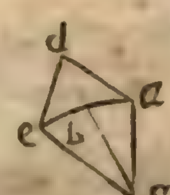
SCHOLIVM.

Hanc propoſitionẽ non ſcripſi quòd eſſet magni momenti, ſed propter modum probãdi, ſi enim reſpicis ex vno oppoſito ſcilicet quod peripheria circuli ſit maior trianguli lateribus, oſtendo demonſtratione non ducente ad inconueniens, ſed ſimplici quod ipſa peripheria eſt minor trianguli lateribus, & hoc nunquam fuit factum a b aliquo, imò videtur plane impoſſibile. Et eſt res admirabilior quæ inuenta ſit ab orbe condito, ſcilicet oſtendere aliquid ex ſuo oppoſito, demonſtratione non ducente ad impoſſibile & ita, vt non poſſit demonſtrari ea demonſtratione niſi per illud ſupoſitum quod eſt contrarium concluſioni, velut ſi quis demonſtraret quòd Socrates eſt albus quia eſt niger, & non poſſet demonſtrare aliter, & ideo eſt longè maius Chryſippeo Syllogiſmo.

Ex hoc patet quod pars lineæ exterioris quæ tangit circulũ intercepta à linea ex cẽtro longior eſt peripheria, ſimiliter intercepta. Cor. 2.

Sit portio circuli a e, & linea a b intercepta à linea c b ex centro, dico a b eſſe longiorem a e, ducatur b e æqualis a b, ad circumferentiam, quæ illi obuiabit, ducanturque e a, c e eritque angulus e c b æqualis a c b, igitur arcus a d, æqualis d c, quare a d erit dimidium a e, & a b dimidium a b, b e, facta enim fuit b e æqualis a b, cum ergo per præſentem duæ lineæ a b, b e, ſint maio-

Com. Per 8. tertij Elem. Per 8 primi Elem. Per 16. tertij Elem.



res

res a c, igitur per communem animi ſententiam a b maior a d.

Propoſitio ducenteſima ſecunda.

Rationem ſtrepitus oſtendere.

Com. Fit ſtrepitus ob multitudinem aëris percuſſi, velut cum tabulis percutimus:& cauitatum cauſa, vnde ligna & tabulæ leues magis ſtrepunt, & illud Virgilij.

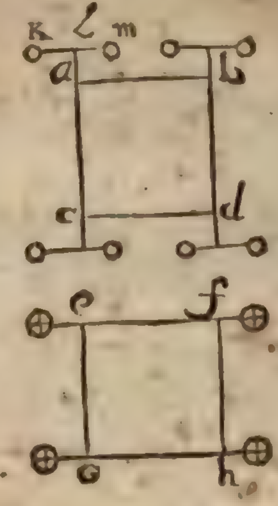
———*Sonitumque dedere cauernæ.*

Tum verò ob ictus impetū, impetus autem partim velocitatis cauſa, partim anguſtię loci. Fulmen edit tonitru in quo & caua nebula excipit aërem, & multū impetuque maximo delatū, obſtrepunt autem metalla magis quā ligna eo quòd magis ob continuitatem partes moueantur. Indicio eſt, quod intenta vt æs & tenuia maiorem & ſtrepitum edunt: & dum ſonant tremunt, aurum autem parum ſonat, quoniam denſiſſimum eſt, & minus intentum argentum, minus denſum, & magis intentū, quod autem intentum eſt totum ſimul mouetur, & ob id ſtridet: lignum autem & tabula ſonat, non quia vt metallum percutiat aërem, ſed quia in eo aër percutitur. Craſſum autem metallum & lignū non adeò ſonant: metallum quoniam non mouet aërem, non enim mouetur: lignum quoniā non mouetur, neq; in eo qui eſt incluſus aër, aër autem facilè mouetur, & ob id in ligno cauo, etiamſi craſſum ſit, ſtrepitus magnus editur. Ergo etſi tenue ſit metallum, quod infixum eſt tabulæ, reſonat multum: non quia moueatur, ſed quoniam aërem in tabula concutit. Neque enim tabula per ſe ſola, quæ etiam nimis tenderetur ſonum edere magnū poteſt quoniam cedit: Oportet autem non cedere quod reſonat, neque metallum ſi craſſum, ſed hebetem ſonum etiam tabulæ infixum reddit, quoniam neque moueri poteſt infixum & craſſum, nec cauernoſum eſt, & tamē excipit ictum, ne lignum reſonet. Velox autem ictus non acutum ſonum reddit, & ſi cum impetu ſit: indicio eſt tonitru & machinæ bellicæ igneæ, contra anguſta fiſtula acutum ſonum reddit, etiam remiſſe inflata. Igitur aër ſoni cauſa eſt ſecundum motum, vbi ergo multus aër & magnus motus ibi ſonus magnus. Multus quidem aut in cauernoſo corpore, qui grauiſſimum edit ſonū intercluſus, vt etiam in vocibus, aut quia à magno corpore ſtridulus efficitur, aut inter duo corpora, qui grauitate medius eſt. Impetu verò efficitur intenſus non magnus, nam tonitru procul audimus non iſtum quamuis celerrimum, acutum verò ob anguſtiam loci. Atque hæ cauſæ ſunt ſonorum.

Propoſitio ducenteſima tertia.

Cur ſcytalis onera portentur facilius, explorare.

Com. Prop 1.14. Demiror non exactè cauſam manifeſtiſſimam Ariſtotelem non aſſecutum fuiſſe, aut potius ad nos corruptam ſcripturam perueniſſe: nam qui exponunt multo minus intelligunt. Sit ergo currus humilis ſcytalis incumbens a b c. Diximus antè ſupra quid eſſet ſcytala & currus rotis, quæ ſunt longe maiores ſcytalis e f g h, demonſtrandū eſt ſcytalā, quamuis minoris ambitus magis mouere quam rotam, cum ergo de vna demonſtraue-



rimus, de omnibus erit intelligendum. Quia ergo ſcytala K l m habet hypomochlion in K & m, & pondus premit in l, igitur rota verſatilis mouebitur tanto facilius procedendo, quanta eſt longitudo l m & l K, ſed & rotulæ illæ vertabunt hypomochlion, quod eſt comparatione K & m collopum, igitur facilius multo verſabitur currus à ſcytalis quam rotis. Et hoc eſt quod dixit Philoſophus. In vtriſque enim his reuoluitur circulus & motus impellitur, intelligit mutuam commutationem hypomochlij cum collopibus, nam vt trahatur rotulæ quæ ſunt hypomochlij loco, collopes terminātur in medio, vt autē vertatur axis, qui & hypomochlion in medio collopum initiū ſint rotulæ. Et quo ſequitur, quod quanto longiores erunt l K & l m, tanto facilius mouebuntur currus, at quanto humiliores, modò non obruantur in terra, quoniam tardius mouētur, quæ minorē habent circuitum, quæ autem tardius mouentur, facilius mouentur, vt ſuprà ſæpius demonſtratum eſt: Ob has ergo duas cauſas pondera facilius feruntur curribus cum ſcytalis, quàm cum rotis magnis modò terra non obruantur.

Propoſ. 71.

Propoſitio ducenteſima quarta.

Cur pluribus trochleis pondera facilius eleuentur oſtendere.

Com. Dictum eſt ſatis de hoc in libris de Subtilitate, at nunc quod ad demōſtrationē attinet eorum ſubiiciam. Quia enim ſingulæ rotulæ difficulter mouentur, igitur neceſſe eſt ſingulas participes eſſe grauitatis, igitur & totam grauitatem eſſe diuiſam: quare vt in præcedenti facilius moueri. Habent & rotulæ ipſæ centrum ſeu axem hypomochlij, ſeu fulcimenti loco, ambitum autem iuxta ſemidiametrum, velut collopes ſeu vectes, quare tanto facilius mouebuntur quanto maiores erunt, & vt plures. Vna enim alterius loco fungitur vectis. Trochlea quidem eſt, vt vides, inſtrumentum longum ſuprà anguſtius, ſed non craſſum, in quo plures orbiculi ſolent collocari, vnde ſæpe numero trochleæ nomine intelligamus orbiculos.

Propoſ. 71.



orbiculos ei incluſos, circa quos funis vocatur, vt in trochleis & orbiculi & funes includuntur. Succulis etiam ſolent capita funium trahi: vt vectis auxilio imò nonnunquam rotarum facilius pondera eleuantur.

Propoſitio ducenteſima quinta, ſuper verbis Platonis de fine Reipub.

5. de Repub. Eſt autem ei quod diuinitus generandum eſt circuitus, quem numerus continet perfectus. Humanæ verò, in quo primum argumentationes ſuperantes, vt ſuperatæ tres diſtantiæ: quatuor autem terminos accipientes, ſimilium & diſſimilium, abundantium & deficientium cuncta correſpondentia, & rationem habentia inuicem effecerunt. Quorum ſexquitertium fundamentum quinario iunctum duas efficit hormonias, ter aucta quidem; æqualem æqualiter centum toties, quandam autem æqualem quidem, longitudine autem ſingulum quidem numerorum à diametris rationem habentibus quinarij indigentibus vno ſingulis: non habentibus rationem autem duobus, centum autem cuborum ternarij. Totus autem hic numerus geometricus talem authoritatem habet ad potiorem deterioremque generationem. Quem locum Ariſtoteles ita declarat. Quorum ſexquitertium fundamentum quinario coniunctum duas exhibet harmonias, inquiens, quando numerus diagrammatis huius efficiatur ſolidus.

Quin Polyt. Cap. 12. πυθμὴν fundamentum interpretatus ſum quod radix pro latere in hac materia accipi poſſet. Par eſt vt in diuina generatione numerus acciperetur perfectus: vt intelligat

Com. generationem confeſtim ſequi corruptionem: nam ſermo eſt de corruptione, corrumpitur autem vnumquodque vt aliud generetur, malum enim eſt ob bonum, non contra. Liquet autem ex Euclide talem numerum eſſe octies mille centum viginti octo. Et hic eſt finis omnium vrbium diuinus, cuius quadruplum velut in cœli reſtitutionibus, ac continuato ordine ſolet obſeruari, eſt propè annus magnus: veriſimile eſt enim tanto tempore confundi decima, ſcilicet totius circuitus parte. Humanæ verò intelligit quatuor à monade numeros, aut in quauis ratione principium lineam ſuperficiem corpus, vt vnum, duo, quatuor, octo pariter octo: duodecim decem octo viginti ſeptem: inter hæc ſunt tria ſpatia, & octo cum viginti ſeptem ſunt diſſimilia & deficientia: maiora enim ſunt ſuis partibus à quibus numerantur. Contrà decemocto & duodecim ſunt ſimilia atque abundantia, & correſpondentem habent rationem inuicem. Hæc Ariſtoteles omittit, vt ad introductionem non rem pertinentia, velut & finem tanquàm ex præcedentibus notum. Vnde verba Ariſtotelis ſunt ad vnguem eadem verbis Platonis, ſcilicet: Quorum ſexquitertium fundamentum quinario iunctum duas efficit harmonias: loco autem ter aucta quidem, ſcribit Ariſtoteles: efficiatur ſolidus id eſt cubus, vt in quadratum ſuum ducatur; loco autem verborum æqualem æqualiter centum centies, vſque illuc à diametris rationem habentibus quinarij ponit numerum diagrammatis. Eſt autem diagramma, quod Plato vocat diametrum, cum numerus poteſt fermè duplum numeri alterius, vt 3. duplum 2. & 7. duplum 5. & 17. duplum 12. & ſemper numerus hic dimetiens, excedit duplum alterius vno, quod ex his patet, quæ ab Euclide demonſtrata ſunt in decimo libro. Quare ſi debet eſſe quadratum eius monade maius duplo, alterius quadrati, & duplum alterius quadrati eſt par, igitur addita monade erit impar, ergo latus eius dimetiens impar ſemper: latera autem ipſa quadratorum, quæ duplicantur aliquando paria ſunt vt 2. & tunc quadratū dimetiētis eſt vnū plus duplo vt 9. eſt maius 8. monade, ſi verò latera imparia ſint, erit quadratum dimetientis vno minus duplo, vt 49. quadratum 7. eſt minus vno 50. duplo 25. quadrati 5. Ex quo patet agnatio, vt ita dicam inter 7. & 5.

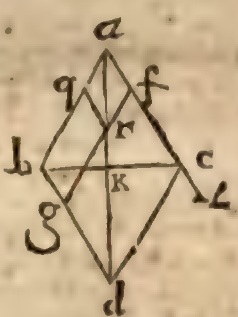
8
12
18
27

Cum ergo dicit, quorum ſexquitertia eſt, ac ſi diceret, ex horum numerorum ſerie ſumemus ſeptenarium principium epitrite, & dimetientem 5. quos ſimul iungemus.

Propoſitio ducenteſima ſexta.

Rhombi paſſiones quaſdam declarare. Com.

Sit a d recta diuiſa in K per æqualia, cui ſuperſtent K b & K c ad perpendiculum in- Per 4. primi Elem.



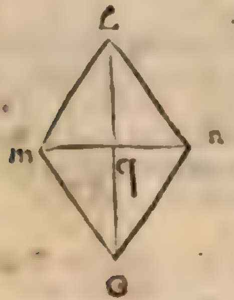
Per 15 primi Elem.

Quæſt. 23. Mech.

ter ſe æquales, & ſingulæ earum minores K a & K d, & perficiatur figura quadrilatera a b d c, cuius latera erunt omnia æqualia inuicem, & anguli a & d oppoſiti, & b & c oppoſiti etiam inuicem æquales. Sed b & c maiores erunt a & d, & ideo talem figuram appellauit Ariſtoteles rhombum à piſcis ſimilitudine in medio latioris quam in extremis, cuius tamen longitudo latitudine maior eſt. Dicit ergo Ariſtoteles, quod ſi rhombus ipſe circumuoluatur, ita vt b tranſiret per b a c, & a per a c d, a maius ſpatium tranſiret ex recta, ſcilicet a K d quàm b, quod tranſiret b K c. Et ad hoc aſſumit, quòd cum angulus c ſit maior a, igitur duæ lineæ a c d ſunt minus curuæ quam duæ b a c, igitur b a c habent rationem curui, & a c d recti. Ergo ſi in æquali temporis ſpatio b, ſuperet b a c & a, a c d magis per rectam feretur a quam b, ſed quod rectum.

rectum eſt maius occupat ſpatium: igitur velocius fertur a in d comparatione habita ad a d quàm b in c, comparatione habita ad b c.

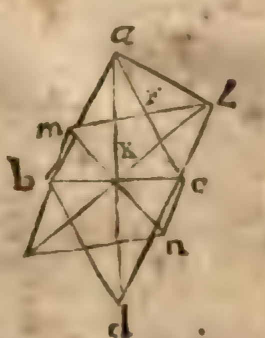
Pro intellectu reliquorum ab eo dictorum, & quorundam mirabilium, proponatur alius rhombus illi æqualis, in tabula pictus delineatis lateribus & diametris, qui ſit l m o n, & diametri l p o & m p n, & abſcindatur hic ex ſuperficie, & ſuponatur ita, vt puncta l m o n ordinatim cadant, & aptentur punctis a b d c, & p aptetur ipſi κ. Et tunc ſi rhombus l o totus moueretur neceſſe eſt, vt moueatur ſecundum latus aliquod, vt pote l m, & æquidiſtans a b igitur dicetur moueri ſuper latus aliquod, ſcilicet



ſcilicet a c, atque hic eſt motus quem Ariſtoteles vocat motum a b ſuper latus a c. Si autem fingamus quieſcere latus aliquod l o, vel pars lateris, non poſſet omnino moueri ſuperficie a d rhombi: & ita non perinde eſſet ac ſi a d rhombus moueretur, quod tamen ſupponit Ariſtoteles. Neque etiam ſi quieſceret punctum aliud quam p haberet rationem motus regularis, quod ab illo ſupponitur: reliquum eſt igitur, vt rhombus l moueatur vice rhombi a d ſeruãdo centrũ, id eſt punctum p in puncto K. Dicamus ergo primum de motu compoſito Ariſtotelis, & pòſt de noſtro.

Moueatur l m ſuper a c æquidiſtans ſemper a b, vt ſeruet ſitum quem habebat ita, quod extremum lineæ l m ſit ſemper in linea a c, & l punctum quod g erit vicem a, deſcendat tantum in linea l m, quantum l extremum in linea a c: dicit Philoſophus, quod a ſeu l ſemper deſcendet in linea a d, & erit in e a. Supponatur quod latus l m ſit f g, & erit l n, f t ducatur autem ex r puncto ſectionis diametri, & lateris l m linea r q, æquidiſtans a f, igitur rhombus a q r f eſt ſimilis rhombo toti a b d c, & proportio a f ad f r, vt a c ad c d, ſed a c eſt æqualis c d, igitur a f eſt æqualis f r, ſed l deſcendit in l m, quantum eſt a f ex ſuppoſito, igitur punctum l ſemper erit in linea a d. Poſt deficiunt quædam verba: ob quæ nemo intellexit ſententiam Philoſophi, & tamen auſi ſunt imponere lectoribus, tanquam intellexiſſent, tres ſimul errores admittendo, ſcilicet Ariſtotelem ob propriam ignorantiam, vt ſtultum accuſando, qui falſa dicat & demonſtrare nitatur: produnt ſeipſos cum ſua impudentia. Et lectoribus imponere conantur, debet ergo ſic legi (b in ipſa b c diametro latum, vbi latus b d moueatur in latere b a æqualiter vt x us d in b d; æqualis enim eſt ipſa b e) Tunc enim conſtat vt dixi, m moueri per b c rectam vt l per a d: Dicit ergo cum b d moueatur in b a, tranſit vnico motu totam b a, & punctum tamen b, quod mouetur duobus motibus non pertranſit niſi b c, quæ poteſt eſſe minor b a: nam conſtat quod quando m erit in a, o erit in e, & quia m deſcendit in o, in eodem tempore, ergo o erit in c, & tranſibit ſemper per rectam b c: igitur m eſt minus motum duobus motibus quàm m l vnico tantum. Et quia aliquis dicere potuiſſet non eſt mirum, quod m ſit minus motum duobus motibus quàm l m latus vnico tantum: quia m mouetur motu contrario motui lateris: nam latus m o mouetur in latere b a aſcendendo, & punctum m verſus o in ipſo m o deſcendendo. Dicit Philoſophus, hoc eſt mirum, quia cum idem contingat in motu l, cuius latus mouetur per a c, & l per l m recedendo in partem contrariam, nihilominus velocius motum eſt l, quàm latus l m, quia a d eſt longior a c. Ex quo patet, quod quæſtio Philoſophi eſt vna tantum, & non duæ. Et eſt cum motum duobus motibus in rhombo, in vno mouetur velocius latere tantum moto vno motu, in alio tardius? Et quia aliquis dicere poſſet, quod b c poſſet eſſe longior a c: Dicit Philoſophus, verum eſt, ſed ego poſſum inuenire talem rhombum, qui etiam habeat a c longiorem, & tunc nihilominus ſequitur quod dico. Aliud autem quod docet ex hac demonſtratione, eſt quæ ex duobus motibus rectis diuerſis poteſt fieri vnus motus rectus diuerſus: igitur idem punctum, puta formica poterit ſimul, & ſemel moueri duobus motibus rectis diuerſis. Et hoc eſt, quia primus motus eſt rectus ſolum ſecundũ formam, & non ſecundum materiam: & alter ſecundus, ſcilicet miſtus eſt ſecundum materiam & non ſecundum formam per rectam.

Ex hoc ſequitur aliud magis mirum & eſt iuxta noſtrũ motum rhombi l o in rhombo a d fixo, centro p in centro κ, & moueatur quomodolibet l, dico quod l f ſemper æqualis erit a f, quia enim κ l & κ a ſunt æquales, cum eſſent vna linea ante



motum ducta, l a erit angulus κ l a, æqualis angulo κ a l, ſed angulus κ a c eſt æqualis angulo k l m, cum angulus κ l m eſſet idem angulo k a b, & angulus κ a b eſt æqualis

Per 5. primi Elem. Per 31. primi Elem. Per 6. primi Elem. æqualis angulo k a c, igitur angulus k l m eſt æqualis angulo κ a c, igitur reſiduus f l a, eſt æqualis reſiduo f a l quare f a æqualis f l. Si igitur quantum procedit latus m l in a c, tantum deſcendat punctum in linea l m punctum perpetuo erit in linea a c, & per eam mouebitur. Vnde ſequitur primo.

Cor. 1. Quod punctum l mouebitur duobus motibus vno recto in linea, ſcilicet l m, & altero circulari .ſ. circa centrum κ & tamen mouebitur verè motu recto tantum in alia linea, ſcilicet a c, & hoc eſt primum admirabile. Aliud eſt.

Cor. 2. Quod punctum m. [illegible]ebitur duobus motibus, & per ipſos mouebitur ad vnguem vno motu æquali vni eorũ, ita quod alius motus nihil addet nec minuet. Patet quia mouebitur, gratia exempli, primo motu ex l in f, & pòſt motu circulari, & verè erit motum ex a in f, qui motus eſt æqualis motui priori proprio, & ſolo ex l in f,

Propoſitio ducenteſima ſeptima.

Proportionem agentium naturalium in tranſmutatione conſiderare,

Com. Sit latitudo a b ad conuerſionem terræ in aurum medium perfectionis a b ſit c, & medium a c d b, cuius dimidium ſit e b. Et fiat commutatio a c in f g, tẽpore dimidium f g, g h in g h deberet peruenire ad perfectionem d, quoniam ratio a c ad c d, vt f g ad g h. At verò dum tranſiret terra ad perfectionem c tota reſiſtebat, iam adepta perfectione a c nõ reſiſtit, niſi pro medietate, at proportio cuiuſlibet quantitatis ad dimidium alterius producitur ex proportione eadem & dupla, dupla igitur eſt proportio agentis ad imperfectionẽ a c ei quæ eſt ad a b igitur in dimidio temporis g h acquiret perfectionem c d, & ſit g κ dimidium g h, erit ergo tempus totum f κ, in quo acquiret a d. At ratio hæc cõſtare nõ poteſt, nã ſi diuidatur ſpatiũ a b in trientes fient triẽtes duo, & quarta pars in perfectione a d: ſed iam multo citius acquiret quam in f κ tempore, quod eſt dimidiũ & octaua pars. Sed hoc nõ cogit, quoniã partes primæ ſunt ſemper contumaciores, & vt diſponuntur ſiunt magis obedientes, nõ iuſta proportionem ſimpliciter, ſed vt ſunt in materia, & ideo hæc actio eſt ſimilior proportioni exceſſus, & eſt Arithmetica quam capacitatis ſcilicet Geometricæ.

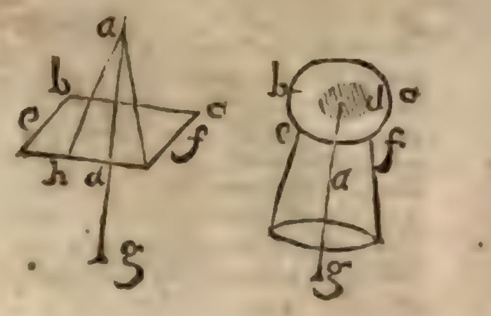


Com. Ex hoc patet, quod res quæ ad ſummam maturitatem perueniunt, maximè acquirunt perfectionem in exiguo tempore, vt gemmæ, aurum, infans. Ergo oportet maxime iuxta finem cauere, ne detur occaſio vlla accelerandi partum.

Propoſitio ducenteſima octaua.

Mota res à centro grauitatis per priorem motum in reditu velocius mouetur, quam ſi quieuerit.

Com. Sit a b c lectus penſilis, in quo homo



aut patera, in qua aqua vel vinum, & ſit centrum grauitatis d, quod neceſſariò eſt in linea loci, cui annexus eſt lectus a g, & in patera loci medij manus continentis pateram cum centro quæ ſit a g, quibus ſtantibus oſtendendum eſt primo.

LEMMA PRIMVM.

Omne graue motum à centro grauitatis, reſtitutó ad eundem ſitum pondere mobili aut immobili, continente vltra centrum grauitatis naturalis violenter fertur.

Com. Seu ſit pondus per ſe non fluctuans in penſili lecto, ſeu humor in patera, quum pondus moueatur ſolum ratione vna, ſcilicet lecti penſilis homo vel plumbum, humor autem aqua vel vinum bifariam & ratione pateræ ſi mobilis ſit in a laxa manu, & etiam per humorem ipſum redeuntem ad locum ſuum: adeò quòd ſi eſſet & immobilis patera, humor ſaltem refflueret propria inundatione ad locum ſuum centri grauitatis, licet in patera eſſet immobilis locus grauitatis velocius & maiore cum impetu, adeò vt tranſeat verſus e, cum fuerit motus primus ex e in f, & reſtitutio ex f in e: ſeu in immobili pondere mobilis continenti, vt in lecto penſili: ſeu in immobili continente, ſcilicet poſtquàm ad locum ſuum reſtitutum fuerit per vim retenta patera à manu iuxta ſitum priorem in a, mobili autem contento, id eſt, humore; multo autem magis contento, & continente mobilibus. Vt ſi patera & humor ipſe ſimul moueantur, nam & patera tranſgreditur locum ſuum, & humor duplici motu ſuperauctus tranſgredietur motum naturalem. Cum enim Propoſ. 30. a d eſt remotum a g, & eſt in f mouetur maiore impetu, quam ſit pro ratione ponderis, vt demonſtratum eſt, igitur tranſibit ad e, cum ergo redeat ad g motu naturali, neceſſe eſt vt motus violentus ſit validior ea parte naturalis, qua d reſiſtit, dum eſt in g, ne dimoueatur a g, ſi igitur tractum ad e, ſuperauit vim qua manet in g, in eo quod mouetur ad f, igitur in reditu mouebitur tantum vltra g verſus e, quantum

tum eſt acquiſitum ex vi tranſitus vltra g verſus f, quanto ergo maior eſt arcus e d, tanto maior eſt d f, & quanto maior eſt arcus d f, tanto maior d h.

Cor. 1.

Ex quo patet, quod quanto magis remouetur d a g, tanto maiore impetu fertur verſus extremum aliud & vltra medium.

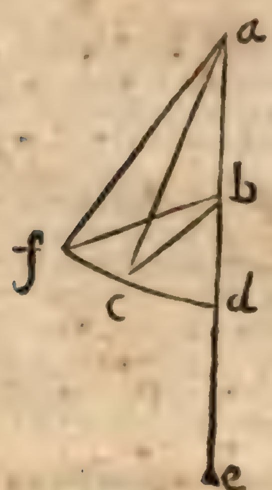
LEMMA SECENDVM.

Omne pondus appenſum eſt graue comparatione medij grauitatis, ad hoc vt ab eo remoueatur, quantum eſt pro ratione anguli ex quo appenſum eſt.

Com.

Sit d appenſum in a & in b, & ſit angulus c b d, triplus angulo c a d, dico quod tripla eſt vis quæ transfert d in c ex b, ei quæ transfert e a, quoniam enim mixtus eſt in b & a, igitur ad æqualia ſpatia æquales vires exigentur: igitur virium proportio vt angulorum, at quanto maior eſt a d in proportione ab b d tanto maior eſt proportio anguli c b d ad angulum c a d, igitur quanto maior

Per 16. primi Elem.



Per vlt. ſexti Elem.
Per 11, quinti Elem.
Per 16. eiuſdem.

eſt a d tanto facilius remouet æquali ſpatio d verſus e Et licet remoueantur ab ipſo d, ſemper eadem proportio manebit manente eadem longitudine b d & a d, nam proportio d f ad d c, eſt velut f b d ad c b d, & vt d f ad d e, ita f a d ad c a d, quare f b d ad c b d, velut f a d ad c a d, quare f b d ad f a d, vt c b d ad c a d, quod fuit propoſitum.

LEMMA TERTIVM.

Grauitatem ponderis appenſi aut fluidi in comparatione ad remotionem à centro grauitatis inuenire.

Com.
Per 16. huius.

Nam cum d trahetur per planum vt ſuſpenſum, & non tractum a d, erit dimidiū ponderis appenſi, igitur ex lemmate ſecundo, patebit proportio laboris in remouendo d à loco proprio in quancunque partem & diſtantiam, & in quouis loco ſit appenſum.

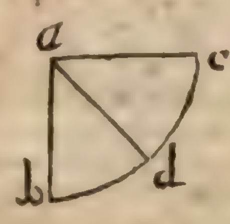
Cor. 2.

Ex hoc ſequitur, quod poterit annulus tam altè appendi, vt iuxta proportionem anguli & leuitatem propriā cum filo tenuiſſimo, & vt fuerit latus, & poſitus è regione oris, vt ex ſermone circumagatur quaqua verſus, & percutiat labra vaſis aqua pleni ferme, vt videatur plane reſponſa dare.

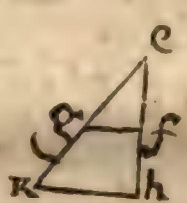
LEMMA QVARTVM.

Quanto magis remotum fuerit pondus ex eodem centro a recta linea, tanto maiore impetu agetur, vt vltra locum medium feratur non æquali, ſed producta proportione.

Sit a b, & vt dictum eſt, non eſt ei pondus, niſi quatenus remouetur a recta, & in c ſummam habeat grauitatem, & d ſit medium b c, dico ergo quod multo maiore im- Com.



petu feretur ex c in b quam ex d, nam cum c ſit ſumma grauitas, erit ſaltem dupla grauitati d, ſed d grauitas eſt penè infinita, vt demonſtratum eſt in comparatione ad b, vt iuxta ſitum remotionis à linea b, cum ergo proportio ſingularum partium c d ad ſingulas d b medietate b c diſtantes ſit maior dupla augendo, erit proportio c d ad d b, ue- Lemmate 2.

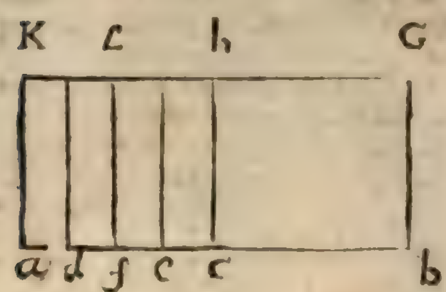


lut propoſita h k dupla g f, & h e dupla e f, e k h ad e g f quadrupla, igitur & eo maior quo acquiſitus eſt impetus ex demonſtratis, quare proportio motus & impetus ex c in b, eſt multo maior impetu ex d in b quadrupla proportione. Per 30. huius.

Ex his omnibus concluditur propoſitum in prima figura, & eſt quod ſi b e inclinetur verſus e, mouebitur a d, certo impetu verſus e. Et quia ſi prius b c inclinatum fuerit in f, redit a d, dum b c reuertitur ad proprium ſitum vltra lineam a d g vſque ad h per primum lemma, Et cum b c inclinatur ad b f peruenit, quantum b c inclinata ad f, ſcilicet ad e, igitur ex motibus b c in f & in e tanto plus mouetur d vltra e, quantum eſt productum d e in d h, ideo multo plus quam ſi ſolum motum fuiſſet d ex recta a g, etiam quod non moueretur b c Multo plus ergo moto etiam b c, vt diximus. Com.

Propoſitio ducenteſima nona.

Si ſuperficies rectangula in duas partes æquales diuiſa intelligatur, quæ ambæ quadratæ ſint, itemque in duas inæquales, erit parallelipedum ex latere mediæ partis in totum ſuperficiei maius aggregato parallelipedorum ex partibus inæqualibus, in latera alterius partis mutuo in eo, quod fit ex differentia lateris minoris partis a mediæ latere in differentiam maioris partis ſuperficiei à media ſuperficie bis, & ex differentia amborum laterum inæqualium iunctorum ad ambo latera æqualia iuncta in minorem partem ſuperficiei.



Com. Proponatur a g diuiſa in duo quadrata æqualia a h, h b, & latera erunt a c, c b, & in duo inæqualia a d d g, quarum latera ſint b c, a f, dico quod parallelipeda a c in c g, & c b in c κ, & ſunt æqualia parallelipedo ex a c in a g, excedunt parallelipeda ex a f in d g, & b c in d κ, in duplo f c in d h, cum eo quod fit ex f e in d x ſemel.

1 a f in a h	f c in a h bis
2 a f in h d	f e in d k
· f in d k	
4 f c in d k	
5 c e in d k	
1 a f in a h	4 f c in d k
2 a f in d h	5 c e in d k
3 a f in d k	

Quia ergo parallelipedum ex a e in a g eſt æquale parallelipedis a f & f c in a h, h d, h κ, quare parallelipedis a f in a h, h d, d x, & fc in d x, & c e in d x, & f e in d κ, & e f in d h bis. Ad parallelipedum a f in d g, eſt æquale parallelipedis a f in a h, h d. Et parallelipedum b e in d x, parallelipedis a f, fe, c e in d x. Detractis ſimilibus relinquetur f c in d l, l e, e h bis, quod eſt fc in d h bis, cum eo quod fit ex e f in d x ſimul, quod eſt propoſitum.

SCHOLIVM.

Dico etiam, quòd duæ lineæ b e & a f ſunt minores duabus a c, c b ſimul iunctis, nam quia d b, e b, c b, ſunt in eadem proportione, & d b eſt maior e b. erit maior differentia d b ad e b, quam e b ad c b, igitur maior d e quam e c quare e c eſt minor medietate d c, & ideo multo minor medietate a c. Et ſimiliter, quia a c eſt maior a f, & a c, a f a d ſunt in continua proportione, maior erit c f quam f d, & ideò conſtat quamuis longum eſſet, ſi quis vellet demonſtrare perfectè, quod b e & a f iunctæ ſunt minores tota a b ſeu duplo a c.

Per conuerſam quaſi 8. quinti Elem.

Exemplum, ſint h b & h a 25. & a e, c b 5. producta mutua 250. ſitque g d 49. & erit b e 7. ſit autẽ d K 1. & erit a f 1. quia ergo a f eſt 1. a c 5. erit f c 4. & quia e b eſt 7. & b c 5. erit e c 2. quare etiam e f 2. productum ergo ex e b in d K eſt 7. & ex a f in d g 49. totum aggregatum 56. differentia a 250. eſt 194. qui ſit ex duplo f c quod eſt 8. in d h, quæ eſt 24. & fit 192. & ex f e, quæ eſt 2. in d K, quæ eſt 1. & fit: quod additum ad 192. facit 194. Similiter capio 450. cuius dimidium eſt 225. c g & c K 225. & c a & c b 15. ſingulæ. Et ponatur d g 441. eritque e b 21. & d K 9. & erit a f 3. igitur cum b e ſit 21. & b c 15. erit c e 6. a f verò eſt 3. igitur f e eſt 6. Producta mutua æqualia 6750. inæqualia 1521. differentia 5228. quia ergo f c eſt 12, duplum eius eſt 24. ductum in d h, quæ eſt 216. nam d K ex ſuppoſito eſt 9. fiet ergo 5184. cui ſi addam, quod fit ex f e, quæ eſt 6. in d K, quæ eſt 9. fitque 54. erit totum 5238, quod erat propoſitum.

Ex hac demonſtratione liquet, quod ſi linea in duas partes æquales diuidatur, & duas inæquales, quòd parallelipeda æqualium ſectionum pariter accepta excedent parallelipeda inæqualium ſectionum, ſimul iuncta in eo quod fit ex tota linea in quadratum differentiæ partium æqualium ab inæqualibus. Com.

Propoſitio ducenteſima decima.

Si duæ lineæ ad æquales angulos ab eodem puncto peripheriæ circuli reflectantur, neceſſe eſt angulos cum dimetiente factos æquales eſſe. Vnde manifeſtum eſt protractam diametrum angulum ſuppoſitum per æqualia diuidere.

Reſiliat radius d b c ad æquales angulos, vt fert natura rerum dum à plano reſilit (licet refragante Plutarcho) ita vt anguli c b e, & d b f ſint æquales, dico angulos ibidem d b a, & c b a æquales eſſe: & quod ſi trahatur latus a b vſque ad g, quod anguli d b g & c b g etiam erunt æquales. Primum patet, quia anguli a b e & a b c & a b f æquales ſunt, ſunt enim reſidui ad angulos contactus Com.



Per.16 tertij Elem. tactus eiuſdem circuli & rectæ, igitur additis æqualibus ex ſuppoſito c b e, d b f erunt per communem animi ſententiam a b c & a b d æquales, & duo anguli a b c, c b g æquales duobus rectis: itemque a b d, d b g

Per 13. primi Elem. duobus rectis æquales: Et omnes rectis inuicem æquales ex petitione Euclidis erunt per communem animi ſententiam, æquales reſidui quoque c b g & d b g.

Cor. 1. Ex hoc patet, eam quæ reſilit lineã ſemper vltra lineam à centro ad punctum, ex quo reſilit ductam ferri

Com. Conſtat quia linea ex centro diuidit angulum per æqualia, ergo cadit media inter illa quæ incidit, & quæ reſilit.

Cor. 2. Ex hac etiam patet, quòd conſtituto an-

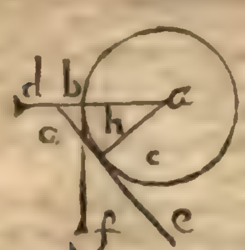


Per 13. primi Elem. gulo in centro a b c, & ducta linea a d à puncto a, ſciemus quo reſilit in linea b c: ducta enim c d, faciemus angulum c d e æqualem a b c, & erit angulus a d g æqualis angulo e d h, igitur d e reſilit ex a b a d linea.

Propoſitio ducenteſima vndecima.

Si duæ lineæ ex duobus punctis peripheriam contingentes in eandem partem protrahantur, ſemper magis diſtabunt inuicem ea ex parte, & nunquam concurrent.

Com. Duæ ſemidiametri a b, a c ex terminis



earum duæ cõtingentes b f, c e a dico quod quanto magis protrahentur in partem e f,

Per 29. primi Elem. tantò magis diſtabunt, nunquàm concurrent: Nam angulus a c g rectus eſt: angu-

Per 13. primi Elem. lus verò c a d, ſi ſit rectus e g, nunquam concurret cum a d, æquidiſtabit enim ei:

Per 6 & 4. ſexti Elem. ſin aut ſit maior recto aut ex altera parte erit minor, & ita concurret, ergo in alte-

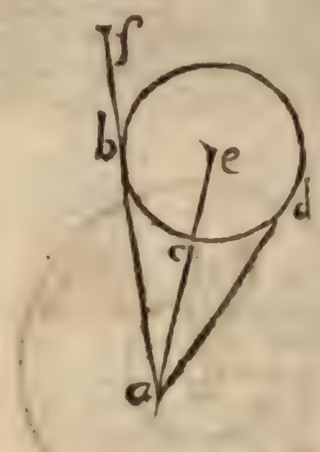
Per 5. petit. Euclid. ram partem ductæ nunquàm concurrent, ſed

Per. 6. tertij Elem. perpetuo magis diſtabunt. Si ergo minor recto ſit angulus c a b, igitur e c ex eadem parte concurret cum a d? concurrat ergo in g: & quia e g cadit extra circulum, igitur diuidet b f, quæ tangit circulum. Sit ergo vt diuidat in h, igitur h e & h f cùm angulum conſtituant, quanto magis protrahentur eo magis diſtabunt, nec vnquam concurrent.

Propoſitio ducenteſima duodecima.

Si ab eodem puncto ad circuli peripheriam, lineæ quotuis ducantur, tres inuenire lineas, quæ non in alium punctum reflectentur.

Quouis conſtituto puncto veluti a extra Com.



circulum b c d, dico poſſe trahi tres lineas ad ipſam circuli peripheriam, velut a b, a c, a d, quæ ad alium pũctum non reflectentur.

Ducantur ergo a c ad centrum, & a b & a Per 17. tertij Elem.

d ad contingentes illius peripheriam, quas conſtat non reflecti ſed progredi, a c autem Per 61. tertij Elem.

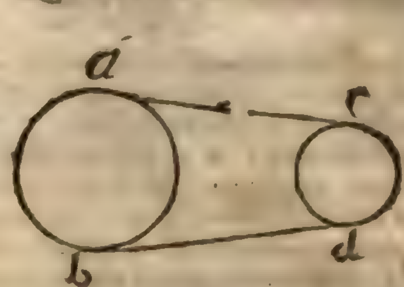
reflectitur in ſeipſam per demonſtrata ſuperius, igitur conſtat propoſitum. Prop. 210.

Ex hoc patet, quod omnia puncta ſub linea contingente poſſunt reflecti ad ipſum per arcum interceptum à contingente, & ea quæ ad centrum. Cor. 1.

Id eſt, quod omnia puncta infra lineam a b f ductam quantumlibet poſſunt reflecti per arcum b c ad punctum a æqualibus angulis. Quoniam ex a per c b reflectuntur ad quælibet puncta infra a b f, eo quòd termini ſunt punctum a per ea quæ ſunt hic demonſtrata, & a b f, ipſa ergo ſi extrema in extremis, media in mediis continentur per regulam illam Dialecticam: igitur omnia puncta ſub a b f etiam in infinitum producta continentur in reflexione à puncto a per arcum b c. Com.

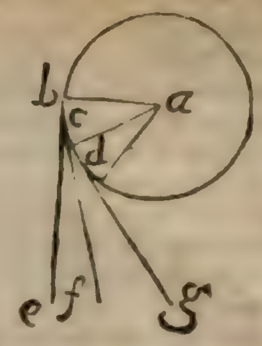
Et rurſus, ſi à circulo ad circulum extremæ ducantur, nec illæ reflectentur, ſed tranſibunt: mediæ autem omnes reflecti poterunt à quouis puncto. Cor. 2.

Quia ſi a b ſit Sol, c d Luna, Sole minor



extremum in vtroque luminari a c, b d quæ contingant vtrumque circulum, quod facile fiat, ductis a c & b d ex punctis non oppoſitis,

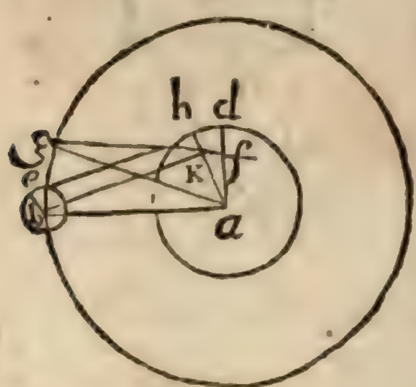
oppoſitis, æquidiſtarent enim, ſed iuxta quantitatem dimetientis minoris. Erit ergo vt h e non reflectantur, aliæ omnes mediæ reflectentur per demonſtrata à quolibet puncto, ergo idem de totis circulis & punctis.



SCHOLIVM

Propoſitis duobus circulis lineam ambos contingentem ducere.

Com. Propoſitorum circulorum a & b centra
Per 11. primi Element. iungam recta a b, ſuper quam vt ſemidiametrum
Per 3. primi Elem. deſcribo circulum b c, & ex puncto a ad perpendiculum a d, ex quo abſcindo æqualem ſemidiametro b e lineam d f,



Per 23. primi Elem. ex f duco ad perpendiculum f g, ex g in a duco a g, & æqualem angulo g a d, b a h
Per 31. primi Elem. abſcindo h k æqualem d f ſeu b e, duco autem b e, vt ſit æquidiſtans h k, duco h e, quam dico contangere vtrumque circulum b k: produco b k, & quia duæ lineæ a b & a k ſunt æquales duobus lineis a g & a f, duæ enim prodeunt ab eodem centro, reliquæ ſunt reſidua æqualium d f & h k, &
Per 4. primi Elem. angulus b a k æqualis g a f, ex ſuppoſito erit angulus g f a æqualis angulo b k a, g f a autem rectus fuit, quia g f ad perpendiculum erecta fuit, itaque b k a rectus eſt, & ideo b k h rectus, quare cum b e & k h ſint
Per 13. primi Elem. æquales, & æquidiſtantes, erit angulus e
Per 33. primi Elem. oppoſitus b h K rectus, igitur duo anguli e b k & e h k duobus rectis æquales quare
Per 32. primi Elem. cum ſint æquales inuicem, quia oppoſiti in parallelogrammo vterque eorum rectus erit.
Per 16. tertij Elem. Recti ergo ſunt anguli e & h & lineæ b e & a h, ex centris circulorũ, & angulos illos conſtituit lineæ e h, igitur e h contangit vtrunque circulum.

Propoſitio ducenteſima tertia decima.

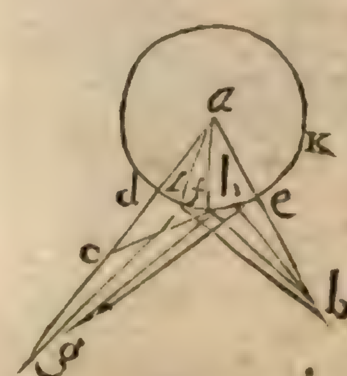
Propoſito circulo atque in eius peripheria puncto ſignato lineas contingentes vltra citraque, & etiam ab ipſomet deducere.

Com. Sit circulus b c d, & in eius peripheria e punctum deſcriptum, & ſumatur b d portio minor quadrante. in qua punctum
Per 11 primi Elem c, & ducantur a b, a c, & ducantur b e,
Per 211. c f, d g, ad perpendiculum, & conſtat propoſitum, & quod nunquam ex eadem parte conuenient ex eadem parte ex demonſtratis ſuprà,

Propoſitio ducenteſima quarta decima.

Si extra circulum duo puncta æqualiter à centro diſtantia ſignentur, erit punctum reflexionis æqualis, in medio arcus intercepti inter lineas, quæ à centro ducuntur ad illa puncta. Si verò vnum centro proximius fuerit altero punctum æqualitatis in peripheria, tanto longius verſus breuiorem lineam, quanto punctum aliud à centro magis diſteterit.

Sint puncta b c, æqualiter diſtantia à cen- Com.

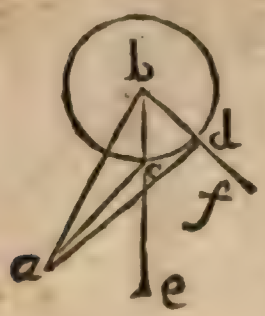


tro a circuli d e, & reflectantur c f, b f, Per 21. tertij Elem.
dico f eſſe in medio arcus d e: producta enim Per 4. primi Elem.
f a, erunt anguli d a f & e a f æquales: ſupponitur enim primum f eſſe in medio: igitur cum a b & a c ſint æquales, & a f communis, erit a f c æqualis a f b, igitur reflectentur æqualiter: ergo ſi æqualiter reflectentur, ex f reflectentur. vt ex ſecunda parte: quare ex medio.

Sumatur rurſus punctum g, remotius a b Per 210. Propoſ.
a quam b, dico quòd reflexio erit in arcu f e. Nam non in e, quoniam ſic g e d eſſet æqualis b e K cui rurſus eſt æqualis b e d, ergo g e d æqualis b e d, pars toti. Sed neque vltra e nam multo magis pars æqualis eſſe toti aut maior etiam. Sed neque ex f, nam eadem ratione pars eſſet maior toto. Neque in toto arcu f d: nam ſit punctum l, & ducantur a l, g f, igitur g l a maior g f a, maior g f a autem maior e f a, igitur g l a maior c f a æqualis ex ſuppoſito b f a, b f a rurſus maior b l a: multo igitur maior g l a Per 21. primi Elem.
quam b l a, non ergo reflexio æqualis eſſe Per 1. Cor. præcedentis
poteſt. Cum ergo reflexio fiat, & non ex arcu d f, nec puncto f, nec e, nec vltra e, nec extra d, erit neceſſarium, vt fiat ex puncto in arcu e f.

Ex hoc patet, quod linea a puncto Cor. 1.
ducta,

ducta, quo longius fertur, eo etiam longius
Com. reſilit.
Per 21. tertij Elem. Cum enim a c b maior ſit a d b, & an-



gulus e c b æqualis a c b & f d b æqualis a d b, erunt duo anguli a c b & e c b, maiores a d b & f d b, quare reliquus f d a maior a c e, igitur d f reſilit latius quam c e.

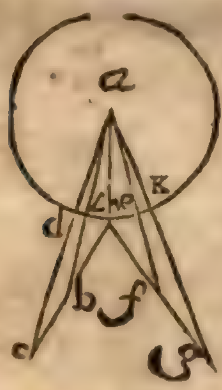
Cor. 1. Ex hoc patet, quod tales lineæ quæ reſiliunt nunquam concurrent.

Com. Per conuerſam 5. petit. Euclid. Scilicet c e & d f nam conſtat ducta c d, angulos e c d f & d e, maiores eſſe duobus rectis, ergo non concurrent in partem e f.

Propoſitio ducenteſima quinta decima

Punctum reflexionis punctorum inæqualiter diſtantium à centro, æqualiter diſtat à lineis ductis à centro ad puncta, æqualiter diſtantia alterutrinque.

Com. Sint g h a & b h a æquales, & abſcindatur h f æqualis h b, & producatur h b vſque a d c, vt ſit h c æqualis h g, & pro-

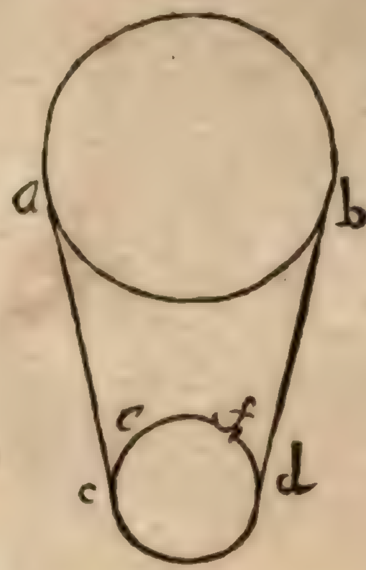


Per 210. Per 4. primi Elem. Per 26. tertij Elem. ducantur f a & c a, quæ ſecent peripheriam in d & e, dico quod punctum h eſt medium inter e & l, item inter d & κ. Nam cum h f & h b ſint æquales ex ſuppoſito, & anguli b h a & g h a æquales, & linea h a communis, erit angulus b a h æqualis f a h igitur arcus h l æqualis arcui h e. Similiter angulus g h a eſt æqualis e h a & c h æqualis h g ex ſuppoſito, & a h communis, igitur vt ſuprà angulus c a h æqualis g a h, igitur per eandem arcus h κ æqualis arcui h d, quare h punctum in medio d & κ, & in medio etiam e & l, quod eſt probandum.

Propoſitio ducenteſima ſexta decima

Si fuerint circuli duo inæquales, & extra vtrunque punctum ad illud ex minore reflexè per magnam partem minoris à maiore peruenire poterunt.

Sint duo circuli, maior a b, minor c d, & Com.



Cor. 1.

punctum g, extra vtrunque, dico quod a d g ex c d poterunt reflexè produci a b in c d, quia enim ex a b quibuſuis punctis poſſunt duci lineæ reflexè ex c d, & ideo cum puncta in a b varient reflexionem ex c d, aliter pars eſſet æqualis toti, patet intentum.

Ex hoc patet, quod oculus in quauis parte terræ conſtitutus, in qua Lunam videre poſſit, poterit eam videre per radios reflexos à Sole. Cor. 2.

Ex hoc rurſus patet, quod eodem modo oculus poterit videre ſuperficiei Lunæ illuminatæ partem per radios reflexos à Solis corpore. Com.

Hoc patet, quoniam ſi circuli Solis ſinguli, qui illuminant Lunam oſtendunt per primum corollarium huius partem circuli Lunæ per radios Solis reflexos ab ipſa Luna, putà ſecundum portionem circuli e f igitur cum liceat in Sole accipere magnam partem ſuperficiei eius, quæ Lunam illuminat, in qua continentur infinitæ portiones circulorum, & hæ ſingulæ mittunt radios reflexos ex Luna ad punctum g, igitur g, videbit portionem ſuperficiei Lunæ ſecundum longitudinem e f per radios Solares à Luna reflexos: quod eſt propoſitum.

Propoſitio ducentenſima decima ſeptima.

Oculus videt partem ſuperficiei Lunæ illuminatam à Sole per radios reflexos à Solis corpore: nec tamen poteſt videre imaginem ipſius in Luna tanquam in ſpeculo.

Com. In præcedenti.

Quoniam per illos,vt demonſtratum eſt, poteſt videre, & illi ſunt robuſtiores, ergo per illos videt,omnis enim operatio tribuitur digniori cauſæ & potentiori. Item,quoniam videmus Lunam in nocte immittere radios per feneſtram velut Sol:irradiare autem non eſt niſi habentis tantum lumen ex ſe, vt hoc poſſit facere, aut vt ſpargantur,aut vt reflectantur: ex ſe tantum non habet vt apparet hora deliquij:neque ſpargit,ſic enim non impediret Solem hora deliquij,Solis ergo reflectis. Ergo videmus per radios reflexos. Non tamen per eam videmus Solem,vt in ſpeculo obiecto, quoniam Luna primum lucet proprio lumine, & rubro ſicut pruna,quod autem debet fungi vice ſpeculi, oportet vt careat colore, & ſit velut aqua, & vt ſit purum.Deinde,quia Sol eſt maior Luna,ideò videtur vt paries in ſpeculo, videtur enim non reflexa, ſed quod ipſum ſpeculum ſit aries, & ita Sol videtur, vt totum quoddam, & non poteſt ob id cognoſci. Et etiam magnitudo luminis per quam oculus non poteſt diſtinguere Lunam ab imagine Solis: nam ex his quæ per ſpeculum videntur, oportet duo cognoſcere, ſpeculum,& rem quæ videtur, ſed magnitudo luminis prohibet ſpeculum videri, ergo non poterit videri aliud tanquam in ſpeculo, ſed ſolum ſpeculum cum lumine tanquam res vna. Et ita de Luna. Accedit magnitudo diſtantiæ: nam in ſuperflua diſtantia non cognoſcitur ſuperficies ſpeculi,ſed ſolum rei obiectæ imago, & illa habetur pro ſuperficie ſpeculi, ergo oculus non diſtinguit inter ſpeculum, & rem viſam, ideò non videt tanquam è ſpeculo. Ex quo ſequitur,quod Luna iudicabitur longiùs abeſſe quàm abſit,quia quod videmus ex ea eſt Solis imago, quæ longius multo abeſt à nobis ipſa Lunæ ſuperficie.Cum ergo ſint quatuor cauſæ,quarum vnaquæque impedire poſſet, quominus Sol non videatur in Luna tanquàm in ſpeculo, quanto magis cùm omnes adſint in Luna,& ſimul concurrant.

Propoſitio ducenteſima decima octaua.

Rationem maculæ Lunæ indagare.

Com. Supponamus primum quæ ſunt manifeſta,inde addamus quæ ſunt veriſimilia valde, poſt veriſimiliora ex dubiis,vbi ratio vtrinque pugnare videtur, demum dicemus de quæſito. Manifeſtum eſt igitur, quod Luna diſtat à nobis circiter CLX M P. dimetiens igitur orbis Lunæ eſt circiter CCCXX M P. Igitur ambitus M M P. Igitur in hora circuit circiter XLII M P. Ergo in ictu inſenſili penè, id eſt, tempore ictus pulſus infantis laborantibus acutiſſima febre II M P. quoniam quinque tales ictus continentur penè in ictu vno viri temperatæ naturæ, & IIII. ictus pulſus fermè viri temperati complent ſpatium horæ. Igitur Luna mouetur rapidiſſimo motu & ſimili motui fulguris. Ex quo patet quod eſt corpus expers grauitatis & perfectum, quare nec miſtum, nec vitiatum.

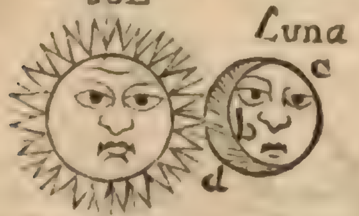
Eſt etiam rotunda,tametſi enim ob diſtantiam maximam poſſet videri rotunda, etiam quod non eſſet, veriſimile tamen eſt, cum vmbram talem efficiat in deliquio Solis, & cum exit è tenebris terræ, tum quia perfecta eſt quod ſit rotunda, aut prope rotunditatem,ſed quod eſt perfectum & diuinum (quia ſeruat æqualitatem,hoc enim demonſtratum eſt, quod æquale ſolum reperitur in diuinis quod ad motum attinet) exactè tale eſt,igitur Luna eſt exactè rotunda in circuitu ſecundum ſuperficiem orbis. Ergo etiam vndequaque & ſecundum profunditatem: nam in commutatione non poſſet latere inæqualitas.Et etiam non eſt veriſimile vllo modo, quod corpus perfectum & diuinum ſit informe. Eſſet autem neceſſariò eiuſmodi,ſi eſſet exactè rotunda ſecundum longitudinem & latitudinem, & ſecundum profunditatem alterius figuræ. Veriſimilius eſt ergo,Lunam eſſe vt ignem quendam denſum per ſe lucidum,ſed inæqualiter luminoſum, non ſolum ob ſubſtantiæ denſitatem, ſed copiam luminis & puritatem,quæ impuritas non illi accidit,quia miſta,ſed quoniam eſt inæqualium partium rararũ ac denſarũ & mediarũ. Neque ſolũ colluſtratur à lumine ex his quæ diximus, tum etiam quia colluſtrata non lucent procul, vt neque montes, qui plurimum abſunt, quamuis non tale prócul vt Luna, imò nec nix quæ illis inſidet, ſed nix eſt multo candior per ſe quàm Luna, quam conſtat lumine Solis deſtitutam eſſe rubram, ergo Luna relucet radiis Solaribus eliſis velut a ſpeculo. Et ſi quis in orbe Lunæ eſſet media die ſerena, non videret terram luminoſam, quæ multo maior eſt Luna, & paulo plus à Sole diſtat, & quandoque illi propior eſt quàm Luna. Macula autem Lunæ eſt qualis depingitur cum ore, oculis & naſo, ſed quod magis ſpectatur eſt os ipſum: adeò vt Plutarchus non de macula Lunæ, ſed de ore Lunæ inſcripſerit.



Non verti autem Lunam, ex hoc probat Philoſophus ſecundo de Cœlo. Igitur ab Oriente in Occidente verti ſub,& ſuprà neceſſe eſt. Scilicet vt oculi infrà os ſupra appareat. Videtur autẽ magis in plenilunio ob differentiam luminis,& tota quoniã pars verſus nos etiam tota illuſtratur. Et ex illo loco apparet, quod Auerroës neſciuit Geometriam, ſicut ſemper fuit mos Philoſophorum contentioſorum, vt nil ſciant, ſed ſolum garrire, audierat hoc ab aliquo malo Geometra. & reſpoſuit in ſuos libros: nam nos, vt ſuprà vidiſti, demonſtrauimus oppoſitum. Quod verò ſit macula illa ex vmbra terræ, verum non eſt, quoniam vna eſſet & non diuiſa, & occuparet totam illius faciem: nec eſt verum quod mutaret ſitum, quia ſuperficies terræ eſt nonnupla ſuperficiei Lunæ. Sicut terræ ſuperficies eſt minor trigeſima parte ſuperficiei Solis. Nec ſpargitur lumen Solis in Luna, nam ſic eſſet ambitus vt via lactea: cum autem Luna delinquit in Oriente,eſt glauca & purpurea,

purpurea, cum in cœli medio rubra, cum in Occidente nigra videtur, nam ab vtraque parte tenebris operitur: Oriente ab vmbra terræ, ab Occidente ab obſcuritate loci. In mediis locis mediis coloribus, Aſtrologi terraticis tribuunt, hoc autem quandiu tota delituerit, quod tempus horam vix implere poteſt. Ergo partes peruiæ non remittunt lumen, ideò obſcuræ apparent, quod in vitreis ſpeculis à quorum partibus plumbum excidit: nam nigræ illæ apparent, reliquæ ſplendidæ, ob id ſydera aliquando per illam relucent, & aliquando non. Et Solaris eclypſis tempore, non lux tota Solis petit: atque ideo vt videmus, & variant colores eo tempore, non tamen colluſtrat ſplendidè Sol ob craſſitiem Lunaris corporis hæc inferiora, tum etiam ob diuerſitatem partium, & ad ſitum. Nam ſi Sol ſit ad ſitum a b, tranſibunt multi

1. Aporeles Ptolem.

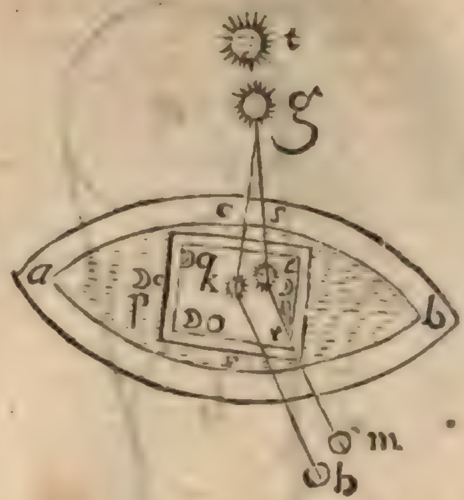


radij, ſi c d pauciſſimi aut nulli, ſed vt vbi tenuior eſt Luna in ambitu, & Solis radij denſiores tranſeunt, & ſydera pellucent contrariis cauſis minus, vt iuxta medium nequaquàm. At Lunæ maculam radij efficiunt, etiam ſi tota ſubtus opaca eſſet, cum peruia vel tantillum fuerit in ſuperficie, vt venis opus non ſit. Et iuxta hoc macula illa, vt liquet, ad perfectionem corporis Lunæ pertinet magis quam pars ſplendida, quamuis prima cogitatione oppoſitum videatur. Eſt enim duplex perfectionis genus in cœleſtibus corporibus, & ob denſitatem cum remittit, ob perſpicuitatem cum à Sole, vt vniuerſali quodam principio illuminatur,

Propoſitio ducenteſima decima nona.

Rationem eorum quæ apparent circa Solem ſpeculo in aqua poſito declarare.

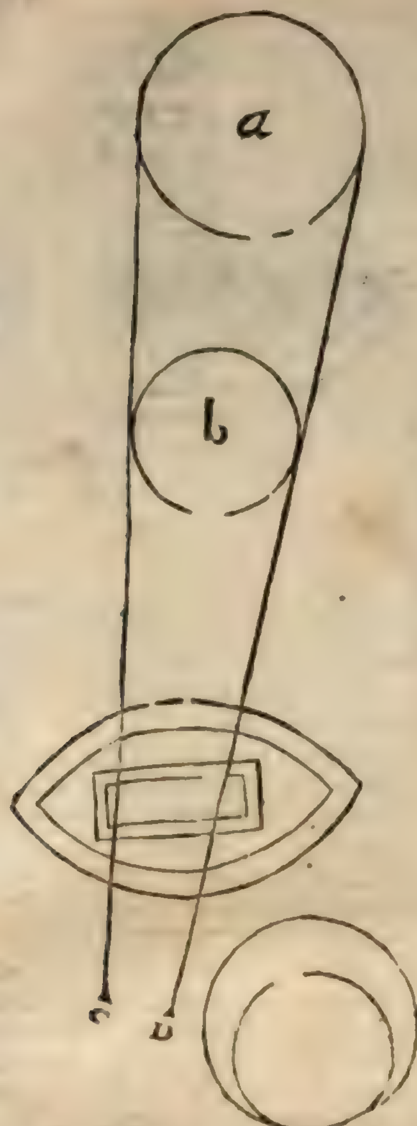
Com. Sit peluis a b aqua plena: ſpeculum in ea c d e f quadratum, aut perfectè aut oblongum ſubmerſum in ea: Sol primum ſolus in g oculus ex aduerſo in h, ita vt ad æquales angulos poſſit videre Solem in k, dico quod depreſſo oculo in m, videbit alium Solem maiorem verſus marginem aduerſum in f, & longè ſplendidiorem: quia enim radij reflectunt ex k, vt robuſti & à medio denſiore ad rarius, qui non inflectentur, erunt pauci, & ideò Sol in k minor apparebit, & languidior, maior autem pars deflectetur à perpendiculari ad m, igitur Sol apparebit maior & validior longè ſplendentibus radiis, adeò vt vix ferri poſſit. Sed quoniam angulus ex ſuppoſito m l f maior eſt h k e, igitur cum oculus iudicet ſe videre a d æquales angulos, vt debitur g depreſſior & propior



abro in t, ſicut n m eſt infra g h, ita t infra g; quare etiã vt angulus m l f ſit æqualis angulo t l f, neceſſe eſt vt l ſit vltra k: aliter t videretur quaſi tangere aquam. In hora autem deliquij Solis velut hodie v. Idus Aprilis hora ſexti diei, cum diligentiſſimi ſtatuerint medium eclipſis in quinta, & ſuppoſita fuerit obſcuratio à Ioanne Stadio partium nouem cum beſſe, & tempus horæ vnius & m: 26. fuit tamen maior & longior: quoniam luminaria fuerunt propiora vna parte caudæ Draconis, quam ipſe poſuerit in tabulis, & hoc quia ſupponit æquinoctium tardius diebus duobus quam apud Alphonſum: & forſan ſufficiebat vna dies, ſcilicet vt eſſet die decima Martij horis decem octo à meridie: nam tunc omnia reſpondent obſeruationi: in qua apparuerunt quatuor Lunæ: & quidem ab initio fuerunt duæ orientaliores è regione, ſcilicet o p, & vna occidentalior n, & tantum diſtabat n a k quantum o: Et clarum erat quòd p erat, ſicut ſecunda iris parua & non candida, ſed rubra purpureo miſta, quoniam ex reflexu o oriebatur: apparebat autem à latere illo, quoniam Luna dextram partem obtegebat, ideo illa erat minus luminoſa, & verus Sol erat in k, modò Lunæ, modò Solis imaginem referens vbi tranſiſſet eclipſis medium, non amplius tres illæ Lunæ apparuerunt à dextra & à ſiniſtra, ſed vna vltra nos in q, & duæ verſus nos in r & n & quæ erat in r, erat ſimiliter parua & purpurea rubraque, & mutato ſpeculo variabatur ſitus q & r u, id eſt, vt modo eſſent quaſi in medio laterum e & f, quandoque tranſuerſæ. Et hoc contingit ob mutationem loci k propter ſpeculi variationem.

Cauſa, eſt quoniam Luna cum permeet Solem non è regione recta lineæ oppoſitæ noſtro viſui, & ſolum momento, & in longis temporum interuallis poſſit obtegere illum. Sit ergo vt Sol obtegatur à Luna mediis partibus, & ſint radij extremi in ſpeculo: a c & a d, igitur erunt tanquam duo Soles, ſed vterque illorum geminatur, ideò fiunt tres: medius enim ob Lunæ perſpi

perſpicuitatem integer, apparet, ideò modò ſub forma Solis, modò Lunæ laterones am-

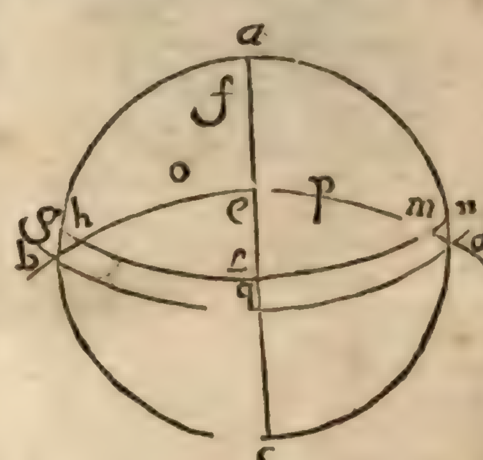


bo ſub forma Lunæ: ideò erunt tres, quibus addita Luna p, quæ eſt reflexa a ſecunda, fient quatuor. At dices cur non ſit reflexus ſecundum directum oculi, vt Lunæ appareant vltra citraque Solem? Dico quod Luna diuidente orbem reflexus fit ad latera, quia radij tranſuerſim feruntur: cum autem non diuiditur fit prorſum & retrorſum. Sed cur dices, Lunari forma? quoniam partes Solis quæ vigent, eiuſmodi forma apparent, Iconem vides à latere,

Propoſitio ducenteſima vigeſima.

Cauſam cur Sol æſtiuis diebus exoriens vmbram ad meridiem, cum in meridie ad boream mittat, explorare.

Com: Dico quod vbicunque terrarum in noſtro hemiſpherio, Sol vbi fuerit in Oriente ſeu Occidente videbitur, cum ſub circulo æquinoctij fuerit è regione, nobis etiam ſi homo ſub arctico circulo habitet, & ita reſpicienti ad polum vmbra erit à dextra in ſiniſtram, dum oritur & à ſiniſtra in dextram dum occidit. Et quod dum erit in meridie vmbra verget ad Septentrionem: Tertiò dico, quòd in his qui habitant verſus Septentrionem à tropico cancri vmbra in Meridie, quocunque tempore anni borealis erit. Quartò quod iiſdem toto dimidio anni ab æquinoctio verno ad autumnale, vmbræ oriente & occidente Sole ſunt meridianæ tranſuerſæ: & muri reſpicientes boreã illuminantur. Sit finitor a b c d in regione boreali, cuius vertex e & f polus, eleuatio poli ſupra finitorem a f, æquinoctij circulus b q d, cui parallelus borealior Solis via per cancri initium, g h l m n, circulus magnus per verticem, & interſectiones æquinoctij, & finitoris b h e m d, Meridiei ſemicirculus ſuperior a f e l q c. Cum ergo vertex regionis ſit in e, & circulus magnus b h d tranſiens per verticem, tranſeat per centrum terræ ex diffinitione circuli magni, & linea à vertice grauium habitantium ſub vertice e, tendat



Propoſ. 1.

ad centrum terræ ex demonſtratis ab Ariſtotele, & ſuppoſitis ab Aſtrologis, quod grauia omnia tendunt ad centrum terræ, erit quodlibet graue ſeu murus ſeu homo, ſeu per vltimam petitionẽ, ſeu per demonſtrata in vndecimo ab Euclide murus, & homo quiuis incola regionis in ſuperficie circuli verticalis b e d. Igitur dum Sol eſt in b vel d, vmbræ erunt à dextro in ſiniſtrum, vel contrario modo, & ita Sol videbitur eſſe è regione nobis: & murus faciet vmbram orientalem vel occidentalem. Et hoc eſt primum. Et quoniam cum Sol erit in Meridie, tum erit in q, igitur erit vmbra ad Septentrionem, cum e ſit loco gnomonis & murus. Et hoc eſt ſecundum. Tertium etiam patet, quia Sol nunquam tranſibit punctum l in Meridie verſus boream, ſed regio ſupponitur borealior l, igitur tempore meridiei vmbra ſemper hic borealis erit. Et quoniam b h e m d ſecat parallelos, qui ſunt in Septentrione vt puta tropicum in h & m, igitur oriente Sole, & occidente rurſus per totum arcum g h & m n, videbitur borealior quàm in b vel d parte arcus magni intercepti inter arcum magnum tranſeuntem per verticem & locum Solis, vbi ſecat finitorem & puncta b, & d: & ita erunt vmbræ

vmbræ Meridionales toto hoc tempore, & hoc eſt quartum.

Ex quo ſequitur, quod in hoc toto tem-
Cor. 1. pore veris & æſtatis, cùm Sol in Meridie videatur eſſe poſt tergum, & in Meridie, & dum oritur à parte Septentrionis. Ergo ab ortu Solis ad Meridiem videbitur ferri motu diurno, linea obliqua à Septentrione in Meridiem: & à Meridie ad Occaſum, alia obliqua linea à Meridie in Septentrionem: vt in figura, vt ſi Sol ſit in a in Oriente, b in Meridie, c in Occidente, & vertex nobis in e.

Cor. 2. Sequitur etiam, quòd ſi tempore æſta-



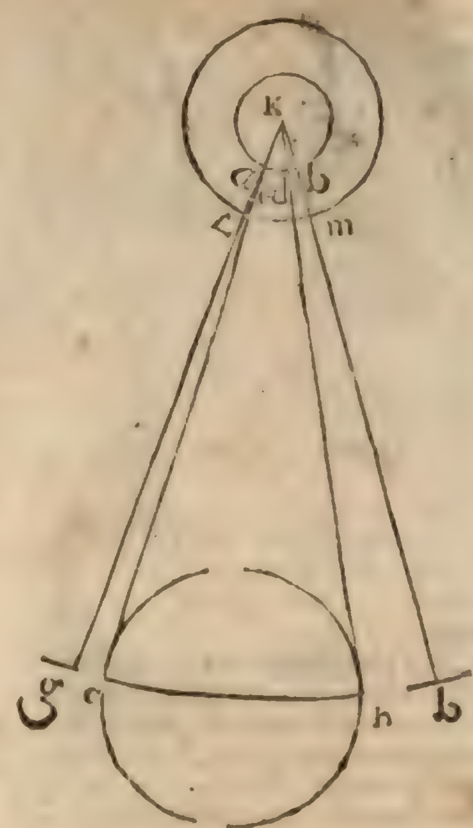
tis poſſemus in media nocte videre Solem, in cœli medio videretur, tantundem verſus boream declinare, quantum Meridie ad Meridiem. Et hoc quia circulus æquinoctij b q d, tanto borealior eſt in parte inferiore circulo per verticem, quanto in ſuperiori eſt auſtralior: quoniam circuli magni ſe ſecant per æqualia. Et ſi hoc eſt verum de Sole ſub æquinoctij circulo, quanto magis erit verum de Sole ſub tropico æſtiuo?

Cor. 3. Ex præcedenti patet, quod Sol in media nocte borealior videretur ſub æquinoctij circulo tanto, quanto videtur auſtralior ſeipſo, dum eſt ſub tropico cancri, quia circuli ſe ſecant ad angulos oppoſitos æquales: igitur ſi verticis circulus maiorem facit angulum ſuperiorem cum æquinoctij quam tropici borealis circulo, igitur & inferiorem: homo autem & viſus iudi-
Per ſimilem 15. cat auſtrale & boreale iuxta inclinationem circuli ducti per locum Soli ad circulum du-
Propoſ. primi Elem. ctum per locum verticis:

Propoſitio CCXXI.

Magnitudo Lunæ & cæterorum aſtrorum dignoſcitur ex proportione aliorum ad eam iuxta diſtantiam: ipſius verò iuxta rationem pupillæ ad Lunam diſtantiæ ratione.

Sit pupilla a b, quæ in circulo l m, po-
Com. ſita in eodem centro, comprehendat portionem notam l m, ideo clauſo oculo altero eandem portionem videbit totius cœli, vt liquet ex demonſtratis in Elementis Euclidis, igitur nota l m nota erit pupillæ, & ideò g h quanta ſit portio cœli, quia κ eſt etiam quaſi centrum cœli Lunæ, ſit ergo Luna c d, eritque tanta portio g h notæ, quanta e f pars pupillæ, per quam videtur ipſius a b: e f autem ſimiliter eſt nota in n o, igitur, & c d in comparatione ad totum circulum. Quia verò g h eſt nota, & in Sole conſpicitur



arcus notus æqualis, ergo erit nota diuerſitas aſpectu ob diſtantiam noſtram à terræ centro, quare altitudo Lunæ nota, & eius magnitudo, eius enim ad ſemidiametrum oculi, vt c d ad e f. Hoc autẽ eſt craſſa Minerua additum, vt quis intelligat difficiliora eſſe quæ craſſa videntur, quàm quæ elaborata, huiuſmodi autem diuina, de quibus mox dicendum erit,

SECVNDA PARS DESVPER
Principia.

DIFFINITIO PRIMA.

Proportio imperfecta ſeu poteſtate eſt duarum quantitatum, quæ ſic ſe habent, vt nullæ duæ aliæ in eodem genere inueniri queant,

DIFFINITIO SECVNDA.

Proportio media eſt comparatio rei non habentis quantitatem, quæ tamen mutari poſſit ad rem, quæ quantitatem habeat.

DIFFINITIO TERTIA.

Proportio ſublimis ſeu ordo dicitur duarum ſubſtantiarum quæ quantitatem non habeant, comparatio

PETITIO PRIMA

Infinitum quod imaginem habet quantitatis, quantitatem autem non habet, neque eſt quantitas.

PETITIO SECVNDA.

Repugnans eſt ſuper quod nulla eſt potentia.

PETITIO TERTIA.

Non poſſe ſuper ea quæ repugnant, nullam declarat imperfectionem, neque infinitum non eſſe negat.

PETITIO QVARTA.

Infinitum infinito maius eſſe non poteſt.

Propoſitio ducenteſima vigeſima ſecunda.

Quantitates quæ æquales eſſe non poſſunt in eodem genere, maius tamen & minus recipiunt, ſunt in proportione poteſtatis.

Com. Sint propoſiti duo anguli, gratia exempli, a rectilineus, b verò in circumferentia circuli, qui poteſt eſſe maior, & minor rectilineo propoſito, & nunquam poteſt eſſe æqualis, vt declaratum eſt ſuprà, dico proportionem b ad a eſſe poteſtate, nam vt viſum eſt, poteſt eſſe maior & minor, & eſt maius & minus verè, & ideò ſunt in eodem genere, & vterque eſt continua quantitas, igitur in tranſitu neceſſe eſt, vt ſint æquales aliquando ſed non actu, hoc enim repugnat, igitur poteſtate.

Propoſitio ducenteſima vigeſima tertia.

Quantitates quæ actu æquales eſſe non poſſunt, in nulla proportione actu eſſe poſſunt.

Com. Sint duæ quantitates quæ æquales eſſe non poſſint, vt in priore exemplo a & b, dico quod non poſſunt eſſe in aliqua proportione in actu, aliter ſint in proportione c, & ducatur c in b, fiat d, erunt ergo d & a æquales, quod eſt contra ſuppoſitum, nam ſupponitur quod nulla quantitas ex genere b ſit æqualis a, ſed d eſt ex genere b & æquale a, & ideo ſuppoſitum non manet, igitur a & b non ſunt in aliqua proportione in actu. Per 9. quinti Elem.

Propoſitio ducenteſima vigeſima quarta.

Neque temporis vt imaginamur ipſum eſſe infinitum, neque æui vitarum proportio vlla eſt ad tempus quod poteſtate eſt, vt potè diem vel menſem.

Com. Tempus ipſum vt infinitum eſt, aut in actu eſt, aut refert quippiam in actu, pars autem temporis ſolùm eſt poteſtate, quia nullum tempus in actu eſt, neque annus, neque menſis, neque dies, neque hora aut momentum, ſed ſi totum tempus non eſſet actu, nihil eſſet actu, neque totum neque partes. Igitur totum tempus, vel aliquid loco eius eſt actu, partes autem poteſtate, ſed vt viſum eſt proportio infiniti nulla eſt, & ad rem quę actu non eſt, igitur tempus nullam habet proportionem ad annos neque menſes vel dies. Quare qui dicunt, quod mille anni ſunt vnus dies, in philoſophia errant, ſecus apud Apoſtolum, vbi de diuinitate agitur. Ergo anni ſunt longum tempus, & dies breues, quia dicuntur in comparatione inter ſe, & non ſecundum proportionem ad infinitum. Quia ſit infinitum a, & duæ quantitates b maior, & minor, vel ergo proportio a ad b c, eſt vna vel diuerſa, ſi vna, ergo b c erunt æquales, ſi maior eſt ad c quam ad b ergo infinitum eſt maius infinito, ergo non eſt infinitum, quod eſt contra petita. Per 9. quinti Elem. 4. petit.

Propoſitio ducenteſima vigeſima quinta.

Proportio media non eſt ex ratione agentis ſed patientis.



Com. Proponatur a quantitas, quæ debeat mutari ab virtute quæ non ſit in materia, & palā eſt quod non poterit permutari inſtanti, quia ſimul eſſet, & non eſſet, ergo repugnaret, neque etiam poteſt non eſſe, vt demonſtratum eſt in Hyperchen, quia repugnant neceſſariò & eſſentiæ Dei, neque mouetur à certa proportione, quia b caret omni quantitate, ergo nihil oſtendit vim ipſius b eſſe finitam, quod ergo moueatur tardè celeriter paruum magnum, iſtud contingit totum ex conditionibus a, id eſt, materiæ & quantitatis: velut, gratia exempli, ſi a eſſet in vaſculo palmi, non poſſet implere iugerum, & hoc non oſtendit vllam imperfectionem in b. Per 5. petit. Et ſicut homines omnes ſunt in carcere huius mundi, & tamen videntur eſſe ſibi liberi, & appellant ſolum illos eſſe in carcere qui ſunt in ergaſtulo, ita omnis materia, & omnis quantitas habet conditiones, per quas (vt ita dicam) conſtringitur, & repugnat eas mutari, & ideò vitam agunt ſine vlla proportione. Quod verò dictum eſt, ſupra dictum fuit, per exemplum dictum eſt, non quia ita ſit, finge ergo quod in aliquo pariete, non ſit albitudo, niſi vnius gradus, illa non operabitur niſi per vnum gradum, etiam ſi calx eſſet infinitè alba, & ſimiliter de luce Solis, ergo omnes mentes mouent ſine proportione, & non poſſunt dici finitæ vel infinitæ, quia ipſæ ſunt expertes omnis quantitatis, imò omnis relationis ad quantitatem, & hoc eſt quod latuit multos, & maximè propter dictum Philoſophi, eſt ergo omnis operatio iuxta id quod eſt in materia, & non quod vna mens maiores habeat vires, alia cum non ſit in eis neque maius neque minus.

Propoſitio ducenteſima vigeſima ſexta.

Proportio ſublimis non conſiſtit in magnitudine, ſed ordine iuxta quem differentia eſt eius quod eſt ante & poſt.

Com. Non enim poteſt eſſe comparatio iuxta magnitudines motas quoniam vel ſunt corpora cœleſtia, vel elementaria, elementaria

eſſe non poſſunt, quia illa cum ſint corruptioni obnoxia, id eſt, tranſmutationi, ſecundum qualitatem non poſſunt eſſe ſubiecta incorporearum ſubſtantiarum, neque à primis ſubſtantiis moueri, neque etiam excipere primò lumen ſuum, ſed mouentur vim influxam à cœleſtibus corporibus, neque etiam per motum corporum cœleſtium, nam illa non mouentur ſecundum proportionem mentis ad corpus, ſed iuxta rationem finis, à qua circumſcribuntur, & ideo quod Saturnus moueatur velociore motu, quàm Iupiter ab Oriente in Occidentem, hoc non eſt, quia vita quæ mouet Saturnum ſit robuſtior vita quæ mouet Iouem, cum ſint vna & eadem: vel ſi dicas quod ſint diuerſæ vitæ Saturni, non tamen eſt validior in comparatione ad ſuum cœlum, vita Iouis non moueret celerius Saturnum ab Occidente in Orientem, quàm vita Iouis Iouem, quod eſt falſum, ſed talis motus velocitas eſt ratione finis, quia oportet vt pariter moueatur eo motu, & quia cœlum Saturni eſt maius, ideo celerius moueatur quam Iouis, & hoc ratione corporis mobilis, & non ratione proportionis ad corpus. Dico etiam, quod non habent poteſtatem aliam, per quam ſubeant proportionem, nam quæritur cuius comparatione illa proportio oriatur, nam non ad corpora, quia neque ad cœleſtia neque mortalia, vt dictum eſt, niſi fingamus alia corpora, quod eſt abſurdum, nequa etiam ratione incorporeorum, nam non poſſunt deſtruere ſe inuicem, quia inferior non poteſt tollere ſuperiorem, neque multo minus poteſt velle, Hoc eſt enim nefas cogitare, neque ſuperior inferiorem, quam producit quam amat: & ideo dico, quod ſunt in proportione ſublimium, id eſt, ordine perfectionis, qui conſiſtit in propinquitate ad primam cauſam exemplum, Sol eſt longe perfectior ſua luce, quæ eſt ei propria, quia Sol eſt ſubſtantia, & lux eſt proprium, & lux Solis eſt multo perfectior lumine cum ſit (vt dixi) lux proprium & in Sole, tanquam in ſubiecto, lumen autem extra & accidens. Nec tamen dicendum eſt, quod Sol ſit potentior luce, aut lux lumine, idem dico de anima & facultatibus eius, & functionibus, inter quas nulla cadit proportio perfectionis, tamen differentia conſpicua eſt, & ideo poterit impediri functio, & non facultas, & facultas tolli remanente anima. Forſan dices, quod iſtæ non ſunt ſubſtantiæ, & ideò oporteret, vt omnia incorporea Deo ſolo excepto eſſent accidentia, dico quod in incorporeis non eſt ſicut in anima, quæ eſt iuncta corpori, neque vt in Sole quod eſt corpus, ſed tanta eſt perfectio producti incorporei, quod ipſum eſt ſubſtantia. Et ratio eſt quia ſubſtantia differt ab accidente vel ratione corporis, vt aqua à frigiditate, & hoc non eſt in incorporeis, vt manifeſtum eſt, vel quia vnum ſit ſubiectum alterius, & ideò ſubſtantia, vt eſt principium comparationis, & in ſe ipſa dicitur ſubſtantia, & vt comparatur ad extra & ad operationem ſuã, cuius eſt principium dicitur facultas: velut vita cœleſtis ſubſtantia eſt, vt verò cœlum pulchritudine illius delectatum mouetur ad obſequium, dicitur facultas in illa vita, & non eſt niſi ſubſtantia, tamen ipſius vitæ adeo vt ſola ratione differant. Tertia differentia eſt, quia ſubſtantia non eſt in ſubiecto, ſed facultas eſt in ſubiecto, verùm in incorporeis, vt dixi, non differunt niſi ſola ratione, velut pater & homo, nam pater neceſſariò eſt homo, & eſt ſubſtantia, vt ad aliud comparatur. Quarta differentia eſt ratione propriæ naturæ quæ non dependet, nam ſubſtantia non pendet ſicut accidens & facultas, verùm vbi genita fuit non amplius pendet: reſpondeo, quod in incorporeis producitur, & non repugnet productio ſubſtantiæ, quia ſi non repugnat generatio hominis, quod ſubſtantia, multo minus etiam incorporeorum. Relinquitur vt obiicias, quoniam ſubſtantiæ incorporeæ ſemper fiunt, ergo nunquam ſunt veræ ſubſtantiæ: ad hoc reſpondendum eſt per interemptionem, nam de vera reſponſione non eſt hic locus, quod eadem ratione qua producuntur vitæ, producuntur etiam cæli, at cœlum nihilominus eſt verè ſubſtantia, & magis iſtis mortalibus, ergo vel talis productio non eſt perpetua, vel, vt verius dicam, eſt ſimpliciter productio circumſcripta ab omni tempore præſenti, præterito & futuro. Quare erit magis vera productio quam ſubſtantiæ mortalis, ideo contingit hic error ex diſſimilitudine eorum quæ maximè ſimilia eſſe videntur, nam cùm accidentia producantur in tribus temporibus, & incorporea in nullo, ſubſtantia autem mortales ſolum in vno tempore, ideò productio incorporeorum videtur eſſe ſimilis productioni accidentium, cum tamen productio ſubſtantiæ mortalis ſit verè media inter illas, nam ſubſtantia mortalis producitur in vno tempore, accidens in omni ſubſtantia immortalis in nullo, neceſſe eſt autem extrema magis differre inter ſe quàm à media, igitur ſubſtantiæ incorporeæ ordine & perfectione differunt, non tamen proportionem habent. Et ſi quis dicat, quod vltima ſubſtantia eſſet æquè potens, vt Deus reſpondeo quod non eſt verum, quia vel loqueris de perfectione, & ita demonſtratum eſt, quod Deus eſt ipſa perfectio, vltima ſubſtantia eſt imperfectiſſima: vel loqueris de magnitudine, & ita non ſunt æquales prima & vltima ſubſtantia, quia non poſſunt comparari, ſicut lumen non poteſt comparari lumini, quod ſit dulcius vel amarius, grauius vel leuius maius enim & minus, & æquales ſunt differentiæ quantitatum, vitæ autem non habent quantitatem operationis, quia, vt dixi, eſt abſolutiſſima ratione finis, neque potentiam ad aliquid, quia ſunt in æterno actu, & hoc ſecundum philoſophos, & iuxta rationem luminis naturalis, nam ſecus religio & fides tenent, quia ſupponunt mundum eſſe creatum, & ſic potentia differentiæ ab actu quia Deus nunc creauit, & antea non creauerat, & tamen poterat creare.

Ex hoc patet, quod nulla ſubſtantia incorporea eſt finita nec infinita, nec extenſa nec contracta, quia omnia iſta pertinent Com

ad quantitatem, quarum illæ omnino ſunt expertes.

Propoſitio ducenteſima vigeſima ſeptima.

Com. Vitæ iuxta numerum perfectionum in cõparatione ad cogitationem noſtram proportionem quandam habent.

Velut Deus eſt per ſe primo abſolutũ, & cauſa omnium bonorum, & eſſe, ſapientia verò quæ generatur à primo bono, non eſt cauſa omnium bonorum, quia ſic produceret primum bonum, & produceretur eſt tamen per ſe primo & abſolutum bonum, amor autem eſt cauſa omnium bonorum poſteriorum, & abſolutum, & per ſe, ſed non primò, & ita de vita quæ regit mundum, ipſa non eſt abſoluta, neque per ſe primò, ſed ſolum cauſa omnium bonorum, eſt tamen abſoluta in ordine bonorum, quæ retinuit, & hoc modo dicimus eſſe plures perſonas in diuinis plures mentes, & ſubſtantias incorporeas.

Propoſitio ducenteſima vigeſima octaua.

Proportionem ſcientiæ futurorum & cæterorum occultorum conſiderare.

Com. Septem licet ſint modi futura & occulta prægnoſcendi, quædam tamen ſunt communia omnibus, quædam multis: varia quoque eſt ratio horum, alia enim eſt proportio ſciendi, atque hæc duplex, vel ex ratione intelligendi quæ ortum habet ex comparatione animi ad magnitudinem & difficultatem eorum, quæ cognoſcuntur, quædam ad modum quo iudicantur. Alia rurſus eſt ratio proportionis modi ad animam ipſam, vt quiſque propior fuerit ipſi aut remotior, alia demum eſt differentiæ ſignorum aut cauſarum, ergo vt à propinquitate initium ducam ſeptem videntur eſſe ordines, qui etiam ad perfectionem diiudicandi pertinent. Primus eſt eorum quæ agimus quibus prudentia dominatur, atque hic admodum certus eſt, vt in negotiis publicis priuatiſque videmus, eſt autem duplex, ciuilis & militaris. Secundus eſt naturalium, eſt autem maximè euidens in tribus medicina, agricultura & nauigatione. Tertius eſt eorum quæ ſunt ſecundum naturam, ſed non per cauſas, velut aſtrologia & phyſiognomia. Eius autem autem tres ſunt partes phyſiognomia, metopoſcopia & chiromantia, namque aſtrologia etſi per cauſas ſit, magis tamen per ſigna oſtendere videtur, nam quod Iuppiter in aſcente bonos præbeat mores, cur magis hoc in loco vel illo, magna eſt quæſtio. Quartus eſt conſenſus omnium nobiſcum atque fatale vinculum, in quo genere ponuntur fulgurum caſus, exta, & angurium & hydromantia. In quinto modo ponuntur ea quæ cum anima noſtra conſenſum habent, eiuſmodi ſunt vitæ aut genij aut errores. Sextus verò eſt ex origine, velut ſunt Prophetæ & vates Sybillæque, quorum vis alia in ſeipſis, vt prophetarum, alia vaporis vt Delphici oraculi. alia aquæ velut in Colophonio oraculo. Vltimum eſt præſtantiſſimum idéque remotiſſimum, quod à Deo per preces conſequimur. In omnibus ergo his iuuat præſtãtia modi non auſpicium, & exta paruã habent ſignificationem, quæ verò à Deo maximam, alia enim eſt proportio agentis, vt Dei alia modi agẽdi, velut quæ per cauſas fit melior quàm quæ per ſigna, alia impreſſionis lucis aut efficacis, alia cõiunctionis naturæ nobiſcum. Quod verò ad nos attinet, aliud eſt ex peritia artis, aliud ex iudicio acri, aliud ex diligentia. Differentiæ autem cognoſcendi ſunt multorum aut paucorum exactæ: vel non exactæ, ſecuræ aut dubiæ atque horum omnium cauſa eſt magnitudo proportionis, aut in origine ad ſignificandum, aut in anima ad intelligendum. Atque originis, vt dixi, multiplex eſt ratio, ſcilicet modi vel cauſa vel efficaciæ, cùm verò hæc omnia in vnum conuenerint, certiſſima & exactiſſima fiet diuinatio, cum pauca & minus valida, vt pote diſcurſus & iudicium dubia, debilis & paucorum. Quæ verò nugantur Porphyrius & Iamblicus de his, omnino fabulis ſimilia ſunt, videturque Iamblicus Prophyrio indixiſſe bellum, ſed cum ignauo hoſte, ipſe longe deterior.

Propoſitio ducenteſima vigeſima nona.

Incorporea omnia vnum ſunt, neque numerus eſt eorum.

Videbitur ab initio paradoxum, ſed vbi & modum & demonſtrationem ipſam deprehenderis, intelliges ita eſſe iuxta luminis naturalis rationem, tum verò maximè, cum id adiecero non prohibere me, quin vt partes in homine numerentur. Sed aliud eſt partes in homine dinumerare, quę numero ipſo non diſtinguuntur, ſed ſi plures homines ſeorſum de earum numero interroges ſinguli diuerſa, nec exiguo interuallo differentia reſpondebunt, ſed vnus decem puta, alius centum, alius innumerabiles pronunciabit. Quin etiam quiſque qua ratione velis illas diſtinguere interrogabit, at non ſic de numero gregis pauidum, aut de pecuniis, in quibus nemo ab altero diſſentiet, niſi cum in numerando errorem admiſerit. Igitur dico non eſſe numerum in incorporeis, nam finitus erit vel infinitus: ſi infinitus, numerus non erit, quoniam primum nullus Deus erit nulla prima ſubſtantia: nam quomodo Deus erit aut Dominus infinitorum, aut primus vbi non eſt vltimum? Sed neque numerus aliquis certus earum eſſe poteſt, cum primum non magis hic quam ille: neque enim definiuntur vllo termino, ſeu centum, ſeu mille aut millies mille: nec cum ſubiiciantur quantitati continuæ poterunt ſubiici, numero vel alteri cuipiã accidenti. Sed omnia ſunt vnum ita tamẽ quod perfectius eſt atque imperfectius diffuſum ab ipſo infinito, cuius in extremo cohærent mentes noſtræ & animæ, & cœlum, quæ communicatæ inferioribus atque corporibus illa agunt, mutant & ſeruant. Ipſum quàm vltimum eſſe, eſt in mundo, quod eſt corpus, & eius pars præcipua cœlum deinde reliqua. Omniaque mouentur & transſe- Com.

transferuntur immobili primo principio, quod cum illis coniunctum eſt: nam reliqua incorporea ab ipſo profluunt. Eſt & ratio Ariſtotelis in tertio decimo Theologorum

Sap.5. ſermonum, Deus non eſt vnus numeri ratione, ſed ita vt non ſit plura, igitur in mundo toto incorporeo non eſt numerus. Si enim Deus eſſet vnus numero, non poſſet eſſe ens commune, & vniuerſim amplectens cuncta, & accidens contineret, quæ omnia ſunt falſa, abſurda, nefaria & impia, licet tamen (vt dixi) menti humanæ quæ omnia reducit ad ſimilitudinem ſenſilium, à quibus originem traxit ſuæ operationis fingere numeros, ſicut in partibus hominis, aut cœli, aut aëris iuxta ſitum, aut magnitudinem. Eſt etiam alius modus iuxta quẽ Ariſtoteles numerauit mẽtes quę mouẽt corpora cœleſtia, quod abſurdum nõ eſt, velut ſi quis numeret digitos, in pulſante chelim, erunt quatuor aut ſex, non tamen eſt numerus ille verè plurimum, cum ad vnum hominem referuntur. Et cum ſit mundus

171.c.4. hic imago ſuperioris, vt ille dicebat, & inferior poteſtate contineat infinitas partes, infinitas ordinis ratione ſuperior continebit. Sed non infinitas numero. Exempli gratia, proponamus quod Solis vis dirigatur ad nos vſque impedita per nebulas, vt nonnunquam contingit: erit ergo perfectio vna, ſed ordinata omnium radiorum: adeò quod ſi infinita vaſa applicarentur aqua plena infinitæ rationes iridis apparerent, quæ omnes continerentur poteſtate in radiis illis ratione comparationis ad vaſa & irides, per ſe autem, vt ſunt perfectiones eſſent in actu.

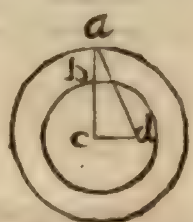
Propoſitio ducenteſima trigeſima.

Proportio incorporeorum aſcendentium ſemper maior eſt.

Com. Prop.171. Cum proportio illa ſit quaſi ſimilis decori, & ideò muſicæ geometrica maior eſt in maioribus ac magnitudinibus, vt ſupra docuimus. Sed non eſt neque geometrica, neque arithmetica, nec muſica, nec per tenſionem, eſſent enim quantitates quæ compararentur: vnaquæque enim harum inter quantitates conſtituta: at illa eſt vt producentis ad productum. Et non comparantur quoad æternitatem, quia vt aliàs declaraui, omnis ſubſtantia eſt æterna: quanto magis incorporea. Quia ergo primum per præcedentem habet rationem totius, & eſt infinitum ſecundum ea parte qua recedit, quia primum non eſt, plus diſtat à primo quam à tertio, igitur deſcendendo vſque ad prima elementa. Sed obiicies de qualitatibus & accidentibus: dico quod habent medium eſſe licet, tempore infinito vincantur à ſubſtantiis, illæ tamen etiam vincuntur & abſque participatione perfectionis illius cum accidentia participent eſſentia & tempore, & ſi quis dicat, cur ergo Sol & Iupiter non ſunt locati in ſupremis orbibus, cum ſint nobiliores & maiores & potentiores cæteris erraticis: dico quòd fuit ob mundum inferiorem, quoniam ſi fuiſſet altiores, mundus inferior frigore corrumperetur, quandoquidẽ vel ſic frigore premantur, in hyeme etiam ſub torrida plaga, & ſub polis ac iuxta eos ſemper. Et orbes ſuperiores non indigebant lumine Solis, quod apparet in nocte ſerena, cum etiam adeò à nobis diſtent. Vnde ſi canicula eſſet in cœlo Lunæ, plus luminis afferret centuplo quàm Luna, cùm diſtantia ſit quingentupla diſtantiæ Lunæ à terra. Et ſi Sol eſſet factus adeo maior, vt in orbe Saturni conſiſtens calefaceret terram æqualiter, vt non exureretur in æſtate, hyeme neceſſe eſſet, vt nimium gelaſceret. Sin autem æquale eſſet frigus in hyeme, exureretur terra per æſtatem, quandoquidem nec ſic illam pati poſſint, qui in torrida plaga habitant. Et ſi Sol eſſet vbi eſt Luna, & eo minor non illuminarentur orbes ſuperiores. Ideo nobilitas non eſt in orbibus ob altitudinem, ſed ob ſubſtantiam incorpoream quæ illi dominatur. Et eſt in loco congruenti toti corpus, vita autem non eſt in loco.

LEMMA.

Et proponantur a & b in proportione dupla altitudinum & magnitudinum, &



comparentur ad d, erit ergo angulus a d c maior b d c, quare ſi ſunt æquales vires in a b, refrigerabitur magis d ab a quam b, & ita patet vtraque pars dicti in fine propoſitionis.

Propoſitio ducenteſima trigeſima prima.

Tres eſſe mundos atque inter ipſos nullam eſſe proportionem: nec numero eos definiri.

Cum pàlam ſit eſſe corporeum mundum vt elementa, & incorporeum vt Dei, & medium eſſe neceſſe eſt vitarum & hominum ac cœleſtium, quòd primum ſenſu patet, vt cœli, hominum & animalium, atque plantarum, & ratione etiam, quoniam extrema contraria non propriè medio copulantur, vt incorporeum ac corporeum. Com. Dico igitur nullam eſſe inter hos proportionem atque numerum facere: nam de numero cõſtat, quoniam non ſunt tres, quia ſint in ordine numerorum, ſed vt principium, medium, finis, & perfectum, perfectius, perfectiſſimum: ſcilicet poſitiuum, comparatiuum & ſuperlatiuum. Et quoniam ſunt extrema cum medio, ideò ſunt in proportione ſublimi etiam & non propria. Quod ſi eſſent maximè mundi vitalis ad corpora, ſed corpora non mouentur niſi iuxta finem vitæ, & non vim: ipſa enim ſi poſſet habere voluntatem infinitam moueret

ueret in inſtanti: quia corpora non reluctantur animabus ſuis ſed quantus eſt actus in animabus & vitis, tanta eſt potentia ad vnguem in corporibus, ergo non contingit proportio in mundo vitarum vera niſi illa ſublimis. Neque enim finita eſt quæ nullis circumſcribitur terminis, neque infinita quæ finitam præſupponit, ſed neque inter mundum & incorporeum & vitarum cùm mentes non moueant, vitæ moueant: & quod mouet neceſſariò mouet, & quod non poteſt mouere, quoniam omnia æterna ſunt: & in æternis idem eſt eſſe ac poſſe: igitur inter mundum incorporeum & vitarum nulla eſt proportio vera, ſed ſolum ſublimis, nec numerus: niſi vt à nobis fingitur. Velut ſi dicamus in tabula, & in negotio eſt principium medium finis, & hæc poſſunt dici tria quatenus diſtinguuntur: ſed non ob hoc dicendum eſt tabulam, aut negotium habere tres partes, multo minus eſſe tria negotia aut tres tabulas.

Propoſitio ducenteſima trigeſima ſecunda.

Omnis motus naturalis, quanto velocior eſt, tanto propior eſt, & magis ſimillimus quieti.

Com. Hæc propoſitio primo intuitu videtur eſſe falſa, quoniam cùm motus ſit contrarius quieti, & efficiat actiones quieti contrarias, quanto velocior erit tanto remotior à natura quietis & magis diſſimilis, propterea intelligere oportet primum, in quo ſenſu verba ſint accipienda, nam hæc propoſitio, & authoritate, & ſenſu & duplici ratione euidenti manifeſta eſt. Oportet igitur primum ſcire quoad locum attinet tria eſſe diſcrimina: quietem in eodem: tranſitum ad alium per medium: & tranſitum ad alium ſine medio. Duorum primorum exempla notiſſima ſunt, tertij eſt hoc, ſi vrceus aqua plenus exponatur Soli, & efficiatur iridis imago in tabula: inde ſublata tabula eadem iris appareat in muro, erit tranſitus ſine media, quia quod ſit eadem dubium non eſt, iidem radij & idem corpus ſpeculare, quod verò tranſeat ſine medio, primum ſenſus docet, ſecundum ratio, quia fit in inſtanti, vt Secundo de Anima. Text 121. Rurſus Sol illuſtret vrceum aqua plenum: appareat ex hoc iris in muro, interponatur aliquid, & transferatur vrceus, apparebit iris alia in alio loco, & non tranſiuit per mediũ, videtur idem de intellectu, & vi imaginandi, quibus ex Germania tranſeo in Indiam ſubitò: & eodem modo ex anima ſalicis, in hac planta fit tranſitus in proximam neque per medium, quod etiam videmus in igne & ellychnio proximo, & id ſæpe accidit cum præſertim cum nuper extinctum fuerit.

Iam ergo id ſupponamus, quod etiam ad rem parum facit, ſed ad intelligentiam ſatis, videamuſque, quare ſit quod motus opponatur quieti, & manifeſtum eſt, quod differentia loci eſt cauſa, nam in quiete res manet in eodem loco, in motu tranſit ad alium locum, & quantò medium eſt maius tantò motus eſt manifeſtior, vnde ſequitur, quod in his quæ valde lentè mouentur, illa videntur quieſcere, & poſt aliquod tempus deprehendimus mota fuiſſe, nunquàm tamen moueri, ſicut in Sole, Luna, ſtellis, vnde illa opinio Philoſophorum exiſtimantium omnia ſemper moueri, non omnino poteſt tam bene reprobari, quia licet cenſus non cognoſcat moueri, cognoſcit tamen mota eſſe, & id ſufficit: multa ergo cognoſcuntur mota eſſe quæ non cognoſcuntur moueri, velut lapis grauis ſuperſtans terræ, quem videmus poſt annum deſcendiſſe per duos digitos, & tamen ſemper videtur quieſcere. Igitur cum in pari tempore quæ velociter mouentur plus ſpatij ſuperent, maius etiam relinquunt medium inter locum, & locum, & ob id magis remota ſunt à quiete, & magis illis contraria: hæc igitur eſt ratio cur quæ velocius moueantur, minus quieti ſimilia aut proxima exiſtimentur. Dico ergo, quod illa quæ naturaliter velociſſimè mouentur, ſunt magis ſimilia & magis proxima ipſis quieſcentibus quàm quæ tardè: cum enim omnis motus naturalis neceſſariò etiam ſit regularis, vt qui à virtute Dei fiat, erit vel per lineam obliquam aut rectam. Quoniam verò multarum recta eſt perfectiſſima, & obliquarum circularis, erit omnis motus naturalis circularis aut rectus: dico ergo quòd in vtroque verum eſt quod dicitur. Et primum in circulari ille motus eſt propinquior quieti, in quo partes ſunt propinquiores ſuo loco, ſed ſi velociſſimus ſit motus, nunquam ita ſunt extra ſuum locum, qui enim in poteſtate ſint proximæ ei: ergo partes illæ inde ſe habent ac ſi quieſcerent. Secunda ratio, quia quod velociſſimè mouetur abſque dubio tanto tempore quieſcit in ſuo loco quantò quod tardè: exemplum. Luna in triginta annis quieſcit in principio arietis quadringenteis per ſex horas, id eſt, centum diebus in quadringentis vicibus, Saturnus centum diebus, ſed ſemel tantum: ergo tantum Luna quieſcit, quantum Saturnus, comparatione ad idem tempus addita pari ratione in aliis partibus, ſed cum velocius moueatur Luna quàm Saturnus minus quieſcere videbitur Luna in aliis partibus quàm Saturnus, & tantundem in principio arietis Luna vt Saturnus, ergo cum Luna tantundem in principio arietis quieſcat, quantum Saturnus in triginta annis, & in aliis partibus minus quàm Saturnus, igitur abſolutè Luna plus quieſcit in principio arietis, quàm Saturnus dato tempore æquali triginta annorum, Et formatur demonſtratio hoc modo: Luna quando eſt in loco ipſo, puta in principio arietis, ibidem eſt actu, & quieſcit per tantundem temporis quantum Saturnus, & in omnibus aliis locis data paritate, eſt ſemper proprio ipſi principio arietis poteſtate quam Saturnus, igitur Luna plus quieſcit in principio arietis quam Saturnus, quia dum ibidem ſunt æqualiter quieſcunt, & dum ſunt extra, Luna ſemper eſt propior & poteſtate magis in illo loco, igitur Luna magis quieſcit in principio arietis quàm Saturnus. Præterea,

terea, ſi Luna & Saturnus mouerentur in æquali tempore, & Luna in paruo circulo, & Saturnus in magno, dubium non eſſet, quin Luna non diceretur magis quieſcere in ſuo loco, & diutius quàm Saturnus, nam Luna ſemper eſſet prope locum ſuum, & Saturnus periæpe videretur procul. Sed ſi moueantur in eodem circulo, & Luna moueatur velociſſime, Saturnus tarde: perinde erit, ac ſi Luna moueatur in paruo circulo, & Saturnus in magno, ergo quod velociſſimè mouetur eſt proximius quieti quàm quod tardè. Illud etiam idem manifeſtius erit in extremis, nam quod minimo ſpatio mouetur propemodum non mouetur. Sicut, ſi quid circa centrum moueatur, adeò vt ipſum tangat, dicetur moueri, ſed quieſcere ibi, ſed quod velociſſimè mouetur ſemper verſatur circa idem, quia nunquam multum abeſt, quia ibi non quieſcit, igitur quod velociſſimè mouetur motu naturali circulari eſt proximius quieti quam quod tardè. Demum, ſi aliquid moueretur infinita velocitate motu circulari, ſemper eſſet in eodem ſitu ſecundum partes & immobile, igitur quod infinita velocitate mouetur, & quieſcit. Ergo quod velociſſime mouetur cum magis diſtet ab oppoſito eius quod infinita tarditate mouetur, quàm quod tardè, magis etiam appropinquabit poteſtate in efficaci infinitæ velocitati quàm quod tardè, igitur quod velociſſimè mouetur propius eſt quieſcente quam quod tarde. Demonſtratum eſt enim in Dialecticis, argumentum oſtendere ab eo quod eſt ſimpliter tale ad id quod natura illi quoquo modo tale eſt & conuerſo modo. Oſtendo modò quod ſimillimus: quoniam illud eſt ſimilius quieti in quo quod fertur non poteſt dignoſci diſtantia à priore loco, ſed in velociſſimè motis hæc diſtantia non poteſt dignoſci, igitur velociſſimè mota videntur planè quieſcere, quod idem patet duobus experimentis manifeſtis. Primum ſi quis videat rotas quibus acuuntur gladij moueri vſque ad certam velocitatem, augeri videtur motus ille, verùm cum adeo concitatus fuerit, vt ſenſus non poſſit diſcernere, neque comprehendere illam velocitatem, & rota non fuerit mota ab axe, ita vt titubet nec fuerit vlla inæqualitas, videbitur omnino quieſcere, & ita oculus diiudicat, & longè magis diiudicaret, vbi ad tantam motus perueniret velocitatem, vt nullo modo initium à fine diſtingui poſſet, ſicut eſt in motu cœli, qui comparatus ad quemuis motum velociſſimum artificio factum, inſenſilem habet proportionem ob magnitudinem, & ideo talis motus cœleſtis eſt ſimillimus quieti. Secundum experimentum eſt, ſi eſſent duo homines habitantes Bononiæ, quorum vnus iret Mutinam, paulatim quieſcendo in quolibet loco per vnam diem, adeò vt in vnoquoque anno maneret Mutinæ, & prope per ſex menſes, & prope Bononiam per ſex alios menſes in diuerſis locis, & vna die tantum Bononiæ: alius verò iret Mutinam ſingulo die, & per omnia loca ſicut hirundo volans quater & quater rediret bononiam, nemini dubium eſt, quod hic ſecundus videretur magis quieſcere Bononiæ quam primus, & hoc quia in anno quilibet eorum quieſceret per vnam diem Bononiæ, & in hoc eſſent æquales, ſed ſecundus videretur frequentius Bononiæ quam primus, & etiam eſſet poteſtate propior illi, adeò vt liceret cuilibet illum conuenire qualibet die magis quam primum: ergo duabus de cauſis videretur ſecundus magis quieſcere Bononiæ quam primus, & in tertia æqualiter.

Modò dico de recto motu quoniam quãto celerius fertur per medium ad ſuum locum, tanto minus temporis inſumit, ergo diutius quieſcit in loco, minus eſt etiam tempus per quod mouetur in comparatione ad quietem & ſimpliciter, ergo in motu recto propius eſt quieti, quod velociſſimè mouetur, præterea inter duas quietes motus velociſſimus eſt imperceptibilis. Ergo motus velociſſimus eſt ſimilior quieti quàm minus velox. Accedit manifeſtiſſimè illud quod ab initio diximus, ſcilicet, quia motus velociſſimus eſt medius inter motum tardum & ſubitam mutationem, hoc enim eſt manifeſtiſſimum, adeò vt debitemus in motibus velociſſimis, an mobile tranſierit per medium, eſt enim primùm motus lentus, qui fit ex tranſitu in longo tèmpore, & velociſſimus in paruo, & mutatio ſine tempore. Rurſus conſtituamus alium ordinem quietis motus, & ſubitæ mutationis: & ex dictis ſubita mutatio eſt propior quieti quam mo-

Subit. Mut. Motus velociſ. Motus Tar.
Quies ſubita Mut. Motus

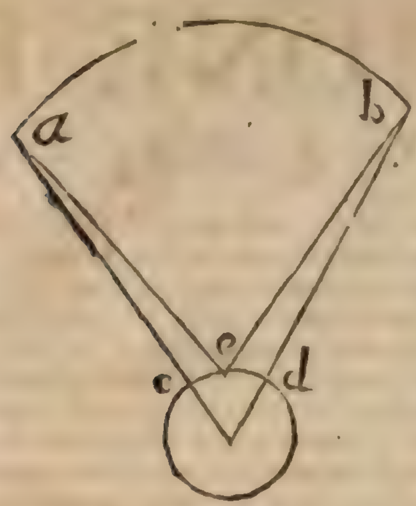
tus: quoniam ſi motus eſſet medius inter quietem & ſubitam mutationem, non eſſet, vt dictum eſt, ſubita mutatio quædam quies: nam in ſubita mutatione non pertranſitur medium, in quiete non pertranſitur medium, in motu pertranſitur medium, igitur quies eſt propior ſubitæ mutationi quàm motui. Sed ſubita mutatio eſt propior motui velociſſimo quàm tardo, igitur quies eſt propior motui velociſſimo quam tardo.

Videtur & hoc ſenſus manifeſtè oſtendere, quoniam cum lapis deſcendit ſumma cum velocitate, adeò vt non percipiatur, videtur quieſcere, & non motus eſſe; & hæc fuit ſententia multorũ nobiliorum antiquorum, & propterea oportet vt oſtendamus difficultates, quæ contingunt in his.

Dico igitur, quod motus naturales ſunt duorum generum, vt dictum eſt, ſcilicet rectus & circularis: & motus differt à quiete in duobus, in eo quod mutat locum, & in eo quod tranſit per medium motus, ergo rectus velociſſimus in eo quod tranſit per medium magis diſtat à quiete in eo quod plus de medio ſuperat quàm tardus, & eſt propinquior quieti in eo quod celerius quieſcit. At motus circularis velociſſimus eſt propior quieti in tranſitu medij, & in reditu ad locum priorem: de reditu ad locum priorem clarum eſt per ſe: de tranſitu medij dico quod cum in prima medietate magis remo-

ueatus

vlnarum ambitus, quod in vigintiquatuor horis circumuoluatur, adeò lentè mouebitur,



vt quieſcere videatur: tum verò magis ob id quod dixi, quoniam in centro quieſcere videtur: tum verò magis ob id quod dixi, quoniam in centro quieſcere videbitur, ergo in peripheria, vbi diſtantia deprehendi poſſit. Ergo nulla machina quæ videatur moueri, conſtitui poteſt, quæ in horis XXIIII. circumueitatur: quia non tam magna fieri poteſt, vt ſpatium à centro ad circumferentiam oculo non poſſit deprehendi.

Et hoc voluimus declarare vt intelligamus, quæ ſunt neceſſaria ad mundum incorporeum.

Propoſitio ducenteſima trigeſima tertia.

Quod eſt in mundo incorporeo æternum eſt beatum, ſecurum, immutabile ſecundum locum ſolum iuxta eſſentiam ſit, iuxta quod velut à leui ſuſurro aquæ & aura æſtiua demulcetur.

Quod eſt ibi non eſt pars nec totum, eſſet enim quantum, aut numero diſcretum, nec mutationem loci aut temporis habet, cum in nullo eorum ſit, ideò nec habere poteſt, nec amittere, non eſt ibi infinitum, cuius nullus finis ſit, ſed dum emanat à priore ſecundum ordinem eſt ſumma voluptas, qualis in his qui ad cognitionem & felicitatem deueniunt. Quæ in illis cum æterna ſit & ſecura, recipit quandam variationem, in qua delectatur, velut mortalia ex contrariis cauſis naturæ contrariis affectibus: & hoc eſt perpetuò nouum, quia ſemper pendet & recipit. Et ob id eſt vnum & actu ſempiterno, quod vero eſt extra, eſt potentia, ideò infinitum, quod imaginatur anima, quia inordinatum priore ordine, qui eſt ante limitem omnem, neque enim dubium eſt, quin infinitum non ſit cauſa, vt non poſſit eſſe ordo ille ſecundus: ſed nos loquimur de primo. Et ideò anima noſtra ob materiæ coniunctionem appetit ordinem, & lætatur in eo vt inueniat finem in rebus, velut in multis proprietatibus numerorum eſt manifeſtum. Potentia enim eſt cauſa imaginandi infinitum, quia ſemper vltra aliquid eſſe poſſe putamus, eſt igitur potentia actus imperfectus. Anima ergo noſtra conuerſa eſt à Deo, res poſt ſe in quibus inuenit potentia imperfectionem ..αζεν periculum & infinitum ad deſperationem tandem, quod quilibet videre poterit, qui ſe à diuinis auerterit! quantò enim plura habet, plura deſunt. Multiplicentur filij, opes, honores, nil niſi laborem & anxietatem aucta inuenies. Quomodo autem quod infinitum non eſt, infinitam faciat potentiam? vides in repræſentatione Solis quæ infinita eſſet, ſi cœlum eſſet infinitum. Dubitatione autem dignum eſſet, an ſi cœlum infinitum eſſet vbique Sol illuminaret: ſeu quia quæſitum nullum ſit, vſit de eo quod non eſt, nihil autem non eſſe poteſt, aut quod non poſſet, quoniam virtus corporea eſt. Corporea autem omni finem adeſſe neceſſe eſt. Hanc nouitatem ergo alij tripudium, alij muſicam & ſonum cœleſtem interpretati ſunt.

Manifeſtum eſt igitur ſubſtantiam incorporei mundi, eſſe in quadam mutatione perpetua ordinis, & ſine motu, tempore & loco: vnde amor & voluptas mutua, & totum vnum, ſicut anima cum cognoſcit Deum, & cum cognoſcit cœlum deſcendit, & fit alia ordine. Et hæc beatitudo in mundo illo eſt tanta, vt incomparabilis ſit noſtræ, quæ eſt vmbra eius, etiam quando eſt & pura etiam ſi eſſet perpetua. Igitur hic finis noſter Diuinæ naturæ & libri.

Libri de Proportionibus Finis.

OPERATIONE I.

DIVISIONE DELLA LINEA.

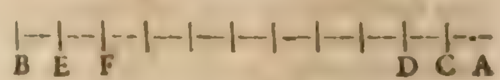
VENENDO alla dichiaratione particolare delle operationi di queſta nuoua riga Geometrica & militare. Primieramẽte faremo principio da quella faccia di eſſa nella quale ſono quattro coppie di linee notate con loro diuiſione & numeri, & trà eſſe parlaremo prima delle piu Interiori denominate linee Aritmetiche per eſſere le loro diuiſioni facte in proportione Arimetica, cioè con vguali eccesſi che procedono ſino al numero 250. delle quale trarremo diuerſi vſi & Primamente.

Col mezzo di queſte linee potremo diuidere vna linea retta propoſtaci in quante parte vguali ne piacerà operando in alcuno delli infraſcritti modi.

Quando la propoſta linea ſia di mediocre grandezza, ſi che non ecceda l'apertura dello ſtrumento, pigliaremo con vn compaſſo ordinario l'intiera quantità di quella, & queſto ſpatio applicaremo trauerſalmente aprendo lo ſtrumento à qualunque numero di eſſe linee Aritmetiche, purche ſia tale che ſopra le medeſime linee vene ſia vn minore, & da quello contenuto tante volte, quante ſono le parti, in che ſi hà da diuidere la linea propoſta, & aggiuſtato in tal guiſa lo ſtrumento, & preſo lo ſpatio trauerſale trà i punti di queſto minor numero, queſto ſenza alcun dubio diuiderà la propoſta linea nelle parti ordinateci, Come per eſſempio.

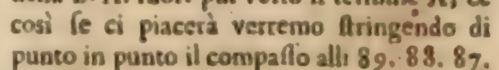
Douendo noi diuidere la linea data in cinque parti vguali, pigliamo duoi numeri de quali il maggiore ſia quintuplo dell'altro come ſariano 100. & 20. & aperto lo ſtrumento aggiuſtiamolo in maniera che la diſtanza già preſa col compaſſo ſi adatti trauerſalmente alli punti ſegnati 100. 100. & non mouendo piu lo ſtrumento, prendaſi la diſtanza pur trauerſale, trà li punti delle medeſime linee ſegnati 20. 20. perche indubitatamente queſta ſarà la quinta parte della linea propoſta & con ſimil ordine trouaremo ogni altra diuiſione auuertando di prendere numeri grandi, purche no paſſi 250. perche coſi facendo l'operatione riuſcirà piu facile & eſſatta.

Liſteſſo potremo conſeguire operando in vn' altro modo & l'ordinẽ ſara tale, volendo diuidere per eſſempio la ſotto poſta linea A. B. V. G. in 11. parti, prenderò vn numero multiplice dell'altro 11. volte; come ſarà 110. & 10. & preſa col compaſſo tutta la linea A. B. l'accommoderò trauerſalmente aprendo lo ſtrumento alli punti 110. Doppoi non ſi potendo ſopra le medeſime linee prendere la diſtanza trà li 10. li quali vengano occupati dalla grandezza della nocella, in vne di queſta, ſi pigliarà l'interuallo trà li punti 100. 100. ſtringendo vn poco il compaſſo, del quale fermata poi vn Aſta nel punto B. noterà con l'altra il ſegno C. onde la rimanente linea A. C. ſara l'vndecima parte di tutta l'A. B. & ſimilmente fermata l'Aſta del compaſſo in A. ſegnarò verſo l'altra extremità il punto E. laſciando la E. B. vguale alla C. A. di poi ſtringendo ancora vn po il compaſſo, prenderò l'interuallo trauerſale trà li punti 90. 90. & queſto traſporterò da B. in D. & dallo A. in F. & hauerò due linee C D. E. F. vndecime parti ancor eſſe della intiera & con il medeſimo ordine traſferendo di quà, & di là le diſtanze preſe tra li punti 60. 60. 70. 70. trouaremo l'altre diuiſioni come nella ſotto poſta linea diſtintamente ſi vede.



Mà quando ci foſſe propoſta vna piccoliſſima linea da diuidere in molte parti, come ſarebbe per eſſempio la ſeguente linea A.B. per diuiderla 89. in 13. parti potremo ſecondo queſt'altra regola procedere.

Prolonghiſi occultamente eſſa linea A.B. ſino in C. & miſurate in eſſa altre linee quante ci piaceranno vguali all'A. B. & ſiano nel preſente eſſempio altre ſei ſi che A. C. ſia ſettupla di eſſa A. B. è manifeſto che di quelle parti delle quali l'A. B. contiene 13. tutta l'A.C. ne conterrà 91. onde preſa con vn compaſſo tutta l'A. C. l'applicheremo alli punti 91. 91. & ſtringendo poi il compaſſo a vn punto meno cioè alli punti 90. 90. traſportaremo queſta diſtanza dal punto C. verſo A. perche notando il termine verſo A. ſi laſcierà la ottantuneſima parte di tutta la C. A. che è la tredeceſima della B. A. fuori pur verſo il termine A, & così ſe ci piacerà verremo ſtringendo di punto in punto il compaſſo alli 89. 88. 87. & traſportaremo queſti interualli dal termine C. verſo A. & ſi verrano di grado in grado ritrouando, & notando le altre particelle della linea propoſta A B.



Mà ſe finalmente la linea da diuiderſi foſſe longhisſima, ſi che eccedeſſe di molto la maggiore apertura dello ſtrumento potremo in ogni modo prendere di eſſa la parte aſſegnataci, la quale ſia per Eſſempio la ſettima. Hora per trouarla hauendoci prima imaginati dui numeri, l'vno ſettuplo dell' altri, quali ſiano v.g. 140. & 20. conſtituiſcaſi

caſi lo ſtrumento in qualſiuoglia apertura & da eſſo preſa con vn compaſſo la diſtanza trauerſale tra li punti 140. 140. veggaſi quante volte queſta è compreſa nella gran linea propoſta & quante volte vi è contenuta, tante volte l'interuallo trauerſale trà l'i punti 20.20.ſi replichi ſopra la gran linea & ſi hauerà la ſua ſettima parte, quando però l'interuallo che ſi preſe trà l'i punti 140. haueſſe miſurata à punto preciſamente la data linea, mà ſe non l'haueſſe miſurato apunto, biſognera prendere dell' auanzo la ſettima parte. Secondo il modo di ſopra dichiarato & queſta aggiungenete à queſto, interuall'o che sù ſopra la grã linea più volte replicato, & ſi hauerà la ſettima parte à capello ſecondo che ſi deſideraua.

OPERATIONE II.

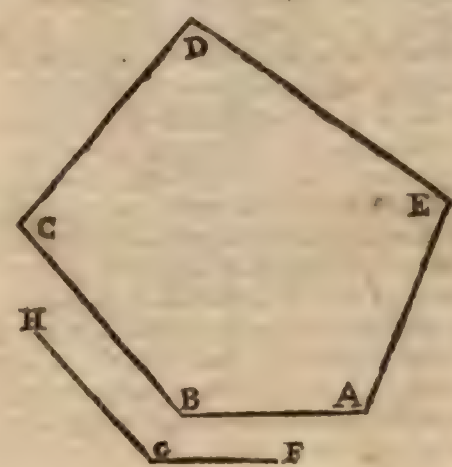
Come di vna linea propoſta poſſiamo Prendere qualunque parti ci verrano ordinate.

LA preſente operatione è tanto più vtile,& neceſſaria,quanto che ſenza l'aiuto del noſtro ſtrumento ſaria difficiliſſimo trouar tali diuiſioni, le quali però con lo ſtrumento in vn inſtante ſi conſequitanno. Quando dunque biſognaſſe di vna linea propoſta prendere qualunque parti ci veniſſerò ordinate, come per eſſempio delle 197.parti doniamo prendere, le 113. piglisi ſenza altro con vn compaſſo la longhezza della data linea, & aperto lo ſtrumento ſinche tale longhezza ſi accommodi traneſalmente alli punti ſegnati 197. & più, non lo mouendo prendaſi con liſteſſo compaſſo la diſtanza trà li punti 113-113. che tanta ſenz' alcun dubio ſarà la portione della linea propoſta che alli 113. centonouantaſette miſi ſi agguaglia.

OPERATIONE III.

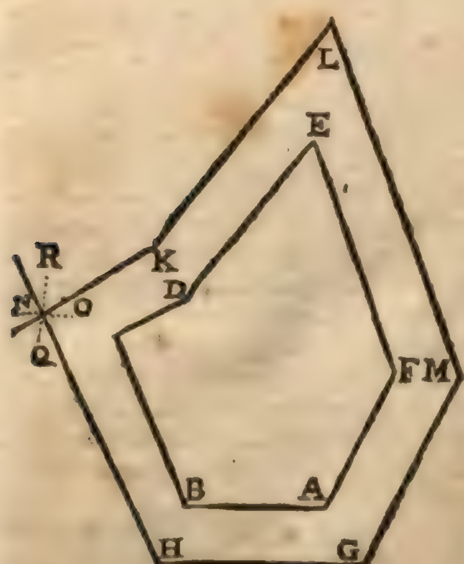
Come le medeſime linee ci preſtano due, anzi infinite ſcale per tras portar vna pianta in vn'altra maggiore, ò minore ſecondo il noſtro arbitrio.

EManiſeſto che qualunque volta ci biſognaſſe cauare da vn diſſegno vn'altro maggiore ò minore ſecondo qualſiuoglia proportione, fa di meſtioro, che ci ſeruiamo di due ſcale eſattamente deciſe, l'vna delle quali ci ſerua per miſurare il diſſegno già fatto, & l'altra per notare le linee del diſſegno dà farſi tutte proportionate alle loro correſpondenti del diſſigno propoſto & tali due ſcale hauremo ſempre dalle linee delle quale hora parliamo & vna d'eſſe ſarà la linea già ſopra lo ſtrumento, & queſta che è vna ſcala ſtabile ci ſeruirà per miſurare i lati della propoſta pianta, l'altra che ſarà per diſſegnare la nuoua pianta deue eſſere mobile, cioè deue poterſi creſcere & diminuire ad arbitrio noſtro ſecondo che la nuoua pianta dourà eſſere ò maggiore, ò minore & tale ſcala mutabile ſarà quella, che dalle medeſine linee haueremo trauerſalmente ſtringendo,ò alargando il noſtro ſtrumento: Ma per più chiara intelligenza del modo di applicare all'vſo tali linee ne metteremo vn' eſſempio. ſia ci dunque propoſta la pianta A. B. C. D. E. alla quale ſe ne dene diſſegnare vn'altra ſimile mà ſopra la linea F.G. la quale ſia homologa. cioè riſponda alla



linea A. B. qui è maniſeſto, che biſogna ſeruirſi di due ſcale, l'vna per miſurare la linea della pianta A. B. C. D. E. & l'altra con la quale ſi miſurino le linee della pianta da farſi & queſta deue eſſere dell'altra maggiore,ò minore ſecondo la proportione della linea F.G. all' A. B. Piglia dunque con vn compaſſo la linea A. la quale applica rettamente ſopra la ſcala dello ſtrumento ponendo vn Aſta del compaſſo nel centro dello ſtumento, & l'altra ſopra il punto doue caſcherà, che ſia per eſſempio al. 61. di poi prendi pur col compaſſo la linea F. G. & poſta vna delle ſue aſte nel punto 60. apri lo ſtrumento ſin tanto, che l'altra aſta caſchi giuſta tranerſalmente ſopra l'altro correſpondente punto 60. ne più ſi muterà tale conſtitutione dello ſtrumento mà tutti gli altri lati della pianta propoſta ſi miſuraranno ſopra la ſcala retta & immediatamente ſi prenderanno le diſtanze corriſpondenti ad eſſi trauerſalmente per li lati della nuoua pianta come vg. vogliamo ritrouare la longhezza della liena G.H.riſpondente alla linea B. C. prendi col compaſſo la diſtanza B.C.& queſta applica del centro dello ſtrumento rattamente ſopra laſcala,& fermata l'altra aſta nel punto doue caſca quale ſia per eſſempio 66. volte, l'altra aſta all'altro punto 66.trauerſalmente riſpõdente ſecondo la cui miſura taglierai la linea G.H. che riſponderà alla B.C. in quell' iſteſſa proportione che la linea F. G. alla A. B. & Auuertiſcaſi che quando ſi voleſſe traſportare vna pianta piccola in vn altra aſſai maggiore, biſognerà ſeruirſi delle due ſcale con ordine

ordine opoſto, cioè vſare la ſca la retta per la pianta propoſta, come per eſſempio, da farli & la trauerſale per miſurare le linee della pianta propoſta come per eſſempio. Hauiamo la pianta A. .B. C. D. E. F. la quale vogliamo tra'portare in vn' altra aſſai maggiore cioè ſopra la linea G. A. che ſia riſpondente alla linea A. B. per aggiuſtar le ſcale, prendaſi la linea G.H. & veggaſi quanti punti contiene nella ſcala retta & veduto continerne vg. 60. prendaſi la linea riſpondente A. B. & adattiſi trauerſalmente alli punti 60. 60. ne piu ſi muoua lo ſtrumento per trouar poi la linea H. I. riſpondente alla B. C. piglia con il compaſſo eſſa B. C. & va inueſtigando à quali punti ſi accommodi ſopra la ſcala trauerſale, & trouato accommodarſi per eſſempio alli punti 46. piglia immediatamente l' interuallo de i punti 46. ſopra la ſcala retta, & trouerai la longhezza della H. I. riſpondente alla B. C. è notiſi, tanto per queſta, quanto per la precedente operatione, che non baſta hauer trouata la longhezza H I. ſe non troua ancora à qual punto ſi deue drizzare, acciòche cõſtituiſca l' angolo H. vguale all' angolo B. però trouata, che ſi hauerà eſſa linea 2. H.I. fermata vn' aſta del compaſſo nel H. ſi noterà con l' altra occultamente vna portione di arco ſecondo che moſtra la linea puntata O.I.H. dipoi ſi piglierà l' interuallo trà il punto, & il punto C, & ſi cercarà quanti punti ſia ſopra la ſcala trauerſale & trouato eſſere vg. 89. ſi prenderà rettamente la diſtanza 89. con il compaſſo, del quale fermata vn' aſta in G. ſi noterà con l' altra l' interſecatione dell' arco R.I.Q. con l' arco primo O. I.N. fatta nel punto I. al quale ſi deue drizzare la linea H.I. & ſarà ſenza dubio l' angolo H. vguale all' angolo B. & la linea H.I. proportionale alla B. C. & con tale ordine ſi trouerãno l' altri punti K. I. M. riſpondenti all' angoli D.E.F.



OPERATIONE IV.

Regola del Trè riſoluta col mezzo del compaſſo, & delle linee medeſime Aritmetiche.

SERVONCI le preſente linee, non tanto per la riſolutione di diuerſi problemi lineari, quanto per alcune regole di Aritmetica; trà lequale porremo queſta che riſponde à queſta, nella quale Euclide ci inſegna, propoſti trè numeri, trouare il quarto proportional, e perche altro non è, la regola Aurea, che del Trè domandano i prattici, che trouare il quarto numero proportionale alli trè propoſti; Dimoſtrando adunque il tutto con l' eſſempio per più chiara intelligenza diciamo ſe 80. ci dà 120. che ci darà 100. hai dunque tre numeri poſti con queſto ordine 80. 120. 100. & per trouare il quarto numero che cerchiamo, prendi ſopra lo ſtromento rettamente il ſecondo numero de i propoſti cioè 120. & applicarlo trauerſalmente al primo cioè alli 80. doppoi prende trauerſalmente il ter zo. numero cioè 100. & miſurando rettamente ſopra la ſcala & quello che trouerai cioè 150. ſarà il quarto numero cercato, & nota che l'i-ſteſſo auerria, ſe in vece di prendere il ſecondo numero pigliaſſi il terzo, & poi inuece del terzo pigliaſſi il ſecondo, cioè che l'iſteſſo ci darà il ſecondo numero preſo rettamente & applicato al primo trauerſalmente, & miſurandolo rettamente che ci daria il terzo rettamente preſo: & trauerſalmente al primo applicato pigliando poi il ſecondo trauerſalmente, & rettamente miſurandolo, che nell' vno & nell' altro modo trouerremo l'iſteſſo et cioè è bene hauer auertito perche ſecõdo le diuerſe occaſioni queſto di quello, ò quello di queſto modo di operare ci tornerà piu accommodato.

Poſſono circa l' operatione di queſta Regola del Trè occorrere alcuni caſi, li quali peniamo partorire qualche difficultà ſi non ſi auuertiſſero, dimoſtrando appreſſo come in eſſi ſi deua procedere, & prima potria alcuna volta occorrere, che delli trè numeri propoſti, ne il ſecondo; ne il terzo preſo rettamente ſi poteſſe applicare trauerſalmente al primo, come ſi diceſſe 25. mi dà 60. che darà 75. doue tanto il 60. quanto il 75. paſſa il doppiò del primo cioè di 25. ſi che nel' vno, ne ll altro di eſſi ſi può rettamente preſo applicare trauerſalmente ad eſſo 25. Onde per conſeguire l'intento noſtro pigliaremo ò il ſecondo, ò el terzo rettamente, & l'applicheremo al doppio del primo trauerſalmente cioè à 50. (& quando non baſtaſſe al doppio l'applicaremo al triplo, ò al quadruplo, &c.) & dipoi pigliando l'altro trauerſalmente affermeremo che quello che ci moſtrerà miſurato rettamente ſarà la metà, ò vero la terza, ò quarta parte, di quello che cerchiamo & così

coſi nel propoſto eſſempio 60. preſo rettamente applicarò al doppio di 25. cioe a 50. trauerſalmente & ſubito preſo il 75. pur trauerſalmente & queſto miſurato rettamente troueremo che ci darà 90. il cui doppio, cioè 80. e il quarto numero che ſi cercaua.

Potria in oltre occorrere che il ſecondo ò il terzo de i numeri propoſti non ſi poteſſe applicare al primo per eſſere eſſo primo troppo grande, ſi che eccedeſſe il numero ſignato ſopra le linee cioe 250. come ſi diceſſimo 280. mi da 130. che mi dara 195. in tal caſo preſo rettamente il 130. ſi butterà trauerſalmente alla metà di 280. che è 140. dopoi ſi prenderà trauerſalmente la metà del terzo numero cioe di 195. che è 97.$\frac{1}{2}$ e queſto ſpatio miſurato rettamente ci darà clara 90.$\frac{1}{2}$ che è quello che ſi cercaua.

Vn altra cautela ſarà bene che ponghiamo per ſeruirſene quando il ſecondo ò il terzo delli numeri propoſti foſſe molto grande, eſſendo gli altri dui mediocri. Come quando ſi diceſſe. ſe 60. mi dà 390. che mi dara 45. preſo dunque 45. rettamente ſi applicherà trauerſalmente al 60. & non potendo pigliare il 390. intiero lo pigliaremo in pezzi ſecondo che piu ci piacerà come v.g. piglierò 90. trauerſalmente il quale miſurato rettamente mi darà 67.$\frac{1}{2}$ il che noterò da parte, piglierò poi trauerſalmente 100. che miſurato rettamente mi darà 75. & perche nel 390. vi è vna volta 90. & tre volte 100. prenderò tre volte il 75. trouato & di più 67.$\frac{1}{2}$ che fa trouato in virtu del 90. e tutta queſta ſomma fà 292. e mezzo per il quarto numero che ſi cerca.

Vltimamente non reſteremo di dire come ſi poſſa operare la medeſima regola in numeri piccoliſſimi, ſin che nello ſtromento non ſi ſiano potuti notare i punti dal 15. in giù mediante la nocella che vniſce & collega le aſte dello ſtrumento, mà in queſta occaſione ci ſeruiremo delle decine de i punti come ſe foſſero vnità, ſi che dicendo per eſſempio ſe, 10. da 7. che darà 13. non potendo pigliar 7. per buttarlo à 10. piglieremo 70. cioe 7. decine & lo butteremo à 10. decine cioè a 100. & ſubbito pigliando 13. decine torneremo à miſurare queſta diſtanza rettamente & la troueremo contenere punti 91. che ſono 9. & vndecimo facendo come ſi è detto che ogni decina vaglia vno & da tuti queſti auuertimenti quando ſi haueranno bene in pratica ſi potrà facilmente inueſtigare la ſolutione di tutte le difficoltà, che poteſſero in ogni caſo occorrere.

OPERATIONE V.

Regola del Trè inuerſa riſoluta col mezo delle medeſime linee.

CON non diſſimile operatione ci riſolueranno i queſiti della Regola del Trè inuerſa; Eccone vn eſſempio quella vettovaglia che baſteria per mantenere 60. giorni 100. ſoldati à quanti baſteria giorni 75. queſti numeri diſpoſti alla regola ſtariano in queſto ordine 60. 100. 75. & l'operatione dello ſtrumento richiede che pigli rettamente il primo numero cioè 60. & applichi trauerſalmente al numero terzo cioe 75. & non mouendo lo ſtrumento piglia trauerſalmente il 100. che è il ſecondo & miſurato rettamente, & trouarai 80. quale è il numero cercato, doue ſi deue parimente auuertire ch'il medeſimo ritrouaremo applicando il ſecondo rettamente al terzo trauerſalmente, & poi miſurando rettamente il primo trauerſamente preſo. Deueſi oltre à ciò notare che tutti l'auuertimenti poſti ſopra circa la regola del Trè ſi deuono ancora in queſta per l'appunto oſſeruare.

OPERATIONE VI.

Regola per traſmutare le Monete.

Ol mezzo di queſte medeſime linee Aritmetiche poſſiamo traſmutare ogni ſpecie di moneta l'vna nell'altra con maniera molto facile, & ſpedita il che ſi conſeguerà con l'aggiuſtar prima lo ſtrumento pigliando rettamente il prezzo della moneta, che vogliamo traſmutare, & accommodandola trauerſalmente al prezzo di quella in cui ſi ha da fare la traſmutatione come acciò piu diſtintamente tutto ſi intenda dichiararemo con vn eſſempio ſi vogliamo v.g. traſmutare ſcudi di oro in Ducati Venetiani, & perche il prezzo, o valuta dello ſcudo di oro è lire otto, & la valuta del Ducato lire 6. ſoldi 4. è neceſſario (poi che il Ducato non è miſurato preciſamente delle lire entrandoui ſoldi 4.) riſoluere l'vna & l'altra moneta, & valutarla con li ſoldi conſiderando come il prezzo dello ſcudo è ſoldi 160. & quello del Ducato 124. per aggiuſtar dunque lo ſtrumento alla traſmutatione di ſcudi d'oro in Ducati piglia rettamente la valuta dello ſcudo in cioe 160. & applicala apprẽdo lo ſtrumento trauerſalmente al valore del Ducato cioè à 124. ne piu mouerai lo ſtrumento, di poi qualunque ſomma di ſcudi propoſta traſmuterai in Ducati pigliando la detta ſommo trauerſalmente & miſurandola rettamente come per eſſempio vogliamo ſapere quanti Ducati faccino 186. ſcudi piglia 186. per trauerſo & miſurato rettamente & trouerai 240. & tanti Ducati faranno li detti ſcudi.

OPERATIONE VII.

Regola de gli Intereſſi ſopra intereſſi, che altramente ſi dice de i meriti à capo di Anno.

ASSAI ſpeditamente potremo riſoluere le queſtioni di queſta Regola con l'aiuto delle medeſime linee Aritmetiche, & ciò con due diuerſe

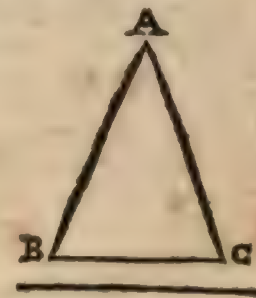
maniere di operare, come con due ſeguenti eſſempio faremo chiaro & manifeſto cercati quanto ſiano per guadagnare l'anno 140. ſcudi in 5. anni a ragione di 6. per cento l'anno laſciando l'intereſſi ſopra il capitale, & ſopra gli altri intereſſi acciò che continuamente guadagnino, per trouar dunque quanto cerchiamo, piglia rettamente il primo capitale cioè 140. & queſto butta trauerſalmente al 100. & ſenza mouer lo ſtrumento piglia ſubbito pur trauerſalmente la diſtanza trà li punti 106. che è il 100. con l'intereſſe, & torna di nuouo aprir lo ſtrumento, & queſto interuallo che vltimamente pigliaſti col compaſſo ributtarlo al 100. & aprendo vn poco più il compaſſo piglia trauerſalmente la diſtanza tra li punti 106. & di nuouo aperto vn poco piu lo ſtrumento butta quella diſtanza piu hora trouarai al 100. & aprendo il compaſſo piglia il 106. & in ſomma va replicando queſta medeſima operatione tante volte quante è il numero de gli anni del merito, & eſſendo nel preſente eſſempio il merito per anni cinque deui reiterare l'operatione cinque volte, & vltimo miſurando rettamente l'interuallo che hauerai preſto trouerai comprendere punti 187. 1/[illegible] & tanti ſcudi ſaranno doventati li 140. poſti da principio col guadagno de i ſei per cento nello ſpatio di anni cinque, & nota che ſe ti tornaſſe più commodo il ſeruirti in Cambio del 100. & 106. del 200. & 212. come ſpeſſe volte occorrerà, il medeſimo ſarà ritrouato.

L'altro modo di operare non richiede altra mutatione nello ſtrumento che vn ſolo primo accommodamento & procede ſi così, ſeruendoci del medeſimo queſito poſto ſopra per aggiuſtare lo ſtrumento piglia 100. col ſuo primo intereſſe cioè 106. rettamente, & aperto lo ſtrumento applicarlo trauerſalmente al 100. ne mai piu mouerai lo ſtrumento, piglia poi trauerſalmente la ſomma de i denari propoſta che 140. & miſurata rettamente & vederai gia il guadagno dal primo anno eſſere 148. & $\frac{2}{5}$ comprendendo però anco il capitale: Per trouar il ſecondo anno piglia trauerſalmente quarto 148. & dui quinti & ſenza altro miſurato rettamente & trouerai 157. 1/[illegible] per il ſecondo anno. Piglia poi quarto medeſimo numero 157. 1/[illegible] trauerſalmente è torna à miſurarlo rettamente & trouerai 166. $\frac{1}{4}$ per il capitale, e guadagno der terzo anno. Torna à pigliar queſto 166. $\frac{1}{4}$ trauerſalmente & miſurato rettamente & hauerai per il quarto anno 176. $\frac{1}{4}$ Finalmente piglia queſto trauerſalmente & torna à miſurarlo rettamente & hauerai per il quinto anno, trà capitale & guadagno 186. 1/[illegible] è così volendo per piu anni andrai replicando l'operatione; & nota che quando il primo capitale propoſto foſſe ſomma tale, che eccedeſſe il numero de i punti 250. ſegnati ſopra le linee Aritmetiche, deui operare à pezzi pigliando la metà, il terzo, il quarto, il quinto, ò altra parte della ſomma propoſta, che in fine pigliando due, trè, quatro, ò cinque, ò piu volte quello che troui, verrai in cognitione di quello che deſideri.

OPERATIONE VIII.

Delle linee Geometriche che ſeguono appreſſo, & loro vſi; Et prima col mezzo di eſſe poſſiamo creſcere, ò diminuire in qualunque data proportione tutte le figure ſuperficiali.

LE linee, che ſeguono appreſſo le Aritmetiche di ſopra dichiarate ſono dette linee Geometriche per eſſere diuiſe ſecondo la Geometrica proportione procedente ſino al 120. dalle quali trarremo diuerſe vtilità, & prima ci ſeruiranno per trouare il lato di vna figura ſuperficiale, che ad vn'altra propoſta habbia vna data proportione come



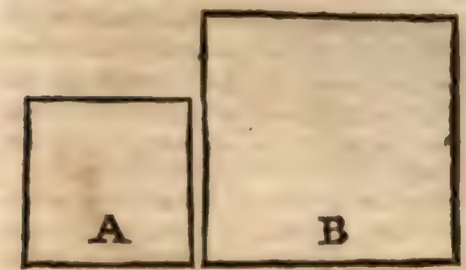
ſaria per eſſempio ſendoci propoſto il triangolo A. B. C. vogliamo trouar il lato di vn' altro, che ad eſſo habbia proportione ſeſquialtera, Pigliaſi duoi numeri nella data proportione, & ſiano per eſſempio 12. & 8. & preſa con vn compaſſo la linea B. C. adattati aprendo lo ſtrumento alli punti delle linee Geometriche 88. & ſenza punto mouer l'apertura, prendaſi l'interuallo trà li punti 12. 12. perche ſe faremo vna linea di tal grandeza, lato di vn triangolo riſpondente alla linea B. C. ſarà la ſua ſuperficie indubitatamente ſeſquialtera del triangolo A. B. C. & queſto medeſimo intendaſi d'ogni altra ſorte di figura, & delli cerchi ancora faremo queſto medeſimo ſeruendoci delli loro Diametri, ò ſemidiametri, come de lati delle figure retti linee; & notiſi per le perſone piu volgari, che la preſente operatione è quella che ci inſegna creſcere, ò diminuire tutte le piante ſuperficiali come v. g. hauendo vna pianta, la quale contiene per eſſempio dieci campi di terreno, ne vorremo diſſegnare vna che ne conteneſſe 34. piglia qualunque linea della pianta di 10. campi, & applicata trauerſalmente alli punti 10. delle preſenti linee Geometriche, & ſenza più mouerlo ſtrumento prendi l'interuallo trauerſale trà li punti 34. delle medeſime linee, & ſopra vna tal longhezza deſcriui la tua pianta ſimile alla prima ſecondo la regola, che di ſopra nella terza operatione ti hò inſegnato, & hauerai la pianta cercata capace preciſamente di 34. campi.

OPERA

OPERATIONE IX.

Come con l'iſteſſe linee poſſiamo trouare la proportione trà due figure ſuperficiali trà di loro ſimili.

SIANCI per eſſempio propoſti li duoi quadrati A.B.ouero qualunque due altre figure delle quali le due medeſime linee A. B, ſiano lati homologhi volendo trouare quale proportione habbino trà di loro le dette ſuperficie, prenderai con vn compaſſo la linea B. laquale aprendo lo ſtrumento ſi applichi à qual ſi voglia punto di eſſe linee Geometriche, & ſia per eſſempio al 20. dopo non mouendo lo ſtrumento, prendaſi col compaſſo la linea A. & queſta applicata alle linee Geometriche veggaſi à che numero ſi adatti & trouato vg. che ſi aggiuſti al numero 10. dirai la proportione delle due figure eſſer quella che ha 20. 10. cioè doppia. & quando la grandezza di queſta linea non ſi accommodaſſe preciſamente ad alcuna delle diuiſione dobbiamo rinouare l'operatione & applicando ad altri punti che alli 20. tentare.

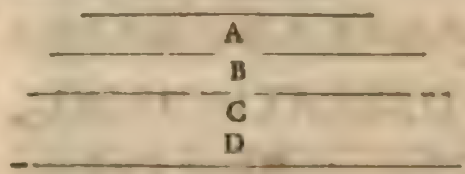


ſin tanto che l'altra linea ancora eſſattamente ſi accomodi à qualche punto, il che trouato ſapremo conſequentemente la proportione delle due figure aſſegnateci per eſſer lei ſempre la mededeſima che quella de i numeri delli 2. punti alli quali le dette linee nella medeſima apertura dello ſtrumento ſi accommodano, & quando dell'vna, & delle due piante propoſteci foſſe data la capacità, ſi trouerà il contenuto dell'altra nel medeſimo modo come per eſſempio. Eſſendo la pianta della linea B. 30. Campi, ſi cerca quanto ſaria la pianta A. accommoda la linea B. trauerſalmente alli punti 30. & vedi poi à quel numero ſi adatti pur trauerſalmente la linea A. & tanti Campi dirai contenere la pianta di eſſa linea A.

OPERATIONE X.

Come ſi poſſa conſtituire vna figura ſuperficiale ſimile & vguale à mole, altre ſimili propoſteci.

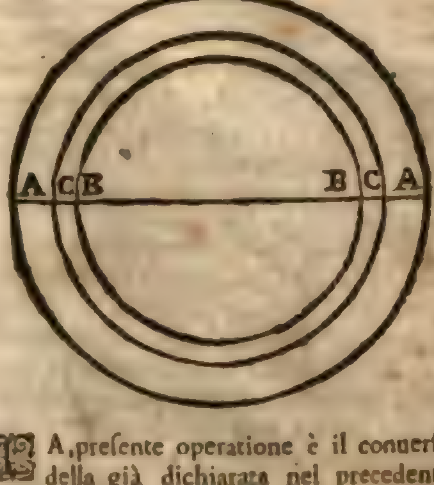
SIANCI per eſempio propoſte le figure ſimili, delle quali li lati homologhi ſiano le linee A. B.C. alle quali ſe ne debbe trouare vna ſola vguale, & pure ad eſſe ſimile, prendi col compaſſo la longhezza della linea C. & queſta aperto lo ſtrumento applicarai à quel numero più ti piace della linea Geometricha & ſia vg. applicata à quelli punti 12. 12. dopoi laſciato lo ſtrumento in tal ſito, prendi la linea B. & vedi à numero delle medeſime linee ſi accommoda.



Cheſia per eſſempio al G.& perche l'altra ſi era aggiuſtata al 12.coniungerai queſti duos numeri 9. & 12. inſiemi & terrai memoria 21. piglia dipoi la terza linea A. & ſecondo il medeſimo ordine conſidera à qual numero delle medeſime linee trauerſalmente ſi adatti, & trouato vg. addattarſi al 6. aggiungerai 6. al 121. che ſaluaſti & hauerai in tutto 27. piglia adunque la diſtanza trauerſale trà l'i punti 27. & hauerai la linea D. ſopra la quale facendo vna figura ſimile all'altre propoſte ſara ancora digrandezza alle medeſime trè inſieme vguale & col medeſimo ordine ne potrai ridurre in vna ſola quante ne veniſſero propoſte purche le propoſte ſiano tutte ſimili frà di loro.

OPERATIONE XI.

Propoſte duè figure ſimili & diſuguali trouar la terza ſimile & vguale alla differenza delle duè propoſte.



LA, preſente operatione è il conuerſo della già dichiarata nel precedente capitolo, & la ſua operatione ſarà in tal guiſa

guiſa ſianci per eſſempio propoſti duoi cerchi diſuguali, & del maggiore ſia diametro l'a linea A.A.& del minore B.B.volendo trouare il ſemidiametro del cerchio vguale alla differenza delle due A. B. prende con vn compaſſo la longhezza della linea maggiore A. & applicata aprendo lo ſtrumento a quel punto più te piacerà delle linee Geometriche & ſia per eſſempio applicata al numero 20. & non mouendo lo ſtrumento conſidera à qual punto delle medeſime linee, ſi aggiuſta la linea B. & trouato per eſſempio accommodarſi al numero 8. ſottrato queſto di 20. reſtarà 12. & preſa diſtanza tra l'i punti 12.12.hauerai la linea C.il cui cerchio ſara vguale alla differenza delle due A. B. & quello que ſi è eſſemplificato ne i cerchi per via de i loro ſemidiametri intendaſi eſſer l'iſteſſo nell'altre figure ſimili operando con vno de i loro lati homologhi.

OPERATIONE XII.

Eſtrattione della Radice Quadrata con l'aiuto delle medeſime linee.

TRE' differenti modi dell'operare nell'eſtrattione della Radice Quadrata ſaranno nel preſente capitolo dichiarati, vno per li numeri mediocri, vno per li grandi, & il terzo per li piccoli. Intendo per i numeri mediocri quelli che ſono tanto nel meno quanto nel piu intorno al 5000. maggiori, quelli che ſono intorno al 5000.minimi quelli che ſono intorno al 100. & Prima faremo principio da i numeri mediocri. Per eſtrare dunque, & trouar la radice quadrata di vn numero mezzano propoſto, prima deueſi aggiuſtar lo ſtrumento la qual coſa ſarà con l'acommodare trauerſalmente al 16. delle linee Geometriche lo ſpatio di 40. punti preſo rettamente dalle linee Aritmetiche di poi del numero propoſto per leua via le due vltime figure, che denotano le vnità & le decine, & quel numero che reſta prendi trauerſalmente dalle linee Geometriche & miſuralo rettamente ſopra le Aritmetiche, & quello che troui ſara la radice quadrata del numero propoſto come per eſſempio volendo la radice di queſto numero 4630. leuate le due vltime figure cioè il 30. reſta 46. però piglierai trauerſalmente 46. dalle linee Geometriche & lo miſurerai rettamente ſopra le Aritmetiche, & lo trouerai contenere punti 68. che è la proſſima radice cercata.

Mà ſono in queſta regola da notarſi due coſe, la prima è che quando le due vltime figure che ſi leuano paſſaſſero 50. deui al numero, che reſta aggiungere vno, come ſe v.g. voleſſi pigliare la radice del 4192. perche il 92. da leuarſi paſſa 50. in luogo del 41.che reſtaua deue prendere 42. & nel reſto ſeguire la regola di ſopra.

L'altra cautela che ſi deue oſſeruare è che quando quello che reſta detratte le due vltime figure paſſaſſe 120. in tal caſo poiche la diuiſione delle linee Geometriche non ſi eſtende oltre al 120. nella diuiſione dello ſtrumento del Galileo; ſi deue del numero che reſta prendere la metà ò vero altra parte, & queſta diſtanza preſa ſi deue Geometricamente raddopiare, ò ſecundo il numero della detta parte multiplicare,& quello vltimo interuallo coſi multiplicato miſurato rettamento ſopra le linee Aritmetiche ti darà la radice che cerchi, come per eſſempio vogliamo la radice di 8412. aggiuſtato come è detto lo ſtrumento, & detratte le due vltime figure 84. il quale numero non è ſopra le linee Geometriche, però piglierai la ſua metà cioè 42.preſo dunque lo ſpatio trauerſale trà l'i punti 42. biſognarà che Geometricamente ſia raddoppiato il che farai con aprir più lo ſtrumento ſin tanto che il detto ſpatio ſi adatti à qualche numero, del quale ſopra le medeſime linee vene ſia vno doppio come v.g.ſariaddattandolo al 20.pigliando pò l'interuallo trà l'i punti 40.il quale miſurato finalmente ſopra le linee Aritmetiche, ti moſtrarà 91. ò due terzi in circa proſſima radice del numero 8412. propoſto & ſe ti foſſe biſognato del numero dato pigliare la terza parte nel triplicarla poi Geometricamente l'applicherai trauerſalmente ad vn numero delle linee Geometriche del quale vene ſia vn'altro triplo come ſaria al 10. per pigliare il 30. ò il 12. per pigliare il 36.

La commodita del noſtro ſtrumento diuiſo in 120.nella diuiſione delle linee Geometrice porta maggior commodità per eſtrare radice quadrata di numeri molti maggiori di quelli del Galileo poſti per mediocri.

Quanto al modo di procedere per i numeri maggiori non ſi hauerà altra differenza del modo precedente ſe non nell'aggiuſtare lo ſtrumento ſi farà pigliando 100. rettamente dalle linee Aritmetiche aggiuſtandolo poi trauerſalmente al l'i punti 10. 10. delle Geometriche, il che fatto; volendo v. g.la radice quadrata di 32140.tolte le figure reſta 32. & quanto pigliarai trauerſalmente dalle linee Geometriche che miſurato rettamente ſopra le Aritmetiche ti moſtrerà 179. proſſima radice di 32140. auuertendo che l'iſteſſe cautele notate nelle operationi precedenti ſi deuono per l'appunto oſſeruare in queſta, cioè que quando le trè figure, che ſi detraggono paſſano 500. ſi hà da aggiongere vno a quello che reſta,& ſe quel che reſta paſſa 50. nella detta diuiſione del Galileo, ò vero 120. nella preſente noſtra diuiſione, ſe ne piglierà vna parte cioè la metà ò il terzo per duplicando ò triplicando il modo dichiarato quello che hauerai per la detta parte preſo.

Per l'i numeri minori aggiuſterai lo ſtrumento ſecundo il primo modo cioè con buttare 40. à 16. pigliando poi trauerſalmente dalle linee Geometriche il numero propoſto ſenza leuare figura alcuna per che miſurando rettamente il detto ſpatio ſopra le linee Geometriche trouerai la radice cercata in numero intiero, & in frattione, ma nota

che

che le decine delle linee Aritmetiche ti deuono ſeruire per metà, & le vnità per decine di vnità: Come per eſſempio vogliamo la radice di 30. aggiuſta lo ſtrumento come è detto buttando 40. preſo dalle linee Aritmetiche rettamente al 16. delle Geometriche trauerſalmente, delle quale preſo trauerſalmente la diſtanza delli ponti 30. miſurandolo rettamente ſopra l'Aritmetiche trouerai ponti 55. che mi portano 5. intieri & 5. decimi, cioè 5. è mezo, quanta è la proſſima Radice di 30. Auuertendo, che in queſta regola ancora ſi deuono oſſeruare l'auuertimenti, & cautioni nell'altre due regole inſegnate.

OPERATIONE XIII.

Regola per le ordinanze de gli eſſerciti di fronte, è fianco diſuguali.

PER le ordinanze di fronte vguali al fianco, ci ſeruirà com'e manifeſto l'eſtrarre la radice quadrata del numero de i ſoldati propoſtici: Mà quando voleſſimo formare vn ordinanza con vna moltitudine aſſegnata de ſoldati della quale la fronte, & il fianco non foſſero vguali, mà ſi reſpondeſſero in vna data proportione, all'hora per riſoluere il queſito ci biſogna in altra maniera procedere operando nel modo che nel ſeguente eſſempio ſi dichiara.

Sendoci dunque ordinato che ritrouiamo la fronte, & il fianco di 1435. ſoldati meſſi in ordinanza in maniera che per ogni cinque, che ſaranno nella fronte, ne ſiano trè nel fianco. All'hora per conſequire l'intento con l'aiuto del noſtro ſtromento prima conſiderando i numeri della proportione aſſegnataci eſſer 5. & 3. aggiungendo à ciaſcuno di loro vn, ò, fingeremo che importino 50. & 30. & per trouar la fronte prenderemo rettamente con vn compaſſo 50. dalle linee Aritmetiche, & queſto interuallo accommodaremo trauerſalmente alle linee Geometriche & à quel numero, che ſi produce dalla moltiplicatione trà di loro de i numeri della proportione aſſignata, cioè nel preſente eſſempio al 15. & laſciato lo ſtrumento in tal ſtato ſi prenderà trauerſalmente pure nelle medeſime linee Geometriche la diſtanza trà li punti ſegnati dal numero che reſta detratte le decine, & vnità dal numero de ſoldati propoſtici, che nel preſente eſſempio è 43. & miſurato tale interuallo rettamente ſopra le linee Aritmetiche ci darà la fronte di tale ordinanza che ſarà ſoldati 85. & col medeſimo ordine troueremo il fianco pigliando rettamente 30. dalle linee Aritmetiche, & buttandolo trauerſalmente al 15. delle Geometriche & da eſſe immediatamente pigliando pur trauerſalmente l'interuallo trà l'i punti 43.43. il quale miſurato rettamente ſopra le linee Aritmetiche ci darà 51. per il fianco & il medeſimo ordine ſi terrà in ogn'altra moltitudine de ſoldati, & in qualunque altra proportione aſſegnataui, Auuertendo che ſi come ſi diſſe nella radice quadrata quando le vnità & decine che ſi leuano del numero propoſto paſſaſſerò 50. ſi deue alle centenaia, che reſtano aggiungere vno di più, &c. Ne voglio tacere, come trouata che ſi ſarà la fronte ſecondo la regola già dechiarata, ſi potria con altra regola più ſpedita, & con le ſole linee Aritmetiche trouar il fianco in queſta forma, operando già nell'eſſempio addoto fu trouato 85. per la fronte & furno i. numeri della proportione 5. & 3. che è quanto ſe ſi diceſſe 50. & 30. ò vero 100. & 60. &c. Però quello 85. preſo rettamente dalle linee Aritmetiche accommodiſi trauerſalmente al 100. delle medeſime & pigliſi immediatamente l'interuallo pur traſuerſale, & pigliſi trà li punti 60. & 60. delle medeſime linee, il quale miſurato rettamente ci moſtrarà il medeſimo numero 51. che nell'altra maniera di operare fù ritrouato, & queſta operatione che ſotto l'eſſempio delle ordinanze hauiamo dichiarato intendaſi eſſer la regola di vno de i Capitoli del Algebra cioè de i cenſi vguali al numero onde tutti li queſiti che per eſſo ſi riſoluono ſi ſcioglieranno anco operando col noſtro ſtrumento nella maniera già dichiarata.

OPERATIONE XIV.

Inuentione della media Proportionale per via delle medeſime linee.

CON l'aiuto di queſte linee & loro diuiſione potremo trà due linee, ò vero duoi numeri dati trouare con gran facilità la linea, ò il numero medio proportionale in queſta maniera; ſianno li duoi numeri, ò vero le due linee miſuratè propoſteci l'vno 36. & l'altro 16. & col compaſſo la longhezza dell'vna v.g. della 36. applicala aprendo lo ſtrumento alli punti 36. delle linee Geometriche, & non mouendo lo ſtrumento prendi l'interuallo trà li punti 16.16. delle medeſime linee, il quale miſurato ſopra la medeſima ſcala trouerai eſſer punti 24. quanto appunto è il numero proportionale trà 36. & 16. & nota che per miſurar le linee propoſte potremo ſeruici non ſolo della ſcala notata ſopra lo ſtrumento, mà di qualunque altra ancora quando quella dello ſtrumento foſſe troppo piccola per il noſtro biſogno.

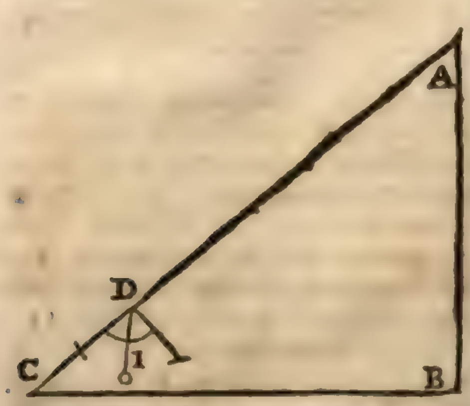
Notando in oltra che quando le linee & i numeri, che le miſurano trà le quali vogliamo trouare il numero proportionale foſſero aſſai grande, ſi che paſſaſſerò il 50. ch'è il maggior numero notato ſopra le noſtre linee Geometriche ſi potrà nondimeno conſeguir l'intento operando con parti di pro-

poſti numeri, & con altri minori di eſſi, mà che habbiano la medeſima proportione che hanno l'i primi, & la regola ſarà in queſto modo. Vogliamo v.g. pigliare il numero medio proportionale fra 144. & 81. l'i quali eccedono ambi due il 50. pigliſi dalle linee Aritmetiche 144. rettamente per applicarlo trauerſalmente alle linee Geometriche. Mà perche in eſſe non vi è numero così grande piglierò imaginariamẽte vna parte d'eſſo numero 144. come ſaria v.g. il terzo cioè 48. & l'interuallo già preſo applicherò trauerſalmẽte alli punti 48. delle linee Geometriche. Di poi immaginarà la terza parte di 81. che fu l'altro numero dato la quale è 27. piglierò tal numero pur trauerſalmente dalle medeſime linee Geometriche, & queſto miſurato rettamente ſopra l'Aritmetiche mi darà il medio proportionale ricercato cioè 108.

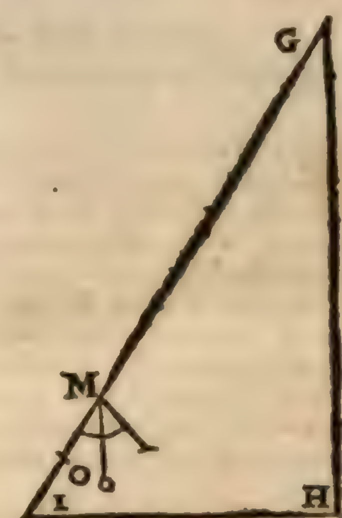
OPERATIONE XV.

Diuerſi modi di miſurar con la viſta, & prima dell'Altezze perpendicolari alla radice delle quali ſi poſſa accoſtare & diſcoſtare.

L'VLTIMA circonferenza diuiſa in 200. parti è vna ſcala Per miſurar Altezze, diſtante, & profondità col mezzo della viſta, & prima cominciando dell'Altezze, moſtreremo diuerſe maniere di miſurarle facendo principio dall'altezze perpendicolari, alla radice delle quali ci poſſiamo accoſtare, come ſaria ſe voleſſimo miſurare l'altezza della Torre A.B. venendo nel punto B. ci diſcoſteremo verſo C. caminando cento paſſi, ò 100. altre miſure, & fermati ci nel luogo C. trà guardaremo con vna coſta dello ſtrumento l'altezza A. come ſi vede ſecondo la coſta C. D. A. notando l'i punti tagliati dal filo D. I. i quali ſe ſaranno nel Centenaio oppoſto all'occhio come ſi vede nell'eſſempio propoſto per l'arco I. quanto ſaranno detti punti, tanti paſſi, (ò altre mille miſure che hauremo miſurate in terra) diremo contenere l'altezza A B.



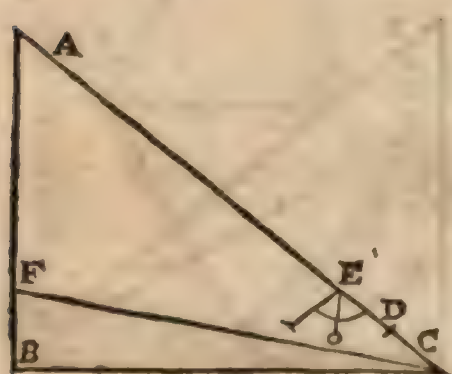
Mà ſe il filo taglierà l'altro Centenaio come ſi vede nella ſeguente figura, volendo miſurare l'altezza G.H. ſendo l'occhio in I. doue il filo taglia i punti M. O. all'ora preſo il numero di detti punti diuideremo per eſſo il numero 10000. & l'auuertimento ſarà il numero delle miſure che nell'altezza G. H. ſi conterranno come v. g. ſe il filo haueſſe tagliato il punto 50. diuidẽdo 10000. per 50. hauremo 200. & tante ſaranno le miſure dell'altezza G.H. Et perche hauiamo veduto che alle volte il filo ſegherà il Centenaio oppoſto alla coſta per la quale ſi trà guarde & tal volta anco taglierà il Centenaio contiguo à detta coſta, & queſto potrà auuenire in molte delle operatione ſeguenti. Però per regola vniuerſale s'auuertira ſempre che quando il filo taglierà il primo Centenaio contiguo à dette coſte ſi deue diuidere 10000. per il numero taglitao dal filo ſeguendo poi nel reſto dell'operatione la regola che ſarà ſcritta perche noi ne gli eſſempi ſequenti ſupporremo ſempre ch'il filo tagli l'altro Centenaio.



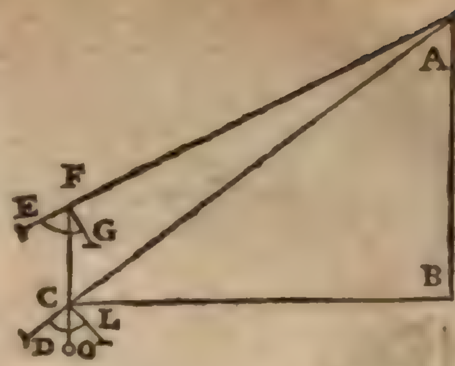
Mà acciò che tanto più ſi ſcorga la moltitudine de gli vſi di queſto noſtro ſtrumento, voglio, che i computi più laborioſi, che nelle regole per miſurar con la viſta ci occorreranno ſiano ſenza fatica alcuna & con ſomma breuità ritrouati col mezzo della riga ſopra le linee Aritmetiche, & facendo principio dalla preſente operatione per quelli che non ſapeſſero partire 10000. per quell' numero tagliato dal perpendicolo, Dico che ſi pigli rettamente ſempre 100. dalle linee Aritmetiche, & che trauerſalmente s'accommodi al numero de i punti tagliati da eſſo perpendicolo. pigliando poi pur trauerſalmente ſenza mouer lo ſtrumento la diſtanza trà i punti 100. la quale miſurata rettamente ci darà l'altezza cercata, come v.g. ſe il filo haueſſe tagliato à 77. pigliando dalle linee Aritmetiche 100. rettamente applicalo trauerſalmente al l'interuallo trà i punti 100. & torna à miſurarlo rettamente & trouerai contenere punti 130. & tante miſure dirai contenerſi nell'altezza, che miſurar volemo.

In altra maniera potremo miſurar vna ſimil'altezza ſenza obligarci à miſurare in terra le 100. miſure nel modo, che ſi farà maniſeſto, Come ſi per eſſempio voleſſimo dal punto C. miſurar l'altezza della Torre A B. drizzando la coſta dello ſtrumẽto C.D.E. alla ſõmità A. noteremo li pũti tagliati dal filo E. I.

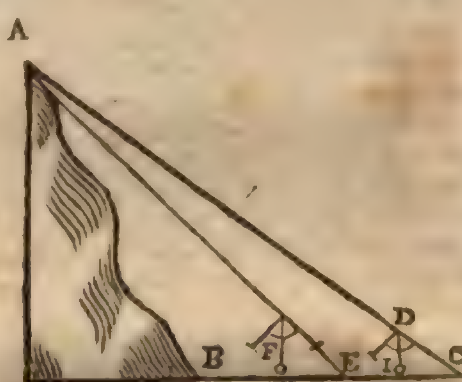
quali ſiano per eſſempio 80. di poi ſenza mouerci di luogo abbaſſando lo ſtrumento ſolamente tra guarderemo qualche ſegno più baſſo, che ſia poſto nella medeſima Torre, come ſaria il punto F. notando il numero d'i punti tagliati dal filo, il quale ſia v. g. 5. reggaſi poi quante volte queſto minor numero 5. ſia contenuto nell'altro 80. che è 16. volte, & 16. volte diremo la diſtanza F. B. eſſere contenuta in tuta l'altezza B. A. & perche il punto F è baſſo potremo tal' altezza F. B. con vn aſta, ò altro facilmente miſurare, & col venir in cognitione dell' altezza B. A. auuertendo, che miſurar l'altezze noi vitroniamo, & miſuriamo ſolamente l'altezze ſopra l' orizōte del noſtro occhio, tal che quando detto occhio ſarà piu alto della radice, ò baſe della coſa miſurata, biſognerà aggionger' all'altezza trouata per via dello ſtrumento quel tanto dipiù che l'occhio ſopraauanza detta radice.



Il terzo modo di miſurare vna ſimile altezza, ſarà con l'alzarci & abaſſarci come volendo miſurar l'altezza A. B. continendo lo ſtromento inqualche luogo eleuato da terra come ſaria del punto F. traguarderemo ſecundo la coſta E. F. il punto A. notando ipunti G. I. tagliati dal filo, quali ſiano per eſſempio 65. dipoi ſcendendo al Baſſo, & venendo perpendicolamente ſotto il punto F. come ſaria nel punto C. traguardaremo la medeſima altezza ſecondo la coſta D. C. notando i punti L. O. quali ſaranno piu de gli altri, come v. g. 70. depoi prendaſi la differenza tra queſti duoi numeri 65. & 70. che è ſi & quante volte eſſa è contenuta nel maggior de deiti numeri cioè in 70. che di ſarà cōtenuta 14. volte, tante volte diremo l'altezza B. A. contenere la diſtanzá C. F. la quale miſuraremo potendolo noi fare commodamente & così verremo in cognitione di tutta l'altezza A. B.



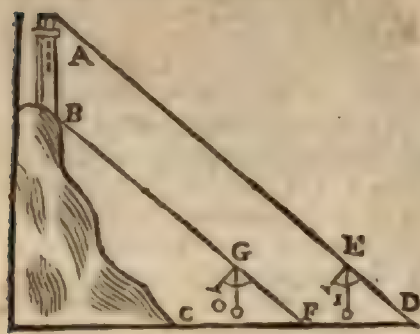
Et volendo noi miſurare vn' altezza la cui radice non ſi vedeſſe come ſaria l'altezza del monte A. B. ſendó nel C. traguardaremo la ſomità. A. notando ipunti I. tagliati dal perpendicolo D. I. i quali ſiano per eſſempio 20. dipoi accomodoci verſo il monte 100. paſſi innanzi venendo n'el punto E. trà guardaremo liſteſſa cominita notando ipunti F. iquali ſiano 22. ilche fatto deuonſi moltiplicare tra loro queſti duoi numeri 20. & 22. fanno 440. & queſto ſi diuida per la differenza delli medeſimi numeri cioè per 2. ne viene 220. & tanti paſſi diremo eſſer altò il monte.



Il computo ſi trouarà, ſopra lo ſtromento pigliando il minor numero de ipunti tagliati rettamente ſopra le linee Arimetiche, & applicandolo poi trauerſalmente alla differenza delli duoi numeri de i punti pigliando in oltre trauerſalmente l'altro numero de ipunti il quale miſurato retamente ci darà l'alteza cercata come ſe per eſſempio ipunti tagliati foſſero nati 42 & 58. preſo 42. rettamente buttiſi trauerſalmente alla differenza de i detti numeri cioè al 16. , ò non lo potendo al ſue doppio, quadruplo &c. ſia al quadruplo ch'è 64. & preſo poi il 58. ò il ſuo quadruplo cioè 232. & miſurato rettamente ci darà 152. à vn quarto, che è il propoſito.

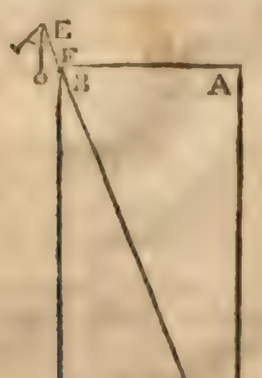
Po ſſiamo in oltre col medeſimo ſtromento miſurare vn altezza poſta ſopra vn'altra, come ſe voleſſimo miſurare l'Altezza della torre A. B. poſta ſopra il mōte B. C. prima ſendo nel pūto D. traguardaremo lo ſō mità della Torre A. notando i punti tagliati del filo E. I. li quali ſiano v. g. 18. poi laſciando

vn'altra piantata nel punto D. venghiamo auanti vn tanto, che traguardando la baſe della Torre cioè il punto B. il perpendicolo G. O. tagli il medeſimo numero 18. il che ſia quando ſaremo venuti al punto F. di poi miſurinſi i paſſi trà le due ſtatue ne D. F. quali ſiano per eſſempio 130. & queſto numero ſi moltiplichi per 18. punti ne verrà 2340. il qual numero ſi diuida per 100. ne viene 23.& $\frac{2}{5}$ & tanti paſſi ſarà alta la Torre A. B.

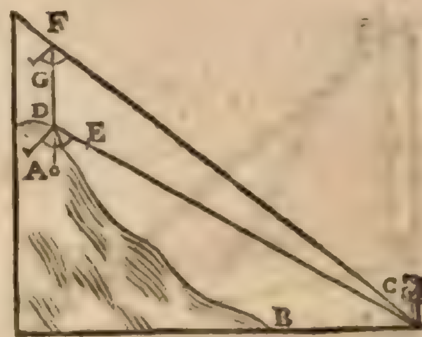


Il compaſto ſopra lo ſtrumento ſi farà col pigliare rettamente il numero de i paſſi è quello de i punti applicandolo poi trauerſalméte al 100. prendẽ lo poi l'altro pur trauerſalmente, & miſurãdolo rettamente come ſe v. g. i punti foſſero ſtati 64. & i paſſi 146. preſo 64. rettamente & applicatolo trauerſalmente al 100. & preſo poi trauerſalmente 146. & miſuratolo rettamente darà 93. $\frac{4}{9}$ in circa quanta è l'altezza che ſi cercaua.

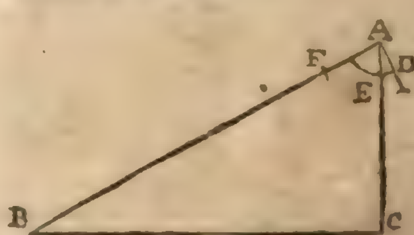
Quanto alle profondità due modi haueremo per miſurarle, & il primo ſarà per miſurar la profondità & contenuta trà le linee paralelle, come ſarià la profondità d'vn pozzo, ò vero l'altezza di vna Torre quando noi foſſemo ſopra di eſſa come per eſſempio ſia vn pozzo A. B. D. contenuto trà le linee paralelle A. C. D. B. & voltando l'Angolo dello ſtrumento verſo l'archo E. ſi trà guardi ſecondo la coſta E. F. in manieta che il raggio della viſta paſſi per l'i punti B. C. notando il numero tagliato dal filo, il quale ſia v. g. 5. & poi ſi conſideri quante volte queſto nomero 5. entra in 100. & tante volte diremo la larghezza B. A. eſſer contenuta nella profondità B. D.



L'altro modo ſarà per miſurar vna profondità della quale non ſi credeſſe la radice, come ſe foſſimo ſopra il Monte B. A. & voleſſimo miſurare la ſù altezza ſopra il piano della campagna, in tal caſo alzaremoci ſopra il Monte facendo ſopra qualche caſa, Torre, ò albero come ſi vede nella preſente figura & conſtituendo l'occhio nel punto F. trà guardaremo qualche ſegno poſto nella campagna come ſi vede per il punto C. notando i punti tagliati dal filo F. G. che ſiano v. g. 32. di poi ſcendendo nel punto D. trà guarditi il medeſimo ſegno C. con la coſta D. I. notando parimente i punti A. I. che ſiano 30. & preſa la differenza di queſte duoi numeri cioè 2. veggaſi quante volte entra nel minor delli due numeri, & creduto che vientra 15. volte diremo l'altezza del monte eſſere 15. volte più dell'altezza E. D. la quale potendola noi miſurare ci farà venire in notitia di quanto cercauamo.

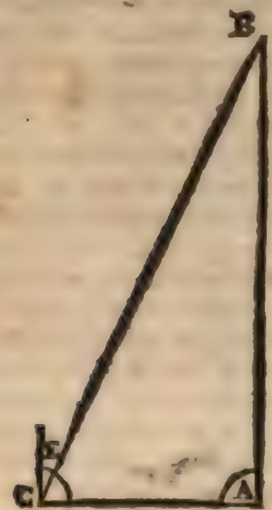


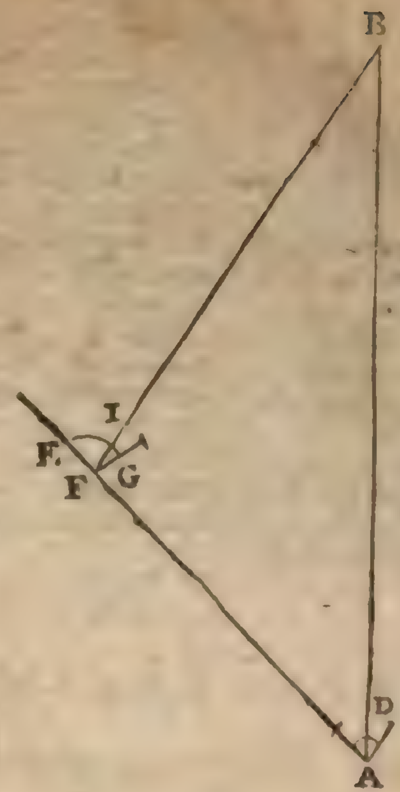
Paſſando al miſurar le diſtanze come ſaria vna larghezza d'vn fiume venendo ſopra la ripa, ò altro luogo eminente ſi come nell'eſſempio ſi vede, nel quale volendo noi miſurar la larghezza C. B. venendo nel punto A. trà guardaremo con la coſta A. F. l'eſtremità B. notando i punti D. E. tagliati dal perpendicolo, quali ſiano v. g. 5 & quante volte queſto numero entra in 100 tante volte diremo l'altezza A. C. entrare nella larghezza C. B. miſurando dunque quanta ſia tale altezza A. C. & pigliandola 20. volte haueremo la larghezza cercata.



Poſſiamo in altro modo miſurare vna ſimile diſtanza come per eſſempio ſendo noi nel punto A. vogliamo trouare la diſtanza ſino al punto B. conſtituiſcaſi lo ſtrumento in piano & vna delle ſue coſte ſia drizzata verſo il punto B. & ſecondo la drittura dell'altra coſta trà guarditi verſo il punto C. miſurando ſopra la drittura A. C. 100. paſſi ò altre miſure & buttiſi piantata nel punto A. vn aſta & vn altra ſi ponga nel punto C. di poi venendo nel punto C. ſi drizzi vna coſta dello ſtrumento

mento verſo A. & per l'angolo C. ſi trà guardi il medeſimo ſegno B. notando ſopra il quadrante qual punto venga ſegato dal raggio della viſta, che ſia il punto E. & preſo tal numero diuidaſi per eſſo 10000. è quello che ne verrà ſarà il numero de i paſſi ò altre miſure che ſaranno trà il punto A. & il ſegno B.





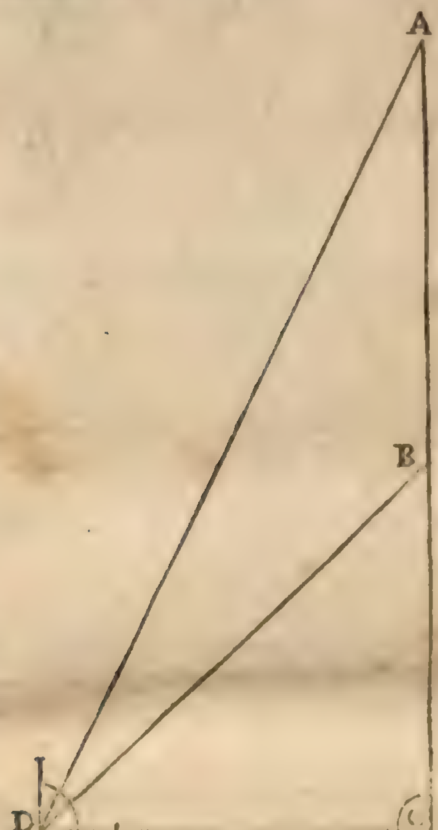
Mà quando non ci foſſe per meſſo di poter mouerci le 100. miſure ſopra vna linea, che faceſſe angolo retto col primo traguardo, in tal caſo procederemo altramente come v. g. eſſendo noi nel punto A. & volendo pigliare la diſtanza A. B. ne potendo caminare per altra ſtrada che per la A. E. la quale con la drittura A. B. fà angulo acuto, per conſeguire ad ogni modo il noſtro intento aggiuſtaremo vna coſta dello ſtrumento prima alla ſtrada come ſi vede per la linea A. F. & ſenza mouer lo ſtrumento trà guardaremo per l'Angolo A. il punto B. notando i punti tagliati dal raggio A. D. quali ſiano per eſſempio 60. dopoi laſciando nel punto A. vn aſta, ne faremo mettere ſopra la linea A. E. vn altra lontana 100. paſſi quale ſia nel punto F. doue conſtituiremo l'angolo dello ſtrumento aggiuſtando la coſta E. F. all'aſta A. & per l'Angolo F. trà guardaremo il medeſimo ſegno B. notando i punti G. &c. quali ſiano v. g. 48. volendo dunque da queſti numeri 60. & 48. trouare la lontanza A. B. multiplica il primo in ſe ſteſſo fà 3600. aggiungili poi 1000. fai 13600. & di quello numero piglia la radice quadrata ſara 117. in circa & queſta moltiplica per 100. fà 11700. & finalmente diuide queſto numero per la differenza delli duoi primi numeri 60. & 48. cioè per 12. ne verrà 975. & tanti paſſi ſenz'alcun dubio ſarà la diſtanza A. B.

Innouerai la calculatione di queſta operatione ſopra lo ſtrumente como nel ſotto poſto eſſempio 5. eſpone. Siano v. g. i punti tagliati da i due ragg l'vno 74. & l'altro 36. & per trouare detto conto aggiuſta prima lo ſtrumento ſi che linee Aritmetiche ſiano trà di loro ad angoli retti, il che farai col prendere 100. punti rettamente da eſſe, & queſti applicare col compaſſo alle medeſime trauerſalmente, in maniera che propoſta vna delle aſte nel punto 80. l'altra calchi nel 60. & queſta regola di aggiuſtare le dette linee à ſquadra ſi tenga à memoria per altri biſogni; facto queſto prendi la diſtanza trauerſale trà il punto 100. & il maggiore de i duoi numeri tagliati da i raggi che qui è 74. la qual diſtanza preſa deui aggiuſtare trauerſalmente alla differenza de i duoi numeri de i punti tagliati da i raggi, che qui è 38. & ſe non poteſſi per la piccolezza di queſto numero, ſeruirti del ſuo doppio, triplo, ò quadruplo, & qui per eſſempio applicata al ſuo triplo, che è 114. & immediatamente piglia la diſtanza pur trauerſale trà li punti 100. la quale miſurata rettamente, & preſa vna, due, trè & quatro volte ſi darà la diſtanza cercata: miſurale dunque nel preſente eſſempio, & trouerai la 109. ſi che triplicata ſi darà 327. quanta proſſimamente, & la diſtanza che miſurar voleuamo.

Seguitta, che veggiamo il modo di miſurare l'interuallo trà due luoghi da noi lontani

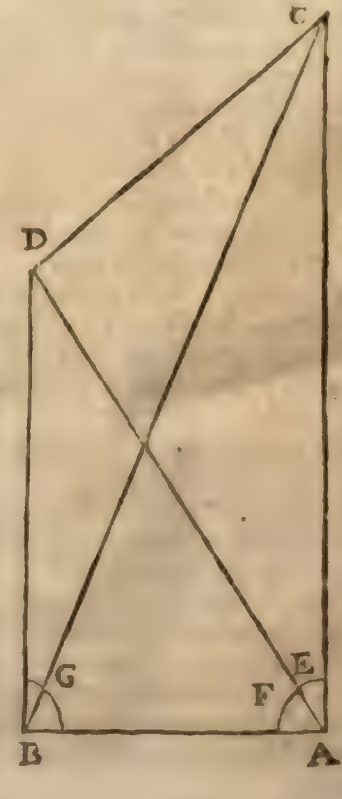
tani

tani, & prima diremo del modo quando da qualche ſito poteſſimo veder li ambidue per la medeſima linea retta come moſtra il preſente, eſſempio nelquale volendo noi miſurare l'interuallo tra i punti B. A. ſtando nel punto C. di doue appariſcano per la medeſima linea C.B.A. prima aggiuſtata vn' Aſta dello ſtrumento à tale drittura ſi traguardarà per l'altra verſo D. di doue appariſcano piantaremo vn aſta lontana dal punto C. 100 miſure, hauendone vna ſimile piantata nel punto C. & venendo al luogo D. aggiuſtaremo vna coſta dello ſtrumento alla drittura D. C. traguardando per l'angolo D. li duoi luoghi B. A. & notando inumeri tagliati da raggi che ſiano per eſſempio 25. & 20. per i quali duoi numeri ſi deue diuidere 10000. & la differenza delle due auuenimenti ſara la diſtanza B. A.

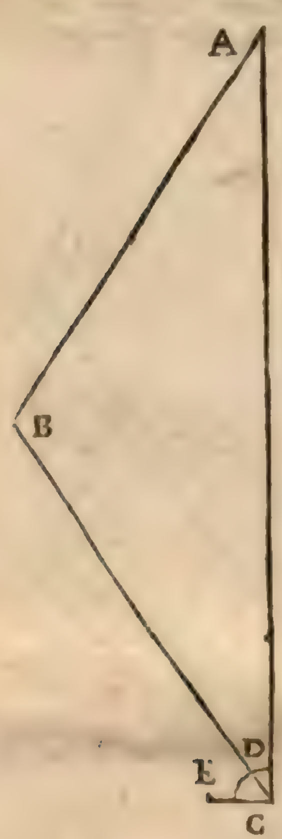


Mà ſe volendo noi miſurar la diſtanza trà i duoi luoghi C. D. non poteſſimo venire in ſito tale, che l'vno & l'altro ci appariſſe per la medeſima drittura, in queſto caſo procederemo come appreſſo ſi dirà. Si'a dunque che ſtando noi nel luogo A. vogliamo inueſtigare la lontananza trà iduoi luoghi C. D. prima aggiuſtata vna coſta dello ſtromméto al punto. C. come ſi vede per linea A. E. C. traguardiſi per l'angolo l'altro punto. D. notando iponti E F. tagliati dal raggio A. F. D. che ſiano v.g. 20. ſenza mouer lo ſtrommento. Si traguardi per l'altra coſta verſo il punto B. laſciando in A vn aſta & altra facendone porre ſopra la drittera verremo in B. dicoſtandoci dall' altra aſta tanto che ricoſtitnita vnà coſta dello ſtrumento ſopra la linea B. A. l'altra coſta feriſca il punto D. come appariſce per la linea B. D. & dall' angolo B. traguarderemo il punto C. notando il numero tagliato dal raggio B. G. che ſia v.g. 15. finalmente ſi miſureranno ipaſſi trà le due ſtatione A. B. quali ſiano per eſſempio 160. & venendo all' operatione Aritmetica prima ſi multiplicherà il numero de i paſſi tra le due. ſtationi cioe 160. per 100. fa 16000. il che ſideue diuidere per i duo i numeri de i punti ſeparatamente cioè per 20. & per 15. & ne verrano iduo numeri 800. & 1067. de quali ſenedeue pigliare la differenza che è 267. & queſta ſi deue moltiplicare in ſe ſteſſa fa 71289. & queſto numero ſi deue aggiúgere al quadrato del numero de ipaſſi cioe di 160. ch' e 25600. & in tuto ſarà 96889. del qual numero ſideue prendere la radice quadrata, che è 311. & tanti paſſi diremo eſſere tra l'i duoi luoghi C. D.

Come poi ſi poſſa ritrouare il compaſſo ſopra lo ſtromento faremo col ſottopoſto eſſempio manifeſto ſiano v.g. liduoi numeri tagliatida i raggi 60. & 34. & il numero de i paſſi 116. & venendo all' operatione prendi ſempre 100. dalle linee Arimethice rettamente & applicato trauerſalmente al maggior numero de i duoi tagliati dà iraggi chequi è 60. & ſubito prendi pur trauerſalmente il numero de paſſi che qui è 116. & queſto interuallo accomoderai trauerſalmente al'altro numero de i raggi, che qui è. 34. & ſe nõ puoi aplicalo al ſuo doppio, triplo, quadruplo, oquelle che più ti tornerà cómodo per hora al ſuo quadruplo cioè al 136. il che fatto prendi trauerſalmente il numero che è la differẽza tra li duoi numeri de i raggi che qui è 26. ò pure pigli a il ſuo doppio triplo, ò quadruplo ſecondo che poco fa ſi fece l' applicatione; onde in queſto Caſo deui pigliare il ſuo quadruplo cioe 104. & queſta diſtanza miſurerai rettamente, ſaluando in memoria il numero che eſſà conterrà, che nel preſente eſſempio ſarà 148. aggiuſta final mente le linee Arimeriche à ſquadra al modo di ſopra dichiarató, il che fatto, piglia trauerſalmente l'interuallo trà il numero che ſaluaſti in memoria & il numero de i paſſi cioè trà il 148. da vna parte & il 116. dall' altra & queſto miſura rettamente & tronerai 188. quanti, appunto é a diſtanza cercata E D. C.



Et finalmente quando non poteſſimo mouerci nella maniera recerca la paſſata operatione: potremo pure non dimeno trouare la lontananza tra duoi luoghi da noi diſtanti in altra maniera , & il modo ſarà tale ſendo noi per eſſempio nel punto C. & volendo ritrouar la diſtanza trà i duoi luoghi A. B. prima ſecundo alcuno dei modi dichiarati di ſopra miſuriamo ſeparatamẽte le diſtãze trà li punti C. & L. A. & l'altra trà liſteſſo C. & il punto B. & ſia per eſſempio la prima paſſi 850. & l'altra 530. & venendo nel ſegno C. aggiuſtando vna coſta dello ſtumento al punto A. come ſi uede per la linea C. D. A. traguardiſi per l'angolo C. l'altro termine B. notando il numero de i punti D. E. tagliati



dal raggio che ſiano v.g. 15. moltiplica poi queſto numero in ſe ſteſſo fà 225. & a queſto aggiugni 10000. fà 10225. del quale prendi la radice quadrata che è 101. multiplica poi la minor diſtanza cioè 530. per 100. fà 5300. il quale ſi diuida per la radice pur hora trouata , ne viene 525. & queſto moltiplica per maggior diſtanza, cioè per 850. fà 446250. il qual numero deue finalmente duplicato fà 892500. dopoi deuonſi moltiplicare ſeparatamente le due diſtanze ciaſcuna in ſe ſteſſa fanno 22500. & queſti numeri ſi deuono congiungere inſiemi fanno 1003400. del quale numero ſi cauerà quel duplicato di ſoprà cioè, 892500. reſtarà 110900. la cui radice chè è 347. ſarà la diſtanza deſiderata tra gli duoi luoghi A. B.

Con notabile diminutione di fatica potremo fare il computo preſente ſopra le linee Aritmeriche , & il modo ſi farà con vn eſſempto manifeſto. Pongaſi che la maggior diſtanza ſia ſtata paſſi 230. & la minore 104. & il numero de i punti tagliati dal raggio 58. mette le linee Aritmetiche à ſquadra & poſta vn'aſta del compaſſo nel punto 100. ſlarga l'altra intrauerſo ſino al numero de i punti tagliati dal raggio che qui è 58. & conſidera quanto è queſte ſpatio miſurato rettamente & lo trouerai eſſer preciſamente 116. Il che ſalua in mente: piglia poi rettamente il detto numero 58 che fù de i punti tagliati dal regio, & apri loſtromento ſinche queſta diſtanza ſi aggiuſti in trauerſo trà il punto del 100. & quello del 116. che ſaluaſti in mente , & non mouendo piu lo ſtromento prendi col compaſſo la diſtanza trauerſalmente tra li duoi numeri de i paſſi cioè 230. & 104. & queſta miſura rettamente ti darà in fine punti 150. quanta è veramente la diſtanza A. B.

OPERATIONE XVI.

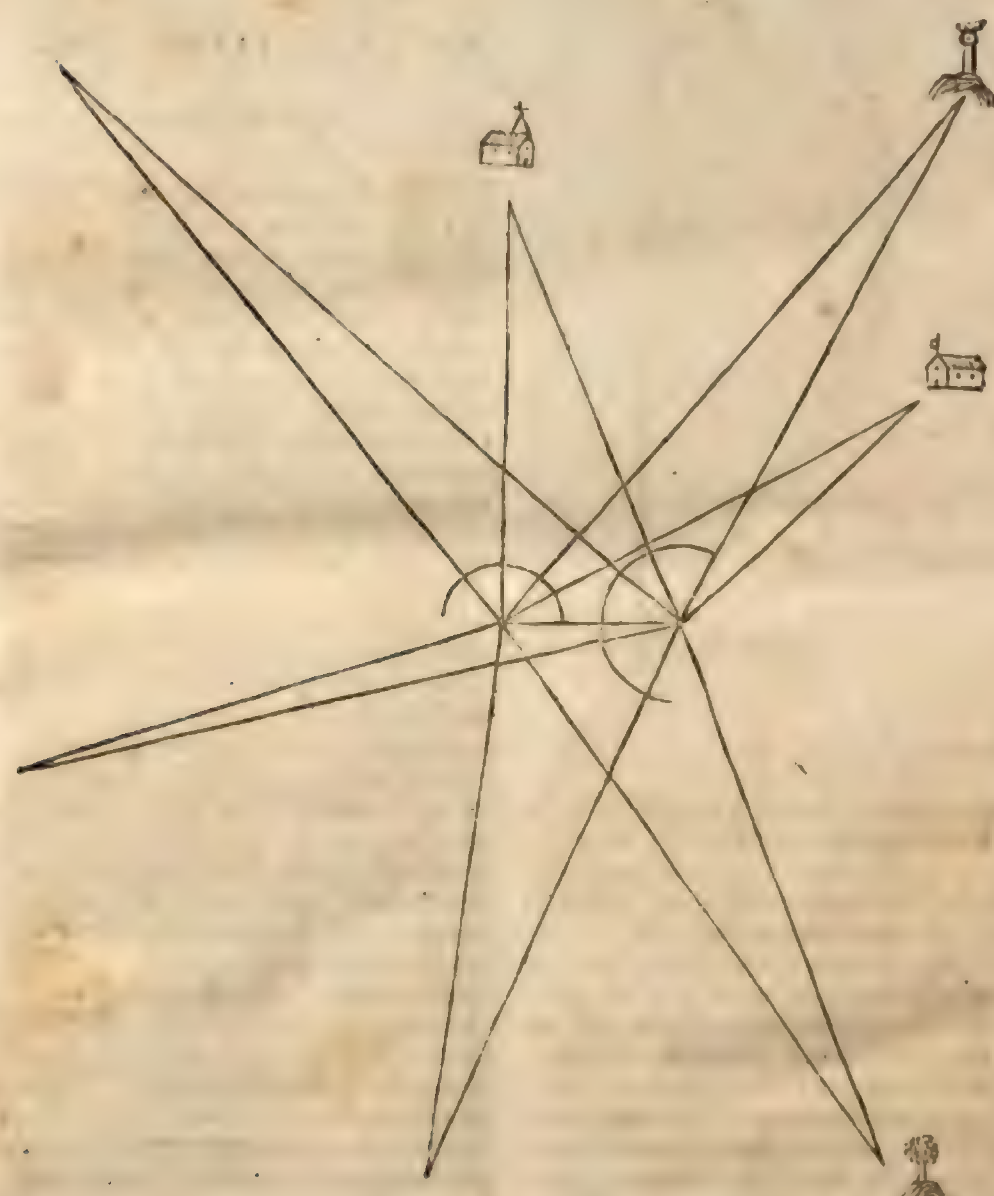
Della Buſſola.

LA ſeconda circonferenza diuiſa in 180. parti è la Buſſola da leuar piante , miſurar diſtanze , & far mine per via della calamita guardi giuſto. prima volendo leuar la pianta di qualſuoglia luogo mediante il noſtro ſtrumento ſi addattarà la gamba ſtabile A. B. in maniera che la Calamitta guardi giuſto à Tramontana & con la gamba A. C. ſi tratraguardarà dall' A. al C. & tuti li termini della parte orientale, & ſi notarà tuti il termini per termini , & il grado , & il grado che taglia la gamba A. C. nel circolo dà Tramontana verſo Leuante , & da Leuante à Oſtro & hauendo traguardato tutti l'i termini Orientali per non hauer il circulo intiero , ſi traguardarà la parte Occidentale dal C. all' A. & ſi noterà nel circulo l'i gradi tagliati dalla medeſima gamba C. A. nel medeſimo circolo & contando l'i gradi da Oſtro à Ponente & da Ponente à Tramontana haueremo tutto il circolo intiero : & perche alle volte ſi affronta eſſer in vn' luogo dal quale ſi vuol leuar la pianta d'alcun monte ò valle, hauemo poſto nella gamba A. C. la Buſſola retta , laquale ſeruirà per pigliar l'i monti , & valli ſecondo che occorrerà , perche li traguardi della Buſſola retta riſpondono giuſto alla linea A. C. ſi che non potendo pigliar la veduta del monte. ò valle con li traguardi poſti nella gamba A. C. la pigliaremo con la Buſſola retta che ci darà il medeſimo grado che ci dariano l'i traguardi dell' A. C. hauendo pigliati tutti li termini come di ſopra traguarderemo dall' A al C. il luogo à noi più commodo Per far la ſeconda poſitura, & notaremo il grado che haurà tagliato , & poneremo vn termine per quella linea doue ci verra più commodo contando l'i paſſi , ò Canne che ſaranno dalla prima poſitura ; & detti

termini

termini che ci ſeruieranno per ſcala per miſurar tutta la pianta, & cio fatto tranſportaremo lo ſtrumento al termine notato, & l'aggiuſtaremo come prima, cioè che la calamita tiri giuſta à Tramontana, & poi operaremo come ſe foſſe alla prima poſitura. Auuertendo che biſogna ſempre guardare dalla ſeconda poſitura il primo termine, che ſi guardò dalla prima poſitura & poi il 2. & il 3. & di mano in mano tutti gli altri, & cio fatto ſi metterà in carta la pianta nel infraſcritto modo.

Prima ſi ponerà il centro dello ſtrumento ſenza carta & deſcrittione, ſecondo che ſi hauerà fatta la prima poſitura cioè in riua, ò in mezzo del luogo, che ſi hauerà leuata la prima & ſi accommodarà la gamba ſtabile, che la calamita tiri à Tramontana, & poi ſi accommodarà la gamba mobile à tutti li gradi della veduta tirando vna linea occulta con la medeſima gamba della parte orientale, & all'occidentale ſi aggiuſterà ſotto la gamba mobile vna riga: che ci darà il complimento & hauendo tirato tutte le linee che come di ſopra. ſi tirerà vna linea che paſſi per il grando che haueramo notato dalla prima alla ſeconda poſitura quale ſi diuiderà in tante parti quante ſaranno le parti che haueremo miſuratè dalla prima alla ſeconda poſitura & poi ſi ponerà il centro dello ſtrumento giuſto in capo di détta linea & ſi aggiuſterà la gamba ſtabile, che la calamita tiri giuſto à Tramontana & ſi operarà con la gamba mobile, come ſe foſſe alla prima poſitura, & doue la prima linea della ſeconda poſitura tagliarà la prima linea della prima poſitura, ſara il primo termine veduto & la ſecondo, & di mano in mano li altri i poi ſi tirará la linea da vna interrogatione alla'ltra, & coſi haueremo tutto il circuito data la pianta, come nella figura qui ſóto ſi vede.

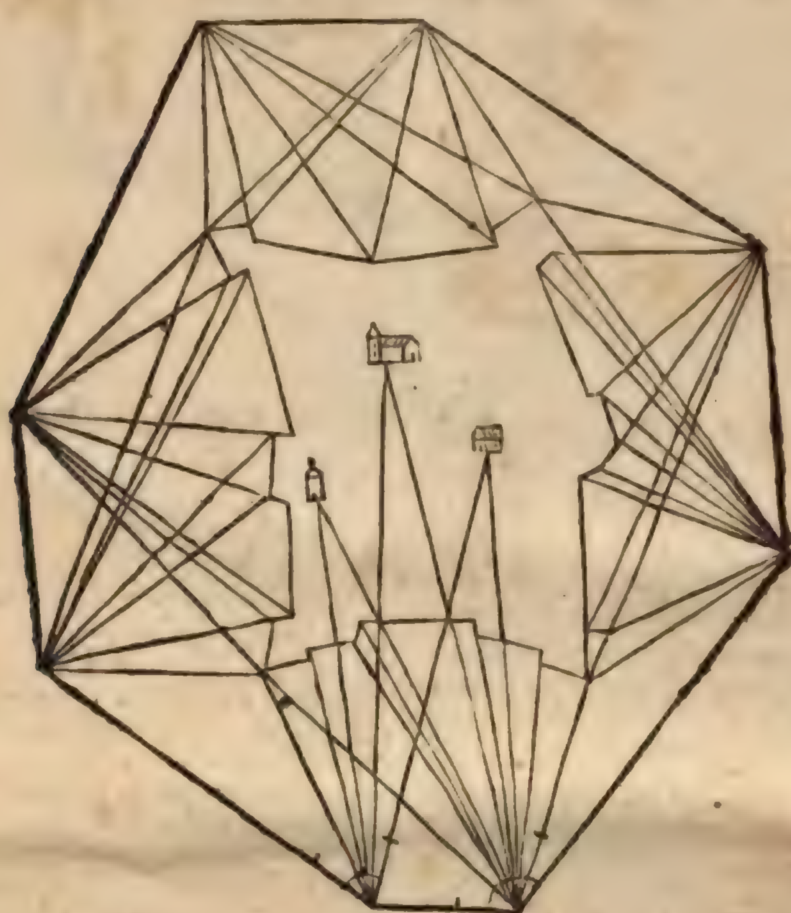


OPERATIO

OPERATIONE XVII.

Come poſſiamo prendere in diſſegno, & miſurare vna Città fuori diquella, alla quale non ci poſſiamo approſſimare per 300. pertiche & più.

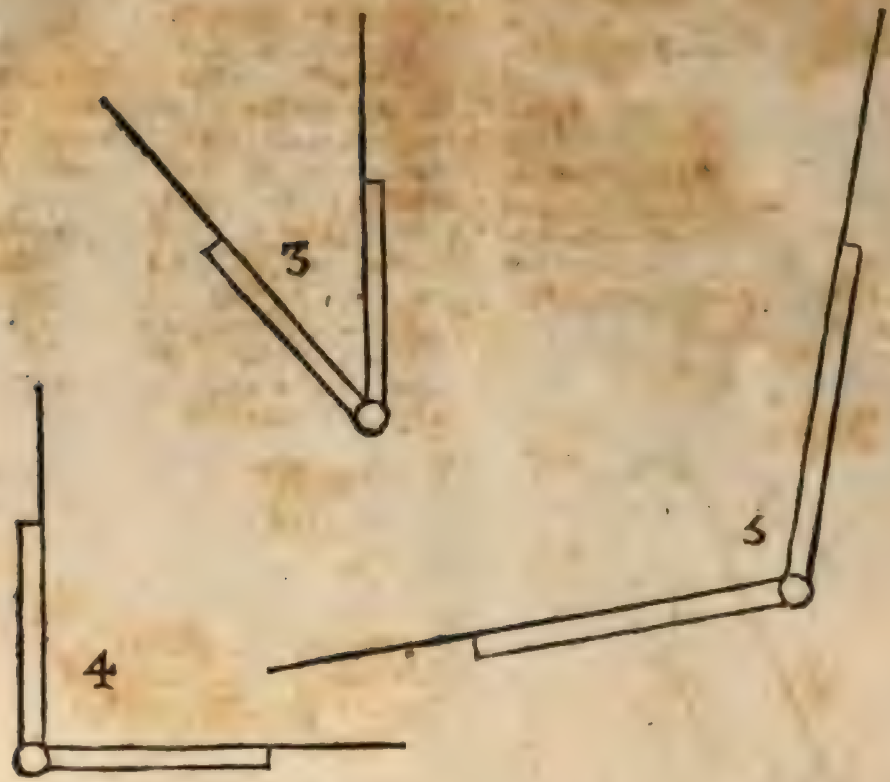
SIA la propoſta Città A.B. C. D.E. F. della quale vogliamo pigliar la pianta & miſurare tutte le ſue parte; Primieramente ſituaremo lo ſtrumento, che la calamita guardi à Tramontana poſta nella gamba ſenſibile, & con la gamba mobile traguardaremo tutti gli Angoli & termini che potremo vedere notando tutti li gradi che detta gamba mobile taglierà nel cerchio come ſe foſſe nella dimoſtratiene 29. & cio fatto ſi traguardarà vn luogo piu commodo per la ſeconda poſitura & ſi operarà come di ſopra, & ſecondo che dimoſtra la figura poſta qui ſotto & con facilta hauremo l'intento noſtro.



OPERATIONE XVIII.

Come poſſiamo formar in Cãpagna qual ſi voglia figura retti linea.

LA prima circonferenza doue à capo è ſcritto Angoli ſerue per deſcriuere in campagna le Fortezze & altre figure rettilinee. Come v.g. volendo formar vna figura triangolare ſi aprirà lo ſtrumento ſino al numero 3. traguardando per le pinule di ambidue le gambe doi luoghi diſcoſti dal noſtro occhio tanto quanto ſi vuol fare luoghi i lati del triangolo & iui ſi ponerà duoi termini & vn'altro giuſto ſotto il centro della nocella dello ſtrumento che indubitatamente hauremo l'angolo del triangolo equilatio & per il quadrato ſi aprirà lo ſtrumento ſino al numero 4. & per il Pantagono ſino al numero 5. che operando come de ſopra le dette aperture ci daranno indubitatamente l'Angolo delle figure cercate & così ſi operarà in tutte l'altre figure fin al numero 17. che haueremo l'intento noſtro.



OPERATIONE XIX.

Dechiaratione della parte di ſotto dello ſtrumento, é Prima come ſopra vna data linea poſſiome deſcriuere figure di quanti lati & Angoli ci verranno ordinati.

LE linee diuiſe in parte inuguale nelle gambe della parte di ſotto dello ſtrumento ſono le linee Polligrafiche, l'vſo loro principale è di deſcriuere ſopra vna linea propoſta figure di quanti lati & Angoli vguali ci verranno ordinaito & queſto facilmente conſeguiremo pigliando con vn compaſſo la longhezzo della linea propoſta, la quale ſi addattarà alli punti ſegnati ſopra ambidoi le gambe, nella quale vorremo formar la figura, come per eſſempio volendo fare vna figura di ſette lati prenderemo la longhezza della linea propoſta & l'addatteremo alli punti ſegnati.7. è 7. ſopra ambidoi le gambe di poi ſenza mouer lo ſtrumento piglieremo l'interuallo trà li punti ſegnati.6. è 6. il quale ſarà il ſemidiametto del cerchio che comprende l'eptagono da deſcriuerſi, ſi che poſta vn aſta del compaſſo hor ſopra vna eſtremità della linea data, & hor ſopra li altri termini della detta linea faremo vn poco di interſegatione ſopra di eſſa & quiui fatto centro, deſcriueremo con l'iſteſſa apertura vn cerchio occulto il quale paſſando per li termini della data linea la riceuerà ſette volete à punto nalla ſua circonferenza onde l'eptigono ne venga deſcritto.

OPERATIONE XX.

Come con le medeſime linee poſſiamo diuidere la circonferenza di vn cerchio ſin in 16. parti.

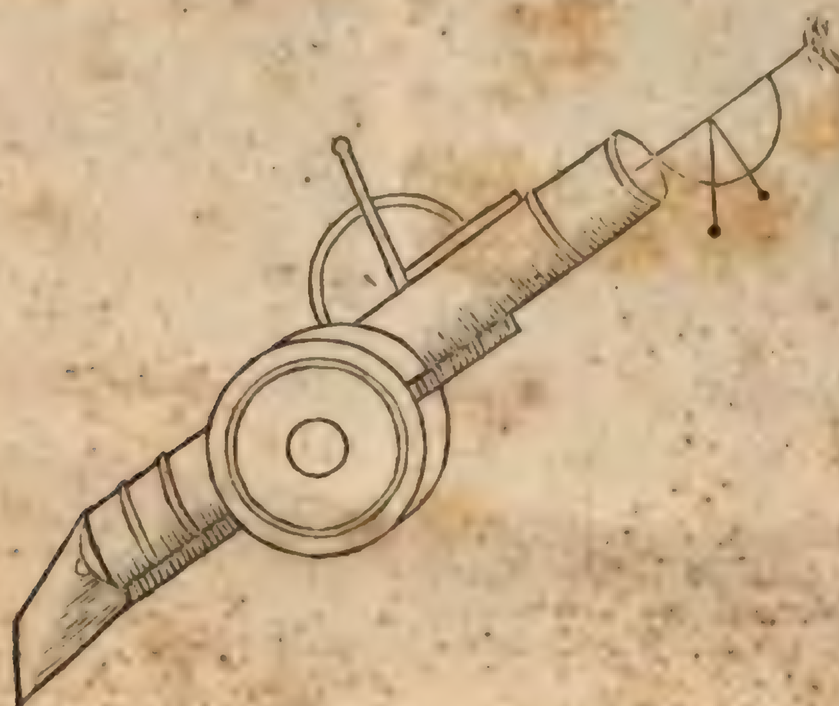
ESSENDOCI propoſto vn cerchio da diuidere in piu parti, ſi pigliarà con vn compaſſo il ſemidiametro del cerchio dato, & applicandolo al numero 6. in 6. poi ſenza mouere lo ſtrumento Si pigharà immediamente l'interuallo trà li punti nelli quali ſi ha da diuidere il cerchio che quell'apertura di compaſſo ſara giuſto la parte della circonferenza del cerchio dato nella quale ſi hé da diuidere.

OPERATIONE XXI.

Come ſi aſſetti di giorno i pezzi d'artigliaria per tirarli la notte.

ESSENDOCI aſſegnato vna fortezza laquale ſi ha da battere con 10. ò 12. pezzi d'artigliaria, la notte ſtando in vn luogo ſcommodo nel quale non ſi puole aggiuſtare altro che vn pezzo ſolo per volta ſi aggiuſteranno tutti li pezzi il giorno in queſta maniera, cioè, primo ſi accommoderà doi tauoloni groſſi nel luogo doue ſi hà da piantare l'artigliaria per fare la batteria, & poi ſi farà condorre li pezzi à vno à vno, & ſi aggiuſteranno in maniera che con la mira ſi veda il luogo

luogo doue di notte ſiuuol battere. poi ſi pigliarà lo ſtrumento, mettendo la gamba ſtabile nella bocca del pezzo oſſeruando ſopra che grado calchi il piombo nella parte diſotto del cerchio, nella circonferenza la quale è diuerſa in 12. punti, & ogni punto in 12. minuti, che è la ſquadra de Bombardieri, & ſi noti da canto, di poi ſi metta la Buſſoletta della calamita nella banda mobile acooſtando la gamba ſtabile al fianco del pezzo & ſi manda tanto innanzi & indietro la gamba mobili che le calamita tiri à Tramentanà, & ſi vede che grado taglia detta gamba mobile nel cerchio, & ſi ſegna nelli tauoloni ſino doue arriua la rota del pezzo, poi fate portare tutti l'altri pezzi, & ſi aggiuſtano come di ſopra, & volendo tirar di notte ſi farà portar li pezzi, & poſti che ſaranno ſù l'i tauoloni giuſto al ſegno, ſi metterà la gamba ſtabile nella bocca del pezzo, poi ſi alzerà tanto il pezzo che il filo del piombino calchi ſul grado notato poi ſi metterà la Buſſoletta nella gamba mobile, & ſi mettera la detta gamba al grado ſegnato nel cerchio & ſi mandarà tanto il pezzo in qua & in là, che la calamita tiri à Tramontana che allora il pezzo ſarà giuſto alla medeſima poſitura ch'era il giorno quando ſi aggiuſtò, & come nella figura qui ſotto ſi vede.



OPERATIONE XXII.

Della ſquadra di Bombardieri.

NELLA parte di ſotto della riga Geometrica nel cerchio è la ſquadra de Bombardieri diuiſa ſecondo il ſolito in punti 12. & ogni punto in 12. minuti l'uſo ordinario dell' quale è che ſi metta la gamba ſtabile nel vacuo del pezzo hauendo primo ſoſpeſo il filo col perpendicolo dal centro dello ſtrumento, il quale filo ci monſtrarà ſegando detta circonferenza quanta eleuatione habbia il pezzo, cioè ſe il punto ò 2. ò 3. è il medeſimo ſi oſſeruarà volendo tirar di punto ſico, dipoi ſi metterà la buſſoletta alla gamba mobile, accoſtando la gamba ſtabile al fianco del pezzo & mandando inàzi & à retro la gamba mobile ſino che la calamita tira giuſto à Tramontana notando il grado che detta gamba mobile taglia nel cerchio, che con queſte due oſſeruatione haueremo l'eleuatione ſopra lorizonte, è la declinatione della linea meridiana, & queſta operatione ci ſeruirà per aggiuſtar il pezzo digiorno per tirarlo dinotte: auertendo il pratico Bombardiere di rimettere le roſe del pezzo la notte nel medeſimo luogo che ſi meſſero il giorno che hauerà l'intento ſuoi come nella figura qui ſotto ſi vede.

OPERATIONE XXIII.

Per trouar in vn tratto quante libre de Palla porti qualſiuoglia pezzo di Artigliaria.

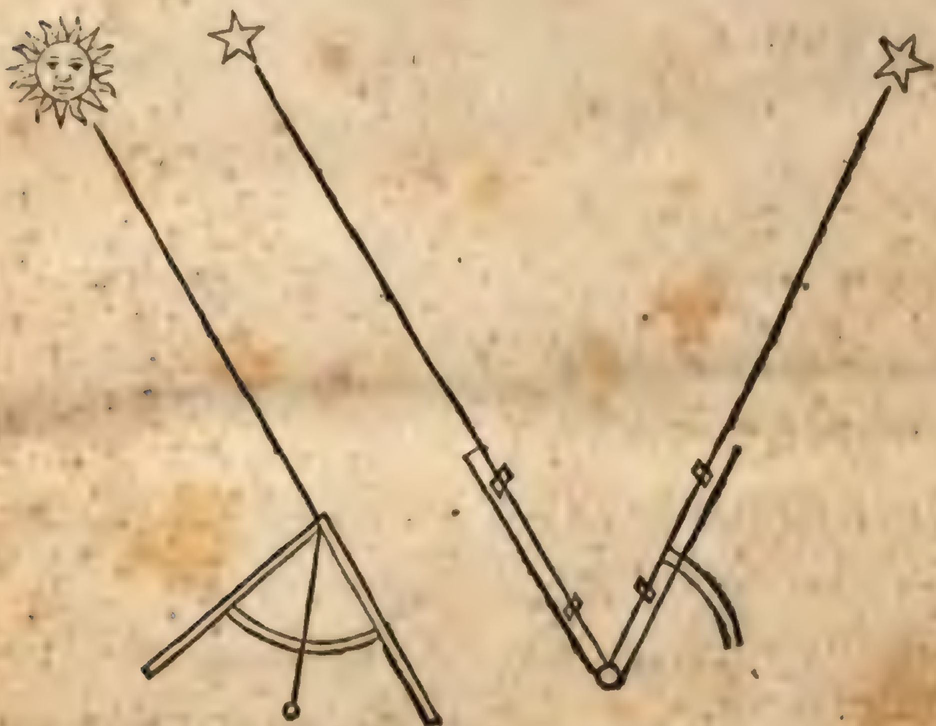
LE trè circonferenze ſegnate ſotto la ſquadrà de Bombardieri doue à ſcritto pietra, ferro, è piombo, è la ſagma della palla dell' artegliaria, luſo del quale ſi roua mettendo le due punte dello ſtrumento nella Bocca del pezzo, come ſi vede nella figura, qui ſotto notando nella circonferenza il numero che taglia la gambà, che haueremo il peſo giuſto della palla, come nella figura chiaramente ſi può comprendere.



OPERATIONE XXIV.

Come ſi poſſa pigliar l'altezza del Sole, & delle ſtelle, & fare molte altre operatione Aſtronomiche.

ADdattiſi talmente lo ſtromento, che il perpendicolo caſchi ſopra la circonferenza del quadrante ſegnato in 90. grädi è traguardando per le pinule poſte nella gamba ſtabile, ſi vedrà l'altezza di qual ſi voglia ſtella, è mediante quella l'eleuatione del polo; è volendo l'altezza del ſole l'i farà paſſare i raggi ſuoi per l'e due pinule, come di ſopra che il filo ci darà l'altezza nelli gradi del detto quadrãte: E chi vorrà anco trouare la diſtanza trà vna ſtella, & l'altra lo potrà fare, voltando le due gambe dello ſtrumento che dà il centro ſe vede per li pinuli di ambe due le gambe, le due ſtelle, notando il grado che è tra vna gamba, à l'altra nella circonſernza diuiſa in 180. parti, che heuerà l'intento ſuo come qui ſotto ſi vede.



DELLA

DELLA NATVRA

DE PRINCIPII ET REGOLE MVSICALI.

VOLENDO cognoſcere, & intendere bene la Natura & ordine della mano Muſicale, biſogna la prima coſa metterſi innanti detta mano formata come ſtà facendoſela al quanto familiare, & conſiderandoui dentro quel piu che ſi può da ſe ſteſſo alcune oſſeruationi come verbi gratia, ch'ella procede di 7. in 7. litere tornando ſempre da capo alle medeſime, è che ella và ſalendo con le note di mano in mano; & ſimil coſe faciliſſime così ancora. Saper cantare in ſino à *vt, re, mi, fa, ſol, la, fa*, &; diſcernere così groſſamente il tuono dal ſemituono, per che à voler ſapere la ragione delle coſe, è neceſſario che proceda vna certa notitia di eſſe groſſamente, & ſecondo la praticha, & per che à voler cognoſcer bene la natura del tutto biſogna prima cognoſcer la natura delle parti che lo compono. Cominciaremo dal dir delle voci & della natura di eſſe, che ſeruono à comporre queſta tal mano nella muſica la quale noi reputiamo & e à noi naturale, per la qual notitia laſciando in dietro il diffinir la muſica, & altre coſe troppo remote, dico che biſogna in prima ſaper che naturalmente noi non poſſiamo variar più *che in 7. modi* le conſonanze, dico *in generale delle concordanti & diſcordanti & queſte ſono vniſono* 2. 3. 4. 5. 6. & 7. alle quali ſi procede di mano in mano con la variatione d'vn tuono, ò d'vn ſemituono maggiore & chi voleſſe proceder piu oltra tornerebbe con l'ottaua da capo nella natura dell'vniſono, talmente che queſto è vn'ordine circular che ritorna *di otto gradi in otto gradi*: nella medeſima natura. Diremo adunque che queſta ſia vna ſcala che ſalga ſette gradi in chiocciola ò lumaca talmente diſpoſta, che ſeguitando poi l'ottauo ſcalino torni à punto perpendicular ſopra il primo, & il nono ſopra il ſecondo, & così di mano in mano, mà li ſette ſcalini primi occuperanno tutto il circuito della lumaca, che non ne reſterà niente vacuo & non di manco neſſuno di eſſo riſponderà ſopra all'altro mà ciaſcuno haura diuerſo & diſtinto ſito ſecondo il circuito della lumaca.

Hora biſogna conſiderar con qual ordine & reſpetto dell'vno grado con l'altro ſalgono queſti gradi però ſenzà cercar altrimenti la ragione di queſto ſupponendo che ſia per la natura della muſica ſteſſa riſpetto all'orchie noſtro. Dico che ſalgono con duoi tuoni & vn ſemituono replicando due volte il medeſimo, de gradi è ſtato poſto nome *vt, re, mi, fa, ſol, la, fa*, il che è ſtato à placito, è ſecondo la volontà di quel primo che poſe loro tal nome.

E' da ſaper che tuono è l'altezza ò ſalita maggiore, che è da vn grado all'altro proſſimo, è dico maggior per che vene ſono di quelli che ſalgono ſolamente vn ſemituono come ſi è detto.

Il tuono ſi diuide per vltima diuiſione in noue particole che ſi dimandano come & queſta diſtintione che è frà l'vna & l'altra coma è la minor di voce che poſſa diſcerner l'orchie noſtro. Diuideſi il tuono in mediate in duoi ſemituoni l'vno maggior & l'altro minor, il maggior è compoſto di cinque come, è il minor di quattro.

Il ſemituono maggiore è quello che naturalmente ſi canta nella noſtra muſica, & ſi dice naturale per che ſi forma anche da quelli che cantono aria ſanza alcuni ragione; mà il ſemituono minor è piu difficile & non ſi profeniſce ſenz'arte & eſſercitatione, & queſto ſerue a quella ſpecie di muſica che ſi chiama Cromaticha, li modo che ogni volta che noi nomineremo il ſemituono, ſenza dire altro s'intenderà ſempre del ſemituono maggiore.

In oltre è da notar che gli ſpatij che ſono fra vn grado & l'altro proſſimo di *vt, re, mi, fa, ſol, la, fa*, ſono tutti di vnò tuono eccetto che *mi, fa*. & *la, fa*, che ſonò ſemituoni. Et nota che queſta ſcala la puoi così cominciar dal *re*, & dal *fa*, & da ogni altro grado così come dal *vt*, ſeguendo però li ſette gradi continuati con il medeſimo ordine, tornando poi all'ottauo nel medeſimo. Saluando le medeſime proportione; tal che nó vi ſia altra differenza che dal cominciar, & far il fondamento, ò nello *vt*, ò in vn'altro grado come facendo fondamento del *fa*, diremo *fa, ſol, la. fa, vt, re, mi*. & il fa che ſegue tornarà pur perpendicolar al primo *fa*, & ſarà la ſua ottaua che non è altro che l'vniſuono imperfetto.

Mà per che ſi cominci piu dall'*vt* cioè da i dua tuoni & il ſemituono che altrimente, non credo ci ſiá altra ragione che la volótà di quel primo che dette regole cópóſe, ſe già non ſi diceſſi che eſſendo piu naturale il tuono che il ſemituono gli volſe pigliar quell'ordine ſecondo il quale i tuoni veniſſino propoſti come piu naturali al ſemituono, il piu che foſſe poſſibile, che è ſecondo

 l'ordine

l'ordine detto, cioè procedendo con duoi tuoni in prima, & poi il ſemituono.

Inteſe tutte queſte coſe, è facil coſa veder le diſtanze che ſi mouino da vn grado all'altro cõparando ciaſcuno di eſſi cõ ciaſcuno.

Et ſi vede che il minor ſpatio ſarà vna ſeconda, & il maggior ſarà vna ſettima, per che la mano nõ contiene ſpatio alcuno, & tutte queſte diſtanze le chiamaremo conſonanze con vocabulo largo, & commune alle concordanti & alle diſcordanti, delle quali appartiene à conſiderar poi, che ſi ſarà inteſa bene la poſitione della mano, & la ragione di eſſa poſitione.

Mà inanti che venghiamo à render la cauſa della poſitione di detta mano, moſtreremo prima come è poſta, di poi moſtreremo le oſſeruationi & regole che ſi cauano da eſſa.

Vltimatamente ſi moſtrerà con qual ordine, & ragione ſia ſtata così ordinata la detta mano.

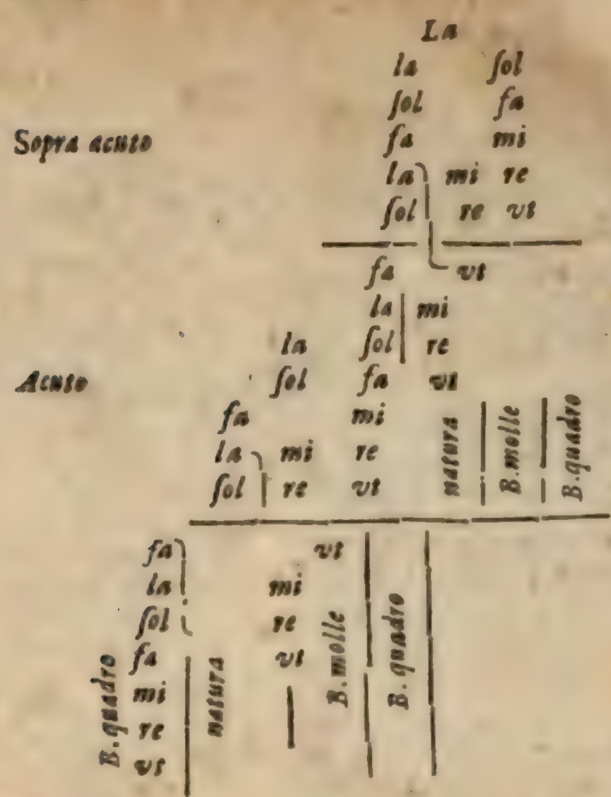
Qui douerebbe eſſere la forma della mano, deſcritta con l'infraſcritte regole dal noſtro Cardano.

Le Regole che ſi cauano da quella mano, ſono in prima della differenza dall'alto al baſſo donde ſi cauano tre diſtintioni, cioè Graue, Acuto, & Sopra Acuto, il che nõ vol dire altro ſi non baſſo, mezzano & alto, per che il baſſo è contenuto dalla prima ſcala delli ſette gradi di *vt*, *re*, *mi*, *fa*, *ſol*, *la*, *fa*, à queſto ſi chiama Graue. L'Acuto è contenuto dalla ſeconda ſcala la quale ſi comincia con *vt*. Salendo vna voce ſopra a l'vltime fa che così ſeguitando il ſalire con vn'altro grado ſi torna alla ottaua del primo *vt*, che come ſi è detto non d'altro che vniſuono per dir così imperfetto, & da queſto *vt*, più alto vna ottaua del primo ſi forma la ſeconda ſcala, la quale ſi chiama Acuta cioè alta riſpetto alla prima, la quale prima ſi dice graue, cioè baſſa, mà per che queſta ſeconda riſpetto alla terza che ſegue anco con il medeſimo ordine ſi può dire baſſa però ſi può chiamare con vocabulo più chiaro, mezzana, mà appreſſo alli muſici ſi chiama Acuta, & queſto nome per eſſerè accettato così in pratica ragioneuolmente ſe gli attribuirà da quà inanti come anco per la medeſima ragione la ſcala baſſa chiameremo graue. Sopra la mezzana, ò Acuta ne ſegue vn'altra con il medeſimo ordine à punto, ſalendo di grado in grado vn'ottaua più alta riſpetto à ciaſcun grado; reſpettiuamẽte della ſcala mezzana cioè della Acuta, & queſta vltima ſi potrebbe dir alta. Ma per che così ſi via di chiamarla la diremo ſopra Acuta. Comincia adunque la ſcala graue nel *vt*, di Gamma *vt*, è finiſce nel *fa*, di *f*, fa *vt*, primo il quale ſi dirà *f*, fa *vt*, graue. La ſeconda ſcala Acuta comincia in *g*. *ſol*, *re*, *vt*, primo il quale ſi dirà *g*, *ſol*, *re*, *vt*, Acuto, & finiſce in *f*, fa *vt*, ſecondo che è *f*, fa *vt*, Acuto. La terza comincia in *g*, *ſol*, *re*, *vt*, ſecondo che è il ſopra Acuto, & finiſce in è là, è queſto è quanto alla diſtintione di Graue, Acuto, & ſopra Acuto, & quanto alle diſtintioni che naſcono della poſitione della mano ſecondo l'altezza.

Habbiamo vn'altra diſtintione nella mano, cioè del *b* quadro di natura & del *b* molle, la qual naſce dalla largezza di eſſa mano come ſi moſtrerà.

Il *b* quadro comincia da l'*vt* di Gamma *vt*, & va in ſino al *fa*, di *f*, fa *vt*, graue. La natura comincia da l'*vt*, di *c*, fa *vt*, e va in ſino *fa*, di *b*, fa *b*, mi Acuto. Il *b*, molle comincia nel'*vt* di *f*, fa *vt*, graue, e va in ſino al *la*, di *e la mi* Acuto, & così il *b* quadro, & la natura hanno tutte le ſette note, *vt*, *re*, *mi*, *fa*, *ſol*, *la*, *fa*, & il *b* molle non paſſa il *la*, & così non ha ſe non ſei note doue la natura, & il *b* quadro, ne hanno ſette, arriuando al fà *di la fà*, del qual fa manca il *b* molle, & così l'ordine del *b* molle, ricomincia ſalendo in *f*, fa *vt*, Acuto, & laſcia in mezzo vn grado che è *e la mi* doue ſecondo la regola ordinaria non ſi farà mai il *fa* di *la fa* di *b* molle, mà gli altri duoi ordini di *b* quadro, & di natura ricominciano ſalendo immediate, & così il *b* quadro ricomincia immediate, partendoſi dal *fa* di *f*, fà *vt*, graue, nel *vt*, di *g*, *ſol*, *re*, *vt*, Acuto. Et l'ordine di natura ricomincia immediate nel *vt*, di *c*, *ſol*, *fa*, *vt*, il quale era terminato nel *fa* di *b*, fa *b* *mi*, che gli è ſotto à canto. Et così appariſce qual ſia la diſtintione della mano per l'altezza, & quale per la largezza, & che l'altezza ne dà la diſtintione di Graue, Acuto, & ſopra-Acuto, & che la largezza ne dà la diſtintione di *b* quadro natura & *b* molle, & così è manifeſto, doue cominci, & termini ciaſcuna di queſte diſtintione, il che per che più manifeſtamente appariſca ſe ne mette la ſeguente figura, con le note & ſegni à luoghi ſuoi; per dimoſtrare con l'eſſempio ſenſato quanto ſi è detto di ſopra.

La



Segue hora di monſtrar con qual ragione: & ordjne ſiano poſte tutte queſte coſe,& poi ricapitulando diciamo , che tutta la noſtra muſica conſiſte in queſte ſette noti,ò gradi che habbiamo detto , di *vt* , *re* , *mi*, *fa* ,*ſol*,*la* , *fa* , & talmente che non ſi può fare conſonanza alcunna concordante,ne diſcordante ne falſa che non ſi troui completa in queſta ſcala , nella quale è tutta la muſica perfetta ; eſſendo come ſi è detto tutte le conſonanze che ſi trouano in natura inincluſe in queſta ſcala de ſette gradi & che poi paſsãdo quelli ſi ritorna nella medeſima natura dell'vniſuono come ſi è detto con l'ottaua che ſegue.

Onde è manifeſto che è impoſſibile far muſica alcuna veramente piu à trè , anzi quello che comporta à tre ſenza perder conſonanza , ſi dirà ottimo contra puntiſta ò vero oſſeruator delle conſonanze che è parte principaliſſima nella muſica,come piu dilettеuole alle orechie.

Ma il proceder ſalendo con vna ſcala ſopra l'altra,è trouato nõ per far la muſica più perfetta : ma per farla piu adorna per che ſi vede che l'ottaue , ſe bene ſonno ſpetie dell'vniſono , danno grandiſſima gratià nel conſerto altro che chi conſiderata bene da quella ottaua del conſerto ne naſce altrè proportioni dell'altre voci in verſo di eſſa ottaua diuerſi da quelli che hanno cõ la voce principale di quella ottaua , il che ſe bene non induce nuoua ſpetiè di conſonanti , oltra quello che ſi trouano nello ſettè voci & ſcala detta , non dimeno augumentano le ſpatiè dell'conſonnanzi in quella medeſima armonia ò *battuta*,comé v. g. ſe alla quinta di *vt* , *ſol* , ſi aggiongie l'ottaua di quello, vt come aggiungendo alla quinta di Gamaut & di d. *ſol* , *re* , l'ottaua di G. *ſol* , *re* , *vt*, ne ſeguirà non ſolamente quella gratia che darà quella ottaua riſpetto alla ſua principale , mà ancora vna quarta riſpetto, *al* , *ſol*, gia datto,la quale fà vn ripieno multo dilettеuole , & però ſe bene le ſcale ſuperiori non augmentano ſpetio di conſonanze riſpetto à quello che ſi contingono ſi vna ſole ſcala non dimeno , oltre la gratia delle ottaue & quintadecime , augumentano le ſpetie delle conſonantie riſpetto à vna medeſima armonia, ò *battuta* è queſta è ſtata la cauſa della moltiplicatione di queſte ſcale l'una ſopra l'altra per poter anche con la varietà dello alzar & abaſſar le voci dar diletto d'onde anche ſi può vedere chiaramente che gli ſtrumenti che hanno i loro regiſtri, à tenor , & ottaua non mancano di qualche imperfetione formãdoſi da eſſi nella Muſica con quelle ottane altrè ſpetie di conſonanzè oltrà quello che ſi ricercano.

Adunque da ſaper che tutta la mano conſiſte in trè ſcale poſte l'vna ſopra l'altra,delle quali le prime due conſiſtono di ſotto gradi come ſi è detto, è l'altra è di ſei ſolamente per che non arriua al *fa*, *mi*, termina nel la chè Ela.

Talmente che tutto il fondamento della mano conſiſte in queſte trè principali ſcale , poſte l'vna ſopra l'altra cioè *vt* , *re*, *mi* , *fa* , *ſol* , *la* , *fa* , *vt* , *re* , *mi* , *fa* , *ſol*, *la* , *fa* , & *vt* , *re* , *mi* , *fa* , *ſol* , *la* , *fa* , le quali tutte appartingono al *b*. quadro , & ſi diſtinguono come ſi è detto in graue acuta, & ſopra acuta , mà per quello che la terza ſcala non arriua al *fa*, ſettima voce , ſi dirà poi al baſſo in fino à qui ſi è dito per monſtrar le ſcale in sù le quali è fondata tutta la mano che ſono le dette & la cauſa della moltiplicatione di dettè ſcale , ſeguiremo hora di monſtrar come ſi faccia la moltiplicatione delle ſcale di naturà & del *b*, molle.

Mà per dar bene ad'intendere queſto biſogna ripiglia,quello che noi habbiamo tocco di ſopra quanto al modo come aſcendano

queſti gradi à vno, à vno: dico adunque che eſſi aſcendono come ſi è detto per duoi tuoni, & vn ſemituono replicati due volte, che fanno, *vt, re, mi, fa, ſol, la, fa*, donde ne ſegue neceſſariamente, che il ſuperiore habbia appunto la medeſima relatione alle note inferiori, & ſuperiori che hà il *fa* inferiore. talmente che formando due ſcale l'vna ſopra l'altra, viene anche formata vna terza ſcala laterale, *la* quale non è differente in altro da ciaſcuna di quelle principale che ne i nomi de gradi, è delle note, il qual nome per eſſer à placito non varia la ſubſtantia della coſa. Facendo adunque il *fa* ſuperiore della ſcala principale più baſſa, *fa* inferiore ſi comminciarà à cantare ſalendo vna quarta più baſſa, che ſarà dal *fa* della ſcala inferiore, dal quale dico ſalendo in ſino al *mi* primo della ſeconda ſcala haurete formato vn'altra ſcala laterale, che non ſarà differente punto dall'altre. Se nō nei nomi dalle voci, ò de gradi, per che doue ſi haurebbe à dire *vt*, ſi dice *fa*, & douere ſi dice *ſol*, & doue *mi*, ſi dice *la*, & doue *ſol*, ſi dice *re*, & doue *la*, ſi dice *mi*, & ſolamente il *fa*, riſerua il nome debito, & tutti i tuoni è ſemituoni verranno à luoghi loro, & però queſta ſcala laterale ſi chiamo di natura, per che per natura ſua vien formata dal formare le due ſcale l'vna ſopra dell'altra, ne in queſto beneplacito opera altro che accommodare i nomi ſecondo i nomi delle ſcale come ſi è detto, il che ſi è fatto per due ragioni, l'vna per potere ſcendere & ſalire cantando dalla ſcala ſuperiore alla inferiore, & per il contrario con più facilità & gratia, per che goffa coſa ſarebbe & difficile cantando ſalire dicendo *fa*, *ſol*, *la*, *fa*, *vt*, *re*, & da queſta naſcono le mutationi di quarta, & di quinta. Come ſi dichiarerà, meglio ne luoghi loro, è così ancora è manifeſto che realmente la ſcala di natura non è punto differente, & non aggiungne, ne leua niente alla ſcala di *b* quadro, ſi non il ſuo *fa* ſuperiore che viene doue il *mi* del *b* quadro Acuto, & nel reſto ella non è ſe non vna oſſeruanza che ſi caua dalle dette ſcale comparando & collegando la inferiore con la ſuperiore. L'altra comodità che ſi caua dal formare queſta ſcala, con le ſue note proprie, è che dal *fa* ſuperiore di queſta ſcala di natura, ne cauiamo la ſcala del *b* molle, collocando però due ſcale di natura l'vna ſopra l'altra. Et ſi deduce da queſte due la ſcala del *b* molle appunto nel modo che ſi caua quella di natura, da quelle del *b* quadro. Il che per eſſerſi dichiarato à baſtanza di ſopra, ſi laſcierà per di dichiararlo altrimente come coſa ſuperflua.

Hora per che quella ſi nomini del *b* quadro, & queſta del *b* molle è coſa aſſai incerta, & non manco inutile, però ò ſi laſcierà il dirne quel che ci ſi è conſiderato, ò ſi riſerberà in altro tempo.

Seguitando adunque Diciamo che non ſi può dire che la ſcala del *b* molle ſia la medeſima con quella di *b* quadro, come habbiamo detto di quella di natura, anzi varia grandemente il ſito del ſemituoni, & non ſolo, è nomi ſemplici de gradi, ò voci, anzi acca deche in alcune poſte, nō poſſiamo mai conuenire, come è in tutti è *mi* del *b* quadro, doue mai per *b* molle ſi potrà dire ſi non *fa*, & queſto viene per che queſta ſcala del *b* molle, non hà ſette ſcalini come l'altre due. Mà termina nel ſeſto che è il *la*, & non arriua altrimente al *fa* ſuperiore, il qual caderebbe nel *mi* del *b* quadro, come ſi è detta, & come ſi potrà conſiderar meglio in ſu l'eſſemplo che darà ad intendere così con parole, & però ſe pùr mai in tal poſta ſi dirà *fa*, humiliando la vòce con il *b* molle ſarà fuora della regola della mano, & ſarà vna muſica finta, & ſecundo vna certa licentia, mà per che la ſcala del *b* molle, non habbia il *fa* ſuperiore, non è per altro, ſe non per che quel tal *fa* pareua che chiamaſſe vn *vt* ſetto di ſe, & così che ſi ricercaſſi di formare da quello vn'altra ſcala laterale, dalla quale anche arriuando anche ella all'vltimo *fa* ſettima voce, ragioneuolmente ſe ne doueua formare vn'altra così ſi ſarebbe andato in infinito: mà douendoſi terminare queſto numero delle ſcale in qualche luogo, parue conueniente di terminarli nel terzo ordine che è quello del *b* molle, & queſto fu fattò non gli dando il *fa* ſuperiore, & così gli fu tolta l'occaſione di volere più moltiplicationi di ſcale laterale, laqual moltiplicatione erà anco tanto più ſuperflua quanto è coſa manifeſta. Che ne ancho la ſcala del *b* molle aggiugne noùità, ò varieta alcuna alla muſica, anzi tutto il medeſimo che ſi può far per *b* quadro, ſi può far *b* molle, & così per il contrario, & ſe bene ſi fa qualche varietà. Per conto delle mutationi che procedono variamente, à queſto ſi poteua, è può molto ben ſuplire con la ſoſtentatione, & humiliatione delle voci ſenza entrare per ciò in noue ſcale, mà tutto quel che ſe ne caua, è hauere con più comodità & con qualche regola queſta variatione della humiliatione, & ſoſtentatione delle voci dal *fa*, al *mi*, & dal *mi*, al *fa*, alla qual varietà è ſtata ſufficientiſſima queſta terza ſcala del *b* molle; & così il moltiplicare in più ſcale laterale, ſarebbe ſtato al tutto inutile. Hora peruenire à terminare con ogni chiarezza delle ordine & ragiono della mano dico repetendo che il fondamento ſuo ſono le trè ſcale del *b* quadro, cioè la Graue, Acuta, & ſopra-Acuta, le quali cominciano, & terminano, doue ſi è detto di ſopra & dicono così, *vt*, *re*, *mi*, *fa*, *ſol*, *la*, *fa*, *vt*, *re*, *mi*, *fa*, *ſol*, *la*, *fa*, *vt*, *re*, *mi*, *fa*, *ſol*, *la*, *fa*, & queſta terza ſcala cioè la ſopra-Acuta non arriua al *fa* vltimò, per che la medeſima ragione che habbiamo detto di ſopra haurebbe chiamato vn'altra ſcala di natura più alta, la quale per che non facea comodità, non fù ne anco à propoſito di dargli l'vltimo *fa* alla ſcala ſopra-Acuta del *b* quadro. Verrebbe adunque formata la mano ſecondo il modo che io dico nella forma infraſcritta.

La

La
ſol la
fa ſol
Sopra acuto *mi fa*
re la mi
vt ſol re

---

fa vt
la mi
ſol re la
Acuto *fa vt ſol*
mi fa
re la mi
vt ſol re

---

fa vt
Graue *la mi* *B.molle*
ſol re
fa vt
mi *Natura*
re
vt

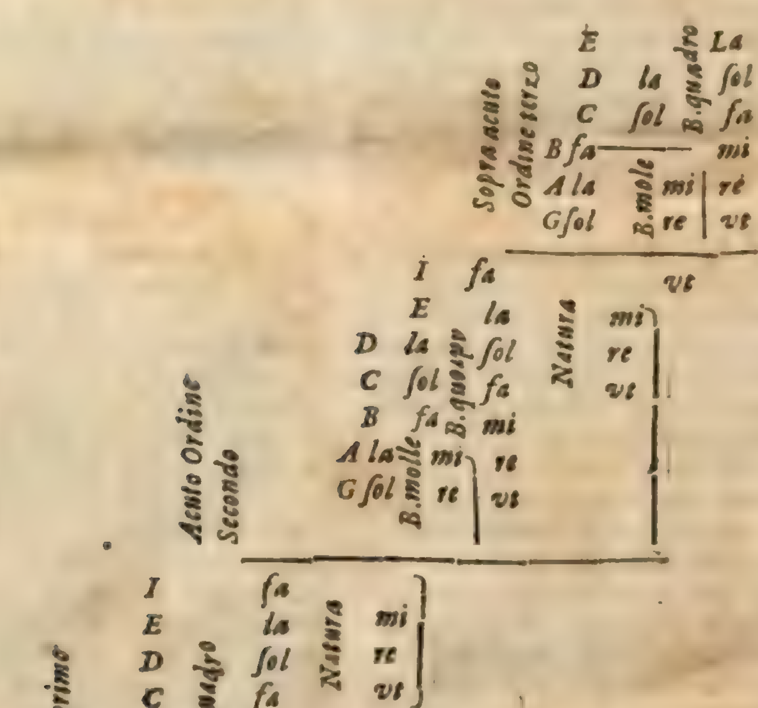
B.quadro

Queſto è eſſantialmente l'ordine della mano, & come ſi vede in ciaſcuno ſito, ſi trouano tutte le note medeſime; ne più ne meno, che ne i ſiti corriſpondenti della mano formata, della qual noi trattiamo.

Non dimeno ſe bene in ciaſcuno ſito ſono le medeſime note come ſi è detto, non ſono però col medeſimo ordina, che ſonno in sù la mano formata, però biſogna render la ragione di queſta diuerſità, & monſtrar cõ qual' ordine ella ſia ridotta, à quella forma preciſa che ſi vede. Dico adunque che ſe bene virtualmente, ella ſtà & procede come hò detto, non dimeno ſi è caminato con vn ordine, che ſe bene cõduce à queſto medeſimo, conduce nondimeno con quella differentia di traſpoſitione di note che ſi è detto. Hor per mõſtrar l'ordine cõ il quale ſi è proceduto nella mano formata. Dico che ſi è formata in prima la ſcala graue del *b*.quadro, & ſenza proceder' più oltra con l'altra ſua ſcala acuta, ſi è cominciato immediatè à canto à quella la ſcala di natura, accommondando vno *vt* à canto *al*, *fa*, piu baſſò cioè di è *fa vt*, & da quello *vt*, formando poi la ſcala intiera di natura, la quale viene à terminare nel *fa* di *b*. *fa*, *b*. *mi*, & così ſupera di trè gradi: la ſcala del *b*. quadro, che ſono *ſol*, *la*, *fa*, cioè il *ſol di g ſol*, *re*, *vt*, il *di* à *la*, *mi*, *re*, & il *fa* di *b*. *fa*, *b*. *mi*, *re*, quali tengono il primo luogo le note della ſcala della natura, la quale termina qui ſanza ricominciar ſalendo nuoua ſcala, mà in quel cambio ſi da l'*vt* all'vltimo *fa*, di natura che viene in *f*. *fa vt* accanto al *fa*, ſuperiore graue del *b* quadro, & da quello *vt* ſi forma la ſcala del *b*.molle è termina come ſi è detin *la* nel *la* di *la*, *ſol*, *re*, & con queſta ſcala viene à ſuperare la ſcala di natura di due note, cioè, del *ſol*, & del *la*; di *e ſol*; *fa*, *vt*, & del *la*, *ſol*, *re*, lequali vengono ad eſſer le note principali in quel poſto & quelle inferiori vengono à eſſere ſeconde nelle lor poſte à qualla di *b*. prima in *fa*, *fa*, *vt*, & à quelle di natura nelle due ſequẽti, & così ſono formate trè ordinidi ſcale laterali della natura, & qualità che ſi è detto. Finiti queſti ordini di ſcale laterali per che la muſica ſarebbe ſtata troppo riſtretta ſi è ricomminciato da capo la ſcala ſuperiore, cioè l'acuta del *b* quadro ponẽdo l'*vt* di eſſa ſopra il *fa* vltima della prima immediate il che viene in *g ſol*, *re*, *vt*, & con queſto diuentano le note della ſcala del *b*. quadro, l'vltime, inſino à che ello nõ ſuperano l'vna & l'altra ſcala già detta di natura, & de *b*. molle & allora tornano ad eſſer nel primo luogo, che ſarà in *c la mi* acuto, & termina nel *fa*, di *f*. *fa*, *vt*, ſequente, dal qual *fa*, ſi forma l'altro *vt* di natura, come ſi vede, & ſi è detto delle antecedenti ſcale confondere più il lettore con queſte minutie, & dal *fa*, di quella ſi forma l'altra ſcala del *b*. molle pur ſenza il *fa*, ſuperiore, come la prima volta expoſi nel primo ternariò, come nel ſecondo della ſcala del *b*, nolle non ſi forma altra ſcala, mà ſi torna dà capo al *b*. quadro, come ſi *fa*, anche doppo à queſto ſecondo ternario và altra volta per ampliare à baſtanza la diſtanza & quantità dello voci ſecondo l'alteſſa. diranno adunque le ſcale laterali così *vt*, *re*, *mi*, *fa*, *ſol*, *la*, *fa*, *vt*, *re*, *mi*, *fa*, *ſol*, *la*, *vt*, *re*, *mi*, *fa*, *ſol*, *la*, & queſto è il primo ternario; ſegue poi il ſecundo ternario lateral mente, *vt*, *re*, *mi* *fa*, *ſol*, *la*, *fa*, *vt*, *re*, *mi*, *fa*, *ſol*, *la*, *fa*, *vt*, *re*, *mi*, *fa*, *ſol*, *la*, & qui finiſce il ſecondo ternario al quale ſi aggiunge poi vn'altra ſcala pur laterale, che viene ad eſſere la ſopra

Acuta del *b* quadro cioè , *vt, re, mi, fa, ſol, la* , & tutte queſto ſintenderanno molto meglio nella loro figura. Onde ſe vede de la differenza della poſtpoſitione delle note nelle poſte loro da queſto modo vſitate della mano, à quello poſto di ſopra, da noi, non viene ſi non,che doue prima in tanti à ogni coſa noi formauamo le Altre trè ſcale del *b* quadro, & faceuamo le due note principali in ogni poſta.In queſto modo ſi formano prima l'altre ſcale graui laterali, & di poi ſi torna al *b* quadro , & le note di qualũque ſcale prima formate,ſtanole prime da eſſer proferite nelle lor poſte.Così ancho è manifeſto della multiplicatione delle ſcale, ſecondo l'alteſſa ſi caua la differenza di graue acuto , & ſopra acuto,& dalla multiplicatione della ſcale lateralmente,ſi caua la differenza di *b* quadro,Natura,& *b* molle.vi è vn cora da notare vn altra coſa che ſecõdo la mano nõ ſi potrebbe cantare per *b* molle ſono da *f fa* , *vt* , in ſù comminciando qui l'*vt* primo del *b* molle come ſi è detto,mà nõ di meno ſi ſuppliſſe formando vn'altra ſcala alla in giù,il che ſi può ſempre far,& alla in giù,& alla in ſù , purche torni comodità & ornamento,& che ſi oſſeruino le debite proportioni & luoghi de tuoni,& ſemituoni.

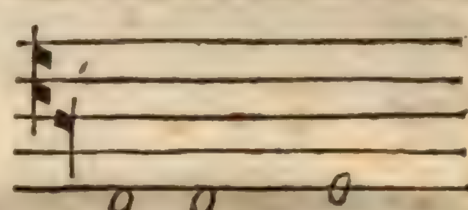
E'da notare ancora che la ſcala di natura ſerue al *b* quadro , & al *b* molle, cioè , che cantadoſi ò per *b* quadro,ò per *b* molle,non ſi varia, ne manca più che la ſcala di natura non vi interuenga, & ſerua'alle mutationi dell'vna & dell'altra come ſi è detto.Perche ella è il medeſimo con la ſcala di *b* quadro dependendo da ella , eccetto che al *fa* ſuperiore come ſi è detto il qual *fa* non però la repugnanza colli di *b* quadro come da quello del *b* molle,per che il *fa* di natura. & il mi di *b* quadro ſtanno in vna medeſima poſta, mà non quelli del *b* molle & *b* quadro come ſi è detto , di modo che doue è la ſcala dal *b* quadro,è anche quella di natura, il medeſimo interuiene riſpetto alla ſcala del *b* molle con laquale ella è aſſolutamente la medeſima dependendo quella in tutto da queſta di natura,come ſi è detto.Onde è manifeſto che è neceſſario, che & a l'vna & à l'altra ſcala accompagni quella di natura,è la cauſa di queſto: mà non ſegue già che ben che la natura ſia il medeſimo che il *b* quadro & il *b* molle , il medeſimo che la natura che anche il *b* molle,& il *b* quadro ſiino il medeſimo come ſi vede manifeſtamente, benche paia che queſto argomento facciã non poca confuſione , ma là ragione di queſto è manifeſtiſſima, procedendo ciò per che ſe bene il *b* molle procede dalla natura , la quale è il medeſimo del *b* quadro, procede non di meno dà quella parte , & nota ſola della natura , la quale non depende, & non è commune con il *b* quadro , che è il *fa* ſuperiore come ſi è detto : onde non è vna marauiglia al mondo che ſia repugnanza trà le ſcale de duoi *b* detti , non oſtante la ragione allegata , & tutte le ſopra dette coſe appariſconno nel ſeguente ſegno della mano.



D'alle coſe dette ſi può anche vedere aſſai chiaramente, con qual ordine,& fine ſianno ſtate poſte le chiaui , & perche elle ſi chiamino , & di natura , & di *b* molle & di *b* quadro, le quali non ſono ſe non per denotare, che in quella tal riga,ò ſpatio,è la tal poſta della mano , donde poi ſi può facilmente vedere quel che ſe li conuenga , & troui di ſotto, & doue cangia il ſemituono, & come biſogna far la mutatione , & ſe le quinte vengono falſe, ò buone; & ſe le terze & ſeſte maggiori,ò minori ; & finalmente molte coſe che danno grandiſſima facilità, non ſolamente al comporre , mà al

cantare

cantare ancora per la qual facilità elle ſonno
ſtate meſſe in vſo. Potrà anche dalle coſe
ſopra dette facilmente apparire, d'onde pro-
cede l'errore nel quale quaſi comunemente
ciaſcuno incorre, di porre che la muſica con-
ſiſte ſolamente di ſei note, cioè, *vt, re, mi,*
ſol, *la*, & non di ſette come habbiamo det-
to, laſciando da banda il ſecondo *fa*. Il qual
errore procede da due occaſioni; l'vna da
non hauer quella ſettima voce, ò ver nota,
vn nome da per ſe come ciaſcuna dell'altre,
mà hauere il nome d'vna delle ſei, cioè *fa*.
Et però non ſi veggendo loro più che ſei
ſpecie di nomi di voci, hanno giudicato che
non ſiino ne ancho ſe non ſei ſpecie de voci
ſecondo che ſono i lor nomi, non conſide-
rando che chi cognoſcerà che terzo & pri-
mo *fa*, quarta, cognoſcerà ancora che *b vt*
primo *fa* ſettima, & la ſettima è di ſpecie di-
uerſa da ciaſcuna dell'altre inferiori, così
anco non hanno auertito che l'hauer vn
medeſimo nome con vna dell'altre voci, cioè
fa procede dalla ragione ſopra detta, cioè
per hauere la medeſima relatione che il
primo *fa* alle noti antecedenti, & alle ſe-
quenti. L'altra occaſione di queſto errore
comune, è che nella mano non trouano niſ-
ſuno *fa* che non ſi poſſa ſaluare & accomo-
dare come *fa* primo, ſenza porre alcuno
ſecondo *fa*, ſettima voce; mà non hanno
conſiderato che queſto viene per che fon-
dandoſi da ogni ſecondo *fa*, il ſuo *vt*, come
ſi è detto biſogna di neceſſità che tutti i
ſecundi *fa* diuentino anche primi *fa*, nella
ſcala da loro prodotta, & per queſto tutti i
fa della mano ſi accomodano per *fa* primi,
& non per che non vi ſiino anche i *fa* ſe-
condi, mà che chi fece la mano haueſſi la
medeſima intentione che io dico è manife-
ſto, oltre all'ordine detto che conſiderata-
mente il noſtra dall'ordine anche che ſi
pone nella mano delle litere di 7. in 7. &
non di 6. in 6. il che denota pur chiaramente
che è gli habbia inteſo ſettima ſpecie di
voci, & non ſolamente il qual numero di
litere ſi vede che è poſto ſecondo il numero
della varietà delle voci, & però non hà poſto
l'ottaua litera; mà ritorna alla ottaua nella
prima, ſi come anche la voce ottaua ritorna
nella prima, cioè nell'vniſuono come ſi è
detto, & finalmente da ſapere è hauuere per
coſa certiſſima che non la muſica hà origine
dalla mano, mà ſi bene la mano dalla muſica,
per che la mano è ſe non vna regola alla
muſica è ſuppone che la muſica ſia, laqual
muſica eſſendo coſa naturale, come è pro-
babile coſa troppo inetta à dire che fuſſi
fondata in vna regola datta à gli huomini
per che dependeſi da quelli, mà ſi bene la
regola depende della coſa naturale ha-
uendo raſeruati circa, à quella è gli ordini
ſuoi, & quello che è migliore è più grato,
& così è da credere che dalla oſſeruatione
di mano, i mano fatta circa al cantare
ſia à caſo, il che non ſi debbe dubitar che
ſempre ſia ſtato familiare al huomo viſi-
andato oſſeruando la natura di queſto mo-
dulatione, & apoco apoco ridotta in regola
buona è meſſa in arte come ſi vede, & per
il primo & principal fundamento nel fare
il giudicio in circa queſte coſe muſicali debbe
cadere dalla natura della coſa, già che debbe
ſeruire ſempre propoſta alle regole quando
ne eſſe ſe ci trouaſſe ripugnãza alcuna i per
che intanto ſon buone le dette regole, mà
per che elle ſeguitano, & ſi accommodano
à eſſa natura delle coſe, laqual natura non
può notare, mà ſi bene molto facilmente le
regole. Tutto queſto ordine ſopra detto ap-
partiene à quel genere della muſica che ſi
chiama Diatonicho, diſtinto da gli altri duoi,
Cromatico, & Enarmonicho, della differẽza
de quali diremo anche breuemente quattro
parole. Dico adunque che la muſica Diato-
nica è la più facile, & più naturale di tutte
l'altre, & è quella che vſano nel cantare i
Contadini, & i putti ancora biſcantando da
per loro, ogni volta però che habbino qual-
che poco d'orecchia, è queſta muſica proce-
de per tuoni, & ſemituoni maggiori, & non
eſce punto dell'ordine della mano. Mà la
muſica Eromatica non hà altra regola par-
lando delle regole apparenti, & manifeſte,
ſe non che diuide il tuono attualmente in ſe-
mituono maggiore, & in ſemituono minore,
& così proferiſce tanto il maggiore quanto
il minore, & proferità il minore alcuna volta
eſpreſſamente, & alcuna volta virtualmente,
eſpreſſamente ſarà quando procedendo da
vt à *re*, proferirà prima l'*vt* in ſuo tuono, di
poi proferirà l'*vt* ſoſtentato, & così formerà
il ſemituono minore eſpreſſamente, & di
poi proferirà il *re*, & formerà il ſemituono
maggiore, & così in tal caſo non farà queſto
altro ſe non fare che quel *re* diuenti vn *fa*,
trouare il ſuo *mi* fra la voce *re*, & la voce *vt*



& così ſi formerà ſempre il ſemituono mi-
nore expreſſo. L'occulto ſarà poi quando
ſi formerà non il *ſol* ſemituono minore, ò
graue vi correrà non lo ſpatio del ſemituono
minore ſolamente, mà inſieme con quello lo
ſpatio ancora d'vno, ò più tuoni, & final-
mente l'vſo del ſemituono minore, formato
come ſi è detto, ſi caua principalmente l'or-
dine del Cromatico, il qual come ſi vede è
più difficile, & manco naturale del Diatoni-
co, come ancora è più dolce & ſuaue pro-
cedendo per minori diſtantie, dal che naſce
dolcezza come appare nel ſemituono ordi-
nario, che è molto più dolce chel tuono; &
però è molto appropriato alle cadenze, alle
quale ſi debbe andare con più dolcezza che
ſi può per laſciare ſatisfatto l'orechio del
auditore il che ſi cerca nelle cadenze. Mà è
da conſiderare che la ſoſtentatione non cau-
ſa ſempre il ſemituono minore, mà ſolamen-
te quando ella è congiunta con la voce proſ-
ſima più baſſa & aſcendendo. Et però la mu-
ſica Diatonica non metterà mai la ſoſtenta-
tione, ne innanti, ne doppò, à vna nota più
baſſa di lei, & lò fa per fuggire il ſemituono
minore, il qual in tal caſo verrebe formato

queſto dico interuiene quando ſi ſoſtenta altra voce che è il *fa*, ma quando ſi ſoſtenta il *fa*, non importa che egli preceda vna nota più baſſa, per che all' hora non fa, ſemituono minore, mà ſolamente ſi fa, del ſemituono maggiore inſieme con la ſoſtentatione vn tuono, & il ſemituono ſi forma vn grado più ſopra & però ſoſtentando il *fa* con il ſalire, non ſi forma ſemituono minore, mà ben che non ſi formi, ſi accēna non dimeno, formando in cambio del ſemituono maggiore il tuono, che è vna ſoſtentatione, cioè ſemituono minore più alto che è quello che gli da la dolcezza, la qual dolcezza delle ſoſtentationi che venga dallo accennare il ſemituone minore come ſi è detto è manifeſto da queſto, per che con tutto chel medeſimo ſpatio ſia appunto tra *vt*, & *re*, & *re*, è *mi*, per che à *mi*, *fa*, ſoſtendando il *fa*, formandoſi in tutti queſti modi ſempre vn tuono nondimeno ſi ſente nell'altre voci ò tuoni la dolcezza che ſi ſente in queſto del *mi*, & *fa*, il che non viene da altro ne puol venire, ſe nō da quel ſemituono minore accennato, ne queſto è marauiglia per che ſi vede queſta eſpettatione cauſare di molti belli effetti circa queſti tuoni, come v. g. ſi ſcenderà vna ſettima che conſona, & tornera beniſſimo all' orecchio quando in vna cadenza noi a'porteremo là qual'ottaua alta come v. g. in queſta cadenza *ſol, fa, ſol*, pigliare in cambio di quel *ſol*, vltimo *la*, ſua ottaua baſſa che ſarà la ſettima del *fa*, & non dimeno non ſcomoderà punto l'orecchio; anzi darà contento, il che è molto cōtro alla regola generale, per che le ſettime ſono duriſſime à pigliare, & cauſano maliſſima armonia all' orecchio, mà queſto particolare auuiene meramente da quella eſpettatione di quella ottaua più alta nella quale douerebbe cadere l'vltima voce cadenza, & ſarà come cominciando dal *fa*, di *f fa*, *vt*, dire *fa*, *mi*, *vt*, pigliando l'*vt* ſotto al gamma vt. Vedeſi ancora che *ſol*, *mi*, & *fa*, *re*, ſono tutti à duoi terzo minore, & vguali. non dimeno è più grato, & dà piu dolcezza *ſol*, *mi*, che *fa*, *re*, il che non viene d'altro ſe non che nel *ſol*, *mi*, il ſe mituono viene accennato piu proſſimo che nel *fa*, *re*, il qual ſemituono, è come ſi è detto aſſai più dolce che il tuono queſto dico auienne per che quel *mi*, del *ſol*, *mi*, chiama il ſemituono molto più vicino, hauendo il *fa*, ſopra immediate che non hà *re*. il di *fa*, *re*, il quale chiama inmediate il *mi*, che è frà eſſo *re*, & il *fa*, che forma il tuono & non il ſemituono per queſto anco la ſoſtentatione che prima il ſemituono maggiore cō lauere precedente, ſi come la ſi vſa nella muſica Diatonica genera più dolcezza che non genera il *fa*, *mi*, che auiene da quel ſemituono minore accennato per che la voce ſi ſoſtenta, & intuona vn ſemituono minore più alta, non è adunque gratia fatto che da quel ſemituno minore accennato, ne naſce quella dolcezza, & multo maggiore che in vna altra voce può eſſere ancora che ſia nel reſto la medeſima con quella & per queſta medeſima ragione non comporta il vtuono & la quinta falſa, non ſola allo iaconero mà no anche à vna battuta appreſſo come ſi dirà più oltre & queſta baſti per hauerne detto ſuccintamente quanto s'appartiene per la differenza trà l'ordine Diatonico, & il cromatico ma è ben dauertire che queſta muſica che procede per ſuſtentationi non ſi può ne anche dire mera Diatonica, mà ſi dirà muſica finta per che ella finge, & proferiſce il *fa*, & il *mi*, cioè il ſemituono, & cauſa ancora l'altre voci indifferētemente, doue elle non ſono ne per *b* quadro, ne per natura, ne per *b* molle: la quale anche in vero è più toſto che altro vna certa ſpetie mezzana frà la Diatonica, & la cromatica, ſe bene di detta ſpetie come diuerſa non ſi *fa* mentione, perche la ſoſtentatione non è altro che la variatione d'vn ſemi tuono minor perſo in alzar la voce ſe bene ella talmente accomodata al horà che non ſi proferiſci tal ſemituono, altramente non è però che in qualche modo egli nō ſi accenni mandando all' orechie quella alteſſa di voce cioè, di vn ſemituono minor di più di quello che egli, ſi aſpettaua d'onde è, cauſata la dolocezza grande della ſoſtentatione come ſi è detto Mà l'ordine Enarmonico non è altro che vn ſoſtentar per lo ſpatio della metà manco di vn ſemituono minor, & queſto lo dimandono dieſi. la qual maniera di ſoſtentationi cauſarebbe diletto & dolcezza e ſtrema ſe ſi poteſſi ſentir proferita giuſta, & ben vnita con le altre parti: il che è tanto difficile che non ſi troua che queſta ſpetie ſia andata mai troppo inanti: onde è manifeſto che la diuerſitadi queſte tre ſpetie non depende dal multiplicare piu ordini laterali nella Mano, mà ſola mente nella diuiſione del tuono, & del ſemituono minore, & così ſi vede che la Cromaticha ſuppone come ſuo fondamento la Diatonicha ſe bene varia poi grandemente da i tuoni & regole di quella, & così che la Enarmonica ſuppone & l'vna & l'altra, & queſto baſti quanto alla notitia & ragione della mano, quanto alla diuerſita, ò diſtintione ſuperficiale di queſti tre ordini di muſica così famoſi Ticatonico, Cromatico, & Enarmonicho.

Mà per che di ſopra parlando delle conſonante noi habbiamo promeſſo di dirne al luogo ſuo, non ſarà fuori di propoſito hora che terminato il trattato delle voci dire qualche coſa di eſſe, mà breuemēte per eſſer materia aſſai nota. Diciamo adunque che le conſonanze ſono di ſette ſpetie ſecondo che ſette ſono le ſpetie delle voci come habbiamo di ſopra detto, & prouato ſufficientemente & con queſte cioè vniſono, ſeconda terza, quarta, quinta, ſeſta, & ſettima lottaua poi come ſi è detto tornerà, nella ſpetie dello vniſono, trà queſte conſonanze alcune ſono concordanti come l'vniſono, la terza la quinta & la ſeſta, alcune ſono diſcordanti come la ſeconda & la ſettima, & alcune tal volta concordano, & tal volta diſcordano, come la quarta ſi nelle concordanti alcune ſono perfette, alcune ſono imperfette, perfette ſono quelle doue ſi può comodamente terminare la cadenza, & ſono l'vniſono & la quinta, imperfette ſono la

terza

Digitized by Google

terza & la ſeſta. Delle concordanti imperfette, alcune ſono maggiori, alcune minori, la terza minore conſiſte d'vn tuono, & d'vn ſemituono maggiore, dico cioe che tale, è lo ſpatio che ſi troua fra l'vna & l'altra voce, che formano tal concordanza, la maggiore contiene lo ſpatio di duoi tuoni, la minore è come *re, fa, mi, ſol, ſol, fa,* cioè *fa*, ſecondo, così dice ſalendo come ſcendendo; & in ſomma ogni volta che la terza include il ſemituono cioè il *mi*, *fa*, ſarà terza minore la maggiore è come *vt*, *mi*, & *fa*, *la*, & in ſomma ogni volta chi tale ſpatio non ſi includi il *mi*; *fa, la*, ſeſta minore contiene trè tuoni & duoi ſemituoni, & ſarà quando ella comminicierà dal *mi* ſalendo & dal *fa* ſcendendo ò dal *mi* ſalendo per quarta & dal *ſol* ſcendẽdo nel medeſimo modo. la maggiore contiene quattro tuoni & vn ſemituono, & di queſto la terza maggiore, & la ſeſta minore fanno meglior conſonanza che l'altre due, il che procede dalla proportione più perfetta come ſi dirà, conconrdanti perfette non patiſcono queſta diſtintione di maggiore & minore, mà alcuna di loro è variabile, & alcuna è inuariabile; la inuariabile è l'vniſono, il quale ogni poco che varij dalla ſua giuſta proportione non ſarà più vtile alla muſica, ma auertiſci che tal varietà ſi può intendere in più modi, ò per vn piccolo ſpatio come d'vn croma, ò per vn maggiore come vn Dieſi. Nel primo modo ſi dirà vniſuono ſcordato, & pur ſi andrà tollerãdo nel cantare, ò ſonare il meglio che ſi puo, benche mal volontieri nel ſecondo modo ſi dira vniſono falſo, & cade in vn'altra ſpetie terza, oltra allo due dette di concordanti, & diſcordanti cioè falſa la quale ſpetie, è molto piu cattiua di niſſuna dell'altre due; per che le diſcordanti ſeruono frequentiſſimamente nella muſica, mà le falsè ſon fuggitè, & aborritè come ſcogli: l'altra perfetta che è la quinta è variabile la qual varieta conſiſte in vn croma. la quinta adunque conſiſte di tre tuoni, & vn ſemituono maggiore, & queſta è la perfetta ma l'Imperfetta ſarà vn croma mancho, la quale non dimeno riſpetto alla terza, & alla ſeſta, ſi dice conſonanza perfetta ſe bene riſpetto all'altra quinta ſi dice imperfetta & ſi vſa queſta quinta perfetta poco riſpetto alle torze di mezzo con le quali ella non può accordare, è però ſi vſi la quinta per ſeſta nel ſonare, dico negli ſtrumenti oue ſonno tutte le parti ſcompartite le voci ricerca, accio, che ella corriſponda bene di ſotto, & di ſopra, dargli quella poca ſcarſità, la qualle nello ſtrumento biſogna che ſempre poi ſi proferiſca doue la voce quando non ſia sforzata, da queſta ragione detta potrà pur formare, & formerà la quinta perfetta, & per queſto la muſica delle voci oltra all'altre perfettioni quando ſarà cantata con diſcretione & orechio ſarà la più dolce, di tutte l'altre, per che quella perfettione di quella quinta, ſe ben par poca coſa, rileua pure aſſai nello vdir la muſica, la quarta contiene lo ſpatio di duoi tuoni, & vn ſemituono, & queſta in alcuno modo ſi deue accordare & in alcuno diſcordare per perche qu'elle contro alla parte baſſa cioè alla più baſſa di tutte, ò due ſole, ò più che ſiino ſi dirà che diſcordi, ma quando fuſſe cõtro a vna dell'altra ſi dira che accordi, come ſe in fra l'ottaua fuſſi vna quinta in verſo il baſſo la quale cauſarebbe vna quarta in verſo la parte alta & tutto accorderebbe ottimamente: mà chi conſiderara bene trouerà ancora vn'altra diuerſità nella quarta dico cioè, che nella quarta trouerra ancora la maggiore & la minore come habbiamo detto della quinta, delle quali la minore è più dolce, ma per che queſta diuerſità non cauſa diuerſità alcuna di regole, ò di oſſeruãza nel comporre, per queſto non è in conſideratione alcuna. Dalle coſe dette ſi può conſiderare che quando la concordanza è più perfetta, tanto minor variatione patiſce come ſi vede che la terza & la ſeſta che ſono imperfette, patiſcono la diſtintione di maggiore, & minore: mà delle perfette la quinta ſola patiſce, non quella diſtintione. mà vna minor aſſai come ſi è detto l'vniſono poiche è la perfettiſſima conſonanza non patiſce in modo alcuno varietà niſſuna.

Reſta hora à dire delle conſonanze falſe, le quale per regola generale ſaranno tutte quelle che ſi diſcoſtano dalla debita proportione loro che, è l'aſſegnata di ſopra vn Dieſi ò più, per che vn croma ſolo più teſto farà dire ſcordata, che falſa tale intonatione, & così ſi vede che delle conſonanze falſe ſono molte, & molte ſpetie, per che anche che diſcordanti non ſolo le conſonanti hanno le ſue falſe, delle quali per breuità nõ entreremo indirne particolamente, maſſime che da queſto che ſi è detto, ſi potrà cognoſcere tutto il reſto facilmẽte, ma diremo ben queſto che frà le falſe le più famoſe ſono queſte due, la quarta, falſa & la quinta falſa, mà perche della quarta, & della quinta falſa poſſono eſſere molte ſpecie, ſi intende quando ſi nominano queſte di quella ſpecie ſola che ſi dirà cioè. Della quarta quando ella contiene trè tuoni, & è detta tritono; voce quaſi ſpauenteuole appreſſo à Muſici & ſarà dal *fa* al *mi* più alto permutatione di quinta come dal *fa* di *f.* fa *vt*, al *mi* di *b.* fa *b. mi.* Della quinta ſi intende anche quando cade il *mi* contro al *fa* in quinta, & allh'hora conterrè duoi tuoni, & duoi ſemituoni maggiori, & coſì tanto la quarta, quanto la quinta falſa ſaranno ſempre del *fa* contro al *mi*, & queſto due ſpecie di falſità ancor che ſiino moleſtiſſime alle orechie, non ſono però tanto più moleſte dell'altre che queſte ſole doueſſino per ciò eſſere in conſideratione: mà la cauſa per che elle ſono aſſai più nominate che l'altre, è che elle ſono molto più pericoloſe di incapparui, che alcuna delle altre come lo prouano molto bene quelli che cominciono à fare il Contrapuncto, & maſſime la quinta falſa, come per la medeſima ragione ſono più nominati da i Marinari che gli ſcogli, non che ſono più aſpri, & Acuti. Mà quelli che ſono più pericoloſi di vrtarui dentro: Et è da notare che le falſe ſono tanto inimiche al noſtro orechio, che non ſolo non ſi può compor-

tare in modo alcuno di ſentirle proferire, ne doppo a vna buona paſſada, come ſi fa con le diſcordanze, ne in modo alcuno, mà ne ancora ſi può compottare tal falſità per lo ſpatio d'vna ſemibreue, come ben sà quello che hà qualche principio di comporre, al che per non eſſer intentione di trattare in queſto luogo, non ſi dirà piu al longo. Et chi voleſſi riſcontrare bene, & eſattamente la vèrità di tutte queſte coſe dette, quanto alle conſonanze, biſognarebbe che lo faceſſe in sù vno di quelli ſtromenti che ſi chiamano Manocordi, dico di quelli che hanno due corde ſole, & poi hanno ſotto è tutte eſſe ſegnate giuſtiſſimamente tutte le miſure & diſtanze. Et queſto ſtrumento non può ingannare con l'eſſer male accordato, dal quale non ſolo ſi caua la certezza delle coſe dette, mà ancora delle proportioni che hanno ciaſcuna voce con l'altra, come v. g. ſi vede che l'ottaua è proportione dupla, per chè ſonando interá vna delle due corde, le quali vogliono eſſere vniſone perfettamente, & diuidendo l'altra per mezzo aggrauandola in ſul ſegno del mezzo col dito, come ſi fa le corde de Liuti, & ſonandone vna parte riſcontro à quell'altra intera cauſa l'ottaua, mà ſe diuide vna corda in trè parti, & che aggraui il dito in ſul ſecondo ſegno, tal che da vna banda ne reſtino due parti, & dall'altra vna, & tocherai la parte maggiore di queſta corda contra all'altra corda intera, cauſerà la quinta, & così di mano in mano ſi potranno ritrouare tutte le proportioni delle conſonanze, & come ſi vede che fra la proportione della qualità & la proportione della metà ſono, come per ſe tutte le proportioni muſicali auueſſi, diuidendo di proportione, in proportiono in ſino che ſi arriui alla metà nella quale terminino le proportioni anzi ricomincino in queſta ſi può dire le medeſime ſeguitando ſi come dalla ottaua ricominciono, & ſeguitino; di poi le medeſime nature ò ſpecie di conſonanze, mà di queſto non appartiene il dirne più oltre in queſto luogo. Con queſto ſtrumento ancora ſi proua manifeſtamente che il ſemituono maggiore contiene delle noue parti d'vn tuono le cinque, & il minore le quattro, & che tutte due inſieme fanno vn tuono, il che ſi cognoſce anche più chiaramente nel mettere i taſti al Liuto, ò alla Viola per che per trouare la poſta del taſto che forma il ſemituono, biſogna diuidere il tuono in noue parti, & di quelle pigliarne cinque, & con quelle miſurar lo ſpatio del detto ſemituono, come anche per trouare il tuono biſogna partir tutta la corda in noue parti. & ſecondo la longezza di ciaſcuna di queſte parti, pigliar la diſtanza che forma il tuono & tutte queſte & molte altre belliſſime, & marauiglioſe coſe ſcopre quel così facile & ſemplice ſtrumento del Manocordo che l'abbiamo detto ſopra lo qual chi voleſſe andare diligentemente & realmente inueſtigando, & non chimerrezzando, trouerrebbe ſenzo dubbio coſe inaudite & mirabili, & la ragione delle perfette, delle imperfette, delle diſcordanti & delle falſe: per che trouerebe che falſe ſono quelle che nō hanno frà loro proportione come v. g. quelle del diametro con la coſta & perfette quelle che l'hanno trà loro perfetta, & poi l'altre accoſtarſi più, ò a queſte ò à quelle ſecondo che hanno più, ò meno perfetta proportione, & trouerò bona la ragione, per che il tuono conſiſte di 9 crome, ne più ne meno, & altre coſe aſſai molto belle & deſiderabili, mà di queſto baſti hauuerne tocco in ſino à quel che ſi è fatto per non manchare di produrre ancora l'vltimo & principal fondamento, & riproue doue al fine ſi riducono, & ſoſtentano tutte le coſe dette di ſopra, ſeguitarebbe hora che ſi è trattato delle voci & delle conſonāze, il dire del Contrapunto & di ſue regole, Mà per eſſer queſta coſa molto nota & comune, & per conſiſtere anche più toſto in vna pratica, che in altra ragione laſcieremo; maſſima per hora in dietro il dirne, & forſe altre volte ci metteremo à conſiderare ſe queſte regole del Contrapunto così le vechie, come le noue hanno fondamento euidente, reale, & naturale, ò pur ſono per che così ſi oſſerua & piace ſenza alcuna altra ragione, ſe non per che così hanno fatto gli altri. Dico come v. g. che non ſi poſſa mettere due conſonanze perfette l'vna à canto à l'altra, che la quarta ſia ſempre contro al baſſo cattiua, per che non è dubbio che la ſeſta maggiore, ſe non è più dura al meno concorre ſeco, & così di alcune altre coſe, dico di quelle che non ſi ſente così manifeſtamente all'orechio, che la natura della coſa ricerchi così, per che quel che ſi cognoſce ſenſatamente, non ſi debbe cercar per altra ragione, hauendone dico la riproua dal proprio ſenſo, come v. g. è queſto ſi debbe terminare imperfetta, & & andare alla cadenza col ſemituono, & altre ſimil coſe le quali l'orechio ſubito cognoſcerà eſſere regole vere & buone, come anco ſi vede in queſte regole più nuoue che l'andare alle perfette, con le più proſſime cauſa molta dolcezza & altre coſe ancora che il ſenſo ſteſſo le confirma, delle quali tutte apporterà non ſolo à moſtrare le regole, mà ancora à eſſaminare dette regole, & ritrouare il fondamento di eſſe, ogni volta che ſi verrà à trattar del Contrapunto.

F I N I S.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google